



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

Institut für Festkörperforschung

**Dämpfung und Dispersion
von Erstem Schall
in ^3He - ^4He -Mischungen nahe T_λ**

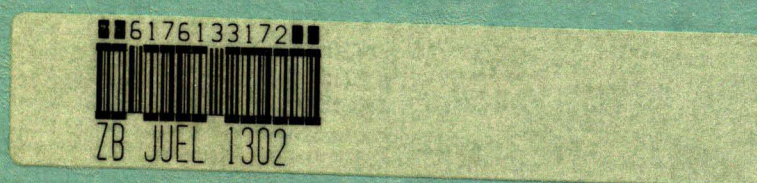
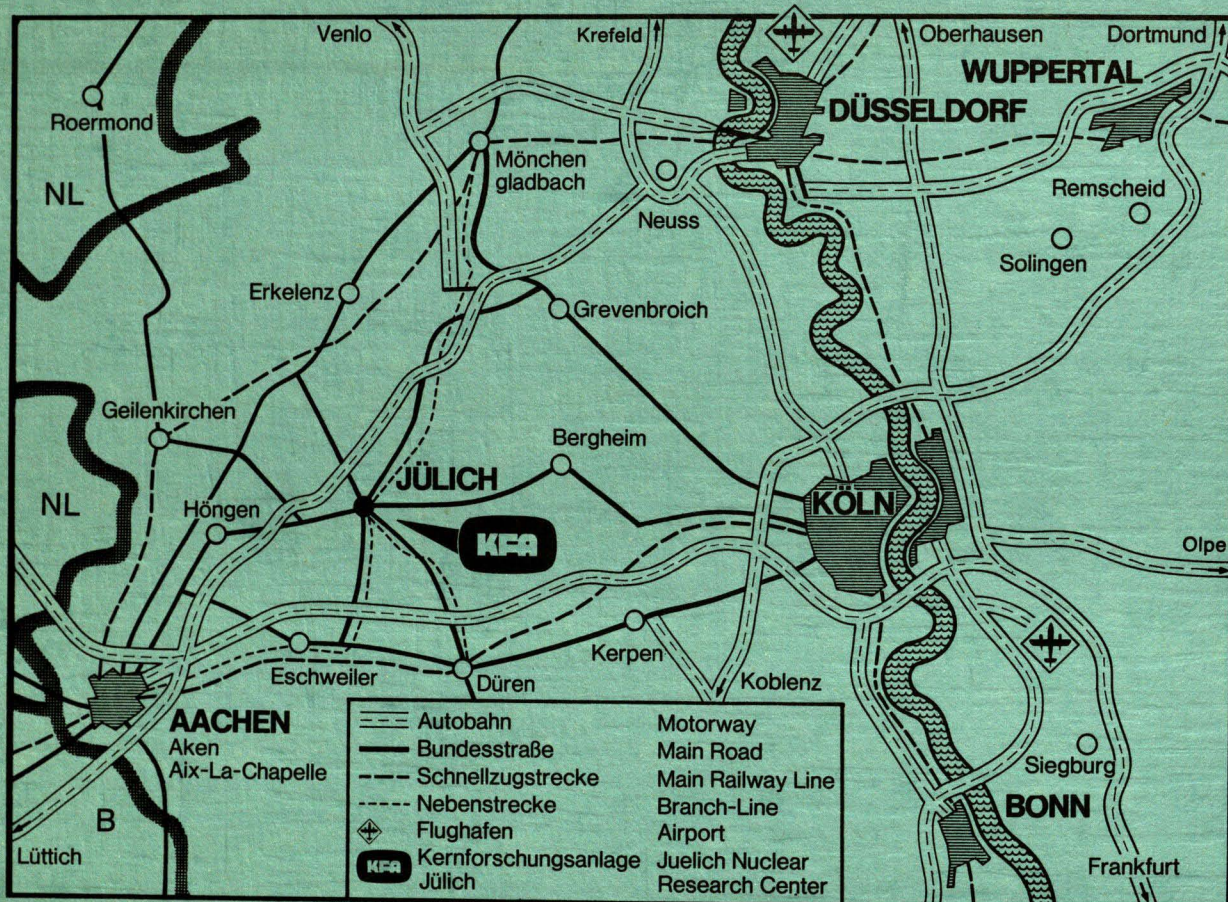
von

Ch. Buchal

Jül - 1302

Mai 1976

Als Manuskript gedruckt



Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 1302

Institut für Festkörperforschung Jül - 1302

Im Tausch zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,
Jülich, Bundesrepublik Deutschland



**Dämpfung und Dispersion
von Erstem Schall
in ^3He - ^4He -Mischungen nahe T_λ**

von

Ch. Buchal

D 5 (Diss. Uni. Köln)

Abstract

The attenuation α , the velocity u , and the dispersion $D = u(\omega) - u(0)$ of first sound have been determined in ^3He - ^4He mixtures (molar ^3He concentrations $X_3 = 0, 0.070, 0.194, 0.377$, and 0.517) at frequencies $2.3 \text{ kHz} \leq \omega/2\pi \leq 627 \text{ kHz}$, and in the temperature range $1 \text{ } \mu\text{K} \leq |T - T_\lambda| \leq 20 \text{ mK}$. From measured velocities we evaluate the thermodynamic velocity $u(0)$, as well as $(\partial S/\partial P)_\lambda$, and $(\partial V/\partial P)_\lambda$. The attenuation and the dispersion are considerably reduced when the ^3He concentration is increased. They are interpreted as arising from a relaxation process occurring only below T_λ , and a fluctuation process occurring on both sides of the λ -transition. Both contributions have about equal strength and have to be added for $T < T_\lambda$. Using the obtained relaxation time $\tau' = \tau'_0 t^{-x'}$, (with $t = |T - T_\lambda|/T_\lambda$), and published data for the correlation length ξ' , and for the second sound velocity u_2 , we find $\tau' = \xi'/u_2$ for $T < T_\lambda$. The amplitude τ'_0 increases more than one order of magnitude with increasing X_3 in the investigated concentration range. For $T > T_\lambda$, our absorption and dispersion data for all ω and X_3 can be scaled with functions of $\omega\tau$ over four decades of $\omega\tau$. This scaling analysis shows that the time τ characterizing the critical attenuation and dispersion at $T > T_\lambda$ has the same temperature and concentration dependence as the relaxation time τ' at $T < T_\lambda$; these two times differ at most by a constant multiplicative factor. The frequency dependences in the critical region ($\omega\tau > 1$) scale as $\alpha \propto \omega^{1+y}$ and $D \propto \omega^y$ with $y = 0.10$ for $X_3 \leq 0.2$; the exponent y increases at higher X_3 .

Zusammenfassung

Wir beschreiben Messungen der Schallgeschwindigkeit u , der Dämpfung α und Dispersion $D = u(\omega) - u(0)$ in ^3He - ^4He -Mischungen (molarer ^3He -Anteil $X_3 = 0, 0.070, 0.194, 0.377$ und 0.517) im Frequenzbereich 2.3 bis 627 kHz und im Temperaturgebiet $5 \cdot 10^{-7} \leq t = |T - T_\lambda| / T_\lambda \leq 10^{-3}$. Wir bestimmen die thermodynamische Schallgeschwindigkeit $u(0)$, $(\partial S / \partial P)_\lambda$ und $(\partial V / \partial P)_\lambda$. Mit wachsender ^3He -Konzentration werden Dämpfung und Dispersion stark reduziert. Bei ihrer Interpretation werden um T_λ symmetrische Fluktuationsbeiträge oberhalb und unterhalb T_λ und additive Relaxationsbeiträge unterhalb T_λ angenommen. Alle Beiträge sind von gleicher Größenordnung. Die für $T < T_\lambda$ erhaltene Relaxationszeit $\tau' = \tau'_0 t^{-x'}$ stimmt mit $\tau' = \xi' / u_2$ überein, wobei die Korrelationslänge ξ' und die zweite Schallgeschwindigkeit u_2 aus unabhängigen Arbeiten entnommen sind. Die Amplitude τ'_0 nimmt beim Anwachsen von $X_3 = 0$ auf 0.517 um mehr als eine Größenordnung zu. Für $T > T_\lambda$ finden wir für Dispersion und Absorption eine Skalendarstellung mit der Variable $\omega\tau$ für mehr als 4 Dekaden von $\omega\tau$. Darin ist die Abhängigkeit von X_3 , ω und t nicht mehr explizit enthalten. Diese Analyse für $T > T_\lambda$ ergibt, daß sich τ von τ' ($T < T_\lambda$) höchstens um einen konstanten Faktor der Größenordnung 1 unterscheiden kann. Für die Frequenzabhängigkeit im kritischen Gebiet ($\omega\tau > 1$) erhalten wir $D \sim \omega^y$, $\alpha \sim \omega^{1+y}$ mit $y = 0.10$ für $X_3 \leq 0.2$ und mit zunehmendem y bei wachsendem X_3 .

INHALTSVERZEICHNIS

	<u>Seite:</u>
I. Einleitung	1
II. Theorie	7
1.) Thermodynamische Schallgeschwindigkeit	7
2.) Dispersion und Dämpfung von Schall	9
a) Ordnungsparameter - Relaxation	9
b) Ordnungsparameter - Fluktuationen	12
c) Hydrodynamisches Gebiet	14
III. Experimentelle Details	15
1.) Kryotechnik	15
2.) Resonatoren	17
3.) Thermometrie	20
4.) Elektronik für die Schallmessung	23
5.) Durchführung der Messungen	25
IV. Übersicht über die experimentellen Ergebnisse und Analyse der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit	29
1.) Einfluß der Gravitation	29
2.) Auswertung der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit	29
3.) Schalldispersion	39
4.) Schalldämpfung	45
5.) Vergleich mit Resultaten anderer Autoren	45
V. Analyse und Interpretation der Dispersions- und Dämpfungsdaten	47
1.) Aufteilung in Relaxations- und Fluktuationsbeitrag	47
a) Grundlegende Annahmen	47
b) Resultate der Analyse	49
c) Temperaturabhängigkeit der maximalen Relaxationsdämpfung	55
2.) Frequenzabhängigkeit von α und D	59
3.) Hydrodynamisches Gebiet	61
4.) Skalenanalyse von Dispersion und Dämpfung	63
a) Dämpfung für $T > T_\lambda$	63
b) Dispersion für $T > T_\lambda$	67
c) Dämpfung und Dispersion für $T < T_\lambda$	68
Tabellen	72
Literatur	87

I. Einleitung

Viele Eigenschaften des flüssigen Heliums in der Nähe des λ -Übergangs sind mit hoher Genauigkeit untersucht worden. Dabei sind die meisten Messungen unter Dampfdruck in ^4He durchgeführt. Aber es existieren auch zahlreiche Untersuchungen des Phasenübergangs unter erhöhtem Druck oder unter Hinzufügen von ^3He .^{1,2} Der Druck P kann vom Dampfdruck des ^4He bei T_λ , $P = 5.04 \cdot 10^{-2}$ bar, bis auf 30.23 bar gesteigert werden. Erst dann trifft die λ -Linie auf die feste Phase. Die molare ^3He -Konzentration kann variiert werden von $X_3 = 0$ auf $X_3 = 0.67$, wo die λ -Linie in den trikritischen Punkt mündet, so daß eine weitere Hinzugabe von ^3He die Bildung zweier Phasen unterschiedlicher ^3He -Konzentration bewirkt. Im allgemeinen ergibt sich eine gute Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse^{2,3} mit den Vorhersagen von Skalentheorie⁴, Universalitätsprinzip⁵ und Renormierungsgruppentheorie.⁶ Das trifft allerdings noch nicht für die Dämpfung α und Dispersion D von erstem Schall nahe T_λ zu, denn erstens gibt es keine umfassende theoretische Beschreibung von α und D am superfluiden Phasenübergang, und zweitens existieren experimentelle Daten nur für ^4He unter Dampfdruck. Die ersten Messungen dazu wurden von Chase⁷ und Barmatz und Rudnick⁸ gemacht, dann ausführlicher und präziser von Williams und Rudnick⁹ und Thomlinson und Pobell¹⁰. In ^3He - ^4He -Mischungen kennen wir nur wenige Messungen der Schallgeschwindigkeit bei jeweils einer Frequenz^{11,12,13}, so daß eine Dispersion nicht bestimmt werden kann. Schalluntersuchungen des Phasenübergangs liefern im Gegensatz zu den statischen Messungen (Spezifische Wärme, Kompressibilität, Ausdehnungskoeffizient, ...) zusätzliche Informationen über das dynamische Verhalten, da die Reaktion des Systems auf eine äußere Störung von veränderlicher Frequenz untersucht wird. Dennoch sind bisher keine Schallmessungen am λ -Übergang unter erhöhtem Druck durchgeführt worden. Ein besonderes Interesse an der Untersuchung des Phasenübergangs unter erhöhtem Druck oder veränderlicher ^3He -Konzentration rührt daher, daß diese Größen als "inerte Variablen" den Phasenübergang nicht qualitativ, sondern nur quantitativ beeinflussen sollten: so sollen die kritischen Exponenten und die Amplitudenverhältnisse cha-

rakteristischer Größen nicht von den inerten Variablen beeinflusst werden.^{5,14}

Wir variieren in dieser Arbeit die inerte Variable ^3He -Konzentration X_3 von dem molaren Anteil $X_3 = 0$ auf 0.07, 0.194, 0.377 und 0.517 und untersuchen unter anderem die für den Phasenübergang charakteristische Zeit τ . Durch Einstrahlen von Schall induziert man Druckvariationen, auf die das flüssige Helium mit Dichteänderungen antwortet. Nur bei schneller Reaktion des Systems, d.h. bei kleinem τ , und bei niedriger Schallfrequenz ω durchlaufen die Druck-Dichte-Schwankungen innerhalb der Schallwelle thermodynamische Gleichgewichtszustände. Wenn bei zunehmender Frequenz ω die charakteristische Zeit τ nicht mehr ausreicht, treten irreversible Prozesse auf, die Schallabsorption und -dispersion bewirken. Ein Ziel dieser Arbeit ist einerseits die Messung von thermodynamischen Gleichgewichtszuständen ($\omega \rightarrow 0$) und andererseits die Untersuchung des Einflusses der bei Annäherung an T_λ wachsenden Zeit τ . Denn je mehr sich das System dem λ -Übergang nähert, desto länger werden die Einstellzeiten für das Gleichgewicht ("critical slowing down"), da zunehmend geringere Energien ausreichen, lokal einen Übergang in die "falsche" Phase zu induzieren ("kritische Fluktuation"). Wir werden zeigen, daß eine Veränderung der ^3He -Konzentration einen erheblichen Einfluß auf Schallabsorption α und -dispersion D hat: die Amplitude dieser Effekte nimmt mit steigendem X_3 drastisch ab. Zusätzlich erstrecken sich α und D über zunehmend breitere Temperaturbereiche um T_λ . Es ist ein Zeichen für die Gültigkeit der Universalitätshypothese, daß es dennoch möglich ist, die gemessenen Daten im Rahmen einer einheitlichen Vorstellung zu interpretieren. Dabei bewirkt die Zunahme der ^3He -Konzentration ein starkes Anwachsen der charakteristischen Zeit τ und gleichzeitig eine Abnahme der Absorptions- und Dispersionsamplituden.

Unsere Messungen erstrecken sich über einen Temperaturbereich $5 \cdot 10^{-7} \leq t = |T - T_\lambda| / T_\lambda \leq 10^{-2}$. Damit die hohe Temperaturstabilität und -auflösung ($\delta t \approx 5 \cdot 10^{-7}$) der hier benutzten Apparatur auch sinnvoll eingesetzt werden kann, müssen Temperatur-, Konzentrations- und Druckgradienten möglichst klein gehalten und

ein Verfahren zur Messung von T_λ in ^3He - ^4He -Mischungen gefunden werden. Wir können T_λ durch Messung der Schallgeschwindigkeit bei niedriger Frequenz ermitteln. Temperaturgradienten und dadurch induzierte Konzentrationsgradienten werden unter anderem durch eine sehr gut wärmeleitende Probenkammer verringert. Der hydrostatische Druckgradient wird auf ca. $7 \cdot 10^{-5}$ bar beschränkt durch die Verwendung einer Probe von maximal 5 mm Höhe. Obwohl sich die λ -Temperatur um ca. 9 mK pro bar verringert, bleibt dadurch der Unterschied zwischen T_λ am oberen und unteren Ende der Probe von der Größenordnung der Temperaturlösung und beeinträchtigt nur die Schallgeschwindigkeitsmessungen bei Frequenzen kleiner 40 kHz und $t < 3 \cdot 10^{-6}$.

Die zur Schallmessung benutzte Resonanzmethode ist im Hinblick auf die Untersuchung des niederfrequenten Bereiches von 2.2 bis 627 kHz ausgewählt. Es ist möglich, sehr gut aufgelöste Messungen bis nahe an T_λ heran durchzuführen und das Anwachsen der charakteristischen Zeit bis auf $\tau \approx 10^{-4}$ s zu verfolgen. Dennoch messen wir beim Einstrahlen von Schall mit unserer unteren Grenzfrequenz fast im gesamten untersuchten Temperaturbereich eine Schallgeschwindigkeit, aus der man die adiabatische thermodynamische Kompressibilität und andere das Gleichgewicht charakterisierende thermodynamische Größen bestimmen kann. Bei zunehmender Frequenz messen wir auch Absorption und Dispersion und können zeigen, wie dabei das Gebiet der Hydrodynamik verlassen und das der kritischen Prozesse betreten wird. Die Analyse von Absorption und Dispersion ergibt unter anderem ein mit ganz unterschiedlichen Messungen der Geschwindigkeit des 2. Schalls und der Korrelationslänge übereinstimmendes Verhalten der charakteristischen Zeit τ . Außerdem finden wir eine für alle Meßdaten zutreffende Skalenauftragung, in der alle gemessenen unterschiedlichen Absorptions- bzw. Dispersionsdaten auf je eine einzige gemeinsame Kurve mit der Variablen $\omega\tau$ zusammenfallen. Die starke Abhängigkeit der Daten von Frequenz, Temperatur und ^3He -Konzentration ist in dieser Auftragung nicht mehr explizit enthalten.

Im einzelnen ist die vorliegende Arbeit folgendermaßen gegliedert:

Im anschließenden Kapitel II werden die theoretischen Vorhersagen für thermodynamische Schallgeschwindigkeit, Dispersion und Absorption kurz dargestellt.

In Kapitel III beschreiben wir die benutzte Apparatur und das experimentelle Vorgehen. Durch zwei unterschiedliche Resonatoren innerhalb derselben Probenkammer sind gleichzeitige Messungen bei zwei verschiedenen Frequenzen möglich. Die hohe Frequenz- und Temperaturlösung der Apparatur wird während langsamer kontinuierlicher Temperaturerhöhung ($2 \mu\text{K}/\text{min}$) oder bei Messungen mit geregelter Temperatur ($\pm 0.5 \mu\text{K}$) ausgenutzt. Wegen der schon erwähnten niedrigen Probenhöhe sind die gewonnenen Daten weit weniger als bei vorhergehenden Arbeiten^{7-13,15,16} von hydrostatischen Druckgradienten beeinträchtigt. Ein Kaltventil an der Probenkammer und ein möglichst kleines Gasvolumen über der Flüssigkeit bewirken, daß der unterschiedliche Dampfdruck von ^3He und ^4He keine merklichen Konzentrationsänderungen bei Veränderung der Temperatur hervorruft.

In Kapitel IV zeigen wir die Meßergebnisse für Schallgeschwindigkeit, -dispersion und -dämpfung. Wir berechnen die thermodynamische Schallgeschwindigkeit $u(\omega = 0)$, $(\partial S/\partial P)_\lambda$, $(\partial V/\partial P)_\lambda$ und den Einfluß der Gravitation (Druckgradient) auf $u(0)$ für die unterschiedlichen Mischungen. Wenn möglich, werden unsere Ergebnisse mit den Arbeiten anderer Autoren verglichen.

In Kapitel V werden die Dispersion D und die Dämpfung α analysiert. Dabei wird gezeigt, daß die Messungen von D mit denen von α konsistent sind. Für Temperaturen $T < T_\lambda$ werden sowohl D als auch α in Relaxations- und Fluktuationsanteile aufgespalten. Wir zeigen, daß diese Prozesse ungefähr gleich stark beitragen. Sie nehmen so stark ab, wenn X_3 wächst, daß sie vermutlich am trikritischen Punkt verschwinden. Die gewonnene Relaxationszeit $\tau' = \tau_0' t^{-X}$ ist für alle X_3 konsistent mit $\tau' = \xi'/u_2$, wobei die Werte für die Korrelationslänge ξ' und für die Geschwindigkeit des zweiten Schalls u_2 aus völlig unabhängigen Experimenten stammen. Im Anschluß werden die Konzentrations- und Temperatur-

abhängigkeit des Maximums der Relaxationsdämpfung besprochen. Es zeigt sich, daß die Frequenzabhängigkeit von maximaler Gesamtdämpfung, maximaler Relaxationsdämpfung und der Dämpfung bei T_λ wie $\alpha \sim \omega^{1+y}$ verläuft. Dabei ist $y = 0.10$ für $X_3 \leq 0.2$ und nimmt dann mit zunehmendem X_3 zu. Die maximale Dispersion ergibt $D \sim \omega^y$. Der Übergang des kritischen Verhaltens in die Hydrodynamik wird gezeigt.

Die Messungen für $T > T_\lambda$ werden mit einer Skalenfunktion der Variablen $\omega\tau$ analysiert. Wir finden, daß die kritische Dämpfung zum Beispiel mit der Funktion $f_F = \omega\tau/(c+\omega\tau)$ beschrieben werden kann. Der Gültigkeitsbereich beträgt mindestens $10^2 \geq \omega\tau \geq 10^{-2}$, trotz der starken Abhängigkeit der Meßwerte von Frequenz, Temperatur und ^3He -Anteil. Die bei dieser Analyse für $T > T_\lambda$ erhaltene Zeit τ hat dieselbe Temperatur- und Konzentrationsabhängigkeit wie die Relaxationszeit τ' für $T < T_\lambda$ und unterscheidet sich höchstens um einen konstanten Faktor von der Größenordnung 1 von ihr. Entsprechend kann man schließen, daß es nur eine einzige Zeitskala in dem kritischen Gebiet um T_λ gibt, wie auch von der dynamischen Skalentheorie vorhergesagt. Für die Konstante c finden wir $c = (0.506 \pm 0.005)\tau_0/\tau_0'$, unabhängig von X_3 und ω . Zumindest für $X_3 < 0.2$ aber sind unsere Daten ebenso gut mit der Skalenfunktion $\bar{f}_F = (\omega\tau)^{1-y}/[\bar{c}+(\omega\tau)^{1-y}]$ verträglich, wobei τ unverändert ist und $\bar{c} = (0.55 \pm 0.01) \cdot (\tau_0/\tau_0')^{1-y}$ wird. In dieser Form stimmt die Skalenform für $\omega\tau < 1$ und $\alpha \sim \omega^{1+y} \cdot \bar{f}_F$ auch bei $y \neq 1$ mit dem Verhalten im hydrodynamischen Bereich überein.

In einer entsprechenden Analyse wird gezeigt, daß auch die Dispersion für $T > T_\lambda$ und $X_3 \leq 0.377$ durch die Variable $\omega\tau$ geskalt werden kann. Wir schlagen dafür die Skalenfunktion $(\omega\tau)^2/(d+\omega\tau)^{2-y}$ vor, wobei $d = 0.865 \cdot \tau_0/\tau_0'$ gefunden wird.

Dagegen kann die Darstellung in einer Skalenform für die unterhalb T_λ gemessenen Daten erst nach der Zerlegung in Relaxations- und Fluktuationsanteil gewonnen werden. Dabei wird angenommen, daß der Fluktuationsanteil oberhalb und unterhalb T_λ symmetrisch um T_λ ist.

Es folgt ein Anhang mit den Tabellen und Referenzen.

Abb. 1 Geschwindigkeit von
1. Schall in flüs-
sigem ^3He und ^4He unter
Dampfdruck als Funktion der
Temperatur (aus Ref.17)

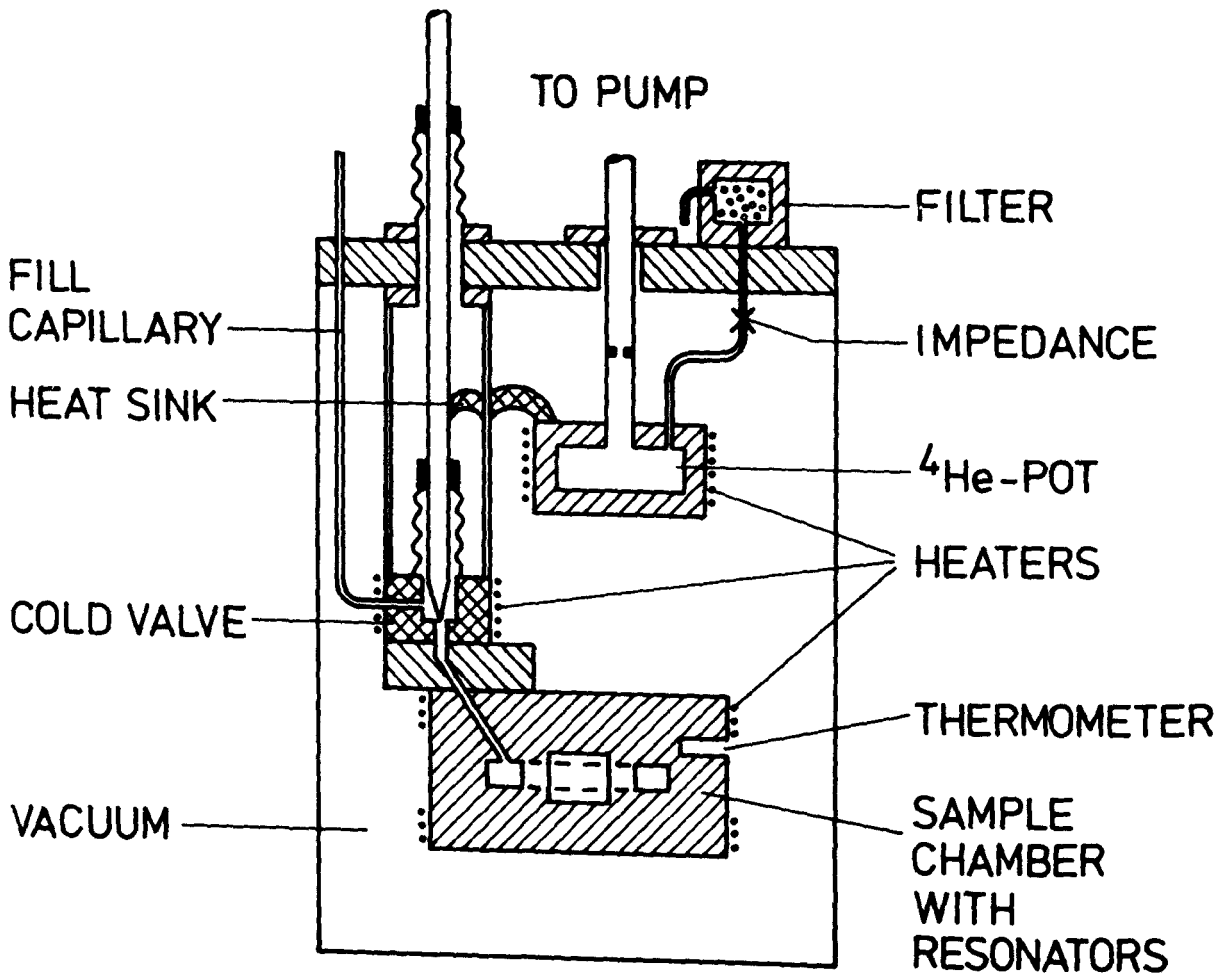
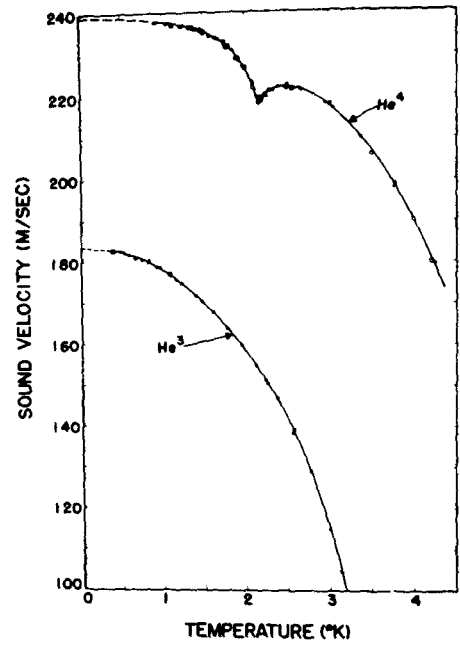


Abb. 2 Tieftemperaturteil des Kryostaten

II. Theorie

1.) Thermodynamische Schallgeschwindigkeit

Der Erste Schall in ^3He - ^4He -Mischungen ist eine Druck-Dichte-Welle, wie auch zum Beispiel der Schall in Luft. Für die Schallgeschwindigkeit $u_{(\omega=0)}$ gilt allgemein

$$u_{(\omega=0)}^2 = 1 / \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S \quad . \quad (1)$$

Dabei wird $u_{(\omega=0)}$ als thermodynamische Schallgeschwindigkeit bezeichnet, weil die Schallgeschwindigkeit durch eine thermodynamische partielle Ableitung, die adiabatische Kompressibilität, ausgedrückt wird. Da die Beziehungen zwischen thermodynamischen Variablen immer nur für Gleichgewichtszustände gelten, darf die zeitliche Änderung des Druckes P nur so schnell erfolgen, daß die Dichte ρ immer im Gleichgewicht mit dem Druck bleibt, was sicher im Fall $\omega \rightarrow 0$ erfüllt ist.

In Abb. 1 ist die Schallgeschwindigkeit in ^4He der in ^3He gegenübergestellt.¹⁷ Der für Flüssigkeiten erstaunlich geringe Wert von ca. 200 m/s ist vergleichbar mit dem von Gasen (z.B. 300 m/s für Luft und 300 K) und ist eine Folge der hohen Kompressibilität des flüssigen Heliums. Die hohe Kompressibilität wiederum beruht auf den geringen Bindungskräften und der großen Amplitude der Nullpunktsschwingungen. In ^4He ist das Minimum von u bei T_λ auffällig. Unterhalb T_λ setzt sich die Gesamtdichte ρ aus der Dichte ρ_n der normalfluiden Komponente und der Dichte ρ_s der superfluiden Komponente des flüssigen He zusammen. Dabei ist ρ_s im Gleichgewicht im wesentlichen eine Funktion von $T - T_\lambda$, zeigt aber daneben auch eine schwache Druckabhängigkeit: $\rho_s = \rho_s(T, P)$. Oberhalb T_λ existiert ρ_s im Gleichgewicht nicht, aber thermische Fluktuationen oberhalb und unterhalb T_λ ermöglichen es, daß kurzzeitig in räumlich begrenzten Gebieten die Flüssigkeit in die "falsche", nicht dem Gleichgewicht entsprechende Phase fluktuiert. Da die mit diesen Fluktuationen verbundene Umwandlung von ρ_s in ρ_n die Gesamtdichte etwas verändert, äußern sich die Fluktuationen auch in der Gesamtdichte ρ und in der Kompressibilität. Die Fluktuationen von ρ_s bewirken dadurch das Minimum der Schallgeschwindigkeit bei T_λ . Wegen

der schwachen Beeinflussung von ρ durch ρ_s äußert sich der Effekt aber nur in einer Verringerung der Schallgeschwindigkeit um einige Prozente. Roberts und Sydoriak¹¹ haben als erste gezeigt, daß das Minimum von u immer weniger ausgeprägt wird, wenn man ^3He - ^4He -Mischungen mit steigendem ^3He -Anteil untersucht.

Es ist möglich, die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit durch andere thermodynamische Responsefunktionen auszudrücken. Dieses Verfahren wurde von Pippard auf den λ -Übergang des flüssigen He angewandt.¹⁸ Dabei benutzt man die Tatsache, daß sich die thermodynamischen Potentiale sehr stark ändern, wenn man sich direkt auf den Phasenübergang zu bewegt, daß sie sich jedoch nur geringfügig ändern und lokal nahezu konstant sind, wenn man parallel zur λ -Linie läuft. Eine ausführliche Darstellung dieser Zusammenhänge findet sich bei Ahlers.¹ Wenn man z.B. die adiabatische Kompressibilität bei T_λ durch C_p ausdrückt, erhält man

$$u(\omega=0) = a/C_p + bt + c \quad (2)$$

$$\text{mit } t = |T - T_\lambda|/T_\lambda$$

Der Term a ergibt sich durch die thermodynamischen Umformungen im Grenzwert $T \rightarrow T_\lambda$ zu

$$a = (u_\lambda^3 T_\lambda / 2V_\lambda^2) \cdot (\partial S / \partial P)_\lambda^2 \quad (3)$$

$$\text{mit } u_\lambda = u(\omega=0, T=T_\lambda), \quad V_\lambda: \text{Molvolumen bei } T_\lambda$$

Die Gültigkeit von Gl. (3) für ^4He ist von Ref. 19 zum erstenmal gezeigt und von Ref. 8, 12 und 15 aufgegriffen worden. Für die Herleitung von Gl. (2) sei insbesondere auf Ref. 15 verwiesen. Die Eq. (7) in Ref. 15 ist noch exakt gültig und geht für $t \rightarrow 0$ in unsere Gl. (23) (Kap. IV.2) über. Dagegen ist Eq. (8) in Ref. 15 nur für $C_p(T \rightarrow T_\lambda) \rightarrow \infty$ gültig, gilt also nicht für ^3He - ^4He -Mischungen. Weiterhin wird in Ref. 15 ver-

sucht, sehr sorgfältig alle Fehler abzuschätzen, die durch Benutzung von partiellen Ableitungen bei endlichem t entstehen, d.h.: $(\partial S/\partial P)_t = (\partial S/\partial P)_\lambda + \text{Korrektur (Eq. 9a, 9b, 9c)}$. Die dort folgenden Abschätzungen sind wiederum nur für ^4He durchgeführt und liefern schließlich die Eq. (23), (24) und (25) von Ref. 15, die besagen, daß $u(\omega=0)$ im wesentlichen wie $a/C_p + \text{const.}$ verläuft und daß alle Korrekturen zu $b \cdot t^\alpha$ mit einem Exponenten $\alpha \approx 1$ zusammengezogen werden können. Damit ist unsere Gl. (2) für ^4He gerechtfertigt. Unsere Daten zeigen (siehe Kap. IV.2), daß der Term $b \cdot t$ in der Tat eine nur kleine Korrektur darstellt. In Ref. 10 wurde dann im Experiment gezeigt, daß Gl. (2) auch für ^3He - ^4He -Mischungen die gemessenen Daten für $t < 4 \cdot 10^{-3}$ repräsentiert. Weil das Minimum von u bei T_λ durch C_p ausgedrückt werden kann und weil C_p mit steigendem X_3 ein immer geringeres Maximum zeigt, ist auch die von Ref. 11 gefundene Verringerung der Abnahme von u nahe T_λ verständlich.

2.) Dispersion und Dämpfung von Schall

Die Schallausbreitung wird bedämpft durch Viskosität und Wärmeleitung im Medium sowie Verluste an Grenzflächen. In dem hier untersuchten Temperaturbereich ist diese Bedämpfung jedoch praktisch konstant und wird als "Untergrund-Dämpfung" im weiteren nicht diskutiert. In der Nähe des kritischen Punktes wird eine starke zusätzliche Dämpfung⁷⁻¹¹ beobachtet, während zugleich die Schallgeschwindigkeit frequenzabhängig wird¹⁰. Diese kritische Dämpfung und Dispersion wird durch die folgenden zwei Prozesse erklärt:

a) Orönungsparameter - Relaxation

Es ist bereits erwähnt worden, daß die Umwandlung von superfluider Dichte ρ_s in normalfluide Dichte ρ_n auch einen geringen Einfluß auf die Gesamtdichte ρ hat. Weil außerdem ρ_s in geringem Maße vom Druck P abhängt, sind mit den adiabatischen Kompressionen und Expansionen innerhalb der Schallwelle auch geringe Umwandlungen von ρ_s in ρ_n und zurück verbunden. Nun erfolgen diese Umwandlungen nicht beliebig schnell; vielmehr

zeigt sich am kritischen Punkt, daß der Ordnungsparameter ψ und die mit ihm über $\rho_s = |\psi|^2$ verknüpfte superfluide Dichte mit einer charakteristischen Zeit τ' zum Gleichgewicht relaxieren. Diese Zeit τ' nimmt bei Annäherung an T_λ stark zu und die Dichte kann nicht beliebig schnell auf die Druckwelle reagieren. Es tritt zunächst eine Phasenverschiebung zwischen Druck- und Dichteänderung auf, die Dämpfung und Dispersion bewirkt, bis schließlich bei hinreichend hohen Schallfrequenzen der zusätzliche Freiheitsgrad " ρ_s " völlig entkoppelt ist und den schnellen Druckänderungen überhaupt nicht mehr folgt. Die Schallgeschwindigkeit ist dann von $u_{(\omega=0)}$ auf $u_{(\omega=\infty)}$ angestiegen, und eine Absorption findet nicht mehr statt. Analoge Relaxationsprozesse sind z.B. bei Gasen mit inneren Anregungen, wie Vibrationen, Rotationen oder Dissoziationen, bekannt und lassen sich besonders im Fall einer einzigen Relaxationszeit recht einfach behandeln^{20,21,22}. Im Falle von superfluidem He ist dieser Prozeß von Landau und Khalatnikov²³ betrachtet worden. Er existiert nur unterhalb von T_λ , weil nur dort der Gleichgewichtswert von ρ_s von Null verschieden ist. Pokrovskii und Khalatnikov haben denselben Prozeß auch als Zerfall von 1. Schall in 2. Schall behandelt^{24,25}. Man erhält

$$\alpha_R = \frac{\Delta u}{u} \frac{\omega^2 \tau'^2}{1 + \omega^2 \tau'^2} \quad (4)$$

$$D_R = u_{(\omega)} - u_{(0)} = \Delta u \frac{\omega^2 \tau'^2}{1 + \omega^2 \tau'^2}$$

mit

τ' : Relaxationszeit von ρ_s

$\Delta u = u_{(\omega=\infty)} - u_{(\omega=0)}$: maximale Dispersion.

