



FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH

Institut für Plasmaphysik
Assoziation EURATOM-KFA

Messung der internen
Magnetfeld-Struktur
von Tokamak-Plasmen

von

H. Soltwisch

Jüli-2339
Januar 1990
ISSN 0366-0885

10/10/10

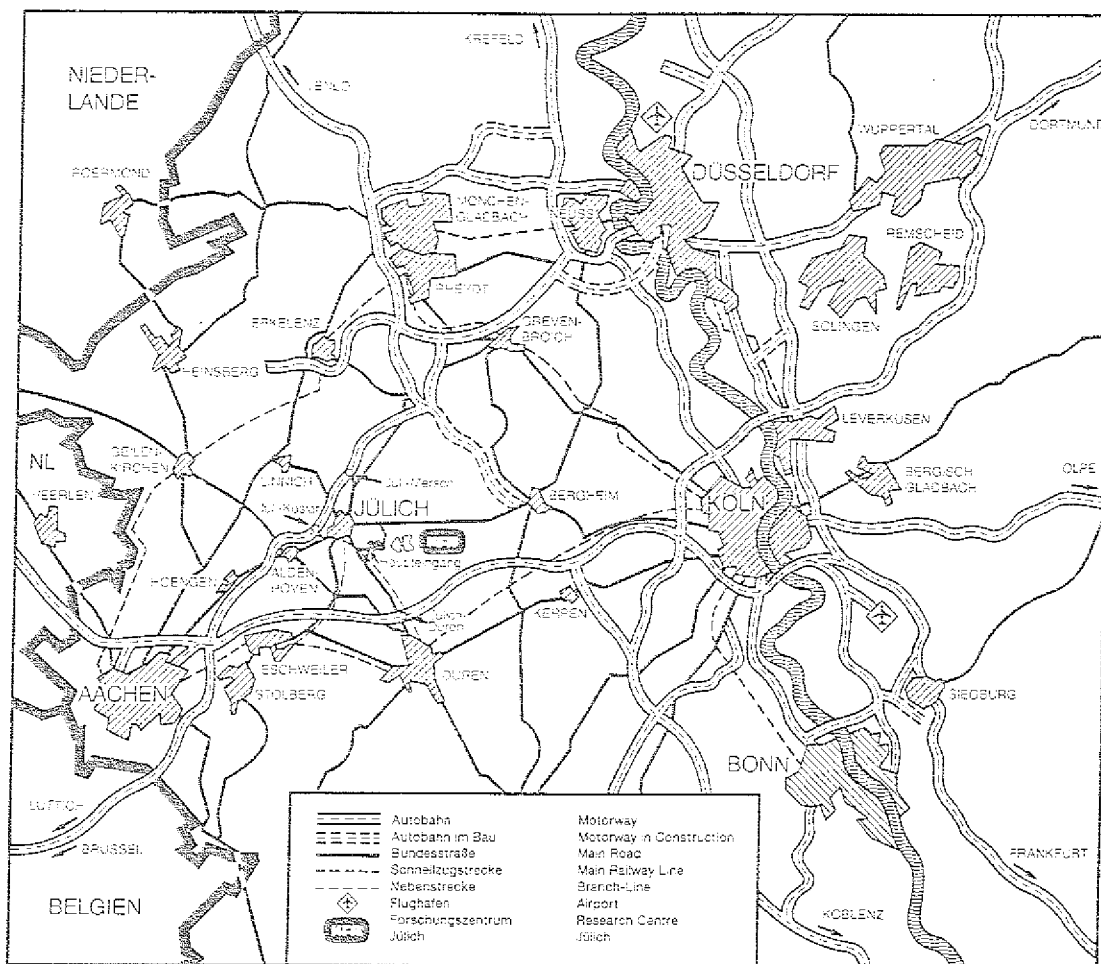
10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10



Als Manuskript gedruckt

Forschungszentrum Jülich: Berichte Nr. 2339

Institut für Plasmaphysik

Assoziation EURATOM-KFA Jüli-2339

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK Forschungszentrum Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 024 61/61-0 · Telex: 833556-70 kf d

Handwritten text, mostly illegible due to extreme fading. Some faint words like "The" and "and" are visible.

Handwritten text at the bottom of the page, also mostly illegible. Some faint words like "The" and "and" are visible.

Messung der internen Magnetfeld-Struktur von Tokamak-Plasmen

von

H. Soltwisch

11. The following table shows the number of people who attended the concert on each day of the week.

Day	Number of people
Monday	120
Tuesday	150
Wednesday	180
Thursday	200
Friday	220
Saturday	250
Sunday	280

12. The following table shows the number of people who attended the concert on each day of the week.

Day	Number of people
Monday	120
Tuesday	150
Wednesday	180
Thursday	200
Friday	220
Saturday	250
Sunday	280

Vorwort

Bau und Betrieb von Meßeinrichtungen, die in der beschränkt zugänglichen Umgebung eines größeren Tokamak-Experiments zuverlässig arbeiten sollen, sind kaum durchführbar ohne eine Zusammenarbeit vieler Spezialisten. Dies gilt in besonderem Maße für eine Neuentwicklung wie die polarimetrische Magnetfelddiagnostik am Jülicher Tokamak TEXTOR, die in der vorliegenden Arbeit beschrieben wird. Dr. D. Véron und seine Mitarbeiter am französischen Kernforschungszentrum in Fontenay-aux-Roses leisteten wertvolle Hilfe bei der Auslegung des optischen Systems im Submillimeter-Wellenlängenbereich und waren maßgeblich an den ersten Funktionstests des Meßverfahrens am Tokamak TFR beteiligt. Die Herren A. Cosler und E. Kemmerit aus dem Jülicher Institut für Plasmaphysik konstruierten eine sehr robuste Rahmenstruktur, die die engen Zwischenräume im Spulensystem von TEXTOR optimal ausnutzt, und Dr. M. Korten sorgte für den Anschluß des Instrumentes an die zentrale Datenerfassung. Besonders hervorzuheben ist die technische Unterstützung bei der Montage und Justierung des Gerätes durch H. Sann, der auch seit mehr als sechs Jahren mit seinen umsichtigen Wartungsarbeiten die Funktionsfähigkeit des Meßsystems gewährleistet. Die Betriebsmannschaft von TEXTOR hat mit großem Einsatz eine hohe Zuverlässigkeit und reproduzierbare Arbeitsweise des Tokamaks erreicht und damit viele Untersuchungen erheblich erleichtert.

Die Entwicklung der Auswerteverfahren und insbesondere die Interpretation der Daten im Hinblick auf plasmaphysikalische Fragestellungen wären nicht möglich gewesen ohne die Bereitschaft der Kollegen des Jülicher Instituts, ihr Fachwissen und ihre eigenen Resultate jederzeit zur Verfügung zu stellen. Neben dem engen Kontakt zu den Mitarbeitern der TEXTOR-Diagnostikgruppe unter Leitung von Dr. J. Schlüter hat insbesondere eine intensive und freundschaftliche Zusammenarbeit mit W. Stodiek von der Universität Princeton wesentlich zum Gelingen beigetragen. Viele Anregungen ergaben sich auch aus dem kritischen Interesse, das von Wissenschaftlern aus anderen Einrichtungen den experimentellen Ergebnissen entgegengebracht wurde.

Ich möchte mich hiermit herzlich bei allen bedanken, die mich so tatkräftig bei der Entwicklung und Anwendung des polarimetrischen Meßverfahrens an TEXTOR unterstützt haben.

Jülich, im Juni 1989

Henning Soltwisch

Inhaltsverzeichnis

1. EINFÜHRUNG	1
2. DAS POLARIMETRISCHE MESSVERFAHREN	7
2.1. Auswahl der Meßwellenlänge	7
2.1.1. Optische Eigenschaften eines Tokamak-Plasmas	8
2.1.2. Änderung des Polarisationszustands einer Meßwelle	13
2.1.3. Zusammenfassung der Auswahlkriterien	23
2.2. Aufbau der Meßanordnung	25
2.2.1. Optischer und mechanischer Aufbau	25
2.2.2. Signalverarbeitung	32
2.2.3. Funktionsprüfungen	37
2.3. Auswertung der Meßdaten	40
2.3.1. Profilbestimmung in zylindrischen Plasmen	41
2.3.2. Allgemeine Struktur von Tokamak-Plasmen	44
2.3.3. Rekonstruktion der Magnetfeldverteilung	49
2.3.4. Fehlerabschätzung	55
2.3.5. Ermittlung von Profilparametern	61
3. EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE	67
3.1. Elektrische Leitfähigkeit	67
3.1.1. Messung der Plasmaparameter	68
3.1.2. Vergleich experimenteller und theoretischer Leitfähigkeiten	70
3.2. MHD-Stabilität und Ähnlichkeit der Stromdichteverteilungen	74
3.2.1. Tearing-Instabilitäten mit poloidaler Modenzahl $m \geq 2$	75
3.2.2. $m = 1$ - Moden	83
3.2.3. Normierte Form der Stromdichteverteilungen	88
3.3. Sägezahn-Oszillationen der Magnetfeldstruktur	91
3.3.1. Nachweis periodischer Schwankungen der Faraday-Drehwinkel	92
3.3.2. Verschiebungen des Plasmazentrums	96
3.3.3. Modulation des axialen Sicherheitsfaktors	97
4. ZUSAMMENFASSUNG	103
5. LITERATURVERZEICHNIS	107

1. EINFÜHRUNG

Arbeiten zur kontrollierten Kernfusion nehmen seit etwa drei Jahrzehnten einen breiten Raum in der plasmaphysikalischen Forschung ein. Nach einer Übersicht der Internationalen Atomenergie-Agentur in Wien beschäftigen sich gegenwärtig weltweit mehr als 7000 Wissenschaftler und Ingenieure in etwa 250 Laboratorien mit einer Reihe verschiedener Konzepte zur Schaffung einer Energiequelle, die auf der Verschmelzung leichter Atomkerne beruht (World Survey, 1986). Dabei bilden grundlegende Untersuchungen zur Erzeugung und Einschließung geeigneter Fusionsplasmen nach wie vor den Schwerpunkt dieser Aktivitäten, die im wesentlichen zwei verschiedenen Richtungen folgen: Die direkte Methode des *Trägheitseinschlusses* verwendet Kügelchen aus einem festen Gemisch schwerer Wasserstoff-Isotope mit einem Durchmesser von etwa 1 mm, die durch Beschuß mit intensiven Laser- oder Teilchenstrahlen innerhalb einer Nanosekunde aufgeheizt und derart verdichtet werden sollen, daß es zu einer explosionsartigen Fusion der Brennstoffkomponenten kommt. Alternativ dazu versucht man mit Hilfe des *magnetischen Einschlusses*, diesen Prozeß möglichst kontinuierlich ablaufen zu lassen, indem man ein verdünntes Wasserstoff-Plasma hoher Temperatur ($\sim 10^{20}$ Teilchen pro m^3 bei etwa 10^8 Kelvin) erzeugt, das in einem geeigneten Gefäß durch die Wirkung starker Magnetfelder wenigstens für einige Sekunden zusammengehalten wird. Zur Realisierung dieses Konzepts wurde eine Vielzahl unterschiedlicher Apparaturen entwickelt, die sich hauptsächlich durch die Struktur der einschließenden Felder unterscheiden. Eine technisch relativ einfache und für Großexperimente derzeit favorisierte Anordnung ist die *Tokamak-Konfiguration*, deren Urtyp vor mehr als dreißig Jahren am Kurchatov-Institut in Moskau erprobt wurde und die seit Beginn der siebziger Jahre weite Verbreitung gefunden hat (Rutherford, 1980). Ein Tokamak besteht im wesentlichen aus einem Transformator, dessen Sekundärwindung durch einen leitfähigen Plasmaring gebildet wird (siehe Abb. 1). Der induzierte Strom I produziert Joule'sche Wärme zur Aufheizung des Plasmas und erzeugt gleichzeitig ein poloidales Magnetfeld B_p . Durch Überlagerung eines starken toroidalen Feldes B_t , das durch einen Kranz von Spulen um das Vakuumgefäß gebildet wird, werden die magnetischen Feldlinien helisch verformt und bilden ineinander geschachtelte magnetische Oberflächen, an die die geladenen Plasmateilchen gebunden sind. Ein leicht gekrümmtes Vertikalfeld B_z dient dazu, den Ausdehnungskräften in radialer Richtung entgegenzuwirken und das Plasma im Vakuumgefäß zu zentrieren. In frühen Tokamaks wurde dieses Feld durch Wirbelströme in einer das Plasma umhüllenden Kupferschale erzeugt, während moderne Maschinen regelbare Ströme in geeigneten äußeren Spulen verwenden, um das heiße Plasma von den umgebenden Wandstrukturen fernzuhalten.

Allerdings sind Plasmen, die in einer Tokamak-Konfiguration eingeschlossen sind, anfällig für eine Vielzahl von Instabilitäten (siehe z.B. Furth, 1981). Mikroskopische Störungen wie etwa lokalisierte schwache Turbulenzen erhöhen im wesentlichen den

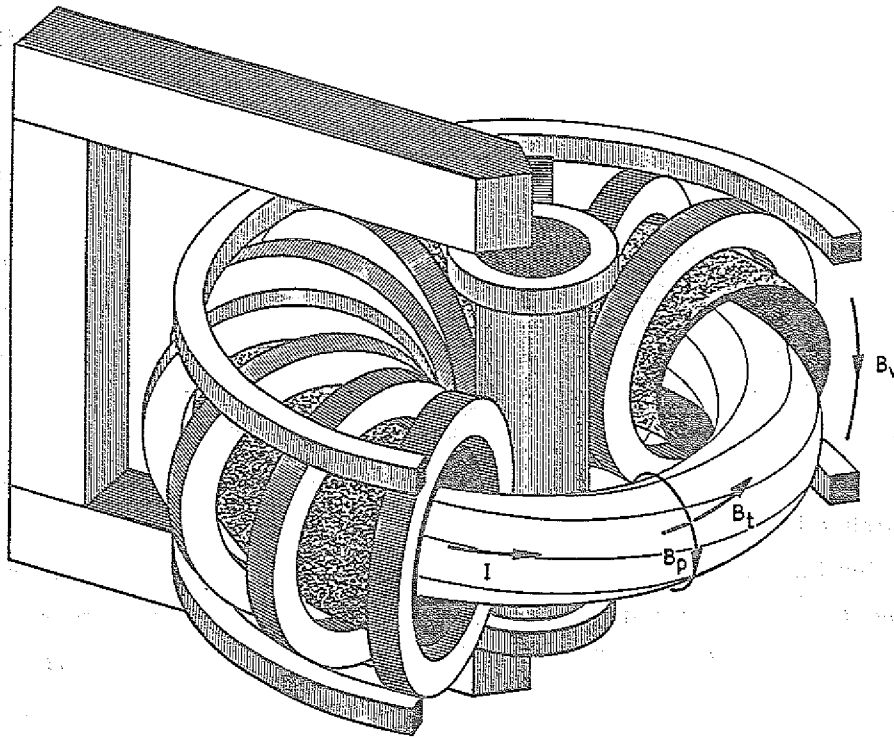


Abb. 1. Schematische Darstellung eines Tokamaks: Der von einem Transformator induzierte Strom I heizt das ringförmige Plasma auf und erzeugt ein poloidales Magnetfeld B_p , das zusammen mit dem toroidalen Feld B_t und dem Vertikalfeld B_v eine stabile Gleichgewichtskonfiguration aus helisch umlaufenden Kraftlinien bildet.

Wärmetransport und verschlechtern den Energieeinschluß. Makroskopische Instabilitäten zufolge spontaner magneto-hydrodynamischer Verformungen der Magnetfeldstruktur können darüber hinaus zu einem abrupten Abbruch des Plasmastroms und damit zu einer erheblichen Krafteinwirkung auf die mechanischen Komponenten führen, die die plötzlich freigesetzte Energie aufnehmen müssen. Diese magneto-hydrodynamischen Instabilitäten begrenzen sowohl die Strom- als auch die Teilchendichten, die in einer gegebenen Anordnung zu erreichen sind.

Der Plasmastrom und das von ihm induzierte poloidale Magnetfeld sind für einen Tokamak also von wesentlicher Bedeutung, weil sie (i) Joule'sche Wärme bereitstellen, (ii) eine geeignete Feldkonfiguration für die magnetische Einschließung des Plasmas aufspannen und (iii) den stabilen Arbeitsbereich der Anordnung bestimmen. Trotz dieser herausragenden Rolle ist die Stromdichte-Verteilung in den meisten Tokamak-Einrichtungen bisher nur unzureichend experimentell erfaßt. Für eine grobe Abschätzung bedient man sich im allgemeinen des Elektronentemperatur-Profiles, das für ein vollionisiertes Plasma in relativ einfacher Weise mit der elektrischen Leitfähigkeit verknüpft ist (Spitzer und Härm, 1953). Unsicherheiten in der Kenntnis der effektiven Ionenladung (d.h. der Verunreinigungskonzentrationen) sowie in der Berücksichtigung neoklassischer Korrekturen an der Leitfähigkeitsformel zufolge der toroidalen Geometrie

(Galeev und Sagdeev, 1968) schränken die Genauigkeit dieser indirekten Methode allerdings erheblich ein. Daher bemüht man sich seit langem, aus der Vielzahl physikalischer Phänomene in magnetisierten Plasmen Meßverfahren abzuleiten, die eine direkte Bestimmung der poloidalen Magnetfeldstruktur gestatten (siehe z.B. Peacock, 1978).

Eine Reihe von Vorschlägen basiert auf der lokalen Emission elektromagnetischer Strahlung, die bei ihrer Entstehung innerhalb des Plasmas durch Magnetfelder beeinflusst wird. In diese Gruppe fallen z.B. die nichtlineare Erzeugung der ersten Oberwelle einer eingestrahlten Mikrowelle am Ort ihrer Resonanz mit der oberen Hybrid-Frequenz (Cano et al., 1975), die Zeeman-Aufspaltung geeigneter Spektrallinien gezielt eingebrachter Verunreinigungen (Fujita und McCormick, 1973) oder die Stark-Verschiebung von Linien infolge einer Lorentz-Kraft auf die Leuchtelektronen (Wiegart et al., 1982). Eine zweite Kategorie von Meßtechniken beruht auf der Änderung charakteristischer Eigenschaften von Teilchen- oder Photonenstrahlen bei der Durchquerung eines magnetisierten Plasmas. So kann z.B. die Bahnänderung eines Schwerionenstrahls beim Übergang der Teilchen in eine höhere Ionisationsstufe dazu benutzt werden, auf das Magnetfeld zurückzuschließen (Jobes, 1975). Hochenergetische Deuterium-Atome, die tangential in den Torus eingeschossen und dort durch Ladungsaustausch ionisiert werden, verlaufen auf Bahnen, deren Führungszentren von den magnetischen Oberflächen abweichen; eine Vermessung dieser Abweichung erlaubt die Bestimmung der lokalen Feldlinien-Verschraubung (Goldston, 1978). Photonenstrahlen bieten die Möglichkeit, die feldabhängigen Brechungseigenschaften des Plasmas auszunutzen (DeMarco und Segre, 1972; Craig, 1976) oder aus der Beobachtung des Streulichtes den Neigungswinkel der Feldlinien abzuleiten (das Spektrum des gestreuten Lichts ist mit der Elektronenzyklotronfrequenz moduliert, wenn der Streuvektor innerhalb sehr enger Toleranzen mit der Gyrationsebene der Elektronen zusammenfällt; Carolan, 1977).

Der überwiegende Teil dieser Methoden hat jedoch den Rahmen von Konzeptstudien oder Demonstrationsversuchen bisher nicht verlassen. Dies ist sicher zum großen Teil auf die experimentellen Randbedingungen an Tokamak-Anlagen zurückzuführen, die eine improvisierende Entwicklung und Optimierung relativ komplizierter Meßeinrichtungen kaum gestatten. Es sind deshalb bis heute erst zwei Verfahren so weit fortgeschritten, daß sie routinemäßig vollständige orts- und zeitaufgelöste Messungen des poloidalen Magnetfeldes in einem Tokamak liefern. Bei der ersten, von McCormick (1977) am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik in Garching vorangetriebenen Methode wird ein hochenergetischer Lithium-Atomstrahl (~ 60 keV) senkrecht zur Stromrichtung in das Plasma eingeschossen. Die durch Stoßanregung erzeugte Strahlung der Resonanzlinie $2^2P - 2^2S$ ($\lambda = 670.8$ nm) spaltet im Magnetfeld in ein Zeeman-Triplett auf, dessen unverschobene π -Komponente parallel zur lokalen Feldrichtung polarisiert ist. Die Aufspaltung ist weit genug (etwa 0.1 nm bei einer typischen Feldstärke von 2.5 T), um diese π -Komponente mit Hilfe eines Fabry-Perot-Interferometers zu isolieren

und ihre Schwingungsrichtung - und damit den Neigungswinkel der Feldlinien - in einem geeigneten Polarimeter zu bestimmen. Bei feststehender spektroskopischer Beobachtungsrichtung wird die erforderliche Raumauflösung dadurch erreicht, daß der Atomstrahl in einer Serie gleichartiger Entladungen über den Plasmaquerschnitt verschoben wird. West und Mitarbeiter (1986) haben diese Technik für den TEXT-Tokamak in Austin, Texas, dahingehend erweitert, daß sie einen auf die π -Komponente abgestimmten Farbstoff-Laser kollinear mit dem Atomstrahl injizieren und die induzierte Fluoreszenz gleichzeitig an neun Punkten entlang des Strahlweges beobachten. Die Polarisationssebene des Laserlichts rotiert dabei mit einer Frequenz von 50 kHz. Maximales Fluoreszenzlicht tritt immer dann auf, wenn die Schwingungsebene mit der Feldrichtung übereinstimmt, so daß eine Verdrehung der Feldlinien eine entsprechende Phasenverschiebung der Signale zur Folge hat. Der wesentliche Nachteil dieser Methode besteht in der geringen Eindringtiefe des Atomstrahls, der ihre Anwendung auf Plasmen relativ kleiner Elektronendichte beschränkt und längere Integrationszeiten erforderlich macht. Sowohl am ASDEX-Tokamak (McCormick et al., 1987) als

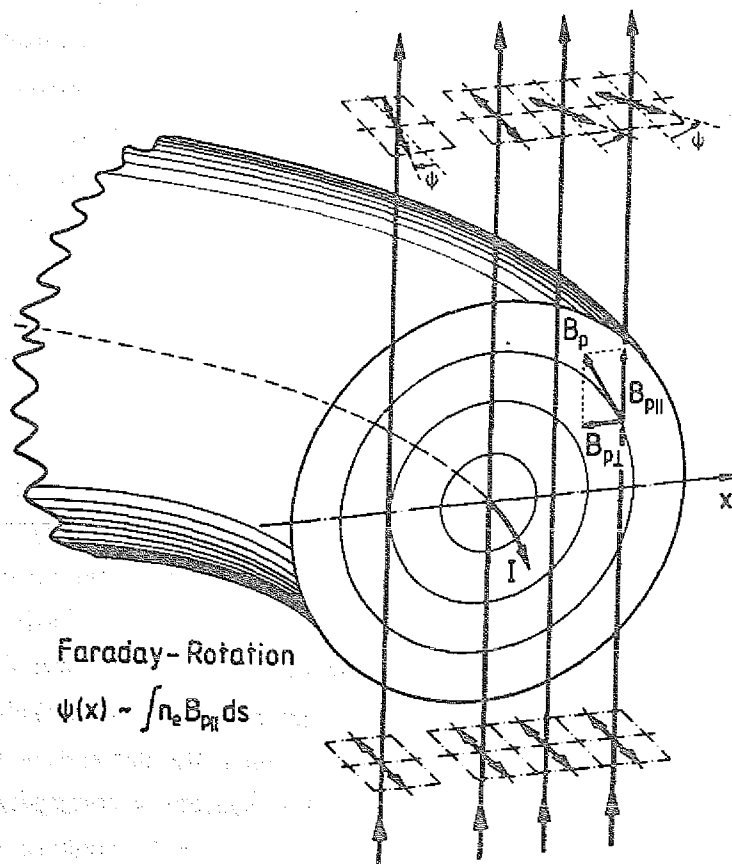


Abb. 2. Prinzip des polarimetrischen Meßverfahrens: Die Schwingungsebenen linear polarisierter Meßstrahlen, die einen Tokamak-Querschnitt senkrecht zum Plasmastrom I durchlaufen, werden durch den Faraday-Effekt in Abhängigkeit von der Parallelkomponente $B_{p||}$ des poloidalen Magnetfeldes verdreht.

auch an der TEXT-Maschine (West et al., 1987) konnten Messungen im Plasmakern bisher nur im unteren Teil des Dichtebereichs durchgeführt werden.

Das zweite zur Routineanwendung entwickelte Verfahren geht zurück auf einen Vorschlag von DeMarco und Segre (1972) und beruht auf der Polarisationsänderung elektromagnetischer Wellen in einem magnetisierten Plasma (vgl. Abb. 2). Laserstrahlen geeigneter Frequenz, die einen Tokamak-Querschnitt senkrecht zum Plasmastrom durchlaufen, erfahren durch den Faraday-Effekt eine Drehung ihrer Polarisationsebene in Abhängigkeit von Elektronendichte n_e und Parallelkomponente $B_{\parallel}$ des poloidalen Magnetfeldes. Weil jeder Meßstrahl für sich genommen lediglich einen Mittelwert entlang seines Weges s liefert, muß das Plasma gleichzeitig an verschiedenen Positionen durchstrahlt werden, um aus diesen Daten die lokale Feldstärke rekonstruieren zu können. Die optimale Wellenlänge ergibt sich aus einer Reihe von Randbedingungen (Kunz, 1979) und liegt für typische Tokamak-Parameter ($n_e \lesssim 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $B_p \lesssim 0.5 \text{ T}$, $s \approx 1 \text{ m}$) im fernen Infrarot zwischen etwa 0.1 und 0.5 mm. Da dieser Spektralbereich an vielen Maschinen intensiv zur interferometrischen Bestimmung der Elektronendichte genutzt wird, ist die Entwicklung geeigneter Lichtquellen, Strahlführungssysteme und Nachweisgeräte relativ weit fortgeschritten (Véron, 1982). Dennoch hat sich eine Erweiterung der vorhandenen Interferometer für simultane Messungen der Faraday-Rotation als technisch sehr schwierig erwiesen. Nach anfänglichen Erfolgen bei Demonstrationsversuchen an den Tokamaks TFR und ISX-B (Kunz und Equipe TFR, 1978; Hutchinson et al., 1981; Soltwisch und Equipe TFR, 1981) ist es bisher nur am Jülicher Experiment TEXTOR gelungen, ein Vielkanalsystem mit hinreichender Ortsauflösung und Meßgenauigkeit zu installieren und damit die zeitliche Entwicklung der Magnetfeldstruktur in einem breiten Parameterbereich zu verfolgen (Soltwisch, 1983b). Entsprechende Modifikationen der Vielkanal-Interferometer an TEXT (Nagatsu et al., 1988) und an den großen Maschinen TFTR (Park et al., 1987) und JET (O'Rourke et al., 1988) befinden sich in der Erprobung und liefern teilweise erste Ergebnisse für den Zentralbereich des Plasmas.

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit werden die physikalischen Grundlagen und apparativen Aspekte dieses polarimetrischen Meßverfahrens dargestellt, um sein diagnostisches Potential, aber auch seine Beschränkungen aufzuzeigen. Der zweite Teil faßt dann die wesentlichen experimentellen Ergebnisse und ihre Rückwirkungen auf die theoretische Beschreibung von Tokamak-Plasmen zusammen, die insbesondere im Bereich des heißen Plasmakerns zu einer Revision weithin akzeptierter Vorstellungen über die Struktur der Magnetfelder und ihrer magneto-hydrodynamischen Stabilität geführt haben.

2. DAS POLARIMETRISCHE MESSVERFAHREN

Das in Abb. 2 skizzierte Verfahren zur Bestimmung der internen Magnetfeldstruktur setzt voraus, daß die Meßstrahlen das Plasma ohne nennenswerte Abschwächung oder Richtungsablenkung durchlaufen können und daß ihre Polarisationsänderung sich praktisch als reine Faraday-Drehung unter dem Einfluß des poloidalen Magnetfeldes beschreiben läßt. Die auftretenden Drehwinkel müssen dabei so groß sein, daß sie mit ausreichender Genauigkeit gemessen werden können. Wegen der komplizierten Abhängigkeit der Brechungseigenschaften eines Plasmas von Temperatur, Dichte und interner Magnetfeldstruktur lassen sich diese Forderungen nur näherungsweise gemeinsam erfüllen, so daß der Wahl einer geeigneten Wellenlänge besondere Bedeutung zukommt. Darüber hinaus unterliegt der praktische Aufbau einer Meßanordnung einer Reihe von Randbedingungen wie etwa der Beschränkung der Zugangsmöglichkeiten zum Plasma und dem Auftreten hoher mechanischer und elektromagnetischer Störpegel in der unmittelbaren Umgebung eines Tokamaks. Die Analyse der Meßdaten, die diese plasmaphysikalischen und apparativen Einflüsse möglichst vollständig berücksichtigen muß, ist deshalb der individuellen Konzeption an einer gegebenen Maschine anzupassen und nur beschränkt auf andere Anordnungen übertragbar. Diesem Entwicklungsgang folgend sollen am Beispiel des Vielkanal-Polarimeters an TEXTOR zunächst die Kriterien für die optimale Meßwellenlänge bestimmt, dann das meßtechnische Konzept beschrieben und schließlich geeignete Methoden der Datenauswertung diskutiert werden.

2.1. Auswahl der Meßwellenlänge

Eine geradlinige, absorptionsfreie Ausbreitung der Meßstrahlen ist am ehesten gewährleistet, wenn ihre Frequenz weit jenseits aller charakteristischen Eigenfrequenzen des magnetisierten Plasmas liegt. Andererseits sind dort die feldabhängigen Brechungseigenschaften so schwach, daß sie sich kaum noch nachweisen lassen. Der geeignete Wellenlängenbereich ergibt sich somit aus einem Kompromiß zwischen hinreichend störungsfreier Strahlausbreitung und genügend großer Änderung des Polarisationszustandes. Eine weitere Einschränkung folgt aus der spezifischen Magnetfeldstruktur des Tokamaks mit einer starken toroidalen Komponente senkrecht zur Strahlrichtung, die eine lineare Doppelbrechung erzeugt und zu einer elliptischen Polarisierung der Meßstrahlen führt. Zur Minimierung dieses Effekts, der sich der Faraday-Drehung durch das Poloidalfeld störend überlagert, muß die Wellenlänge an die untere Grenze des nutzbaren Spektralbereichs verlegt werden. Die vorliegenden Arbeiten zu diesem Themenbereich (DeMarco und Segre, 1972, 1977; Craig, 1976; Segre, 1978; Vuolo und Galvao, 1983) gehen dabei stets von idealisierten Bedingungen aus, deren Gültigkeit im einzelnen nicht überprüft wird (eine Ausnahme bildet lediglich die Dissertation von Kunz (1979), die sich unter anderem mit den plasmaphysikalischen Voraus-

setzungen zur Anwendung der Ferninfrarot-Polarimetrie beschäftigt). Deshalb sollen zunächst die optischen Eigenschaften eines typischen Tokamak-Plasmas etwas näher betrachtet und daran anschließend im Rahmen zulässiger Näherungen die Wellenlängenabhängigkeiten der konkurrierenden Effekte ermittelt werden. Abweichend von der üblichen Darstellungsweise, in der die Transmissionseigenschaften des Plasmas in Anlehnung an die Kristalloptik mit Hilfe der *Poincaré*-Kugel beschrieben werden (siehe z.B. Ramachandran und Ramaseshan, 1961), wollen wir dabei einen Matrizen-Formalismus verwenden, der sich auch später bei der Behandlung der Meßanordnung als zweckmäßig erweisen wird.

2.1.1. Optische Eigenschaften eines Tokamak-Plasmas

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Plasmen ist seit langem Gegenstand zahlreicher Untersuchungen, deren Ergebnisse in mehreren Büchern zusammengefaßt worden sind (z.B. Brandstatter, 1963; Ginzburg, 1964). Eine auf den langwelligen Spektralbereich ($\lambda \gtrsim 0.1$ mm) ausgerichtete Darstellung findet sich bei Heald und Wharton (1965), auf die wir uns hier hauptsächlich beziehen wollen. Als *Referenzplasma* für die durchzuführenden Abschätzungen soll eine Standard-Entladung in TEXTOR mit den folgenden Parametern dienen:

Radius des Plasmarings	$R = 1.75$ m,
Radius des Plasmaquerschnitts	$a = 0.5$ m,
Stärke des Toroidalfeldes	$B_t = 2.0$ T,
Stärke des Plasmastroms	$I = 0.4$ MA,
Dauer der Entladung	$t_e = 3.5$ sec.

Das Plasma bestehe im wesentlichen aus vollionisiertem Wasserstoff mit einer kleinen Beimischung von Kohlenstoff und Sauerstoff und habe eine effektive Kernladungszahl $Z_{\text{eff}} = \sum Z_i^2 n_i / n_e$ von etwa 2 (n_i bezeichnet die Dichte und Z_i den Ionisationsgrad der Komponenten). Die sich einstellenden Verteilungen von Elektronendichte n_e , Elektronentemperatur T_e , Stromdichte j und poloidalem Feld B_p sind in erster Näherung nur Funktionen des kleinen Plasmaradius r (d.h. des Abstandes von der Torusseule) und seien für $r \leq a$ gegeben durch

$$\begin{aligned}
 n_e(r) &= n_{e0} [1 - (r/a)^2] && \text{mit } n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}, \\
 T_e(r) &= T_{e0} [1 - (r/a)^2]^2 && \text{mit } T_{e0} = 1 \text{ keV}, \\
 j(r) &= j_0 [1 - (r/a)^2]^3 && \text{mit } j_0 = 4I/(\pi a^2) = 2 \text{ MA m}^{-2}, \\
 B_p(r) &= B_{p0}(r/a) [4 - 6(r/a)^2 + 4(r/a)^4 - (r/a)^6] && \text{mit } B_{p0} = \mu_0 I / (2\pi a) = 0.16 \text{ T}.
 \end{aligned}$$

Die *Plasmafrequenz* ω_p , die nach Tonks und Langmuir (1929) die Raumladungsschwingungen in einem quasi-neutralen Medium aus freien Elektronen und gleichförmig verteilten Ionen beschreibt, ist in diesem Fall:¹

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}} \leq 4 \times 10^{11} \text{ rad sec}^{-1}. \quad (2-1)$$

Die zweite charakteristische Frequenz, nämlich die *Zyklotronfrequenz* ω_c , mit der die Elektronen um die Magnetfeldlinien gyrieren, ist von derselben Größenordnung:

$$\omega_c = \frac{e B}{m_e} \simeq 3.5 \times 10^{11} \text{ rad sec}^{-1}. \quad (2-2)$$

Wegen der hohen *thermischen Geschwindigkeit* der Elektronen

$$v_{th} = \sqrt{\frac{2 T_e}{m_e}} \leq 2 \times 10^7 \text{ m sec}^{-1} \quad (2-3)$$

erfolgt die mit dieser Gyration verbundene Emission elektromagnetischer Strahlung nicht nur bei der Grundfrequenz sondern infolge relativistischer Effekte auch bei höheren Harmonischen $k\omega_c$ ($k = 2, 3, 4, \dots$). Ein etwaiges Zusammentreffen der Meßfrequenz ω mit einer dieser Harmonischen führt für $k \geq 5$ jedoch nicht mehr zu einer nennenswerten Abschwächung der Strahlintensität. Nach Engelmann und Curatolo (1973) können die *Absorptionskoeffizienten* α_k im Zentrum der relativistisch verbreiterten Linien bei Ausbreitung senkrecht zum Magnetfeld abgeschätzt werden durch

$$\alpha_k = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e n_e}{\epsilon_0 c B} \frac{k^{2(k-1)}}{\sqrt{k} (k-1)!} \left(\frac{T_e}{2 m_e c^2} \right)^{k-2}. \quad (2-4)$$

Unter der Annahme maximaler Elektronendichte n_{e0} und Temperatur T_{e0} entlang des gesamten Strahlweges $2a$ ist die optische Dicke des Plasmas $\tau_k = 2a\alpha_k$ für $k \geq 5$ kleiner als 3.5×10^{-3} . Mit zunehmendem k fällt τ_k jeweils um mehr als eine Größenordnung und liegt bei $k = 10$ unter 5×10^{-10} .

Ebenso kann eine Energiedissipation durch "Reibung" der im Strahlungsfeld schwingenden Elektronen praktisch ausgeschlossen werden, weil die Zeit zwischen zwei Coulomb-Stößen sehr viel länger ist als die Periodendauer der Meßstrahlung. Die *effektive Stoßfrequenz* ν_{ei} für Elektron-Ion-Wechselwirkungen ist nach Heald und Wharton (1965) gegeben durch

¹ Hier und im folgenden ist $e = 1.602 \times 10^{-19}$ Asec die Elementarladung, $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg die Elektronenmasse, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ Asec/(Vm) die elektrische Feldkonstante, $\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6}$ Vsec/(Am) die magnetische Feldkonstante und $c = 2.998 \times 10^8$ m sec⁻¹ die Vakuumlichtgeschwindigkeit; T_e wird stets durch die Energie in eV ausgedrückt.

$$v_{ei} = 2.9 \times 10^{-12} \frac{Z_{eff} n_e}{T_e^{3/2}} \ln \left(3.9 \times 10^{14} \frac{T_e^{3/2}}{Z_{eff} \omega} \right) \text{ sec}^{-1} \quad (2-5)$$

(mit n_e in m^{-3} und T_e in eV) und liegt für $\omega > 4\omega_e$ um mindestens sieben Größenordnungen unterhalb der Meßfrequenz.

Im interessierenden Spektralbereich ist das Referenzplasma also in sehr guter Näherung ein verlustfreies Medium, dessen *Brechungsindex* μ allerdings vom Polarisationszustand der Meßwelle und von der Orientierung des Magnetfeldes abhängt. Diese Anisotropie ist eine Folge der Lorentzkraft, die die von der Welle induzierten Ströme im allgemeinen aus der Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes ablenkt und dadurch die Feldkomponenten der Welle miteinander verkoppelt, so daß sich ihr Amplitudenverhältnis und ihre relative Phasenlage entlang des Weges durch das Plasma allmählich ändern. In einem homogenen Medium läßt sich dieses Verhalten in Analogie zur Kristalloptik durch Aufspaltung der Meßwelle in zwei *charakteristische Wellen* beschreiben, die ihren Polarisationszustand vollständig erhalten und sich kollinear mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten $c/\mu_{1,2}$ ausbreiten. Die Brechungsindizes dieser beiden Wellen, die im folgenden Abschnitt ausführlich diskutiert werden, stellen sich besonders einfach dar, wenn die thermische Geschwindigkeit der Elektronen klein ist gegenüber der Phasengeschwindigkeit und wenn die Ionen aufgrund ihrer großen Masse m_i durch die eingestrahlten Wechselfelder kaum in Schwingungen versetzt werden (Modell des kalten Plasmas ohne Ionenbewegung; Appleton, 1932):

$$\mu_{1,2}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - \frac{(\omega_c^2/\omega^2)\sin^2\theta}{2(1 - \omega_p^2/\omega^2)} \pm \sqrt{\frac{(\omega_c^4/\omega^4)\sin^4\theta}{4(1 - \omega_p^2/\omega^2)^2} + \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\cos^2\theta}} \quad (2-6)$$

(θ ist der Winkel zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung der Welle). Die Berücksichtigung der Elektronentemperatur erfordert eine Korrektur von der Ordnung

$$\mu_{1,2}^2 \rightarrow \mu_{1,2}^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{T_e}{m_e c^2} \right), \quad (2-7a)$$

während die Ionenbewegung in erster Näherung durch Einführung der reduzierten Masse $m_e m_i / (m_e + m_i)$ bei der Plasmafrequenz einbezogen werden kann:²

² Zusätzliche Resonanzeffekte durch die Gyration der Ionen, die bei der Wellenheizung von Tokamak-Plasmen eine wichtige Rolle spielen, liegen weit unterhalb der Elektronenzyklotronfrequenz und sind in diesem Zusammenhang ohne Bedeutung.

$$\omega_p^2 \rightarrow \omega_p^2 \left(1 + \frac{m_e}{m_i} \right). \quad (2-7b)$$

Wegen $m_e/m_i \ll 1$ und $T_e \ll m_e c^2$ sind beide Effekte für $\omega^2 > \omega_p^2$ ohne wesentliche Einschränkung der Genauigkeit zu vernachlässigen.