Während die maximale Dispersion Δu und damit auch die Absorption normalerweise ungefähr konstant ist, fällt im superfluiden He Δu auf Null ab, wenn T gegen T_λ strebt, denn zugleich mit ρ_s verschwindet der gesamte Relaxationsprozeß. Im Anhang von Ref. 26 wird Δu für ^4He ausführlich berechnet. Man erhält (wie auch Ref. 24 und 25 angeben):

$$\Delta u = \frac{u_{(0)}^3 \cdot \rho \cdot k_B T}{4\pi \xi'^3} \left[\frac{\rho}{\rho_S} \cdot \frac{\partial(\rho_S/\rho)}{\partial T} \cdot \frac{T}{C_p} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_\lambda \right]^2 \quad (5)$$

Diese Temperaturabhängigkeit von Δu ist meistens vernachlässigt worden^{8,9,15,16}. Sie kann geschrieben werden als

$$\Delta u = A_R t^{3v'-2} C_p^{-2} \quad (6)$$

wenn man $\xi' = \xi_O' t^{-v'}$, $\rho_S/\rho = k t^\xi$, $\xi \rho_S/T = \text{const.}$ und damit $v' = \xi$ benutzt.^{3,27-32} Für A_R erhält man

$$A_R = \frac{\xi^2 \cdot k_B \cdot u_{(0)}^3 \cdot \rho \cdot T}{4\pi \cdot \xi_O'^3} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_\lambda^2 \quad (7)$$

Benutzt man den kürzlich aus Werten für den Ausdehnungskoeffizienten von $^4\text{He}^3$ sehr genau bestimmten Exponenten $3v'-2 = 0.026$ und veröffentlichte Werte von C_p für ^4He ,³³ dann findet man, daß für ^4He Δu um ca. 50 % pro Dekade von t fällt, wenn t in dem hier untersuchten Temperaturbereich nahe T_λ abnimmt.

Sanikidze hat vor kurzem eine entsprechende Rechnung für ^3He - ^4He -Mischungen durchgeführt³⁴. Seine Gl. (23) (Ref. 34) lautet

$$\alpha = \frac{\omega^2}{1+\omega^2} \frac{\hbar \cdot \rho}{4\Lambda m \rho_S u_O^3} \left(1 - \frac{\rho_S}{\rho_n} \cdot \beta \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_S}{\rho_n} \beta^2 \right)^{-1} \left(\frac{\partial \rho_S}{\partial T} \right)_P^2 \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P^{-2} \cdot A_\lambda^2 \quad (8)$$

$$A_\lambda = \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_\lambda \cdot \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_\lambda + \rho^2 \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_\lambda - \rho^2 \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_\lambda^2 \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P^{-1} \right]^{-1}$$

mit $\beta = \frac{X_3}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial X_3}$; m = mittlere Masse eines Atoms ;

$$\Lambda = \frac{m u_2 \xi'}{\hbar} = \frac{m \xi'^2}{\hbar \tau'} ; \quad (u_2 = \xi'/\tau') \quad (9)$$

$$\rho_S/\rho_n \cdot \beta \ll 1 ; \quad \rho_S/\rho_n \cdot \beta^2 \ll 1$$

Dabei sind alle partiellen Ableitungen bei konstantem X_3 zu bilden.

Man erhält dann

$$\Delta u = \frac{\hbar^2 \rho / \rho_s}{4m \xi^2 u} \cdot \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_{P, X_3}^2 \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, X_3}^{-2} \cdot A_\lambda^2 \quad (10)$$

Auch (10) reduziert sich zu (6), dabei ergibt sich

$$A_R = \frac{\hbar^2 \rho^2 k_\xi^2}{4m^2 u \xi_o^2} \cdot A_\lambda^2 \quad (11)$$

Gl. (11) ist folglich mit Gl. (7) gleichwertig: die von Hohenberg für ^4He hergeleitete Form (Gl. 5) gilt damit auch für ^3He - ^4He -Mischungen und das asymptotische Temperaturverhalten von Δu ist unabhängig von X_3 . Wir haben damit

$$\alpha_R = A_R C_P^{-2} t^{3v'-2} u^{-2} \frac{\omega \tau_o' t^{-x'}}{1 + \omega^2 \tau_o'^2 t^{-2x'}} = A_R C_P^{-2} t^{3v'-2} u^{-2} \omega F_R(\omega \tau),$$

$$D_R = A_R C_P^{-2} t^{3v'-2} \frac{\omega^2 \tau_o'^2 t^{-2x'}}{1 + \omega^2 \tau_o'^2 t^{-2x'}} = A_R C_P^{-2} t^{3v'-2} \omega^2 F_R(\omega \tau), \quad (12)$$

wobei $\tau' = \tau_o' t^{-x'}$ eingesetzt ist. Nach Ref. 12, 25 und 26 ergibt sich die charakteristische Relaxationszeit τ' aus der charakteristischen Geschwindigkeit u_2 , der Geschwindigkeit der kritischen Mode (2. Schall) und aus charakteristischer Länge ξ' (Korrelationslänge):

$$\tau' = \tau_o' t^{-x'} = \xi' / u_2 = \xi_o' t^{-v'} / u_{2o} t^w = \tau_o' t^{-v'-w} \quad (13)$$

Die Gleichungen (4) und (12) beschreiben die beobachtete Dispersion und Absorption nur zum Teil: obwohl Δu bei T_λ verschwindet und obwohl Gl. (4) selbst bei konstantem Δu keine Absorption bei T_λ ergeben würde (wegen $\tau' \rightarrow \infty$), wird bei T_λ eine deutliche Absorption gemessen und das Gl. (4) entsprechende Minimum der Absorption bei T_λ (Fig. 5 von Ref. 16) kann mit Sicherheit ausgeschlossen werden.

b) Ordnungsparameter - Fluktuationen

Es gibt eine Wechselwirkung zwischen der Schallwelle und kritischen Fluktuationen des Ordnungsparameters. Die dadurch bewirkte Absorption und Dispersion tritt oberhalb und unterhalb

von T_λ auf, ist bei T_λ endlich und wurde bereits von mehreren Autoren diskutiert.^{23,28,35,36} Man erwartet, daß die Fluktuationsbeiträge oberhalb und unterhalb T_λ ungefähr von gleicher Stärke sind und etwa mit dem Relaxationsbeitrag vergleichbare Amplituden haben.²⁶ Die bisher ausführlichsten Rechnungen stammen von Kawasaki.³⁶ Er betrachtet die Wechselwirkung eines Schallquants mit zwei Ordnungsparameter-Fluktuationen. Mit Hilfe von mode-mode-coupling-Rechnungen erhält er das folgende allgemeine Skalengesetz für die kritische Dämpfung in der Nähe von T_λ :

$$\alpha_F = A_F C_v^{-2} t^{3\nu-2} u_{(0)}^{-2} \omega F_F(\omega\tau)$$

mit

$$A_F = k_B T \cdot (\partial P / \partial T)_v^2 \rho^3 u_{(0)} \xi_0^3 . \quad (14)$$

Die Skalenfunktion F_F ist nur abhängig von $\omega\tau$, wobei τ nicht gleich τ' sein muß. Vielmehr charakterisiert τ die Dynamik der Fluktuationen, τ' dagegen beschreibt den Relaxationsprozeß. Außerdem können sich die Skalenfunktionen F_R und F_F unterscheiden und $F_F(T > T_\lambda)$ muß nicht gleich $F_F(T < T_\lambda)$ sein. So sollte F_F bei wachsendem $\omega\tau$, also nahe T_λ , nicht so schnell verschwinden wie F_R es tut, denn die Experimente zeigen, daß für großes $\omega\tau$ F_F nur noch langsam variiert. Andererseits erwartet man, daß die kritischen Exponenten oberhalb und unterhalb T_λ übereinstimmen. Die Temperaturabhängigkeit von Gl. (14) steckt fast völlig in der Skalenfunktion F_F , denn alle Vorfaktoren hängen nur schwach von der Temperatur ab. Folglich kann man schreiben

$$\alpha_F = B_F t^s \omega F_F(\omega\tau) = C_F \omega^{1+s/x} f_F(\omega\tau) \quad (15)$$

wobei B_F und C_F konstant sind. Weil $x \approx 1$, ist $s/x \approx 0$, also eine kleine positive Zahl. Die Gleichungen (14) und (15) gelten nach Kawasaki nur in dem Bereich, wo die Schallwellenlänge viel größer als die Korrelationslänge ist:

$$\lambda \gg \xi \quad \leftrightarrow \quad \frac{u}{\omega} \gg \tau u_2 \quad \leftrightarrow \quad \omega\tau < \frac{u}{u_2} \quad (16)$$

Diese Bedingung ist bei unseren Messungen immer erfüllt. Bei höheren Frequenzen, wenn $\lambda \leq \xi$ wird, sollten andere Prozesse auftreten, die die hier besprochene Absorption noch übertreffen können.³⁶⁻⁴¹

c) Hydrodynamisches Gebiet

Bei hinreichendem Abstand vom kritischen Punkt müssen die kritische Dämpfung und Dispersion in die hydrodynamische Dämpfung und Dispersion übergehen. Die Hydrodynamik ist gekennzeichnet durch quadratische Frequenzabhängigkeit von α und D ,²⁰

$$\begin{aligned}\alpha &= A_{\text{Hydro}}(T) \cdot \omega^2 \\ D &= D_{\text{Hydro}}(T) \cdot \omega^2\end{aligned}\tag{17}$$

wobei die Amplituden A_{Hydro} und D_{Hydro} nicht mehr von der Frequenz ω abhängen dürfen. Die hydrodynamische Absorption entsteht insbesondere durch Wärmeleitung und Viskosität und kann in unserer Apparatur nicht von den gleichzeitig auftretenden Wandverlusten getrennt werden. Deshalb ist eine genaue Bestimmung der hydrodynamischen Absorption in diesem Experiment nicht möglich. Man muß aber erwarten, daß die Gleichungen (12), (14) und (15) im Fall $\omega\tau \ll 1$ in das hydrodynamische Verhalten übergehen. Man erhält deshalb zum Beispiel für Gl. (15), daß für $\omega\tau \rightarrow 0$ f_F sich wie $\omega^{1-s/x}$ verhalten muß. Die hydrodynamische Dispersion ist im Gegensatz zur Absorption ein Effekt 2. Ordnung: in 1. Näherung ist die Schallgeschwindigkeit von der Frequenz unabhängig und die Dispersion verschwindet. Wie in Kap. IV.2 gezeigt wird, erfordert eine absolute Dispersionsmessung eine absolute Bestimmung der effektiven Resonatorlänge bei den verwendeten Frequenzen, einschließlich der frequenzabhängigen Endkorrektur. Das ist mit unserer Apparatur nicht möglich und wird durch eine Normierung umgangen. Bei dieser Normierung werden alle temperaturunabhängigen Anteile der Dispersion der Endkorrektur für die effektive Resonatorlänge zugeschlagen. Ein temperaturabhängiger Anteil der hydrodynamischen Dispersion ist damit in diesem Experiment nicht meßbar und eine genaue Bestimmung der totalen hydrodynamischen Dispersion ist deshalb unmöglich.

III. Experimentelle Details

1.) Kryotechnik

Der Tieftemperaturteil der benutzten Apparatur besteht aus einem Vakuumgefäß, das vollständig von flüssigem ^4He bei 4.2 K umgeben ist. Eine schematische Darstellung ist in Abb. 2 gezeigt. Das kontinuierlich arbeitende ^4He -Töpfchen wird aus dem Bad durch ein Filter und eine Impedanz ständig gefüllt. Eine Drehschieberpumpe pumpt an diesem Volumen und erzeugt damit Temperaturen von ca. 1.3 bis 1.4 K.⁴² Zur Unterdrückung von He-Filmfluß ist im Pumprohr eine Verengung von 1 mm $\varnothing$ eingesetzt. Die Temperatur des Töpfchens wird mit einem Allen-Bradley-Kohlenwiderstand (Nennwert 100 Ω) gemessen und mit Hilfe eines Heizers auf ca. ± 10 μK konstant geregelt.^{3,32} Alle Kabel und die Edelstahlrohre zu dem Kaltventil sind zuerst bei 4.2 K und dann bei 1.4 K thermisch angekoppelt, bevor sie zur Probenkammer führen. Die Probenkammer selbst besteht aus massivem Kupfer und enthält innen zwei fest eingepaßte Schallresonatoren (vgl. Kap. III.2). Zusätzlich ist von außen ein Germanium-Thermometer³ eingesetzt und ein Heizer aufgewickelt.

Das Kaltventil wird mechanisch von Raumtemperatur aus mit Hilfe eines Edelstahlrohres bedient. Der Sitz besteht aus Neusilber und enthält eine Bohrung von 1 mm $\varnothing$, in die sich eine Stahlnadel mit 3° Steigung einsenkt. Der Sitz des Kaltventils ist fest mit der Probenkammer verschraubt. Um die Probenkammer thermisch an das kühlende ^4He -Töpfchen anzukoppeln und um Temperaturschwankungen des offenen ^4He -Bades abzufangen, sind die Edelstahlrohre des Kaltventils etwa in der Mitte zwischen oberem Vakuumflansch und Probenkammer durch Cu-Litzen mit dem ^4He -Töpfchen verbunden. Wegen der geringen Wärmeleitung des Edelstahls ist die thermische Kopplung zwischen Töpfchen und Probenkammer sehr schwach (ca. 40 $\mu\text{W/K}$) und es genügen sehr geringe Heizleistungen für eine Temperaturregulierung der Probe.

Bei einer Probentemperatur von 2.1 K und einer Töpfchen-Temperatur von 1.4 K sind insgesamt ca. 30 μW Heizleistung erforderlich. Davon werden ca. 23 μW von einem Heizer konstanter

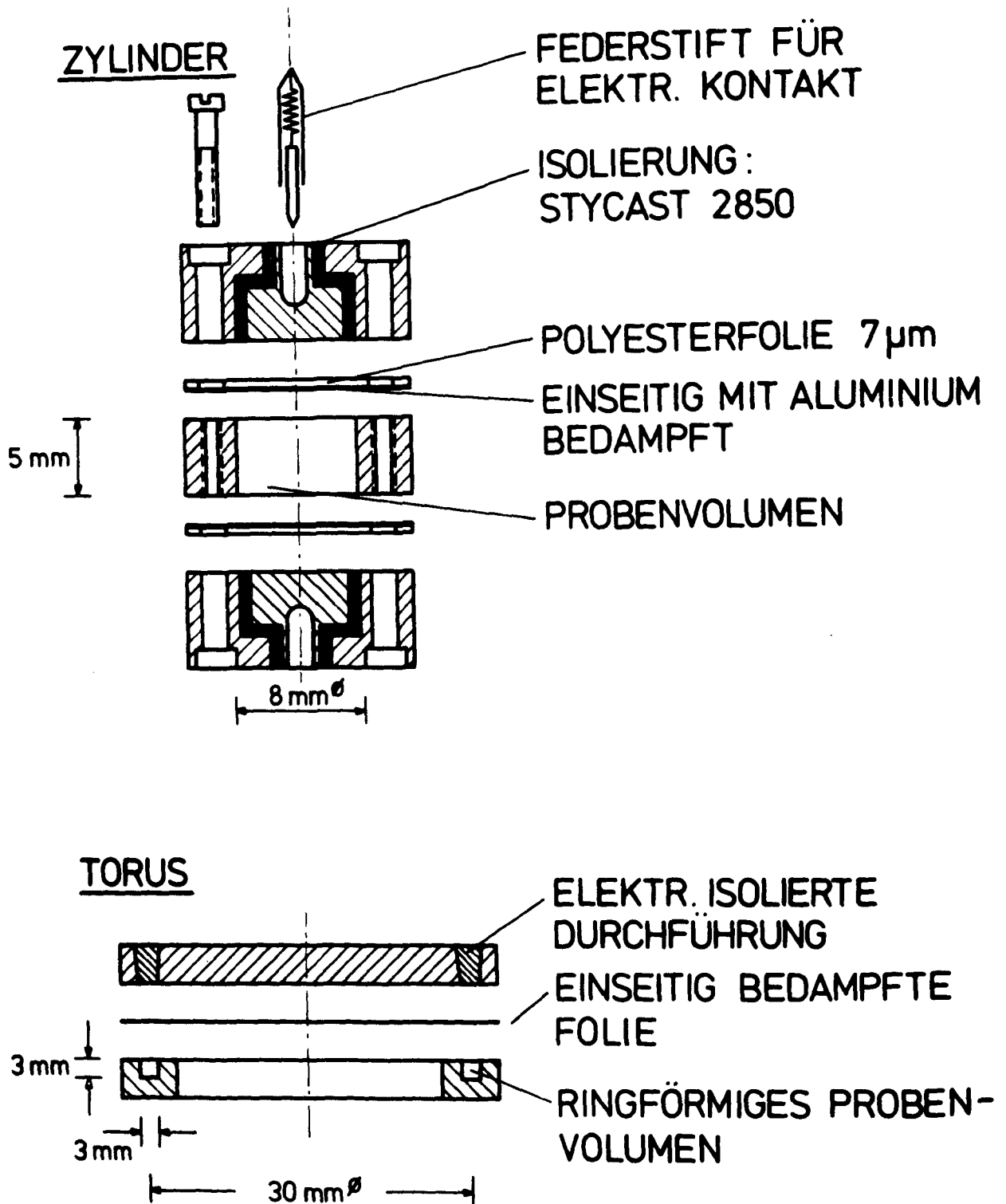


Abb. 3 Schnittzeichnung von Zylinder- und Torusresonator. Beide Resonatoren sind aus Kupfer gefertigt und fest in die Probenkammer eingepaßt. Im Zylinder sind stehende Wellen mit $\lambda = \lambda_0 / n$ ($n=1, \dots, 30, \dots$; $\lambda_0 = 2h \approx 1\text{cm}$) erzeugbar. Im Torus ergeben sich konstruktive Interferenzen mit $\lambda_0 \approx \pi \cdot d \approx 9.4\text{cm}$ und $n=1, 2, \dots, 25$ (d =großer Durchmesser des Torus).

Leistung direkt am Kaltventil abgegeben und verursachen folglich keine Wärmeströme innerhalb der Probenkammer.

2.) Resonatoren

In die Probenkammer sind zwei Resonatoren für Ersten Schall eingesetzt (Abb. 3). Auch die Resonatoren bestehen aus Kupfer, um durch gute Wärmeleitung Temperaturgradienten, die in ^3He - ^4He -Mischungen zusätzlich Konzentrationsgradienten hervorrufen, zu unterdrücken. Das flüssige Helium in den Resonatoren ist nirgends mehr als 2,5 mm von einer Kupferfläche entfernt. Dadurch werden die thermischen Relaxationszeiten klein gehalten. Die Höhe der Resonatoren beträgt nur 5 mm, um den hydrostatischen Druckgradienten $g\rho h$ und den damit verbundenen Gradienten der λ -Temperatur über die Probe klein zu halten (siehe IV.1). In beiden Resonatoren wird der Schall mit "Kondensatormikrophonen" erzeugt und nachgewiesen. Dazu werden 7 μm starke aluminiumbedampfte Polyesterfolien über eine elektrisch isoliert montierte Kupferplatte gespannt. Wenn die Kupferplatte eine elektrische Spannung gegenüber Masse erhält, wird die Folie wie eine Kondensatorplatte elektrostatisch angezogen. Wird der Gleichspannung eine Wechselspannung überlagert, ändern sich die Kräfte auf die Folie proportional zu Amplitude und Frequenz der elektrischen Wechselspannung. Dadurch wird die Folie mit periodisch veränderlichem Druck gegen die geladene Kupferplatte gezogen, wobei die mechanische Kompression und zusätzlich die geringe Bewegung der Folie in die "Täler" der Oberflächenrauigkeit der Kupferplatte ausreichen, um eine Schallwelle von der Folie in die Flüssigkeit hinein abzustrahlen. Nur bei den Resonanzfrequenzen kann sich eine stationäre stehende Welle in den Hohlraumresonatoren ausbilden, bei anderen Frequenzen löschen sich die Wellen durch mehrfache Reflexion und destruktive Interferenz aus. Deshalb ergeben sich nur im Resonanzfall periodische Druckschwankungen an einer der Senderfolie gegenüberliegenden zweiten Folie.

Die Druckschwankungen der empfangenen Schallwelle bewirken eine Kompression und Bewegung der zweiten Folie, die sich elektrisch

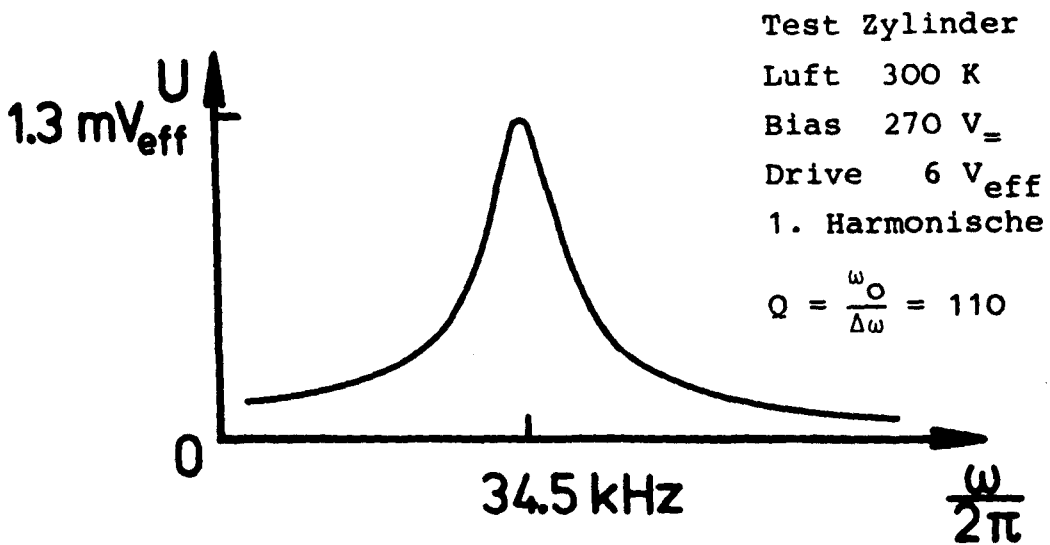
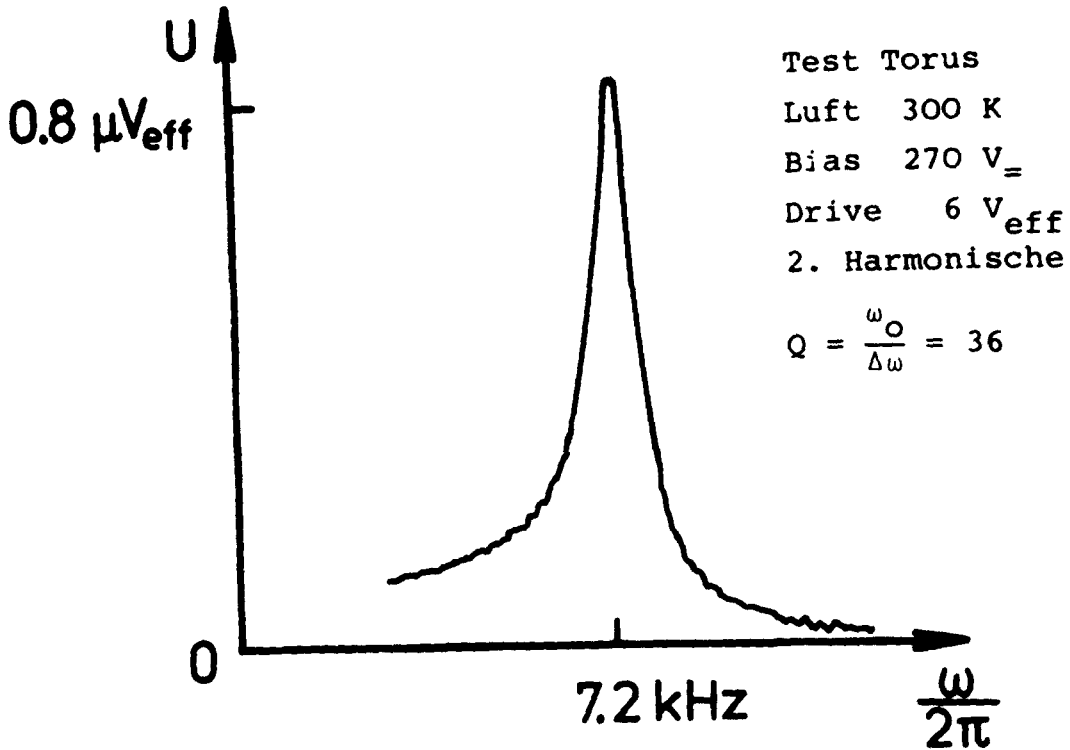


Abb. 4 Test der Resonanzen in Torus und Zylinder mit Luft bei Raumtemperatur. Es ist das empfangene Signal als Funktion der Senderfrequenz aufgetragen. Beim Betrieb mit flüssigem He werden die Resonanzen wesentlich schärfer. Es ergeben sich dann zum Beispiel bei ca. 20mK unterhalb T_λ (keine kritische Dämpfung):

Zyl.: Senderspannung: 0.5 V_{eff} ; Empfangssignal: 1 mV_{eff}
Q = 2000 (alle Angaben für 20 kHz)

Torus: Senderspannung: 3 V_{eff} ; Empfangssignal: 10 μV_{eff}
Q = 500 (alle Angaben für 7 kHz)

als Kapazitätsänderung zwischen Masse (= Aluminiumschicht auf der Folie) und isolierter Gegenplatte auswirken. Wird diese Kapazität über einen hohen Vorwiderstand aufgeladen, ist die Gesamtladung bei veränderlicher Kapazität praktisch konstant und man erhält eine zur Bewegung der Folie proportionale elektrische Wechselspannung. Diese wird über einen Koppelkondensator aus der Gleichvorspannung ausgekoppelt und einem hochohmigen Verstärker als nachzuweisendes elektrisches Signal zugeführt (Prinzip des Kondensatormikrophons).

Der Zylinderresonator wird bei uns im Frequenzbereich 20 bis 630 kHz, der Torusresonator im Bereich 2 bis 40 kHz verwendet. Weil wir beide Resonatoren gleichzeitig betreiben, sind wechselseitige Kontrollmessungen möglich. Zusätzlich benutzen wir den Torus bei niedrigen Frequenzen als empfindliches "akustisches Thermometer", um T_λ zu bestimmen (siehe Kap. III.3). Ein grosser Vorteil der "Kondensatormikrophone" gegenüber Quarzen als Schallgeber und Empfänger ist ihre Leistungsfähigkeit bei niedrigen Frequenzen. Die Benutzung von bedampften Kunststofffolien (Kondensatorfolien) als Lautsprecher und Mikrophone bei Raumtemperatur wird schon von Kuhl et al. besprochen.⁴⁴ Ihre Anwendung zur Schallerzeugung in flüssigem He geht auf Rudnick zurück.⁸ Ein mit Pulver gefüllter Torusresonator wurde zuerst von Kojima et al. für die Untersuchung von viertem Schall in He benutzt.⁴⁵ Wir testen unsere Resonatoren mit Luft bei Zimmertemperatur und erhalten dabei die in Abb. 4 gezeigten Resultate. Die Resonanzen sind bei Befüllung mit flüssigem He wesentlich schärfer: die Gütefaktoren $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ steigen auf bis zu 5000 im Zylinder und bis zu 500 im Torus und fallen nur im Gebiet starker Dämpfung (nahe T_λ) auf 800 bzw. 200 ab. Bei einer Gleichvorspannung von 270 V₌ und einer Senderspannung von 0.5 V_{eff} für den Zylinderresonator erhält man Empfangssignale von 0.01 bis 1 mV_{eff}, entsprechend bei 3 V_{eff} für den Torus 1 bis 10 μ V_{eff}, abhängig jeweils von Bedämpfung (Temperatur) und Frequenz.

3.) Thermometrie

Als Hauptthermometer für die Probenkammer benutzen wir einen handelsüblichen Germanium-Widerstand.⁴³ Wir haben diesen Widerstand nach jeder Meßreihe neu gegen den ⁴He-Dampfdruck geeicht.⁴⁶ Als einfache Eichfunktion hat sich

$$\ln T = \sum_{v=0}^n a_v \cdot (\ln R)^v \quad (18)$$

in unserem Temperaturbereich bewährt. Dabei genügen bereits 3 Koeffizienten (n=2) für eine Darstellung, die bis auf statistische Abweichungen von ± 1 mK das gemessene $R_{(T)}$ -Verhalten im gesamten Bereich von 1.1 - 2.3 K wiedergibt. Gleichung (18) hat den Vorteil, eine rechentechnisch einfache Polynomannäherung zu ermöglichen. In der Literatur sind zahlreiche andere Eichfunktionen beschrieben (vgl. z.B.: White, S. 139-140).⁴⁷ Die Gleichung

$$\ln R = a_1/T + a_2 + a_3 \cdot \ln T \quad (19)$$

ist physikalisch sinnvoller, weil sie direkt die exponentielle Ladungsträgerverarmung mit sinkender Temperatur berücksichtigt, ist aber mathematisch schwieriger zu behandeln (kein Polynom). Im Temperaturbereich von 1.1 - 2.3 K bietet (19) noch keine praktischen Vorteile gegenüber (18), insbesondere auch, weil unsere Meßgenauigkeit bei der Dampfdruckbestimmung nur ca. ± 1 mK entspricht.

Der Widerstand des Thermometers wird in einer Wechselstrombrücke mit induktiver Spannungsteilung (7 Dekaden) und phasempfindlicher Gleichrichtung gemessen (vgl. z.B. Ref. 3 und 31). Eine Erwärmung des Thermometers durch die dort entstehende Verlustleistung von ca. 1 nW ist nicht meßbar. Temperaturänderung von 0.5 μ K können von unserer Apparatur aufgelöst werden. Mit diesem Thermometer und den Heizern wird die Temperatur der Probenkammer innerhalb ± 0.5 μ K geregelt. Die dabei benötigte geregelte Heizleistung beträgt nur (5 ± 2) μ W. Selbst in ⁴He läßt sich keine Unstetigkeit der Thermometeranzeige feststellen, wenn wir langsam durch T_λ erwärmen, ein Zeichen

dafür, daß die Temperaturgradienten innerhalb der Probe kleiner als $0.5 \mu\text{K}$ sind. In den ^3He - ^4He -Mischungen erwartet man sowieso keine Unstetigkeiten, weil ihre Wärmeleitfähigkeit bei T_λ nicht singulär wird.⁴⁸

Wir nutzen das Verhalten der Schallgeschwindigkeit aus, um T_λ zu bestimmen.¹⁰ Wegen des hydrostatischen Druckgradienten $g\rho h$ tritt der Phasenübergang am oberen Ende der Probe bei einer um $\Delta T_\lambda = g\rho h \cdot (\partial T/\partial P)_\lambda$ höheren Temperatur auf als am unteren Ende ($(\partial T/\partial P)_\lambda$ ist die Steigung der λ -Linie im P-T-Diagramm).⁴⁹ Wenn man die Temperatur der Probe langsam durch T_λ erwärmt, zeigt die thermodynamische Schallgeschwindigkeit $u(\omega=0)$ einen Wendepunkt bei T_λ^S (T_λ -surface), der Temperatur, wo T_λ das obere Ende der Probe erreicht.¹⁵ Mit zunehmender Frequenz verschiebt sich dieser Wendepunkt wegen der einsetzenden Dispersion zu etwas niedrigeren Temperaturen $T_i(\omega)$, wie für $X_3 \leq 0.377$ in Abb. 5 gezeigt. In der Mischung mit $X_3 = 0.517$ ist dieser Effekt nur noch für $\omega/2\pi \leq 40 \text{ kHz}$ zu beobachten (vgl. Abb. 8). Für alle Frequenzen kleiner 10 kHz unterscheiden sich T_i und T_λ^S um weniger als unsere Auflösung von $0.5 \mu\text{K}$. Bei jeder Messung benutzen wir die Resonanz im Torus bei ca. 9 kHz , um T_i zu bestimmen, setzen dann $T_\lambda^S = T_i(9\text{kHz})$ und beziehen alle Temperaturen auf diesen Wert (sofern nicht ausdrücklich anderes angegeben ist). Es scheint uns, als sei dies zur Zeit die genaueste Methode, um T_λ in ^3He - ^4He -Mischungen zu bestimmen.

Auf der Suchenach möglichen Temperatur- und Konzentrationsgradienten zwischen den beiden Resonatoren haben wir beide Resonatoren bei ungefähr der gleichen Frequenz (21 oder 42 kHz) betrieben und Schallgeschwindigkeit und Dämpfung gemessen. Aufgrund dieser Kontrollen und unter Berücksichtigung der Leistungsfähigkeit unseres Thermometers (Auflösung $\pm 0.5 \mu\text{K}$, Drift $< 5 \mu\text{K}$ in 2 Wochen) glauben wir, daß unsere Angaben für $|T - T_\lambda^S|$ zumindest auf $1 \mu\text{K}$ genau sind.

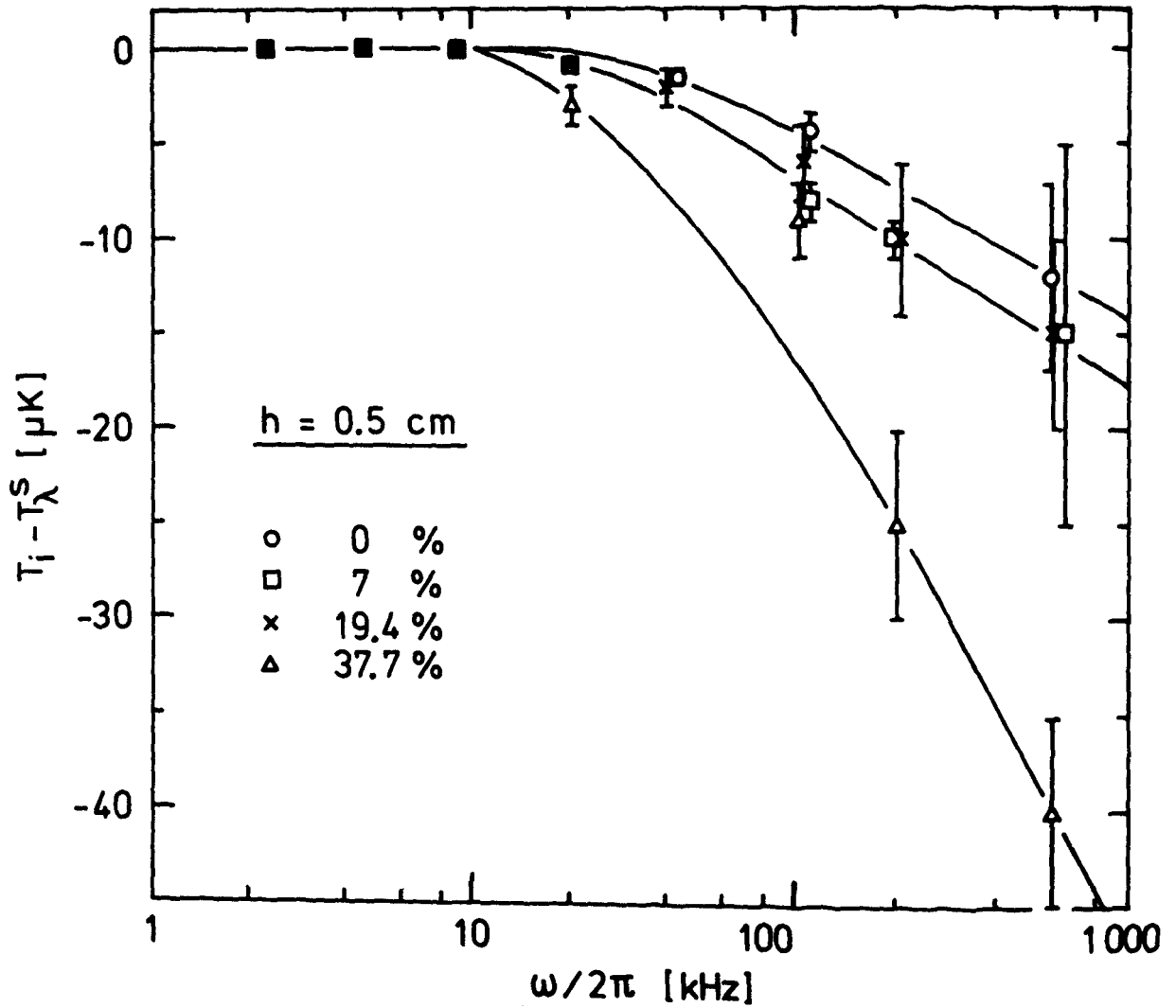


Abb. 5

Temperaturdifferenz $T_i - T_\lambda^S$ als Funktion der Schallfrequenz für verschiedene ^3He - ^4He -Mischungen. Bei T_i hat die Schallgeschwindigkeit einen Wendepunkt, bei T_λ^S ist der λ -Übergang am oberen Rand der 0.5cm hohen Probe angekommen (Erläuterungen im Text). Die durchgezogenen Linien dienen nur der Orientierung.

4.) Elektronik für die Schallmessungen

In Abb. 6 ist das Blockdiagramm für die Elektronik zum Betreiben eines Resonators gezeigt. Der Wellenanalysator arbeitet in "Tracking-Generator-Mode". Dabei produziert er ein Sinussignal von abstimmbarer Frequenz ω , um den Resonator zu betreiben. Gleichzeitig mißt das Gerät die Amplitude des auf der Frequenz ω empfangenen Signals. Eingang und Ausgang sind also auf dieselbe Frequenz ω abgestimmt, aber zwischen Eingang und Ausgang existiert keine feste Phasenbeziehung. Insbesondere wird das Ausgangssignal von einem frei schwingenden Oszillator geliefert und ergibt sich nicht aus dem gefilterten Eingangssignal (anders als bei den Betriebsarten "normal" oder "AFC"). Deshalb bestimmt nur der Schallresonator die Phasenbeziehung zwischen Ausgangssignal ("Drive") und Empfangssignal ("Receiver"). Wenn man die Frequenz durchstimmt, dann ändert sich bei jeder Schallresonanz die Phase um 180° . Diese sehr steile Phasenkurve bei ω_0 wird ausgenutzt, um die Arbeitsfrequenz des Systems festzulegen. Mit Hilfe eines phasenempfindlichen Verstärkers ("Lock-In"-Verstärker) wird die Phase des "Receiver"-Signals mit dem "Drive" verglichen. Der "Lock-In"-Verstärker ist so eingestellt, daß er genau dann kein Ausgangssignal liefert, wenn der Resonator genau bei der Resonanzfrequenz ω_0 betrieben wird. Aber bereits kleine Frequenzänderungen $\pm d\omega$ erzeugen im Resonator eine Phasenverschiebung zwischen Sende- und Empfangssignal, so daß der "Lock-In"-Verstärker die Ausgangsspannung $\pm dV$ anzeigt. Das Fehlersignal $\pm dV$ wird benutzt, um den Wellenanalysator wieder auf die genaue Resonanzfrequenz ω_0 abzustimmen. In Abb. 7 sind die wesentlichen Komponenten eines Wellenanalysators schematisch dargestellt. Insbesondere ist zu sehen, wie durch die vom "Lock-In"-Verstärker gelieferte Spannung zur Frequenzfeinabstimmung der Senderteil (untere Hälfte) und der Empfängerteil (obere Hälfte) symmetrisch in der Frequenz nachgeführt werden. Zur Erzielung einer optimalen Frequenzübereinstimmung der beiden Zweige ist es nur notwendig, das 100 kHz-Kristallfilter (oben) und den 100 kHz-Oszillator (unten) auf exakt dieselbe Frequenz abzustimmen. Die veränderte Betriebsfrequenz ν_0 ($=\omega_0/2\pi$) ergibt sich jeweils durch Differenzbildung zwischen 100 kHz (fest) und

Abb. 6 Blockschaltbild
der für die
Schallmessungen ver-
wendeten Elektronik.

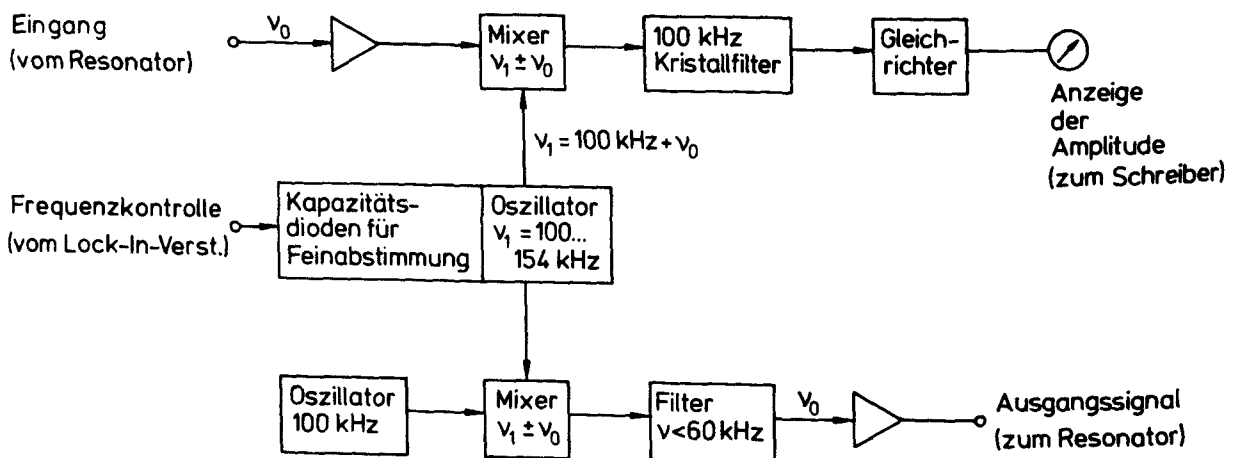
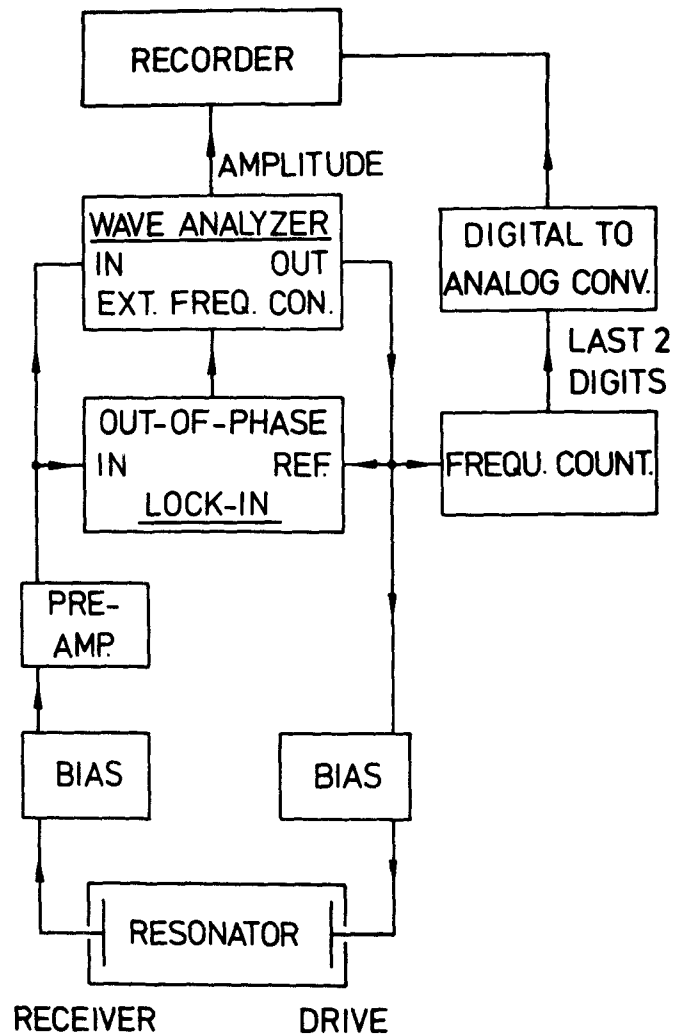


Abb. 7 Blockschaltbild des General-Radio-Wellenanalysators in der hier benutzten Betriebsart. Frequenzbereich 0 bis 54 kHz.
Bei dem benutzten Modell 1900 A sind geringe Modifikationen notwendig, um eine externe Frequenzfeinabstimmung zu ermöglichen.

100 kHz + ν_0 vom durchstimbaren Oszillator.

Die Frequenzstabilität dieser Anordnung ist nur durch den Gütefaktor Q des Schallresonators bestimmt. Alle Änderungen der Schallgeschwindigkeit im Medium im Hohlraum des Resonators bewirken sofort eine sehr genaue Nachregelung der Resonanzfrequenz. Jede Frequenzdrift des durchstimbaren Oszillators im Wellenanalysator wird durch die Frequenzkontrolle kompensiert.

Das System kann auf jeden Punkt der Phasenkurve des Schallresonators eingestellt werden. So ist es nicht nötig, die stabile rückgekoppelte Regelung abzuschalten, wenn man den Gütefaktor Q des Resonators messen will. Man kann durch Verändern der Phaseneinstellung am "Lock-In"-Verstärker auch die Flanken der Resonanzkurve vermessen, um die Frequenz ω der -3db-Punkte zu finden:

$$A_{(\omega)} = A_{(\omega_0)} / \sqrt{2}; \quad \varphi = \varphi_{(\omega_0)} \pm 45^\circ; \quad \omega = \omega_0 \pm \Delta\omega/2; \quad Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}.$$

In rückgekoppelter Betriebsart lassen sich Schallgeschwindigkeitsänderungen von $\Delta u/u = 10^{-7}$ leicht messen. Aber diese "lokale" Auflösung entspricht nicht der absoluten Genauigkeit. Elektrisches Übersprechen ("Crosstalk") zwischen Sende- und Empfangsseite der Resonatoren, die eventuell veränderlichen Kapazitäten gegen Erde und bisweilen eigenes Resonanzverhalten von "Mikrofon"- und "Lautsprecher"-Folie induzieren zusätzliche Phasenänderungen, die die Genauigkeit der Messung reduzieren. Um diese Effekte zu unterdrücken, kontrollieren wir häufig die Mittenabstimmung ω_0 der Resonanz, indem wir zusätzlich die -3db-Punkte vermessen ($\omega_0 \pm \Delta\omega/2$).

5.) Durchführung der Messungen

Die zu untersuchende Helium-Mischung wird zuerst als Gas bei 300 K aus einer 7 l-Vorratsflasche ($P \leq 1$ bar) adsorbiert in eine 80 cm³ große, mit Aktivkohle gefüllte Falle, die bei 4.2 K gehalten wird. Danach werden die Ventile geschlossen und die Falle auf 300 K aufgewärmt. Dabei wird das Gas ~~wieder~~ desorbiert und es entsteht ein Druck von 50 bis 100 bar. Jetzt wird das

Gas durch eine dünne Kapillare in die 1.1 bis 1.3 K kalte Probenkammer gedrückt. Auf dem Weg passiert das Helium eine kleine, mit Aktivkohle gefüllte Kühlfalle bei 80 K, wo es von eventuellen Luftverunreinigungen gereinigt wird. In der Probenkammer selbst entsteht sofort Flüssigkeit. Weil wir nur kleine Gas-mengen "portionsweise" unter hohem Druck durch enge Kapillaren in die Probenkammer einleiten, können sich die unterschiedlichen Dampfdrücke von ^3He und ^4He nicht auswirken und die Mischung wird während dieses Vorgangs nicht fraktioniert. Wenn die Probenkammer gefüllt ist, wird das Kaltventil (siehe Abb. 2) geschlossen und die Füllkapillare ausgepumpt. Damit ist die Probenkammer thermisch isoliert, abgesehen von der erwähnten schwachen Ankopplung an das ^4He -Töpfchen, dessen Temperatur dann bei ca. 1.35 K auf $\pm 10 \mu\text{K}$ konstant geregelt ist. Wird jetzt die Probenkammer zu T_λ hin erwärmt, beobachtet man, wie bei konstanter Dichte der Flüssigkeit der Druck fällt (deutlich sichtbar als Abnahme der Schallgeschwindigkeit), bis schließlich der Dampfdruck erreicht ist. Das dann existierende Dampfvolumen über der Flüssigkeit ist aber so klein, daß keine meßbare Konzentrationsveränderung wegen der unterschiedlichen Dampfdrücke von ^3He und ^4He auftritt. Unsere Messungen sind alle unter gesättigtem Dampfdruck durchgeführt. Dabei wird jeweils der λ -Punkt vermessen und mit Hilfe der X_3 - T_λ -Tabelle von Ref.11 die ^3He -Konzentration bestimmt.

Während der Schallmessungen werden entweder die Temperatur auf $\pm 0.5 \mu\text{K}$ geregelt oder mit maximal $2 \mu\text{K}/\text{min}$ gleichmäßig erwärmt. Beim Erwärmen werden die Resonanzfrequenzen beider Resonatoren, eine Resonanzamplitude und die Temperatur kontinuierlich auf einem 4-Kanal-Schreiber registriert. Bei geregelter, konstanter Temperatur werden außerdem die -3db-Punkte ($\omega_0 \pm \Delta\omega/2$) der Resonanzen vermessen, um über den Gütefaktor $Q = \omega_0/\Delta\omega$ die Gesamtabsorption $\alpha_{\text{exp}} = \omega/2Qu$ zu bestimmen. Weit entfernt von T_λ zeigen unsere Resonatoren Q-Werte von 500 bis 5000, abhängig von Resonator und Frequenz. Nahe T_λ fallen diese Werte bis auf 200 bzw. 800 ab. Dabei finden wir in unserem Temperaturbereich immer, daß das Empfangssignal U vom Resonator direkt proportional zum Q-Wert ist. Folglich können wir diese Beziehung benut-

zen, um den Absorptionskoeffizient α_{exp} auch dort zu berechnen, wo wir kontinuierliche Messungen der Amplitude U , aber keine Messung von Q besitzen, um so kontinuierliche Daten für den Absorptionskoeffizienten zu bekommen. Von der über einen breiten Temperaturbereich um T_λ gemessenen Absorption α_{exp} wird der temperaturunabhängige Anteil α_B ("background" durch Wandverluste und temperaturunabhängigen hydrodynamischen Anteil) subtrahiert, um allein die durch den Phasenübergang bedingte Dämpfung $\alpha = \alpha_{\text{exp}} - \alpha_B$ zu erhalten. Das Verhältnis $\alpha_{\text{exp}}/\alpha_B$ beträgt maximal 10 bei ^4He und 600 kHz und nimmt mit fallender Frequenz und ansteigendem ^3He -Anteil ab. Normalerweise beträgt das direkte Übersprechen ("crosstalk") von der Sendeseite weniger als 1 % des Empfangssignals. Nur bei sehr starker Bedämpfung nimmt das Empfangssignal so ab, daß bis zu 5 % "crosstalk" gemessen werden. In diesem Falle, wenn $\alpha_{\text{exp}} > 0.15 \text{ cm}^{-1}$ wird, ersetzen wir zur Bestimmung der -3db-Punkte die Ablesung von $A_{(-3\text{db})} = A_{(\omega_0)}/\sqrt{2}$ durch eine Ablesung, die davon ausgeht, daß sich zum Signal vom Kondensatormikrophon ein konstanter mittlerer "crosstalk" der Amplitude $\overline{A_{\text{cr}}}$ addiert. Diese Annahme ist nicht immer gerechtfertigt, denn bei manchen Resonanzen ist der Phasenwinkel zwischen "crosstalk" und Signal aus dem Resonator gerade derart, daß sich die Beträge der beiden Spannungen subtrahieren oder nur teilweise addieren (Vektoraddition). Den Fall der Subtraktion am Resonanzmaximum kann man leicht durch Umpolarisieren eines Kondensatormikrophons (durch Vorzeichenwechsel der Vorspannung) in eine Addition am Maximum verwandeln, weil dadurch das Signal aus dem Resonator um 180° in der Phase gedreht wird, nicht aber der "crosstalk". Hat man sich durch Kontrolle der Resonanzlinie $A(\omega)$ davon überzeugt, daß sich in der Umgebung des Maximums der "crosstalk" und das Mikrophonsignal addieren, bestimmt man den mittleren "crosstalk" $\overline{A_{\text{cr}}}$ als Mittelwert zwischen den einige Halbwertsbreiten "rechts" und "links" von der Resonanz meßbaren Signalen. Die -3db-Punkte ergeben sich dann durch den Abfall auf $1/\sqrt{2}$ des additiv zum Crosstalk meßbaren Resonanzsignals:

$$A_{(-3\text{db})} = (A_{(\omega_0)} - \overline{A_{\text{cr}}})/\sqrt{2} + \overline{A_{\text{cr}}}.$$

Meistens ist jedoch $\overline{A_{\text{cr}}}$ gegen $A_{(\omega_0)}$ zu vernachlässigen, so daß eine direkte Ablesung von $A_{(\omega_0)}/\sqrt{2}$ möglich ist.

Bei der Vermessung von Zylinderresonanzen mit Frequenzen von 40 bis 630 kHz wird der Torus bei der Frequenz von 9 kHz betrieben und dient als Referenz, insbesondere um T_{λ}^S festzulegen. Entsprechend dient der Zylinder bei einer Frequenz von 40 kHz als Kontrolle, wenn wir die Resonanzen im Bereich 2 bis 20 kHz im Torus untersuchen. Das ermöglicht eine besonders zuverlässige Thermometrie, unabhängig vom Verhalten des Ge-Thermometers.

IV. Übersicht über die experimentellen Ergebnisse und Analyse der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit

1.) Einfluß der Gravitation

Bei zunehmendem Druck nimmt die Temperatur des λ -Übergangs ab, entsprechend der Steigung der λ -Linie im P-T-Diagramm:

$(\partial P / \partial T)_\lambda < 0$. Für eine Probe mit endlicher Höhe reicht der (geringe) hydrostatische Druckgradient aus, um die λ -Temperatur merklich zu beeinflussen.⁴⁹ Für einen 0.5 cm hohen, mit ^4He gefüllten Resonator beträgt der Temperaturunterschied zwischen T_λ^S (surface) und T_λ^B (bottom) 0.6 μK . Die Steigung $(\partial P / \partial T)_\lambda$ ändert sich durch ^3He -Zugabe etwas: $|(\partial P / \partial T)_\lambda|$ wächst um 15 %, wenn X_3 von 0 auf 0.15 zunimmt.^{50,51} Für höhere ^3He -Konzentrationen ist keine Information vorhanden. Bei jeder Messung werden Schallgeschwindigkeit und -absorption natürlich über die gesamte Probenhöhe gemittelt, so daß die unterschiedlichen λ -Temperaturen längs des hydrostatischen Druckgradienten sich wie eine "Verschmierung" der Übergangstemperatur auswirken. Wir können abschätzen, daß die Breite der Übergangstemperatur für $X_3 \leq 0.2$ kleiner 0.8 μK ist und sich folglich nur dann auswirkt, wenn sich Meßwerte bei einer Temperaturänderung von 0.8 μK merklich ändern. Das ist nur bei Schallgeschwindigkeitsmessungen mit einer Frequenz kleiner 40 kHz im Gebiet $|T - T_\lambda| \leq 5 \mu\text{K}$ der Fall. Bei höheren ^3He -Konzentrationen ($X_3 > 0.2$) ändert sich die Schallgeschwindigkeit nicht mehr so stark bei T_λ und auch wenn $|(\partial P / \partial T)_\lambda|$ weiter zunimmt, wird dennoch der Einfluß auf die Messungen geringer. Unsere Folgerungen werden deshalb durch die zunehmende Unsicherheit in $(\partial P / \partial T)_\lambda$ nicht beeinträchtigt.

2.) Auswertung der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit müssen die Messungen der Resonanzfrequenzen der He-gefüllten Resonatoren mit Hilfe der effektiven Resonatorlänge in Schallgeschwindigkeiten umgerechnet werden. Eine hinreichend genaue Bestimmung der effektiven Resonatorlänge auf $\Delta l / l = 10^{-6}$ ist uns aber insbesondere wegen der Endkorrektur nicht möglich.

Deshalb benutzen wir eine zwar etwas willkürliche, aber mit allen bisher publizierten Messungen^{8,10,12,15,52} verträgliche Normierung hoher Reproduzierbarkeit, die sich durch Anpassung an Fig.9 von Ref.8 ergibt:

In ^4He bei $T - T_\lambda^S = -40\mu\text{K}$ setzen wir die thermodynamische Schallgeschwindigkeit $u(\omega=0) = 21800 \text{ cm/s}$. (20)

In diesem Gebiet nahe T_λ variiert $u(\omega=0)$ nur wenig mit der Temperatur. Deshalb ist die Temperaturmessung unkritisch und Gravitationseffekte spielen keine Rolle.

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit bei anderen Frequenzen muß bei der hier verwendeten Resonanzmethode für jedes stationäre Schallfeld unterschiedlicher Frequenz im Resonator die effektive Resonatorlänge neu bestimmt werden. Das ist wiederum nicht mit hinreichender absoluter Genauigkeit möglich. Wir normieren deshalb die Schallgeschwindigkeitsmessungen unterschiedlicher Frequenz in Gebieten weit entfernt von T_λ , wo sich die Meßkurven höchstens noch um einen temperaturunabhängigen, konstanten Betrag $u(\omega_1) - u(\omega_2)$ unterscheiden, der von einer eventuellen temperaturunabhängigen hydrodynamischen Dispersion herühren könnte. Mit Hilfe dieser Normierung erhält man die effektive Resonatorlänge für alle Frequenzen, sofern man mit (20) eine nichtfrequente Messung geeicht hat. Es zeigt sich, daß bei $T - T_\lambda^S = -40 \mu\text{K}$ eine temperaturabhängige Dispersion für Frequenzen kleiner 20 kHz auszuschließen ist, so daß wir dort $u(9\text{kHz}) = u(0)$ setzen dürfen. Damit sind dann die effektiven Resonatorlängen vollständig bestimmt und alle unsere Schallgeschwindigkeitsdaten für alle X_3 durch (20) festgelegt. Wir betonen aber, daß ein temperaturunabhängiger hydrodynamischer Dispersionsanteil dadurch automatisch den effektiven Resonatorlängen zugeschlagen und in diesem Sinne vernachlässigt wird. Die Genauigkeit bei der Bestimmung der temperaturabhängigen Dispersion (hydrodynamischer und kritischer Anteil) wird dadurch nicht beeinträchtigt.

Abb.8 zeigt die Schallgeschwindigkeit in drei verschiedenen ^3He - ^4He -Mischungen über einen gemeinsamen reduzierten Tempera-

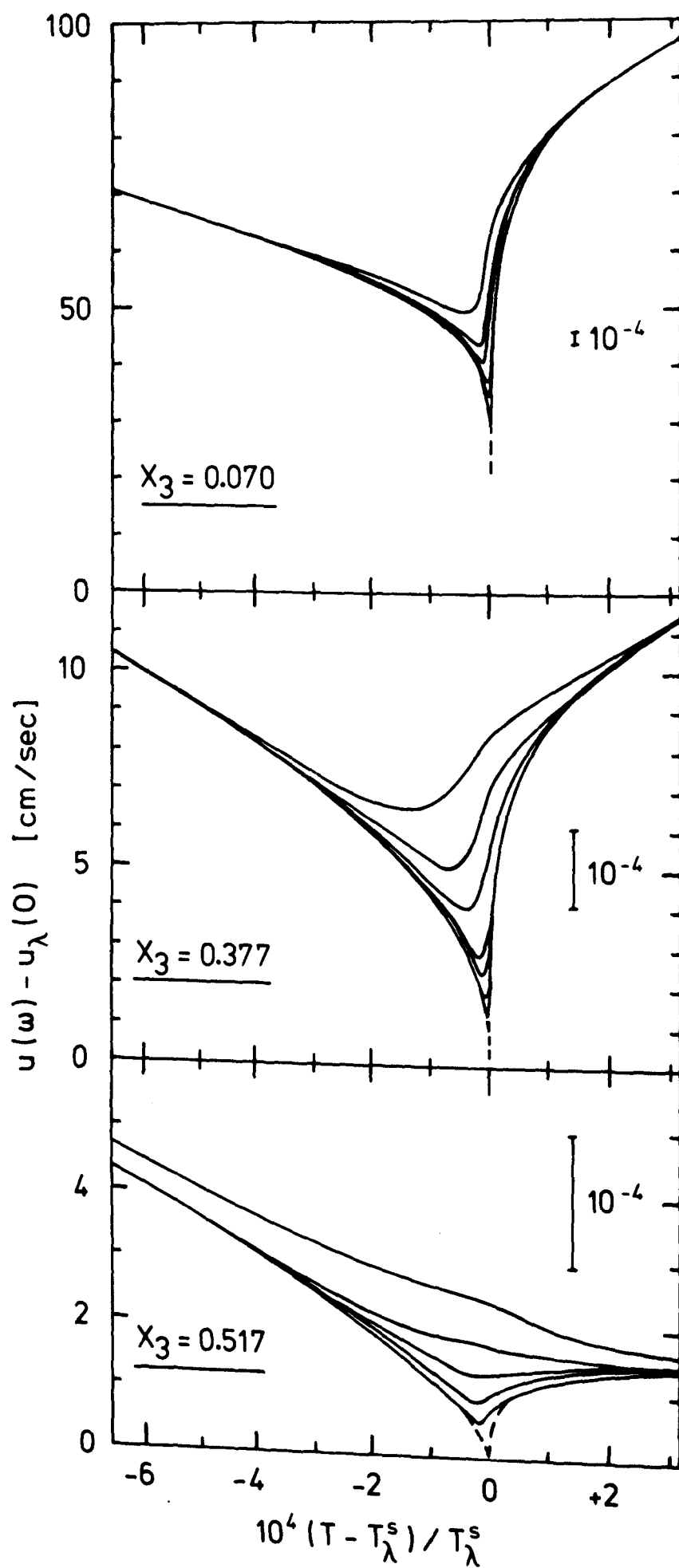
turmaßstab. Gleichzeitig ist gestrichelt die thermodynamische Schallgeschwindigkeit eingetragen. Der Geschwindigkeitsmaßstab hat jeweils unterschiedliche Auflösung und ist auf $u_\lambda(0)$ bezogen ($u_\lambda(0) = u(\omega=0, T=T_\lambda)$, siehe Tabelle II). Die Abb.9-11 zeigen die Schallgeschwindigkeitsmessungen für $0.07 \leq X_3 \leq 37.7$ mit höherer Auflösung. Die Abb.12 und 13 dagegen zeigen dieselben Messungen für $X_3 = 0.070$ und 0.517 über einem wesentlich breiteren Temperaturbereich. Zusammenfassende Tabellen der Schallgeschwindigkeit finden sich im Anhang.

In einem Temperaturgebiet, in dem mit Sicherheit keine Dispersion oder Gravitationsverschmierung bei niedrigen Frequenzen auftritt, $20 \text{ } \mu\text{K} \leq |T-T_\lambda^S| \leq 1 \text{ mK}$, haben wir unsere Schallgeschwindigkeitsmessungen bei 9 kHz an Gl.(2) angepaßt, um die thermodynamische Schallgeschwindigkeit und die Koeffizienten von Gl.(2) zu bestimmen. Dabei werden die Daten für $T < T_\lambda$ und $T > T_\lambda$ unabhängig voneinander angepaßt. Für die spezifische Wärme benutzen wir den Ausdruck

$$C_p = (A/\alpha) (t^{-\alpha} - 1) + B \quad (21)$$

mit den Koeffizienten $A(X_3)$, $\alpha(X_3)$ und $B(X_3)$ von Ref.27. Weil das Maximum von C_p mit zunehmendem X_3 immer flacher wird, ist auch das Minimum von $u(0)$ immer weniger ausgeprägt. Die Abweichungen zwischen gemessener und angepaßter Kurve betragen fast immer weniger als 0.1 cm/s für $20 \text{ } \mu\text{K} \leq |T-T_\lambda^S| \leq 1 \text{ mK}$ und alle X_3 . Die erhaltenen Parameter der Gl.(2) sind in Tabelle II aufgeführt. Dabei zeigt es sich, daß der Term $b \cdot t$ bei $t = 10^{-5}$ weniger als 10^{-5} der gemessenen Schallgeschwindigkeit ausmacht, also wirklich eine kleine Korrektur darstellt.

Die Übereinstimmung zwischen $u(\omega=0, T < T_\lambda, T > T_\lambda)$ und $u(\omega=0, T > T_\lambda, T > T_\lambda)$ ist bis auf 2 cm/s für $X_3 \leq 0.2$ und bis auf 0.5 cm/s für $X_3 > 0.2$ gegeben. Die gemittelten Werte sind als $u_\lambda(0)^{53}$ in Tabelle II angegeben. Dort findet man auch $u_{\min}(2.3\text{kHz}) - u_\lambda(0)$, die Differenz zwischen der niedrigsten im Experiment gemessenen Schallgeschwindigkeit (nahe T_λ) und $u_\lambda(0)$. Diese Differenz nimmt sehr stark mit steigendem X_3 ab. Das ab-



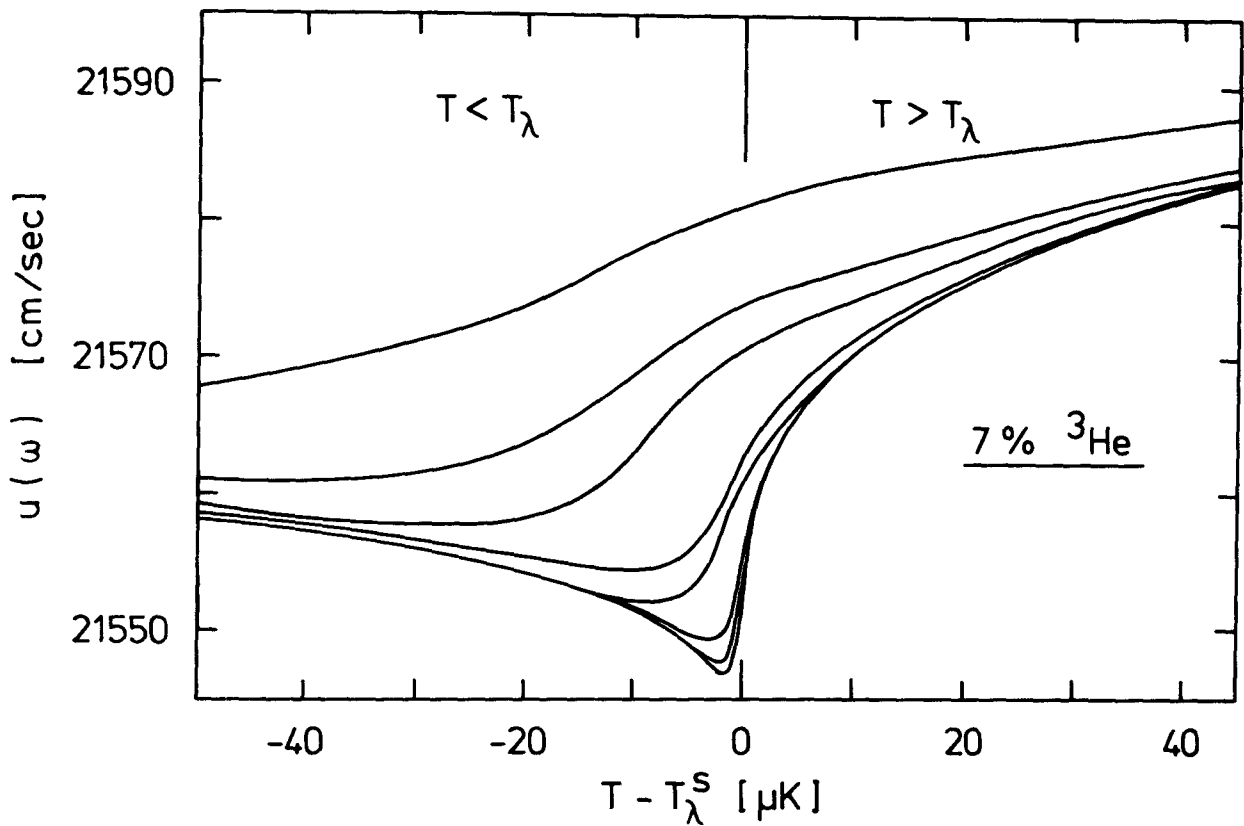


Abb. 9 $X_3=0.07$: Glatte Kurven für die Schallgeschwindigkeit durch die Daten bei 628 (oben), 194, 108, 43, 20.6, 9.16, 4.6 und 2.3. kHz (unten). Ein typischer Wert für die Fehler ist ± 0.5 cm/s.

Abb. 8 Meßkurven der Schallgeschwindigkeit $u(\omega)$ minus $u_\lambda(o)$ siehe über gemeinsamem Temperaturmaßstab $(T-T_\lambda^S)/T_\lambda^S$ für die linke angegebenen ^3He - ^4He -Mischungen. $u_\lambda(o)=u(\omega=0, h=0, T=T_\lambda)$ ist das absolute Minimum der Schallgeschwindigkeit nahe T_λ , vgl. Tabelle II. Bei T_λ^S erreicht der λ -Übergang den oberen Rand der Probe (Kap. III.3). Benutzte Frequenzen:
 $X_3=0.070$: 627.4, 193.8, 107.7, 43.1, 20.6, 9.16 kHz (hier ununterscheidbar von 4.6 und 2.3 kHz).
 $X_3=0.377$: 598.3, 205.4, 102.7, 41.1, 21.8, 10.9, 4.4 kHz (hier ununterscheidbar von 2.2 kHz).
 $X_3=0.517$: 604.2, 241.6, 100.6, 40.3, 10.7 kHz.
Die gestrichelten Kurven sind die auf den Gravitationseffekt korrigierten thermodynamischen Schallgeschwindigkeiten $u(\omega=0, h=0.5\text{cm})$. Sie sind durch die im Text beschriebene Anpassung an niederfrequente Meßdaten gewonnen.