Allerdings beschreibt die als *Appleton-Hartree-Formel* bekannte Gleichung (2-6) nur das Verhalten eines homogenen Plasmas bei Durchgang einer ebenen Welle. Ihre Anwendbarkeit setzt also voraus, daß die Plasmaparameter sich über Dimensionen, die groß sind im Vergleich zur Wellenlänge, nicht nennenswert ändern und daß die elektrischen und magnetischen Feldvektoren der eingestrahlten Welle stets senkrecht zur Ausbreitungsrichtung orientiert sind. Die Forderung nach Erhaltung des *transversalen* Wellencharakters wird verletzt, wenn sowohl die Ausbreitungsrichtung als auch der elektrische Vektor $\mathbf{E}$ senkrecht auf dem vorhandenen Magnetfeld $\mathbf{B}$ stehen (d.h. wenn $\mathbf{E}$ in der Gyrationsebene der Elektronen liegt). In diesem Fall entwickelt die Welle eine Komponente $E_{\parallel}$ parallel zur Ausbreitungsrichtung und wird teilweise longitudinal. Das Verhältnis

$$\frac{E_{\parallel}}{E_{\perp}} = \frac{(\omega_p^2/\omega^2)(\omega_c/\omega)}{1 - \omega_p^2/\omega^2 - \omega_c^2/\omega^2} \quad (2-8)$$

bleibt jedoch für hinreichend hohe Frequenzen ($\omega > 5\omega_c, 5\omega_p$) unterhalb von 8.7×10^{-3} und verschwindet ganz, wenn der elektrische Vektor parallel zu $\mathbf{B}$ ausgerichtet wird (siehe z.B. Krall und Trivelpiece, 1973).

Die Voraussetzung der *Quasi-Homogenität* reduziert sich in einem Tokamak-Plasma auf eine genügend kleine Dichtevariation entlang des Strahlweges, da die Feldstärke im wesentlichen durch das nahezu konstante Toroidalfeld gegeben ist. Unter Einführung einer Skalierungslänge $n_e/(dn_e/dr)$ folgt daraus die Bedingung

$$\omega \simeq \frac{2\pi c}{\lambda} \gg \frac{2\pi c}{n_e} \left| \frac{dn_e}{dr} \right|, \quad (2-9a)$$

die für ein typisches parabolisches Dichteprofil übergeht in

$$\omega \gg \frac{4\pi c}{a} \frac{r/a}{1 - (r/a)^2} \quad (2-9b)$$

und für $\omega > 5\omega_c$ bis auf eine sehr schmale Randzone ($0.995 < r/a < 1$) gut erfüllt ist.

Trotz dieser hinreichend schwachen Variation der Elektronendichte kann der radiale Gradient des Brechungsindex noch eine erhebliche *Ablenkung der Meßstrahlen* verursachen. Für eine Abschätzung vernachlässigen wir das poloidale Magnetfeld des Tokamaks ($B_p < 0.1 B_t$), so daß wir in Gl. (2-6) den Winkel θ zu $\pi/2$ setzen können, und

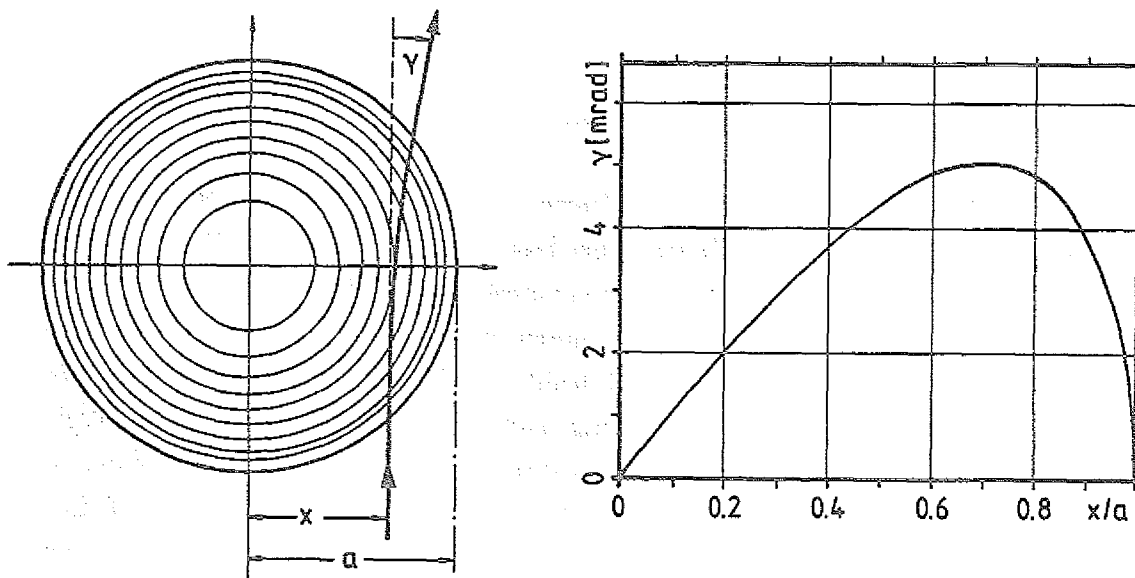


Abb. 3. Strahlablenkung im zylindrischen Plasma: Modellrechnung gemäß Gl. (2-11) für eine parabolische Elektronendichteverteilung mit $n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ und eine Meßfrequenz von $\omega = 5.6 \times 10^{12} \text{ rad sec}^{-1}$.

wählen das positive Vorzeichen der Wurzel entsprechend einer Polarisation der Meßwelle parallel zu B_z (vgl. Abschn. 2.1.2.). Mit diesen Vereinfachungen reduziert sich der Brechungsindex auf die radialsymmetrische Form

$$\mu = \sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2} = \sqrt{1 - \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} n_e(r)}. \quad (2-10)$$

Der Ablenkwinkel γ eines Strahls im Abstand x vom Plasmazentrum läßt sich im Rahmen der geometrischen Optik berechnen, die wegen Gl. (2-9) eine gute Näherung darstellt. Bei einer parabolischen Dichteverteilung ergibt sich (siehe z.B. Kogelschatz und Schneider, 1971)

$$\gamma(\xi) = \arcsin \left(2\kappa\xi \sqrt{\frac{1 - \xi^2}{4\kappa\xi^2 + (1 - \kappa)^2}} \right) \quad (2-11a)$$

mit $\xi = x/a$ und $\kappa = e^2 n_{e0} / (\epsilon_0 m_e \omega^2) = \omega_{p0}^2 / \omega^2$ (vgl. Abb. 3). Für $\kappa \ll 1$ vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\gamma(\xi) \approx 2\kappa\xi \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (2-11b)$$

aus dem sich leicht ein Maximalwert von

$$\gamma_{\max} = \gamma(\xi_1) = \omega_{p0}^2 / \omega^2 \quad (2-11c)$$

bei der Position $\xi_1 = 0.707$ berechnen läßt. Eine Beschränkung der Strahlablenkung auf Winkel unter etwa 10 mrad erfordert also

$$\omega > 10 \omega_{p0} \quad (2-12)$$

und erhöht die *Untergrenze des nutzbaren Frequenzbereichs* deutlich über den bisher abgeschätzten Wert von $5\omega_e$. Die zunehmende Entfernung von den Eigenfrequenzen vermindert allerdings den Einfluß des Plasmas auf die Polarisation der Meßstrahlen, deren Änderung noch mit ausreichender Genauigkeit erfaßbar sein muß.

2.1.2. Änderung des Polarisationszustands einer Meßwelle

Bei Eintritt in ein homogenes magnetisiertes Plasma spaltet sich ein monochromatischer Meßstrahl in zwei charakteristische Wellen auf, deren Brechungsindizes unter Berücksichtigung der eben behandelten Einschränkungen durch die Appleton-Hartree-Formel (2-6) gegeben sind. Dabei erlauben es die notwendigen Bedingungen $\omega \gg \omega_p$ und $\omega \gg \omega_e$, den Wurzelausdruck zu entwickeln und $\mu_{1,2}$ vereinfacht darzustellen als

$$\begin{aligned} \mu_{1,2} &\approx \bar{\mu} \pm \Delta\mu/2 \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} - \frac{\omega_p^2 \omega_e^2 \sin^2 \theta}{4\omega^4} \pm \frac{\omega_p^2 \omega_e}{4\omega^3} \sqrt{\frac{\omega_e^2}{\omega^2} \sin^4 \theta + 4 \cos^2 \theta} \end{aligned} \quad (2-13)$$

Die beiden Wellen, die ihre Polarisationszustände vollständig erhalten, durchqueren das Medium mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten und überlagern sich anschließend wieder zu einer Welle mit geänderter Polarisation. Wegen der Quasi-Homogenität eines Tokamak-Plasmas bei hinreichend hohen Meßfrequenzen (vgl. (2-9)) läßt sich der Strahlweg in eine Reihe von Abschnitten zerlegen, die groß sind gegen die Wellenlänge und dennoch nahezu konstante Plasmamparameter aufweisen, so daß die Gesamtänderung des Polarisationszustandes von Abschnitt zu Abschnitt fortschreitend berechnet werden kann.

Die *charakteristischen Wellen* in einer solchen homogenen Schicht sind im allgemeinen elliptisch polarisiert und lassen sich unter Verwendung des in Abb. 4 gezeigten Koordinatensystems in komplexer Schreibweise ausdrücken als

$$\mathbf{E}^{(1)}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x^{(1)} \\ \hat{E}_y^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i/\alpha \end{pmatrix} e^{i[\omega t - \mu_1(\omega/c)z]}, \quad (2-14a)$$

$$\mathbf{E}^{(2)}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x^{(2)} \\ \hat{E}_y^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i\alpha \end{pmatrix} e^{i[\omega t - \mu_2(\omega/c)z]}. \quad (2-14b)$$

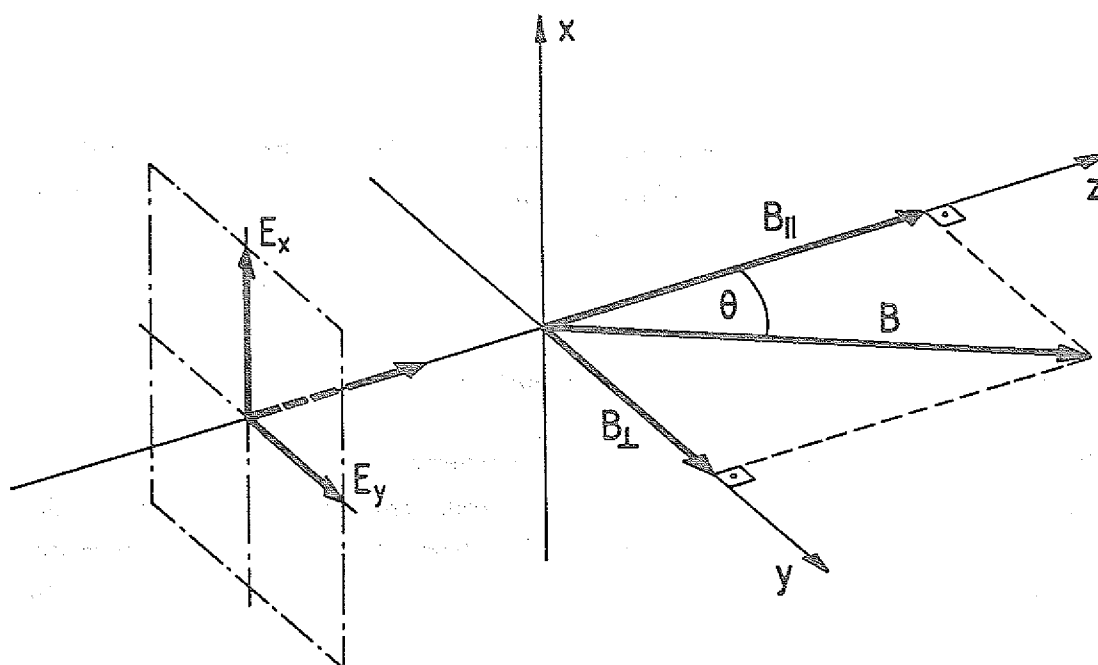


Abb. 4. Koordinatensystem in einer homogenen Plasmaschicht: Die Strahlausbreitung erfolgt in z-Richtung; das statische Magnetfeld liegt in der y-z-Ebene und schließt mit der Strahlrichtung den Winkel θ ein.

Das Verhältnis der Feldkomponenten hängt vom Winkel θ zwischen der Ausbreitungsrichtung und dem statischen Magnetfeld ab und ist nach Heald und Wharton (1965) gegeben durch

$$\frac{\hat{E}_x^{(1)}}{\hat{E}_y^{(1)}} = \frac{\hat{E}_y^{(2)}}{\hat{E}_x^{(2)}} = i\alpha$$

$$= i \left(\frac{(\omega_c/\omega)\sin^2\theta}{2(1-\omega_p^2/\omega^2)\cos\theta} - \sqrt{1 + \left(\frac{(\omega_c/\omega)\sin^2\theta}{2(1-\omega_p^2/\omega^2)\cos\theta} \right)^2} \right). \quad (2-15)$$

Für $\theta = 0$ hat α den Wert -1, und die charakteristischen Wellen sind gegenläufig zirkular polarisiert; bei $\theta = \pi/2$ ist $\alpha = 0$, so daß $\mathbf{E}^{(1)}$ nur eine y-Komponente entlang des statischen Feldes und $\mathbf{E}^{(2)}$ eine x-Komponente senkrecht dazu besitzt.

Durch Zerlegung der einfallenden Welle $\mathbf{E}^{(0)}$ in

$$\mathbf{E}^{(0)}(0,t) = \hat{a}_1 \mathbf{E}^{(1)}(0,t) + \hat{a}_2 \mathbf{E}^{(2)}(0,t) \quad (2-16a)$$

mit den Komponenten

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_x^{(0)} \\ \hat{E}_y^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{a}_1 + \hat{a}_2 \\ -i\hat{a}_1/\alpha + i\hat{a}_2\alpha \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (2-16b)$$

ergeben sich die Amplituden der charakteristischen Wellen zu

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} \hat{E}_x^{(0)} + i \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \hat{E}_y^{(0)}, \\ \hat{a}_2 &= \frac{1}{1+\alpha^2} \hat{E}_x^{(0)} - i \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \hat{E}_y^{(0)}. \end{aligned} \quad (2-17)$$

Nachdem sie die Schicht der Dicke Δz durchlaufen haben, sind ihre Phasen um

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} (\mu_1 - \mu_2) \Delta z \quad (2-18a)$$

gegeneinander verschoben, und ihre Superposition liefert die *austretende Welle*

$$\mathbf{E}^{(\Delta z)}(\Delta z, t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x^{(\Delta z)} \\ \hat{E}_y^{(\Delta z)} \end{pmatrix} = \left[\hat{a}_1 e^{-\Delta\varphi/2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i/\alpha \end{pmatrix} + \hat{a}_2 e^{+\Delta\varphi/2} \begin{pmatrix} 1 \\ i\alpha \end{pmatrix} \right] e^{i(\omega t - \bar{\varphi})} \quad (2-18b)$$

mit einer totalen Phasenverschiebung von

$$\bar{\varphi} = \frac{\omega}{2c} (\mu_1 + \mu_2) \Delta z. \quad (2-18c)$$

Unter Berücksichtigung der Amplituden (2-17) folgt daraus die Matrix-Gleichung

$$\mathbf{E}^{(\Delta z)}(\Delta z, t) = \mathbb{P} \mathbf{E}^{(0)}(0, t) e^{-i\bar{\varphi}} \quad (2-19)$$

mit

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\varphi/2) + i \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} \sin(\Delta\varphi/2) & \frac{2\alpha}{1+\alpha^2} \sin(\Delta\varphi/2) \\ -\frac{2\alpha}{1+\alpha^2} \sin(\Delta\varphi/2) & \cos(\Delta\varphi/2) - i \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} \sin(\Delta\varphi/2) \end{pmatrix},$$

die die Transmissionseigenschaften einer homogenen magnetisierten Plasmaschicht vollständig beschreibt.

Verläuft das *Magnetfeld parallel zur Ausbreitungsrichtung* des Meßstrahls, nimmt α nach Gl. (2-15) den Wert -1 an, und $\mathbb{P}$ hat die Form einer Drehmatrix:

$$\mathbb{P}_{\parallel} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\varphi/2) & -\sin(\Delta\varphi/2) \\ \sin(\Delta\varphi/2) & \cos(\Delta\varphi/2) \end{pmatrix}. \quad (2-20)$$

Eine linear polarisierte Welle erfährt in diesem Fall lediglich eine Rotation ihrer Schwingungsebene, ohne daß die relative Phasenlage der Komponenten E_x und E_y verändert und dadurch eine Elliptisierung hervorgerufen würde. Der *Drehwinkel* $\Delta\psi$ ergibt sich aus den Gleichungen (2-20), (2-18a) und (2-13) zu

$$\Delta\psi = \Delta\varphi/2 = \frac{e\omega_p^2}{2cm_e\omega^2} B_{\parallel} \Delta z, \quad (2-21)$$

wobei wir ω_c durch $(eB_{\parallel})/m_e$ ersetzt haben. Die Plasmaschicht zeigt also den *Faraday-Effekt* mit einer *Verdet'schen Konstanten* von

$$V = \frac{\Delta\psi}{B_{\parallel}\Delta z} = \frac{e\omega_p^2}{2cm_e\omega^2} = 2.933 \times 10^2 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\text{rad}}{\text{T m}}, \quad (2-22)$$

Ist das *Magnetfeld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung* orientiert, vereinfacht sich $\mathbb{P}$ wegen $\alpha = 0$ zu einer Diagonalmatrix

$$\mathbb{P}_{\perp} = \begin{pmatrix} e^{+i\Delta\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta\varphi/2} \end{pmatrix}, \quad (2-23)$$

und die reellen Komponenten eines anfänglich linear polarisierten Meßstrahls

$$\begin{aligned} E_x(0,t) &= E_{x0}\cos(\omega t) \\ E_y(0,t) &= E_{y0}\cos(\omega t) \end{aligned} \quad (2-24)$$

werden unter Vernachlässigung der gemeinsamen Phasenverschiebung $\bar{\varphi}$ transformiert in

$$\begin{aligned} E_x(\Delta z, t) &= E_{x0}\cos(\omega t + \Delta\varphi/2) \\ E_y(\Delta z, t) &= E_{y0}\cos(\omega t - \Delta\varphi/2). \end{aligned} \quad (2-25)$$

Gleichung (2-25) entspricht der Parameter-Darstellung einer Ellipse (vgl. Abb. 5), deren Achsenverhältnis gegeben ist durch

$$\varepsilon = \frac{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}{2E_{x0}E_{y0}\sin\Delta\varphi} - \sqrt{\left(\frac{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}{2E_{x0}E_{y0}\sin\Delta\varphi}\right)^2 - 1} \quad (2-26a)$$

und deren Hauptachse um den Winkel

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2E_{x0}E_{y0}}{E_{x0}^2 - E_{y0}^2} \cos\Delta\varphi\right) \quad (2-26b)$$

aus der x-Richtung verdreht ist (siehe z.B. Born und Wolf, 1959). Die Plasmaschicht verhält sich hier wie ein *linear doppelbrechender* Kristall, der eine elliptische Polarisierung

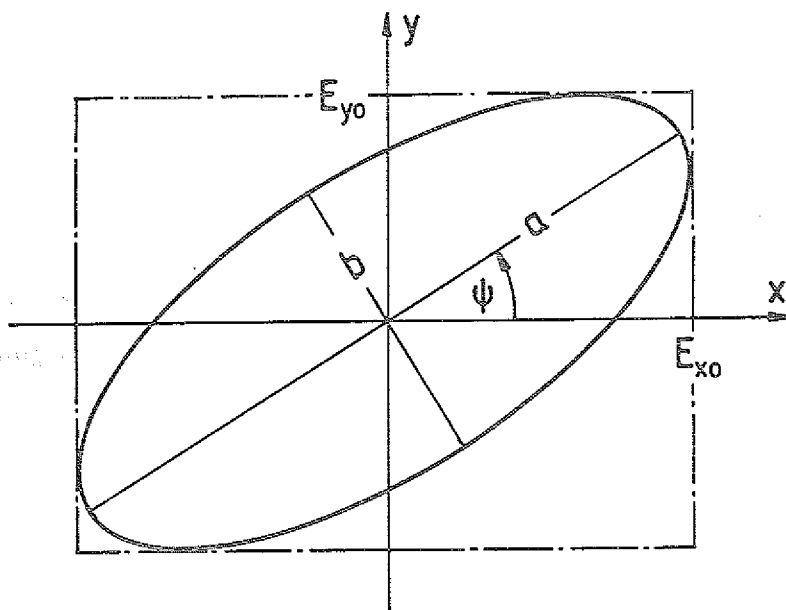


Abb. 5. Elliptisch polarisierte Welle: Die Schwingungsellipse des elektrischen Feldes schließt mit der x-Achse den Winkel ψ ein und hat eine Elliptizität von $\varepsilon = b/a$.

der Meßwelle verursacht.³ Die Phasenverschiebung $\Delta\varphi_{\perp}$ zwischen den Komponenten folgt wie oben aus den Gleichungen (2-18a) und (2-13) und beträgt

$$\Delta\varphi_{\perp} = \frac{e^2 \omega_p^2}{2cm_e^2 \omega^3} B_{\perp}^2 \Delta z. \quad (2-27)$$

Im allgemeinen ist das *Magnetfeld schräg zur Ausbreitungsrichtung* orientiert, und das Plasma wirkt wie ein optisch aktives, linear doppelbrechendes Medium auf den Meßstrahl. Die relative Stärke der beiden Effekte hängt dabei vom Wert des Parameters α ab, der sich nach Gl. (2-15) mit $B \cos\theta = B_{\parallel}$, $B \sin\theta = B_{\perp}$ und $\omega^2 \gg \omega_p^2$ darstellen läßt als

$$\alpha = \frac{eB_{\perp}^2}{2m_e \omega B_{\parallel}} - \sqrt{1 + \left(\frac{eB_{\perp}^2}{2m_e \omega B_{\parallel}} \right)^2}. \quad (2-28)$$

Für hohe Frequenzen ω geht α gegen -1, so daß $\mathbb{P}$ die Form der Drehmatrix (2-20) annimmt und die optische Aktivität über die lineare Doppelbrechung dominiert. Die notwendige Bedingung

$$\omega \gg \frac{eB_{\perp}^2}{2m_e B_{\parallel}} \quad (2-29)$$

³ Bei Flüssigkeiten wie z.B. Nitrobenzol, die ähnliche Eigenschaften unter dem Einfluß eines transversalen Magnetfeldes zeigen, wird dieses Verhalten als *Cotton-Mouton-Effekt* bezeichnet.

stellt gleichzeitig sicher, daß die Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ zwischen den charakteristischen Wellen überwiegend durch die Parallelkomponente des Magnetfeldes bestimmt wird:

$$\Delta\varphi = \frac{e\omega_p^2}{cm_e\omega^2} B_{\parallel} \Delta z \sqrt{1 + \left(\frac{eB_{\perp}^2}{2m_e\omega B_{\parallel}} \right)^2}. \quad (2-30)$$

In einem *Tokamak-Plasma*, dessen Geometrie noch einmal vereinfacht in Abb. 6a dargestellt ist, reduziert sich die Polarisationsänderung eines senkrecht zum Hauptfeld B_z ausgerichteten Meßstrahls damit weitgehend auf die Faraday-Rotation infolge der longitudinalen Poloidalfeldkomponente. Die *Gesamtdrehung* ψ der Schwingungsebene berechnet sich durch Zerlegung des Strahlweges in eine Folge dünner homogener Plasmaschichten, die für sich genommen jeweils einen Beitrag $\Delta\psi$ gemäß Gl. (2-21) leisten. Im Grenzfall $\Delta z \rightarrow 0$ ergibt sich also das Linienintegral

$$\psi = \frac{e}{2cm_e\omega^2} \int \omega_p^2 B_{\parallel} dz, \quad (2-31)$$

das bei radialsymmetrischen Verteilungen wegen $B_{\parallel} = (x/r)B_p(r)$ und $\omega_p^2 = [e^2/(\epsilon_0 m_e)] n_e(r)$ durch Variablentransformation übergeht in

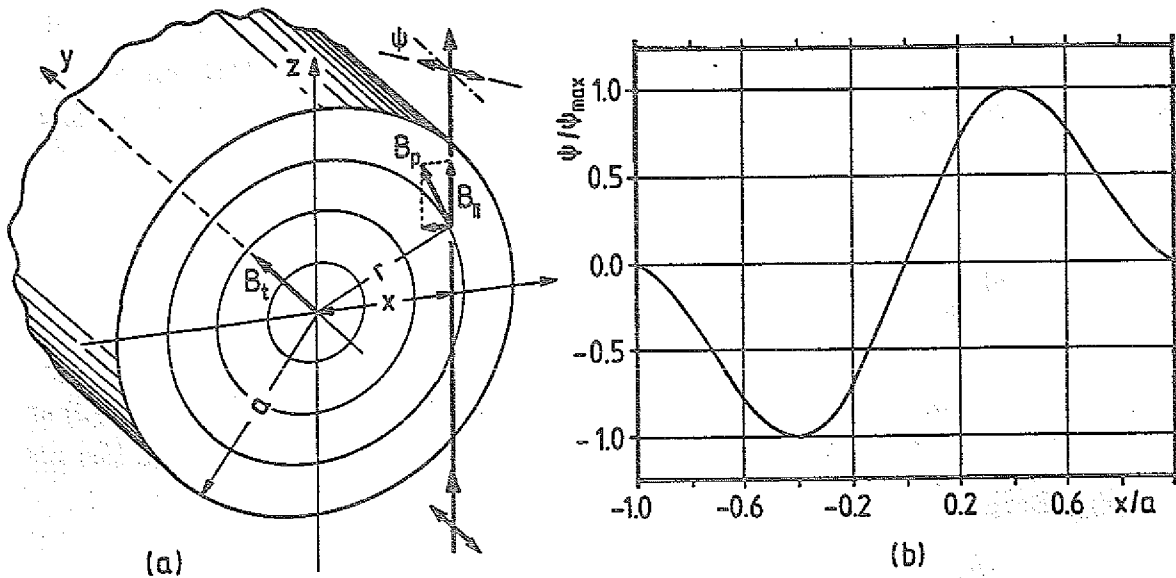


Abb. 6. Faraday-Rotation in einem zylindrischen Modellplasma: (a) Schematische Darstellung der Plasmasäule; (b) Drehwinkel als Funktion des Abstandes x des Meßstrahls vom Plasmazentrum.

$$\psi(x) = \frac{e^3}{\epsilon_0 c m_e^2} \frac{x}{\omega^2} \int_x^a \frac{n_e(r) B_p(r)}{\sqrt{r^2 - x^2}} dr. \quad (2-32a)$$

Für das in Abschn. 2.1.1. definierte Referenzplasma mit

$$\begin{aligned} n_e(r) &= n_{e0} [1 - (r/a)^2] \\ B_p(r) &= B_{pa}(r/a) [4 - 6(r/a)^2 + 4(r/a)^4 - (r/a)^6] \end{aligned} \quad (2-32b)$$

folgt daraus das Drehwinkel-Profil (mit $\xi = x/a$):

$$\psi(x) = \frac{2e^3}{315\epsilon_0 c m_e^2} \frac{n_{e0} B_{pa} a}{\omega^2} \xi \sqrt{1 - \xi^2} (325 - 745\xi^2 + 684\xi^4 - 328\xi^6 + 64\xi^8). \quad (32c)$$

Es hat ein Maximum bei $\xi_1 \approx 0.4$ (vgl. Abb. 6b), dessen Höhe proportional zum Quadrat der Meßfrequenz abnimmt:

$$\psi_{\max}[\text{rad}] = 9.65 \times 10^5 \frac{n_{e0}[\text{m}^{-3}] B_{pa}[\text{T}] a[\text{m}]}{\omega^2[\text{rad sec}^{-1}]^2}. \quad (2-33)$$

Aus meßtechnischen Gründen, die in den folgenden Abschnitten ausführlich dargestellt werden, sollte $\psi_{\max}$ einen Wert von 0.1 rad nicht wesentlich unterschreiten, um ein ausreichendes Signal-Rausch-Verhältnis bei genügend hoher Zeitauflösung zu erzielen. Daraus ergibt sich die Forderung

$$\omega[\text{rad sec}^{-1}] \lesssim 3.1 \times 10^3 \sqrt{n_{e0}[\text{m}^{-3}] B_{pa}[\text{T}] a[\text{m}]}, \quad (2-34)$$

die für $n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_{pa} = 0.16 \text{ T}$ und $a = 0.5 \text{ m}$ eine *Obergrenze* von $\omega = 6.2 \times 10^{12} \text{ rad sec}^{-1}$ liefert. Dieser Wert ist mehr als 15 mal höher als die charakteristischen Frequenzen ω_p und ω_c unseres Referenzplasmas und erfüllt damit die Voraussetzungen des vorigen Abschnitts für eine praktisch absorptionsfreie, geradlinige Ausbreitung der Meßstrahlen (die Ablenkwinkel bleiben nach Gl. (2-11c) unterhalb von 4.2 mrad). Gleichzeitig erlaubt er die Verwendung der vereinfachten Appleton-Hartree-Formel (2-13) zur Bestimmung der Polarisationsänderungen. Allerdings wird die Bedingung (2-29), die die Dominanz des Faraday-Effektes über die lineare Doppelbrechung gewährleistet, insbesondere für achsennahe Strahlen erheblich verletzt (bei $x = 0$ verschwindet $B_{||} = (x/r) B_p(r)$ entlang des gesamten Strahlweges, so daß (2-29) hier überhaupt nicht eingehalten werden kann). Das Drehwinkel-Profil (2-32c) stellt also nur eine Näherung dar, die unter Berücksichtigung der transversalen Magnetfeldkomponenten modifiziert werden muß.

Um die *Polarisationsänderung einer Meßwelle in der vollständigen Magnetfeldgeometrie* zu bestimmen, teilen wir den Strahlweg in Intervalle Δz von der Größe einiger Wellenlängen auf und verwenden als Anfangspolarisation jeweils den Zustand, den die Welle nach Durchquerung des vorhergehenden Abschnitts erreicht hat. Die Änderung innerhalb einer solchen, als homogen betrachteten Schicht berechnen wir dann mit Hilfe der Matrix-Gleichung (2-19), wobei jedoch zu beachten ist, daß $\mathbb{P}$ in der angegebenen Form nur dann gilt, wenn die Transversalkomponente des lokalen Magnetfeldes mit der y-Achse des entsprechenden Koordinatensystems zusammenfällt (vgl. Abb. 4). Wählen wir wie in Abb. 7 ein festes System mit der y-Koordinate in Richtung des Hauptfeldes B_z , dann sorgt die variable Transversalkomponente des Poloidalfeldes dafür, daß $B_\perp = B_r + B_\theta$ seine Orientierung fortlaufend ändert. Wir müssen daher in jedem Intervall zunächst das Koordinatensystem so drehen, daß die y-Achse mit $B_\perp$ zusammentrifft, und nach Anwendung von $\mathbb{P}$ in das feste System zurücktransformieren. Nach Passieren des k-ten Abschnittes läßt sich die Meßwelle bis auf einen Phasenfaktor $\exp(-i\varphi_k)$ also darstellen als

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{R}_k^{-1} \mathbb{P}_k \mathbf{R}_k \mathbf{E}_{k-1} \quad (2-35a)$$

mit (vgl. Abb. 7)

$$\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} \cos \delta_k & \sin \delta_k \\ -\sin \delta_k & \cos \delta_k \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tan \delta_k = \frac{B_{p\perp}^{(k)}}{B_t} . \quad (2-35b)$$

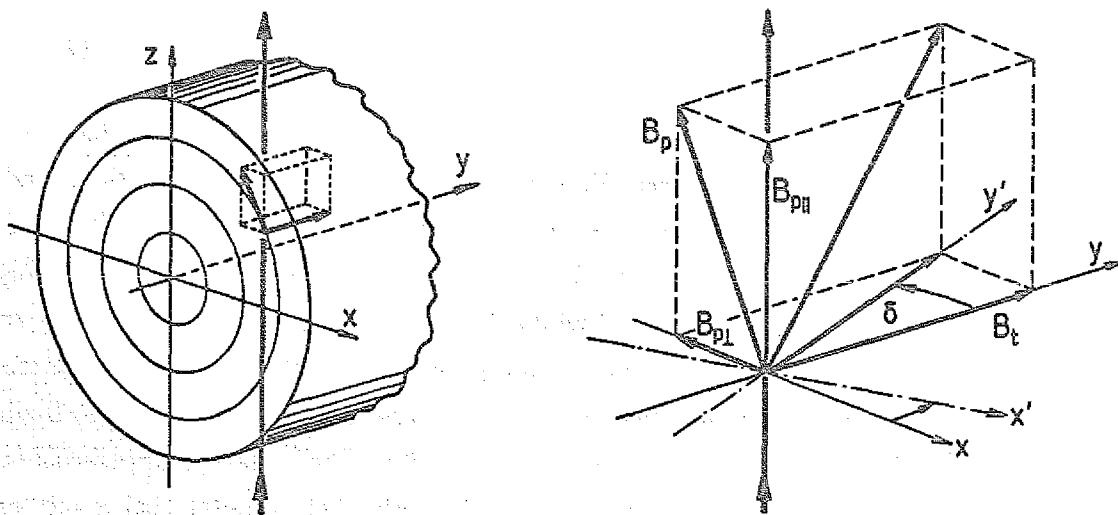


Abb. 7. Koordinatensystem in einem zylindrischen Modellplasma: Durch Drehung um den Winkel δ wird die y-Achse in die Richtung der transversalen Magnetfeldkomponente $B_\perp$ gebracht.

Durch wiederholte Anwendung dieses Ausdrucks erhalten wir dann bei vorgegebener Anfangsbedingung E_0 eine austretende Welle E_m , die im allgemeinen elliptisch polarisiert ist. Das Achsenverhältnis ε der Schwingungsellipse und der Winkel ψ , den ihre Hauptachse mit der y-Richtung unseres festen Koordinatensystems einschließt, ergeben sich entsprechend den Gleichungen (2-26a,b) aus den Absolutbeträgen der komplexen Feldkomponenten $\hat{E}_{mx}$ und $\hat{E}_{my}$ und aus ihrer relativen Phasenverschiebung $(\varphi_x - \varphi_y)$ gemäß

$$\varepsilon = \frac{|\hat{E}_{mx}|^2 + |\hat{E}_{my}|^2}{2 |\hat{E}_{mx}| |\hat{E}_{my}| \sin(\varphi_x - \varphi_y)} - \sqrt{\left(\frac{|\hat{E}_{mx}|^2 + |\hat{E}_{my}|^2}{2 |\hat{E}_{mx}| |\hat{E}_{my}| \sin(\varphi_x - \varphi_y)} \right)^2 - 1}, \quad (36a)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 |\hat{E}_{mx}| |\hat{E}_{my}| \cos(\varphi_x - \varphi_y)}{|\hat{E}_{mx}|^2 - |\hat{E}_{my}|^2} \right), \quad (2-36b)$$

$$\text{mit } \tan(\varphi_x - \varphi_y) = \frac{\text{Im}(\hat{E}_{mx}) \text{Re}(\hat{E}_{my}) - \text{Im}(\hat{E}_{my}) \text{Re}(\hat{E}_{mx})}{\text{Re}(\hat{E}_{mx}) \text{Re}(\hat{E}_{my}) + \text{Im}(\hat{E}_{mx}) \text{Im}(\hat{E}_{my})}. \quad (2-36c)$$

Die Resultate entsprechender Rechnungen für das Referenzplasma sind in Abb. 8 dargestellt. Dabei wird vorausgesetzt, daß das transversale Hauptfeld B_z im gesamten Plasmaquerschnitt einen konstanten Wert von 2 T hat und daß die Elektronendichte- und Poloidalfeldverteilungen durch Gl. (2-32b) mit $n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ und $B_{p0} = 0.16 \text{ T}$ gegeben sind. Die angenommene Meßfrequenz $\omega = 5.596 \times 10^{12} \text{ rad sec}^{-1}$, die in der Praxis durch leistungsstarke HCN-Laser erzeugt werden kann, liegt nur wenig unter der zuvor abgeschätzten Obergrenze von $6.2 \times 10^{12} \text{ rad sec}^{-1}$. Mit Rücksicht auf die zugehörige Wellenlänge $\lambda_{HCN} = 3.367 \times 10^{-4} \text{ m}$ wählen wir eine Intervallteilung entlang des Strahlweges von $\Delta z = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 15 \times \lambda_{HCN}$ und berechnen die Matrix $\mathbb{P}_k$ in jedem dieser Abschnitte unter Verwendung der vollständigen Appleton-Hartree-Formel (2-6). Die einfallenden Wellen $E_0(x)$ sollen linear polarisiert sein, wobei ihre Schwingungsebenen entweder parallel zum Hauptfeld B_z ausgerichtet sind oder mit ihm einen Winkel von 150 mrad einschließen. Abbildung 8a zeigt die Lage der Hauptachsen der austretenden Wellen $E_m(x)$. Beide Kurven fallen innerhalb der Strichstärke mit den vereinfachten Drehwinkel-Profilen $\psi(x)$ nach Gl. (2-32c) zusammen, die sich bei völliger Vernachlässigung der transversalen Magnetfeldkomponenten ergeben würden (die Abweichungen sind kleiner als 2 mrad; vgl. Abb. 8b). Dagegen hängt die Elliptisierung der Meßwellen stark vom Winkel ab, den die Eingangspolarisation mit B_z bildet (siehe Abb. 8c). Während die maximale Elliptizität bei paralleler Ausrichtung weniger als 0.7% beträgt, steigt sie bei 150 mrad bereits auf über 2.2% und erreicht ihren größten Wert von etwa 6.3%, wenn die Polarisationssebene des einfallenden Lichtes unter etwa 45° zum Hauptfeld orientiert ist. Dieses Verhalten ergibt sich unmittelbar aus dem doppelbrechenden Charakter des Plasmas, dessen "optische Achse" praktisch durch die Richtung

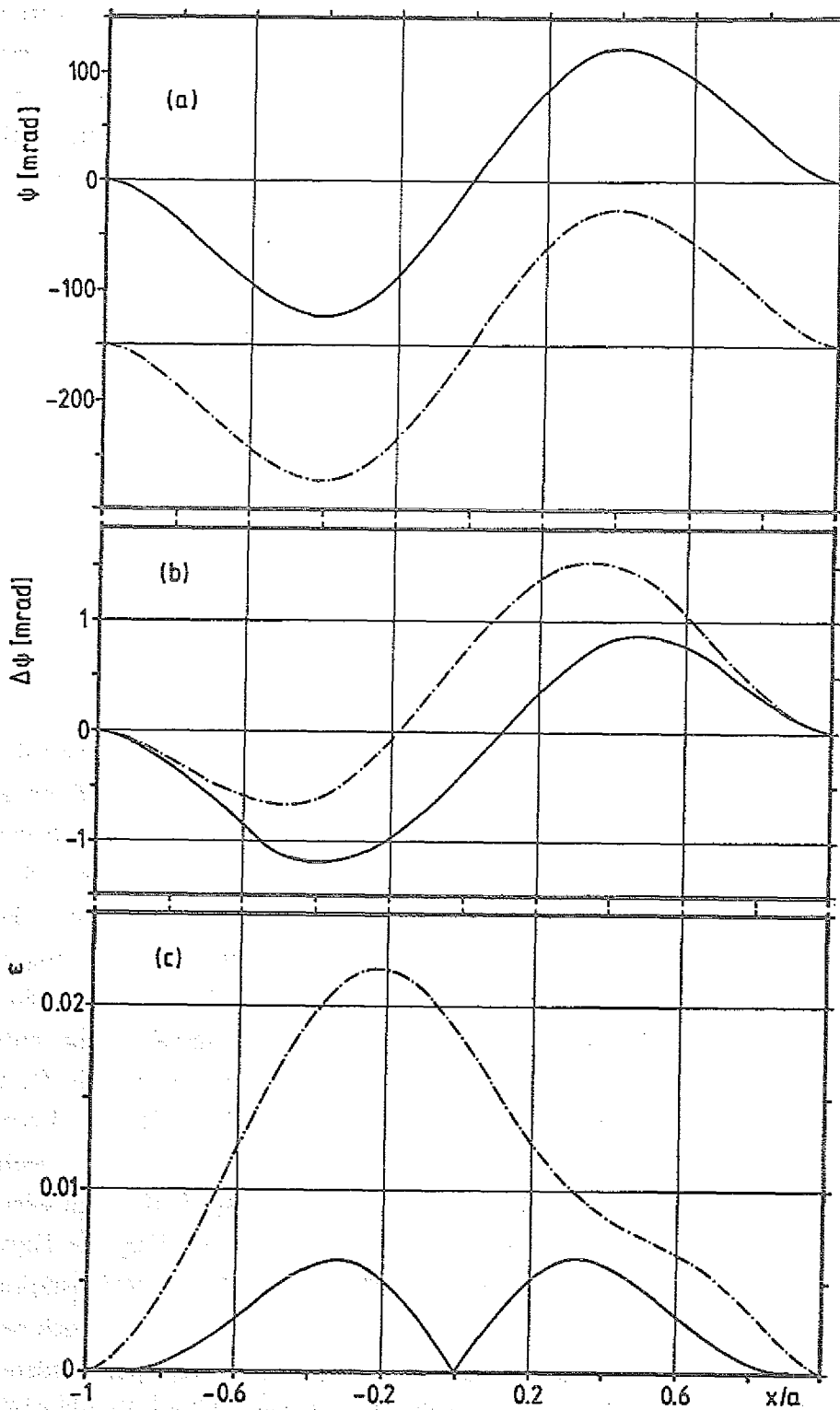


Abb. 8. Polarisationsänderungen in der vollständigen Feldgeometrie: Modellrechnung für Meßstrahlen mit linearer Anfangspolarisation unter zwei verschiedenen Winkeln zum axialen Magnetfeld eines Plasmazyinders (— : 0 rad ; - - - : -0.15 rad). (a) Lage der Hauptschwingungsebenen nach Plasmadurchgang; (b) Abweichungen von der Näherungsformel (2-32c); (c) Elliptizität der austretenden Meßwellen.

von B_z bestimmt wird. Um die lineare Polarisation eines Meßstrahls möglichst weitgehend zu erhalten, muß die Schwingungsebene der eintretenden Welle also parallel oder senkrecht zum Hauptfeld ausgerichtet werden.⁴

Variiert man in diesen Modellrechnungen alle Plasmaparameter a , B_z , $B_{p\alpha}$ und n_{e0} sowie die Meßfrequenz ω um jeweils $\pm 30\%$, dann findet man bei festgehaltener Eingangspolarisation $E_0 \parallel B_z$ für die maximale Elliptisierung näherungsweise den Zusammenhang

$$\varepsilon_{\max} \simeq 1.1 \times 10^{16} \frac{n_{e0} [\text{m}^{-3}] B_z^2 [\text{T}]^2 a [\text{m}]}{\omega^3 [\text{rad sec}^{-1}]^3}, \quad (2-37)$$

während der maximale Drehwinkel $\psi_{\max}$ recht gut durch Gl. (2-33) beschrieben wird. Das Verhältnis

$$\frac{\varepsilon_{\max}}{\psi_{\max}} \simeq 1.14 \times 10^{10} \frac{B_z^2}{\omega B_{p\alpha}} \quad (2-38)$$

nimmt zwar mit zunehmender Frequenz ab, aber für $\psi_{\max} \gtrsim 100 \text{ mrad}$ bleibt $\varepsilon_{\max}$ nur dann kleiner als etwa 1%, wenn die Bedingung

$$\omega > 1.14 \times 10^{11} B_z^2 / B_{p\alpha} \quad (2-39)$$

eingehalten werden kann.