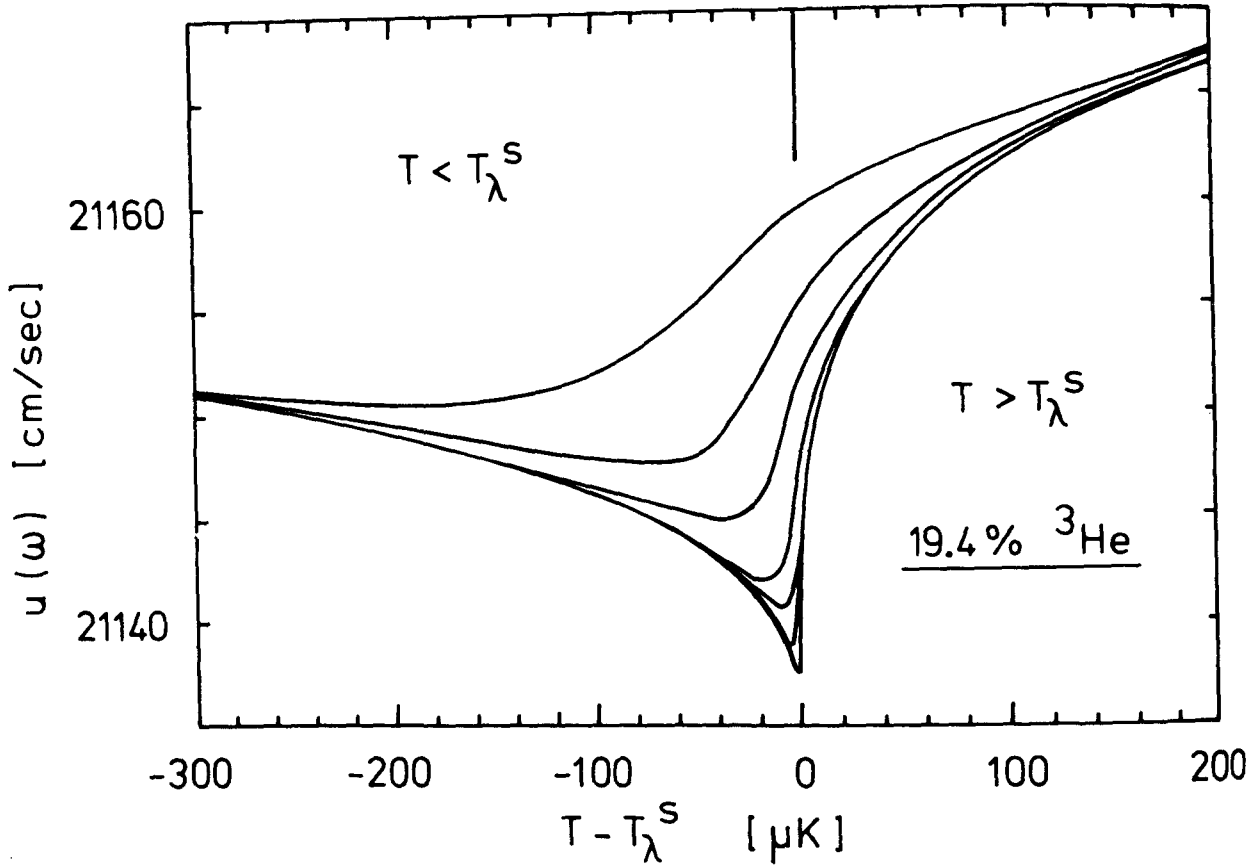


Abb. 10 $X_3 = 0.194$: Glatte Kurven für die Schallgeschwindigkeit durch die Daten bei 594 (oben), 211, 106, 42.3, 20.2, 9.0 und 2.3 kHz (unten). Ein typischer Wert für die Fehler ist ± 0.5 cm/s

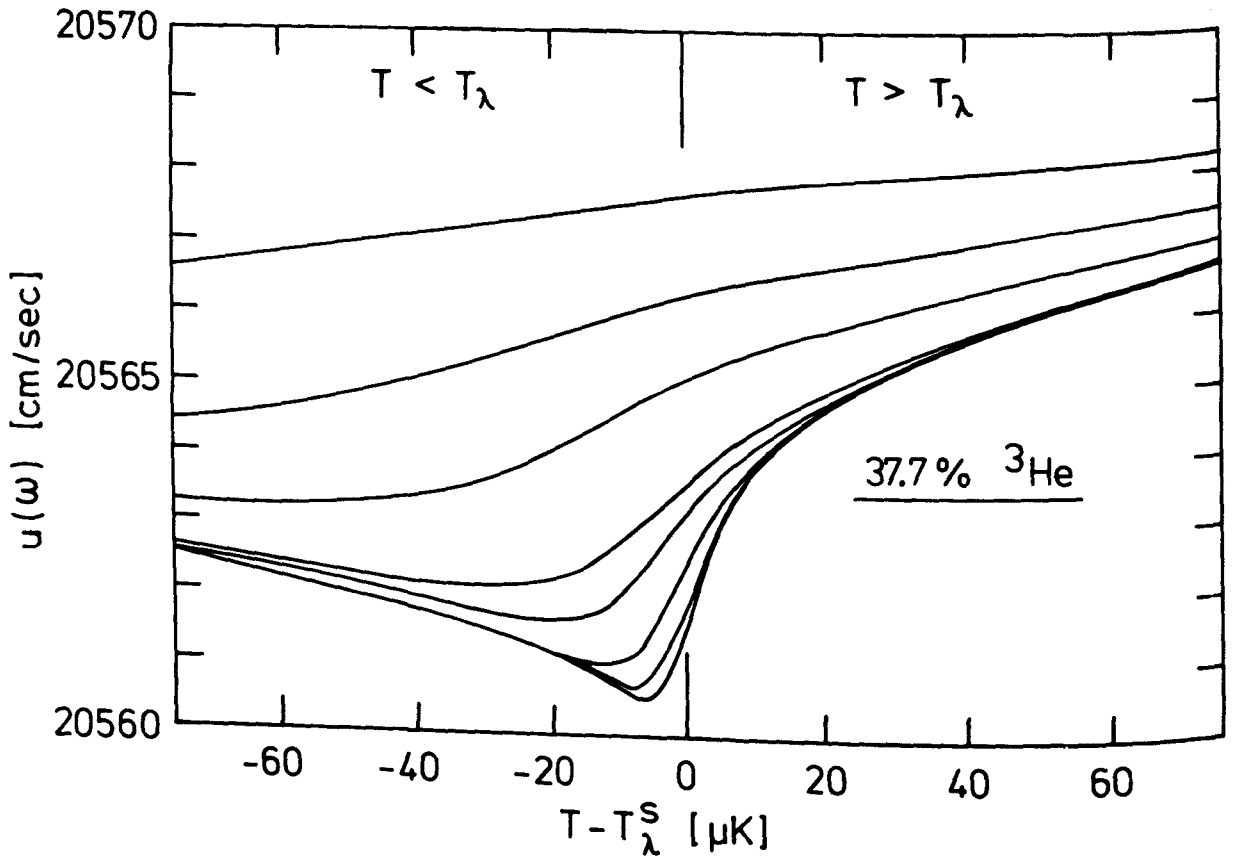


Abb. 11 $X_3 = 0.377$: Glatte Kurven für die Schallgeschwindigkeit durch die Daten bei 598 (oben), 205, 103, 41.1, 21.8, 10.9 und 2.2 kHz (unten). Ein typischer Fehler beträgt ± 0.2 cm/s.

solute Minimum $u_\lambda(0)$ ist experimentell nicht erreichbar - es sei denn im gravitationsfreien Zustand. Zum Vergleich ist deshalb das für $\omega=0$ in einer Probe von 0.5 cm Höhe erreichbare Minimum der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit $u_{\min}(0)$ berechnet und entsprechend auch $u_{\min}(0) - u_\lambda(0)$ in Tabelle II angegeben. Wir erhalten $u_{\min}(0)$ durch Gravitationsmittelung¹⁵ der gefitteten Gl.(2) mit $g \rho h \cdot (\partial T / \partial P)_\lambda = 0.6; 0.6; 0.8; 1$ und $2 \mu K$ ^{50,51} für $X_3 = 0$ bzw. 0.07, 0.194, 0.377, 0.517. Im Experiment wird $u_{\min}(0)$ nicht erreicht, weil auch noch bei 2.3 kHz nahe T_λ eine deutliche Dispersion auftritt. Das Verhalten der thermodynamischen Schallgeschwindigkeit nahe T_λ wird von C_p bestimmt. Deshalb kann die verwendete Approximation für C_p von Einfluß sein und der geringe Unterschied zwischen $u_{\min}(0) - u_\lambda(0)$ aus Tabelle II und der Angabe in Ref.15 für $X_3 = 0$ kann auf eine unterschiedliche Näherung für C_p zurückgeführt werden.^{53,27} Für die thermodynamische Schallgeschwindigkeit bei T_λ finden wir die folgende Konzentrationsabhängigkeit

$$u_\lambda(0) = 21736 - 3182 \cdot X_3 + 173 \cdot X_3^2 \quad (22)$$

mit $u_\lambda(0)$ in cm/s, X_3 in Molprozenten und einer relativen Genauigkeit von 10^{-4} .

Entsprechend Gl.(3) kann $(\partial S / \partial P)_\lambda$ aus dem Koeffizienten a in Gl.(2) ausgerechnet werden. Dabei benutzen wir V_λ von Ref.54 und unsere Daten für T_λ und $u_\lambda(0)$. Abb.14 zeigt die Resultate als Funktion von X_3 . Die Ergebnisse der Rechnung bei $T < T_\lambda$ und $T > T_\lambda$ stimmen im allgemeinen innerhalb ihrer Fehler und mit bereits veröffentlichten Werten überein.^{12,13,15} Die systematischen Abweichungen $(\partial S / \partial P)_\lambda^+ > (\partial S / \partial P)_\lambda^-$ sind möglicherweise auf Unsicherheiten in den Koeffizienten von C_p (Gl.21) und auf die Temperaturgrenze von $|T - T_\lambda| > 20 \mu K$ für die Anpassung zurückzuführen. (Eventuell ist diese Grenze noch zu weit von T_λ entfernt für die genaue Analyse von $u(\omega=0, T \rightarrow T_\lambda)$). Der Betrag von $(\partial S / \partial P)_\lambda$ fällt im untersuchten Konzentrationsbereich auf die Hälfte ab, wenn X_3 zunimmt.

Mit Hilfe der Pippard- Relationen kann man herleiten: ^{1,15}

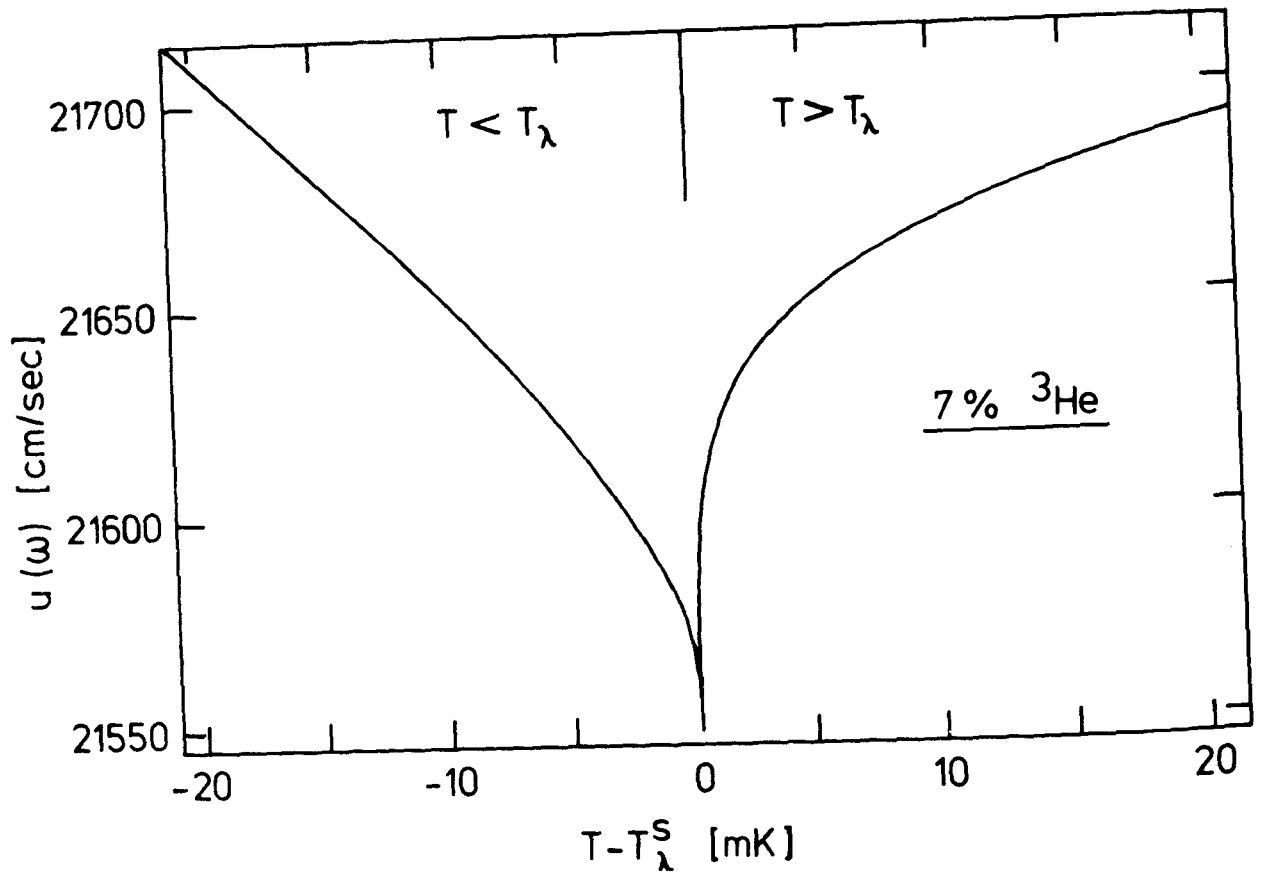


Abb. 12

$x_3=0.07$: Schallgeschwindigkeit über einen größeren Temperaturbereich. Die bei T_λ bis auf 21547 cm/s abfallende Kurve ist bei 2.3 kHz gemessen. In dieser Darstellung fallen alle Messungen mit Frequenzen ≤ 628 kHz zusammen und die in Abb. 9 gezeigte Dispersion existiert in einem Gebiet von "Strichstärke" um T_λ . Das Minimum der Schallgeschwindigkeit bei 628 kHz beträgt 21566 cm/s. Der typische Wert für Meßfehler beträgt ± 0.5 cm/s.

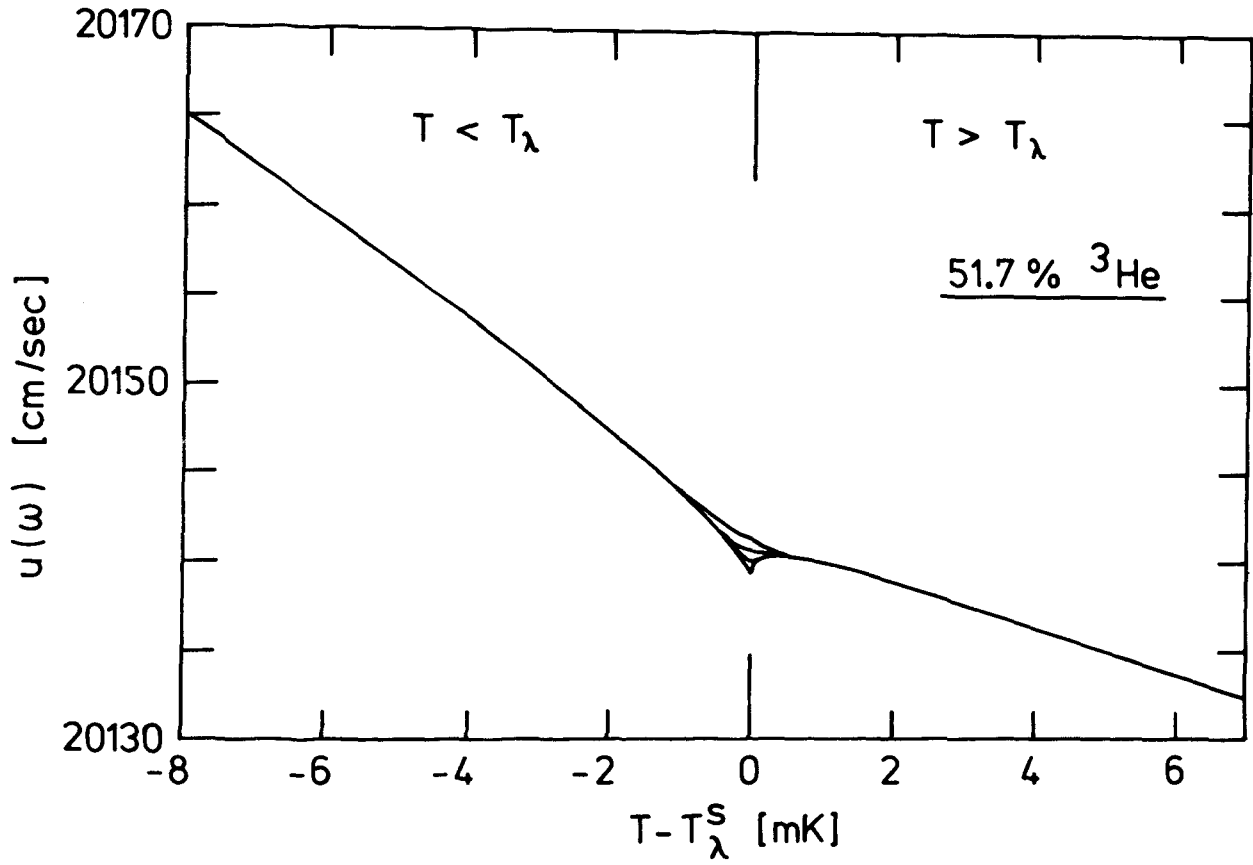


Abb. 13

$x_3=0.517$: Schallgeschwindigkeit über einem größeren Temperaturbereich. Bei T_λ sind die Messungen bei 606, 242, 101 und 11 kHz aufgelöst. Typischer Meßfehler ca. ± 0.1 cm/s.

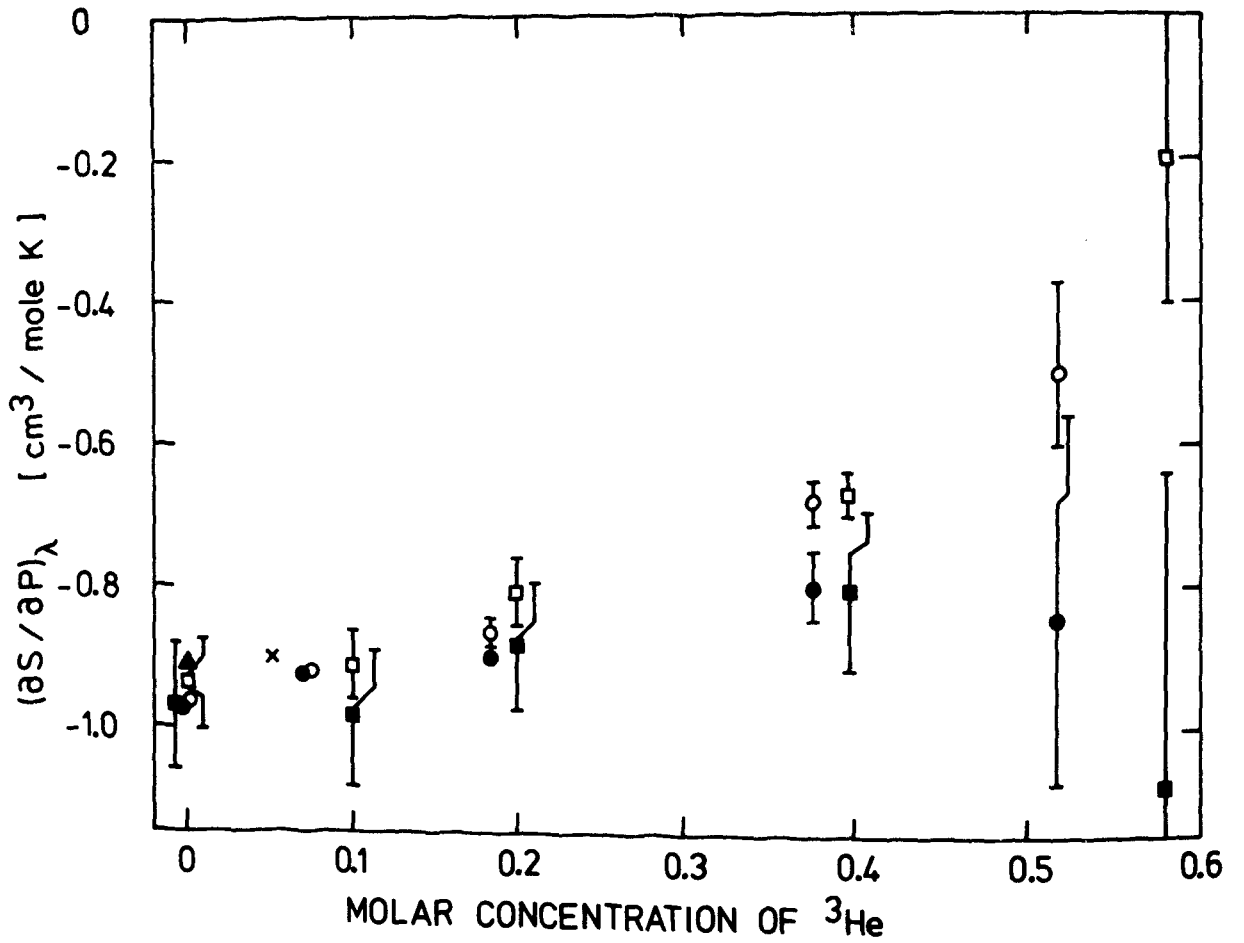


Abb. 14

$(\partial S / \partial P)_\lambda$ als Funktion der ^3He -Konzentration. Die Daten ergeben sich aus der Anpassung von Gl.(2) an die Meßdaten für $T < T_\lambda$ (●) und $T > T_\lambda$ (○). Die Quadrate sind aus Ref.27, das Kreuz aus Ref.12 und das Dreieck aus Ref.15. Fehlerbalken sind nur gezeichnet, wenn sie größer als die Datenpunkte sind. Die Fehler sind berechnet für den aus einer Standardabweichung von 0.3 cm/s für u resultierenden Fehler für "a" in Gl.(2). Die durch die Unsicherheit in C_p (Gl.21) zusätzlich möglichen Fehler sind nicht erfaßt.

$$(\partial V / \partial P)_\lambda = -(V_\lambda / u_\lambda)^2 + (\partial T / \partial P)_\lambda (\partial S / \partial P)_\lambda - (T_\lambda / C_p) (\partial S / \partial P)_\lambda^2 \quad (23)$$

In dieser Gleichung sind die Variablen V , S und C_p auf die Masseneinheit (1g) bezogen. Wir benutzen V_λ aus Tabelle I⁵⁴, C_p von Ref.27 und unsere Daten für u_λ , T_λ und $(\partial S / \partial P)_\lambda$. Für $(\partial T / \partial P)_\lambda$ benutzen wir die Daten von Ref.50 und 51 für $X_3 \leq 0.15$ und extrapolieren sie zu höheren Konzentrationen (s.o.). Weil der zweite Term in Gl.(23) weniger als 1 % zu $(\partial V / \partial P)_\lambda$ beiträgt, ist diese Näherung völlig ausreichend. Die Ergebnisse für $(\partial V / \partial P)_\lambda$ sind in Tabelle II angegeben.

3.) Schalldispersion

Wie in den Abb.8-11 dargestellt, wird die Schallgeschwindigkeit in der Nähe von T_λ frequenzabhängig. Man sieht deutlich, daß die Dispersion $D = u(\omega) - u(0)$ mit steigendem X_3 abnimmt und sich zugleich über ein immer breiteres Temperaturgebiet erstreckt. Mit steigender Frequenz wird das Minimum von $u(\omega)$ immer flacher und für $X_3 = 0.517$ und $\omega / 2\pi \geq 200$ kHz ist es völlig verschwunden: die Dispersion hat das thermodynamische C_p^{-1} -Verhalten von $u(0)$ gänzlich kompensiert. Für die thermodynamische Schallgeschwindigkeit $u(\omega=0)$ erwartet man unter dem Einfluß eines hydrostatischen Druckgradienten das Minimum genau bei T_λ^B (T_λ am unteren Ende der Probe)¹⁵, mit zunehmender Frequenz bewegt es sich von T_λ^B zu tieferen Temperaturen.

Aus unseren Meßdaten haben wir sowohl $u(\omega) - u(2.3 \text{ kHz})$ als auch $D = u(\omega) - u(0)$ bestimmt. Tabellen finden sich im Anhang. Als Beispiel zeigen wir in Abb.15 für $X_3 = 0.377$ die gemessenen Daten für $u(\omega) - u(2.3 \text{ kHz})$ für alle untersuchten Frequenzen und zusätzlich die Dispersion $u(2.3 \text{ kHz}) - u(0)$ für eine 0.5 cm hohe Probe. In Abb.16 ist $u(\text{ca. } 600 \text{ kHz}) - u(0)$ ⁵⁵ für die verschiedenen Mischungen aufgetragen. Die gemessene Dispersion ist asymmetrisch um T_λ^S mit einem Maximum unterhalb T_λ^S . Bei fester Frequenz nimmt die Dispersion mit zunehmendem X_3 deutlich ab und sie scheint sich, wie schon erwähnt, über immer breitere Temperaturbereiche zu erstrecken. In Tabelle II ist die Dispersion $u(600 \text{ kHz}) - u_\lambda(0)$ aufgeführt.

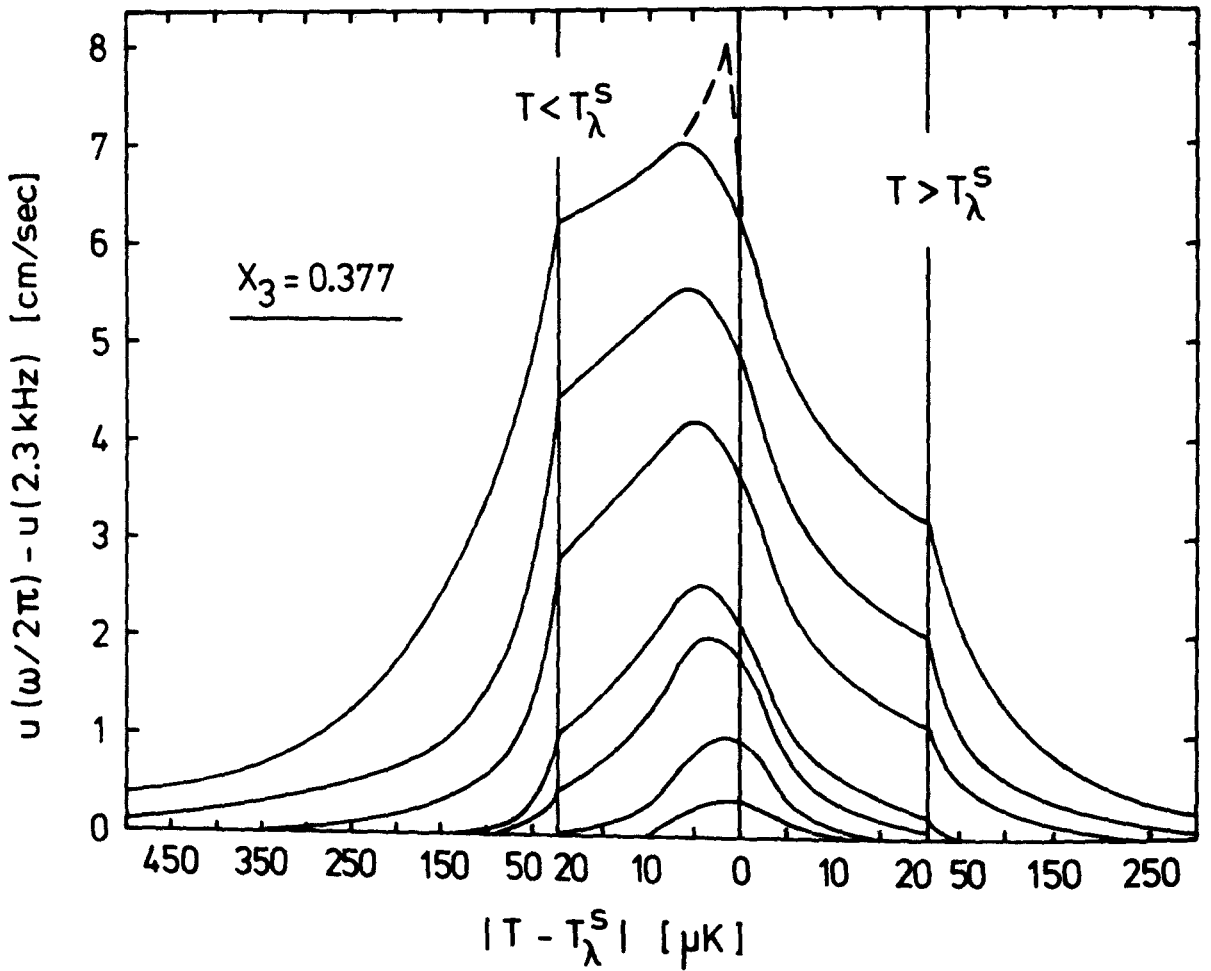


Abb. 15

$X_3=0.377$: Gemessene Werte für $u(\omega/2\pi) - u(2.3 \text{ kHz})$ als Funktion der Temperatur. Frequenzen: 598.3 (oben), 205.4, 102.7, 41.1, 21.8, 10.9, 4.4 kHz (unten). Die Dispersion $u(2.3 \text{ kHz}) - u(0)$ muß zu jeder Kurve addiert werden, um $u(\omega) - u(0)$ zu erhalten. Sie ist als gestrichelte Spitze auf die Messung bei 598.3 kHz addiert. $u(0)$ ist durch Anpassung von Gl.(2) an unsere Meßdaten und anschließende Berechnung des Gravitationseffektes für $h=0.5 \text{ cm}$ erhalten. Zur besseren Auflösung ist die Temperaturskala für $|T - T_\lambda^S| < 20 \mu\text{K}$ in gestrecktem Maßstab aufgetragen. Fehler ca. $\pm 0.3 \text{ cm/s}$

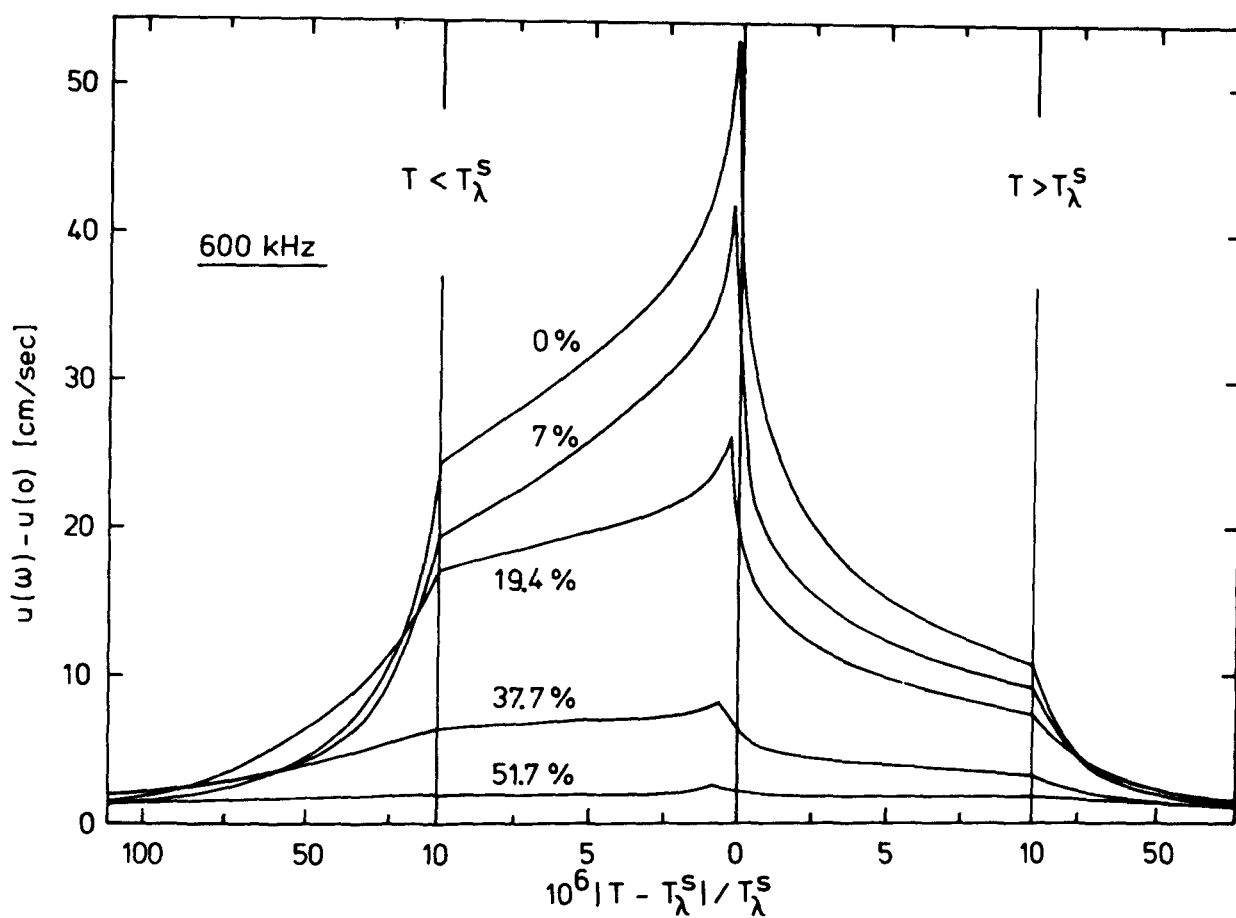


Abb. 16

Dispersion $u(600 \text{ kHz}) - u(0)$ über gemeinsamem reduziertem Temperaturstab in den untersuchten Mischungen. Die genauen Frequenzen finden sich in Referenz 55. Zur besseren Auflösung ist die Temperaturskala für $|T - T_{\lambda}^S| / T_{\lambda}^S < 10^{-5}$ gestreckt.

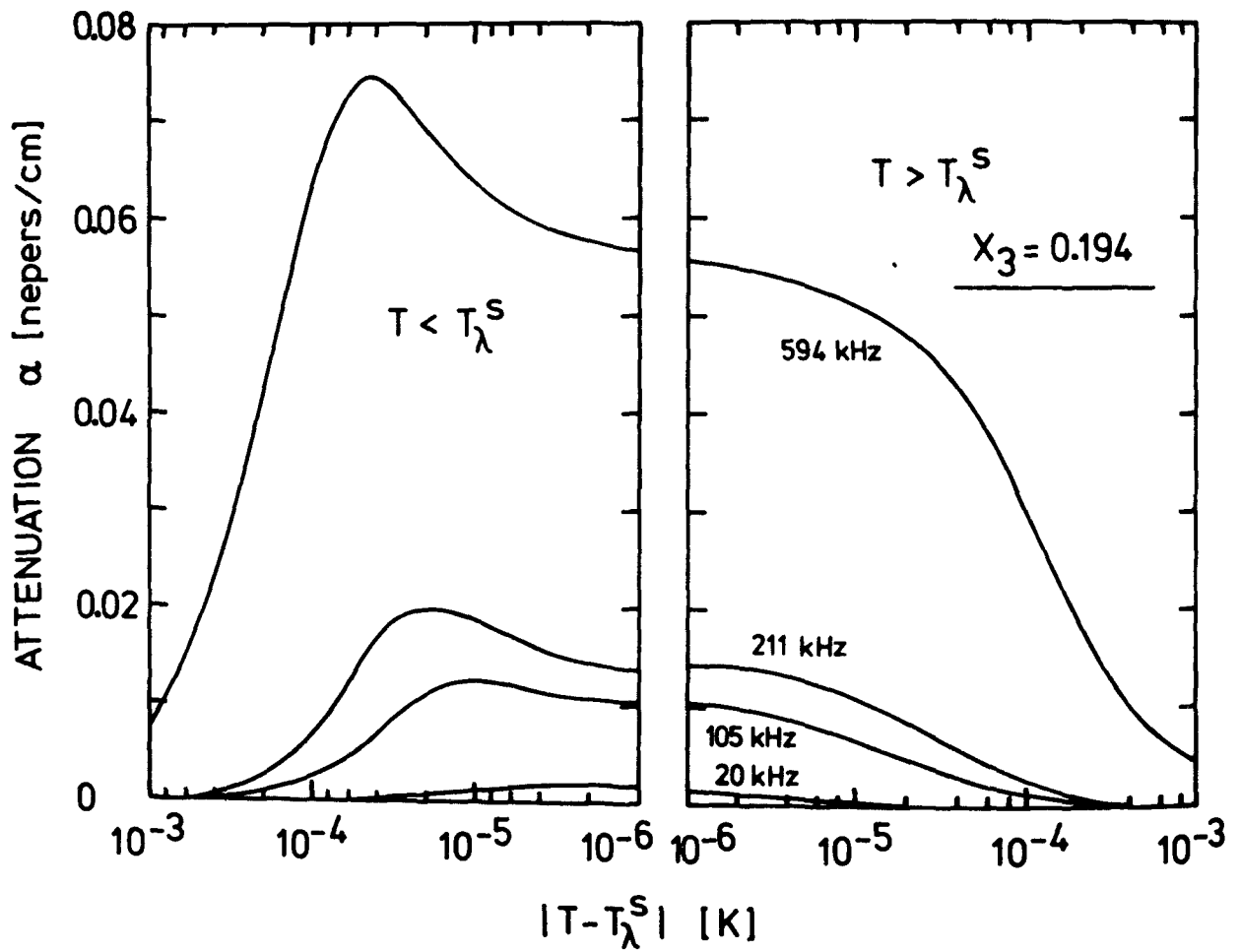


Abb. 17

$X_3=0.194$: Dämpfung α als Funktion der Temperatur für verschiedene Frequenzen. Ein temperaturabhängiger Untergrund ist abgezogen, um nur die zusätzliche Dämpfung nahe T_λ zu untersuchen. Fehler ca. $\pm 3\%$.

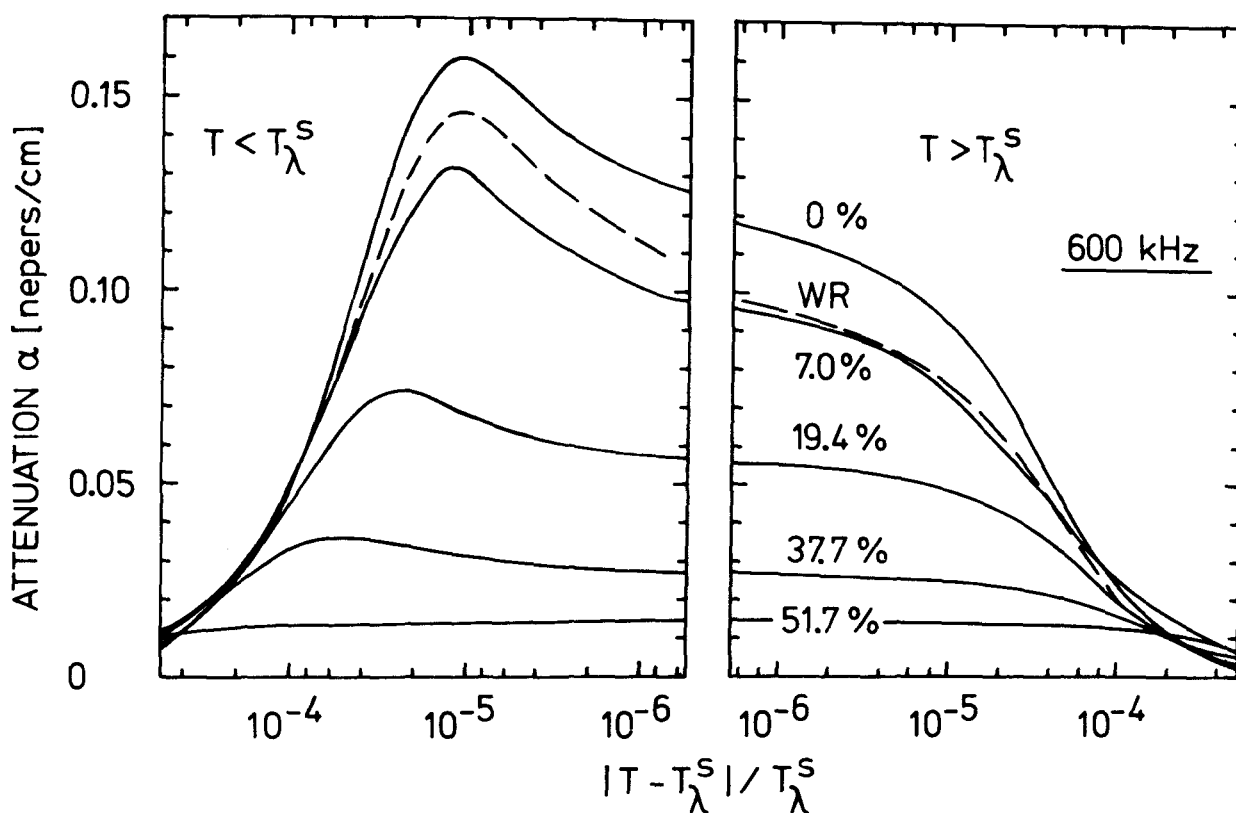


Abb. 18

Dämpfung α bei ungefähr 600 kHz in den untersuchten Mischungen über reduziertem Temperaturmaßstab $|T - T_{\lambda}^S| / T_{\lambda}^S$. Die genauen Frequenzen sind in Ref.55 angegeben. Ein temperaturunabhängiger Untergrund ist abgezogen. Gestrichelt eingetragen ist das Resultat von Ref.9 für $X_3=0$ und 600 kHz, gemessen mit einer Pulsdämpfungsmethode. Fehler ca. $\pm 3\%$.