2.1.3. Zusammenfassung der Auswahlkriterien

Für die praktische Anwendung des polarimetrischen Meßverfahrens an Tokamak-Plasmen ist es zweckmäßig, den günstigsten Spektralbereich mit Hilfe einfach zugänglicher Kenngrößen festzulegen. Die Poloidalfeldstärke $B_{p\alpha}$ an der Plasmaoberfläche wird deshalb gemäß

$$B_{p\alpha} = \frac{\mu_0 I}{2 \pi a} \quad (2-40a)$$

durch den eingestellten Plasmastrom I und den kleinen Radius a des Plasmatorus ausgedrückt, und für die Elektronendichte wird der liniengemittelte Wert

$$\bar{n}_e = \frac{1}{a} \int_0^a n_e(r) dr \simeq \frac{2}{3} n_{e0} \quad (2-40b)$$

⁴ Dabei ist einer Orientierung parallel zu B_z der Vorzug zu geben, weil in diesem Fall der transversale Charakter der Meßwelle am wenigsten verändert wird (vgl. Abschn. 2.1.1 und Gl. (2-8)).

verwendet, der im allgemeinen aus interferometrischen Messungen recht gut bekannt ist. Der üblichen Bezeichnungsweise in der Infrarottechnik folgend wird die Meßfrequenz ω durch die Vakuumwellenlänge $\lambda = 2\pi c/\omega$ ersetzt.

Die *Untergrenze* des nutzbaren Spektralbereichs wird durch die erreichbare Auflösung der polarimetrischen Messungen bestimmt. Der Entwicklungsstand der Meßtechnik erlaubt es gegenwärtig nicht, Drehungen der Polarisationssebene von weniger als ~ 2 mrad auf einer Zeitskala von einigen msec nachzuweisen. Das Maximum des Drehwinkel-Profiles sollte daher nicht wesentlich unter 100 mrad liegen, um die poloidale Magnetfeldverteilung mit ausreichender Genauigkeit ermitteln zu können. Daraus folgt wegen Gl. (2-34) eine minimale Meßwellenlänge von

$$\lambda[\text{mm}] \gtrsim \frac{1.11 \times 10^9}{\sqrt{\bar{n}_e[\text{m}^{-3}]} I[\text{MA}]} \quad (2-41)$$

Die *Obergrenze* ergibt sich aus der Forderung nach nahezu absorptionsfreier und geradliniger Strahlausbreitung. Die entsprechenden Kriterien $\omega > 5\omega_c$ (Gl. (2-4)) und $\omega > 10\omega_{p0}$ (Gl. (2-12)) liefern die Bedingungen

$$\lambda[\text{mm}] \lesssim 2.14/B_t[\text{T}], \quad (2-42a)$$

$$\lambda[\text{mm}] \lesssim 2.73 \times 10^9 / \sqrt{\bar{n}_e[\text{m}^{-3}]}, \quad (2-42b)$$

die gemeinsam erfüllt sein müssen.⁵ Sie werden ergänzt durch Gl. (2-39), wonach die Elliptisierung der Meßwellen nur dann kleiner als 1% bleibt, wenn

$$\lambda[\text{mm}] \lesssim 3.3 \frac{I[\text{MA}]}{a[\text{m}] B_t^2[\text{T}]^2} \quad (2-42c)$$

Nach diesen Auswahlregeln liegt die optimale Wellenlänge für die meisten derzeit betriebenen Tokamak-Anlagen im Ferninfrarot-Bereich zwischen etwa 0.1 und 0.5 mm, für den zahlreiche, zumeist optisch gepumpte Molekül-Laser zur Verfügung stehen (siehe z.B. Gallagher et al., 1976). Die benötigte Leistung pro Meßstrahl beträgt allerdings einige mW, so daß zur Versorgung einer Vielkanal-Anordnung unter Berücksichtigung der Verluste im Strahlführungssystem Gesamtleistungen von $\gtrsim 100$ mW erforderlich sind, die nur bei relativ wenigen Wellenlängen kontinuierlich erzeugt werden können.

⁵ In der Praxis stellt die Beziehung (2-42b), die die Richtungsablenkung der Meßstrahlen auf etwa 10 mrad begrenzen soll, meist die stärkere Einschränkung dar.

2.2. Aufbau der Meßanordnung

Neben der bisher betrachteten Polarisationsänderung bewirkt das Plasma auch eine Phasenverschiebung der Meßwelle, die im wesentlichen der mittleren Elektronendichte entlang des Strahlweges proportional ist (siehe Gl. (2-18c)). Diese Eigenschaft wird an vielen Tokamaks routinemäßig zur interferometrischen Messung der Dichteverteilung ausgenutzt, wobei die verwendeten Wellenlängen weitgehend den oben abgeleiteten Kriterien genügen (Véron, 1979). Es ist daher naheliegend, die vorhandenen optischen Systeme so auszubauen, daß sie eine simultane Bestimmung des Polarisationszustandes der Meßwellen gestatten, zumal die Auswertung der polarimetrischen Daten im Hinblick auf die Magnetfeldverteilung ohnehin die Kenntnis der Elektronendichte erfordert. Die meisten der vorgeschlagenen und in Demonstrationsversuchen erprobten Erweiterungen (Kunz und Dodel, 1978; Dodel und Kunz, 1978; Hutchinson et al., 1981; Erickson et al., 1984) sind jedoch technisch sehr aufwendig und beeinträchtigen teilweise die Funktion des Grundsystems. Lediglich ein auf Jacobson (1977) und Véron (1979) zurückgehender Vorschlag kann bereits durch geringfügige Änderungen an den heute gebräuchlichen phasenmodulierten Vielkanal-Interferometern verwirklicht werden (Soltwisch und Equipe TFR, 1981). Die Grundidee dieser Methode besteht darin, den Strahlvereiniger eines solchen Interferometers durch einen Polarisator zu ersetzen und mit seiner Hilfe eine Komponente des Meßstrahls abzuspalten, die infolge der Faraday-Drehung senkrecht zur ursprünglichen Schwingungsrichtung polarisiert ist. Durch Mischung dieser Komponente mit einem Lokalszillator (d.h. mit einer frequenzverschobenen Welle konstanter Intensität) entsteht ein periodisches Interferenzsignal, dessen Amplitude proportional zum ausgeblendeten Anteil der Meßwelle ist. Als Lokalszillator dient dabei der Referenzstrahl des Interferometers, der zur Erzeugung der Phasenmodulation bereits eine Frequenzverschiebung aufweist. Die Einzelheiten dieses Meßprinzips und die praktische Umsetzung in ein 9-kanaliges Instrument für den TEXTOR-Tokamak werden im folgenden näher beschrieben.

2.2.1. Optischer und mechanischer Aufbau

Abbildung 9 zeigt in schematischer Form das optische System eines phasenmodulierten Interferometers mit den notwendigen Ergänzungen zur simultanen Messung der Faraday-Rotation. Die Grundkonfiguration entspricht einer *Mach-Zehnder-Anordnung*, in der die Frequenz des Referenzstrahls mit Hilfe des Doppler-Effekts durch Reflexion an einem rotierenden Gitter um $\Delta\omega \approx 2\pi \times 10 \text{ kHz}$ gegenüber der Meßfrequenz ω verschoben wird⁶ (Véron et al., 1977). Der Meßstrahl ist anfangs li-

⁶ Um bei höheren Zwischenfrequenzen $\Delta\omega$ arbeiten zu können, wird der Referenzstrahl in manchen Geräten durch einen separaten Laser erzeugt, den man bis zu einigen MHz gegen die Meßfrequenz verstimmt (Wolfe et al., 1976).

near polarisiert und erfährt bei der Durchquerung des Plasmas eine Drehung seiner Hauptschwingungsebene um den Winkel ψ_m (Gl. (2-31) bzw. (2-36b)) sowie eine leichte Elliptisierung ε_m (Gl. (2-36a)). Gleichzeitig ändert sich seine Phasenlage nach Gl. (2-18c) und (2-13) um

$$\Delta\varphi = -\frac{e^2}{4\pi c^2 \varepsilon_0 m_e} \lambda \int n_e dl, \quad (2-43)$$

wobei das Integral über den Weg innerhalb des Plasmas zu erstrecken ist. Unter Verwendung des p - s -Koordinatensystems in Abb. 9 läßt sich die austretende Meßwelle also darstellen als (Soltwisch, 1980)

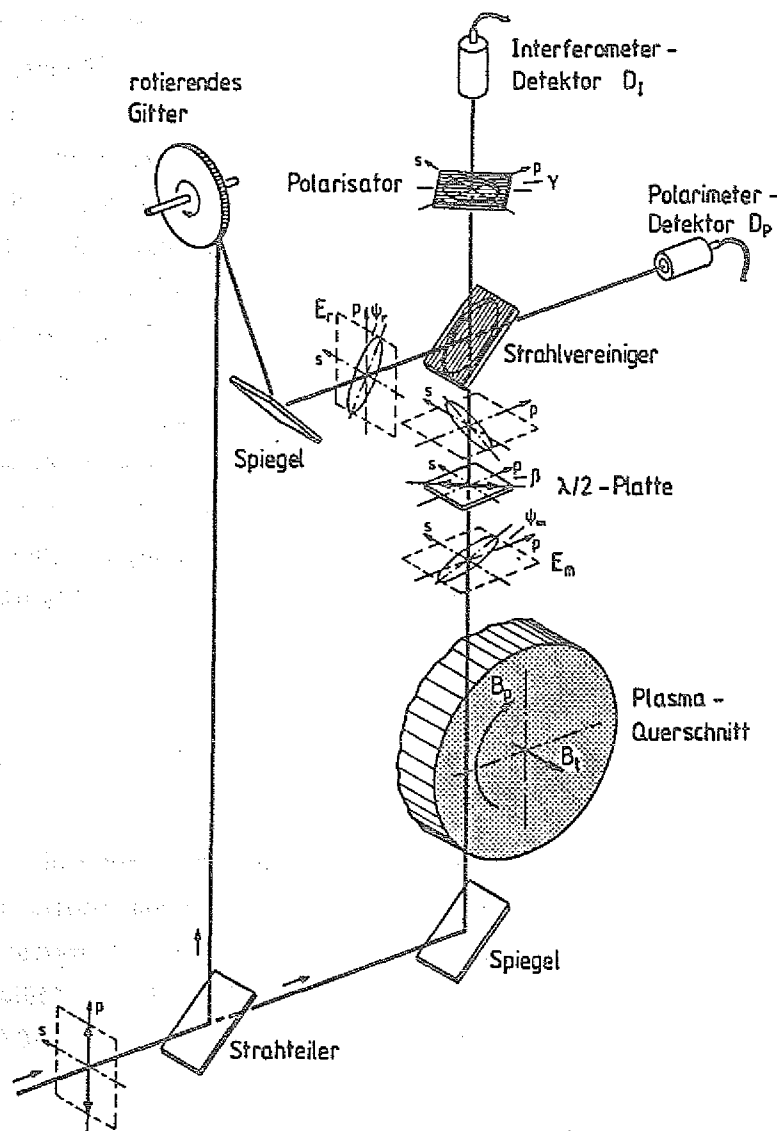


Abb. 9. Schematische Darstellung der Meßanordnung: Phasenmoduliertes Mach-Zehnder-Interferometer mit Erweiterungen zur Bestimmung der Faraday-Rotation der Meßwelle.

$$\mathbf{E}_m = \begin{pmatrix} \hat{E}_{mp} \\ \hat{E}_{ms} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{I_m}{1 + \varepsilon_m^2}} \begin{pmatrix} \cos \psi_m & \sin \psi_m \\ -\sin \psi_m & \cos \psi_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i\varepsilon_m \end{pmatrix} e^{i(\omega t - \Delta\varphi)} \quad (2-44)$$

($I_m = \mathbf{E}_m \mathbf{E}_m^*$ ist die Strahlintensität). Als nächstes passiert der Strahl eine $\lambda/2$ -Platte aus doppelbrechendem Quarz, deren Funktion als Eichvorrichtung später erläutert wird. Bei einer Orientierung der optischen Achse unter $\beta = 45^\circ$ vertauscht eine ideale Platte lediglich die p - und s -Komponenten der Welle, so daß das Transmissionsverhalten durch eine einfache Matrix ausgedrückt werden kann:

$$\mathbf{E}_m \rightarrow \mathbb{Q} \mathbf{E}_m \quad \text{mit} \quad \mathbb{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2-45)$$

Anschließend wird die Meßwelle an einem polarisierenden Strahlteiler mit der frequenzverschobenen Referenzwelle überlagert, die unter Zulassung einer schwachen Elliptizität ε_r und einer leichten Verdrehung ψ_r in Analogie zu Gl. (2-44) gegeben ist durch

$$\mathbf{E}_r = \begin{pmatrix} \hat{E}_{rp} \\ \hat{E}_{rs} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{I_r}{1 + \varepsilon_r^2}} \begin{pmatrix} \cos \psi_r & \sin \psi_r \\ -\sin \psi_r & \cos \psi_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i\varepsilon_r \end{pmatrix} e^{i(\omega + \Delta\omega)t}. \quad (2-46)$$

Als Strahlteiler dient ein freistehendes Gitter aus dünnen Wolframdrähten, die parallel zur Einfallsebene ausgerichtet sind. Die polarisationsabhängigen Reflexions- und Transmissionseigenschaften solcher Gitter sind sowohl theoretisch (Wait, 1955; Blanco et al., 1986) als auch experimentell (Costley et al., 1977; Mok et al., 1979) gut bekannt. Kommerziell erhältliche Teiler⁷ für die Wellenlänge des HCN-Lasers ($\lambda = 336.7 \mu\text{m}$) bestehen aus $10 \mu\text{m}$ dicken Drähten mit einem Abstand von $152 \mu\text{m}$. Sie spalten die p -Komponente eines einfallenden Strahls in zwei p -Wellen etwa gleicher Amplitude auf und lassen die senkrecht zu den Drähten orientierte s -Komponente praktisch ungehindert hindurch. Die reflektierten und transmittierten Anteile der p -Komponente erleiden dabei Phasenverschiebungen von $3\pi/4$ bzw. $\pi/4$, während die s -Komponente nicht beeinflusst wird. Dieses Verhalten kann in Matrix-Form zusammengefaßt werden als

$$\mathbf{C}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i3\pi/4} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (2-47)$$

Oberhalb des Strahlteilers in Abb. 9 finden sich damit die Anteile $\mathbf{C}_T \mathbb{Q} \mathbf{E}_m$ und $\mathbf{C}_R \mathbf{E}_r$ der Meß- bzw. Referenzwelle, deren Hauptschwingungsebenen allerdings senkrecht aufeinander stehen. Damit sie miteinander interferieren können, passieren sie einen

⁷ SPECAC Analytical Acc., St. Mary Cray, Orpington, Kent, England

Polarisator in Diagonalstellung ($\gamma = 45^\circ$), dessen Durchlaßverhalten beschrieben wird durch

$$Z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2-48)$$

Das elektrische Feld vor dem Detektor D_I ist also

$$E_I = Z (C_T Q E_m + C_R E_r), \quad (2-49a)$$

und die registrierte Intensität beträgt

$$S_I = E_I E_I^*. \quad (2-49b)$$

Der zweite Detektor D_F empfängt die verbleibenden Anteile

$$E_F = C_R Q E_m + C_T E_r \quad (2-50a)$$

mit der Intensität

$$S_F = E_F E_F^*. \quad (2-50b)$$

Die Auswertung der Gleichungen (2-49) und (2-50) liefert *Detektor-Signale* der Form

$$S_{I,F}(t) = C_{I,F} + A_{I,F} \sin(\Delta\omega t + \Delta\phi + \phi_{I,F}), \quad (2-51)$$

in der die Amplituden $A_{I,F}$ und die Phasenwinkel $\phi_{I,F}$ der Wechselanteile in relativ komplizierter Weise von den Intensitäten und Polarisationszuständen der Meß- und Referenzwelle abhängen. Wegen der in der Praxis gegebenen Einschränkungen $\psi_m \ll 1$ und $\varepsilon_m \ll 1$ lassen sich die entsprechenden Ausdrücke jedoch erheblich vereinfachen:

$$A_I \simeq \sqrt{I_m I_r (1 - \psi_m - \varepsilon_m)} \simeq \sqrt{I_m I_r}, \quad (2-52a)$$

$$A_F \simeq \sqrt{I_m I_r (\psi_m^2 + \varepsilon_m^2)}, \quad (2-52b)$$

$$\tan \phi_I \simeq (1 - \varepsilon_m)/(1 - \psi_m) \simeq 1, \quad (2-52c)$$

$$\tan \phi_F \simeq \varepsilon_m / \psi_m. \quad (2-52d)$$

Das Signal des Detektors D_I bleibt danach von kleinen Polarisationsänderungen nahezu unbeeinflusst, und seine Phasenlage, die durch Vergleich mit einem Referenzsignal gleicher Frequenz einfach zu ermitteln ist, wird praktisch ausschließlich durch die Elektrodendichte entlang des Strahlweges bestimmt. Dagegen hängt der Ausgang des Detektors D_F stark von der Polarisation der Meßwelle ab, und für $\varepsilon_m \ll \psi_m$ ist die Amplitude A_F ein direktes Maß für die Lage der Schwingungsebene.

Bei der *Umsetzung dieses Meßverfahrens* in ein funktionsfähiges Vielkanal-Instrument sind eine Reihe von Randbedingungen zu beachten, die sich sowohl aus der Verfüg-

barkeit geeigneter optischer Bauteile als auch aus den konstruktiven Besonderheiten des zu diagnostizierenden Tokamaks ergeben. Das an TEXTOR installierte Gerät enthält neun vertikale Meßstrahlen, von denen fünf die äußere Hälfte, drei den inneren Teil und einer das Zentrum des Plasmaquerschnitts passieren. Als *Lichtquelle* dient ein HCN-Laser (Belland et al., 1976) mit einer kontinuierlichen Ausgangsleistung von etwa 150 mW, der ebenso wie das *rotierende Gitter* zur Frequenzänderung der Referenzstrahlen bei CEA in Fontenay-aux-Roses, Frankreich, entwickelt wurde. Dieses Gitter ist ein flacher Aluminiumzylinder von 12 cm Durchmesser mit 1800 Furchen auf der Mantelfläche, der zur Erzeugung einer Doppler-Verschiebung von 10 kHz etwa 5.6 Umdrehungen pro Sekunde ausführen muß (Véron, 1979). Die *Detektoren* sind pyroelektrische Kristalle aus Triglycinsulfat⁸ (Baker et al., 1972), die ohne Kühlung bei der Signalfrequenz von 10 kHz noch eine Empfindlichkeit von etwa 1 V/W mit einer Rauschleistung von 10^{-8} WHz^{-1/2} bieten. Im Vergleich zu den ebenfalls gebräuchlichen Schottky-Dioden (Fetterman et al., 1978) oder den mit flüssigem Helium gekühlten InSb-Detektoren (Putley, 1965) sind sie wenig anfällig gegenüber den hohen elektromagnetischen Störpegeln in der Umgebung eines Tokamaks und praktisch wartungsfrei.

Die Auslegung des Strahlenganges und die Auswahl der übrigen Komponenten (wie z.B. Strahlteiler und Fokussierungsoptiken) folgt weitgehend den Erfahrungen, die beim Betrieb eines Vielkanal-Interferometers am französischen Tokamak TFR gewonnen wurden (Véron, 1979). Die *Aufspaltung des Laserstrahls* in die Meß- und Referenzstrahlen geschieht mit Hilfe von Kristallquarz-Platten, deren Dicke so gewählt ist, daß Vielfach-Reflexionen zwischen den Oberflächen wie bei einem Fabry-Perot-Etalon das gewünschte Verhältnis zwischen reflektierter und transmittierter Intensität ergeben (siehe z.B. Born und Wolf, 1959). Die *Umlenk- und Fokussierungsspiegel* sind aus aluminiumbedampften Glasträgern hergestellt, deren freie Öffnungen zur Vermeidung von Abschattungen mindestens doppelt so groß sind wie die Abstände zwischen den 1/e-Punkten der Gauß'schen Strahlprofile. Die optischen Wege sind so dimensioniert, daß die Meß- und Referenzstrahlen am Ort ihrer Vereinigung dieselben Durchmesser und Öffnungswinkel besitzen. Um Rückstreuungen in den Laser oder ein Übersprechen zwischen den Kanälen zu verhindern, werden Reflexionen an den Interferometer-Detektoren D_i durch vorgesetzte $\lambda/4$ -Plättchen unterdrückt. Licht, das die Polarisatoren jenseits der Strahlvereiner passiert (vgl. Abb. 9), wird dadurch zirkular polarisiert, so daß die reflektierten Anteile nach erneuter Durchquerung der Plättchen eine lineare Polarisierung in Sperrichtung aufweisen und durch Verkippung der Polarisatoren ausgeblendet werden können (Mansfield et al., 1980). Die Plättchen bestehen aus doppelbrechendem Quarz und sind ebenso wie die $\lambda/2$ -Platten zur Eichung der Meßeinrichtung mit Antireflexionsbelägen aus Polyäthylen beschichtet (Armstrong und Low, 1974). Die

⁸ Mullard Ltd., London, England (Typ 802-CPY mit 2 mm Kristalldurchmesser)

Quarzfenster im Vakuum-Gefäß des Tokamaks sind bezüglich ihrer Dicke unter Ausnutzung des Etalon-Effekts auf maximale Transmission abgestimmt, wobei die Kristallachsen senkrecht auf den Fensteroberflächen stehen, so daß die Meßwellen sich nur als "ordentliche" Strahlen ausbreiten und keine Polarisationsänderung erfahren. Zur Herstellung eines wohldefinierten Anfangszustandes für die polarimetrischen Messungen sind unmittelbar vor den Eintrittsfenstern Polarisatoren angebracht, deren Durchlaßrichtung parallel zum Hauptfeld B_z des Tokamaks ausgerichtet ist.

Die Eigenschaften der *realen optischen Komponenten* genügen allerdings nur näherungsweise den Annahmen, die bei der Darstellung des Meßverfahrens gemacht wurden, und müssen bei einer konkreten Anordnung möglichst vollständig in Betracht gezogen werden. So hat z.B. eine $\lambda/2$ -Platte etwas unterschiedliche Transmissionsvermögen für Meßstrahlen, die senkrecht oder parallel zu ihrer optischen Achse polarisiert sind, und die Phasendifferenz zwischen diesen "ordentlichen" und "außerordentlichen" Wellen weicht im allgemeinen leicht vom Sollwert π ab. Bezeichnen wir diesen Phasenfehler mit δ und berücksichtigen die verschiedenen Transmissionen T_o und T_a in Form von $V = \sqrt{T_o/T_a}$, dann erhalten wir anstelle von Gl. (2-45) die Matrix

$$\mathbb{Q} = \begin{pmatrix} (\cos^2 \beta - V e^{i\delta} \sin^2 \beta) & (1 + V e^{i\delta}) \sin \beta \cos \beta \\ (1 + V e^{i\delta}) \sin \beta \cos \beta & (\sin^2 \beta - V e^{i\delta} \cos^2 \beta) \end{pmatrix}, \quad (2-53)$$

in der β den Winkel zwischen der optischen Achse der Quarzplatte und der p -Achse unseres Koordinatensystems angibt (vgl. Abb. 9). In ähnlicher Weise ändert sich die Matrix $\mathbb{Z}$ des Polarisators, wenn wir zulassen, daß er in Sperrichtung eine endliche Transmission T_s besitzt und daß dieser Anteil eine Phasenverschiebung ϕ_s gegenüber der in Durchlaßrichtung orientierten Komponente aufweist. In diesem Fall müssen seine Eigenschaften beschrieben werden durch

$$\mathbb{Z} = \begin{pmatrix} (\sin^2 \gamma + \sqrt{T_s} e^{i\phi_s} \cos^2 \gamma) & -(1 - \sqrt{T_s} e^{i\phi_s}) \sin \gamma \cos \gamma \\ -(1 - \sqrt{T_s} e^{i\phi_s}) \sin \gamma \cos \gamma & (\cos^2 \gamma + \sqrt{T_s} e^{i\phi_s} \sin^2 \gamma) \end{pmatrix}, \quad (2-54)$$

wobei γ der Winkel zwischen der Durchlaßrichtung und der p -Achse ist. Dagegen wird das Verhalten des Strahlvereinigers bereits ausreichend genau durch $\mathbb{C}_R$ und $\mathbb{C}_T$ gemäß Gl. (2-47) charakterisiert. Die wesentlichen Konsequenzen der Änderungen in $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Z}$ sind, daß ein Phasenfehler der $\lambda/2$ -Platte die Elliptizität ε_m der Meßwelle verändert und daß ein mangelhafter Polarisator die Amplitude A_i des interferometrischen Signals reduziert.

Die Montage der optischen Bauteile erfordert eine stabile *Rahmenkonstruktion*, die das Plasma C-förmig umschließt und die Strahlwege während einer Tokamak-Entladung weitgehend konstant hält. Bei einer angestrebten Auflösung der interferometrischen Messungen von $\Delta(\Delta\phi) \simeq 2\pi/100$ darf der geometrische Weg eines Meßstrahls, dessen

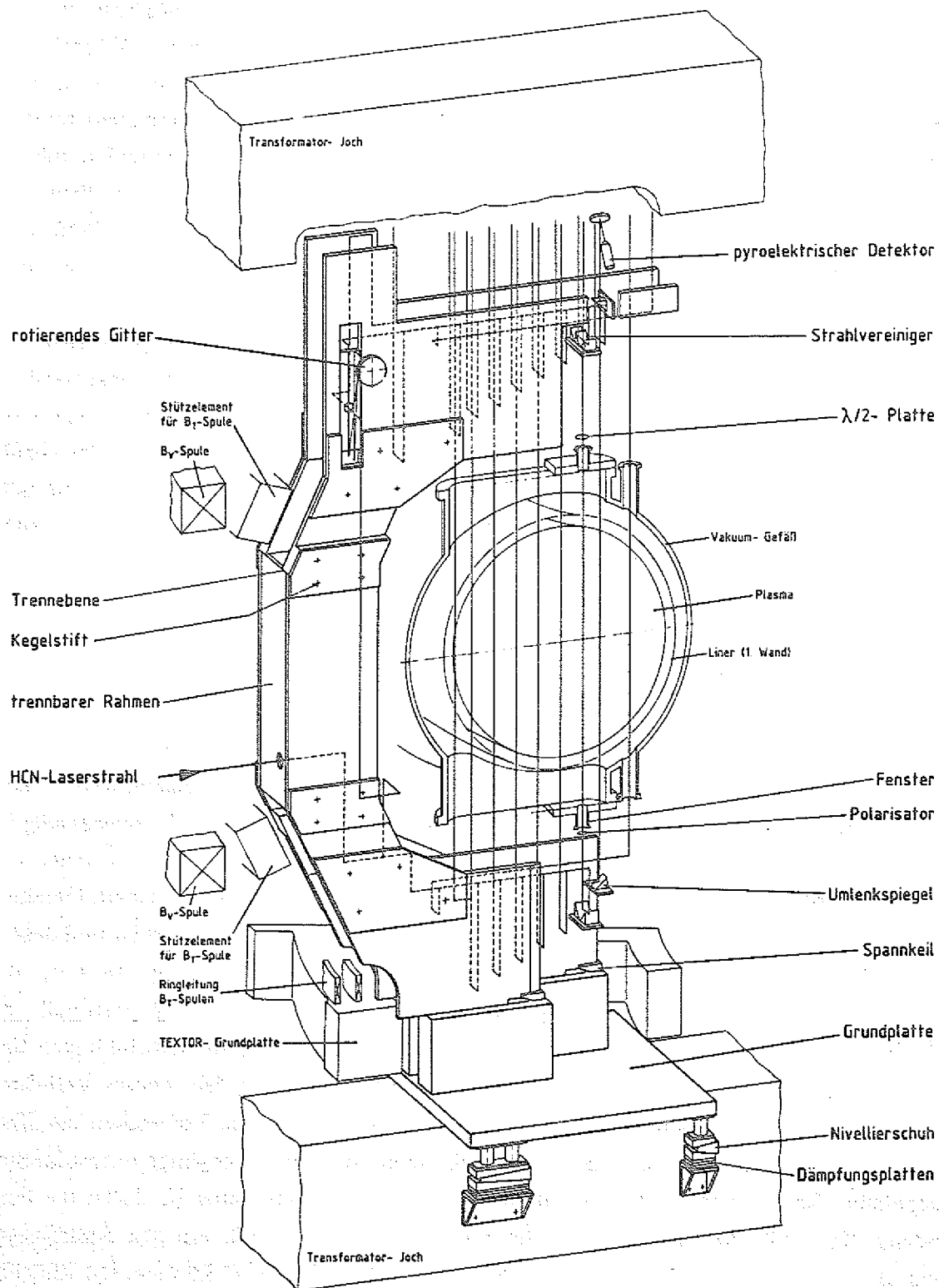


Abb. 10. Mechanischer Aufbau des Vielkanal-Instruments an TEXTOR: Alle optischen Komponenten sind in einem 3.8 m hohen, C-förmigen Rahmen aus glasfaserverstärktem Kunststoff untergebracht, der auf einer mechanisch isolierten Grundplatte ruht.

Länge zwischen den maßgeblichen Teilern mehr als 3 m beträgt, sich höchstens um $\lambda/100 \approx 3 \mu\text{m}$ ändern. Das Gerüst muß also sehr steif sein und sollte möglichst isoliert von der Tokamak-Anordnung aufgestellt werden, um die Übertragung von Vibrationen und Erschütterungen zu verhindern. Der Ausbildung von Wirbelströmen, die im wesentlichen durch das schnell veränderliche Vertikalfeld B_z des Tokamaks induziert werden und zu einer erheblichen Krafteinwirkung auf die mechanischen Komponenten führen können, ist durch Verwendung nichtleitender Werkstoffe entgegenzuwirken. Dementsprechend besteht der Rahmenaufbau des Vielkanal-Instruments an TEXTOR aus glasfaserverstärkten Kunststoffplatten mit zahlreichen Verstrebungen, an denen die optischen Bauteile in geeigneten Justiervorrichtungen befestigt sind (siehe Abb. 10). Da die räumlichen Gegebenheiten weder eine *in situ*-Justierung des Gerätes noch eine Installation als geschlossene Einheit zulassen, kann es in fünf transportable Teile zerlegt werden, deren relative Lage durch überlappende Deckplatten und Zentrierkegel exakt fixiert ist (Cosler et al., 1987). Beginnend mit der untersten Einheit erfolgt der Aufbau des vorjustierten Instruments auf einer Grundplatte aus Edelstahl, die über Nivellierschuhe und Schwingungsdämpfer mit dem Joch des TEXTOR-Transformators verbunden ist. Jeder weitere Kontakt mit der Stützkonstruktion, dem Vakuumgefäß oder dem Spulensystem des Tokamaks wird sorgfältig vermieden.

2.2.2. Signalverarbeitung

Aufgabe der elektronischen Signalverarbeitung ist es, die Detektorsignale möglichst direkt in die vom Plasma verursachten Phasenverschiebungen und Polarisationsänderungen der Meßwellen umzusetzen. Das Prinzip der *Phasenmessung* ist schematisch in Abb. 11a dargestellt. Durch Abspaltung kleiner Anteile des Referenzstrahls vor und hinter dem rotierenden Gitter und Mischung in einem Detektor D_R wird ein Signal S_R erzeugt, das mit der Differenzfrequenz $\Delta\omega$ moduliert ist und dessen Phasenlage vom Plasma nicht beeinflußt wird. Die Verschiebung $\Delta\phi + \phi_I$ des interferometrischen Meßsignals S_I gegenüber diesem Referenzsignal ist proportional zum Zeitintervall Δt zwischen entsprechenden Nulldurchgängen der Sinusschwingungen und kann mit geeigneten Phasenkomparatoren einfach bestimmt werden. Dieses Verfahren liefert im Gegensatz zur herkömmlichen Interferometrie auch das Vorzeichen der Phasenverschiebung und ist wegen der Beschränkung auf die Nulldurchgänge unempfindlich gegenüber Schwankungen der Strahlintensitäten. Die Zeitauflösung ist durch die Periodendauer $\tau = 2\pi/\Delta\omega$ festgelegt, die hinreichend klein sein muß, um den Änderungen von $\Delta\phi$ - und damit der Variation der Elektronendichte - folgen zu können. Die üblichen Phasenkomparatoren (Meddens und Taylor, 1974; Tietze und Schenk, 1980) enthalten Integratoren mit einer Zeitkonstanten von $\gtrsim 10 \times \tau$, so daß sich bei einer Signalfrequenz von 10 kHz eine Auflösung von etwa 1 msec ergibt. Höhere Genauigkeiten lassen sich mit rechnergestützten Erfassungssystemen erzielen, bei denen zunächst nur die Zeitpunkte der Nulldurchgänge gespeichert werden und die Auswertung nach Beendigung

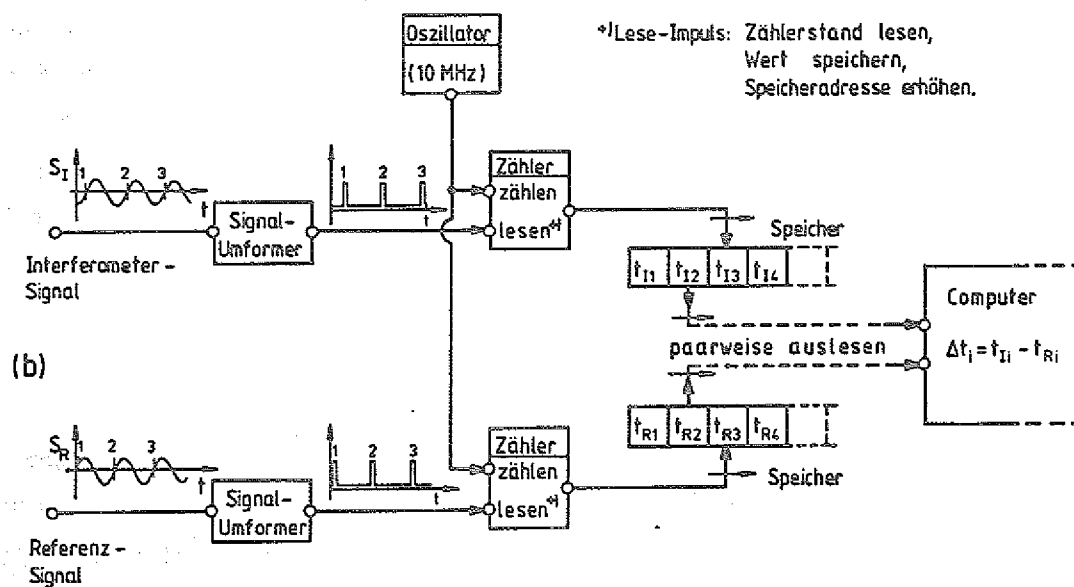
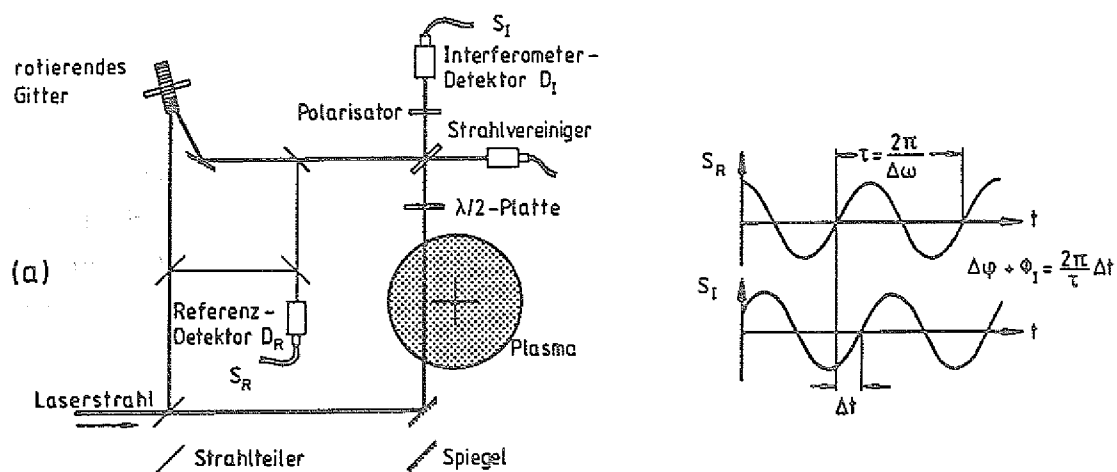


Abb. 11. Prinzip der Phasenmessung: Die vom Plasma verursachte Phasenverschiebung des Interferometer-Signals wird durch Vergleich mit einem Referenz-Signal gleicher Frequenz aus der Zeitdifferenz zwischen den Nulldurchgängen ermittelt.

der Tokamak-Entladung erfolgt (Korten und Soltwisch, 1981). Gemäß Abb. 11b werden die Signale S_I und S_R in eine Folge von Nadelimpulsen umgewandelt, die eine elektronische Uhr lesen und die Werte t_{Ii} und t_{Ri} in aufeinander folgenden Speicherplätzen ablegen. Die Uhr besteht aus einem 10 MHz-Oszillator und je einem 16-bit Binärzähler und liefert etwa 1000 Takte pro Signalperiode. Im Anschluß an den Meßvorgang werden die Speicher paarweise ausgelesen und die Zeitdifferenzen $\Delta t_i = (t_{Ii} - t_{Ri})$ gebildet, die nach Normierung auf die Periodendauer $\tau = (t_{R(i+1)} - t_{Ri})$ direkt die Phasenverschiebungen zu den Zeitpunkten t_{Ri} angeben. Einer Überschreitung von 2π wird durch die eindeutige Zuordnung der i -ten Nulldurchgänge beider Signale zur jeweils i -ten Speicheradresse automatisch Rechnung getragen. Um bereits vorhandene Phasenverschiebungen kom-

pensieren zu können, wird das Erfassungssystem 0.1 sec vor Zündung des Plasmas aktiviert und aus diesen Vorlaufdaten die Lage des Nullpunktes berechnet.

Änderungen des Polarisationszustandes äußern sich primär in Amplitudenvariationen des Signals S_F , dessen Wechselanteil näherungsweise durch $A_F = \sqrt{I_m I_r (\psi_m^2 + \varepsilon_m^2)}$ gegeben ist (siehe Gl. (2-52b)). Der hyperbolische Zusammenhang $A_F = f(\psi_m)$ hat bei einer endlichen Elliptizität ε_m allerdings zur Folge, daß die Empfindlichkeit $\partial A_F / \partial \psi_m$ in der Nähe von $\psi_m = 0$ sehr gering wird. Diese Schwierigkeit läßt sich prinzipiell durch Einführung eines konstanten Vorlauf-Winkels $\psi_0 \gg \varepsilon_m$ beheben, der den Meßbereich in den nahezu linearen Teil der Hyperbel verschiebt:

$$A_F \simeq \sqrt{I_m I_r [(\psi_0 + \psi_m)^2 + \varepsilon_m^2]} \simeq \sqrt{I_m I_r} (\psi_0 + \psi_m). \quad (2-55)$$

Eine solche Maßnahme, die im optischen Aufbau durch eine Verdrehung der $\lambda/2$ -Platte aus ihrer 45° -Position leicht durchführbar ist, verringert jedoch die Amplitude A_I des interferometrischen Signals. Es ist deshalb günstiger, die Phasendifferenz $(\phi_I - \phi_F)$ zwischen den Signalen S_I und S_F mit Hilfe eines *Synchronegleichrichters* auszunutzen, der gleichzeitig als Rauschfilter für das polarimetrische Detektorsignal verwendet werden kann (Soltwisch, 1980). Allgemein besteht ein Synchronegleichrichter aus einem Multiplizierer und einem nachfolgenden Tiefpaß-Filter und hat die Eigenschaft, aus dem Frequenzspektrum eines Meßsignals ein schmales Band zu isolieren, dessen Mittenfrequenz durch ein sinusförmiges Steuersignal bestimmt wird (siehe z.B. Tietze und Schenk, 1980). Die Ausgangsspannung ist proportional zu $A_M A_S \cos \phi_{MS}$, wobei A_M und A_S die Amplituden des Meß- und Steuersignals und ϕ_{MS} die Phasendifferenz zwischen ihnen bezeichnet. In unserem Fall kann der Synchronegleichrichter durch das interferometrische Signal S_I gesteuert werden, das zu jedem Zeitpunkt die gewünschte Frequenz $\Delta\omega$ aufweist und Änderungen der Phasenlage $\Delta\varphi(t)$ automatisch berücksichtigt. Unter Verwendung der Näherungsformeln (2-52) für die Detektorsignale erhalten wir eine Spannung

$$U_{SG} \sim A_I A_F \cos(\phi_I - \phi_F) \simeq I_m I_r (\psi_m + \varepsilon_m), \quad (2-56)$$

die linear vom Polarisationswinkel abhängt und auch sein Vorzeichen wiedergibt. Daneben unterdrückt der Synchronegleichrichter alle Rauschkomponenten des Meßsignals, deren Frequenzen außerhalb des Durchlaßbereichs $\Delta\omega \pm \omega_g$ liegen (ω_g ist die Grenzfrequenz des eingebauten Tiefpaß-Filters). Allerdings ist U_{SG} proportional zu den Strahlintensitäten I_m und I_r , die infolge von Leistungsschwankungen des Lasers oder durch Abschattungen bei stärkerer Strahlablenkung variieren können. Zur Eliminierung dieser Effekte wird das Ausgangssignal auf das Quadrat der interferometrischen Signalamplitude A_I normiert, die wegen ihrer schwachen Abhängigkeit vom Polari-

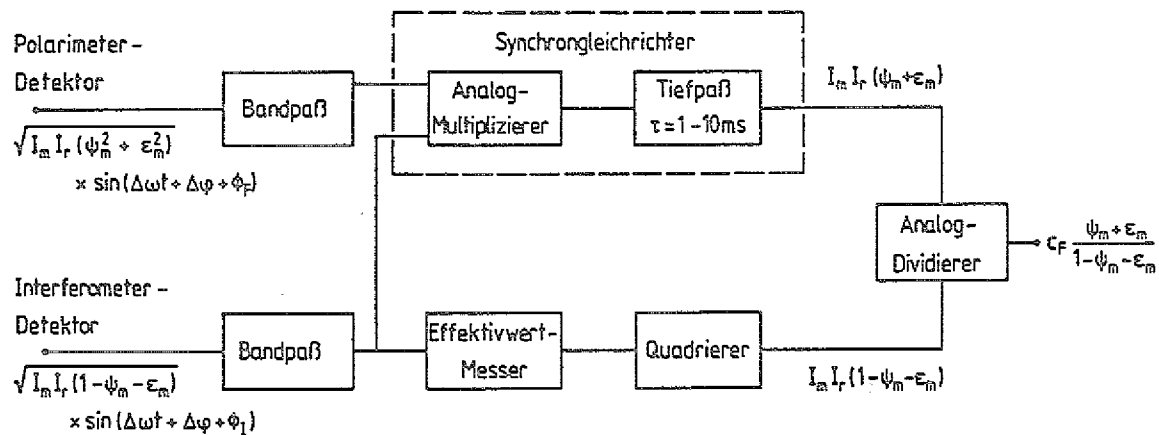


Abb. 12. Blockschaltbild der polarimetrischen Signalverarbeitung: Die Amplitude des Polarimeter-Signals wird mit Hilfe eines Synchrongleichrichters gemessen und auf das Quadrat der interferometrischen Signalamplitude normiert.

sationszustand der Meßwelle einen geeigneten Intensitätsmonitor darstellt.⁹ Damit ergibt sich

$$U = c_F \frac{A_F}{A_I} \cos(\phi_I - \phi_F) \simeq c_F \frac{\psi_m + \epsilon_m}{1 - \psi_m - \epsilon_m} \simeq c_F (\psi_m + \epsilon_m). \quad (2-57)$$

Die Konstante c_F , die die Detektor-Empfindlichkeiten und den Verstärkungsfaktor der elektronischen Signalverarbeitung berücksichtigt, muß in der Praxis durch eine *Absolut-Eichung* der Gesamtanordnung bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird die $\lambda/2$ -Platte in Abwesenheit des Plasmas um wohldefinierte Winkel $\Delta\beta$ aus ihrer Normalposition verdreht und damit die Schwingungsebene der Meßwelle um $2\Delta\beta$ verändert, so daß die Ausgangsspannung U direkt als Funktion des Drehwinkels darstellbar ist.

Abbildung 12 zeigt eine elektronische Schaltung, die die Umwandlung der Detektorsignale gemäß Gl. (2-57) ausführt und relativ einfach aus kommerziell erhältlichen Analog-Multiplizierern, Dividierern und Effektivwertmessern aufgebaut werden kann. Das Eingangsfilter dient hauptsächlich zur Siebung des Steuersignals S_I und ist lediglich aus Symmetriegründen auch dem Meßeingang vorgeschaltet. Obwohl die Übertragungsfunktion dieser Schaltung recht einfach ist, erweist sich eine vollständige analytische Darstellung der Ausgangsspannung $U = f(\psi_m, \epsilon_m)$ wegen der komplizierten Abhängigkeiten der Eingangssignale S_I und S_F von den Polarisationsparametern der

⁹ Die Strahlablenkung wird dadurch kompensiert, daß die optischen Wege zu den Detektor-Paaren D_I und D_F mit ihren Blendenöffnungen möglichst identisch sind, so daß die Signale S_I und S_F dieselbe Abschwächung erleiden.

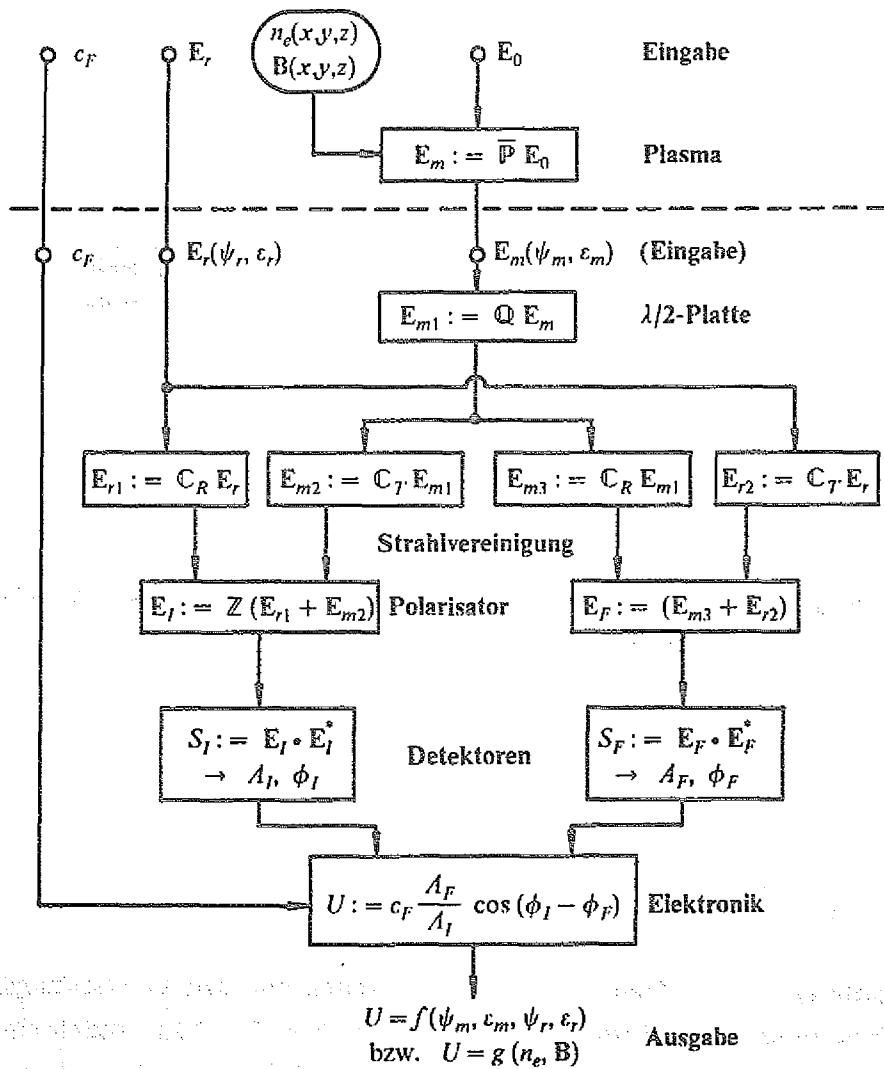


Abb. 13. Blockdiagramm zur Berechnung der polarimetrischen Signale: Der Ablauf entspricht dem Weg des Meßstrahls durch die optische Anordnung, deren Komponenten durch Matrizen repräsentiert werden.

Meßwelle als sehr aufwendig. Allerdings erlaubt die Matrizenbeschreibung der optischen Komponenten eine klar gegliederte numerische Bestimmung von U bei vorgegebenen Randbedingungen. Das Ablaufdiagramm eines geeigneten Rechenprogramms, das den Weg des Meßstrahls durch den optischen Aufbau nachvollzieht, ist in Abb. 13 dargestellt. Änderungen an einzelnen Bauteilen oder an der signalverarbeitenden Elektronik können darin durch Modifikation der entsprechenden Matrix oder Übertragungsfunktion in einfacher Weise berücksichtigt werden. Durch Voranstellen einer Routine, die den Einfluß des Plasmas auf den Polarisationszustand der Meßwelle beschreibt und aus den Gleichungen (2-35a,b) in Abschn. 2.1.2. aufgebaut wird, läßt sich das Programm so erweitern, daß die Meßgrößen U für jeden Plasmazustand simuliert werden können.

2.2.3. Funktionsprüfungen

Die Qualität der interferometrischen und polarimetrischen Messungen wird wesentlich durch die Empfindlichkeit des Instrumentes gegenüber mechanischen und elektromagnetischen Störeinflüssen bestimmt. *Vibrationen oder Erschütterungen* der Rahmenkonstruktion können die Länge der Strahlwege verändern und zusätzliche Phasenverschiebungen verursachen, die sich den vom Plasma hervorgerufenen Verschiebungen überlagern und die Genauigkeit der Elektronendichtebestimmung einschränken.

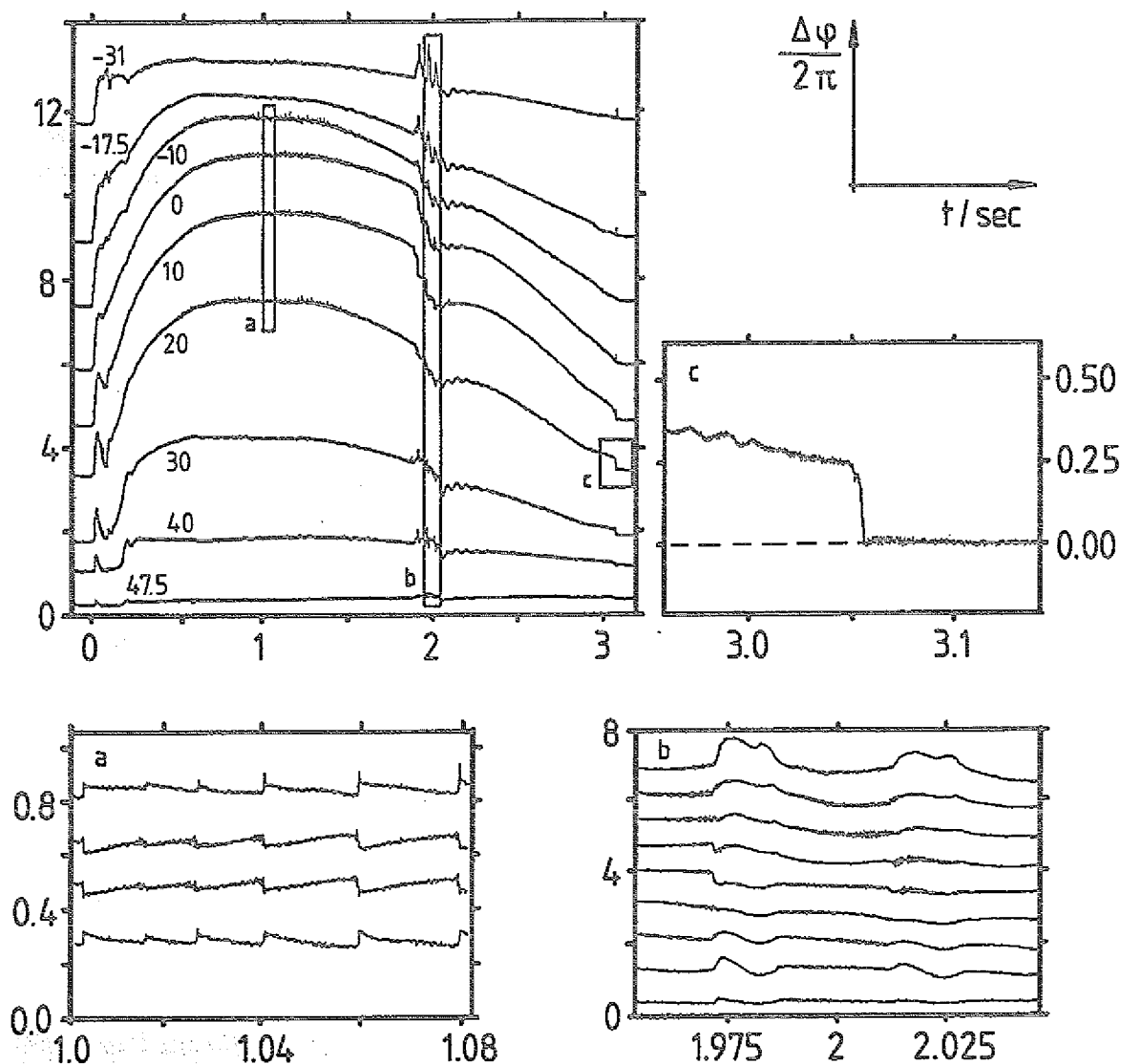


Abb. 14. Interferometrische Signale einer disruptiven TEXTOR-Entladung: Phasenverschiebungen der Meßstrahlen als Funktion der Zeit (die Zahlen bezeichnen die Abstände x vom Plasmazentrum). (a) Sägezahn-Modulationen in der quasi-stationären Phase; (b) Oszillationen während der Disruption; (c) Rückkehr in die Nullage.

Abbildung 14 zeigt am Beispiel einer disruptiven¹⁰ Entladung in TEXTOR, daß das installierte Gerät diesen Störungen nicht ausgesetzt ist. Die erreichte *Auflösung der Phasenmessung* beträgt etwa $0.015 \times 2\pi$ und wird hauptsächlich durch das Rauschen der Detektoren begrenzt. Das Interferometer erlaubt damit die Erfassung von Sägezahn-Modulationen der Elektronendichte im Plasmazentrum ebenso wie die Untersuchung rotierender inselförmiger Strukturen in der Dichteverteilung während disruptiver Entladungsphasen. Beim Zerfall des Plasmas kehren die Signale in ihre Nullage zurück und zeigen keine Verschiebungen oder Oszillationen, die auf eine Bewegung des Rahmens schließen lassen. Die Signalamplituden A_i bleiben während der gesamten Entladungsdauer nahezu konstant, so daß Intensitätsschwankungen oder Strahlablenkungen die Messung praktisch nicht beeinflussen.

Die *Funktionsfähigkeit des polarimetrischen Systems* wird zunächst in Abwesenheit des Plasmas durch eine Absolut-Eichung geprüft. Dabei werden die $\lambda/2$ -Platten mit Hilfe einer Schrittmotor-Verstellung stufenweise alle 300 msec um $\Delta\beta = 6.68$ mrad gedreht und die Ausgangsspannung der signalverarbeitenden Elektronik aufgezeichnet. Das Ergebnis

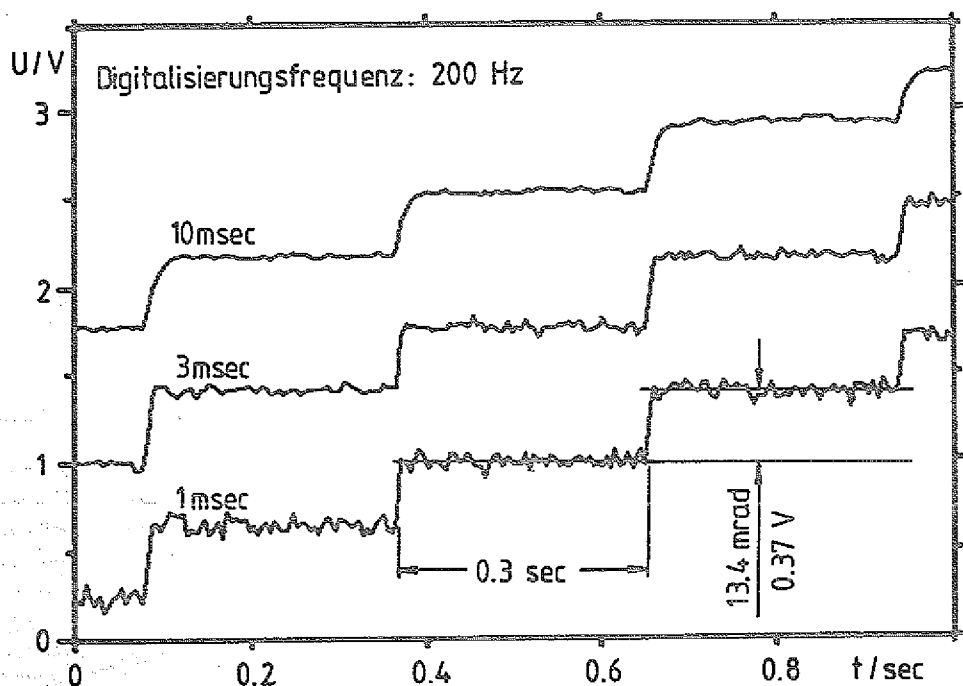


Abb. 15. Eichkurven der polarimetrischen Meßanordnung: Ausgangsspannung U als Funktion der Zeit bei einer schrittweisen Verdrehung der Polarisationssebene um jeweils 13.37 mrad ($\tau_{SG} = 1, 3, 10$ msec ist die Zeitkonstante des Synchrongleichrichters).

¹⁰ Unter einer *Disruption* versteht man die spontane Freisetzung eines Teils der im Plasma gespeicherten Energie, die sich unter anderem in einer plötzlichen Änderung der Temperatur- und Dichteverteilungen äußert.

einer solchen Messung ist in Abb. 15 für drei verschiedene Zeitkonstanten τ_{SG} des Synchrongleichrichters dargestellt. Der Rauschpegel ist selbst bei $\tau_{SG} = 1$ msec noch deutlich niedriger als die Stufenhöhe und entspricht für $\tau_{SG} = 10$ msec einer *Auflösung* von $\Delta\psi_m \lesssim 1.5$ mrad. Während einer Tokamak-Entladung erhöht sich das Rauschen nicht wesentlich (vgl. Abb. 16), aber die Meßdaten können durch eine Reihe systematischer Fehler beeinflusst sein. *Elektromagnetische Störungen* der Detektoren oder der Meßelektronik, die zu einer Nullpunktverschiebung der Signalausgänge führen könnten, werden dadurch ausgeschlossen, daß man den Tokamak mit geänderter Richtung des Plasmastroms betreibt. Die resultierende Umkehrung des poloidalen Magnetfeldes bewirkt einen Vorzeichenwechsel der Ausgangsspannung U , aber ihr Betrag bleibt für vergleichbare Entladungsbedingungen erhalten, und eine vollständige Analyse der Meßdaten liefert die erwarteten invertierten Poloidalfeldverteilungen. Die *exakte Ausrichtung* der Meßstrahlen senkrecht zum Toroidalfeld B_t des Tokamaks ist dadurch sicherzustellen, daß eine Richtungsumkehr von B_t keine Auswirkungen auf die polarimetrischen Meßgrößen hat und somit keine Komponente $B_{||}$ in Strahlrichtung vorhanden ist. Darüber hinaus muß der Meßstrahl durch das Plasmazentrum die Ausgangsspannung $U=0$ liefern, weil im Falle nahezu konzentrischer kreisförmiger Poloidalfeldlinien die Feldvektoren entlang des gesamten Weges senkrecht zur Strahlrichtung orientiert sind (siehe Abb. 6 auf S. 18). Diese Eigenschaft läßt sich zur *Positionierung des Plasmas* im Vakuumgefäß ausnutzen, indem ein geeigneter Regelkreis das

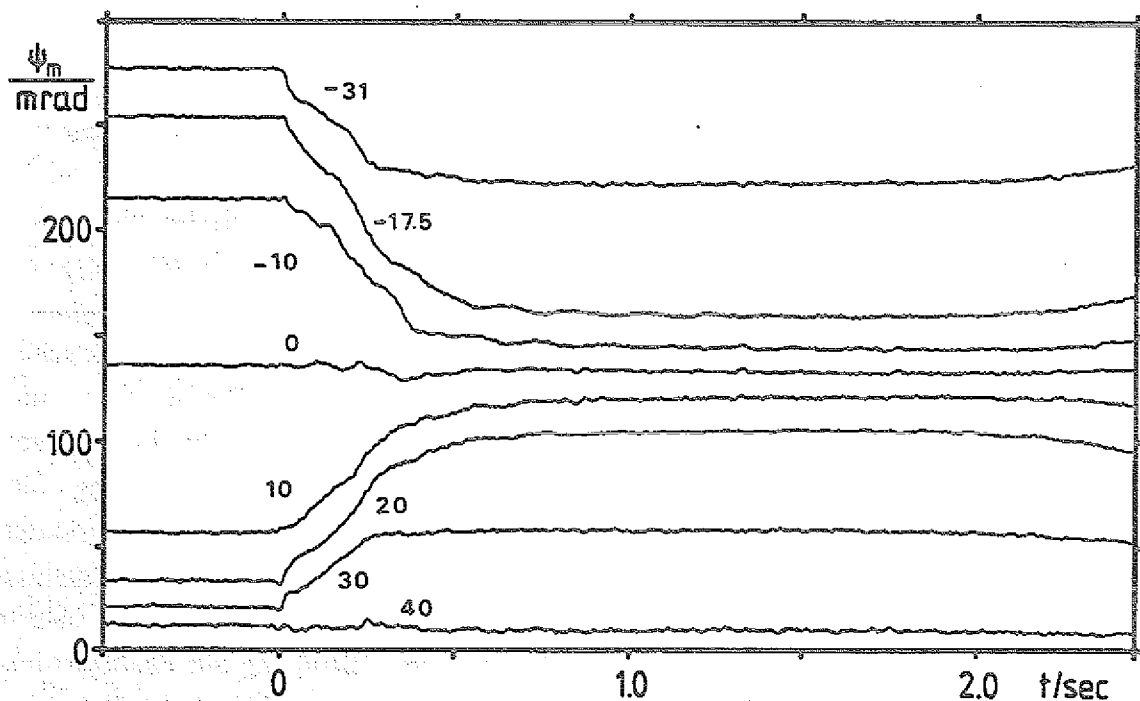


Abb. 16. Polarimetrische Signale einer TEXTOR-Entladung: Die Ausgangsspannungen der Synchrongleichrichter ($\tau_{SG} = 10$ msec) sind mit Hilfe der Eichfaktoren c_F in Drehwinkel umgerechnet; die Zahlen bezeichnen die Strahlpositionen wie in Abb. 14.

Vertikalfeld des Tokamaks so nachstellt, daß der Sollwert $U = 0$ während der gesamten Entladungsdauer eingehalten wird (Soltwisch, 1983a). Entsprechende Experimente an TEXTOR haben ergeben, daß dabei die eingenommene Plasmalage mit der vorausgerechneten Position gut übereinstimmt. Schließlich ist zu prüfen, ob *Richtungsablenkungen* der Meßstrahlen durch die im vorigen Abschnitt beschriebenen Maßnahmen ausreichend kompensiert werden. Zu diesem Zweck werden Prismen mit unterschiedlichen Keilwinkeln in den Strahlengang gebracht und ihr Einfluß auf das Ausgangssignal und den Eichfaktor c_F untersucht. Innerhalb der nach Gl. (2-11) abgeschätzten Grenzen für die maximale Strahlablenkung durch das Plasma wird keine signifikante Störung beobachtet.

2.3. Auswertung der Meßdaten

Eine eindeutige *Rekonstruktion der Elektronendichte- und Magnetfeldverteilungen* aus integralen Phasenverschiebungen und Faraday-Rotationswinkeln erfordert im Prinzip eine große Anzahl eng benachbarter Meßstrahlen, die den Plasmaquerschnitt unter vielen verschiedenen Richtungen durchsetzen. In der Praxis ist ein Tokamak jedoch nur für wenige Strahlen zugänglich, die meist senkrecht zur Mittelebene des Torus verlaufen. Der Mangel an experimenteller Information muß deshalb durch mehr oder weniger begründete Annahmen über die Form des Plasmas und natürliche Symmetrieeigenschaften der gesuchten Verteilungen ausgeglichen werden. Die stärkste Vereinfachung ist das zylindrische Modell, in dem n_e und B_z nur Funktionen des radialen Abstandes r vom Plasmazentrum sind. In diesem Fall wäre es ausreichend, eine Hälfte des Querschnitts mit einer kleinen Anzahl paralleler Strahlen zu untersuchen und die Lücken durch eine geeignete Interpolation zwischen den Meßpunkten zu schließen. Die Bestimmung von n_e und B_z reduzierte sich dann auf die Lösung der bekannten *Abel-Integralgleichung*, für die eine Reihe numerischer Inversionsverfahren verfügbar ist (z.B. Nestor und Olsen, 1960; Barr, 1962). Ein realistischeres Modell eines Tokamaks muß allerdings die Krümmung der Plasmasäule berücksichtigen, die die magnetischen Oberflächen entlang des großen Torus-Radius R gegeneinander verschiebt, so daß ein System exzentrischer, ineinander geschachtelter Konturlinien entsteht. Die gemessenen Profile $\Delta\varphi(x)$ und $\psi_m(x)$ werden dadurch asymmetrisch, und ihre Inversion erfordert die Lösung von *Volterra-Integralgleichungen* (Gorbunov et al., 1968). Die Auswertung der polarimetrischen Messungen wird weiter erschwert durch die Tatsache, daß die Daten durch die Elliptisierung der Meßwellen beeinflusst sind, die ihrerseits von der gesuchten Magnetfeldverteilung abhängt und nur iterativ bestimmt werden kann. Eine detaillierte Analyse der Meßwerte ist also recht aufwendig, und die Verfolgung der Profilentwicklungen während einer Entladung ist nur unter erheblichem Zeitaufwand möglich. Andererseits reichen häufig grobe Informationen aus, um die Auswirkungen operativer Maßnahmen (wie z.B. Gasinjektionen) beim Experimentierbetrieb abschätzen zu können. Für diesen Zweck genügt es, die Dichte- und Feldverteilungen durch einzelne Pa-

parameter zu charakterisieren, die als einfache Funktionen der Meßdaten dargestellt und mit Hilfe analoger Rechenschaltungen unmittelbar bestimmt werden können (Brüssau und Soltwisch, 1987). Diese Methode der qualitativen Datenauswertung wird in Abschn. 2.3.5. näher erläutert.

2.3.1. Profilbestimmung in zylindrischen Plasmen

Um die allgemeine Verfahrensweise bei der Ermittlung der lokalen Größen aus den integralen Meßdaten deutlich zu machen, beschränken wir uns zunächst auf ein zylindersymmetrisches Plasma, dessen Querschnitt wir in eine Anzahl konzentrischer Ringzonen mit etwa konstanter Dichte und Feldstärke zerlegen. Der Weg eines Meßstrahls wird durch diese Zonen in kleine homogene Abschnitte aufgespalten, so daß sich die Phasenverschiebung der Welle und die Drehung ihrer Polarisationssebene als endliche Summen über diese Segmente darstellen lassen. Ein Strahl, der nur die äußerste Zone durchquert, liefert unmittelbar die Elektronendichte und Magnetfeldstärke am Plasmarand. Diese Information wird dann dazu benutzt, die Meßwerte des benachbarten Strahls, der den nächsten inneren Ring durchläuft, auf die Randbeiträge zu korrigieren und die lokalen Daten in der zweiten Zone zu ermitteln. Von außen nach innen fortschreitend lassen sich so die gesuchten Verteilungen $n_e(r)$ und $B_p(r)$ rekonstruieren, wenn die Phasenverschiebungen und Drehwinkel für genügend viele Sehnen durch den Plasmaquerschnitt bekannt sind.

Für die Bestimmung des Magnetfeldes erweist es sich als günstig, daß der Faraday-Effekt nur von der parallelen Feldkomponente $B_{\parallel} = (x/r) B_p(r)$ abhängt und das Drehwinkel-Profil gegeben ist durch

$$\psi_m(x) = (c_B/2) \int_{-z_0}^{+z_0} n_e B_{\parallel} dz = (c_B/2) \int_{-z_0}^{+z_0} (x/r) n_e B_p dz \quad (2-58)$$

(mit $z_0 = (a^2 - x^2)^{1/2}$ und $c_B = (e^3 \lambda^2)/(4\pi^2 c^3 \epsilon_0 m_e^2)$; siehe Gl. (2-32a) und Abb. 6 auf S. 18). Wenn wir nämlich (x/r) und n_e als Wichtungsfaktoren interpretieren, die beide zum Plasmarand hin abfallen, dann wird deutlich, daß ψ_m ganz wesentlich durch das Magnetfeld im Zentralteil des Strahlweges bestimmt wird und daß Schwankungen von B_p im Randbereich des Plasmas die Faraday-Drehung achsennaher Strahlen nur wenig beeinflussen. Bei der Profilrekonstruktion pflanzen sich Fehler also nicht unmittelbar fort sondern werden schrittweise abgeschwächt. Formal äußert sich diese Eigenschaft darin, daß Gl. (2-58) durch Variablentransformation übergeht in die *Abel*-Integralgleichung

$$\frac{\psi_m(x)}{x} = c_B \int_x^a \frac{n_e(r) B_p(r)}{r} \frac{r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}}, \quad (2-59)$$

wobei $f(x) = \psi_m(x)/x$ ein ausgeprägtes zentrales Maximum besitzt (zur Veranschaulichung dieses Sachverhalts siehe Abb. 17, in der vier verschiedene Stromdichteprofile mit den zugehörigen Poloidalfeldverteilungen und Meßkurven $\psi_m(x)$ bzw. $\psi_m(x)/x$ dargestellt sind).

Gleichung (2-59) kann durch eine Reihe numerischer Inversionsverfahren gelöst werden, bei denen die oben erwähnte Ringzerlegung angewandt wird und die sich hauptsächlich durch die Methoden zur Interpolation und Glättung der Meßkurve

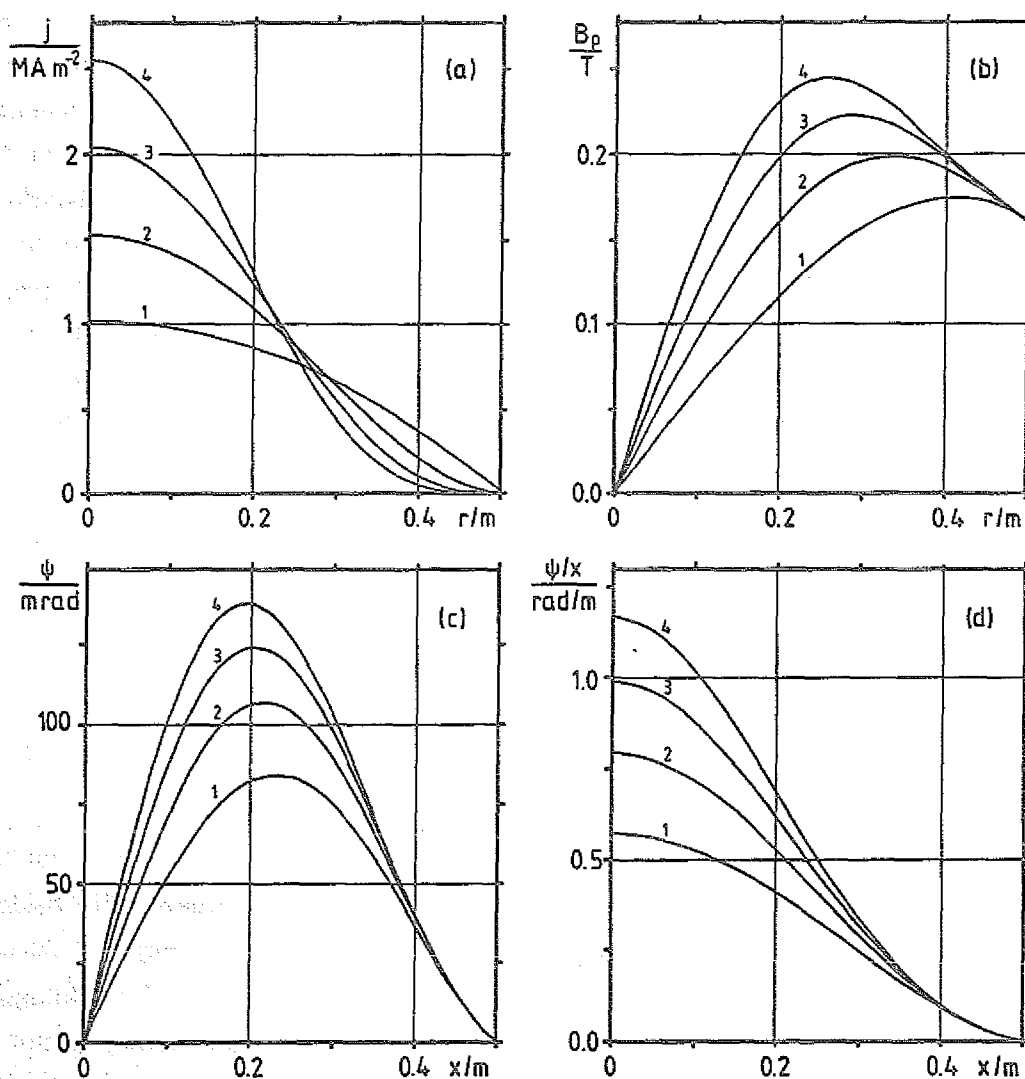


Abb. 17. Zur Magnetfeldbestimmung in zylindrischen Plasmen: (a) Stromdichteprofile der Form $j_0[1 - (r/a)^2]^w$ mit $w = 1, 2, 3, 4$ und konstantem Gesamtstrom $I = 400 \text{ kA}$; (b) zugehörige Poloidalfeldverteilungen; (c) Faraday-Drehwinkelprofile bei einer Meßwellenlänge von $3.37 \times 10^{-4} \text{ m}$ und parabolischer Elektronendichteverteilung mit $n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$; (d) Meßkurven $\psi(x)/x$ zur Rekonstruktion der Magnetfeldverteilung nach Gl. (2-59).

$f(x) = \psi_m(x)/x$ unterscheiden (siehe z.B. Kock und Richter, 1969). Als Ergebnis erhalten wir die Funktion

$$g(r) = -\frac{2}{c_B \pi} \int_r^a \frac{d}{dx} \left(\frac{\psi_m(x)}{x} \right) \frac{dx}{(x^2 - r^2)^{1/2}} = \frac{n_e(r) B_p(r)}{r}, \quad (2-60)$$

die bei bekanntem Elektronendichteprofil die gesuchte Feldverteilung liefert. Die zugehörige Stromdichte $j(r)$ ist durch die zweite Maxwell'sche Gleichung mit $B_p(r)$ verknüpft und folgt aus

$$j(r) = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{B_p}{r} + \frac{dB_p}{dr} \right] = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{n_e(r)} \left[2g(r) + r \left(\frac{dg}{dr} - \frac{g(r)}{n_e(r)} \frac{dn_e}{dr} \right) \right]. \quad (2-61)$$

Die Genauigkeit, mit der sich der Zentralwert

$$j(0) = \frac{2}{\mu_0} \frac{dB_p}{dr} \Big|_{r=0} = \frac{2}{\mu_0} \frac{g(0)}{n_e(0)} \quad (2-62)$$

ermitteln läßt, wird durch den Fehler in $g(0)$ bestimmt, der wiederum von der Genauigkeit der gemessenen Verteilung $f(x)$ abhängt. Wegen $f(x) = \psi_m(x)/x$ wächst die Unschärfe $\Delta f(x)$ bei einem konstanten Meßfehler $\Delta \psi_m(x)$ mit abnehmendem x stark an, so daß dem Zentralbereich der Meßkurve besonderes Gewicht zukommt. Der Spitzenwert

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\psi_m(x)}{x} = \frac{d\psi_m}{dx} \Big|_{x=0}, \quad (2-63)$$

der durch die Steigung des Drehwinkelprofils in seinem Nulldurchgang gegeben ist, kann in quasi-stationären Entladungen allerdings recht genau ermittelt werden, wenn man das Plasma senkrecht zu den Meßstrahlen allmählich um einige Zentimeter verschiebt und dadurch ψ_m in der Nähe des Nullpunktes als kontinuierliche Funktion von x erhält.

Während der Zentraltel des Stromdichteprofiles sich also gut bestimmen lassen sollte, sind die Flügel jenseits von $r \simeq 0.7a$ prinzipiell mit großen Fehlern behaftet. Qualitativ ist dies verständlich aus der Tatsache, daß der Strom sich gewöhnlich im hoch leitfähigen Plasmakern konzentriert und das resultierende Magnetfeld außerhalb dieses Bereichs weitgehend einem $1/r$ -Abfall folgt, der durch die verbliebene Stromdichte nur wenig modifiziert wird (vgl. Abb. 17b). Diese Details können durch polarimetrische Messungen jedoch kaum noch erfaßt werden, weil die Drehwinkel unter dem Einfluß abnehmender Elektronendichte zum Plasmarand hin sehr klein werden. In Abschn. 2.3.4. werden wir diese Sachverhalte im Rahmen einer quantitativen Fehleranalyse genauer untersuchen.