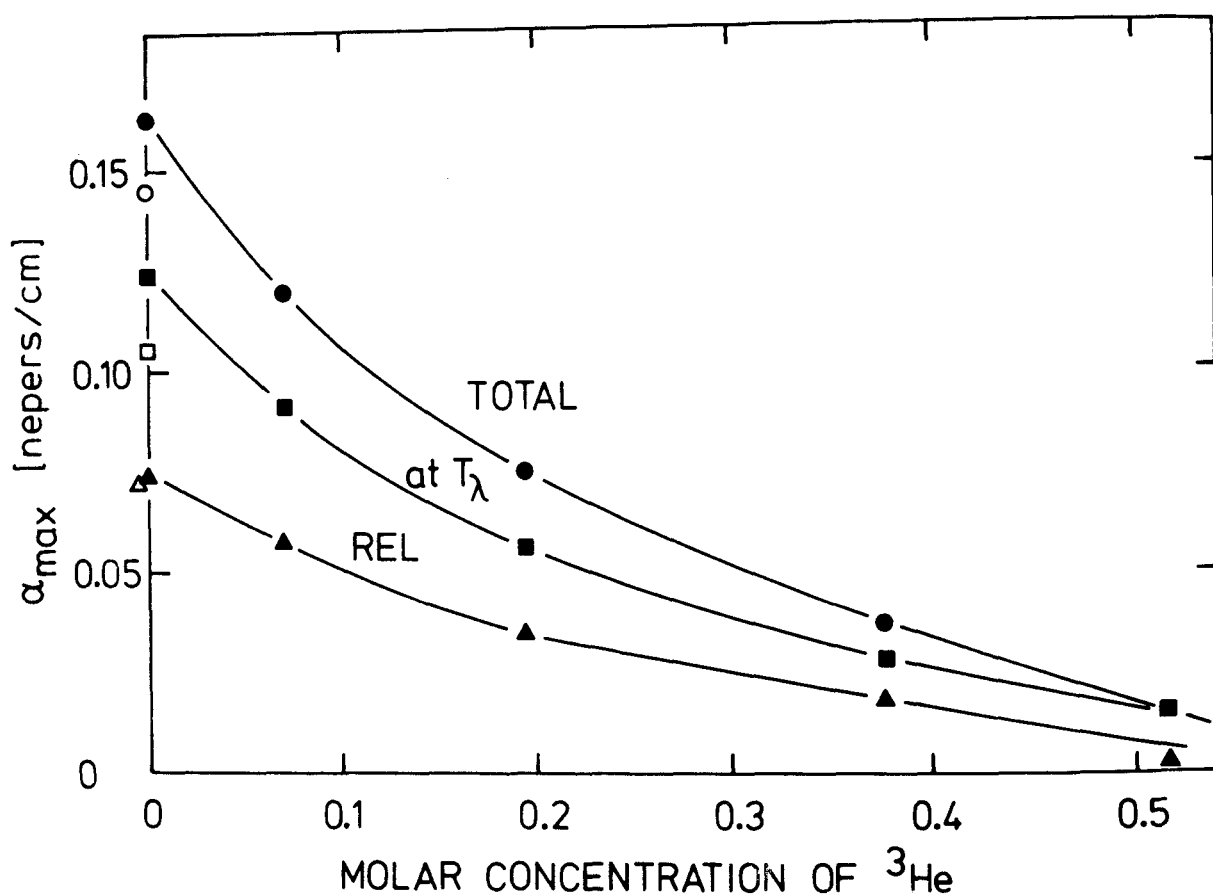


Abb. 19

Konzentrationsabhängigkeit der Dämpfung bei ca. 600 kHz.⁵⁵ Aufgetragen ist das Gesamtdämpfungsmaximum (●), die Dämpfung nahe T_λ (■) und die maximale RELaxationsdämpfung (▲). Die eingezeichneten Linien dienen nur der Orientierung. Die offenen Symbole sind die entsprechenden Resultate der Pulsmessung von Ref.9 bei $x_3=0$.

Abb.15 zeigt auch, daß selbst für 2.3 kHz im Temperaturbereich $|T-T_\lambda^S| < 5 \mu K$ noch Dispersion gefunden wird. Weil die genaue Bestimmung dieser Dispersion jedoch die Berechnung von $u(0)$ sehr nahe T_λ erfordert und weil $u(0)$ dort von der verwendeten Näherung für C_p abhängt,⁵³ benutzen wir für unsere weitere Auswertung nur Dispersionsdaten für $|T-T_\lambda^S| > 5 \mu K$. In diesem Temperaturbereich können wir $u(0)$ durch die gemessene Schallgeschwindigkeit $u(2.3 \text{ kHz})$ ersetzen.

4.) Schalldämpfung

Abb.17 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Dämpfung α für $X_3 = 0.194$ für verschiedene Frequenzen. In Abb.18 ist die Dämpfung bei ca. 600 kHz⁵⁵ in den untersuchten Mischungen dargestellt. Die Form von $\alpha(T)$ ist ähnlich für alle ω und X_3 . Auch α ist asymmetrisch um T_λ mit einem Maximum unterhalb T_λ . Wie die Dispersion nimmt auch α stark ab, wenn X_3 wächst. Gleichzeitig bewegt sich das Dämpfungsmaximum von T_λ fort, wenn α oder X_3 wachsen und auch die Dämpfung scheint sich über einen breiteren Temperaturbereich zu erstrecken, wenn X_3 wächst. Die Konzentrationsabhängigkeit der maximalen Dämpfung, der Dämpfung nahe T_λ und der maximalen Relaxationsdämpfung (Kap.V.1) bei ca. 600 kHz⁵⁵ sind in Abb.19 gezeigt. Die Abnahme beträgt ca. eine Größenordnung, wenn X_3 auf 0.517 zunimmt.

Wir benutzen die Daten für $|T-T_\lambda^S| > 1 \mu K$ für die Auswertung der Dämpfung, denn im Gegensatz zur Dispersion variiert die Dämpfung auch bei T_λ nur wenig mit der Temperatur.

5.) Vergleich mit Resultaten anderer Autoren

Die Dämpfung bei 22 kHz ist in ^4He von Barmatz und Rudnick⁸ gemessen worden. Ihr Wert für α ist ungefähr doppelt so groß wie unserer. Im Gegensatz zu ihnen finden wir nicht, daß $\alpha(T > T_\lambda) > \alpha(T < T_\lambda)$ sein soll. Williams und Rudnick⁹ haben α bei 600 kHz in ^4He gemessen. Ihr Resultat ist sowohl in absoluter Größe als auch in der Temperaturabhängigkeit in sehr guter Übereinstimmung

mit unseren Ergebnissen. Zum Vergleich ist es in Fig.18 mit eingetragen. Diese Autoren benutzen eine Pulsmethode zur Messung. Deshalb ist die Übereinstimmung in Betrag und Temperaturabhängigkeit zwischen ihrem ganz unterschiedlich gewonnenen Ergebnis und unseren Daten sehr befriedigend. Wir finden außerdem, daß ihre Daten für die Frequenzabhängigkeit des Absorptionsmaximums von 17 kHz bis 3.17 MHz und unsere Messungen von 2.2 bis 627 kHz ein übereinstimmendes Verhalten zeigen (Kap.V.4).

Die Abnahme des Minimums von u und des Maximums von α mit zunehmendem X_3 ist in Übereinstimmung mit den qualitativen Messungen dieser Effekte von Roberts und Sydoriak bei 5 MHz¹¹. Dyumin et al.⁵⁶ haben α bei 9.56 MHz für $t > 2 \cdot 10^{-3}$ in Mischungen mit $X_3 = 0, 0.063, 0.110, 0.197$ und 0.314 gemessen. Ihre Daten haben eine wesentlich geringere Auflösung. Sie finden $\alpha = 0.3 \text{ cm}^{-1}$, unabhängig von X_3 , im Temperaturbereich $5 \cdot 10^{-2} \leq t \leq 2 \cdot 10^{-3}$.

Ein genauer Vergleich unserer Dispersionsdaten mit früheren Resultaten^{7,8,10} ist nicht angebracht, denn diese Ergebnisse sind durch unzureichende Temperaturstabilität, besonders für $T > T_\lambda$ und starken Einfluß der Druckgradienten (Proben von größerer Höhe) erheblich beeinträchtigt.

V. Analyse und Interpretation der Dispersions- und Dämpfungsdaten

1.) Aufteilung in Relaxations- und Fluktuationsbeitrag

a.) Grundlegende Annahmen⁵⁷

Wie in Kap.II.2 erwähnt, gibt es experimentelle^{9,10} und theoretische^{26,36} Hinweise, daß im untersuchten Frequenzbereich Dispersion und Dämpfung unterhalb T_λ durch Ordnungsparameter-Relaxation entstehen und zusätzlich unterhalb und oberhalb T_λ Ordnungsparameter-Fluktuationen beitragen. Man nimmt an, daß diese Prozesse additiv sind.³⁶ Die folgende Diskussion gründet sich auf diese Annahmen. Wir benutzen die folgenden Bezeichnungen:

- α : gesamte gemessene Absorption (minus temperaturunabhängigem "background": $\alpha = \alpha_{\exp} - \alpha_B$)
 α_F : Absorptionsanteil durch Fluktuationen (24)
 α_R : Absorptionsanteil durch Relaxationsprozeß
 $\alpha^+ = \alpha(T > T_\lambda)$; $\alpha^- = \alpha(T < T_\lambda)$

Dann gilt:

$$\alpha^+ = \alpha_F^+ \quad (25)$$
$$\alpha^- = \alpha_F^- + \alpha_R, \text{ (analog für Dispersion).}$$

Der Relaxationsbeitrag wird durch Gl.(4) bis (13) beschrieben. Dagegen ist uns für den Fluktuationsbeitrag weder in ^4He noch in den Mischungen eine explizite, mit unseren Daten im Detail vergleichbare funktionelle Form bekannt.^{26,36} Aber man erwartet, daß der Fluktuationsbeitrag oberhalb und unterhalb T_λ ungefähr ähnlich ist,²⁶ wie ja auch die Experimente zeigen.^{9,10} Aufgrund der Skalentheorie⁴ sollten α_F^+ und α_F^- zumindest dieselbe t -Abhängigkeit haben und entsprechend der Universalitätshypothese sollte das Verhältnis α_F^-/α_F^+ auf einer angemessenen Temperaturskala unabhängig von der "inerten Variablen" ^3He -Konzentration sein.^{5,14} Diese Voraussagen sind in der Skalenform Gl.(14) bereits enthalten.

In der folgenden Analyse werden wir auf zwei verschiedene Arten den Fluktuationsbeitrag zu α und D zu bestimmen versuchen:

1. Ansatz: Die funktionelle Form der Abhängigkeit von α_F und D_F von der Variable Temperatur sei oberhalb und unterhalb T_λ identisch, aber es werden unterschiedliche Amplituden zugelassen:

$$\alpha_F^-(t) = r \cdot \alpha_F^+(t) \quad . \quad (26)$$

Dabei sollte der Faktor r von der Größenordnung 1 sein, wie die Daten zeigen. Man erhält (25, 26):

$$\alpha_R = \alpha^- - \alpha_F^- = \alpha^- - r\alpha_F^+ \quad (27)$$

Ein Nachteil dieses Ansatzes ist, daß alle Faktoren $r \neq 1$ physikalisch unsinnige Unstetigkeiten in α (und D) bei T_λ erzeugen. Folglich darf r nur so wenig von 1 abweichen, daß die beim Meßprozeß vorgenommene Temperaturmittelung durch den Druckgradienten den stetigen Verlauf der experimentell gefundenen Daten erklären kann.

2. Ansatz: Anstelle der Temperatur wird eine charakteristische Zeit (Relaxationszeit) oder eine charakteristische Länge (Korrelationslänge) als angemessene Variable benutzt. Wenn wir annehmen, daß die funktionelle Form von α_F (und D_F) von der charakteristischen Zeit τ gleichartig oberhalb und unterhalb von T_λ abhängt, erhalten wir

$$\alpha_F^-(\tau^-) = \alpha_F^+(\tau^+) \quad \text{bei} \quad \tau^- = \tau^+ \quad . \quad (28)$$

Aufgrund der Skalengesetze gilt

$$\tau^- = \tau_0^- t^{-x^-} ; \quad \tau^+ = \tau_0^+ t^{-x^+} \quad (29)$$

mit $x^- = x^+ = x$, aber vielleicht $\tau_0^- \neq \tau_0^+$.
Damit ist Gl.(28) gleichbedeutend mit

$$\alpha_F^-(t) = \alpha_F^+(s \cdot t) \quad , \quad (30)$$

so daß sich der Relaxationsanteil aus (25) und (30) ergibt:

$$\alpha_R^-(t) = \alpha^-(t) - \alpha_F^-(t) = \alpha^-(t) - \alpha^+(s \cdot t) \quad . \quad (31)$$

Der Faktor $s = (\tau_0^- / \tau_0^+)^{1/x}$ sollte von der Größenordnung 1 sein.^{14,30}

Entsprechend den beiden Ansätzen haben wir α_R (und D_R) aus unseren Daten gewonnen und dann an die theoretisch vorhergesagten Funktionen (Gl.12) angepaßt. Dabei werden die oberhalb T_λ gemessenen Daten von denen unterhalb T_λ gemäß Gl.(27) oder (31) subtrahiert. Dann wird α_R (und D_R) an Gl.(12) angepaßt. Dabei benutzen wir $3v'-2$ aus Tabelle I⁵⁸ und C_p nach Gl.(21). Mit Hilfe eines nicht-linearen iterativen Algorithmus werden die Parameter A_R , τ_0' , x' und s (oder r) optimiert.⁶⁶ Dabei zeigt sich, daß die Resultate für x' um $x' = v' + w$ streuen (Gl.(13)), v' und w ergeben sich aus den Messungen von Korrelationslänge und zweiter Schallgeschwindigkeit (vgl. Tabelle I)^{27,32}. Die Streuung von x' bewirkt wegen der starken mathematischen Korrelation eine erhebliche Streuung von τ_0' . Wir haben deshalb in einem zweiten Rechengang $x' = v' + w$ festgelegt und nur A_R , τ_0' und s (oder r) angepaßt. Dabei haben wir die Absorptionsdaten für $|T - T_\lambda^S| > 1 \text{ } \mu\text{K}$, die Dispersionsdaten für $|T - T_\lambda^S| > 5 \text{ } \mu\text{K}$ für jede Mischung und jede Frequenz unabhängig voneinander verwendet. Aus rechentechnischen Gründen sind r (oder s) festgehalten und A_R und τ_0' werden wie üblich angepaßt. Dann werden r (oder s) schrittweise geändert, die Rechnung wiederholt und schließlich, nach hinreichend vielen Schritten, das absolute Minimum der Summe der Fehlerquadrate und damit das Optimum für A_R , τ_0' und r (oder s) bestimmt.

b.) Resultate der Analyse

Wie die Ergebnisse der Rechnung zeigen, lassen sich die Relaxationsdämpfung α_R und -dispersion D_R gemäß Gl.(12) nach Subtraktion des Fluktuationsanteils (Gl.27 oder 31) gut an die Meßdaten anpassen. Dabei ergibt eine Variation des Amplitudenfaktors r zwischen 0.8 bis 1.2 und des Temperaturfaktors s zwischen 0 und 2.5 optimale Werte für r und s , die breit um $r = s = 1.0$ streuen,⁶⁵ wobei oft 1.0 selbst als Optimum gefun-

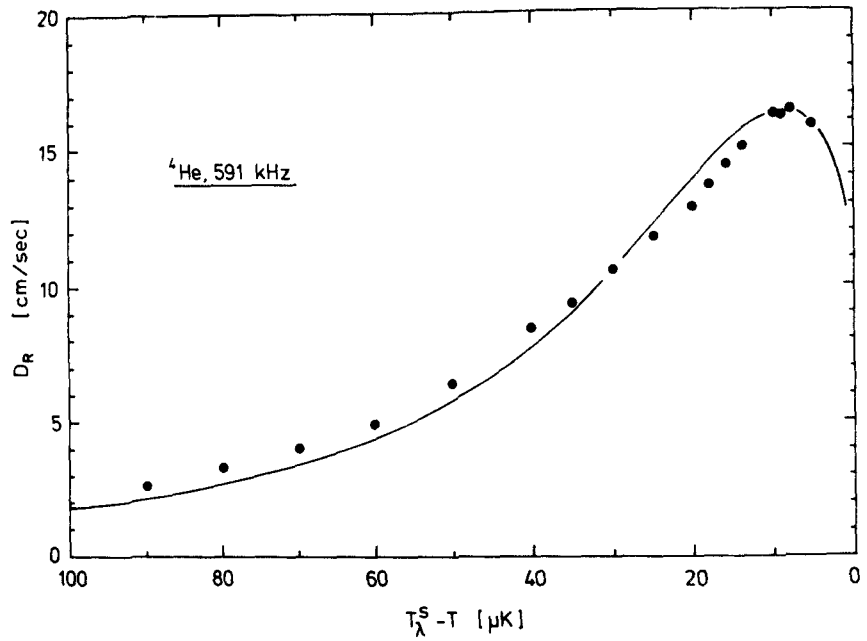


Abb. 20

$X_3 = 0$:

Relaxationsanteil der Dispersion bei 591 kHz. Die Punkte repräsentieren eine kontinuierliche Messung von $D_R = D^- - D^+$. Die Linie ist eine Anpassung von Gl. (12) mit $x' = 1.062$ und A_R und τ'_0 als freie Parameter.

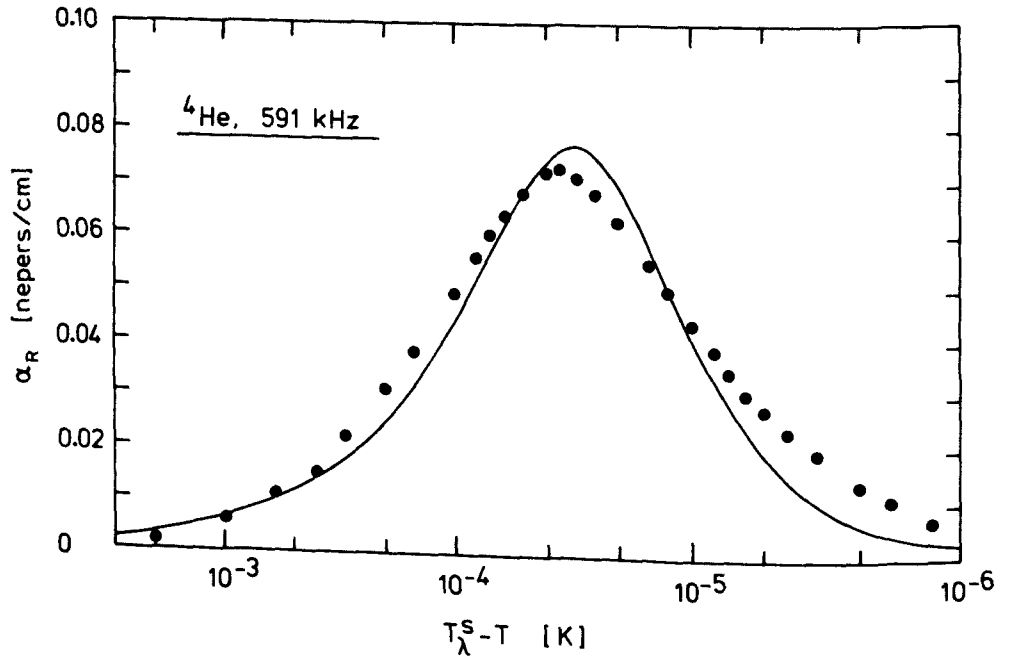


Abb. 21

$X_3 = 0$:

Relaxationsanteil der Dämpfung bei 591 kHz. Die Punkte repräsentieren eine kontinuierliche Messung von $\alpha_R = \alpha^- - \alpha^+$. Die Linie ist eine Anpassung von Gl. (12) mit $x' = 1.062$ und A_R und τ'_0 als freie Parameter.

den wird. Wir schließen daraus, daß unsere Daten in der Tat zeigen, daß der Fluktuationsbeitrag zu Dämpfung und Dispersion oberhalb und unterhalb T_λ nur sehr wenig verschieden, wahrscheinlich sogar der gleiche ist - vorausgesetzt, daß die Gl.(4) bis (12) den Relaxationsanteil vollständig beschreiben und daß die Auftrennung der Anteile gemäß Gl.(27) oder (31) gerechtfertigt ist. Deshalb diskutieren wir im folgenden nur noch Resultate für $r = s = 1$ als typische Beispiele für alle durchgeführten Rechnungen.

Beispiele für die Anpassung von D_R und α_R sind in den Abb.20 und 21 für ^4He und 591 kHz gezeigt. Die Dämpfung α_R ist eine nahezu symmetrische Funktion von $\log(t)$ (entsprechend Gl. (4), vgl. auch Abb.24 und 29, Kurve 5). Die Anpassung der theoretischen Kurven an die Daten ist innerhalb der Meßgenauigkeit. Wie aus Abb.21 aber ersichtlich ist, streuen die Datenpunkte nicht nur statistisch um die theoretischen Kurven, sondern es existiert auch eine kleine systematische Abweichung: offensichtlich ist die Halbwertsbreite der gemessenen Absorptionskurve auf logarithmischem Temperaturmaßstab größer als die der theoretischen Vorhersage. Da die Halbwertsbreite der Theoriefunktion weder durch die Wahl von τ'_0 (ändert im wesentlichen nur die Lage der Linie) noch durch A_R (Amplitudenfaktor) beeinflusst wird und da sich Δu für ^4He in unserem Temperaturbereich ziemlich gleichmäßig mit ca. 50 % pro Dekade in t ändert, können wir dieses Problem im Rahmen der hier angegebenen Theorie nicht lösen. Als Test haben wir auch die Meßdaten von Ref.9 mit den korrekten Gleichungen (12) gefittet.⁵⁹ Wir finden auch für diese Daten (Frequenzbereich 600 kHz - 3.17 MHz) genau denselben Effekt.

In Abb.18 zeigen wir den Abfall der maximalen Relaxationsdämpfung $\alpha_{R,\text{max}}$ mit zunehmender ^3He -Konzentration, zusammen mit der maximalen Gesamtdämpfung und der maximalen Dämpfung durch Fluktuationen $\alpha(T \approx T_\lambda)$ ⁵⁵. Man erkennt das ähnliche Verhalten von Relaxations- und Fluktuationsanteil, die zumindest für $X_3 < 0.4$ bis auf einen Faktor 2 übereinstimmen. Dagegen zeigt die maximale Dispersion $u(600 \text{ kHz}) - u_\lambda(0)$ einen etwas stärkeren Abfall mit zunehmendem X_3 (Tabelle II). Die Konsistenz zwischen

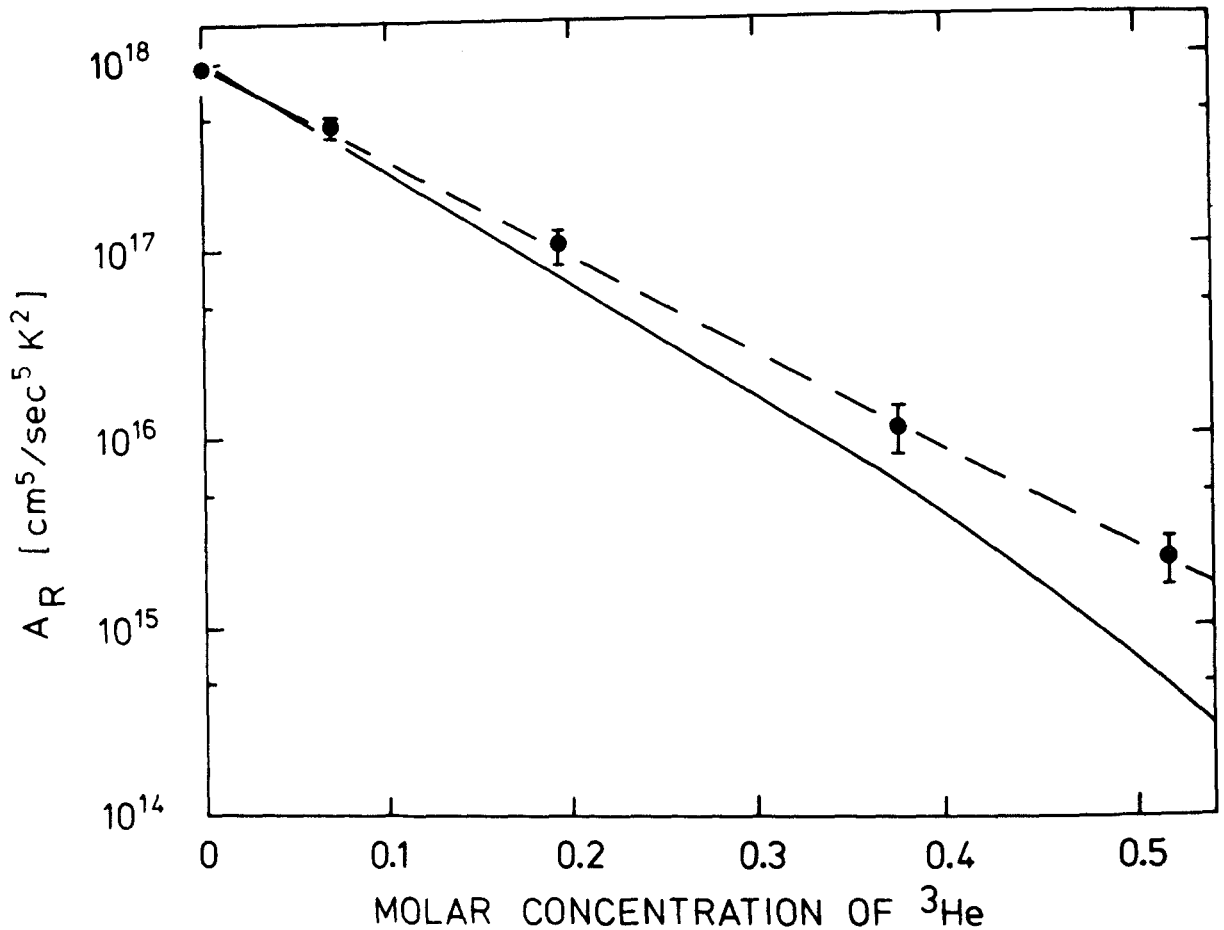


Abb. 22

Amplitude A_R (Gl.6) als Funktion der ^3He -Konzentration. Die Punkte ergeben sich als Mittelwert der Ergebnisse von Anpassungen der Gl.(12) an Relaxationsdämpfung und -dispersion.⁶ Man beachte die drastische Abnahme von A_R mit X_3 . Die neu analysierten Daten von Ref.9 für $X_3=0$ stimmen mit unserem Ergebnis genau überein.⁵⁹ Während die gestrichelte Linie durch die gezeichneten Punkte nur zur Orientierung dient, ist die durchgezogene Linie die ohne angepaßte Parameter gemäß Gl.(11) berechnete theoretische Vorhersage.³⁴ Die Kurven sind nicht bei $X_3=0$ normiert.

Relaxationsdispersion und -absorption ist durch die Übereinstimmung der Parameter A_R und τ'_0 aus unabhängigen Anpassungen an α_R und D_R gezeigt. Die Ergebnisse für A_R und τ'_0 als Funktion von X_3 sind in Abb.22 und 23 und in Tabelle III gezeigt.⁶⁰ Die Relaxationsamplitude A_R nimmt um fast 3 Größenordnungen ab, wenn X_3 von 0 auf 0.517 steigt. Dabei scheint der $\log(A_R)$ ungefähr linear von X_3 abzuhängen. Die entsprechende Abnahme von Δu mit zunehmendem X_3 ist durch den Faktor C_p^{-2} stark reduziert (Gl.6), so daß $\alpha_{R,max}$ (Abb.19) nicht ebenso stark abfällt. In Abb.22 ist auch das nach Gl.(11) theoretisch vorhergesagte Verhalten von A_R eingetragen. Für die Rechnung sind die in unseren Tabellen angegebenen Werte benutzt, einschließlich V_λ von Ref.54 und $u_{2,0}$ und ρ_s von Ref.27. Diese Rechnung enthält keinen freien Parameter und beide Kurven in Abb.22 stimmen ohne zusätzliche Normierung nahezu quantitativ überein. Diese Tatsache ist ein deutlicher Hinweis für die Richtigkeit dieser Analyse. Bei der Berechnung von A_R gehen die Unsicherheiten von $3\nu'-2$ und C_p ein und könnten für die zunehmenden Abweichungen mit wachsendem X_3 verantwortlich sein.^{27,32,58,61}

Die Abb.23 zeigt, daß die Amplitude der Relaxationszeit τ'_0 in dem untersuchten Bereich um mehr als eine Größenordnung zunimmt. Der Anstieg von $\log \tau'_0$ scheint zumindest bis $X_3 = 0.4$ linear mit X_3 zu erfolgen. In ^4He erhalten wir $\tau'_0 = (2.01 \pm 0.3) \cdot 10^{-12} \text{ s}$, entsprechend $\xi'_0 = \tau'_0 \cdot u_{2,0} = 0.93 \pm 0.14 \text{ \AA}$, in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten anderer Autoren^{9,31,39}. Zusätzlich ist in Abb.23 der Wert $\tau'_0 = 1.45 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ eingetragen, den wir erhalten, wenn wir die Meßdaten von Ref.9 (^4He , 600 kHz-3.17 MHz) analysieren.⁵⁹ Außerdem ist τ'_0 aus der Skalenanalyse der Daten bei $T > T_\lambda$ (Kap.V.4.) eingetragen und schließlich die Werte $\tau'_0 = \xi'_0/u_{2,0}$, wie sie sich aus veröffentlichten Werten für die "healing length" und die zweite Schallgeschwindigkeit in Mischungen ergeben.^{27,32} Die gute Übereinstimmung ist ein weiterer Hinweis für die Richtigkeit der besprochenen Analyse. Allerdings stimmen unsere Ergebnisse nicht überein mit $\tau' = 0.65 \cdot 10^{-12} \text{ s}$ bis $1.45 \pm 0.1 \text{ s}$, wie für $X_3 = 0.36$ und 36 MHz kürzlich von Ref.37 veröffentlicht.

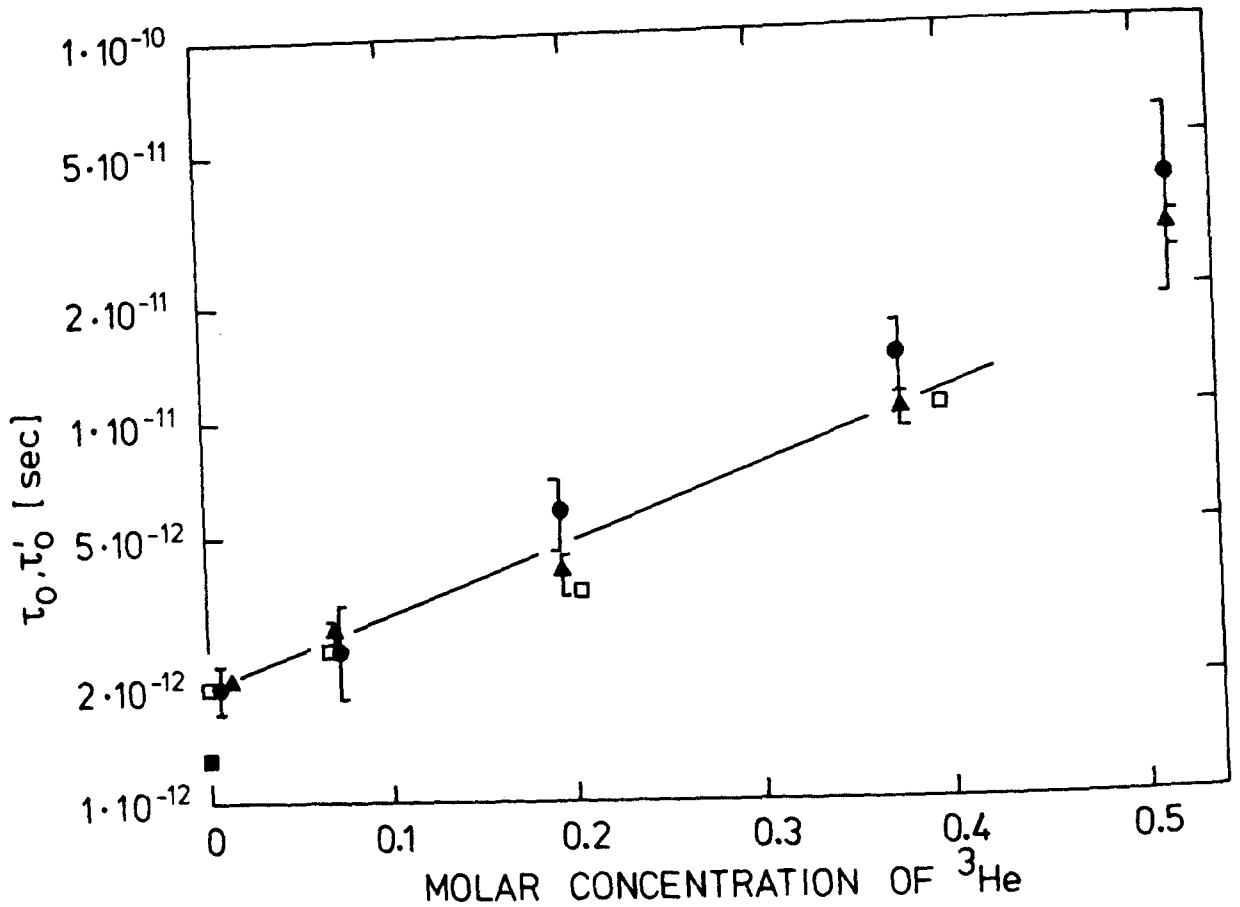


Abb. 23

Amplitude τ'_0 der Relaxationszeit $\tau' = \tau'_0 t^{-x'}$ als Funktion der ^3He -Konzentration. Die vollen Punkte (●) ergeben sich als Mittelwerte der Ergebnisse von Anpassungen von Gl.(12) an Relaxationsdämpfung und -dispersion⁶⁰ mit x' aus Tabelle I. Die Dreiecke sind die Ergebnisse der Skalenanalyse für $T > T_\lambda$ (Kap.V.4). Sie sind bei $X_3=0$ normiert. Die Messungen von Ref.32 für Korrelationslänge ξ und Geschwindigkeit des zweiten Schalls u_2 ergeben mit $\tau'_0 = \xi'_0 / u_{2,0}$ die bei $X_3=0$ normierten Punkte (□). Die, wie im Text beschrieben, neu analysierten Daten von Ref.9 ergeben das Quadrat (■).⁵⁹ Die eingetragene Linie dient nur der Orientierung.

c) Temperaturabhängigkeit der maximalen Relaxationsdämpfung

Die Relaxationsdämpfung wird durch Gl.(4) beschrieben. Nur bei Vernachlässigung der Temperaturabhängigkeit von Δu liegt das Maximum $\alpha_{R,max}$ bei $\omega\tau' = 1$, genau wie die Skalenfunktion Nr. 5 in Abb.29 zeigt. Um die genaue Lage der maximalen Dämpfung zu finden, differenzieren wir Gl.(4) nach t :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0 \quad (32)$$

und erhalten

$$\frac{1}{\Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial t} \cdot \tau' - \frac{2}{u} \cdot \tau' \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \tau'}{\partial t} \cdot \frac{1 - \omega^2 \tau'^2}{1 + \omega^2 \tau'^2} = 0 \quad (33)$$

Die Temperaturabhängigkeit von u ist durch Gl.(2) gegeben. Für diese Rechnung ist aber die Annahme $u = \text{const.}$ gerechtfertigt, denn die relativen Änderungen von u im interessierenden Temperaturbereich betragen weniger als $4 \cdot 10^{-3}$, so daß der 2. Term in Gl.(33) vernachlässigt werden kann. Für Gl.(6) schreiben wir

$$\Delta u = A_R t^z C_p^{-2} ; z = 3\nu' - 2 \quad (6)$$

Wir setzen C_p nach Gl.(21) ein

$$C_p = \frac{A'}{\alpha'} (t^{-\alpha'} - 1) + B' \quad (21)$$

und erhalten mit

$$\tau' = \tau'_0 t^{-x'} \quad (13)$$

durch Ausführen der Differentiation in Gl.(33) nach einigen Umformungen

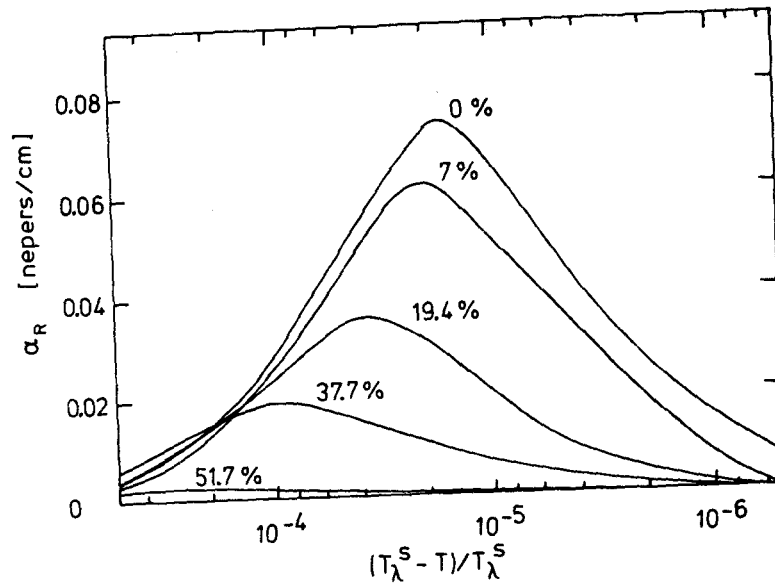
$$(\omega\tau')^2 = \frac{x' - z - 2\alpha'\varphi(t)}{x' + z + 2\alpha'\varphi(t)} \quad (34)$$

Dabei ist die Abkürzung

$$\varphi(t) = \left[1 - t^{\alpha'} (1 - \alpha' B' / A) \right]^{-1} \quad (35)$$

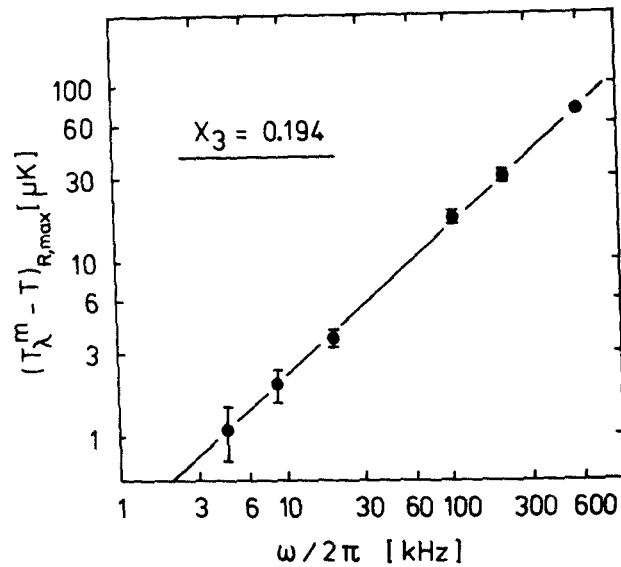
eingeführt (siehe Tabelle I).