2.3.2. Allgemeine Struktur von Tokamak-Plasmen

Für Tokamak-Plasmen stellt das bisher betrachtete zylindrische Modell nur bei großen *Aspektverhältnissen* R_0/a (d.h. bei sehr schlanken Tori mit großen Ringdurchmessern $2R_0$ und kleinen Querschnitten πa^2) eine brauchbare Näherung dar. Um die vorangegangenen Überlegungen auf realistische Anordnungen mit $R_0/a \simeq 3.5$ übertragen zu können, müssen wir zunächst die allgemeine Struktur eines axialsymmetrischen, stromführenden Plasmaringes bestimmen, der sich in einem magnetohydrodynamischen Gleichgewicht befindet. Im Rahmen der idealen MHD-Theorie wird dieses Gleichgewicht durch die *Grad-Shafranov-Gleichung* beschrieben, deren Herleitung in mehreren Textbüchern (z.B. Miyamoto, 1976; Bateman, 1978) ausführlich dargestellt ist und hier nur skizziert werden soll. Unter der Voraussetzung skalaren Drucks p und vernachlässigbarer Strömungsgeschwindigkeit ($v = 0$) reduziert sich das Kräftegleichgewicht im stationären Fall (d.h. $\partial/\partial t \equiv 0$) auf

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2-64)$$

Sowohl die Stromdichte $\mathbf{j}$ als auch das magnetische Feld $\mathbf{B}$ verlaufen also in den Flächen konstanten Drucks. Wegen der geforderten Symmetrie ($\partial/\partial\phi \equiv 0$; vgl. Abb. 18) müssen diese Flächen die Torusachse ringförmig umschließen. Folgt man einer Feldlinie hinreichend lange, dann wird sie sich auf der zugehörigen Druckfläche entweder selbst schließen oder sie ergodisch bedecken. Man bezeichnet die Flächen konstanten Drucks deshalb auch als *magnetische Oberflächen*. Sie werden charakterisiert durch den magnetischen Fluß

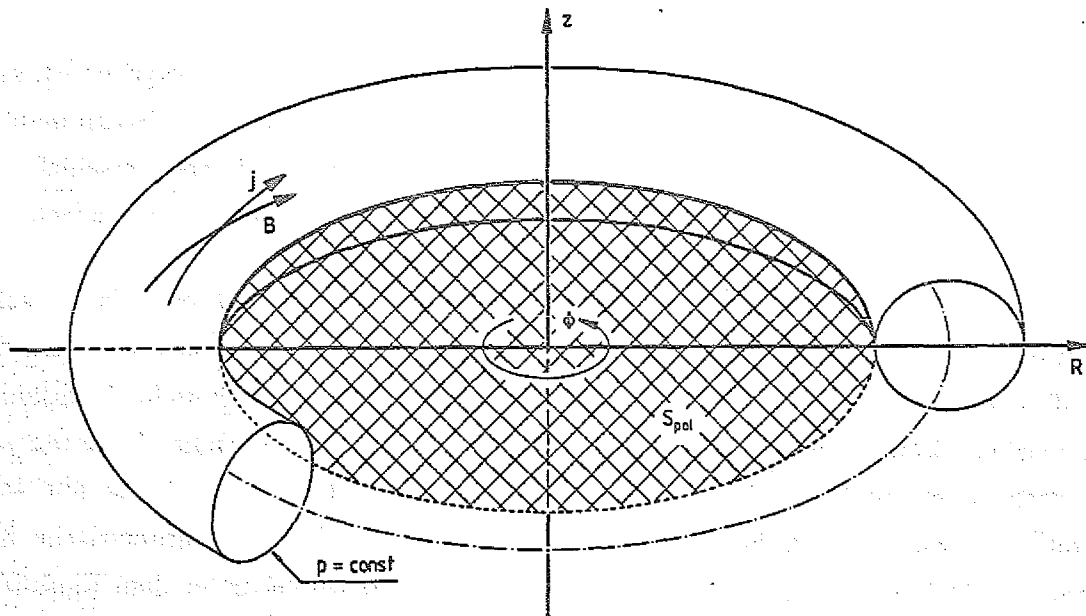


Abb. 18. Magnetische Oberfläche in einem Plasmaring: Zylindrisches Koordinatensystem mit $R = 0$ als Symmetrie-Achse.

$$\Psi = \int_{S_{pol}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (2-65)$$

der gemäß Abb. 18 die Öffnung S_{pol} in der Mittelebene des Ringes durchsetzt. Da durch die magnetische Oberfläche selbst keine Feldlinien hindurchtreten, kann S_{pol} durch beliebige Stücke dieser Fläche erweitert werden, ohne dabei Ψ zu ändern. Der Fluß Ψ ist also eine Konstante auf der magnetischen Oberfläche, und es gilt

$$\mathbf{B} \cdot \nabla \Psi = 0. \quad (2-66)$$

In Verbindung mit $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ergeben sich daraus die Feldkomponenten

$$B_R = -\frac{1}{2\pi R} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad \text{und} \quad B_z = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial \Psi}{\partial R}. \quad (2-67)$$

Wegen der Symmetrie von $\mathbf{j}$ und $\mathbf{B}$ in der Gleichgewichtsbedingung (2-64) muß für den Strom ebenfalls eine Flußfunktion X existieren,¹¹ so daß die poloidale Stromdichte in Analogie zu Gl. (2-67) dargestellt werden kann als

$$j_R = -\frac{1}{2\pi R} \frac{\partial X}{\partial z} \quad \text{und} \quad j_z = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial X}{\partial R}. \quad (2-68)$$

Durch Vergleich mit

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \left[-\frac{\partial B_\phi}{\partial z} \mathbf{e}_R + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R B_\phi) \mathbf{e}_z + \left(\frac{\partial B_R}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial R} \right) \mathbf{e}_\phi \right] \quad (2-69)$$

folgt unmittelbar

$$X = (2\pi/\mu_0) R B_\phi. \quad (2-70)$$

Da X ebenso wie Ψ auf einer magnetischen Oberfläche konstant sein muß, ist $X = X(\Psi)$.

Einsetzen der Vektorkomponenten (2-67) und (2-68) in die Ausgangsgleichung (2-64) liefert

$$-\frac{B_\phi}{2\pi R} \nabla X + \frac{j_\phi}{2\pi R} \nabla \Psi = \nabla p. \quad (2-64a)$$

¹¹ Entsprechend Gl. (2-65) kann X als $\int_{S_{pol}} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$ definiert werden und ist dann gleich dem Gesamtstrom durch die Torusöffnung; in einem Tokamak wird X also im wesentlichen durch die Ströme in den Toroidalfeldspulen bestimmt.

Wegen $B_\phi = \mu_0 X / (2\pi R)$ sowie $\nabla X = (dX/d\Psi) \nabla\Psi$ und $\nabla p = (dp/d\Psi) \nabla\Psi$ ergibt sich daraus die toroidale Stromdichte zu

$$j_\phi = 2\pi R \frac{dp}{d\Psi} + \frac{\mu_0}{2\pi R} X \frac{dX}{d\Psi} . \quad (2-71)$$

Andererseits ist j_ϕ nach Gl. (2-69) darstellbar als

$$j_\phi = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_R}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial R} \right) = -\frac{1}{2\pi\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial\Psi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right] . \quad (2-72)$$

Durch Kombination von (2-71) und (2-72) folgt schließlich die *Grad-Shafranov-Gleichung* (Lüst und Schlüter, 1957; Grad und Rubin, 1958; Shafranov, 1958)

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial\Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -4\pi^2\mu_0 R^2 \frac{dp}{d\Psi} - \mu_0^2 X \frac{dX}{d\Psi} , \quad (2-73)$$

die die Gleichgewichtskonfiguration eines durch $p(\Psi)$ und $X(\Psi)$ spezifizierten Tokamak-Plasmas mit vorgegebenen Randbedingungen vollständig bestimmt. Die Randbedingungen knüpfen die Plasmastruktur an externe Magnetfelder, die der Formung des Querschnitts und der Positionierung des Plasmas in einer ringförmigen Vakuumkammer dienen. Im einfachsten Fall entstehen diese Felder durch Spiegelströme in einer das Plasma eng umschließenden Kupferschale, und die Randbedingung lautet $\Psi(R,z) = \text{const}$ auf der Oberfläche dieser Schale. Bei modernen Tokamak-Anordnungen werden die Felder durch toroidal umlaufende Spulen erzeugt, so daß sich Gl. (2-72) außerhalb des Plasmas schreiben läßt als

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial\Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -2\pi\mu_0 \sum_{l=1}^L R j_l \delta(R - R_l) \delta(z - z_l) , \quad (2-74)$$

wobei L die Anzahl der Leiter, (R_l, z_l) ihre Position, j_l die zugehörige Stromdichte und $\delta(x - x_l)$ die Delta-Funktion bezeichnen.

Zur *praktischen Berechnung* eines Tokamak-Gleichgewichts gibt man sich im allgemeinen eine plausible Stromdichteverteilung $j_\phi(R,z)$ am Ort des Plasmas und geeignete Ströme in den äußeren Spulen vor und bestimmt durch numerische Lösung der Differentialgleichungen (2-72) und (2-74) die Flüsse Ψ_{plasma} und Ψ_{ext} , die sich zum Gesamtfluß Ψ addieren. Die resultierende Form und Lage der magnetischen Oberflächen $\Psi(R,z) = \text{const}$ genügt dabei meist noch nicht gewissen Nebenbedingungen, die z.B. durch die Position begrenzender mechanischer Strukturen festgelegt sind, und die angenommene Verteilung $j_\phi(R,z)$ läßt sich nicht in der von Gl. (2-71) geforderten Form

$$j_\phi(R,z) = R A(\Psi) + B(\Psi) / R \quad (2-71a)$$

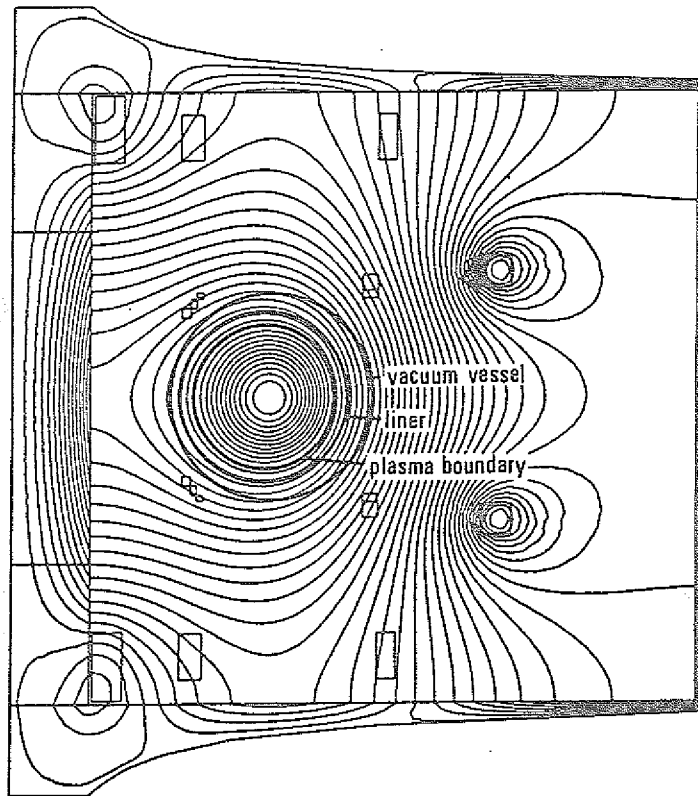


Abb. 19. Magnetische Oberflächen in TEXTOR: Selbstkonsistente Gleichgewichtskonfiguration mit parabolischer Druck- und Stromdichteverteilung und $\beta_p = 0.5$ (Börner und Kaleck, 1985).

darstellen. Letzteres ist unmittelbar einsichtig aus der Tatsache, daß die frei wählbaren Verteilungen $p'(\Psi)$ und $XX'(\Psi)$ in der Grad-Shafranov-Formel als Funktionen des Flusses Ψ anzugeben sind, dessen räumliche Abhängigkeit jedoch erst nach Lösung der Gleichung bekannt ist. Der Prozeß muß deshalb iteriert werden, um eine mit allen Rand- und Nebenbedingungen verträgliche Gleichgewichtskonfiguration zu ermitteln. Geeignete numerische Verfahren finden sich z.B. bei Dnestrovskii und Kostomarov (1986).

Entsprechende Rechnungen für den TEXTOR-Tokamak unter Berücksichtigung des Eisenkern-Transformators führen auf magnetische Oberflächen, die innerhalb des Plasmas einen Satz geschachtelter Ringe mit nahezu kreisförmigen Querschnitten bilden (Börner und Kaleck, 1985). Abbildung 19 zeigt als Beispiel die Konturlinien $\Psi(R,z) = \text{const}$ einer Gleichgewichtskonfiguration, deren Druck- und Stromdichteverteilung für induktiv geheizte Plasmen typisch ist (vgl. Abschn. 2.1.1.). Höhere Drücke, die bei starker Zusatzheizung auftreten können, bewirken eine horizontale Versetzung und vertikale Elongation der inneren Konturen. Abweichungen von der Kreisform um mehr als 3% ergeben sich allerdings erst dann, wenn das Verhältnis $\beta_p = 2\mu_0 \langle p \rangle / \bar{B}_{p0}^2$, das in

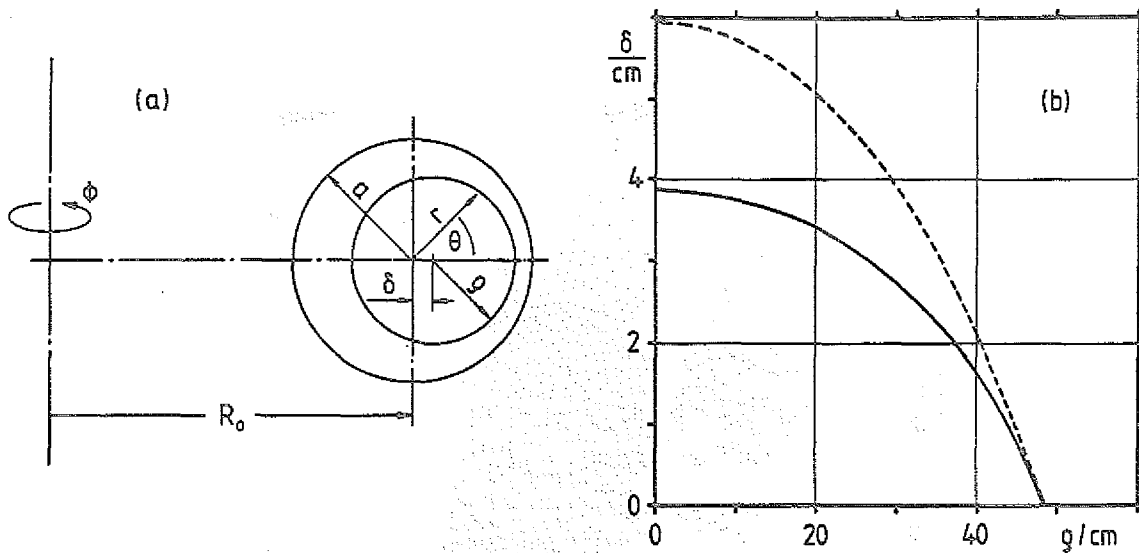


Abb. 20. Genäherte Gleichgewichtskonfiguration: (a) Koordinatensystem für die Entwicklung nach dem inversen Aspektverhältnis a/R_0 . (b) Verschiebung der Kreismittelpunkte gemäß Gl. (2-76) (—) und als Ergebnis einer selbstkonsistenten Gleichgewichtsberechnung (-----).

induktiv geheizten Plasmen deutlich kleiner als 1 ist, auf über 2 gesteigert wird ($\langle p \rangle$ bezeichnet den über das Volumen gemittelten Plasmadruck, und $\bar{B}_{p\theta}$ ist die mittlere poloidale Magnetfeldstärke auf der Plasmaoberfläche).

Kreisförmige Konturlinien und große Aspektverhältnisse erlauben es, toroidale Effekte als kleine Störungen einer zylindersymmetrischen Konfiguration zu behandeln und Näherungslösungen der Grad-Shafranov-Gleichung zu berechnen (Shafranov, 1966). Zu diesem Zweck verwendet man das in Abb. 20a gezeigte Koordinatensystem und entwickelt die Flußfunktion Ψ gemäß

$$\Psi = \Psi_0(r) + \Psi_1(r, \theta). \quad (2-75)$$

Mit diesem Ansatz kann die Grad-Shafranov-Formel in zwei Gleichungen für Ψ_0 und Ψ_1 aufgespalten werden, von denen die erste ein zylindrisches Gleichgewicht beschreibt und die zweite die relative Verschiebung der magnetischen Oberflächen liefert:

$$\frac{d\delta}{dr} = \frac{2\mu_0}{rR_0B_{p0}^2} \left[r^2 p_0 - \int_0^r (2p_0 + B_{p0}^2/2\mu_0) r dr \right], \quad (2-76a)$$

$$\delta(r) = - \int_r^a \frac{d\delta}{dr} dr \quad (2-76b)$$

$(p_0(r))$ und $B_{\theta 0}(r)$ sind die Druck- und Poloidalfeldverteilungen des zylindrischen Gleichgewichts; für eine explizite Herleitung von Gl. (2-76) siehe z.B. Wesson, 1987). Für parabolische Profile mit $\beta_p = 0.5$ hat die Verschiebung den in Abb. 20b dargestellten Verlauf. Allerdings weicht die Näherungslösung bei dem in TEXTOR gültigen Aspektverhältnis von 3.6 schon merklich von den Ergebnissen einer selbstkonsistenten Gleichgewichtsberechnung ab.

2.3.3. Rekonstruktion der Magnetfeldverteilung

In TEXTOR bilden die magnetischen Oberflächen in guter Näherung ein System exzentrischer Kreise, die nach Abb. 21 beschrieben werden durch

$$[x - \delta(\rho)]^2 + z^2 = \rho^2. \quad (2-77)$$

Die Komponenten des poloidalen Magnetfeldes sind also darstellbar als

$$B_x(x, \rho) = -\frac{1}{2\pi(R_0 + x)} \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{1}{2\pi(R_0 + x)} \frac{d\Psi}{d\rho} \frac{z}{\rho + (d\delta/d\rho)[x - \delta(\rho)]} \quad (2-78a)$$

$$B_z(x, \rho) = \frac{1}{2\pi(R_0 + x)} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{2\pi(R_0 + x)} \frac{d\Psi}{d\rho} \frac{x - \delta(\rho)}{\rho + (d\delta/d\rho)[x - \delta(\rho)]}, \quad (2-78b)$$

und der Faraday-Drehwinkel entlang einer vertikalen Sehne im Abstand x vom Plasmazentrum beträgt

$$\psi_m(x) = c_B \int_0^{z_0} n_e B_z dz = \frac{c_B}{2\pi(R_0 + x)} \int_{\rho_{\min}}^a n_e(\rho) \frac{d\Psi}{d\rho} \frac{x - \delta(\rho)}{\{\rho^2 - [x - \delta(\rho)]^2\}^{1/2}} d\rho, \quad (79)$$

wobei $\rho_{\min}$ den Radius des Kreises bezeichnet, der von der Sehne gerade tangiert wird.

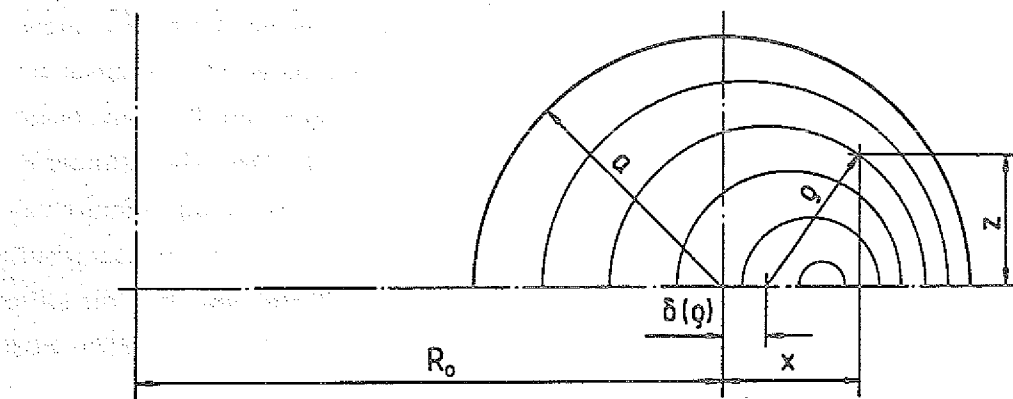


Abb. 21. Plasmaquerschnitt mit magnetischen Oberflächen: Koordinatensystem zur Auswertung der polarimetrischen Meßdaten.

In Gl. (2-79) wird vorausgesetzt, daß die Elektronendichte n_e auf einer magnetischen Oberfläche konstant ist. Für ideale MHD-Gleichgewichte, in denen die magnetischen Oberflächen gleichzeitig Flächen konstanten Drucks sind, ist diese Annahme wegen der hohen Wärmeleitung parallel zum Magnetfeld berechtigt. Bei stark rotierenden Plasmen können jedoch Abweichungen auftreten, weil die Strömungsgeschwindigkeit v nicht länger vernachlässigbar ist und die Kräftebilanz (2-64) um den Term $\bar{m} dv/dt$ mit $\bar{m}$ als Massendichte erweitert werden muß. Derartige Bedingungen, unter denen die Flächen konstanten Drucks sich deutlich von den magnetischen Oberflächen unterscheiden, sind allerdings nur bei starker Zusatzheizung (insbesondere bei der Injektion hochenergetischer Neutralteilchen) zu erwarten.

Wenn die Funktion $\psi_m(x)$ über den gesamten Bereich $-a \leq x \leq +a$ bekannt ist, repräsentiert Gl. (2-79) zwei *Volterra*-Integralgleichungen, die in den Intervallen $-a \leq x \leq \delta(0)$ und $\delta(0) \leq x \leq +a$ definiert sind. Unter Vorgabe von $\delta(\rho)$ können beide Gleichungen numerisch gelöst werden, wobei die Lösungen durch Variation von $\delta(\rho)$ einander anzupassen sind. Eine exakte Kenntnis des Drehwinkel-Profiles und der Elektronendichte-Verteilung reichen im Prinzip also aus, die durch $d\Psi/d\rho$ und $\delta(\rho)$ definierte Magnetfeldstruktur innerhalb des Plasmaquerschnitts vollständig zu bestimmen. In der Praxis stehen jedoch nur wenige polarimetrische Meßdaten an einigen diskreten Positionen x_i zur Verfügung, die im allgemeinen keine eindeutige Rekonstruktion gestatten. Die möglichen Lösungen müssen deshalb durch Nebenbedingungen und Zusatzinformationen eingeschränkt werden, die von anderen Diagnostiken bereitgestellt werden.

Die *Exzentrizität* $\delta(\rho)$ der Konturlinien kann zusammen mit der *Elektronendichte-Verteilung* aus den interferometrischen Daten ermittelt werden, wenn man die diskreten Meßpunkte $\Delta\varphi(x_i)$ durch einen *spline fit* miteinander verbindet¹² und das resultierende Phasenverschiebungsprofil in geeigneter Weise invertiert (Jacobson, 1982; Soltwisch, 1986b). Ein besonders übersichtliches numerisches Verfahren besteht darin, eine dreidimensionale Dichteverteilung aus dünnen Scheiben aufzubauen, deren Durchmesser und Versetzungen entlang der x -Achse so gewählt sind, daß das zugehörige Phasenverschiebungsprofil mit dem gemessenen übereinstimmt (Gottardi, 1979). Der Algorithmus beginnt mit einer untersten Scheibe der Höhe $\Delta n_e \ll n_{e, \max}$, die den Plasmaquerschnitt vollständig ausfüllt ($\rho^{(1)} = a$; $\delta^{(1)} = 0$). Die von dieser Scheibe erzeugte Phasenverschiebung wird dann vom experimentellen Profil $\Delta\varphi^{(0)}(x)$ subtrahiert. In Randnähe wird die Differenz negativ sein, weil dort die tatsächliche Dichte kleiner ist als Δn_e . Die beiden Posi-

¹² Messungen mit stark erhöhter Ortsauflösung, bei denen die neun an TEXTOR verfügbaren Kanäle über den Plasmaquerschnitt verschoben wurden, bestätigen die Zulässigkeit der *spline*-Interpolation (vgl. Abschn. 3.3.3.).

tionen $x_1^{(2)}$ und $x_2^{(2)}$, an denen die Differenz positiv wird, definieren den Radius und die Zentrumsversetzung der zweiten Scheibe gemäß

$$\rho^{(2)} = (x_2^{(2)} - x_1^{(2)})/2 \quad \text{und} \quad \delta^{(2)} = (x_1^{(2)} + x_2^{(2)})/2. \quad (2-80)$$

Die Phasenverschiebung durch diese Scheibe wird wiederum vom verbliebenen Profil $\Delta\varphi^{(n)}(x)$ subtrahiert, und der Vorgang wird solange wiederholt, bis überall $\Delta\varphi^{(n)}(x) \leq 0$ erreicht ist. Bei induktiv geheizten Plasmen ergeben sich dabei im allgemeinen Versetzungen von der Form

$$\delta(\rho) = \delta_0 [1 - (\rho/a)^p] \quad (2-81)$$

mit $2 \lesssim p \lesssim 4$ und $3 \text{ cm} \lesssim \delta_0 \lesssim 6 \text{ cm}$. Diese Verläufe stimmen gut mit den Ergebnissen numerischer Gleichgewichtsberechnungen überein (vgl. Abb. 20b), nach denen die *magnetische Achse* (d.h. die magnetische Oberfläche mit $\rho = 0$) um

$$\delta(0) [\text{cm}] \simeq 2.3 + 6 \times \beta_p \quad (2-82)$$

gegenüber dem Zentrum des Plasmaquerschnitts verschoben ist (Kaleck, 1984). Eine Messung des β_p -Wertes (z.B. mit Hilfe einer kompensierten magnetischen Schleife; Fuchs et al., 1984) erlaubt es also, die Funktion $\delta(\rho)$ bereits weitgehend einzugrenzen und durch Vergleich mit der Asymmetrie des Dichteprofiles die Voraussetzung $n_e(\rho) = \text{const}$ zu überprüfen.

Für die *Flußänderung* $d\Psi/d\rho$ lassen sich ebenfalls Rand- und Nebenbedingungen angeben, die die polarimetrischen Messungen ergänzen. Der Wert auf der Plasmaoberfläche ($\rho = a$) wird durch den toroidalen Plasmastrom I bestimmt und folgt aus der magnetischen Ringspannung

$$\oint (\mathbf{B}_p/\mu_0) d\mathbf{l} = \frac{a}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{pa}(\theta) d\theta = I, \quad (2-83)$$

mit $x = a \cos \theta$ und

$$\begin{aligned} B_{pa} &= \sqrt{[B_x(x,a)]^2 + [B_z(x,a)]^2} \\ &= \frac{1}{2\pi(R_0 + a \cos \theta)} \left(\frac{d\Psi}{d\rho} \right)_a \frac{1}{1 + (d\delta/d\rho)_a \cos \theta} \end{aligned} \quad (2-84)$$

zu

$$\Psi'_a = \left. \frac{d\Psi}{d\rho} \right|_{\rho=a} = \mu_0 I \frac{\sqrt{R_0^2 - a^2}}{a} \frac{(a - R_0 \delta'_a) \sqrt{1 - \delta'^2_a}}{a \sqrt{1 - \delta'^2_a} - \delta'_a \sqrt{R_0^2 - a^2}} \quad (2-85)$$

(θ ist der poloidale Winkel gemäß Abb. 20a, und δ'_a bezeichnet die Größe $(d\delta/d\rho)_{\rho=a}$).

Die Ableitung $(d^2\Psi/d\rho^2)_{\rho=a}$ ergibt sich aus der Forderung, daß das poloidale Magnetfeld am Plasmarand möglichst glatt in ein Vakuumfeld übergehen und die Stromdichte j_ϕ sich nicht sprunghaft ändern soll. Unter Verwendung der Feldkomponenten (2-78) erhalten wir aus Gl. (2-72)

$$j_\phi(x, \rho) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \quad (2-86)$$

$$= \frac{1}{2\pi\mu_0(R_0 + x)} \frac{\rho^2}{w^2} \left[\Psi'' + \frac{\Psi'}{\rho} \left(2 - \frac{\rho}{w} [1 - \delta'^2 + \delta''(x - \delta)] - \frac{w(x - \delta)}{\rho(R_0 + x)} \right) \right]$$

mit der Abkürzung $w = \rho + \delta'(x - \delta)$. Da j_ϕ nicht allein von ρ abhängt und deshalb nicht gleichzeitig überall auf der Randkontur null sein kann, verlangen wir, daß der Mittelwert verschwindet:

$$\hat{j}_\phi(\rho = a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} j_\phi d\theta = 0. \quad (2-87)$$

Im MHD-Gleichgewicht, das durch unser System exzentrischer, kreisförmiger Konturlinien gut approximiert wird, hat die Stromdichte auf der äußeren magnetischen Oberfläche die Form (siehe Gl. (2-71a))

$$j_\phi = R A(\Psi) + B(\Psi) / R = A(R_0 + a \cos \theta) + B/(R_0 + a \cos \theta), \quad (2-88)$$

und die Forderung (2-87) führt auf den Ausdruck

$$j_\phi(\theta, \rho = a) = A R_0 \left[1 + (a/R_0) \cos \theta - \frac{\sqrt{1 - (a/R_0)^2}}{1 + (a/R_0) \cos \theta} \right], \quad (2-89)$$

der für $(a/R_0) \ll 1$ übergeht in

$$j_\phi(\theta, \rho = a) \simeq 2 A a \cos \theta. \quad (2-89a)$$

Die Nullstelle in j_ϕ bei $\theta = \pi/2$ bzw. $(x = 0, \rho = a)$ liefert dann die Bedingung

$$\Psi''_a = \left. \frac{d^2\Psi}{d\rho^2} \right|_{\rho=a} = -\frac{\Psi'_a}{a} (1 + \delta'^2_a). \quad (2-90)$$

Weiterhin zeigt der Quotient Ψ'/ρ in Gl. (2-86), daß j_ϕ auf der magnetischen Achse nur dann endlich bleibt, wenn

$$\Psi''_0 = \left. \frac{d\Psi}{d\rho} \right|_{\rho=0} = 0. \quad (2-91)$$

Verfügen wir außerdem noch über eine Abschätzung für die axiale Stromdichte j_{z0} , können wir auch die Ableitung $(d^2\Psi/d\rho^2)_{\rho=0}$ festlegen:

$$\Psi''_0 = \frac{d^2\Psi}{d\rho^2} \bigg|_{\rho=0} = -\pi\mu_0 [R_0 + \delta(0)] j_{\phi 0}. \quad (2-92)$$

Gleichung (2-92) ist besonders dann von Nutzen, wenn im Plasmazentrum sägezahnförmige Modulationen der Elektronendichte beobachtet werden (siehe Abb. 14 auf S. 37), weil diese Erscheinung eine axiale Stromdichte von mindestens $(2B_{\phi 0})/(\mu_0 R_0)$ erfordert (vgl. Abschn. 3.2.3.). Bei vorhandener Sägezahn-Aktivität gilt also

$$|\Psi''_0| \geq 2\pi B_{\phi 0}, \quad (2-92a)$$

wobei $B_{\phi 0}$ die toroidale Feldstärke auf der magnetischen Achse bezeichnet.

Außer im Zentrum und auf der Randkontur kann die Flußänderung $d\Psi/d\rho$ in manchen Fällen auch an bestimmten Radien $0 < \rho < a$ innerhalb des Plasmaquerschnitts vorgegeben werden, wenn dort magnetohydrodynamische Instabilitäten auftreten, die sich durch geeignete Messungen identifizieren und lokalisieren lassen (meist aus räumlich eng begrenzten Schwankungen der Röntgenemission; von Goeler, 1978). Diese Instabilitäten bilden sich an solchen magnetischen Oberflächen aus, die von den helisch umlaufenden Feldlinien nicht ergodisch bedeckt werden, d.h. auf denen die Feldlinien sich nach m toroidalen und n poloidalen Umläufen wieder schließen. Das Verhältnis m/n wird als *Sicherheitsfaktor* einer solchen Oberfläche bezeichnet und ist näherungsweise gegeben durch¹³

$$\frac{m}{n} \simeq \frac{B_{\phi 0}}{R_0} \frac{\rho_{m,n}}{\bar{B}_p(\rho_{m,n})}. \quad (2-93)$$

Mit einer mittleren poloidalen Feldstärke von

$$\bar{B}_p(\rho_{m,n}) \simeq \frac{1}{2\pi R_0} \frac{d\Psi}{d\rho} \bigg|_{\rho_{m,n}} \quad (2-94)$$

folgt daraus

$$\Psi'_{\rho_{m,n}} = \frac{d\Psi}{d\rho} \bigg|_{\rho_{m,n}} \simeq \frac{n}{m} 2\pi B_{\phi 0} \rho_{m,n}. \quad (2-95)$$

Die genannten Einschränkungen für die beiden unbekannten Funktionen $\delta(\rho)$ und $d\Psi/d\rho$ müssen bei der Auswertung der polarimetrischen Messungen in geeigneter Weise berücksichtigt werden. Darüber hinaus sind die Signale durch die elliptische Polarisierung der Meßwellen beeinflusst, die ihrerseits von den gesuchten Verteilungen

¹³ Für eine ausführliche Darstellung siehe Abschn. 3.2.1..

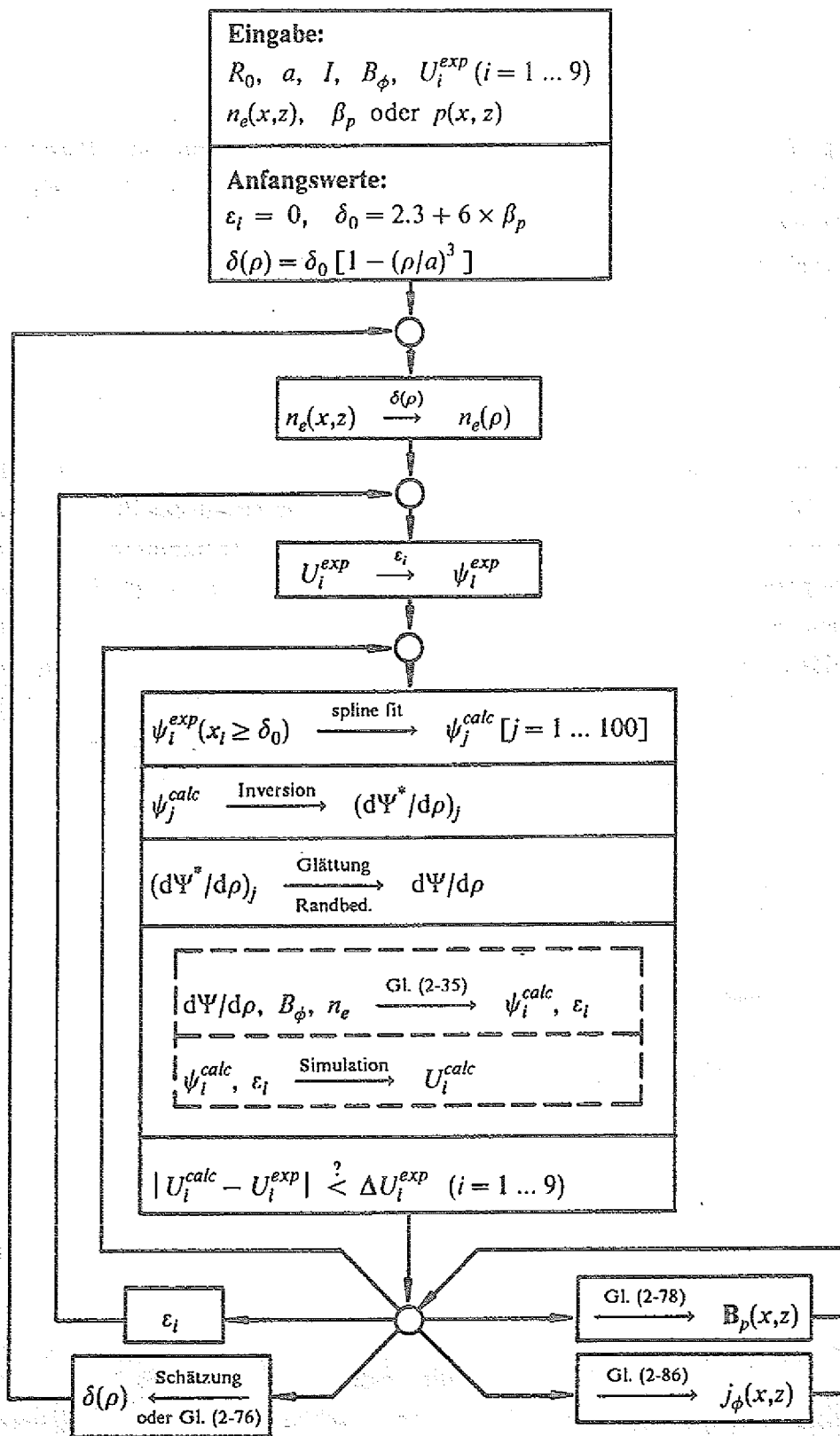


Abb. 22. Rechenprogramm zur Rekonstruktion der Magnetfeldverteilung: Die Iterations-schleifen passen die elliptische Polarisierung der Meßstrahlen der Magnetfeldstruktur an und gestatten eine Variation sowohl der Exzentrizität $\delta(\rho)$ als auch der Interpolation zwischen den diskreten Meßpunkten.

abhängt und iterativ zu bestimmen ist. Für die Rekonstruktion des poloidalen Magnetfeldes verwenden wir deshalb ein *Rechenprogramm*, dessen Ablauf in Abb. 22 dargestellt ist (Soltwisch, 1986a). Eingangsdaten sind die Position R_0 und der Radius a des Plasmas, die Elektronendichteverteilung $n_e(x,z)$ und die polarimetrischen Meßsignale U_i^{exp} (mit $1 \leq i \leq 9$ entsprechend den verfügbaren Meßstrahlen). Zur Abschätzung der Exzentrizität $\delta(\rho)$ benötigen wir den β_p -Wert oder ein vollständiges Druckprofil $p(x,z)$, das allerdings die Kenntnis der Temperaturverteilungen voraussetzt. Der toroidale Strom I dient der Festlegung des Randwertes $(d\Psi/d\rho)_e$, und die toroidale Feldstärke B_ϕ ist erforderlich, um die elliptische Polarisierung ε_i der Meßstrahlen zu berechnen. Wir beginnen mit der Annahme $\varepsilon_i = 0$ und wählen zunächst eine Oberflächenverschiebung $\delta(\rho)$ gemäß Gl. (2-81), (2-82). Dann passen wir die gemessene Elektronendichteverteilung diesem System exzentrischer Konturlinien an, wobei wir prüfen, ob die erforderlichen Variationen innerhalb der Meßgenauigkeit zulässig sind. Als nächstes schätzen wir mit Hilfe von Gl. (2-57) den Einfluß der Elliptizitäten ε_i auf die Meßsignale U_i^{exp} ab und reduzieren die Daten auf die Faraday-Drehwinkel ψ_i^{exp} . Die Winkel aus der äußeren Hälfte des Plasmaquerschnitts ($x_i \geq \delta_0$) erweitern wir durch eine *spline*-Interpolation auf hundert Punkte ψ_i^{calc} und teilen den Querschnitt in entsprechend viele exzentrische Ringzonen mit etwa konstanter Dichte und Flußänderung auf. Dadurch lassen sich die Integralausdrücke (2-79) für ψ_i^{calc} als endliche Summen schreiben, und das resultierende lineare Gleichungssystem kann nach den Flußänderungen $(d\Psi'/d\rho)_i$ aufgelöst werden. Diese erste, noch mit Streuungen behaftete Verteilung wird geglättet und den oben abgeleiteten Rand- und Nebenbedingungen angepaßt. Damit verfügen wir über eine Magnetfeldstruktur, die wir zur Simulation der polarimetrischen Signale U_i^{calc} unter Berücksichtigung der apparativen und plasmaphysikalischen Besonderheiten unserer Meßanordnung verwenden können (vgl. Abschn. 2.2.2. und Abb. 13 auf S. 36). Im allgemeinen werden die Differenzen $|U_i^{calc} - U_i^{exp}|$ zunächst größer sein als die experimentellen Fehlergrenzen. In einer ersten Iteration ersetzen wir deshalb die Anfangsschätzung $\varepsilon_i = 0$ durch die elliptische Polarisierung der Meßstrahlen, die von der zuvor bestimmten Feldverteilung erzeugt wird. Die verbleibende Diskrepanz zwischen den berechneten und gemessenen Signalen müssen wir dann durch wiederholte Anpassung der ε_i -Werte sowie durch Variation der Exzentrizität $\delta(\rho)$ und der *spline*-Interpolation zwischen den Punkten $\psi_i^{exp}(x_i)$ so weit reduzieren, daß sie für alle Kanäle innerhalb der Meßtoleranzen bleibt. Die resultierenden Funktionen $\delta(\rho)$ und $d\Psi/d\rho$, die sowohl mit den polarimetrischen Daten als auch mit den eingebrachten Nebenbedingungen verträglich sind, liefern schließlich mit Hilfe der Gleichungen (2-78) und (2-86) die gesuchte Magnetfeldverteilung $B_\phi(x,z)$ und das Stromdichteprofil $j_\phi(x,z)$.

2.3.4. Fehlerabschätzung

Die rekonstruierten Feld- und Stromdichteverteilungen sind mit gewissen Unsicherheiten behaftet, die sich sowohl aus den systematischen und statistischen Fehlern in

den polarimetrischen Messungen als auch aus der notwendigen Interpolation zwischen den diskreten Meßpunkten und den Annahmen über die Form und Symmetrieeigenschaften des Plasmas ergeben. Eine detaillierte Analyse der systematischen Meßfehler, bei der neben den konstruktiven Besonderheiten auch äußere Einflüsse auf die Meßapparatur zu berücksichtigen sind, wäre allerdings sehr aufwendig und ließe über den Einzelfall hinausgehende Verallgemeinerungen kaum zu. Wir beschränken uns daher im folgenden auf die Wirkung statistischer Fehler, deren Streuung wir so groß ansetzen, daß systematische Störungen in jedem Fall eingeschlossen sind. Diese Überbetonung der Meßungenauigkeit führt zu einer relativ hohen Unschärfe der gesuchten Verteilungen und kompensiert damit teilweise die geringe Anzahl gemessener Stützstellen im Drehwinkelprofil. Abweichungen der magnetischen Oberflächen von der Kreisform und der genaue Verlauf der Exzentrizität $\delta(\rho)$ können grundsätzlich in das oben beschriebene Auswerteprogramm einbezogen werden, wenn die Iterationsschleife um eine vollständige numerische Gleichgewichtsberechnung erweitert und die Ringzerlegung des Plasmaquerschnitts auf nicht kreisförmige Konturen ausgedehnt wird. In der Praxis würde dieses Vorgehen jedoch den Einsatz einer Großrechenanlage erfordern und den Zeitaufwand für die Analyse der Meßdaten erheblich verlängern. Im Anschluß an die statistische Fehlerabschätzung untersuchen wir deshalb, welche Ungenauigkeiten durch unser vereinfachtes Auswerteverfahren entstehen.

Systematische Meßfehler infolge schleichender Dejustierung des optischen Aufbaus oder Driften in der signalverarbeitenden Elektronik sind durch die in Abschn. 2.2.3. beschriebenen Funktionsprüfungen und häufige Eichungen der Gesamtanordnung weitgehend auszuschließen. Darüber hinaus werden Abweichungen vom Idealverhalten der optischen Elemente oder der Signalerfassung ebenso wie die elliptische Polarisierung der Meßwellen bei der Berechnung der Ausgangssignale berücksichtigt. Dagegen läßt sich ein leichtes Übersprechen zwischen den Meßkanälen (d.h. eine wechselseitige Beeinflussung durch unkontrollierte Rückstreuungen einzelner Strahlen in den Laserresonator oder Ausbildung stehender Wellen zwischen teilweise reflektierenden Bauteilen im Strahlengang des Instruments) nur schwer erfassen, weil dieser Effekt hauptsächlich durch eine Richtungsablenkung der Meßstrahlen verursacht wird und damit von den Dichtegradienten innerhalb des Plasmas abhängt. Simulationsexperimente mit Keilplatten (vgl. Abschn. 2.2.3.) zeigen jedoch, daß die resultierende Beeinflussung benachbarter Strahlen den Rauschpegel der Meßsignale nicht wesentlich übersteigt, der bei typischen Zeitkonstanten von einigen Millisekunden einer Unschärfe der Faraday-Drehwinkel von etwa 2 mrad entspricht (vgl. Abb. 15 auf S. 38).

Die Auswirkung der *statistischen Meßfehler* auf die Bestimmung der Magnetfeldverteilung sind durch Modellrechnungen zu ermitteln, bei denen sowohl die räumliche Struktur des Plasmas als auch der Einfluß transversaler Feldkomponenten auf die Polarisierung der Meßwellen als bekannt vorausgesetzt werden. In einer eher pessi-

mistischen Abschätzung der Meßungenauigkeiten nehmen wir an, daß die Standardabweichung der experimentell bestimmten Faraday-Drehwinkel von den tatsächlichen Werten 3 mrad beträgt. Für eine quantitative Analyse beschränken wir uns exemplarisch auf das in Abschn. 2.1.1. definierte zylindersymmetrische Referenzplasma mit den Verteilungen

$$n_e(r) = n_{e0} [1 - (r/a)^2] \quad (n_{e0} = 5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}),$$

$$j(r) = j_0 [1 - (r/a)^2]^3 \quad (j_0 = 2 \text{ MA m}^{-2}),$$

$$B_p(r) = B_{p0}(r/a) [4 - 6(r/a)^2 + 4(r/a)^4 - (r/a)^6] \quad (B_{p0} = 0.16 \text{ T}),$$

und den resultierenden Phasenverschiebungs- und Drehwinkelprofilen

$$\Delta\varphi(x) = \Delta\varphi_0 [1 - (x/a)^2]^{3/2}$$

$$(\Delta\varphi_0 = \frac{4}{3} \frac{e^2 \lambda}{4\pi c^2 \epsilon_0 m_e} n_{e0} a = 31.62 \text{ rad}),$$

$$\psi(x) = \psi_0 (x/a) \sqrt{1 - (x/a)^2} [325 - 745(x/a)^2 + 684(x/a)^4 - 328(x/a)^6 + 64(x/a)^8]$$

$$(\psi_0 = \frac{2}{315} \frac{e^3 \lambda^2}{4\pi^2 c^3 \epsilon_0 m_e^2} n_{e0} B_{p0} a = 1.514 \text{ mrad}).$$

Entsprechend der realen Anordnung der Meßkanäle greifen wir aus diesen Profilen je fünf Werte $\Delta\varphi(x_i)$ bzw. $\psi(x_i)$ bei den Positionen $x_i/a = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ heraus und versehen sie mit Hilfe eines Zufallsprogramms (Miller, 1982) mit normalverteilten Fehlern der Streuung $\sigma_{\Delta\varphi} = 125 \text{ mrad}$ und $\sigma_{\psi} = 3 \text{ mrad}$. Diese "Meßwerte" übertragen wir gemäß $\Delta\varphi^*(-x_i) = \Delta\varphi^*(x_i)$ bzw. $\psi^*(-x_i) = -\psi^*(x_i)$ in die andere Hälfte des Plasmaquerschnitts und interpolieren daraus mittels kubischer *spline-fits* vollständige $\Delta\varphi^*(x)$ - und $\psi^*(x)$ -Profile, aus denen wir nach der Methode von Nestor und Olsen (1960) die lokalen Verteilungen $n_e^*(r)$ und $B_p^*(r)$ bzw. $j^*(r)$ rekonstruieren (vgl. Abschn. 2.3.1.). Durch häufige Wiederholung dieser Prozedur ergeben sich Kurvenscharen, für die wir am festen Ort r die Mittelwerte und Standardabweichungen bestimmen und mit den Ausgangsverteilungen vergleichen können.

Die hohe Auflösung der interferometrischen Messungen gestattet eine recht genaue Reproduktion des Elektronendichteprofiles, wobei die rückgerechneten Verteilungen mit einer Standardabweichung $\sigma_{n_e} < 2.5 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ um das mittlere Profil schwanken, das seinerseits um maximal $5 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$ von der vorgegebenen Dichteverteilung abweicht. Für die Poloidalfeld- und Stromdichteprofile erhalten wir die in Abb. 23 gezeigten Verläufe, deren Fehlergrenzen die Streuung der Elektronendichte bereits berücksichtigen. Bei mittleren Radien $0.4 \lesssim r/a \lesssim 0.6$ beträgt die Standardabweichung für B_p etwa 5% und wächst zum Rand hin stark an. Diese Zunahme kann allerdings durch die Forderung eingeschränkt werden, daß das Poloidalfeld auf der Plasmaoberfläche den vom Gesamtstrom bestimmten Wert $B_{p0} = (\mu_0 I)/(2\pi a)$ annehmen muß. Ohne Berücksichtigung dieser Randbedingung wird das Stromdichteprofil jenseits von $r/a \simeq 0.7$ so ungenau, daß quantitative Aussagen nicht mehr sinnvoll sind. Die kleinste Streuung mit einer

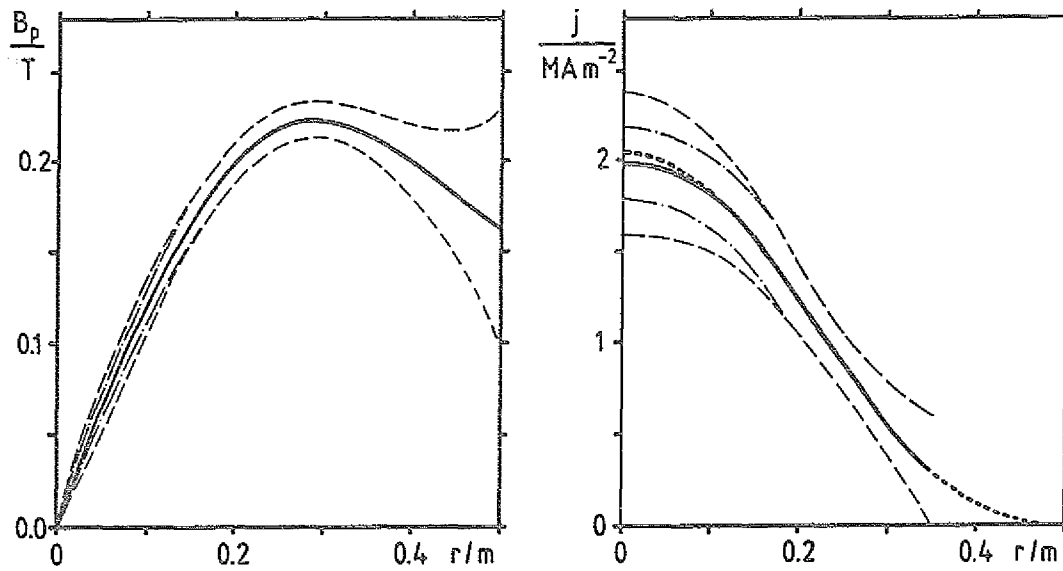


Abb. 23. Einfluß statistischer Meßfehler auf die Profilrekonstruktion: Ausgangsverteilungen (-----) und mittlere Profile (—) nach hundert Auswertungen; die Standardabweichungen (---) können im Zentrum durch geeignete Zusatzmessungen reduziert werden.

Standardabweichung von etwa 15% weisen die rekonstruierten Stromdichteverteilungen bei $r/a \approx 0.4$ auf. In der Plasmamitte steigt die Standardabweichung auf rund 20% an. Sie läßt sich auf etwa 10% reduzieren, wenn der Zentralwert des zu invertierenden Profils $\psi(x)/x$ (d.h. die Steigung des Drehwinkelprofils bei $x=0$) mit einer Genauigkeit von $\lesssim 3\%$ bekannt ist. In der Praxis kann diese Information durch eine langsame Verschiebung des Plasmas senkrecht zu den Meßstrahlen gewonnen werden (vgl. Abschn. 2.3.1.). Vergleichbare Modellrechnungen von Kunz (1979) unter Anwendung anderer Interpolations- und Inversionstechniken kommen bezüglich der Auswirkung statistischer Fehler in den polarimetrischen Messungen zu ähnlichen Resultaten.

Abweichungen der magnetischen Oberflächen von der Kreisform führen zu einer Änderung des Faraday-Drehwinkelprofils, die wir nur dann vernachlässigen können, wenn sie innerhalb der Meßtoleranzen bleibt. Für eine Abschätzung verformen wir das bisher betrachtete zylindersymmetrische Plasma so, daß die magnetischen Oberflächen gemäß Abb. 24a einen Satz einander ähnlicher Ellipsen mit der Elongation $E = a_z/a_x$ bilden, wobei sowohl die auf einer Konturlinie vorhandene Elektronendichte und Poloidalfeldstärke als auch die Querschnittsfläche $\pi a_x a_z$ erhalten bleiben soll. Wir bedienen uns dazu der Koordinatentransformation $\xi = x/\sqrt{E}$ und $\zeta = z\sqrt{E}$, die einen Kreis $x^2 + z^2 = r^2$ in die flächengleiche Ellipse $E\xi^2 + \zeta^2/E = r^2$ überführt. Der Weg eines vertikalen Meßstrahls, der eine gegebene magnetische Oberfläche gerade tangiert, verlängert sich dann um den Faktor $\sqrt{E}$. Gleichzeitig geht die für den Faraday-Effekt

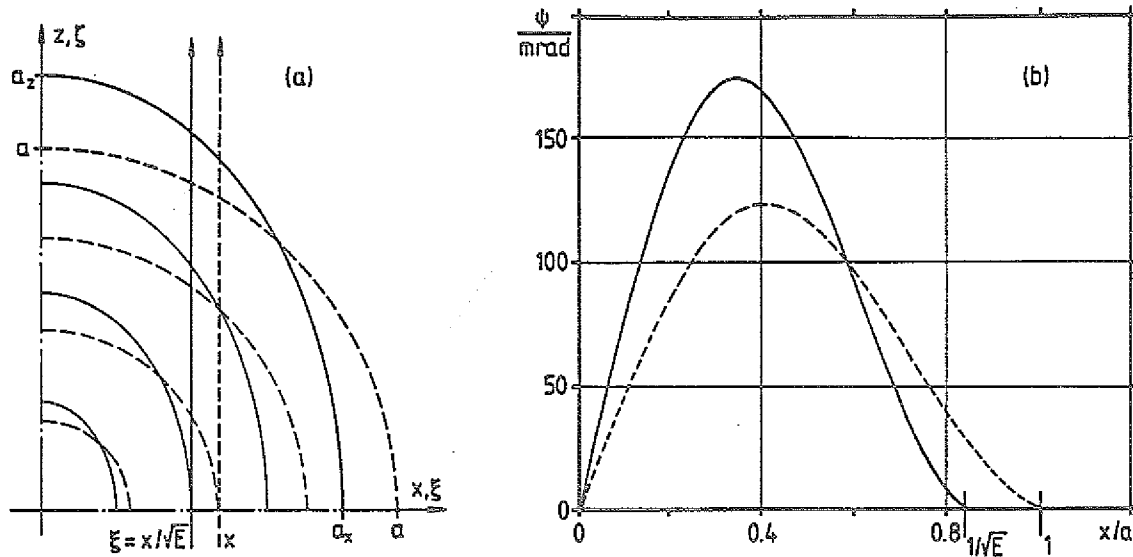


Abb. 24. Einfluß elongierter Querschnitte auf die polarimetrischen Daten: (a) elliptische Deformierung des Plasmaquerschnitts und (b) resultierende Änderung des Faraday-Drehwinkelprofils.

maßgebliche Parallelkomponente von $B_z = (x/r) B_r(r)$ in $B_z = \sqrt{E} (\xi/r) B_r(r)$ über, so daß sich der Drehwinkel insgesamt um den Faktor E vergrößert:

$$\psi_{Ell}(\xi) = E \psi_{Kr}(x). \quad (2-96)$$

Das Maximum des Drehwinkelprofils wächst also proportional zur Elongation des Plasmaquerschnitts an. Für elliptische Deformationen von weniger als 3% (vgl. Abschn. 2.3.2.) und typische Meßwerte von $\psi_{max} \gtrsim 100$ mrad liegen die Abweichungen jedoch noch innerhalb der angenommenen Streuung von ± 3 mrad.

Den Einfluß der Exzentrizität $\delta(\rho)$ der magnetischen Oberflächen schätzen wir ab, indem wir das Integral (2-79)

$$\psi_m(x) = \frac{c_B}{2\pi(R_0 + x)} \int_{\rho_{min}}^a n_e(\rho) \frac{d\Psi}{d\rho} \frac{x - \delta(\rho)}{\{\rho^2 - [x - \delta(\rho)]^2\}^{1/2}} d\rho$$

unter Variation der Funktion (2-81)

$$\delta(\rho) = \delta_0 [1 - (\rho/a)^p]$$

im Bereich $3 \text{ cm} \leq \delta_0 \leq 6 \text{ cm}$ und $2 \leq p \leq 4$ numerisch lösen. Das Elektronendichteprofil $n_e(\rho)$ und die Flußänderung $d\Psi/d\rho$ setzen wir so an, daß sie für $R_0/a \rightarrow \infty$ den zylindersymmetrischen Verteilungen unseres Referenzplasmas entsprechen. Die Abbildungen 25a,b zeigen, daß die Drehwinkel relativ unempfindlich auf Änderungen der Exzentrizität reagieren (die Streuung ist fast überall kleiner als 6 mrad; zum besseren

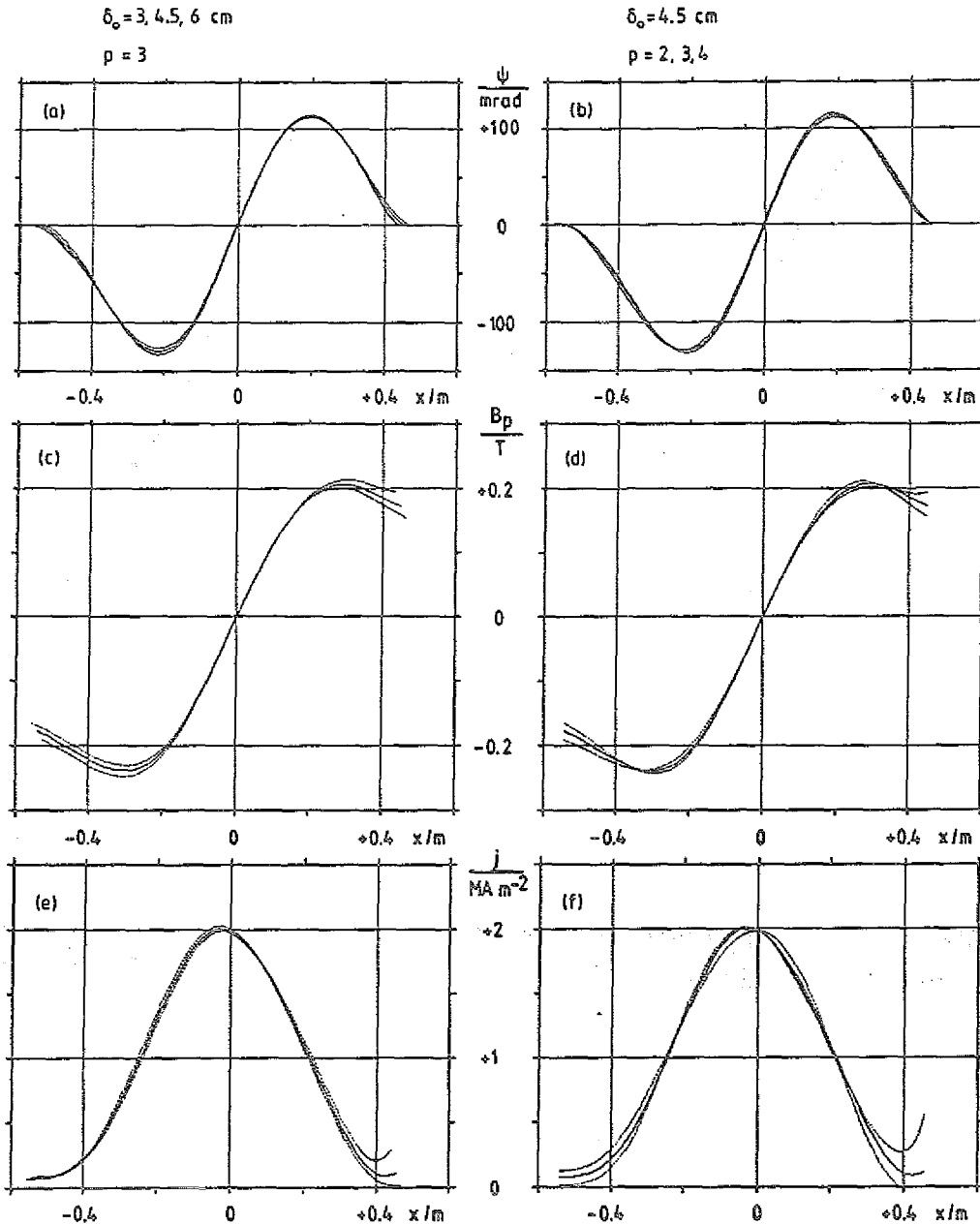


Abb. 25. Einfluß der Exzentrizität $\delta(\rho)$ auf die Profilformen: (a-b) Faraday-Drehwinkelprofile $\psi_m(x)$, (c-d) Poloidalfeldverteilungen $B_p(x, z \equiv 0)$ und (e-f) Stromdichteprofile $j(x, z \equiv 0)$ des Referenzplasmas in toroidaler Geometrie bei unterschiedlichen Exzentrizitäten $\delta(\rho) = \delta_0 [1 - (\rho/a)^2]$ der magnetischen Oberflächen.

Vergleich der Profile wurde der Ursprung des Koordinatensystems abweichend von Abb. 21 in die magnetische Achse verlegt). Die zulässige Variationsbreite von $\delta(\rho)$ erhöht die Unsicherheit der rekonstruierten Magnetfeld- und Stromdichteverteilungen, deren Konturlinien in toroidaler Geometrie nicht mit den magnetischen Oberflächen zusammenfallen. Nach Gl. (2-78) und (2-86) ändern sich B_p und j auf einer gegebenen Oberfläche in der Torusmittelebene ($z \equiv 0$) gemäß

$$B_p(\rho) = \pm \frac{1}{2\pi(R_0 + \delta(\rho) \pm \rho)} \Psi'(\rho) \frac{1}{1 \pm \delta'(\rho)}, \quad (2-97)$$

$$j(\rho) = \frac{1}{2\pi\mu_0(R_0 + \delta \pm \rho)} \frac{1}{(1 \pm \delta')^2} \left[\Psi'' + \frac{\Psi'}{\rho} \left(2 - \frac{1 - \delta'^2 \pm \rho\delta''}{1 \pm \delta'} \mp \frac{\rho(1 \pm \delta')}{R_0 + \delta \pm \rho} \right) \right].$$

Mit $x(\rho) = \delta(\rho) - \delta_0 \pm \rho$ ergeben sich daraus die in Abb. 25c-f gezeigten Profile $B_p(x)$ und $j(x)$ für verschiedene, innerhalb der Meßgenauigkeit erlaubte Exzentrizitäten $\delta(\rho)$. Die resultierende Unschärfe ist insbesondere im Zentraltail der Verteilungen deutlich kleiner als die Auswirkungen statistischer Meßfehler (vgl. Abb. 23), so daß die Einbeziehung einer vollständigen Gleichgewichtsberechnung in das Auswerteverfahren allenfalls für den Randbereich eine Verbesserung erwarten läßt.

2.3.5. Ermittlung von Profilparametern

Die in Abschn. 2.3.3. beschriebene Analyse der interferometrischen und polarimetrischen Meßdaten erfordert einen erheblichen Zeitaufwand und ist daher kaum geeignet, während des Experimentierbetriebs kurzfristig Informationen über die Elektronen- und Stromdichteverteilungen oder deren Beeinflussung durch operative Maßnahmen bereitzustellen. Da die benötigten Aussagen sich häufig auf allgemeine Trends in den Profilentwicklungen beschränken, genügen zu ihrer Charakterisierung meist einfache Formparameter, die sich unmittelbar aus den Meßsignalen ableiten und durch geeignete Rechenschaltungen auf einem Registriergerät kontinuierlich darstellen lassen.

Zur Beschreibung der *Elektronendichteverteilung* durch einen Formparameter u und eine Skalierungsgröße n_{e0} wählen wir den zylindersymmetrischen Ansatz

$$n_e(r) = n_{e0} [1 - (r/a)^u] \quad (2-98)$$

und berechnen die liniengemittelte Dichte entlang des Plasmaradius

$$\bar{n}_e = (1/a) \int_0^a n_e(r) dr = n_{e0} u/(u+1) \quad (2-99a)$$

sowie den flächengemittelten Wert im Plasmaquerschnitt

$$\bar{\bar{n}}_e = (2/a^2) \int_0^a n_e(r) r dr = n_{e0} u/(u+2), \quad (2-99b)$$

so daß wir u darstellen können als

$$u = (2\bar{\bar{n}}_e - \bar{n}_e)/(\bar{n}_e - \bar{\bar{n}}_e). \quad (2-100)$$

Die Größen $\bar{n}_e$ und $\bar{\bar{n}}_e$ ergeben sich aus den interferometrisch bestimmten Phasenverschiebungen $\Delta\varphi(x)$ gemäß

$$\bar{n}_e = (2ac_n)^{-1} \Delta\varphi(0) \quad (2-101a)$$

$$\bar{\bar{n}}_e = (\pi a^2)^{-1} \int_{-a}^{+a} \left(\int_{-(a^2-x^2)^{1/2}}^{+(a^2-x^2)^{1/2}} n_e(x, z) dz \right) dx = (\pi a^2 c_n)^{-1} \int_{-a}^{+a} \Delta\varphi(x) dx \quad (2-101b)$$

($c_n = (-e^2\lambda)/(4\pi c^2 \epsilon_0 m_e)$; siehe Gl. (2-43)). Stehen genügend Strahlen zur Verfügung, dann können wir das Integral in (2-101b) durch eine Linearkombination der Meßwerte $\Delta\varphi_i \equiv \Delta\varphi(x_i)$ approximieren:

$$F = \int_{-a}^{+a} \Delta\varphi(x) dx \simeq \sum_{i=0}^N [(\Delta\varphi_{i+1} + \Delta\varphi_i)/2] (x_{i+1} - x_i) \quad (2-101c)$$

(mit $x_0 = -a$, $x_{N+1} = +a$ und $\Delta\varphi_0 = \Delta\varphi_{N+1} = 0$). Damit erhalten wir den Formparameter u als einfache Funktion der gemessenen Phasenverschiebungen:

$$u = \frac{4F - \pi a \Delta\varphi(0)}{\pi a \Delta\varphi(0) - 2F} \quad (2-102)$$

Für die *Stromdichteverteilung*, die im allgemeinen schmaler ist als das Elektronendichteprofil, wählen wir die Form

$$j(r) = j_0 [1 - (r/a)^2]^w \quad (2-103)$$

mit dem Zentralwert $j_0 = (w+1)I/(\pi a^2)$, der die Nebenbedingung

$$I = 2\pi \int_0^a j(r) r dr \quad (2-104)$$

erfüllt. Um den Parameter w durch eine Kombination von Meßgrößen auszudrücken, charakterisieren wir die Kontraktion des Stromdichteprofiles durch den Bruchteil ΔI des Gesamtstroms, der innerhalb des Radius $r_0 \simeq a/3$ fließt. Da die Feldstärke $B_p(r_0)$ am Rand dieses Gebietes proportional zum eingeschlossenen Strom ist, wird die Faraday-Drehung eines Meßstrahls, der diesen Bereich tangiert, empfindlich auf Änderungen von ΔI reagieren.¹⁴ Der Drehwinkel $\psi_m(x=r_0)$, normiert auf den Gesamtstrom I , ist also ein ge-

¹⁴ Obwohl ψ_m eine linienintegrierte Größe ist, trägt der zentrumsnahe Teil des Strahlweges am meisten zur Faraday-Rotation bei, weil hier die Elektronendichte am höchsten ist und die erfaßte Feldkomponente $B_{p||} = (x/r)B_p(r)$ mit zunehmendem Abstand r vom Zentrum abgeschwächt wird (vgl. Abschn. 2.3.1.).

eignetes Maß für die Form der Stromdichteverteilung, wenn wir die Abhängigkeit von der Elektronendichte durch eine weitere Normierung auf die Phasenverschiebung $\Delta\varphi(x=r_0)$ berücksichtigen. Der funktionale Zusammenhang zwischen diesen Meßgrößen und dem Formparameter w ergibt sich aus dem von der Stromdichteverteilung (2-103) erzeugten Poloidalfeld

$$B_p(r) = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r j(r') r' dr' = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \{1 - [1 - (r/a)^2]^{w+1}\}, \quad (2-105)$$

und der resultierenden Faraday-Rotation

$$\psi_m(x) = \frac{c_B \mu_0}{2\pi} n_{e0} I x \int_x^a \frac{[1 - (r/a)^2]^u \{1 - [1 - (r/a)^2]^{w+1}\}}{r (r^2 - x^2)^{1/2}} dr. \quad (2-106)$$

Für eine parabolische Elektronendichteverteilung mit $u=2$ und für ganzzahlige Werte von w können wir das Integral analytisch lösen, und wenn wir durch den Gesamtstrom I und die Phasenverschiebung

$$\Delta\varphi(x) = 2c_n n_{e0} \int_x^a \frac{r [1 - (r/a)^2]}{(r^2 - x^2)^{1/2}} dr = (4/3) c_n n_{e0} a [1 - (x/a)^2]^{3/2} \quad (2-107)$$

dividieren, erhalten wir für unsere Signalkombination den Ausdruck

$$Q(x) = \frac{\psi_m(x)}{I \Delta\varphi(x)} = \frac{\mu_0 c_B}{4\pi c_n a^2} x \sum_{i=0}^w b_i(w) (x/a)^{2i}. \quad (2-108)$$

Um daraus eine kontinuierliche Funktion von w zu erzeugen, vernachlässigen wir wegen $(x/a) \lesssim 0.4$ alle Terme von höherer Ordnung als 2 und approximieren die verbleibenden Koeffizienten b_0 und b_1 durch lineare Regression im Bereich $0 \leq w \leq 4$:

$$\begin{aligned} b_0(w) &\simeq b_{00} + b_{01}w = 1.087 + 0.659w, \\ b_1(w) &\simeq b_{10} + b_{11}w = 0.489 - 1.563w. \end{aligned} \quad (2-109)$$

Die starke Abhängigkeit der Größe Q von der relativen Position (x/a) des Meßstrahls kann in der Praxis zu beträchtlichen Fehlern führen, wenn das Plasma sich während der Entladung verschiebt. Zur Vermeidung dieser Unsicherheit nutzen wir den nahezu linearen Verlauf von $Q(x)$ in der Nähe des Nullpunktes aus und bestimmen Q auf beiden Seiten des Plasmazentrums bei x_+ und $x_- \simeq -x_+$. Eine leichte Plasmaverschiebung quer zu den Meßstrahlen ändert $Q(x_+)$ und $Q(x_-)$ um etwa denselben Betrag, so daß ihre Differenz näherungsweise konstant bleibt. Aus den Gleichungen (2-108) und (2-109) ermitteln wir dann die Funktion $w = f[Q(x_+) - Q(x_-)]$, die allerdings in relativ komplizierter Weise vom Plasmaradius a abhängt und durch eine analoge Rechenschaltung

schwierig zu simulieren ist. Deshalb entwickeln wir den Ausdruck um einen mittleren Wert von a und erhalten schließlich den einfachen linearen Zusammenhang

$$w \approx k_1 [Q(x_+) - Q(x_-)] + k_2 a + k_3 \quad (2-110)$$

mit Koeffizienten k_i , deren Werte sich aus den Strahlpositionen und dem Plasmaradius ergeben. Um die Gültigkeit der Näherungen zu prüfen, berechnen wir $Q(x_+)$ durch numerische Integration für verschiedene Elektronendichteprofile ($1 \leq u \leq 3$), Radien ($0.44 \text{ m} \leq a \leq 0.5 \text{ m}$) und Plasmapositionen ($-3 \text{ cm} \leq \Delta x \leq +3 \text{ cm}$) und vergleichen die aus Gl. (2-110) folgenden Formparameter mit den Eingangswerten. Selbst an den Grenzen der Variationsbereiche bleiben die Abweichungen innerhalb einer Bandbreite $1 \leq w \leq 5$ kleiner als 30%.

Geeignete Rechenschaltungen, die die gemessenen Phasenverschiebungen $\Delta\varphi(x_i)$ und Faraday-Rotationswinkel $\psi_m(x_i)$ entsprechend den Gleichungen (2-102) und (2-110) unmittelbar in die Formparameter u und w umsetzen, sind aus integrierten Schaltkreisen einfach aufzubauen (Brüssau und Soltwisch, 1987). Abbildung 26a zeigt als Anwendungsbeispiel die entsprechenden Signale einer TEXTOR-Entladung zusammen mit dem Plasmastrom I und der liniengemittelten Elektronendichte $\bar{n}_e$. Im Zeitintervall 0.8 – 1.7 sec sorgt eine trapezförmige Modulation des Stroms für deutliche Profiländerungen. Da $n_e(r)$ und $j(r)$ durch verschiedene Ansätze dargestellt werden, bewirkt eine simultane Verbreiterung beider Verteilungen gegenläufige Änderungen der Formparameter. Während u der Stromänderung unmittelbar folgt, schwingt w zunächst über und stellt sich verzögert auf einen neuen Wert ein. Diese Verzögerung wird durch den Skin-Effekt verursacht, der plötzliche Änderungen der Stromverteilung innerhalb des leitfähigen Plasmas nicht zuläßt. Während der steilen Stromrampen können die Profile erheblich deformiert werden, so daß die Formparameter hier wenig aussagekräftig sind. Unter quasi-stationären Bedingungen beschreiben die Gleichungen (2-98) und (2-103) die tatsächlichen Elektronen- und Stromdichteverteilungen jedoch recht gut. In Abb. 26b werden die aus den Formparametern bestimmten Profile mit Verteilungen verglichen, die sich aus einer vollständigen Analyse aller Meßdaten ergeben. Die Zentralwerte der genäherten Profile genügen dabei den Bedingungen $j_0 = (w+1)I/(\pi a^2)$ und $n_{e0} = [(u+1)/(2ac_n u)]\Delta\varphi(0)$. Abgesehen von einer leichten Asymmetrie, die durch die toroidale Geometrie des Plasmas verursacht wird und in unserem zylindrischen Ansatz nicht berücksichtigt ist, wird lediglich das sehr schmale Stromdichteprofil zum Zeitpunkt $t = 0.65 \text{ sec}$ nicht gut erfaßt. Die Abweichung ist im wesentlichen darauf zurückzuführen, daß die Näherungsformel (2-110) für $w \gtrsim 3.5$ zunehmend ungenauer wird. Wegen ihrer unmittelbaren Verfügbarkeit und einfachen Interpretation haben sich die Profilparameter als nützliche Hilfsmittel erwiesen, die insbesondere bei Experimenten zur Heizung des Plasmas durch leistungsstarke Hochfrequenzimpulse häufig genutzt werden (siehe z.B. Messiaen et al., 1986).

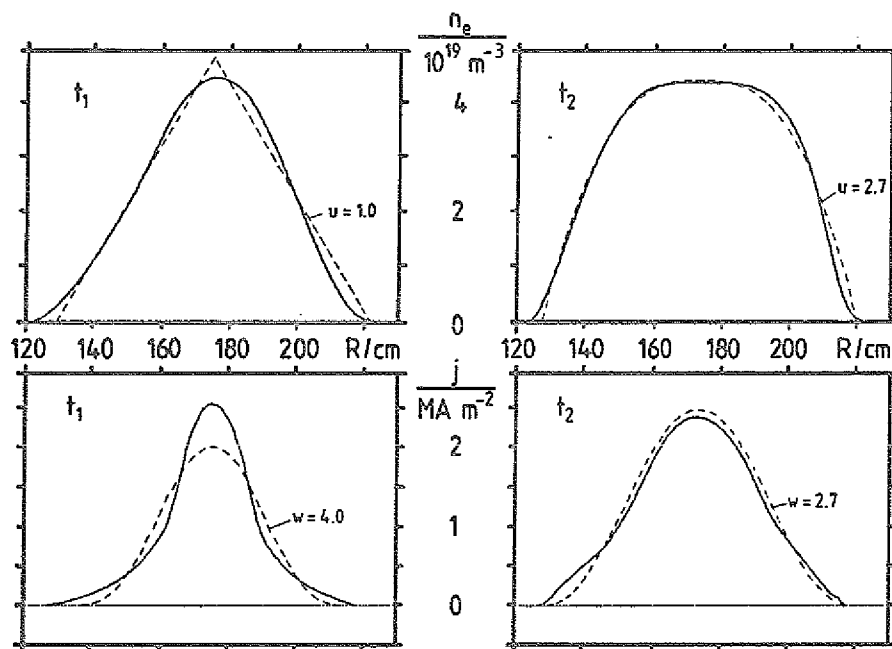
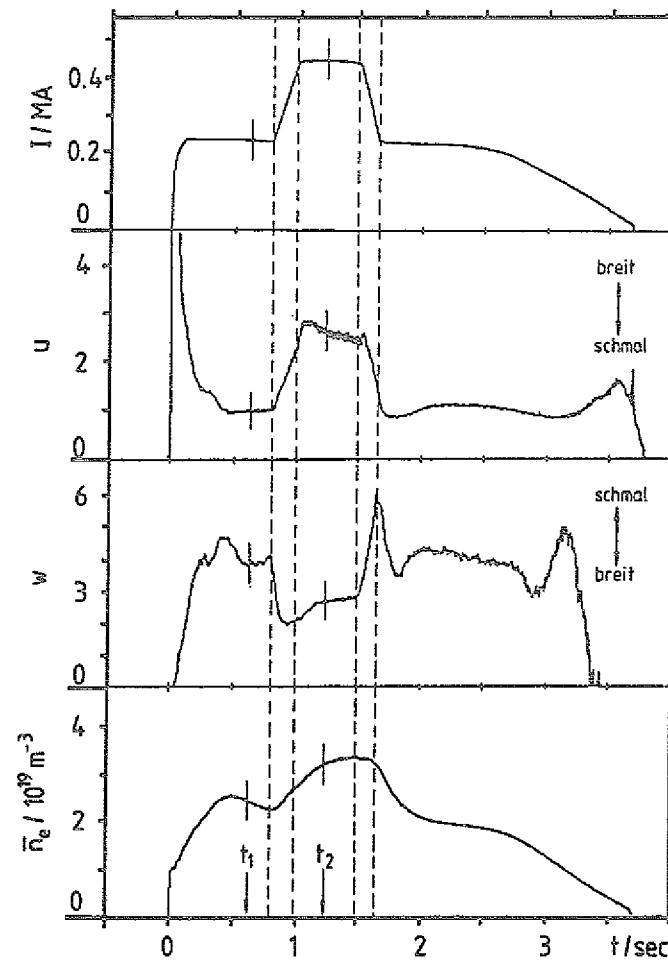


Abb. 26. Zeitliche Entwicklung der Elektronen- und Stromdichteprofile: (a) Plasmastrom I , Formparameter u und w und liniengemittelte Elektronendichte $\bar{n}_e$ in einer TEXTOR-Entladung. (b) Vergleich der aus den Formparametern ermittelten Profile (-----) mit Verteilungen, die durch eine vollständige Analyse aller Daten gewonnen wurden (—).

3. EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE

Das Vielkanal-Polari-Interferometer an TEXTOR hat seit seiner Installation im Jahre 1982 mehr als 95% aller Plasmaentladungen erfaßt. Die hohe Betriebssicherheit des Instruments ist im wesentlichen dem robusten mechanischen Aufbau und der Zuverlässigkeit der Strahlungsquelle zu verdanken und hat schon bald zu einer Einbindung in das Kontrollsystem des Tokamaks geführt. Zu diesem Zweck wurde eine Reihe analoger Rechenschaltungen entwickelt, die die Meßdaten bereits während des Entladungsablaufs in geeignete Registrier- und Steuersignale umsetzen. Sie gestatten neben der Bereitstellung schneller Übersichtsinformationen auch die Positionierung des Plasmas im Vakuumgefäß (Soltwisch et al., 1983) und die Regelung der Neutralgas-Zufuhr (Bertschinger et al., 1987). Die gespeicherten Phasenverschiebungen und Faraday-Rotationswinkel umfassen Entladungen in nahezu allen Betriebsbereichen der TEXTOR-Maschine und bilden eine breite Grundlage für die Untersuchung des magnetischen Einschlusses von Hochtemperatur-Plasmen. Zur Behandlung spezieller Probleme, die über eine empirische Ermittlung einfacher parametrischer Abhängigkeiten hinausgehen, muß diese Datenbasis allerdings in den meisten Fällen durch gezielte Experimente ergänzt und die Meß- und Auswertetechnik der jeweiligen Fragestellung angepaßt werden. Die bisher durchgeführten Arbeiten beschränken sich deshalb erst auf einige Teilaspekte im Zusammenhang mit der elektrischen Leitfähigkeit und der magnetohydrodynamischen Stabilität der Plasmen unter überwiegend quasi-stationären Entladungsbedingungen, wobei die Themenauswahl sowohl durch das aktuelle Interesse als auch durch den Entwicklungsstand der Diagnostik bestimmt worden ist. Die nachfolgende Darstellung dieser Untersuchungen und ihrer wesentlichen Ergebnisse orientiert sich weitgehend am chronologischen Ablauf, um unter anderem die wechselseitigen Beziehungen zwischen verbesserten experimentellen Methoden und komplexeren Fragestellungen aufzuzeigen.