Abb. 24



Relaxationsanteil $\alpha_R = \alpha^- - \alpha^+$ der Dämpfung bei ca. 600 kHz ⁵⁵
über reduzierter Temperaturskala in den untersuchten
Mischungen.

Abb. 25



$X_3 = 0.194$: Temperaturdifferenz $(T_\lambda^m - T)_{R,max}$ als Funktion der Frequenz. Bei $T_{R,max}$ tritt die maximale Relaxationsdämpfung auf, T_λ^m ist die Temperatur, bei der T_λ die Mitte der 0.5 cm hohen Probe erreicht. Die Gerade entspricht $\omega t^{-1.16} = \text{const.}$ Dabei ist der Exponent durch die Steigung festgelegt und hängt empfindlich von T_λ^m ab, weil $(T - T_\lambda^m)_{R,max}$ bei niedrigen Frequenzen sehr kleine Werte annimmt und sich Unsicherheiten von T_λ^m dort sehr stark auswirken.

Als Ergebnis der Rechnung erhält man die in Tabelle I aufgeführten Werte für $\omega\tau'$ am Relaxationsdämpfungsmaximum. Sie weichen zum Teil erheblich von $\omega\tau' = 1$ ab. Es zeigt sich außerdem, daß die Temperaturabhängigkeit der Funktion $\varphi(t)$ so schwach ist, daß sich $\omega\tau'$ bei $\alpha_{R,\max}$ um weniger als 3 % pro Dekade in t ändert. Wir finden damit näherungsweise

$$(\omega\tau') \cong \text{const}(X_3) \quad \text{bei } \alpha_{R,\max} \quad . \quad (36)$$

Wie in Tabelle I gezeigt, wird die Abweichung von $\omega\tau = 1$ mit zunehmendem X_3 immer schwächer.

In Abb.24 sind gemessene Kurven für den Relaxationsanteil der Dämpfung gezeigt. Mit zunehmendem ^3He -Anteil entfernt sich die Temperatur des Dämpfungsmaximums immer weiter von T_λ , weil $\tau'_0(X_3)$ zunimmt (Abb.23) und die in Tabelle I aufgeführten Werte für $\omega\tau'$ bereits in zunehmend größerem Abstand von T_λ erreicht werden.

Mit Hilfe von Gl.(36) kann man den kritischen Exponent x' von τ' bestimmen (Gl.13). Dazu trägt man in doppelt-logarithmischer Darstellung die zu $\alpha_{R,\max}$ gehörige Temperatur gegen die Frequenz auf. Wegen $\omega\tau' = \omega\tau'_0 t^{-x'} = \text{const.}$ gilt $\log \omega = x' \log t + \text{const}'$, so daß sich x' als die Steigung der entstehenden Geraden ergibt. In Abb.25 ist diese Auftragung für $X_3 = 0.194$ gezeigt. Der zugehörige Fit liefert in unserem Konzentrationsbereich x' -Werte, die um 0.1 bis 0.2 größer sind als $x' = v' + w$. Die schwache Temperaturabhängigkeit von $\omega\tau'$ bei $\alpha_{R,\max}$ ändert daran nichts. Aber wegen der sehr kleinen Werte von $t_{R,\max}$ bei niedrigen Frequenzen ergeben bereits Temperaturänderungen von einigen 10^{-7} K in T_λ deutliche Änderungen von x' . Aus diesem Grunde benutzen wir in dieser Analyse T_λ^m , den Wert, wo T_λ^m etwa in der Mitte der Probe auftritt. Eine Verschiebung von T_λ^m um 0.5 μK ergibt bereits eine Übereinstimmung von $x' = v' + w$. Wir betrachten deshalb die eben beschriebene Diskrepanz als nicht signifikant und wegen unserer Meßgenauigkeit nicht als Widerspruch zu $x' = v' + w$, was wir im weiteren auch wieder benutzen.

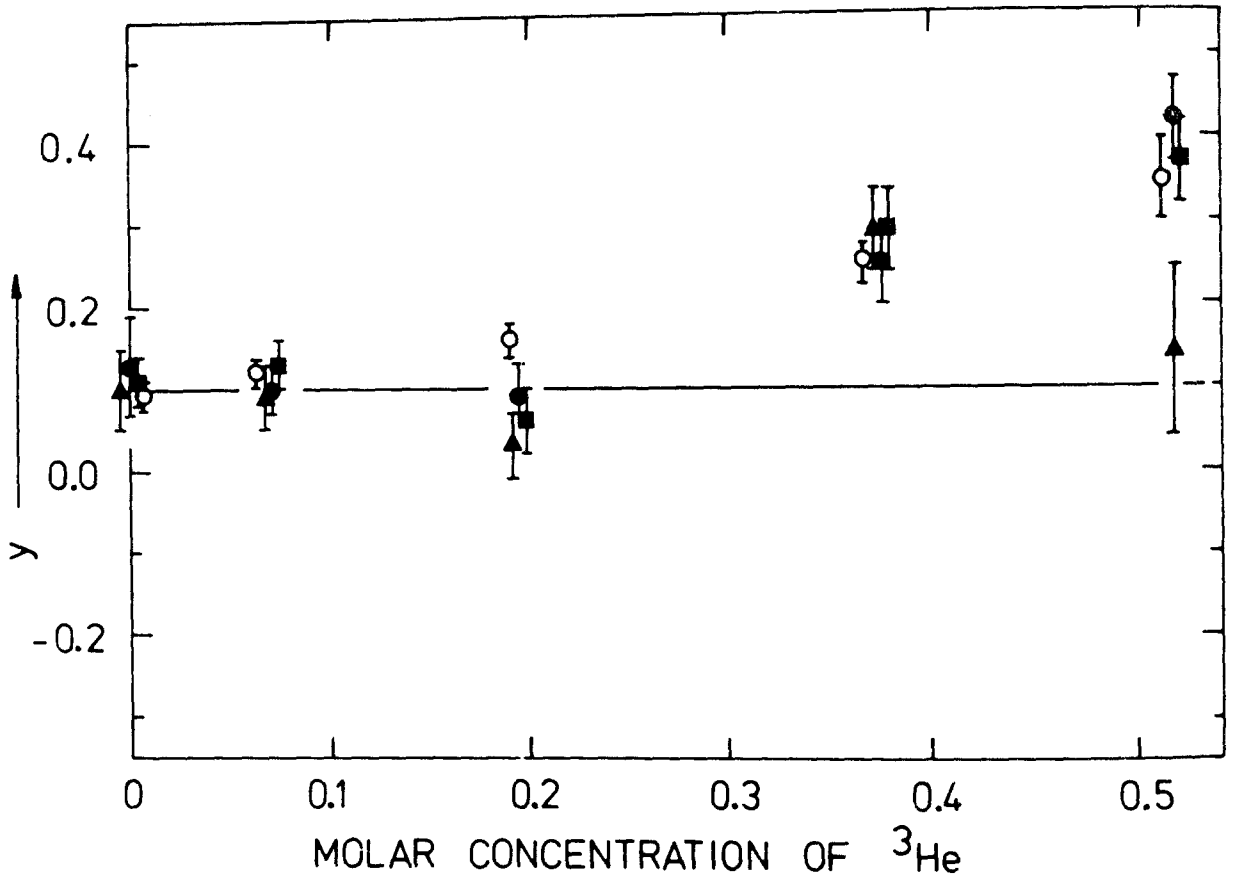


Abb. 26

Exponenten der Frequenzabhängigkeit von Dämpfung und Dispersion nahe T_λ . Aufgetragen sind die Exponenten y von $\alpha = \alpha_0 \omega^{1+y}$ und $u_{(\omega)} - u_{\lambda(0)} \sim \omega^y$. Es ist (■): Gesamtdämpfungsmaximum; (▲): Relaxationsdämpfungsmaximum; (●): Dämpfung bei T_λ ; (o): Dispersion bei T_λ . Untersuchter Frequenzbereich: 2.2 bis 627 kHz. Das Ergebnis von Ref.9 für $X_3=0$ und 17 kHz bis 3.17 MHz beträgt $y=0.15$. Die Gerade $y=0.10$ dient nur zur Orientierung.

Wir merken noch an, daß das Maximum der Relaxationsdämpfung deutlich weiter von T_λ entfernt auftritt als die maximale Gesamtdämpfung. Diese Tatsache ist bisweilen vernachlässigt worden.^{9,62}

2.) Frequenzabhängigkeit von α und D

Neben der Temperatur- und Konzentrationsabhängigkeit ist die Frequenzabhängigkeit von Dämpfung und Dispersion nahe T_λ von besonderem Interesse. Wir können für das Maximum der Gesamtdämpfung, für die maximale Relaxationsdämpfung und für die Dämpfung nahe T_λ (maximaler Fluktuationsanteil) schreiben⁶³

$$\alpha = \alpha_0 \omega^{1+y} \quad (37)$$

Die gemessenen Exponenten y sind in Abb.26 dargestellt. Bemerkenswert ist, daß sie für alle drei Fälle innerhalb der Fehler übereinstimmen, außer für $X_3 = 0.517$. Außerdem ist für $X_3 < 0.2$ $y \approx 0.10$ im wesentlichen konstant. Ein Exponent $y > 0$ stimmt sowohl mit dem Ergebnis von Ref.9, $y = 0.15$ für einen Frequenzbereich von 17 kHz bis 3.17 MHz in ^4He , als auch mit Ref.37, $y = 0.17 \pm 0.1$ für $X_3 = 0.36$ und Frequenzen von 1 MHz bis 36 MHz überein. Bei noch höheren Frequenzen von 0.6 MHz bis 1 GHz sind für die Dämpfung nahe T_λ Werte von $y \approx 0.3$ berichtet.^{37,38,41}

Wenn man Gl.(37) an Meßdaten anpaßt, sind die Werte für α_0 sehr stark mit y korreliert, denn ω ist eine große Zahl und geringe Änderungen des Exponenten haben einen starken Einfluß. Für die Bestimmung der Absorptionsamplituden verweisen wir deshalb auf Abb.19. Dort ist die Konzentrationsabhängigkeit der Absorption bei ca. 600 kHz⁵⁵ dargestellt. Wir geben keine Tabelle für α_0 , das wegen der Fehlerbalken von y mit großen Fehlern behaftet sein kann und merken nur an, daß α_0 etwa von $5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$ bei ^4He auf $1 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-1}$ bei $X_3 = 0.517$ abfällt, mit einem Faktor 2 Unsicherheit bei unseren Exponenten y .

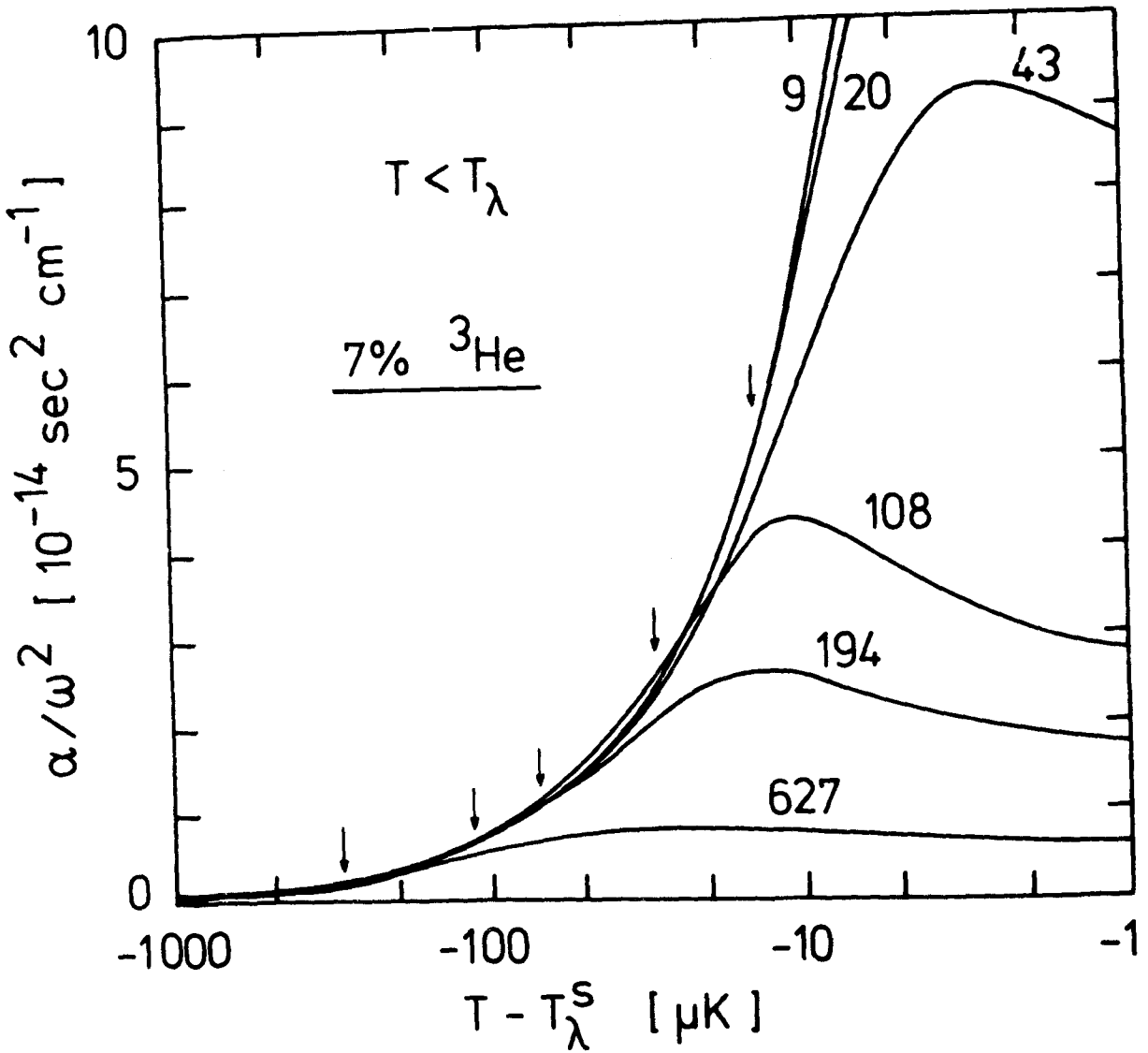


Abb. 27

$X_3=0.07$: Übergang der kritischen Absorption in das hydrodynamische Verhalten $\alpha=A_{(T)} \cdot \omega^2$ (Gl.17). Aufgetragen sind gemessene Daten von α/ω^2 gegen Temperatur, Parameter ist die Frequenz in kHz. Die Zunahme der Dämpfung bei T_λ ist solange mit Gl.(17) verträglich, wie die Meßkurven α/ω^2 auf der gemeinsamen Kurve $A_{(T)}$ liegen. Mit wachsender Frequenz wird das hydrodynamische Verhalten weiter entfernt von T_λ verlassen. Das Abweichen vom hydrodynamischen Verhalten tritt ab etwa $\omega\tau \approx 0.1$ auf und die Pfeile geben an, bei welchen Temperaturen jeweils $\omega\tau=0.1$ für die Frequenzen 20-627 kHz erreicht wird. Bei 9 kHz ist noch kein Abweichen von der Hydrodynamik sichtbar, so daß $\alpha(9\text{kHz})/(9 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot \text{s}^{-1})^2 = A_{(T)}$ ist.

Entsprechend könnte man auch für die Dispersion vorgehen, nur tritt die maximale Gesamtdispersion und der maximale Relaxationsanteil in einem Gebiet so nahe T_λ auf, daß die Messung durch Gravitationsmittelung verfälscht werden kann. Ohne allzu großen Gravitationseinfluß bleiben selbst in unserem Experiment lediglich die Schallgeschwindigkeiten mit Frequenzen größer 40 kHz, weil sie nur relativ wenig mit der Temperatur variieren. Deshalb ist $u(0)$ nur schlecht durch eine Messung zu bestimmen. Als Referenz anstelle von $u(2.2 \text{ kHz})$ bietet sich die "gravitationsfrei" berechnete Schallgeschwindigkeit $u(\omega=0, h=0)$ an (Gl.(2) und Kap.IV.2). Aus der Beziehung

$$u(\omega) - u_\lambda(0) \sim \omega^y \quad (38)$$

finden wir den Exponenten y für die maximale Dispersion, der ebenfalls in Abb.26 eingezeichnet ist. Er ist in sehr guter Übereinstimmung mit den entsprechenden Werten für die Absorption. Allerdings ist y eine kleine Zahl und die Änderung $u(600 \text{ kHz}) - u(40 \text{ kHz})$ ist klein gegenüber $u(600 \text{ kHz}) - u_\lambda(0)$ (z.B. in ^4He : 21 cm/s gegenüber 95 cm/s), so daß wir nicht zwischen (38) und

$$u(\omega) - u_\lambda(0) \sim \log(\omega) \quad (39)$$

unterscheiden können. Gl.(39) ist mit unseren Daten ebenso verträglich wie Gl.(38) und wie aus Abb.30 (Kap.V.4.b) zu sehen ist, wäre Gl.(39) für die Dispersion bei $T > T_\lambda$ und $\omega\tau > 1$ durchaus sinnvoll.

Die in Abb.26 gezeigten Werte für y stimmen überein mit der Voraussage von Gl.(15), daß $\alpha \sim \omega^{1+s/x}$ sein soll, wenn $\omega\tau$ konstant und s größer 0 ist. Allerdings übertreffen sie die Frequenzabhängigkeit $y = \alpha'/v'$ mit α' als Exponent von C_p (Gl.21).^{26,36}

3.) Hydrodynamisches Gebiet

Wie in Kap.II.2c gezeigt, ist eine genaue Bestimmung der hydrodynamischen Absorption in diesem Experiment nicht möglich. Um die durch Gl.(17) gegebene Anschlußbedingung ($\alpha, D \sim \omega^2$) zu prüfen,

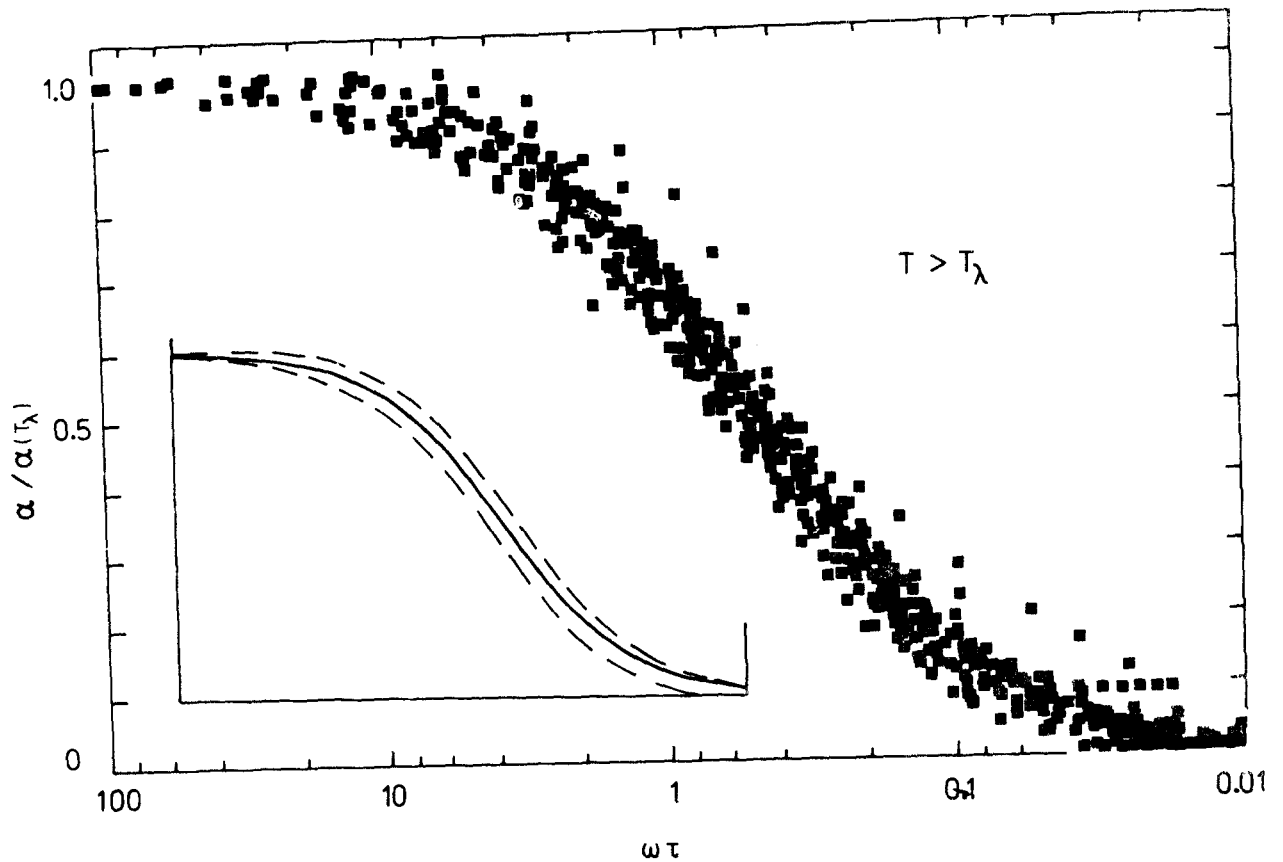


Abb. 28

Skalendarstellung der kritischen Dämpfung für $T > T_\lambda$, Frequenzen von 9 bis 627 kHz und alle untersuchten Mischungen. Die Skalenvariable ist $\omega\tau = \omega\tau_0 t^{-x}$ mit den in Tabelle I ($x=x'$) und III (τ_0) angegebenen Werten. Die Meßdaten sind nahe T_λ normiert. Die durchgezogene Linie im Einsatz stellt die Funktion $f_F = \omega\tau / (c + \omega\tau)$ mit $c = 0.506$ dar. Die gestrichelten Linien umschließen das Gebiet, das 95% der Meßdaten enthält.

haben wir α/ω^2 und D/ω^2 über $|T-T_\lambda|$ aufgetragen. Wir finden, daß unsere Daten für $\omega\tau < 0.1$ auf einer gemeinsamen Kurve liegen und Gl.(17) erfüllen, dagegen für $\omega\tau > 0.1$ die gemeinsame Kurve verlassen und allmählich in das Verhalten gemäß Gl.(37), (38) oder (39) übergehen. Ein Beispiel ist in Abb.27 gezeigt.

4.) Skalenanalyse von Dispersion und Dämpfung

Weil die Dispersions- und Dämpfungsdaten für alle Frequenzen und alle Mischungen jeweils ähnlich aussehen, versuchen wir, eine gemeinsame graphische Darstellung durch Verwendung geeigneter Variablen und Maßstäbe ("Skalen") zu finden und wenn möglich, die zugehörige mathematische Funktion empirisch zu ermitteln. Wir führen deshalb eine verallgemeinerte Skalenanalyse unserer Daten durch und versuchen, sie an Skalengleichungen wie Gl.(15) anzupassen. Dabei ist offensichtlich die für Schalldämpfung und -dispersion angemessene Variable $\omega\tau$. Ein ähnlicher Ansatz ist kürzlich von Golding⁶² für die Schalldämpfung am Curiepunkt von MnP benutzt worden und von Ref.37 in einer vorläufigen Analyse für Schalldämpfung bei 1 bis 15 MHz nahe T_λ in ^4He sowie in einer ^3He - ^4He -Mischung mit $X_3 = 0.36$.

In unserer Analyse behandeln wir die Daten oberhalb und unterhalb T_λ unabhängig und bestimmen Exponent und Amplitude von $\tau = \tau_0 t^{-x}$ jeweils getrennt.

a.) Dämpfung für $T > T_\lambda$

Zuerst werden alle Absorptionsdaten auf ihren Wert nahe T_λ , d.h. bei großen $\omega\tau$, normiert. Dadurch wird die Frequenzabhängigkeit von $\alpha(T \simeq T_\lambda) \sim \omega^{1+y}$ (Gl.37) eliminiert. Wir finden, daß eine Normierung von α bei $\omega\tau = 1$ dasselbe Ergebnis liefert. Dann werden die Daten für jede Mischung als Funktion von ωt^{-x} graphisch dargestellt, wobei x zwischen 0.9 und 1.4 variiert wird. Diese Darstellung ergibt, daß eine optimale Übereinstimmung der Daten unterschiedlicher Frequenz bei $x = 1.10 \pm 0.05$ gegeben ist, wobei die Genauigkeit nicht ausreicht, um zu unterscheiden, ob $x = 1.10$ oder $x = x' = v' + w$ (Gl.13) günstiger ist. Wir be-

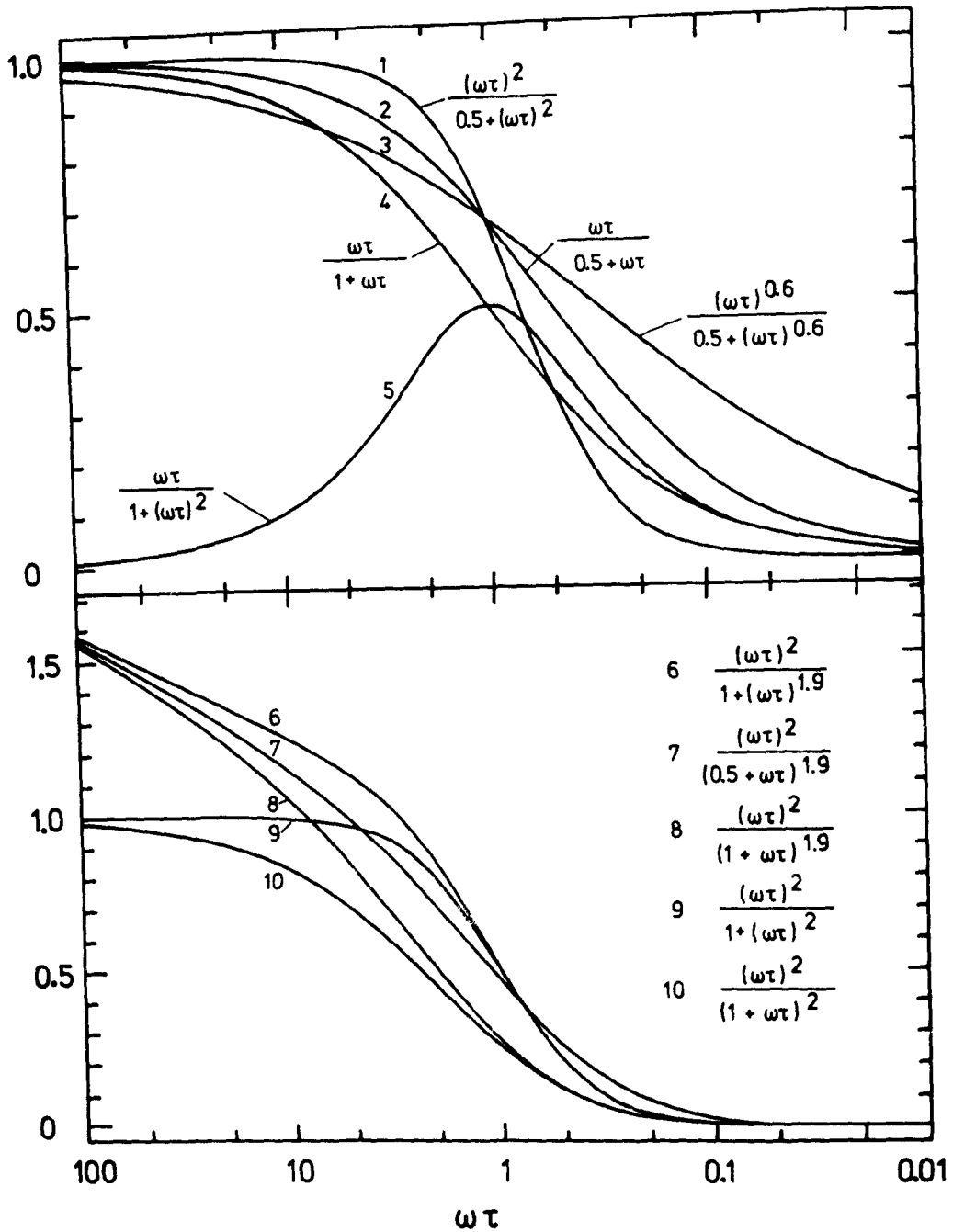


Abb. 29

Beispiele von einfachen Skalenfunktionen für Absorption (oben) und Dispersion (unten). Die Funktionen 1-4 streben gegen 1 für $\omega\tau \rightarrow \infty$ und entsprechen asymptotisch dem beobachteten Verhalten der Fluktuationsabsorption. Die Funktionen 5 und 9 sind die Skalenfunktionen der Relaxationsabsorption bzw. -dispersion, 5 ist symmetrisch um $\omega\tau=1$. Die Funktionen 6-8 verhalten sich für große $\omega\tau$ wie $(\omega\tau)^{0.1}$. Die Funktionen 1,6-10 münden wie ω^2 in das hydrodynamische Gebiet, dagegen benötigen die Funktionen 2-5 dazu einen Vorfaktor ω^{1+y} , $y \geq 0$.

nutzen deshalb im folgenden $x = x'$. Ref.37 findet $x = 1.1$ für ${}^4\text{He}$ in Übereinstimmung mit unserem Ergebnis, allerdings $x = 1.3$ für $X_3 = 0.36$ (1-15 MHz).

Der nächste Schritt ist eine Darstellung der Daten für alle ω und gleichzeitig alle X_3 gemeinsam als Funktion von $\omega\tau_0 t^{-x}$. Dabei ist τ_0 für die unterschiedlichen Mischungen so zu wählen, daß die Daten wiederum auf eine gemeinsame Kurve zusammenfallen. Das Ergebnis ist in Abb.28 gezeigt. Die Daten für alle Frequenzen und Mischungen im gesamten untersuchten Gebiet fallen auf eine Kurve zusammen, wobei die Abweichungen maximal 5 % betragen. Die Abweichungen sind statistisch ohne Korrelation zu ω , $\omega\tau$ oder X_3 . Die dazu benötigten Werte für τ_0 sind in Tabelle III angegeben und in Abb.23 mit eingetragen. Wir haben die Werte auf $\tau_0(X_3=0) = 2.01 \cdot 10^{-12}$ s normiert, denn die Skalendarstellung ergibt nur die Konzentrationsabhängigkeit, nicht aber den Absolutwert von τ_0 . Innerhalb der Fehlerbalken stimmt dann τ_0 aus dieser Skalenanalyse für $T > T_\lambda$ überein mit τ'_0 , bestimmt aus der Ordnungsparameter-Relaxation für $T < T_\lambda$ (Gl.(12) und Kap.V.1).

Wir schließen aus dieser Skalendarstellung, daß die kritische Dämpfung α_F von erstem Schall für $T > T_\lambda$ in ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ -Mischungen mit $0 \leq X_3 \leq 0.517$ für Frequenzen von 9 bis 627 kHz durch Gl.(15) über mindestens 4 Dekaden von $\omega\tau$ beschrieben wird. Dabei ist die nahe T_λ oder bei $\omega\tau = 1$ normierte Dämpfung nur noch eine Funktion von $\omega\tau$. Diese Variable erfaßt die Abhängigkeit von $T-T_\lambda$, ω und X_3 . Sowohl die Konzentrationsabhängigkeit der Amplitude als auch der Exponent von τ aus dieser Skalenanalyse decken sich mit dem Verhalten von $\tau' = \xi'/u_2$, der Relaxationszeit unterhalb T_λ . Dabei bleibt nur der konstante Faktor $\tau_0({}^4\text{He})/\tau'_0({}^4\text{He})$ unbestimmt und wird von uns = 1 gesetzt. Die Existenz dieser Skalendarstellung scheint uns eines der wichtigsten Resultate der vorliegenden Untersuchung zu sein.