3.1. Elektrische Leitfähigkeit

Bei der Beschreibung zahlreicher Vorgänge in Tokamak-Plasmen spielt die Stromdichteverteilung eine zentrale Rolle. Da sie an den meisten Maschinen experimentell nicht direkt zugänglich ist, behilft man sich üblicherweise mit dem Elektronentemperatur-Profil $T_e(r)$ und der Umfangsspannung U_ϕ des Plasmaringes und verwendet die *Spitzer'sche Theorie* der elektrischen Leitfähigkeit in vollionisierten Plasmen (Spitzer und Härm, 1953) zur Ermittlung von $j_\phi(r)$ gemäß

$$j_\phi(r) \simeq c_s [T_e(r)]^{3/2} U_\phi. \quad (3-1)$$

Der Proportionalitätsfaktor c_s wird dabei häufig als konstant angenommen und aus der Nebenbedingung $2\pi \int_0^a j_\phi(r) r dr = I$ bestimmt. Da er vom Verunreinigungsgrad des

Wasserstoffplasmas abhängt, läßt sich aus ihm eine mittlere effektive Kernladungszahl $\bar{Z}_{\text{eff}}$ abschätzen und mit spektroskopischen Daten vergleichen. Eine befriedigende Übereinstimmung beider Werte wird dann meist als ausreichende Rechtfertigung dieser Vorgehensweise angesehen.

Detailliertere Untersuchungen berücksichtigen im allgemeinen noch eine sogenannte *neoklassische Korrektur* der Leitfähigkeit (Galeev und Sagdeev, 1968), die dadurch begründet wird, daß das toroidale Magnetfeld entlang des großen Radius etwa proportional zu $1/R$ abnimmt. Die helisch umlaufenden Feldlinien drängen sich deshalb auf der Innenseite des Plasmaringes enger zusammen als außen, so daß Elektronen mit hohen senkrechten Geschwindigkeitskomponenten reflektiert werden und zwischen Bereichen mit größerer Feldstärke hin- und heroszillieren. Die Zahl dieser *gefangenen Teilchen* - und damit die Reduktion der elektrischen Leitfähigkeit - hängt sowohl vom Aspektverhältnis der entsprechenden magnetischen Oberflächen als auch von der Häufigkeit von Stößen ab, die den Einfang wieder aufheben, und ist folglich eine Funktion des kleinen Plasmaradius r . In typischen TEXTOR-Plasmen, die etwa den Referenzbedingungen in Abschn. 2.1.1. entsprechen, sollte dieser neoklassische Effekt bei mittleren Radien zu einer Abnahme der lokalen Leitfähigkeit um etwa 30% führen, während er den querschnittgemittelten Wert $\bar{\sigma} = (2/a^2) \int_0^a \sigma(r) r dr$ nur um ca. 10% erniedrigen würde und deshalb durch spektroskopische Messungen der Verunreinigungskonzentrationen kaum nachzuweisen wäre. Für eine erste Anwendung des polarimetrischen Meßverfahrens lag es daher nahe, aus den experimentell bestimmten Stromdichteverteilungen Leitfähigkeitsprofile zu ermitteln und sie insbesondere bei mittleren Radien mit den Vorhersagen der Spitzer'schen und neoklassischen Theorie zu vergleichen (Soltwisch et al., 1984).

3.1.1. Messung der Plasmaparameter

Die durchgeführten Untersuchungen beziehen sich auf die quasi-stationäre Phase induktiv geheizter Plasmen mit den in Abb. 27a dargestellten Eigenschaften. Der Balken bezeichnet das Zeitintervall für simultane Messungen der *weichen Röntgenstrahlung* entlang mehrerer Sichtlinien durch den Plasmaquerschnitt, aus deren Spektren sowohl die Elektronentemperatur als auch der Verunreinigungsgrad bei drei verschiedenen Radien zu ermitteln war (Schlüter, 1984). Der Pfeil gibt den Zeitpunkt an, zu dem die Elektronentemperatur mit Hilfe einer *Thomson-Streuvorrichtung* an sieben Positionen entlang des vertikalen Plasmadurchmessers gemessen wurde (Graffmann, 1984). Der Zentralwert $T_e(r=0)$, der zusätzlich durch eine kontinuierliche Aufzeichnung der *Elektronenzyklotronstrahlung* erfaßt werden konnte (Waidmann, 1984), war sägezahnförmig moduliert mit einer Periode von 12 msec und einer relativen Amplitude von etwa 10%. Dementsprechend wiesen die durch Thomson-Streuung bestimmten

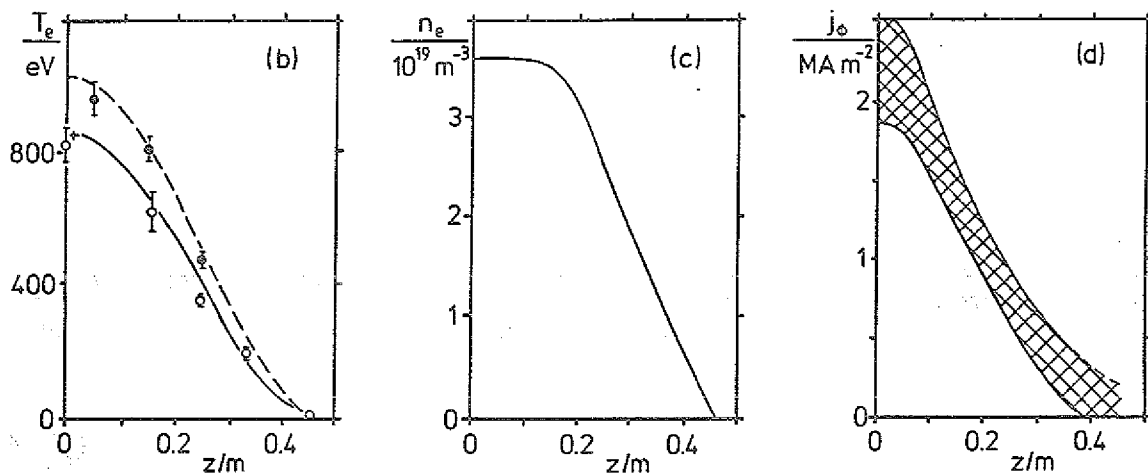
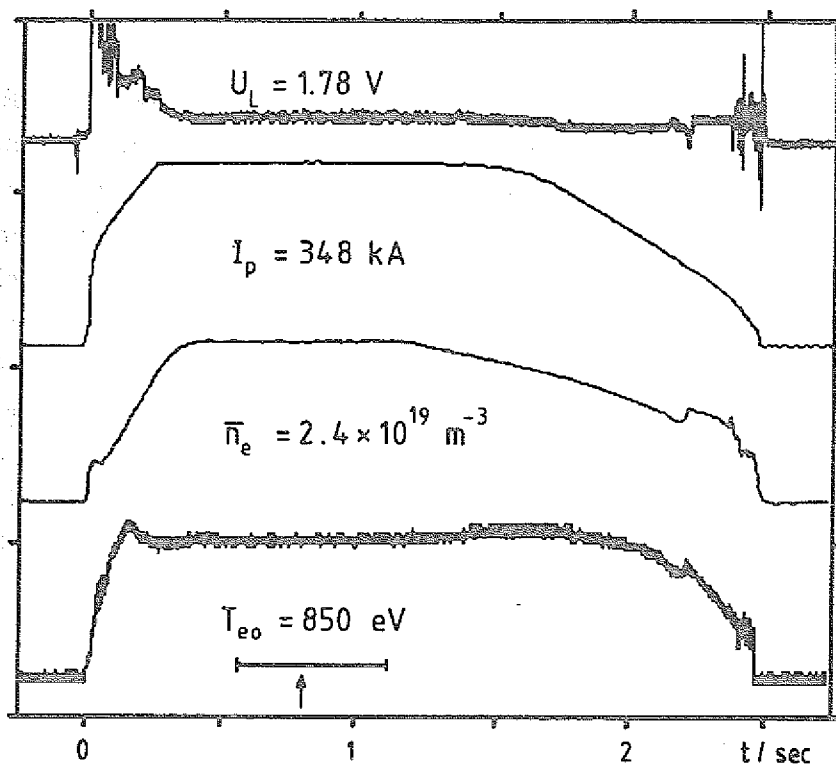


Abb. 27. Plasmacigenschaften bei der Untersuchung der Leitfähigkeit: (a) Umfangsspannung U_e , Plasmastrom I_p , liniengemittelte Dichte $\bar{n}_e$ und zentrale Elektronentemperatur T_{e0} als Funktion der Zeit; (b) Elektronentemperatur-Profil aus der Thomson-Streuung (o), der weichen Röntgenstrahlung (□) und der Elektronenzyklotronemission (+); (c) Elektronendichte-Profil; (d) Streubereich des Stromdichte-Profils aus 50 unabhängigen Auswertungen (die Zahlenwerte in (a) und die Profile (b-d) beziehen sich auf $t = 0.8$ sec).

T_e -Profile in einer Serie von 20 gleichartigen Entladungen erhebliche Variationen auf, deren Mittelwert etwa die Form

$$T_e(z) = T_{e1} [1 - (z/a)^\alpha]^\beta + T_{e2} \quad (3-2)$$

mit $T_{e1} = 826$ eV, $T_{e2} = 26$ eV, $\alpha = 2.0$, $\beta = 2.3$ und $a = 0.46$ m besaß. Die Röntgendiagnostik lieferte ein über 50 Sägezahnperioden gemittelt Temperaturprofil mit ca. 15% höheren Werten ($T_{e1} = 987$ eV, $T_{e2} = 37$ eV, $\alpha = 1.95$ und $\beta = 2.05$; vgl. Abb. 27b). Aus den Linien- und Kontinuumsintensitäten der weichen Röntgenstrahlung ergaben sich relativ geringe Konzentrationen metallischer Verunreinigungen und ein Sauerstoffgehalt von etwa 3.5%. Die effektive Kernladungszahl hatte danach bei den drei Positionen $r = 0.05, 0.15$ und 0.25 m einen konstanten Wert von $Z_{eff} \approx 3$ mit einer Unsicherheit von $\pm 20\%$. Das Elektronendichteprofil (Abb. 27c) und die Stromdichteverteilung (Abb. 27d) wurden wie in Teil 2 beschrieben aus den *interferometrischen* und *polarimetrischen* Messungen bestimmt, nachdem der Einfluß der Sägezahnaktivität durch eine zeitliche Mittelung der Signale über mehrere Perioden eliminiert worden war. Um die Fehlerbreite des j_ϕ -Profils abzuschätzen, wurden etwa 50 unabhängige Durchläufe des Auswerteprogramms mit Datensätzen aus 13 vergleichbaren Tokamak-Entladungen durchgeführt. Die resultierende Streuung entsprach recht genau der in Abschn. 2.3.4. ermittelten Unsicherheit durch statistische Meßfehler (vgl. Abb. 23 auf S. 58).

3.1.2. Vergleich experimenteller und theoretischer Leitfähigkeiten

Bei bekannter toroidaler Stromdichte j_ϕ und Umfangsspannung U_ℓ folgt die *experimentelle* Leitfähigkeit σ_{ex} unter stationären Bedingungen aus dem vereinfachten Ohm'schen Gesetz:¹⁵

$$\sigma_{ex}(z) = \frac{2\pi R_0}{U_\ell} j_\phi(z). \quad (3-3)$$

Nach der Theorie von Spitzer und Härm (1953) ist die Stromdichte parallel zu den magnetischen Feldlinien mit der mittleren elektrischen Feldstärke auf einer magnetischen Oberfläche durch die *klassische* Leitfähigkeit σ_c verknüpft:

$$\sigma_c = \sigma_0 / \gamma(Z_{eff}). \quad (3-4)$$

Darin ist

¹⁵ In diesem Ansatz werden eine Reihe von Effekten (wie z.B. ein $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ -Term bei endlicher Strömungsgeschwindigkeit, der Hall-Term $(\mathbf{j} \times \mathbf{B})/(en_e)$ und ein $\nabla(p_e T_e)/(en_e)$ -Term für die diamagnetische Drift in inhomogenen Plasmen) nicht berücksichtigt, die jedoch ebenso wie mögliche Variationen der Umfangsspannung innerhalb des Plasmaquerschnittes gegenüber den experimentellen Unsicherheiten in j_ϕ zu vernachlässigen sind.

$$\sigma_0 = \frac{9.696 \times 10^3}{\ln \Lambda} T_e^{3/2}, \quad (3-5a)$$

$$\gamma(Z_{eff}) = Z_{eff} \left[0.29 + \frac{0.457}{1.077 + Z_{eff}} \right], \quad (3-5b)$$

$$\Lambda = 1.09 \times 10^{14} \frac{T_e}{Z_{eff} \sqrt{n_e}} \quad (3-5c)$$

für σ in A/Vm, T_e in eV und n_e in m^{-3} .

Im Rahmen der *neoklassischen* Theorie muß σ_e mit einem Korrekturfaktor $f_T \leq 1$ versehen werden, dessen Ableitung Gegenstand mehrerer Arbeiten ist. Die wohl allgemeinste Formulierung stammt von Hirshman et al. (1977) und umfaßt alle Stoßfrequenzbereiche ohne Einschränkungen für Z_{eff} oder das inverse Aspektverhältnis r/R_0 der magnetischen Oberflächen. Ein relativ einfacher Ausdruck findet sich bei Duchs et al. (1977), in dem jedoch die effektive Kernladungszahl nicht korrekt berücksichtigt ist. Für $Z_{eff} \lesssim 4$ weichen die neoklassischen Leitfähigkeiten nach Hirshman et al. und Duchs et al. allerdings um weniger als 8% voneinander ab, so daß die einfachere Formel für relativ saubere Wasserstoff-Plasmen eine gute Näherung darstellt:

$$f_T(r) = 1 - (1.9 \sqrt{r/R_0} - r/R_0) / (1 + v_{e*}) \quad (3-6a)$$

mit

$$v_{e*} = 3.465 \times 10^{-18} (1 + Z_{eff}) (B_{\phi 0}/B_p) R_0^{3/2} r^{-1/2} n_e T_e^{-2} \ln \Lambda. \quad (3-6b)$$

Abbildung 28 zeigt die elektrische Leitfähigkeit als Funktion des (vertikalen) Abstandes z vom Plasmazentrum, wie sie aus den gemessenen T_e - und Z_{eff} -Verteilungen ermittelt wurde. Die linke Spalte bezieht sich auf die klassische Spitzer-Leitfähigkeit nach Gl. (3-4), während die rechte Spalte die nach Hirshman et al. berechnete neoklassische Leitfähigkeit wiedergibt. Um den Einfluß der experimentellen Unsicherheiten in T_e und Z_{eff} deutlich zu machen, enthält Abb. 28 drei Bildpaare, die den zulässigen Streuungen von T_e und Z_{eff} bei jeweils mittleren Werten der anderen Meßgröße und den Grenzkurven bei ungünstigster Fehlerkombination entsprechen. Das schraffierte Band bezeichnet den Bereich möglicher experimenteller Leitfähigkeitswerte $\sigma_{ex}(z)$ gemäß Gl. (3-3) und Abb. 27d.¹⁶ Die Überlappungen der gemessenen und berechneten Profile in beiden Spalten verhindern eine eindeutige Bestätigung der neoklassischen Theorie, aber die global bessere Übereinstimmung in der rechten Bildhälfte und die konkave Flügelform des

¹⁶ Die Tatsache, daß σ_{ex} nicht die Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld sondern in toroidaler Richtung wiedergibt, ist wegen der kleinen Steigungswinkel der helisch umlaufenden Feldlinien für einen Profilvergleich praktisch ohne Bedeutung.

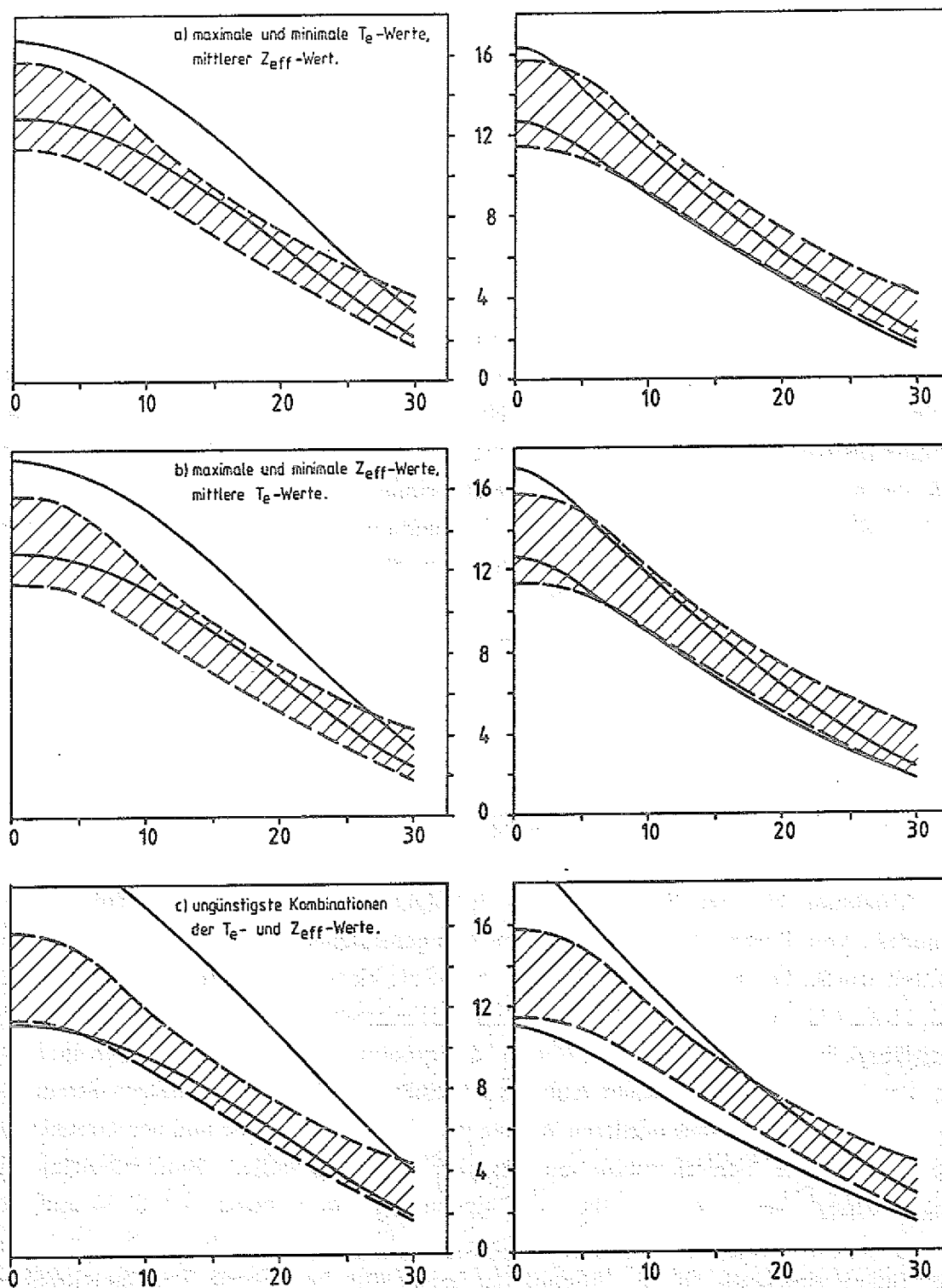


Abb. 28. Vergleich experimenteller und theoretischer Leitfähigkeiten: Die schraffierten Flächen entsprechen den möglichen experimentellen Werten, und die Linien sind theoretische Profile für verschiedene Kombinationen von T_e und Z_{eff} (linke Spalte: Spitzer-Leitfähigkeiten, rechte Spalte: neoklassische Werte; Ordinaten: σ in 10^8 A/Vm, Abszissen: z in cm).

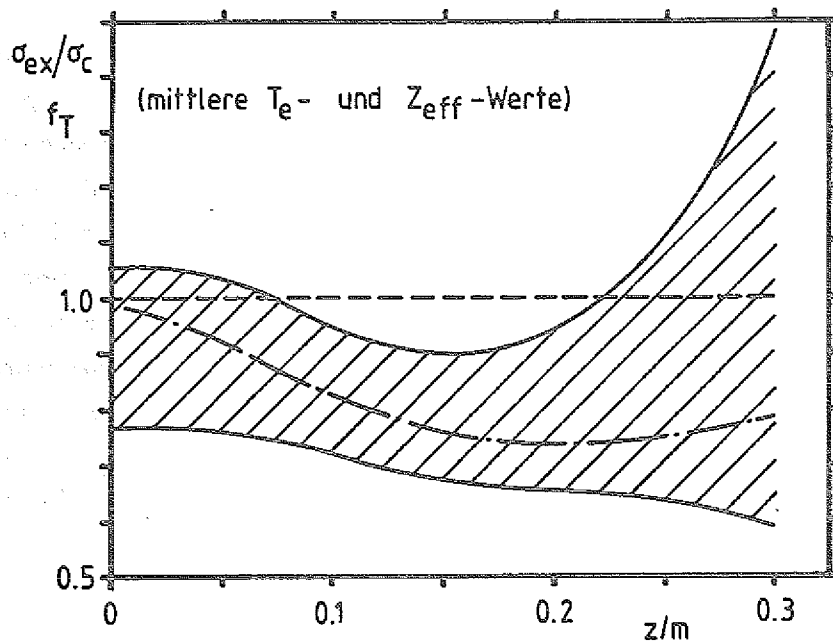


Abb. 29. Radialer Verlauf des neoklassischen Korrekturfaktors: Vergleich von σ_{ex}/σ_c (schraffierte Fläche) mit dem Korrekturfaktor f_T (-----) nach Gl. (3-6); die horizontale Linie entspricht der (klassischen) Spitzer-Leitfähigkeit.

σ_{ex} -Profils sind deutliche Indizien für die Wirksamkeit neoklassischer Effekte. In Abb. 29 wird der Quotient σ_{ex}/σ_c , der ohne eine Leitfähigkeitsverminderung durch eingefangene Elektronen konstant sein sollte, mit dem Korrekturfaktor f_T nach Gl. (3-6) verglichen. Unter Verwendung mittlerer Werte für T_e und Z_{eff} ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung in der radialen Abhängigkeit.

Neuere Untersuchungen von Campbell et al. (1986) an JET, bei denen die Stromdichteverteilung durch magnetische Messungen außerhalb des elongierten Plasmaquerschnitts und umfangreiche Gleichgewichtsrechnungen ermittelt wurde, kommen zu ähnlichen Ergebnissen. Dagegen lassen sich Beobachtungen an Deuterium-Neon-Plasmen im PLT-Tokamak (Meservey et al., 1984) besser ohne eine neoklassische Erniedrigung der Leitfähigkeit erklären. In diesen Experimenten wurde die effektive Kernladungszahl in definierter Weise durch die Einbringung erheblicher Neon-Mengen in ein Deuterium-Plasma erhöht. Die resultierende Zunahme des Gesamtwiderstandes der Plasmasäule $R_{tot} = U_e/I$ fiel dabei geringer aus als es nach der neoklassischen Theorie zu erwarten war. Allerdings schließen diese volumengemittelten Messungen die Existenz eingefangener Elektronen nicht zwingend aus, sondern sie können auch so interpretiert werden, daß die Funktion $\gamma(Z_{eff})$ in der Spitzer'schen Leitfähigkeitsformel (3-4) für $Z_{eff} \gtrsim 5$ zu hohe Werte annimmt. Eine Entscheidung wäre nur durch detaillierte Profilvergleiche der oben beschriebenen Art herbeizuführen.

3.2. MHD-Stabilität und Ähnlichkeit der Stromdichteverteilungen

Nachdem im Rahmen der Leitfähigkeitsstudien die enge Verknüpfung zwischen T_e und j_ϕ bestätigt und erste Erfahrungen in der Anwendung und Interpretation der Magnetfelddiagnostik an TEXTOR gesammelt worden waren, richtete sich das Interesse auf die Frage nach der Variationsbreite quasi-stationärer j_ϕ -Profile und etwaigen Verletzungen theoretischer Stabilitätskriterien unter verschiedenen Entladungsbedingungen (Soltwisch et al., 1985; Wolf et al., 1986). Den Anlaß dazu gab eine Reihe von Tokamak-Experimenten, bei denen die Plasmen außer durch einen induzierten Strom auch durch die Injektion hochenergetischer Neutralteilchen aufgeheizt wurden. Dabei zeigte sich eine auffällige Ähnlichkeit der Elektronentemperatur-Verteilungen in der Weise, daß die relativen Gradienten $d \ln T_e / dr$ weder vom Depositionsprofil noch von der Gesamtleistung der Zusatzheizung abhingen und daß die Form der T_e -Profile fast ausschließlich durch das Verhältnis von toroidalem Magnetfeld und Plasmastrom bestimmt wurde (siehe z.B. Wagner et al., 1986). Wegen der starken Kopplung von $T_e(r)$ und $j_\phi(r)$ über die elektrische Leitfähigkeit deutete dieses als *profile consistency* bezeichnete Verhalten (Coppi, 1980) auf eine weitgehende Unabhängigkeit der Stromdichteverteilung von den Entladungsparametern mit Ausnahme des Sicherheitsfaktors $q_a \sim B_t / I$ auf der Plasmaoberfläche hin. Als Ursache für eine solche Invarianz vermutete Furth (1985), daß ein Tokamak-Plasma nur innerhalb enger Toleranzen für die einschließende Magnetfeldstruktur - und damit für $j_\phi(r)$ - magnetohydrodynamisch stabil sei. Abweichungen von der entsprechenden Profilform sollten an bestimmten magnetischen Oberflächen¹⁷ zu einem Aufreißen der Feldlinien und zur Ausbildung magnetischer Inseln um helikal ausgebildete Strompfade führen (*tearing*-Instabilitäten; Furth et al., 1963), die dann durch eine lokale Erhöhung des Wärmetransportes das T_e -Profil beeinflussen und über die resultierende Änderung der elektrischen Leitfähigkeit einer weiteren Deformation der Stromdichteverteilung entgegenwirken.

Zum Zeitpunkt der Untersuchungen an TEXTOR war eine kontrollierte Energiezufuhr durch Neutralteilchen oder Hochfrequenzstrahlung leider noch nicht möglich, so daß die aus der *profile consistency* geschlossene Invarianz der Stromdichteverteilung gegenüber dem Depositionsprofil der Zusatzheizung nicht überprüft werden konnte. Allerdings ergab sich bereits für induktiv geheizte Entladungen mit ausgeprägter Sägezahn-Aktivität eine deutliche Ähnlichkeit der gemessenen j_ϕ -Profile, die durch eine Darstellung der Stromdichte in Einheiten von $B_t / (\mu_0 R)$ und des Abstands vom Plasmazentrum in Einheiten von $(\mu_0 R I / B_t)^{1/2}$ auf eine einheitliche Form gebracht werden konnten (Soltwisch et al., 1986). Da die Normierungsfaktoren nur von einstellbaren ä-

¹⁷ Auf diesen Oberflächen schließen sich die Feldlinien nach m toroidalen und n poloidalen Umläufen in sich selbst, d.h. der Sicherheitsfaktor $q = m/n$ ist rational; Flächen mit niedrigen m - und n -Werten sind besonders anfällig für die Ausbildung von Instabilitäten.

Ben Parametern abhängen, hat dieses reduzierte Profil einen universellen Charakter und sollte auch auf induktiv geheizte Plasmen in anderen Tokamak-Anordnungen übertragbar sein. Der Zentralwert des Profils entspricht einem axialen Sicherheitsfaktor $q(0) = 2B_z/[\mu_0 R j_\phi(0)]$ von erheblich weniger als eins und steht damit im Widerspruch zu zahlreichen theoretischen Arbeiten über die magnetohydrodynamische Stabilität des Plasmakerns und den daraus abgeleiteten Vorstellungen über den Sägezahn-Mechanismus (siehe z.B. Kadomtsev, 1975). Durch eine Verbesserung der Meß- und Auswertetechniken konnten strukturelle Besonderheiten des $q(r)$ -Profils ermittelt werden, die diese Diskrepanz im Rahmen verfeinerter Stabilitätsberechnungen erklären (siehe z.B. Manickam et al., 1987).

3.2.1. Tearing-Instabilitäten mit poloidaler Modenzahl $m \geq 2$

Gegenüber Störungen, die auf das Plasma wie auf eine *ideal* leitende Flüssigkeit mit "eingefrorenen" Magnetfeldlinien wirken und unter Umständen zu schnell anwachsenden Einschnürungen oder Verschraubungen der Plasmasäule führen, verhält sich ein Tokamak weitgehend stabil. Seine magnetohydrodynamischen Eigenschaften werden im wesentlichen durch das Auftreten *resistiver* Instabilitäten bestimmt, die nur bei einer endlichen Leitfähigkeit des Plasmas entstehen können. Die theoretische Behandlung des Stabilitätsverhaltens ist mathematisch recht aufwendig und kann an dieser Stelle nicht nachvollzogen werden (ausführliche Darstellungen finden sich z.B. in den Büchern von Bateman (1978) und Freidberg (1987), und gute Zusammenfassungen bieten die Übersichtsartikel von Wesson (1978) und Rosenbluth und Rutherford (1981)). Im folgenden beschränken wir uns auf eine stark vereinfachte Beschreibung von *tearing*-Moden, die im Tokamak bei mäßigem Plasmadruck die wichtigste Rolle spielen.

Als Ausgangspunkt betrachten wir eine ebene Plasmaschicht gemäß Abb. 30a, in der ein in z -Richtung fließender Strom ein Magnetfeld $B_0(x)$ erzeugt, das lediglich eine y -Komponente besitzt und in der Ebene $x = 0$ seine Orientierung wechselt. Die magnetische Energie dieses Systems kann offensichtlich abnehmen, wenn die ursprünglich ebene Stromschicht sich zu einzelnen Fäden zusammenzieht und die antiparallelen Magnetfelder dabei teilweise vernichtet werden (Abb. 30b). Das notwendige Zerreißen und anschließende Wiederverbinden von Feldlinien setzt allerdings eine endliche Leitfähigkeit des Plasmas voraus. Der Übergang von (a) nach (b) kann durch ein kleines magnetisches Störfeld $B_1(y)$ hervorgerufen werden, das nur eine x -Komponente aufweist und entlang der y -Achse sinusförmig moduliert ist. Mit

$$B_0(x) = x (dB_{0y}/dx)_{x=0} e_y = x B'_{0y} e_y, \quad (3-7a)$$

$$B_1(y) = B_{1x} \sin(k_y y) e_x \quad (3-7b)$$

ergeben sich die Trajektorien der Feldlinien in Abb. 30b aus

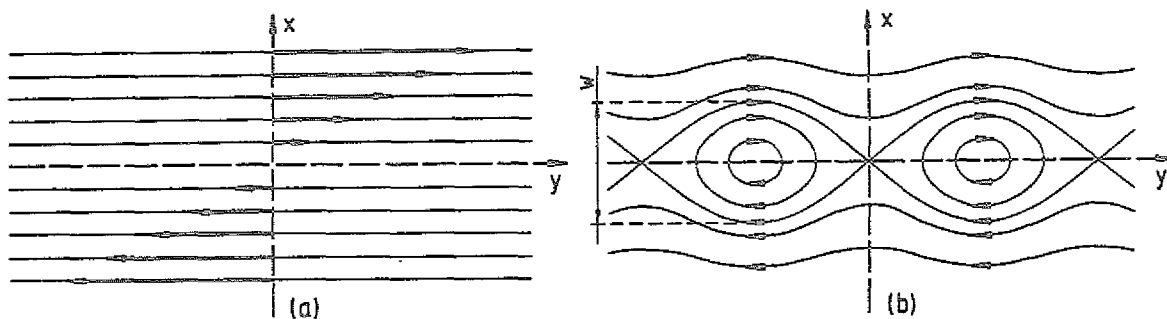


Abb. 30. Magnetische Inselbildung in einer ebenen Plasmaschicht: (a) Ungestörte Schicht mit horizontal verlaufenden antiparallelen Magnetfeldlinien; (b) Ausbildung magnetischer Inseln durch ein senkrechtes Störfeld $B_{1x} \sin(k_y y)$.

$$\frac{dx}{dy} = \frac{|B_1(y)|}{|B_0(x)|} \quad \text{bzw.} \quad B'_{0y} \int x dx = B_{1x} \int \sin(k_y y) dy \quad (3-8)$$

zu

$$x = \pm \sqrt{\frac{2 B_{1x}}{k_y B'_{0y}} (c_I - \cos(k_y y))} \quad (3-9)$$

Die Integrationskonstante c_I muß größer oder gleich -1 sein, damit x reelle Werte annimmt. Im Bereich $(-1 < c_I < +1)$ beschreibt Gl. (3-9) geschlossene ellipsenähnliche Konturen mit Mittelpunkten bei $y = \pm (2m-1)\pi/k_y$. Für $c_I > 1$ berühren die gestörten Feldlinien nicht mehr die Ebene $x=0$, und $B_1(y)$ bewirkt lediglich eine wellenförmige Deformation. Der Grenzfall $c_I = 1$ definiert die größte geschlossene Kontur, die als *Separatrix* bezeichnet wird und nach Gl. (3-9) eine Dicke von

$$w = 2 (x_{\max})_{k_y y = \pi} = 4 \left(\frac{B_{1x}}{k_y B'_{0y}} \right)^{1/2} \quad (3-10)$$

besitzt. Die räumliche Ausdehnung der Inselstruktur ist also umso kleiner, je größer die Wellenzahl k_y der Störung ist und je stärker sich das ursprüngliche Feld B_0 in der Umgebung von $x=0$ ändert.

Um die vorstehenden Überlegungen auf ein Tokamak-Plasma zu übertragen, machen wir uns zunächst klar, daß nur solche Störungen zu einer Inselbildung führen können, die entlang geschlossener Magnetfeldlinien konstant sind, weil sie sonst auf den magnetischen Oberflächen "ausgeschmiert" würden. Für den Fall großen Aspektverhältnisses

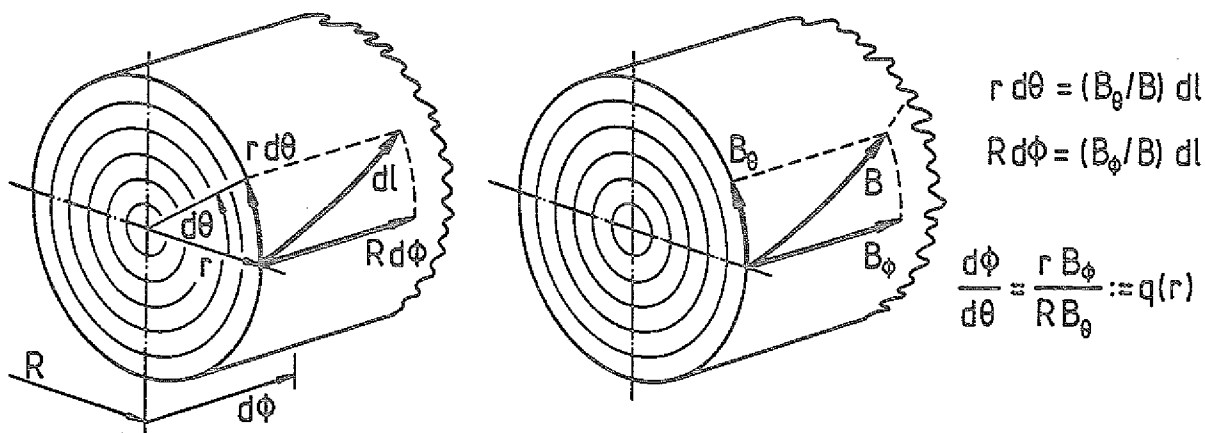


Abb. 31. Magnetfeldlinien-Element in toroidaler Geometrie ($R \gg a$).

R/a stellen wir die Störgröße S als Funktion des toroidalen Winkels ϕ und des poloidalen Winkels θ in der Form

$$S(r, \theta, \phi) = \hat{S}(r) \exp[i(m\theta - n\phi)] \quad (3-11)$$

dar und suchen nach geeigneten *resonanten* Feldlinien. Dazu bilden wir die Ableitung

$$\frac{dS}{dl} = \frac{\partial \theta}{\partial l} \frac{\partial S}{\partial \theta} + \frac{\partial \phi}{\partial l} \frac{\partial S}{\partial \phi} = \frac{i}{B} \left(\frac{m}{r} B_\theta - \frac{n}{R} B_\phi \right) S \quad (3-12)$$

mit dl als Linienelement entlang $\mathbf{B}$ (vgl. Abb. 31). Die Forderung $dS/dl = 0$ liefert eine Bedingung für den *Sicherheitsfaktor* der magnetischen Oberfläche, an der sich die Instabilität entwickeln kann:

$$q = \frac{r B_\phi}{R B_\theta} = \frac{m}{n} \quad (3-13)$$

Da q eine Funktion des Oberflächenradius r ist, sind die Magnetlinien auf benachbarten Flächen im allgemeinen gegeneinander verschert, d.h. ihre Verschraubung um den Torus ist bei monoton abfallender Stromdichte $j_z(r)$ für $r < r_s$ steiler und für $r > r_s$ flacher als die Verdrillung der Kraftlinien auf der resonanten Oberfläche mit dem Radius r_s . Blicken wir also genau in die Richtung einer resonanten Feldlinie, dann sehen wir die Projektion $\mathbf{B}^*$ des Magnetfeldes auf eine zur Linie senkrechte Ebene und erhalten ein Bild, das bis auf die Krümmung in poloidaler Richtung der Schicht in Abb. 30a entspricht. Unter Verwendung des Sicherheitsfaktors q läßt sich $\mathbf{B}^*$ darstellen als

$$\mathbf{B}^*(r) = B_\theta(r) \left(1 - \frac{n}{m} q(r)\right) \mathbf{e}_\chi, \quad (3-14)$$

wobei $\mathbf{e}_\chi$ den Einheitsvektor entlang der orthogonalen Winkelkoordinate

$$\chi = \theta - (n/m)\phi \quad (3-15)$$

bezeichnet. Nahe der resonanten Fläche gilt näherungsweise

$$q(r) \simeq m/n + q'(r)(r - r_s), \quad (3-16)$$

und Gl. (3-14) vereinfacht sich zu

$$\mathbf{B}^*(r) = - \left(B_\theta(r) \frac{q'(r)}{q(r)} \right)_{r=r_s} (r - r_s) \mathbf{e}_\chi. \quad (3-17)$$

Ersetzen wir also x durch $(r - r_s)$ und y durch $r\chi$ und beachten, daß ein poloidaler Querschnitt der Plasmasäule gerade m Durchstoßungspunkte der Feldlinie aufweist (d.h. $k_y y \equiv m\chi$), dann können wir die Trajektorien der gestörten $\mathbf{B}^*$ -Linien ganz analog zur ebenen Plasmaschicht berechnen und erhalten für die Dicke der Separatrix den Wert

$$w = 4 \left(\frac{r q B_r}{m q' B_\theta} \right)_{r=r_s}^{1/2} \quad (3-18)$$

mit B_r als Amplitude eines radialen Störfeldes $B_r \sin m\chi$.