Wegen des einfachen Verlaufs der Daten (Abb.28) ist es möglich, eine Skalenfunktion $f_F(\omega\tau)$ zu bestimmen. Die Funktion

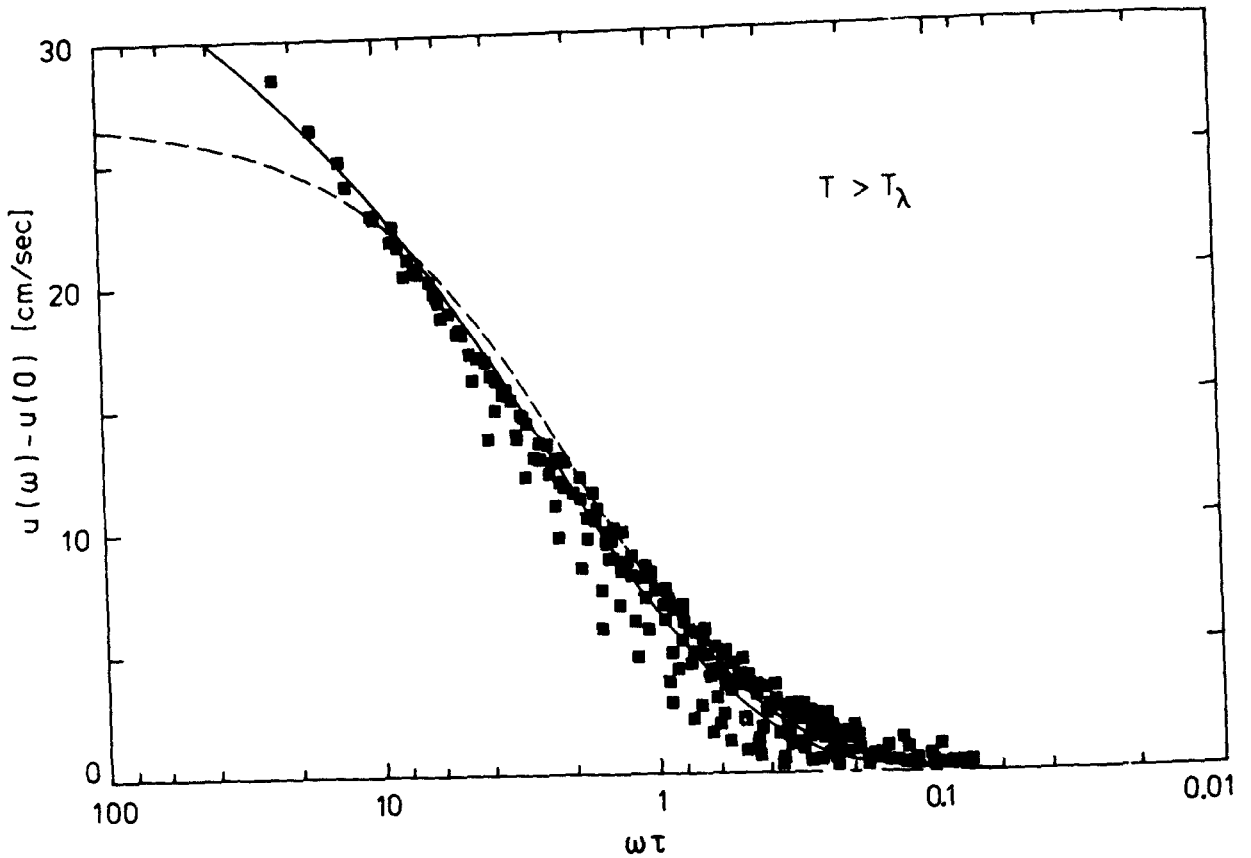


Abb. 30

Skalendarstellung der kritischen Dispersion D für $T > T_\lambda$, $|T - T_\lambda| > 5 \mu K$, $20 \text{ kHz} < \omega/2\pi < 627 \text{ kHz}$, $0 < x_3 < 0.377$. Die Skalenvariable ist $\omega\tau$ mit der aus der Dämpfung bestimmten charakteristischen Zeit τ . Die Meßdaten sind multipliziert mit $D_0 = 1, 1.36, 2$ und 6.2 für $x_3 = 0, 0.70, 0.194, 0.377$ (Gl.43). Eine zusätzliche frequenzabhängige Normierung ist nicht vorgenommen worden. Die durchgezogene Linie ist durch Gl.(43) mit $y = 0.1$ gegeben. Zum Vergleich ist gestrichelt $D = 27[\omega\tau/(0.91 + \omega\tau)]^2$ eingetragen. Eine Gerade auf diesem Diagramm entspricht dem Verhalten $D \propto \log(\omega\tau)$.

$$f_F(\omega\tau) = \frac{\omega\tau}{c+\omega\tau} \quad (40)$$

mit $c = (0.506 \pm 0.005) \cdot (\tau_0/\tau'_0)$ entspricht unseren Daten sehr gut, wie auch in Abb.28 dargestellt ist. Der angegebene Fehler für c ist eine Standardabweichung, entsprechend einer Streuung der Datenpunkte in Abb.28 um ca. 4 %. Dieselbe Funktion mit $c = 2.2$ beschreibt die Schalldämpfung in MnP oberhalb T_c ,⁶² und Ahlers¹⁶ hat f_F für die Anpassung an die Schalldämpfung bei 1 GHz benutzt.^{40,41}

Aber Gl.(40) zusammen mit Gl.(15) ergibt für $y \neq 0$ ein Verhalten, das für $\omega\tau \ll 1$ nicht in den hydrodynamischen Grenzfall übergeht. Um diese Inkonsistenz zu beseitigen, haben wir unsere Daten angepaßt an

$$\bar{f}_F = \frac{(\omega\tau)^{1-y}}{\bar{c} + (\omega\tau)^{1-y}} \quad (41)$$

Für $X_3 < 0.2$, wo $y = 0.1$ ist (Abb.26), sind unsere Daten mit $\bar{f}_F$ und f_F gleichermaßen verträglich. Wir erhalten $\bar{c} = (0.55 \pm 0.01) \cdot (\tau_0/\tau'_0)^{1-y}$ für $X_3 < 0.2$ und ziehen in diesem Konzentrationsgebiet $\bar{f}_F$ vor, weil der korrekte Übergang in die Hydrodynamik gegeben ist. Dagegen wird die Übereinstimmung von $\bar{f}_F$ mit den Daten bei $X_3 > 0.3$ und $y > 0.1$ deutlich schlechter als bei f_F . Möglicherweise ist die korrekte Skalenfunktion, insbesondere bei diesen Konzentrationen, komplizierter. Da wir keine theoretische Vorhersage für die Form der Skalenfunktion kennen, haben wir in dieser Analyse nur einfache Skalenfunktionen benutzt. In Abb.29 sind einige der untersuchten Skalenfunktionen aufgetragen.

Abb.28 zeigt, daß die Dämpfung bereits in diesem $\omega\tau$ -Bereich den Sättigungswert für große $\omega\tau$ erreicht. Deshalb sind z.B. Skalenfunktionen wie $\hat{f} = (\omega\tau)^{1-y}/(c+\omega\tau)$ auszuschließen (siehe Abb.29).

b.) Dispersion für $T > T_\lambda$

Im Gegensatz zur Dämpfung hängt die Dispersion im kritischen Gebiet bei festem X_3 und t nur sehr schwach von der Frequenz ab (vgl. Gl.(38) und Abb.26). Wir haben eine Abb.28 entsprechen-

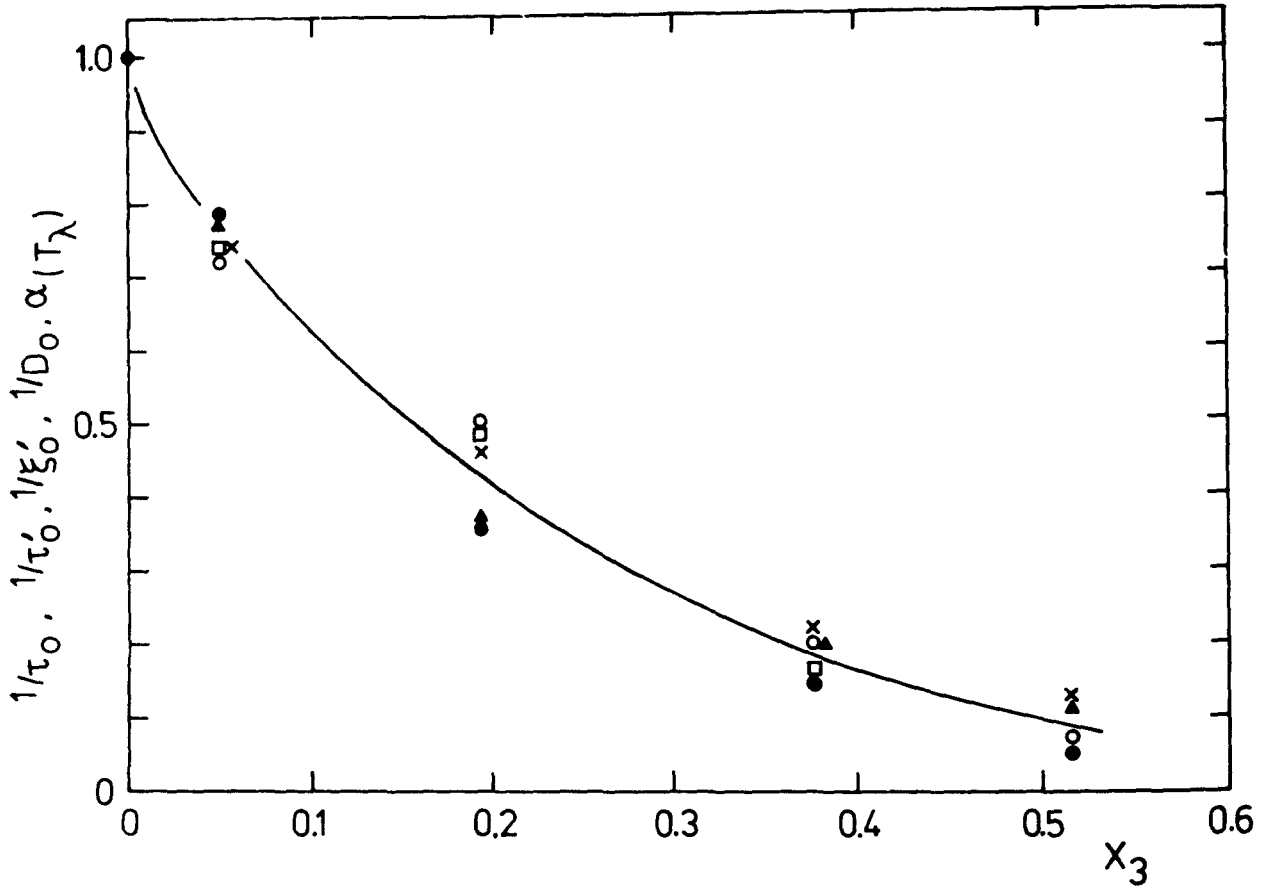


Abb. 31

Normierte Darstellung der Abnahme des Fluktuationsanteils von Dämpfung und Dispersion zusammen mit der Zunahme von charakteristischer Zeit und Korrelationslänge bei Zunahme der ^3He -Konzentration X_3 (Gl.44). Es bedeutet

○: $1/\tau_0$; ●: $1/\tau'_0$; ▲: $1/\epsilon'_0$; □: $1/D_0$;
 x: $\alpha(T \approx T_\lambda, 600 \text{ kHz})$. Alle Größen sind auf ihren Wert bei $X_3 = 0$ normiert. Die Linie dient nur der Orientierung.

de Darstellung für die Dispersion erstellt, indem wir $D = u(\omega) - u(0)$ für Frequenzen von 20 bis 600 kHz gegen $\omega\tau$ aufgetragen haben: Abb.30. Dabei benutzen wir nur die Daten für $X_3 \leq 0.377$, denn die Dispersionsdaten bei $X_3 = 0.517$ streuen wegen der sehr geringen Amplitude zu stark (siehe Tabelle im Anhang). Wegen des Druckgradienten wird außerdem der Bereich $(T - T_\lambda^S) < 5 \mu K$ ausgeschlossen. Für τ benutzen wir das Resultat aus der Skalenanalyse der Absorption. Weil die Dispersionsdaten in dem untersuchten Gebiet noch kein Sättigungsverhalten zeigen, ist eine einfache Normierung auf den Maximalwert nahe T_λ , wie sie bei der Absorption durchgeführt werden konnte, nicht möglich. Wir finden aber, daß die Daten für jede Mischung bereits ohne Normierung der Amplitude auf eine gemeinsame Kurve fallen und daß ein Amplitudenfaktor für jede Mischung bereits ausreicht, um die Dispersionsamplitude zu skalieren, also

$$D(t, \omega, X_3) = \text{Ampl.Faktor}(X_3) \cdot f_D(\omega\tau) \quad (42)$$

ohne einen Frequenzfaktor der Art ω^Y , so daß das Verhalten nach Gl.(38) ($D \sim \omega^Y$) in die Skalenfunktion übertragen werden muß. In Abb.29 sind einfache Skalenfunktionen dargestellt, die 1.) für große $\omega\tau$ wie ω^Y gehen, die 2.) keinen asymptotischen Grenzwert für $\omega\tau < 100$ annehmen und die 3.) den korrekten Anschluß zum hydrodynamischen Verhalten herstellen. Die Funktion

$$D = \frac{D_1}{D_0(X_3)} \cdot \frac{(\omega\tau)^2}{(d + \omega\tau)^{2-Y}} \quad (43)$$

mit

$$D_1 = 21.6 \text{ cm/s} \cdot (\tau'_0 / \tau_0)^Y$$

$$D_0 = 1, 1.36, 2.0, \text{ und } 6.2 \text{ für}$$

$$X_3 = 0, 0.07, 0.194 \text{ und } 0.377$$

sowie $d = 0.865 \cdot \tau_0 / \tau'_0$ und Y aus Abb.26 erfüllt alle Bedingungen und stellt unsere Daten für $20 \geq \omega\tau \geq 0.1$ und $X_3 \leq 0.377$ zufriedenstellend dar: siehe Abb.30. Das ständige Anwachsen der Skalenfunktion für sehr große $\omega\tau$ ist aber physikalisch sicher sinnlos, so daß für $\omega\tau > 100$ ein anderes Verhalten erwartet werden sollte. Dort ist dann auch Gl.(16) nicht mehr erfüllt. Es zeigt sich, daß der Faktor D_0 , der die Abnahme der Dispersion mit zunehmendem X_3 berücksichtigt, auch die Abnahme

der Absorption bei T_λ beschreibt und daß ungefähr gilt (siehe Abb.31):

$$D(\omega\tau=1) \propto 1/D_0 \propto \alpha(\omega\tau=1) \propto \alpha(T \approx T_\lambda) \propto 1/\tau_0 \propto 1/\tau'_0 \propto 1/\xi'_0 \quad (44)$$

so daß Abnahme von kritischer Dämpfungs- und Dispersionsamplitude etwa dem Amplitudenzuwachs von charakteristischer Zeit und Korrelationslänge entspricht, da $u_{2,0}(X_3) \approx \text{const}$ ist (siehe auch Tabelle I).²⁷

Obwohl wir für die angegebenen Skalenfunktionen keinen theoretischen Beweis haben und sie nur als Darstellung unserer Daten verstehen, können wir doch schließen, daß sowohl Dämpfung als auch Dispersion für $T > T_\lambda$ als Funktion von $\omega\tau$ geskalte werden können. Die tatsächlichen Skalenfunktionen sollten zwar von unseren nur unwesentlich abweichen, können aber auf jeden Fall ein Verhalten wie $\log(\omega)$ anstelle ω^Y aufweisen.

c.) Dämpfung und Dispersion für $T < T_\lambda$

In der superfluiden Phase existiert neben den Fluktuationen noch der Relaxationsprozeß (Kap.V.1). Beide Prozesse sind additiv und können durch die Skalenfunktionen $f_R(\omega\tau)$ (Gl.12) und $f_F(\omega\tau)$ bzw. $\overline{f_F}(\omega\tau)$ (Gl.(40,41) oder Gl.(43)) beschrieben werden. Weil aber die Relaxationsamplitude Δu temperaturabhängig ist ($\Delta u(t)$, nicht $\Delta u(\omega\tau)$), ergibt die Summe keine reine Funktion von $\omega\tau$ und dies Problem ist auch durch eine "geschickte" Normierung nicht zu umgehen. Dazu kommt, daß auch die ³He-Konzentrationsabhängigkeit von $\Delta u(X_3, t)$ gemäß Gl.(6) nicht $\alpha(T < T_\lambda, X_3)$ entspricht (siehe auch Abb.19).

Wir betonen deshalb, daß Klarheit über das Skalenverhalten bei $T < T_\lambda$ erst nach der Zerlegung in Relaxations- und Fluktuationsanteil gewonnen ist. Dann allerdings ist das Verhalten des Relaxationsanteils quantitativ verstanden (Kap.V.1) und auch der Fluktuationsanteil ist analysierbar. Er verhält sich entsprechend der Zerlegung (26) oder (30) mit $r = s = 1$ genau wie der in Kap.V.4a,b besprochene Fluktuationsanteil für $T > T_\lambda$.

Vor allem danke ich an dieser Stelle Herrn Prof. F. Pobell, der diese Arbeit konzipiert und in anregenden Diskussionen ständig gefördert hat. Zudem ist ihm ein wesentlicher Anteil an der Erarbeitung und Darstellung der Resultate zu danken. Herrn Dr. W.C. Thomlinson bin ich dankbar für seine Hilfe bei der Planung und Herrn Dr. K.H. Mueller für die Unterstützung bei der Durchführung der Experimente. Den Herren Prof. H. Wagner, Prof. K. Kawasaki und Dr. D. Kroll verdanke ich hilfreiche theoretische Diskussionen. Die Mitarbeiter der Werkstatt des IFF haben die zahlreichen Arbeiten mit großer Genauigkeit ausgeführt. Herr J. Hanssen hat mich im Labor und bei der Auswertung unterstützt und fast alle Zeichnungen gefertigt; und schließlich hat Frau Klein das Manuskript in eine ordentliche Form gebracht.

Tabelle I: Parameter für die Auswertung

X_3	a)	0.000	0.070	0.194	0.377	0.517
T_λ (K)		2.172	2.072	1.883	1.556	1.255
$\zeta=v'$, (aus Ref.3, 27,32) b)		0.675	0.675	0.675	0.675	0.720
$3v'-2$, (Ref.58)		0.026	0.026	0.026	0.026	0.160
w , (siehe e))		0.387	0.387	0.388	0.394	0.401
$x'=v'+w$		1.062	1.062	1.063	1.069	1.122
$2\alpha'\varphi(t)$ c), d)		0.131	0.098	0.052	0.013	0.003
$(\omega\tau')$ bei $\alpha_{R,max}^{c)}$		0.86	0.89	0.93	0.96	0.97
$u_{2,o}$ (cm/s) e)		4628	4708	4381	3243	2271
V_λ (cm ³ /Mol) f)		27.387	27.95	28.96	30.45	31.71

- a) Ausgewertet aus dem gemessenen $T_\lambda(X_3)$ und der Tabelle für $X_3(T_\lambda)$ aus Ref.11.
- b) Nach Ref.27 und 32 gilt $v' = \zeta = \text{const.}$ für $X_3 \leq 0.4$; sowie $\zeta(0.517) - \zeta(0.4) = 0.045$. Für $X_3 < 0.4$ nehmen wir $\zeta = 0.675$, wie kürzlich in Ref.3 für ^3He bestimmt.
- c) Berechnet bei $t = 10^{-5}$; $(\omega\tau')$ bei $\alpha_{R,max}$ hängt nur schwach von t ab und ändert sich weniger als 3 % pro Dekade von t .
- d) α' ist der kritische Exponent von C_p .
- e) Parameter für die Geschwindigkeit des 2. Schalls u_2 aus Ref.27: $u_2 = u_{2,o} \cdot t^w$.
- f) Für $X_3 \neq 0$ interpoliert aus der Tabelle in Ref.54.

Tabelle II: Thermodynamische Schallgeschwindigkeit und verwandte Größen

X_3	0	0.070	0.194	0.377	0.517
$u_\lambda(o)$ (cm/s) a)	21734.0	21517.7	21126.0	20559.2	20138.9
$u_{\min}(o) - u_\lambda(o)$ (cm/s) b)	39.7	21.2	7.6	0.4	0.1
$u_{\min}(2.3 \text{ kHz}) - u_\lambda(o)$ (cm/s) c)	52.6	29.1	10.8	1.3	0.5 ^{d)}
$u(600\text{kHz}, T_\lambda) - u_\lambda(o)$ e)	95.0	63.3	33.7	8.4	2.4
$(\partial S / \partial P)_\lambda \left(\frac{\text{cm}^3}{\text{Mol K}} \right)$	-0.968	-0.921	-0.890	-0.724	-0.615
$(\partial V / \partial P)_\lambda \left(10^7 \cdot \frac{\text{cm}^5}{\text{Mol} \cdot \text{dyn}} \right)$	-3.89	-4.23	-4.91	-6.06	-7.13
f):					
$a'(T < T_\lambda^S) \left(10^{10} \cdot \frac{\text{gcm}^3}{\text{s}^2 \text{Mol K}} \right)$	5.60	4.42	3.28	1.68	1.26
$b'(T < T_\lambda^S) \left(10^3 \text{ cm/s} \right)$	15.0	16.3	7.81	5.31	3.40
$c'(T < T_\lambda^S) \left(\text{cm/s} \right)$	21720.6	21477.1	21050.5	20470.0	20029.8
$a(T > T_\lambda^S) \left(10^{10} \cdot \frac{\text{gcm}^3}{\text{s}^2 \text{Mol K}} \right)$	5.55	4.38	3.01	1.22	0.446
$b(T > T_\lambda^S) \left(10^3 \text{ cm/s} \right)$	-9.10	-6.94	-9.48	-5.31	-2.47
$c(T > T_\lambda^S) \left(\text{cm/s} \right)$	21719.3	21478.4	21057.3	20495.5	20101.2

- a) Normiert entsprechend $u(0) = 21800.0 \text{ cm/s}$ für ^4He bei $T - T_\lambda^S = -40 \text{ mK}$.
- b) $u_{\min}(o)$ ist die niedrigste thermodynamische Schallgeschwindigkeit ($\omega=0$) nahe T_λ in einer Probe von 0.5 cm Höhe.
- c) $u_{\min}(2.3 \text{ kHz})$ ist die niedrigste gemessene Schallgeschwindigkeit.
- d) $u_{\min}(10.7 \text{ kHz}) - u_\lambda(o)$.
- e) $u(600 \text{ kHz}, T_\lambda)^{55}$ ist eine gemessene Schallgeschwindigkeit, die nicht merkbar durch den hydrostatischen Druckgradienten beeinflusst wird.
- f) Angepaßte Parameter der Gl.2.

Tabelle III: Ergebnisse der Analyse von Dämpfung und Dispersion⁶⁰

X_3	0	0.070	0.194	0.377	0.517
$A_R (10^{15} \frac{cm^5}{s^2 K^2})$	925 $\pm$ 75	445 $\pm$ 52	102 $\pm$ 21	11.1 $\pm$ 3.1	2.33 $\pm$ 0.53
$\tau'_O (10^{12} s)$ a)	2.01 $\pm$ 0.3	2.56 $\pm$ 0.7	5.68 $\pm$ 1.2	14.1 $\pm$ 2.9	39 $\pm$ 20
$\tau_O (10^{12} s)$ b)	(2.01)	2.79 $\pm$ 0.2	4.02 $\pm$ 0.5	10.1 $\pm$ 1.0	29 $\pm$ 3
$\xi'_O (\text{\AA})$ c)	0.93	1.21	2.49	4.57	8.8

a) Aus der Anpassung des Relaxationsbeitrages (Kap.V.1).

b) Aus der Skalenanalyse mit

$x = x' = v' + w$; normiert bei $X_3 = 0$ (Kap.V.4).

c) Berechnet nach $\xi'_O = u_{2,O} \cdot \tau'_O$ mit $u_{2,O}$ aus Tabelle I.

Anhang mit Tabellen der geglätteten gemessenen Werte für
Schallgeschwindigkeit, Dispersion und Absorption

Die Normierung der Schallgeschwindigkeit ist durch (20) festgelegt:

$$u(\omega=0, T-T_{\lambda}^S = -40\text{ mK}) = 21800.0 \text{ cm/s}$$

wobei $u(9 \text{ kHz})$ bei dieser Temperatur gleich $u(0)$ gesetzt ist (siehe auch Erläuterungen im Text).

Typische Fehler der Dispersionsmessungen betragen ca. ± 0.5 , 0.5 , 0.5 , 0.2 und 0.1 cm/s bei $x_3 = 0$ bzw. 0.070 , 0.194 , 0.377 , 0.517 .

Die Messungen der Dämpfung sind mit Fehlern von ca. 3% behaftet.

Temperaturunabhängige Anteile von Absorption und Dispersion sind bereits subtrahiert.

Die Fehlerangaben selbst ergeben sich durch eine Abschätzung der Streuung der Meßpunkte um die geglätteten Kurven und unsere Einschätzung der Leistungsfähigkeit der Apparatur.

$$X_3 = 0.000 :$$

T - T _λ ^S (μK)	U(2.3KHZ) (CM/S)	U(ν KHZ) - U(2.3KHZ) IN CM/S				
		ν = 591	109	43.6	9.2	4.6
-200.0	21810.80	1.60	0.00	0.00	0.00	0.00
-150.0	21808.80	2.60	0.40	0.00	0.00	0.00
-100.0	21806.00	4.70	0.40	0.00	0.00	0.00
-90.0	21805.20	5.40	0.50	0.00	0.00	0.00
-80.0	21804.40	6.30	0.50	0.10	0.00	0.00
-70.0	21803.50	7.60	0.60	0.20	0.00	0.00
-60.0	21802.50	9.30	0.70	0.20	0.00	0.00
-50.0	21801.40	11.60	1.00	0.24	0.00	0.00
-40.0	21800.00	14.80	1.50	0.44	0.00	0.00
-35.0	21799.30	16.80	1.80	0.60	0.00	0.00
-30.0	22798.50	19.00	2.40	0.70	0.00	0.00
-25.0	21797.50	21.50	3.20	0.80	0.00	0.00
-20.0	21796.50	24.20	4.50	1.00	0.00	0.00
-18.0	21795.90	25.60	5.30	1.00	0.00	0.00
-16.0	21795.20	27.00	6.30	1.30	0.00	0.00
-14.0	21794.70	28.40	7.60	1.60	0.00	0.00
-12.0	21793.80	29.00	8.00	9.00	2.20	0.00
-10.0	21793.00	31.60	11.20	3.00	0.30	0.00
-9.0	21092.60	32.30	12.40	3.60	0.35	0.00
-8.0	21792.20	33.40	14.20	4.20	0.40	0.00
-7.0	21791.60	34.20	15.80	4.90	0.50	0.00
-6.0	21791.00	35.20	17.30	6.00	0.55	0.00
-5.0	21790.40	36.40	18.80	7.60	0.60	0.00
-4.0	21789.60	37.60	20.60	9.00	0.80	0.00
-3.0	21788.60	39.00	22.40	11.60	1.20	0.00
-2.0	21787.60	40.20	24.60	14.40	1.60	0.10
-1.5	21786.90	41.00	25.80	16.80	2.20	0.40
-1.0	21786.60	41.60	26.80	18.60	2.60	1.00
-0.5	21786.50	41.70	26.90	19.20	2.20	0.80
0.0	21789.00	39.80	25.40	19.20	2.20	0.00
1.0	21794.00	34.60	21.00	15.60	0.00	0.00
2.0	21798.90	30.40	17.00	12.00	0.00	0.00
3.0	21804.00	25.00	12.40	7.60	0.00	0.00
4.0	21007.20	22.60	10.00	5.80	0.00	0.00
5.0	21809.20	20.60	8.20	4.40	0.00	0.00
6.0	21811.00	19.20	7.10	3.40	0.00	0.00
7.0	21812.60	18.00	6.20	2.80	0.00	0.00
8.0	21813.80	17.00	5.40	2.20	0.00	0.00
9.0	21814.90	16.20	4.80	1.80	0.00	0.00
10.0	21815.70	15.40	4.20	1.40	0.00	0.00
12.0	21817.30	14.20	3.60	0.80	0.00	0.00
14.0	21818.50	13.40	3.20	0.60	0.00	0.00
16.0	21819.60	12.70	2.80	0.50	0.00	0.00
18.0	21820.60	12.00	2.40	0.40	0.00	0.00
20.0	21821.60	11.40	2.20	0.30	0.00	0.00
25.0	21823.70	9.80	1.60	0.20	0.00	0.00
30.0	21825.70	8.50	1.20	0.10	0.00	0.00
35.0	21827.50	7.50	0.80	0.00	0.00	0.00
40.0	21829.10	6.40	0.40	0.00	0.00	0.00
50.0	21831.60	5.20	0.40	0.00	0.00	0.00
60.0	21833.60	4.40	0.40	0.00	0.00	0.00
70.0	21835.60	3.60	0.30	0.00	0.00	0.00
80.0	21837.30	3.00	0.00	0.00	0.00	0.00
90.0	21838.80	2.80	0.00	0.00	0.00	0.00
100.0	21840.00	2.80	0.00	0.00	0.00	0.00

$$\underline{\underline{X_3 = 0.070 :}}$$

T - T _λ (μK)	U(2.3KHZ) (CM/S)	U(v KHZ) - U(2.3KHZ) IN CM/S						
		v = 627	194	108	43.1	20.6	9.2	4.6
-600.0	21576.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-500.0	21574.20	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-400.0	21572.10	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-300.0	21569.50	1.30	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-250.0	21568.00	1.80	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-200.0	21566.30	2.20	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-150.0	21564.40	2.80	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-100.0	21562.20	4.40	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-90.0	21561.60	5.00	0.90	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.0	21561.00	5.50	1.20	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
-70.0	21560.30	6.70	1.50	0.50	0.10	0.00	0.00	0.00
-60.0	21559.50	8.00	2.00	0.60	0.20	0.00	0.00	0.00
-50.0	21558.50	9.70	2.50	0.70	0.20	0.00	0.00	0.00
-40.0	21557.60	11.60	3.30	0.70	0.30	0.00	0.00	0.00
-35.0	21557.00	13.20	4.10	1.00	0.40	0.00	0.00	0.00
-30.0	21556.20	15.00	5.20	1.70	0.60	0.00	0.00	0.00
-25.0	21555.20	17.10	6.90	4.20	1.50	0.30	0.20	0.00
-18.0	21553.40	21.00	11.00	5.20	1.70	0.40	0.30	0.00
-16.0	21552.90	22.40	12.40	6.30	2.00	0.40	0.30	0.00
-14.0	21552.30	23.80	14.10	7.80	2.40	0.50	0.40	0.00
-12.0	21551.70	25.30	15.80	9.70	2.80	0.80	0.50	0.00
-10.0	21551.00	26.90	17.70	11.90	3.50	1.20	0.60	0.00
-9.0	21550.60	27.60	18.70	13.40	3.90	1.60	0.70	0.00
-8.0	21550.20	28.40	19.60	14.70	4.40	1.80	0.80	0.00
-7.0	21549.80	29.10	20.70	15.90	5.10	2.40	0.80	0.00
-6.0	21549.40	29.80	21.80	17.40	6.00	3.00	0.80	0.00
-5.0	21548.90	30.70	22.80	18.50	7.00	4.00	1.00	0.00
-4.0	21548.30	31.60	23.80	19.90	8.30	5.60	1.20	0.00
-3.0	21547.70	32.40	24.80	21.00	9.90	7.40	1.60	0.10
-2.0	21547.10	33.30	25.90	22.20	11.80	9.80	2.40	0.40
-1.5	21546.80	33.60	26.40	22.80	13.00	11.20	3.40	1.00
-1.0	21547.40	33.50	26.50	22.80	13.60	11.80	4.40	1.20
-0.5	21549.00	31.00	23.80	20.30	12.00	10.60	4.00	2.50
0.0	21552.40	28.60	21.60	18.10	10.20	8.60	3.00	1.00

$$X_3 = 0.070 :$$

T - T _s (°K)	U(2.3KHZ) (CM/S)	V =				
		U (V KHZ) - U(2.3KHZ) IN CM/S				
		627	194	108	43.1	20.6
						9.2
						4.6

1.0	21558.00	23.60	15.60	13.20	6.20	4.40	0.80	0.00
2.0	21560.90	20.60	13.70	10.60	4.20	2.70	0.00	0.00
4.0	21564.60	17.60	11.00	8.00	2.60	1.00	0.00	0.00
5.0	21565.80	16.60	10.00	7.00	2.00	0.80	0.00	0.00
6.0	21567.00	15.80	9.40	6.40	1.70	0.40	0.00	0.00
7.0	21567.80	15.00	8.70	5.90	1.50	0.40	0.00	0.00
8.0	21568.60	14.40	8.20	5.40	1.40	0.30	0.00	0.00
9.0	21569.40	13.80	7.70	5.00	1.20	0.20	0.00	0.00
10.0	21570.00	13.20	7.20	4.60	1.10	0.00	0.00	0.00
12.0	21571.40	12.30	6.50	4.00	0.90	0.00	0.00	0.00
14.0	21572.50	11.50	5.80	3.40	0.80	0.00	0.00	0.00
16.0	21573.60	10.70	5.20	3.00	0.80	0.00	0.00	0.00
18.0	21574.70	9.90	4.50	2.50	0.50	0.00	0.00	0.00
20.0	21575.60	9.30	4.00	2.10	0.40	0.00	0.00	0.00
25.0	21577.40	8.20	3.20	1.70	0.30	0.00	0.00	0.00
30.0	21578.80	7.20	2.60	1.50	0.30	0.00	0.00	0.00
35.0	21580.10	6.40	2.00	1.20	0.30	0.00	0.00	0.00
40.0	21581.20	5.80	1.50	1.10	0.30	0.00	0.00	0.00
50.0	21581.20	4.90	1.10	0.70	0.00	0.00	0.00	0.00
60.0	21584.80	4.20	0.90	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00
70.0	21586.30	3.70	0.70	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00
80.0	21587.60	3.30	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
90.0	21588.80	2.90	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100.0	21590.00	2.50	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
150.0	21594.50	1.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
200.0	21598.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
300.0	21600.80	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
400.0	21606.70	0.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
500.0	21610.20	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$$\underline{\underline{X_3 = 0.194 :}}$$

T - T _λ ^S (μK)	U(2.25KHZ) (CM/S)	U(V KHZ) - U(2.25KHZ) IN CM/S						
		V= 594	211	106	42.3	20.2	9.0	4.5
-250.0	21150.00	0.75	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-200.0	21148.75	1.40	0.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-150.0	21147.50	3.00	0.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-100.0	21146.00	5.65	1.85	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00
-90.0	21145.60	6.55	2.20	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.0	21145.20	7.45	2.50	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00
-70.0	21144.60	8.55	2.95	0.70	0.00	0.00	0.00	0.00
-60.0	21144.00	9.65	3.50	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-50.0	21143.50	11.05	4.40	1.35	0.00	0.00	0.00	0.00
-40.0	21142.80	12.80	6.00	1.90	0.20	0.00	0.00	0.00
-35.0	21142.40	13.65	6.75	2.40	0.25	0.00	0.00	0.00
-30.0	21142.00	14.70	7.90	2.90	0.40	0.10	0.00	0.00
-25.0	21141.50	15.75	8.90	3.80	0.65	0.20	0.00	0.00
-20.0	21140.85	16.65	10.40	4.80	1.00	0.45	0.05	0.00
-18.0	21140.65	17.20	10.95	5.35	1.15	0.50	0.10	0.00
-16.0	21140.35	17.80	11.50	6.00	1.50	0.55	0.15	0.00
-14.0	21140.00	18.30	12.15	6.75	1.85	0.70	0.20	0.00
-12.0	21139.70	18.85	12.85	7.65	2.30	0.90	0.25	0.00
-10.0	21139.30	19.40	13.70	8.60	2.90	1.15	0.30	0.00
-9.0	21139.10	19.65	14.10	9.15	3.25	1.35	0.35	0.00
-8.0	21138.95	19.95	14.55	9.65	3.70	1.60	0.40	0.00
-7.0	21138.70	20.25	14.95	10.25	4.15	1.90	0.45	0.00
-6.0	21138.40	20.60	15.45	10.85	4.80	2.40	0.60	0.00
-5.0	21138.25	21.00	15.90	11.60	5.55	2.95	0.75	0.00
-4.0	21137.80	21.40	16.35	12.20	6.35	3.70	1.00	0.10
-3.0	21137.50	21.90	17.00	12.85	7.15	4.70	1.60	0.35
-2.0	21137.55	22.00	17.20	13.25	7.85	5.35	2.40	0.60
-1.5	21137.80	21.65	16.80	13.10	8.00	5.60	3.10	0.80
-1.0	21138.40	21.15	16.30	12.65	7.75	5.70	3.20	1.00
-0.8	21138.70	21.00	16.10	12.20	7.40	5.40	3.10	1.00
0.0	21140.70	18.90	14.40	10.80	6.20	4.70	2.70	1.20
1.0	21143.50	16.45	12.20	8.60	4.40	2.90	1.40	0.60
2.0	21144.80	14.60	10.70	7.30	3.30	2.00	0.55	0.10
3.0	21146.05	13.50	9.60	6.20	2.45	1.50	0.20	0.00
4.0	21147.00	12.65	8.70	5.40	1.85	0.90	0.00	0.00
5.0	21148.00	12.00	8.00	4.80	1.45	0.55	0.00	0.00
6.0	21148.50	11.40	7.40	4.20	1.10	0.30	0.00	0.00
7.0	21149.00	10.85	6.90	3.75	0.85	0.15	0.00	0.00
8.0	21149.50	10.50	6.45	3.40	0.65	0.05	0.00	0.00
9.0	21149.90	10.10	6.10	3.10	0.45	0.00	0.00	0.00

$$\underline{\underline{x_3 = 0.194 :}}$$

T - T _λ (μK)	U(2.25KHZ) (CM/S)	U(ν KHZ) - U(2.25KHZ) IN CM/S						
		ν = 594	211	106	42.3	20.2	9.0	4.5
10.0	21150.30	9.70	5.80	2.90	0.35	0.00	0.00	0.00
12.0	21151.00	9.05	5.20	2.45	0.15	0.00	0.00	0.00
14.0	21151.60	8.50	4.70	2.20	0.00	0.00	0.00	0.00
16.0	21152.20	8.00	4.30	1.95	0.00	0.00	0.00	0.00
18.0	21152.70	7.60	3.95	1.80	0.00	0.00	0.00	0.00
20.0	21153.20	7.20	3.70	1.70	0.00	0.00	0.00	0.00
25.0	21154.30	6.45	3.20	1.25	0.00	0.00	0.00	0.00
30.0	21155.20	5.90	2.95	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35.0	21156.00	5.40	2.50	0.75	0.00	0.00	0.00	0.00
40.0	21156.70	5.00	2.30	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00
50.0	21157.80	4.20	1.80	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00
60.0	21158.80	3.50	1.40	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00
70.0	21159.80	2.90	1.20	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
80.0	21160.60	2.40	0.95	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00
90.0	21161.40	2.05	0.75	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00
100.0	21161.95	1.75	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
150.0	21164.60	0.90	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$$\underline{\underline{X_3 = 0.377 :}}$$

$T - T_{\lambda}^S$ (μK)	$U(2.2KHZ)$ (CM/S)	$V =$ 598	205	103	41.1	21.8	10.9	4.4
-1000.0	20569.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-900.0	20568.90	0.08	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-800.0	20568.26	0.16	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-700.0	20567.64	0.24	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-600.0	20567.00	0.32	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-500.0	20566.40	0.40	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-450.0	20566.06	0.45	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-400.0	20565.72	0.52	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-350.0	20565.36	0.70	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-300.0	20565.00	0.88	0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-250.0	20564.56	1.24	0.52	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00
-200.0	20564.08	1.70	0.68	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00
-150.0	20563.50	2.40	0.90	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00
-100.0	20562.90	3.40	1.40	0.54	0.04	0.00	0.00	0.00
-80.0	20562.60	3.95	1.72	0.70	0.12	0.00	0.00	0.00
-70.0	20562.40	4.28	2.06	0.90	0.14	0.00	0.00	0.00
-60.0	20562.20	4.60	2.43	1.08	0.21	0.08	0.00	0.00
-50.0	20561.98	5.00	2.82	1.25	0.28	0.12	0.00	0.00
-40.0	20561.76	5.33	3.30	1.56	0.39	0.17	0.00	0.00
-30.0	20561.50	5.70	3.84	2.10	0.60	0.24	0.00	0.00
-20.0	20561.18	6.20	4.48	2.82	1.01	0.45	0.04	0.00
-15.0	20560.96	6.50	4.85	3.26	1.44	0.72	0.08	0.04
-10.0	20560.70	6.78	5.26	3.80	1.96	1.23	0.32	0.05
-8.0	20560.60	6.92	5.42	4.00	2.23	1.52	0.46	0.10
-6.0	20560.54	7.01	5.55	4.19	2.48	1.85	0.76	0.22
-4.0	20560.70	6.92	5.48	4.18	2.52	1.99	0.93	0.31
-3.0	20560.80	6.80	5.40	4.20	2.52	2.00	1.00	0.40
-2.0	20561.00	6.63	5.22	3.99	2.40	1.98	1.00	0.35
-1.0	20561.20	6.40	5.00	3.80	2.30	1.88	1.00	0.32
0.0	20561.40	6.22	4.84	3.70	2.16	1.84	0.97	0.32
1.0	20561.70	6.00	4.60	3.40	1.92	1.62	0.90	0.28
2.0	20562.00	5.68	4.32	3.18	1.72	1.44	0.80	0.25
4.0	20562.66	5.06	3.72	2.62	1.28	0.99	0.50	0.20
6.0	20563.14	4.59	3.28	2.20	0.95	0.68	0.28	0.11
8.0	20563.48	4.25	3.00	1.95	0.76	0.49	0.19	0.09
10.0	20563.74	4.04	2.77	1.76	0.60	0.37	0.12	0.04
15.0	20564.26	3.60	2.35	1.40	0.32	0.16	0.00	0.00
20.0	20564.64	3.24	2.04	1.14	0.22	0.09	0.00	0.00
30.0	20565.20	2.73	1.60	0.90	0.08	0.00	0.00	0.00
40.0	20565.64	2.36	1.32	0.69	0.00	0.00	0.00	0.00
50.0	20566.00	2.05	1.10	0.56	0.00	0.00	0.00	0.00
60.0	20566.30	1.84	0.95	0.46	0.00	0.00	0.00	0.00
70.0	20566.54	1.65	0.80	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00
80.0	20566.76	1.54	0.64	0.38	0.00	0.00	0.00	0.0

$$\underline{\underline{x_3 = 0.517:}}$$

T - T _λ ^S (°K)	U(10.7KHZ) (CM/S)	U(ν KHZ) - U(10.7KHZ) IN CM/S			
		ν = 606	242	101	40.3
-1000.0	20143.90	0.20	0.00	0.00	0.00
-800.0	20143.16	0.32	0.04	0.00	0.00
-600.0	20142.38	0.50	0.06	0.00	0.00
-500.0	20141.94	0.60	0.08	0.04	0.00
-400.0	20141.48	0.76	0.16	0.18	0.00
-300.0	20141.06	0.90	0.20	0.10	0.00
-200.0	20140.52	1.20	0.42	0.20	0.04
-150.0	20140.26	1.35	0.58	0.30	0.06
-100.0	20139.96	1.54	0.76	0.40	0.12
-80.0	20139.84	1.64	0.90	0.46	0.14
-60.0	20139.70	1.72	0.98	0.54	0.16
-40.0	20139.55	1.82	1.12	0.64	0.24
-20.0	20139.64	1.92	1.20	0.74	0.32
0.0	20139.74	1.76	1.10	0.64	0.28
20.0	20139.85	1.72	0.85	0.45	0.16
40.0	20139.88	1.32	0.72	0.35	0.12
60.0	20139.96	1.18	0.60	0.28	0.10
80.0	20140.04	1.06	0.50	0.22	0.08
100.0	20140.09	0.96	0.46	0.20	0.08
150.0	20140.18	0.72	0.35	0.14	0.08
200.0	20140.24	0.60	0.24	0.06	0.08
300.0	20140.28	0.40	0.16	0.05	0.08
400.0	20140.30	0.25	0.08	0.04	0.04
500.0	20140.32	0.16	0.05	0.00	0.00
600.0	20140.28	0.08	0.00	0.00	0.00
700.0	20140.22	0.00	0.00	0.00	0.00
800.0	20140.14	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabellen des Absorptionskoeffizienten α

$$\text{ALPHA}(T_\lambda) = \alpha(T^\circ T_\lambda)$$

1. Spalte: $|T - T_\lambda|$ in Mikrokkelvin
2. Spalte: $\alpha(T < T_\lambda)$ in 10^{-3} cm^{-1}
3. Spalte: $\alpha(T > T_\lambda)$ in 10^{-3} cm^{-1}

X3 = 0.000
FREQUENZ: 591.00 KHZ
ALPHA(T_λ): 122.00

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	10.0	3.0
800.0	13.0	4.0
700.0	15.0	5.0
600.0	17.0	6.0
500.0	21.0	8.0
400.0	25.0	10.0
300.0	35.0	14.0
250.0	41.0	17.0
200.0	52.0	22.0
160.0	65.0	28.0
120.0	83.0	39.0
100.0	95.0	46.0
90.0	103.0	50.0
80.0	111.0	55.0
70.0	120.0	60.0
60.0	130.0	66.0
50.0	140.0	73.0
45.0	145.0	75.0
40.0	151.0	80.0
35.0	155.0	83.0
30.0	158.0	87.0
25.0	160.0	92.0
20.0	159.0	96.0
15.0	155.0	100.0
10.0	148.0	105.0
7.0	143.0	107.0
5.0	138.0	110.0
3.0	133.0	113.0
1.0	125.0	118.0

X3 = 0.000
FREQUENZ: 109.00 KHZ
ALPHA(T_λ): 17.00

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	0.2	0.0
500.0	0.2	0.1
400.0	0.4	0.2
300.0	0.7	0.4
200.0	1.4	0.7
150.0	2.1	1.0
100.0	3.6	1.7
90.0	4.0	1.8
80.0	4.6	2.1
70.0	5.4	2.4
60.0	6.2	2.8
50.0	7.4	3.3
40.0	9.3	4.2
35.0	10.4	4.8
30.0	12.0	5.4
25.0	13.9	6.2
20.0	16.6	7.0
18.0	18.0	7.6
16.0	19.2	8.0
14.0	20.4	8.6
12.0	21.8	9.2
10.0	22.9	10.0
9.0	23.5	10.4
8.0	23.8	11.0
7.0	24.0	11.5
6.0	23.9	12.1
5.0	23.7	12.9
4.0	23.1	13.7
3.5	22.7	14.0
3.0	22.1	14.4
2.5	21.6	14.8
2.0	21.0	15.2
1.0	19.4	16.1

X3 = 0.000
FREQUENZ: 43.60 KHZ
ALPHA(T_λ): 6.80

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	0.00	0.00
500.0	0.10	0.00
400.0	0.15	0.00
300.0	0.15	0.00
200.0	0.25	0.10
150.0	0.40	0.10
100.0	0.60	0.20
90.0	0.70	0.30
80.0	0.80	0.30
70.0	0.90	0.40
60.0	1.00	0.50
50.0	1.25	0.60
40.0	1.50	0.70
35.0	1.70	0.80
30.0	2.00	1.00
25.0	2.30	1.20
20.0	2.90	1.45
18.0	3.20	1.60
16.0	3.60	1.80
14.0	4.00	2.00
12.0	4.60	2.20
10.0	5.30	2.40
9.0	5.80	2.50
8.0	6.40	2.70
7.0	7.00	3.00
6.0	7.50	3.20
5.0	8.10	3.50
4.5	8.30	3.85
4.0	8.50	3.80
3.5	8.80	4.05
3.0	8.90	4.30
2.5	9.00	4.50
2.0	8.90	4.80
1.5	8.80	5.10
1.0	8.40	5.50
0.8	8.10	5.70
0.1	6.80	6.80

X3 = 0.070
FREQUENZ: 627.40 KHZ
ALPHA(T_λ): 96.00

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
10000.0	1.00	1.00
5000.0	3.00	3.00
2000.0	7.00	5.00
1000.0	13.00	8.00
800.0	15.00	10.00
600.0	20.00	12.00
500.0	23.00	14.00
400.0	28.00	16.00
300.0	36.00	20.00
250.0	43.00	22.00
200.0	52.00	26.00
150.0	65.00	32.00
100.0	85.00	41.00
90.0	91.00	44.00
80.0	96.00	47.00
70.0	103.00	50.00
60.0	110.00	53.00
55.0	114.00	55.00
50.0	117.00	57.00
45.0	120.00	60.00
40.0	123.00	62.00
35.0	125.00	65.00
30.0	126.00	68.00

25.0	126.00	71.00
20.0	124.00	74.00
15.0	122.00	78.00
10.0	119.00	83.00
8.0	117.00	85.00
6.0	114.00	87.00
4.0	109.00	90.00
2.0	100.00	94.00

X3 = 0.070
FREQUENZ: 193.80 KHZ
ALPHA(T_λ): 26.40

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	0.60	0.60
800.0	1.00	0.70
600.0	1.40	0.90
500.0	1.80	1.10
400.0	2.50	1.40
300.0	3.60	1.80
200.0	5.80	2.60
150.0	7.80	3.40
100.0	11.40	5.00
90.0	12.60	5.50
80.0	14.00	6.10
70.0	15.60	6.90
60.0	17.80	7.90
50.0	20.50	9.00
40.0	24.40	10.60
35.0	27.00	11.50
30.0	30.00	12.80
25.0	33.50	14.10
20.0	36.60	16.00
18.0	37.60	16.60
16.0	38.40	17.40
14.0	38.90	18.30
12.0	39.00	19.30
10.0	38.20	20.30
9.0	37.60	20.80
8.0	36.80	21.30
7.0	35.80	21.90
6.0	34.60	22.40
5.0	33.40	23.00
4.0	32.00	23.60
3.0	30.30	24.20
2.0	28.40	25.00
1.0	26.70	25.80

X3 = 0.070
FREQUENZ: 107.70 KHZ
ALPHA(T_λ): 12.60

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	0.40	0.00
800.0	0.50	0.00
600.0	0.60	0.10
400.0	0.90	0.30
200.0	1.70	0.70
150.0	2.40	1.00
100.0	3.60	1.50
90.0	4.10	1.60
80.0	4.50	1.80
70.0	5.10	2.00
60.0	6.00	2.30
50.0	7.10	2.70
40.0	8.80	3.40
35.0	9.90	3.90
30.0	11.30	4.30
25.0	13.10	5.00
20.0	15.60	5.80
18.0	16.60	6.30
16.0	17.70	6.80
14.0	19.00	7.30
12.0	19.80	7.90
10.0	19.90	8.50
9.0	19.80	8.90
8.0	19.50	9.20
7.0	18.90	9.60
6.0	18.20	10.00
5.0	17.40	10.30
4.0	16.40	10.80
3.0	15.30	11.20
2.0	14.10	11.70
1.0	12.90	12.30

X3 = 0.070
FREQUENZ: 43.14 KHZ
ALPHA(T_A): 5.75

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.00	0.00
500.0	0.05	0.00
300.0	0.13	0.03
200.0	0.23	0.08
150.0	0.33	0.13
100.0	0.53	0.23
90.0	0.58	0.25
80.0	0.65	0.28
70.0	0.75	0.30
60.0	0.88	0.35
50.0	1.05	0.43
40.0	1.30	0.58
30.0	1.65	0.75
20.0	2.40	1.15
15.0	3.13	1.50
10.0	4.33	2.10
9.0	4.63	2.28
8.0	4.98	2.48
7.0	5.35	2.73
6.0	5.75	3.03
5.0	6.15	3.38
4.0	6.53	3.73
3.0	6.78	4.13
2.0	6.75	4.58
1.0	6.40	5.05
0.5	6.13	5.33

X3 = 0.070
FREQUENZ: 20.58 KHZ
ALPHA(T_A): 1.92

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.00	0.04
500.0	0.00	0.04
300.0	0.02	0.04
200.0	0.06	0.04
100.0	0.14	0.04
80.0	0.18	0.06
70.0	0.20	0.06
60.0	0.22	0.06
50.0	0.26	0.08
40.0	0.30	0.12
30.0	0.40	0.16
25.0	0.48	0.20
20.0	0.60	0.24
15.0	0.80	0.32
10.0	1.18	0.48
9.0	1.32	0.52
8.0	1.44	0.56
7.0	1.62	0.62
6.0	1.84	0.70
5.0	2.12	0.78
4.0	2.44	0.90
3.5	2.62	0.96
3.0	2.82	1.04
2.5	2.96	1.14
2.0	3.02	1.28
1.5	3.02	1.38
1.0	2.78	1.52
0.5	2.10	1.68

X3 = 0.070
FREQUENZ: 9.16 KHZ
ALPHA(T_A): 1.03

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
30.0	0.07	0.03
20.0	0.12	0.04
15.0	0.16	0.06
10.0	0.24	0.09
9.0	0.27	0.10
8.0	0.30	0.11
7.0	0.34	0.13
6.0	0.40	0.15
5.0	0.47	0.18
4.0	0.56	0.23
3.0	0.70	0.29
2.5	0.79	0.33
2.0	0.90	0.40
1.6	1.01	0.48
1.3	1.06	0.55
1.0	1.10	0.64
0.8	1.12	0.70
0.6	1.11	0.78
0.3	1.06	0.91

X3 = 0.194
FREQUENZ: 594.30 KHZ
ALPHA(T_A): 56.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.00	0.00
500.0	0.00	1.00
200.0	3.00	2.00
100.0	9.00	4.50
80.0	11.00	5.50
60.0	15.50	7.00
50.0	19.50	8.50
40.0	23.50	10.00
30.0	31.00	13.50
25.0	36.00	16.00
20.0	42.00	19.00
16.0	48.50	22.50
12.0	57.00	27.50
10.0	63.50	30.50
9.0	66.00	32.00
8.0	68.50	34.00
7.0	71.00	36.00
6.0	73.00	38.00
5.0	74.00	40.50
4.0	74.50	43.00
3.0	72.50	45.50
2.5	71.00	47.00
2.0	68.50	48.00
1.5	66.00	49.50
1.0	63.00	51.00
0.8	62.00	51.50
0.6	60.50	52.50
0.4	59.50	53.50
0.2	57.50	55.00
0.1	57.00	56.00

X3 = 0.194
FREQUENZ: 211.30 KHZ
ALPHA(T_A): 13.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
500.0	0.00	0.00
300.0	1.00	0.00
250.0	1.50	0.00
200.0	2.50	0.00
150.0	4.00	1.50
100.0	6.50	2.50
90.0	7.50	2.50
80.0	8.50	3.00
70.0	10.00	3.50
60.0	12.00	4.50
50.0	14.50	5.00
40.0	17.00	6.00
30.0	18.50	7.00
25.0	19.50	7.50
20.0	20.00	8.50
15.0	19.50	9.50
10.0	19.00	11.00
8.0	18.00	12.00
6.0	17.00	12.50
4.0	15.50	13.00
2.0	14.50	13.50
1.0	13.50	13.50

X3 = 0.194
FREQUENZ: 105.60 KHZ
ALPHA(T_A): 10.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
500.0	0.50	0.00
400.0	0.50	0.25
300.0	0.75	0.25
200.0	1.25	0.50
150.0	1.75	0.75
100.0	2.75	1.25
80.0	3.25	1.50
70.0	3.75	1.75
60.0	4.50	2.00
50.0	5.50	2.25
40.0	7.00	2.75
35.0	8.00	3.00
30.0	9.00	3.25
25.0	10.00	3.75
20.0	11.00	4.50
17.0	11.75	5.00
15.0	12.00	5.25
12.0	12.25	6.00
10.0	12.50	6.50
9.0	12.50	7.00
8.0	12.50	7.25

7.0	12.25	7.50
6.0	12.00	7.75
5.0	11.75	8.25
4.0	11.50	8.75
3.0	11.00	9.25
2.0	10.75	9.75
1.0	10.50	10.25

X3 = 0.194
FREQUENZ: 20.19 KHZ
ALPHA(T_A): 1.38

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
100.0	0.13	0.13
90.0	0.20	0.13
80.0	0.23	0.13
70.0	0.25	0.13
60.0	0.28	0.13
50.0	0.33	0.13
40.0	0.38	0.15
30.0	0.48	0.18
20.0	0.65	0.28
15.0	0.83	0.35
10.0	1.15	0.45
9.0	1.25	0.50
8.0	1.38	0.55
7.0	1.50	0.60
6.0	1.65	0.65
5.0	1.78	0.73
4.0	1.90	0.83
3.5	1.93	0.85
3.0	1.98	0.90
2.5	1.98	0.95
2.0	1.93	1.03
1.5	1.78	1.10
1.0	1.53	1.20

X3 = 0.194
FREQUENZ: 8.99 KHZ
ALPHA(T_A): 0.46

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
30.0	0.02	0.00
20.0	0.06	0.00
15.0	0.10	0.00
10.0	0.18	0.04
9.0	0.20	0.04
8.0	0.24	0.06
7.0	0.28	0.06
6.0	0.32	0.08
5.0	0.40	0.10
4.0	0.48	0.14
3.5	0.52	0.16
3.0	0.56	0.18
2.5	0.62	0.20
2.0	0.66	0.24
1.8	0.68	0.26
1.5	0.68	0.28
1.2	0.68	0.32
1.0	0.66	0.34
0.8	0.64	0.38
0.6	0.62	0.40
0.4	0.56	0.42
0.2	0.48	0.46
0.1	0.46	0.46

X3 = 0.377
FREQUENZ: 598.30 KHZ
ALPHA(T_A): 27.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
15000.0	0.50	0.00
8000.0	0.75	0.25
6000.0	1.25	0.75
4000.0	2.00	1.00
3000.0	3.00	1.25
2000.0	4.75	2.00
1500.0	6.25	3.00
1000.0	9.50	4.50
800.0	11.50	5.50
700.0	13.25	6.00
600.0	15.25	7.00
500.0	17.50	7.75
400.0	21.75	9.25
300.0	25.75	11.25
250.0	28.75	12.50
200.0	32.00	14.25
180.0	33.00	15.00
160.0	34.25	15.75
140.0	35.25	16.75
120.0	36.25	18.00
100.0	36.75	19.25
90.0	36.75	19.75
80.0	36.50	20.50
70.0	36.25	21.00
60.0	36.00	21.75
50.0	35.50	22.50
40.0	35.00	23.25
30.0	33.75	24.25
20.0	32.50	25.25
15.0	31.50	25.75
10.0	30.75	26.25
5.0	29.50	27.00
1.0	27.50	27.50

X3 = 0.377
FREQUENZ: 205.40 KHZ
ALPHA(T_A): 10.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
5000.0	0.00	0.00
3000.0	0.20	0.00
2000.0	0.40	0.00
1000.0	0.90	0.10
700.0	1.40	0.30
500.0	2.00	0.50
400.0	2.50	0.80
300.0	3.40	1.20
250.0	4.30	1.60
200.0	5.50	2.20
170.0	6.50	2.80
150.0	7.20	3.20
120.0	8.50	3.90
100.0	9.70	4.50
90.0	10.30	4.80
80.0	11.00	5.20
70.0	11.70	5.50
60.0	12.60	6.00
50.0	13.10	6.50
40.0	13.50	7.00
35.0	13.60	7.30
30.0	13.60	7.60
25.0	13.50	8.00
20.0	13.20	8.40
15.0	12.80	8.80
10.0	12.20	9.30
7.0	11.80	9.60
4.0	11.30	10.00
2.0	10.90	10.30
1.0	10.60	10.50

X3 = 0.377
FREQUENZ: 102.72 KHZ
ALPHA(T_A): 3.50

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.80	0.00
500.0	1.00	0.20
200.0	1.60	0.80
100.0	1.80	1.00
90.0	2.00	1.00
80.0	2.40	1.20
70.0	2.60	1.20
60.0	3.00	1.40
50.0	3.40	1.40
40.0	3.80	1.60
30.0	4.00	1.80
25.0	4.20	2.00
20.0	4.40	2.20
15.0	4.20	2.40
10.0	4.00	2.60
5.0	3.80	3.00
1.0	3.60	3.40

X3 = 0.377
FREQUENZ: 41.14 KHZ
ALPHA(T_A): 1.40

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.02	0.00
400.0	0.09	0.05
300.0	0.13	0.08
200.0	0.20	0.11
150.0	0.27	0.15
100.0	0.40	0.20
90.0	0.45	0.22
80.0	0.50	0.24
70.0	0.59	0.27
60.0	0.65	0.30
50.0	0.74	0.35
40.0	0.88	0.43
30.0	1.06	0.53
25.0	1.18	0.60
20.0	1.30	0.67
18.0	1.37	0.71
16.0	1.42	0.75
14.0	1.47	0.80
12.0	1.50	0.85
10.0	1.53	0.94
9.0	1.54	0.98
8.0	1.54	1.02
7.0	1.54	1.06
6.0	1.53	1.10
5.0	1.51	1.15
4.0	1.49	1.20
3.0	1.46	1.26
2.0	1.44	1.32
1.0	1.40	1.39

X3 = 0.377
FREQUENZ: 21.81 KHZ
ALPHA(T_A): 0.26

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
1000.0	0.000	0.000
500.0	0.006	0.002
300.0	0.016	0.004
200.0	0.026	0.008
150.0	0.036	0.012
100.0	0.054	0.018
80.0	0.068	0.022
70.0	0.076	0.026
60.0	0.088	0.026
50.0	0.104	0.034
40.0	0.128	0.042
30.0	0.162	0.056
25.0	0.188	0.066
20.0	0.222	0.080
18.0	0.240	0.090
16.0	0.260	0.098
14.0	0.282	0.110
12.0	0.304	0.122
10.0	0.324	0.134
9.0	0.332	0.142
8.0	0.336	0.150
7.0	0.338	0.160
6.0	0.336	0.170
5.0	0.332	0.180
4.0	0.324	0.194
3.0	0.314	0.210
2.0	0.296	0.230
1.0	0.270	0.254

X3 = 0.377
FREQUENZ: 10.93 KHZ
ALPHA(T_A): 0.24

/T-T _A /	T<T _A	T>T _A
200.0	0.006	0.000
150.0	0.010	0.002
100.0	0.016	0.006
80.0	0.022	0.008
70.0	0.026	0.010
60.0	0.030	0.012
50.0	0.036	0.016
40.0	0.048	0.020
30.0	0.068	0.026
25.0	0.082	0.032
20.0	0.100	0.040
17.0	0.120	0.046
14.0	0.146	0.058
12.0	0.164	0.068
10.0	0.190	0.082
9.0	0.208	0.090
8.0	0.222	0.100
7.0	0.236	0.112
6.0	0.250	0.130
5.0	0.256	0.152
4.0	0.260	0.172
3.0	0.262	0.192
2.0	0.258	0.208
1.0	0.246	0.226

X3 = 0.517
 FREQUENZ: 605.98 KHZ
 ALPHA(T_λ): 14.60

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
30000.0	0.500	0.300
10000.0	1.700	1.800
7000.0	3.000	2.400
5000.0	3.700	3.000
3000.0	5.000	4.000
2000.0	6.000	5.000
1500.0	7.000	5.600
1000.0	8.300	6.900
900.0	8.800	7.100
800.0	9.300	7.600
700.0	9.800	8.000
600.0	10.400	8.500
500.0	11.000	9.200
400.0	12.000	10.000
350.0	12.600	10.400
300.0	13.100	10.900
250.0	13.600	11.500
200.0	14.000	12.000
160.0	14.300	12.600
120.0	14.600	13.200
100.0	14.600	13.500
90.0	14.600	13.700
80.0	14.700	13.800
70.0	14.700	14.000
60.0	14.800	14.200
50.0	14.800	14.300
40.0	14.800	14.400
30.0	14.800	14.500
20.0	14.700	14.500
10.0	14.700	14.500
1.0	14.600	14.600

X3 = 0.517
 FREQUENZ: 241.55 KHZ
 ALPHA(T_λ): 3.20

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
2000.0	0.340	0.320
1000.0	0.700	0.560
800.0	0.920	0.680
600.0	1.200	0.900
500.0	1.460	1.040
400.0	1.800	1.200
350.0	2.040	1.320
300.0	2.360	1.440
250.0	2.680	1.600
200.0	3.060	1.780
170.0	3.200	1.900
130.0	3.320	2.100
100.0	3.400	2.100
80.0	3.400	2.400
70.0	3.400	2.480
60.0	3.400	2.580
50.0	3.400	2.660
40.0	3.400	2.780
30.0	3.400	2.880
20.0	3.340	2.980
10.0	3.280	3.100
1.0	3.200	3.200

X3 = 0.517
 FREQUENZ: 100.61 KHZ
 ALPHA(T_λ): 1.13

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
2000.0	0.050	0.030
1000.0	0.230	0.080
800.0	0.300	0.100
700.0	0.340	0.120
600.0	0.390	0.140
500.0	0.450	0.170
400.0	0.530	0.220
350.0	0.570	0.240
300.0	0.620	0.270
250.0	0.680	0.320
200.0	0.750	0.390
160.0	0.810	0.470
120.0	0.890	0.580
100.0	0.940	0.660
80.0	0.990	0.750
70.0	1.020	0.800
60.0	1.050	0.850
50.0	1.090	0.900
40.0	1.120	0.970
30.0	1.160	1.040
20.0	1.190	1.100
10.0	1.170	1.100

X3 = 0.517
 FREQUENZ: 40.29 KHZ
 ALPHA(T_λ): 0.29

/T-T _λ /	T<T _λ	T>T _λ
1000.0	0.010	0.000
800.0	0.012	0.004
600.0	0.020	0.008
500.0	0.024	0.010
400.0	0.032	0.016
300.0	0.044	0.022
200.0	0.074	0.040
170.0	0.098	0.048
130.0	0.140	0.070
100.0	0.180	0.096
80.0	0.212	0.116
70.0	0.228	0.128
60.0	0.248	0.140
50.0	0.268	0.156
40.0	0.290	0.174
30.0	0.312	0.198
20.0	0.320	0.228
10.0	0.318	0.270

Literatur

1. G. Ahlers, Kap.5 in "The Physics of Liquid and Solid Helium", Ed.: K.H. Bennemann und J.B. Ketterson (Wiley, New York).
2. F. Pobell in "Liquid and Solid Helium", Proc. Europ. Phys. Soc., Topical Conference, Haifa 1974, Ed.: C.G. Kuper, S.G. Lipson und M. Revzen, (Wiley, New York 1975).
3. K.H. Mueller, F. Pobell und G. Ahlers, Phys. Rev. Lett. 34, 513 (1975); ausführlich demnächst in Phys. Rev.
4. B. Widom, J. Chem. Phys. 43, 3892 (1965); J. Chem. Phys. 43, 3898 (1965); L.P. Kadanoff, Physics 2, 263 (1966); B.D. Josephson, Phys. Lett. 21, 608 (1966).
5. Vergleiche L.P. Kadanoff, in "Critical Phenomena", Proc. Int. School "Enrico Fermi", Course LI, Ed.: M.S. Green (Academic, N.Y. 1971); R.B. Griffiths, Phys. Rev. Lett. 24, 1479 (1970); D. Jasnow und M. Wortis, Phys. Rev. 176, 739 (1968).
6. Vergleiche K.G. Wilson und J. Kogut, Phys. Reports 12C, 75 (1974); E. Brezin, D.J. Wallace und K.G. Wilson, Phys. Rev. B7, 232 (1973).
7. C.E. Chase, Phys. Fluids 1, 193 (1958).
8. M. Barmatz und I. Rudnick, Phys. Rev. 170, 224 (1968).
9. R.D. Williams und I. Rudnick, Phys. Rev. Lett. 25, 276 (1970); R.D. Williams, Diss. Univ. of California (1970), unveröffentlicht.
10. W.C. Thomlinson und F. Pobell, Phys. Rev. Lett. 31, 283 (1973).
11. T.R. Roberts und S.G. Sydorik, Phys. Fluids 3, 895 (1960).
12. M. Barmatz, J. Low Temp. Phys. 5, 419 (1971).
13. W.C. Thomlinson und F. Pobell, Phys. Lett. 44A, 155 (1973).
14. E. Brezin, J.C. LeGuillou und J. Zinn-Justin, Phys. Lett. 47A, 285 (1974).
15. G. Ahlers, Phys. Rev. 182, 352 (1969).
16. G. Ahlers, J. Low Temp. Phys. 1, 609 (1969).
17. H.L. Laquer, S.G. Sydorik, T.R. Roberts, Phys. Rev. 113, 417 (1959)
18. A.B. Pippard, "Elements of Classical Thermodynamics", Cambridge 1960; A.B. Pippard, Phil. Mag. 1, 473 (1956);

- M.J. Buckingham und W.M. Fairbank, in "Progress in Low Temp. Phys.", Ed.: C.J. Gorter, (North-Holland, Amsterdam 1961) Vol. III.
19. C.E. Chase, Phys. Rev. Lett. 2, 197 (1959).
 20. K.F. Herzfeld, T.A. Litovitz, "Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves", Academic, New York, 1959.
 21. L.D. Landau, E.M. Lifschitz, "Hydrodynamik", Berlin 1974.
 22. R.T. Beyer, S.V. Letcher, "Physical Ultrasonics", Academic, New York, 1969.
 23. L.D. Landau und I.M. Khalatnikov, Dokl. Akad. Nauka SSSR 96, 469 (1954).
 24. V.L. Pokrovskii und I.M. Khalatnikov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 9, 225 (1969), JETP Lett. 9, 149 (1969).
 25. I.M. Khalatnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 57, 489 (1969), Sov. Phys. JETP 30, 268 (1970).
 26. P.C. Hohenberg, in "Critical Phenomena", Proc. Int. School "Enrico Fermi", Course LI, Ed.: M.S. Green (Academic, N.Y. 1971). Wir vernachlässigen in unserer Gl.(5) einen konstanten, unbekannten Faktor der Größenordnung 1, wenn wir Eq.(4.13) dieses Autors zitieren.
 27. G. Ahlers, Phys. Rev. A10, 1670 (1974).
 28. R.A. Ferrell, N. Menyhard, H. Schmidt, F. Schwabl und P. Szepfalussy, Ann. Phys. (N.Y.) 47, 565 (1968).
 29. B.I. Halperin und P.C. Hohenberg, Phys. Rev. Lett. 19, 700 (1967); Phys. Rev. 177, 952 (1969).
 30. B.I. Halperin, P.C. Hohenberg und E.D. Siggia, Phys. Rev. B13, 1299 (1976).
 31. G.G. Ihas und F. Pobell, Phys. Rev. A9, 1278 (1974).
 32. W.C. Thomlinson, G.G. Ihas und F. Pobell, Phys. Rev. Lett. 31, 1284 (1973); Phys. Rev. B11, 4292 (1975).
 33. G. Ahlers, Phys. Rev. A3, 696 (1971); Phys. Rev. A8, 530 (1972).
 34. D.G. Sanikidze, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 66, 714 (1974); Sov. Phys. JETP 39, 345 (1974). Ersetze dort $(\partial\sigma/\partial P)_{\lambda,c}$ im letzten Term von Eq.(24) durch $(\partial\sigma/\partial P)_{\lambda,c}^2$.
 35. J. Swift und L.P. Kadanoff, Ann. Phys. (N.Y.) 50, 312 (1968).
 36. K. Kawasaki, Phys. Lett. 31A, 165 (1970); Int. J. Magn. 1, 171 (1971); und persönliche Mitteilung.

37. A. Ikushima, D.B. Roe und H. Meyer, erscheint in "Proc. 2. Int. Conf. on Phonon Scattering in Solids", Nottingham 1975.
38. A. Ikushima und K. Tozaki, Proc. 14. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: M. Krusius und M. Vuorio (North-Holland, N.Y. 1975), Bd. I.
39. J.M. Vaughan, W.F. Vinen und C.J. Palin, Proc. 13. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan und E.F. Hammel (Plenum, N.Y. 1974), Bd. I; G. Winterling, F.S. Holmes und T.J. Greytak, Proc. 13. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan und E.F. Hammel (Plenum, N.Y. 1974), Bd. I; Phys. Rev. Lett. 30, 427 (1973).
40. W. Heinicke, G. Winterling und K. Dransfeld, Phys. Rev. Lett. 22, 170 (1969); J.S. Imai und I. Rudnick, Phys. Rev. Lett. 22, 694 (1969).
41. D.E. Commins und I. Rudnick, Proc. 13. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan und E.F. Hammel (Plenum, N.Y. 1974), Bd. I.
42. L.E. DeLong, O.G. Symko und J.C. Wheatley, Rev. Sci. Instr. 42, 147 (1971).
43. Model CR 2500 L der Fa. Cryo. Cal. Inc., Riviera Beach, Florida.
44. W. Kuhl, G.R. Schodder, F.K. Schröder, Acustica 4, 519 (1954).
45. H. Kojima, W. Veith, S.J. Putterman, E. Guyon und I. Rudnick, Phys. Rev. Lett. 27, 714 (1971).
46. F.G. Brickwedde et al., J. Research Nat. Bur. Stand. 64A, 1 (1960).
47. G.K. White, "Experimental Techniques in Low Temperature Physics", Oxford 1968.
48. G. Ahlers, Phys. Rev. Lett. 24, 1333 (1970).
49. G. Ahlers, Phys. Rev. 171, 275 (1968).
50. H.A. Kierstaedt, Phys. Rev. 162, 153 (1967).
51. T. Satoh und A. Kakizaki, Proc. 13. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan und H.F. Hammel (Plenum, N.Y. 1974), Vol. I.

52. Wenige Ergebnisse für $X_3 = 0.194$ sind vorab veröffentlicht worden in
C. Buchal, F. Pobell und W.C. Thomlinson, Phys. Lett. 51A, 19 (1975).
53. In Ref.15 wird für $C_p (X_3=0)$ eine logarithmische Divergenz angenommen, während wir mit der Form von Gl.(21) keine Divergenz von C_p annehmen, denn nach Gl.(21) strebt $C_p (T \rightarrow T_\lambda)$ gegen den endlichen Wert $(B-A/\alpha)$. Deshalb ist bei uns auch gemäß Gl.(2) $u_\lambda(0) = a/C_p(T_\lambda) + c$.
54. E.C. Kerr, Low Temp. Phys. Chem., Ed.: J.R. Dillinger, (Univ. of Wisconsin Press, Madison, Wisconsin, 1958); E.C. Kerr und R.D. Taylor, Ann. Phys. 26, 292 (1964); die Tabelle ist abgedruckt in Ref.64, S. 671.
55. Die jeweils höchsten benutzten Frequenzen sind 591.0, 627.4, 594.3, 598.3 und 606.0 kHz bei $X_3 = 0$ bzw. 0.070, 0.194, 0.377 und 0.517.
56. N.E. Dyumin, B.N. Eselson und E.Y. Rudavskij, Ukrainskii Fiz. Zh. 19, 818 (1974).
57. Obwohl die Gleichungen in diesem Abschnitt explizit nur für die Dämpfung angegeben sind, ist die Auswertung für Dispersion und Dämpfung durchgeführt. Die zugehörigen Gleichungen sind offensichtlich.
58. Wir benutzen hierbei das Skalengesetz $3v'-2 = -\alpha'$ nicht, denn die gemessenen Werte für $3v'-2$ ³² und α' ^{27,61} stimmen für verschiedene X_3 nicht überein. In ^4He ist das Skalengesetz mit $3v'-2 = -\alpha' = 0.026$ gut erfüllt.³ Für die Mischungen ist das Universalitätsprinzip nur für v' und ζ für $X_3 < 0.4$ erfüllt.^{27,32}
59. Bei der Auswertung benutzen die Autoren von Ref.9 die nicht ganz korrekten Annahmen $\Delta u = \text{const.}$, $\omega\tau' = 1$ bei $\alpha_{R,\text{max}}$ und $\xi' \propto |T-T_\lambda|^{-2/3}$.
60. Wegen der frequenzabhängigen Amplitude von Dispersion und Absorption und wegen der daraus resultierenden unterschiedlichen Meßgenauigkeit sind die Daten wie folgt gewichtet:
- | Frequenz | Absorptionsdaten | Dispersionsdaten | |
|-----------|------------------|------------------|---------------|
| 600 kHz | 3 | 3 | |
| 200 kHz | 2 | 2 | |
| 100 kHz | 2 | 1 | |
| 40-20 kHz | 1 | 0 | 0 = nicht zur |
| < 20 kHz | 0 | 0 | Mittelung be- |
| | | | nutzt. |

61. F. Gasparini und M.R. Moldover, Phys. Rev. Lett. 23, 749 (1969); F.M. Gasparini, Diss., Univ. of Minnesota, 1970; F.M. Gasparini und M.R. Moldover, Proc. 13. Int. Conf. Low Temp. Phys., Ed.: K.D. Timmerhaus, W.J. O'Sullivan und E.F. Hammel (Plenum, New York 1974), Bd. I; F.M. Gasparini, M.R. Moldover, Phys. Rev. B12, 93 (1975).
62. B. Golding, Phys. Rev. Lett. 34, 1102 (1975).
63. Eine Normierung bei $\omega\tau = 1$ liefert dasselbe Ergebnis:
 $\alpha(\omega\tau = 1) \propto \alpha(\omega\tau > 100) \propto \omega^{1+\gamma}$.
64. J. Wilks, "The Properties of Liquid and Solid Helium", Oxford 1967.
65. Es existiert möglicherweise eine geringe Bevorzugung von Werten $s > 1$. Daraus würde $\xi'_0/\xi_0 > 1$ folgen. Neue Berechnungen für ξ'_0/ξ_0 ergeben ca. 2.4 für ${}^4\text{He}$.³⁰
66. P.R. Bevington, "Data Reduction and Error Analysis", McGraw-Hill, New York 1969, S. 235 ff.