Da die Inselbreite w proportional zu $\sqrt{B_r}$ ist, erfordert ihre Vergrößerung eine Zunahme des Störfeldes, und das Anwachsen ist begrenzt durch die resistive Felddiffusion. Für eine Abschätzung fassen wir die Maxwell'schen Gleichungen

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (3-19a)$$

$$\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (3-19b)$$

und das Ohm'sche Gesetz

$$\mathbf{E} = \eta \mathbf{j} \quad (3-19c)$$

unter Berücksichtigung von $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ zu der Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3-20)$$

zusammen. Die nahe Umgebung einer kleinen Insel können wir wie eine ebene Plasmaschicht behandeln und $(\nabla^2 \mathbf{B})$ durch $\partial^2 B_r / \partial r^2$ approximieren, so daß sich die radiale Komponente von Gl. (3-20) auf

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} \quad (3-21)$$

reduziert. Durch Integration über die Inselbreite von $(r_s - w/2)$ bis $(r_s + w/2)$ folgt daraus

$$w \frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \frac{\partial B_r}{\partial r} \Big|_{r_s - w/2}^{r_s + w/2}, \quad (3-22)$$

und wegen $B_r \sim w^2$ bzw. $w(\partial B_r / \partial t) = 2B_r(\partial w / \partial t)$ erhalten wir für die zeitliche Änderung von w den Ausdruck

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\eta}{2\mu_0} \frac{1}{B_r} \frac{\partial B_r}{\partial r} \Big|_{r_s - w/2}^{r_s + w/2}. \quad (3-23)$$

Ein positives Vorzeichen der Größe

$$\Delta'(w) = \frac{1}{B_r} \frac{\partial B_r}{\partial r} \Big|_{r_s - w/2}^{r_s + w/2}, \quad (3-24)$$

die den Sprung in der Ableitung des radialen Störfeldes über die Schichtdicke wiedergibt, ist also eine notwendige Voraussetzung für eine Ausbreitung der Inselstruktur. Umgekehrt liefert

$$\lim_{w \rightarrow 0} \Delta'(w) < 0 \quad (3-25)$$

ein hinreichendes Kriterium für die Stabilität des Plasmas gegenüber einer *tearing*-Mode an der resonanten magnetischen Oberfläche.

Zur Bestimmung des Δ' -Wertes für eine gegebene Magnetfeldkonfiguration nutzen wir aus, daß das Zerreißen und Wiederverbinden von Feldlinien nur in einer kleinen Umgebung der resonanten magnetischen Oberfläche stattfindet. Für das übrige Plasma spielen Trägheitseffekte und Felddiffusion kaum eine Rolle, so daß es sich weitgehend wie eine ideal leitende Flüssigkeit im Kräftegleichgewicht verhält und die Bedingung

$$\mathbf{B} \cdot \nabla j_\phi = 0 \quad (3-26)$$

erfüllt (vgl. Abschn. 2.3.2.). Mit dem Ansatz $j_\phi := j_\phi(r) + \delta j_\phi(r) \exp[i(m\theta - n\phi)]$ und unter Berücksichtigung von $qRB_\phi = rB_\phi$ folgt daraus

$$B_r \frac{d}{dr} \delta j_\phi + \frac{iB_\theta}{r} (m - nq) \delta j_\phi = -B_r \frac{dj_\phi}{dr}. \quad (3-27)$$

Aus $\mu_0 j_\phi = (\nabla \times \mathbf{B})_\phi$ ergibt sich für die Amplitude δj_ϕ der Stromdichte-Störung der Ausdruck

$$\delta j_\phi = \frac{1}{\mu_0 r} \left(\frac{d}{dr} (r \delta B_\theta) - i m B_r \right), \quad (3-28a)$$

den wir mit Hilfe von $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ und $r \ll R$ umformen in

$$\delta j_\phi = \frac{i}{\mu_0 m r} \left(\frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} (r B_r) \right) - m^2 B_r \right). \quad (3-28b)$$

Vernachlässigen wir nun in Gl. (3-27) den Term $B_r (d\delta j_\phi/dr)$ als Glied zweiter Ordnung und setzen δj_ϕ gemäß Gl. (3-28b) ein, dann erhalten wir die Differentialgleichung

$$\frac{B_\theta}{\mu_0 r^2} \left(1 - \frac{n}{m} q \right) \left(\frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} (r B_r) \right) - m^2 B_r \right) = B_r \frac{dj_\phi}{dr}, \quad (3-29)$$

die das radiale Störfeld B_r überall außerhalb der resistiven Schicht erfüllen muß. An der resonanten Oberfläche ist $q(r_s) = m/n$, und die Lösung für B_r ist dort singulär. Das Verfahren zur Berechnung des Δ' -Wertes besteht deshalb darin, Gl. (3-29) in den Bereichen $0 < r < r_s - \varepsilon$ und $r_s + \varepsilon < r < a$ mit geeigneten Randbedingungen numerisch zu lösen und daraus den Sprung in der Ableitung von B_r über ε zu ermitteln (Furth et al., 1973).

Allerdings lassen sich nur Störungen mit poloidaler Modenzahl $m \geq 2$ auf die beschriebene Art analysieren. Für $m = 1$ hat Gl. (3-29) die Lösung

$$B_r(r) \sim (1 - nq) \frac{B_\theta(r)}{r}, \quad (3-30)$$

so daß B_r an der resonanten Oberfläche verschwindet und die Störfeldamplitude innerhalb der resistiven Schicht nicht als konstant angenommen werden kann. Damit verlieren die vorstehenden Abschätzungen zur Ausbreitung der Inselstruktur ihre Gültigkeit, und die $m = 1$ -Instabilität erfordert eine gesonderte Behandlung, auf die wir in Abschn. 3.2.2. eingehen werden.

Um experimentell bestimmte Magnetfeldkonfigurationen mit Hilfe des Δ' -Kriteriums auf ihre Stabilität gegenüber *tearing*-Moden untersuchen zu können, müssen wir zunächst die 2-dimensionalen Verteilungen $j_\phi(R, z)$ in einem Tokamak auf äquivalente zylindersymmetrische Profile $j_\phi(r)$ reduzieren. Dazu bilden wir die exzentrischen magnetischen Oberflächen gemäß Abb. 21 (S. 49) auf ein System konzentrischer Kreise mit $r = \rho$ ab und ordnen ihnen die gemessenen $q(\rho)$ -Werte zu.¹⁸ Aus der Definition des Sicherheitsfaktors in zylindrischer Näherung folgt dann ein poloidales Feld

¹⁸ q ist eine Konstante der magnetischen Oberfläche und ergibt sich für eine beliebige geschlossene Geometrie aus der Änderungsrate des toroidalen Flusses mit dem poloidalen Fluß, d.h. $q = d\Phi/d\Psi$ (siehe z.B. Wesson, 1987).

$$B_\theta(r) = \frac{B_\phi}{R_0} \frac{r}{q(r)} \quad (3-31a)$$

mit der zugehörigen Stromdichteverteilung

$$j_\phi(r) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{B_\theta}{r} + \frac{dB_\theta}{dr} \right) = \frac{B_\phi}{\mu_0 R_0} \frac{2q(r) - r dq/dr}{[q(r)]^2}, \quad (3-31b)$$

die wir in die Differentialgleichung (3-29) einsetzen können. Für die numerische Lösung verwenden wir ein Rechenprogramm, das in Anlehnung an eine Arbeit von Glasser et al. (1977) am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik entwickelt wurde und unmittelbar die Δ' -Werte für beliebige Modenzahlen $m \geq 2$, $n \geq 1$ liefert.¹⁹

Die Anwendung dieses Verfahrens auf eine Reihe unterschiedlicher TEXTOR-Plasmen ergibt, daß die nach Gl. (3-31b) ermittelten Stromdichteprofile trotz starker Formverschiedenheiten den Stabilitätsbedingungen zumindest marginal genügen. Als Beispiel zeigt Abb. 32 die Auswertung einer Entladung, die während der quasi-stationären Phase plötzlich ihr Erscheinungsbild ändert und unter Abnahme metallischer Verunreinigungen in einen Zustand mit erhöhter, sägezahnförmig modulierter Elektronentemperatur übergeht (Abb. 32a). Der Wechsel ist begleitet von einer Kontraktion der Stromdichteverteilung und von einer Abflachung des Elektronendichteprofiles im Plasmazentrum (Abb. 32b). Die Teilbilder 32c-e zeigen die aus der Messung abgeleiteten $j_\phi(r)$ -Profile kurz vor Beendigung des Stromanstiegs ($t_1 = 200$ msec) und während der beiden quasi-stationären Entladungsphasen ($t_2 = 700$ msec und $t_3 = 1000$ msec). Obwohl die Meßkurven zum Teil positive Δ' -Werte liefern, reichen bereits kleine Modifikationen in der Nähe der rationalen Oberflächen aus, um sie in stabile Profile zu überführen (die Pfeile in Abb. 32c-e bezeichnen die Lage empfindlicher Oberflächen mit $q = m/n$, und die Tabellen enthalten die berechneten Δ' -Werte für die modifizierten Profile). Die Verschiedenheit der Stromdichteverteilungen bei nahezu gleichen Einstellparametern weist darauf hin, daß die Erfüllung des Δ' -Kriteriums keine starke Einschränkung für die *globale* Form darstellt sondern im wesentlichen nur die *lokalen* Gradienten dj_ϕ/dr bestimmt (Soltwisch et al., 1985).

Um die zulässige Variationsbreite der j_ϕ -Profile zu ermitteln, haben Cheng et al. (1987) ein halbautomatisches Suchprogramm entwickelt, das alle Moden bis zu $m, n = 20$ analysiert und ein vorgegebenes Profil unter Beachtung von $j_\phi(r) \geq 0$ sowie $dj_\phi/dr \leq 0$ so lange variiert, bis sämtliche $\Delta'(m, n)$ -Werte negativ sind. Obwohl der Rah-

¹⁹ Der Autor dankt Herrn Dr. K. Lackner, MPI Garching, für die Bereitstellung des Programms und Herrn A. Kaleck, KFA Jülich, für die Installation auf der Rechenanlage des Jülicher Instituts für Plasmaphysik.

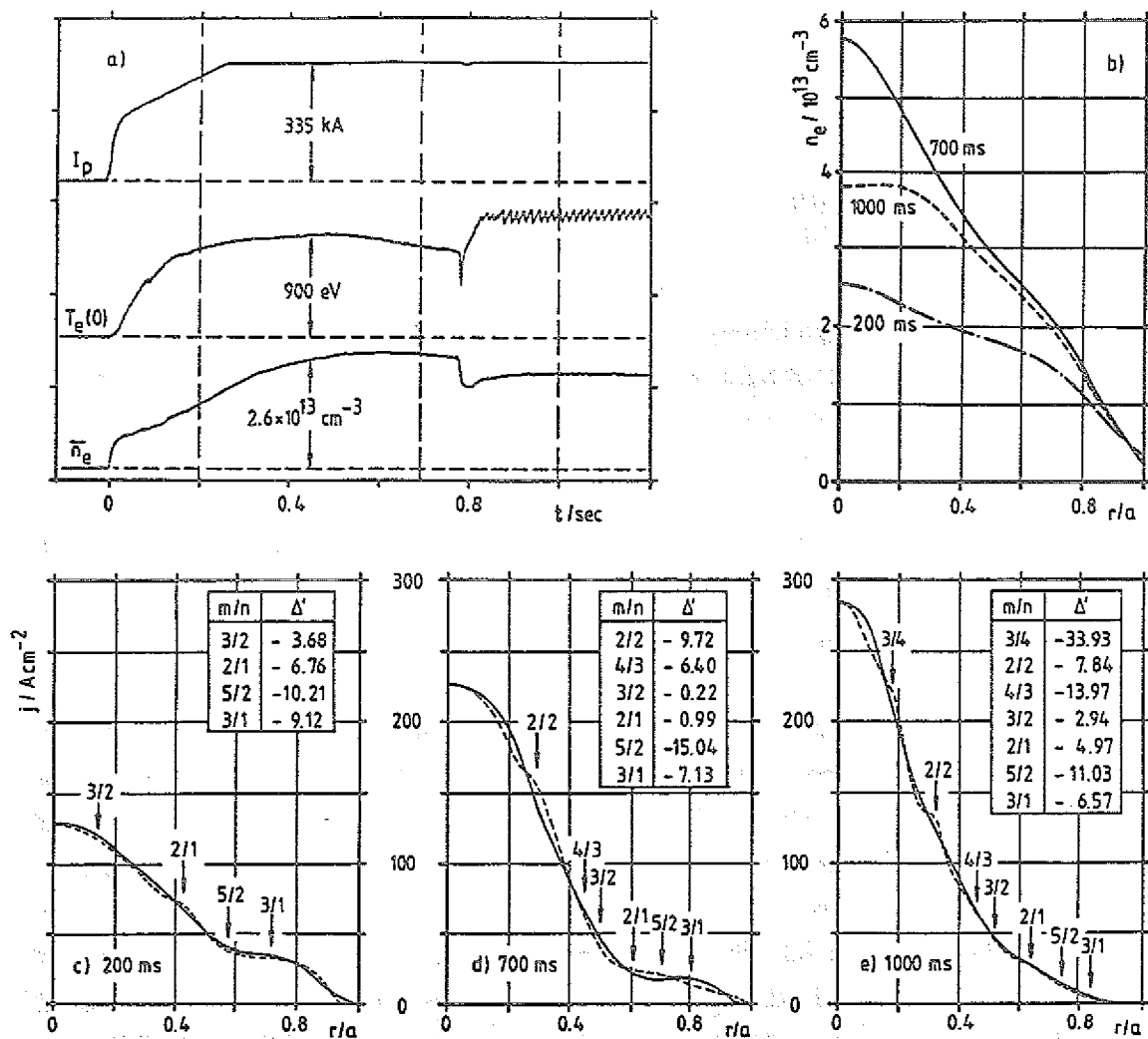


Abb. 32. TEXTOR-Entladung mit unterschiedlichen Stromdichteprofilen: (a) zeitlicher Verlauf von Plasmastrom I_p , zentraler Elektronentemperatur T_e und liniengemittelter Dichte $\bar{n}_e$; (b) Elektronendichteverteilungen bei 200, 700 und 1000 msec; (c-e) experimentelle (—) und theoretisch stabile (-----) Stromdichteprofile mit Angabe der rationalen magnetischen Oberflächen und der Δ' -Werte für entsprechende *tearing*-Moden.

men mit abnehmendem Sicherheitsfaktor $q(a)$ enger wird, bleibt selbst für $q(a) = 2.1$ noch ein erheblicher Spielraum offen (siehe Abb. 33). Innerhalb dieses Bereichs wird sich die Stromdichteverteilung - und damit auch das Elektronentemperaturprofil - in einem Tokamak-Plasma so einstellen, daß die zugeführte Heizleistung gerade durch die Wärmeverluste ausgeglichen wird, wobei letztere durchaus von den lokalen Gradienten, die zur Δ' -Stabilität erforderlich sind, mitbestimmt sein können. Ein dominierender Einfluß von *tearing*-Moden mit $m \geq 2$ auf die globale Profilform unter Ausbildung größerer magnetischer Inseln ist nur an den Grenzen des Variationsbereichs zu erwarten.

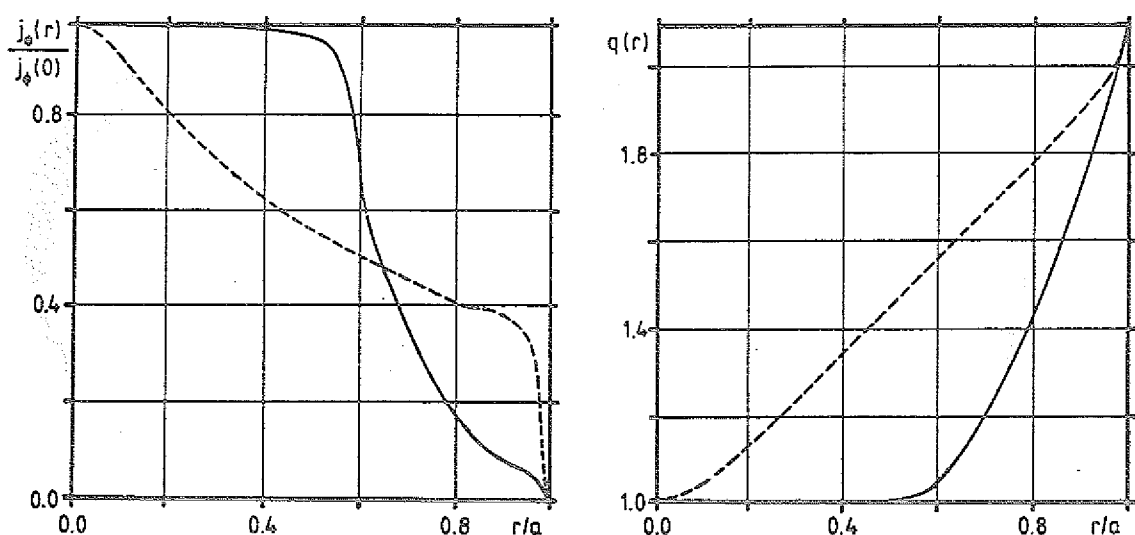


Abb. 33. Theoretisch stabile Stromdichteverteilungen: Variationsbreite von $j_\phi(r)$ bzw. $q(r)$ ohne Verletzung des Δ' -Kriteriums bei festgehaltenen Randwerten $q(0) = 1.01$ und $q(a) = 2.1$ (nach Cheng et al., 1987).

Experimentell wird diese Situation häufig während der Stromanstiegsphase beobachtet, wenn das $j_\phi(r)$ -Profil infolge des *skin*-Effektes noch sehr breit ist.

3.2.2. $m = 1$ - Moden

Störungen mit poloidaler Modenzahl $m = 1$ nehmen bei der Stabilitätsanalyse von Tokamak-Plasmen eine Sonderstellung ein, weil sie bereits im Rahmen der idealen MHD-Theorie (d.h. bei verschwindender Resistivität) rasch anwachsen können, wenn innerhalb der Plasmasäule eine magnetische Oberfläche mit $q = 1$ vorhanden ist. Eine solche *ideale* $m = 1$ -Mode entspricht der bekannten Knick-Instabilität von z-Pinch-Entladungen, in denen die *Kruskal-Shafranov-Bedingung* $q(a) > 1$ für den Sicherheitsfaktor auf der Plasmaoberfläche verletzt wird. Nach Johnson et al. (1958) kann man sich diese Instabilität leicht veranschaulichen, wenn man einen stromführenden Plasmazylinder mit axialem Magnetfeld und $q(a) < 1$ zu einer Helix mit der Wellenlänge $L > 2\pi a(B_z/B_\theta)$ verformt. Abbildung 34a zeigt zwei Querschnittsflächen in einem Abstand von $L/4$, die in senkrechten Richtungen um die Strecke ξ verschoben sind. Eine Feldlinie, die im ungestörten Fall zwischen den Punkten P und Q eine Verschraubung von mehr als $\pi/2$ um die Zylinderachse ausführt, erfährt durch die helische Verformung eine Zunahme des Drehwinkels ($\alpha' > \alpha$). Diese Zunahme entspricht einer Vergrößerung der poloidalen Magnetfeldkomponente - und damit einer Erhöhung des magnetischen Drucks - im Punkt Q' . Für eine Feldlinie durch die Punkte U und V führt dieselbe Überlegung auf eine Druckerniedrigung in V' , so daß die resultierende Kraft in Richtung der Verschiebung weist und die Auslenkung verstärkt.

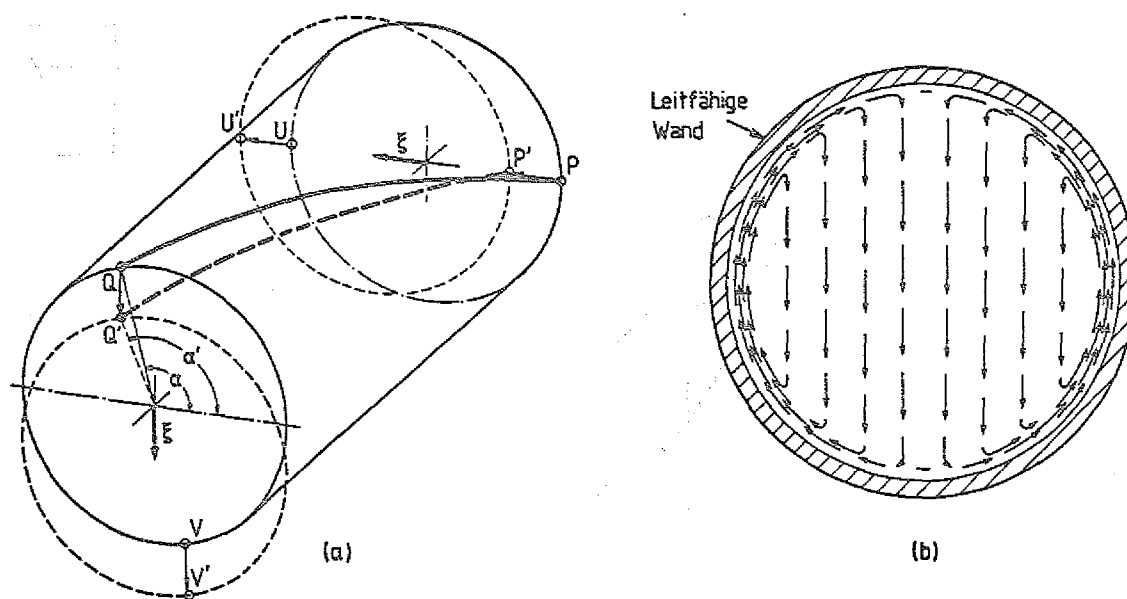


Abb. 34. Ideale $m=1$ -Knickinstabilität eines Plasmazyinders: (a) helische Verformung einer von Vakuum umgebenen stromführenden Plasmasäule mit axialem Magnetfeld bei Verletzung der Kruskal-Shafranov-Bedingung; (b) Strömungsmuster einer $m=1$ -Mode bei Berandung der Plasmaoberfläche durch eine leitfähige Wand.

Umgeben man den Plasmazyylinder mit einer eng anliegenden, leitfähigen Wand, dann verhindert man eine starre Versetzung des Querschnitts, und eine Bewegung des Plasmakerns muß zu einer starken Rückströmung in einer dünnen Randschicht führen (siehe Abb. 34b). In einem Tokamak übernimmt das Plasma außerhalb der $q=1$ -Fläche die Rolle der leitfähigen Wand, und die Anwachsrate der idealen $m=1$ -Mode wird wesentlich durch die Transporteigenschaften innerhalb einer dünnen Grenzschicht an dieser magnetischen Oberfläche bestimmt. Jeder Effekt, der die Form oder die Strömung in der Grenzschicht verändert, hat folglich einen Einfluß auf das Stabilitätsverhalten. Bei endlicher elektrischer Leitfähigkeit kann sich darüber hinaus eine magnetische Insel entwickeln, deren Wachstum unter Umständen erheblich schneller ist als das der idealen Mode.

Wegen der potentiellen Bedeutung zahlreicher Effekte höherer Ordnung ist eine vollständige theoretische Behandlung kaum möglich, und alle vorliegenden Arbeiten basieren auf mehr oder weniger vereinfachten Modellen. Die ersten Untersuchungen wurden von Shafranov (1970) unter Anwendung der idealen MHD-Gleichungen durchgeführt und beschränkten sich auf einen "geraden" Tokamak (d.h. auf einen Plasmazyylinder mit der Länge $2\pi R_0$, der durch Aufschneiden und Strecken eines Torus entsteht, so daß alle Größen in den beiden Stirnflächen gleich sind). Dabei ergab sich, daß eine starre Plasmaverschiebung ξ innerhalb der $q=1$ -Fläche die potentielle Energie des Systems

erniedrigt, wenn der Druck p und die longitudinale Stromdichte j_z monoton fallende Funktionen des Radius r sind. Rosenbluth, Dagazian und Rutherford (1973) studierten die nichtlineare Entwicklung dieser Verschiebung und fanden, daß sie bereits bei kleinen Werten gesättigt sein sollte (für $q(0) \simeq 0.7$, $R_0/a \simeq 3$, $r_{q=1}/a \simeq 0.3$ und mäßigen Plasmadruck liefert die Rechnung $\xi/a \simeq 0.02$). Die Berücksichtigung toroidaler Effekte durch Bussac et al. (1975) führte zu dem Ergebnis, daß die ideale $m = 1$, $n = 1$ -Mode vollständig stabil ist, wenn die Größe

$$\beta_p = \frac{2\mu_0 R_0^2}{r_1^4 B_\phi^2} \int_0^{r_1} \left(-\frac{dp}{dr} \right) r^2 dr \quad (3-32)$$

einen Wert von etwa 0.3 nicht übersteigt (r_1 ist der Radius der $q = 1$ -Fläche). In dieser Arbeit wurde allerdings vorausgesetzt, daß das $q(r)$ -Profil im Plasmazentrum einen parabolischen Verlauf mit $q(0) \simeq 0.9$ aufweist. Bei einem sehr flachen q -Profil innerhalb von r_1 entfällt nach Wesson (1986) die stabilisierende Wirkung, und die $m = 1$ -Mode ist hier selbst bei verschwindendem β_p ideal instabil.

Coppi et al. (1976) berechneten die Anwachsrate γ einer $m = 1$ -Instabilität im geraden Tokamak aus den linearisierten MHD-Gleichungen unter Zulassung einer endlichen elektrischen Leitfähigkeit. Für typische Plasmabedingungen folgte nicht nur eine Erhöhung von γ gegenüber dem idealen Fall sondern auch eine veränderte Topologie des gestörten Magnetfeldes in der resistiven Schicht mit der Möglichkeit zur Ausbildung einer magnetischen Insel (im Gegensatz zu Gl. (3-30) blieb das radiale Feld B , an der resonanten $q = 1$ -Fläche endlich). Das nichtlineare Wachstum dieser Insel wurde von Waddell et al. (1976) in einer Computer-Simulation verfolgt mit dem Resultat, daß es nicht zu einer Sättigung sondern zu einer Ausbreitung über das gesamte Volumen innerhalb der singulären Oberfläche kam und daß das Stromdichteprofil dabei abgeflacht und der Sicherheitsfaktor überall auf $q(r) > 1$ angehoben wurde. Dieses Ergebnis bestätigte ein heuristisches Modell von Kadomtsev (1975), wonach die experimentell beobachteten Sägezahn-Oszillationen zentraler Plasmaparameter auf eine periodische Folge rasch anwachsender resistiver $m = 1$ -Instabilitäten zurückzuführen seien (die notwendige Absenkung des axialen Sicherheitsfaktors zwischen zwei Ereignissen ließ sich dabei zwanglos durch eine bevorzugte Aufheizung des Plasmakerns und die damit verbundene Kontraktion der Stromdichteverteilung begründen). Weitere numerische Simulationen (z.B. Sykes und Wesson, 1976) und detaillierte Vergleiche des Kadomtsev'schen Sägezahn-Modells mit Messungen am Tokamak ORMAK (Jahns et al., 1978) unterstützten die bis dahin entwickelten theoretischen Vorstellungen über die $m = 1$ -Moden und führten dazu, daß sie als allgemein akzeptierte Randbedingungen in die Modellierung zahlreicher Tokamak-Experimente einbezogen wurden.

Zweifel am unbeschränkten Wachstum der $m = 1$ *tearing*-Mode äußerten Dubois et al. (1983), denen es nicht gelang, zeitlich hoch aufgelöste Sägezahn-Oszillationen der

weichen Röntgenstrahlung aus dem Tokamak TFR mit Hilfe des Kadomtsev'schen Modells zu erklären. Die gemessenen Signalverläufe ließen sich nur dann befriedigend simulieren, wenn die magnetische Insel zum Zeitpunkt der plötzlichen Temperaturabsenkung lediglich einen kleinen Bruchteil des Volumens innerhalb der $q = 1$ -Fläche ausfüllt. Die drastische Erhöhung des Energietransportes führten die Autoren auf die Entstehung einer turbulenten Zone an der Separatrix zurück, die sich rasch ausbreiten sollte.

Im direkten Widerspruch zur üblichen Beschreibungsweise der $m = 1$ -Moden standen auch die polarimetrischen Messungen des q -Profils in TEXTOR-Entladungen mit ausgeprägter Sägezahn-Aktivität. Bereits die ersten, noch recht groben Auswertungen lieferten für den axialen Sicherheitsfaktor $q(0)$ Werte von deutlich weniger als eins (Soltwisch, 1983b), und mit zunehmender Verfeinerung der Meß- und Auswertetechniken erhärtete sich dieses Ergebnis (Soltwisch et al., 1985). Typische, über einen Sägezahn-Zyklus gemittelte Werte von $q(0) \simeq 0.75 \pm 15\%$ schlossen eine periodische Abflachung der Stromdichteverteilung innerhalb der gesamten $q = 1$ -Fläche aus und deuteten darauf hin, daß die $m = 1$ *tearing*-Mode bereits bei kleiner Amplitude gesättigt und nach einem Sägezahn-Abbruch nahezu stabil sein müsse. In seltenen Fällen wurden q -Profile mit Zentralwerten von etwa 0.8 sogar in stationären Plasmen ohne Sägezahn-Aktivität gefunden (für ein Beispiel siehe Abb. 32d auf S. 82).

Die erhöhte Stabilität realer Tokamak-Plasmen gegenüber den zylindrischen Modellrechnungen von Waddell et al. (1976) ließ sich jedoch im Gegensatz zur idealen $m = 1$ -Mode nicht durch toroidale Effekte erklären, solange dq/dr als monoton steigende Funktion des Radius angenommen wurde (Bussac et al., 1976). Erst die Berücksichtigung einer lokalen Abflachung des q -Profils nahe der singulären Oberfläche lieferte eine deutliche Reduzierung der linearen Anwachsrate und eröffnete die Möglichkeit, die Messungen in TEXTOR theoretisch zu deuten. Eine solche Abflachung, deren Ausdehnung die beschränkte Raumauflösung des 9-strahligen Polarimeters deutlich überstieg, war in einer Entladung mit extrem breiter Stromdichteverteilung und großer $q = 1$ -Fläche ($r/a \simeq 0.5$) beobachtet worden. Abbildung 35a zeigt das Elektronendichteprofil in der horizontalen Mittelebene des Plasmaquerschnitts, und Abb. 35b gibt die zeitliche Variation der liniengemittelten Dichten entlang der in Teilbild (a) markierten Sehnen kurz vor dem Entladungsabbruch wieder. Die q - und j_ϕ -Profile in Abb. 35c,d sind gemäß Gl (3-31) symmetrisiert, um sie mit Hilfe des Δ' -Kriteriums auf ihre Stabilität gegenüber höheren *tearing*-Moden in zylindrischer Näherung untersuchen zu können. Der spitzen Stromdichteverteilung entspricht bei neoklassischer elektrischer Leitfähigkeit ein flaches Elektronentemperaturprofil, das gut mit gemessenen Werten übereinstimmt (Abb. 35e).

Manickam und Stodiek (1986) verwendeten die experimentellen Druck- und Stromdichteverteilungen dieser Entladung für die Berechnung selbstkonsistenter Gleichgewichtskonfigurationen (vgl. Abschn. 2.3.2.) und analysierten deren Stabilität gegenüber allen relevanten *tearing*-Moden mit Hilfe des resistiven MHD-Rechencodes

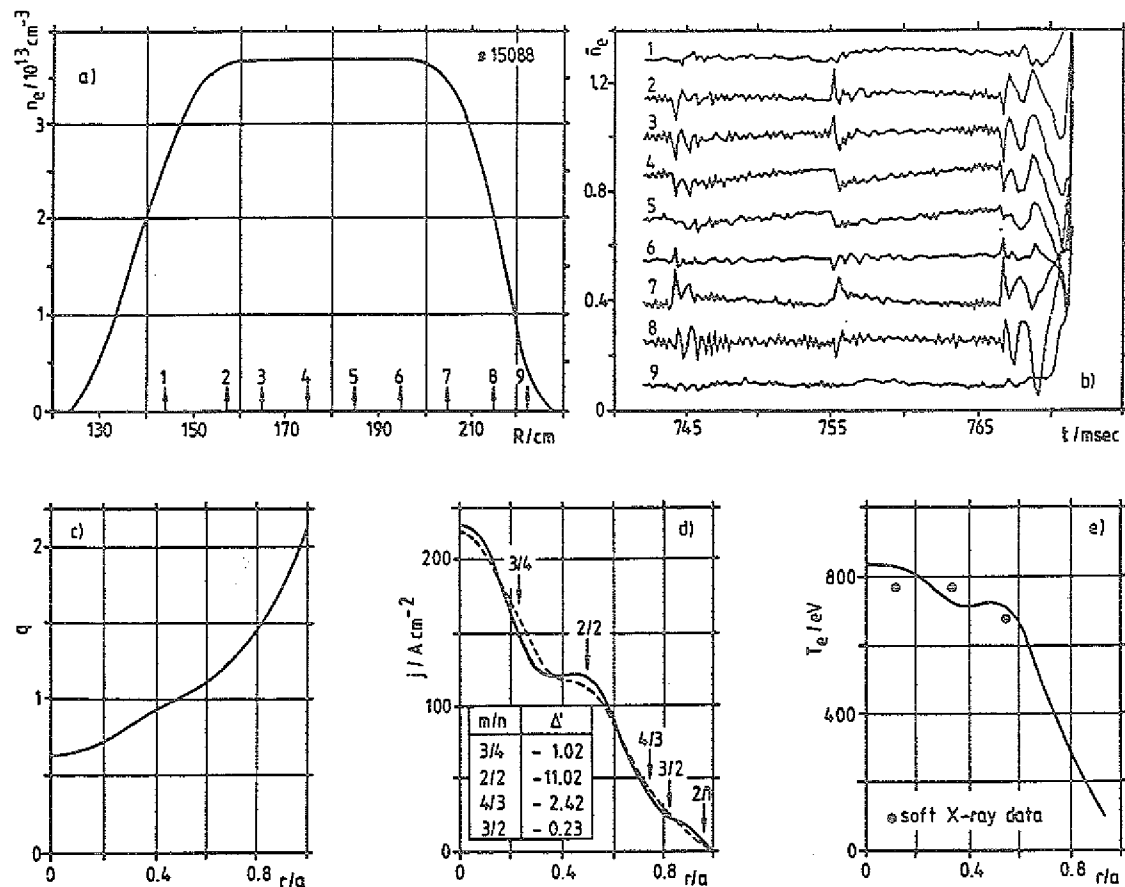


Abb. 35. TEXTOR-Entladung mit lokal abgeflachter Stromdichteverteilung: (a) Elektronendichteverteilung mit Angabe der Meßstrahlpositionen; (b) zeitliche Variation der liniengemittelten Elektronendichte entlang der in (a) bezeichneten Sehstrahlen; (c) Sicherheitsfaktor als Funktion des Oberflächenradius; (d) Stromdichteprofil gemäß Gl. (3-31b) und theoretisch stabile Verteilung (ohne Berücksichtigung der $m=1$ -Mode); (e) neoklassisch berechnetes Elektronentemperaturprofil ($Z_{\text{eff}} = 2$, $U_e = 1.5 \text{ V}$) und Meßwerte der Röntgendiagnostik.

PEST III in toroidaler Geometrie. Obwohl der Δ' -Wert der $m/n = 1/1$ tearing-Mode äußerst empfindlich auf die Form und Lage der Einsattelung nahe der $q = 1$ -Fläche reagierte, fanden sie ein vollständig stabiles Gleichgewicht, in dem die Stromdichteverteilung kaum vom gemessenen Profil abwich (siehe Abb. 36). Dieses Ergebnis, das wenig später von Hastie et al. (1987) unter Verwendung eines anderen Rechengcodes im wesentlichen bestätigt wurde, führte zu einer Reihe verbesserter analytischer und numerischer Untersuchungen der resistiven $m = 1$ -Mode in toroidaler Geometrie (siehe z.B. Rogister und Singh, 1988; Holmes et al., 1989). Die exakten theoretischen Kriterien für den Einsatz der Instabilität und ihre nichtlineare Entwicklung unter realistischen Plasmabedingungen sind gegenwärtig jedoch noch weitgehend unklar.

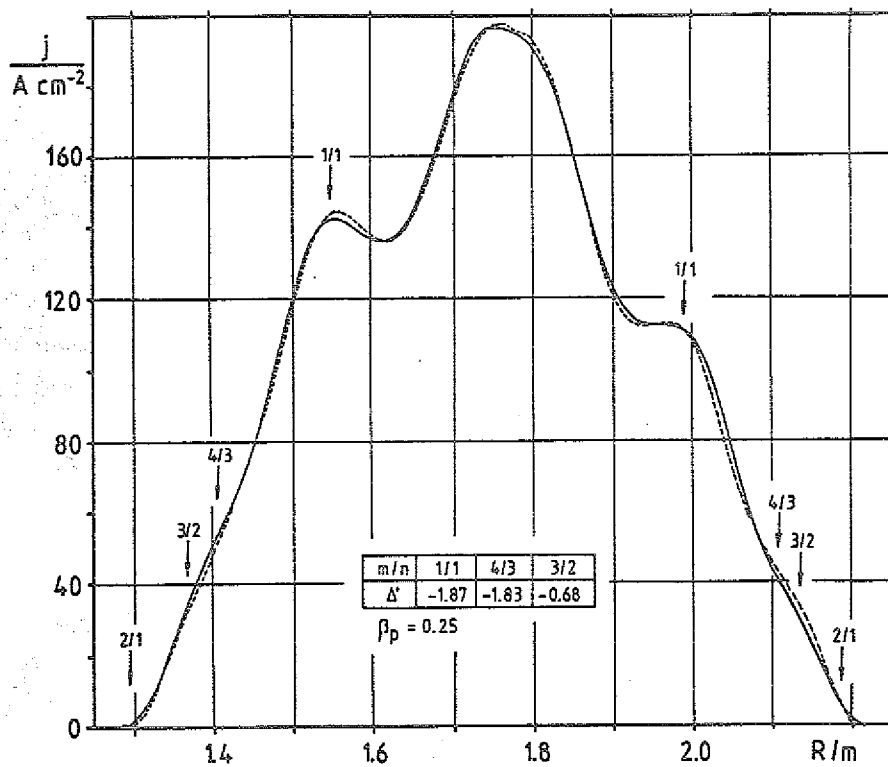


Abb. 36. Theoretisch stabiles Stromdichteprofil mit $q(0) = 0.68$: (-----) Stromdichteverteilung einer vollständig stabilen toroidalen Gleichgewichtskonfiguration mit den Parametern $a/R_0 = 0.46/1.75$, $B_t = 1.49$ T und $\beta_p = 0.25$ ($\Delta'(m,n)$ berechnet mit Hilfe des Rechencodes PEST III); (—) experimentelles Profil gemäß Abb. 35d.

3.2.3. Normierte Form der Stromdichteverteilungen

Das umfangreiche experimentelle Material, das im Verlauf der Stabilitätsuntersuchungen angesammelt wurde, läßt sich sehr übersichtlich zusammenfassen, wenn man die gemessenen Stromdichteprofile in geeigneter dimensionsloser Form darstellt. Den Ansatz dazu liefert eine auffällige Ähnlichkeit der Verteilungen $j_\theta(r)$ in der quasi-stationären Phase induktiv geheizter Entladungen mit Sägezahn-Aktivität. Der Zentralwert $j_\theta(0)$ wird in diesen Plasmen fast ausschließlich durch die Höhe des toroidalen Magnetfeldes B , bestimmt, und die Halbwertsbreite des Profils hängt im wesentlichen nur vom Verhältnis I/B , ab. Die übrigen Entladungsparameter und insbesondere die Position materieller Begrenzer für den Plasmaquerschnitt üben kaum einen Einfluß auf die Profilform aus, solange die magnetische Oberfläche mit $q \approx 3$ noch innerhalb der freien Öffnung liegt. Die Ursache für dieses Verhalten ist die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit gemäß $\sigma \sim T^{3/2}$. Der induzierte Strom hat dadurch die Tendenz, sich im heißen Plasmakern zu konzentrieren und die Temperatur dort weiter zu erhöhen. Aus dieser *thermischen* Instabilität (Furth et al., 1970) resultiert eine Schrumpfung des Stromkanals und eine Ablösung von den materiellen Begrenzern im Vakuumgefäß, wenn die Wärmeabfuhr an der Oberfläche durch eine mitbewegte

Strahlungszone erfolgen kann.²⁰ Mit der Zunahme der zentralen Stromdichte ist allerdings eine Absenkung des Sicherheitsfaktors verbunden, und bei einer kritischen Ausdehnung der $q = 1$ -Fläche erreicht die $m = 1$ -Mode ihre Stabilitätsgrenze und verhindert auf eine noch nicht vollständig verstandene Weise einen weiteren Temperaturanstieg durch eine periodische Erhöhung des Wärmetransports im Bereich $r \lesssim r_1$.

Für eine dimensionslose Darstellung der gemessenen $j_\phi(r)$ -Profile liegt es daher nahe, als Bezugsgrößen den Radius r_1 und die mittlere Stromdichte $\bar{j}_1$ innerhalb dieses Gebietes zu wählen. In zylindrischer Näherung gilt

$$\mu_0 \bar{j}_1 = 2 B_\theta(r_1)/r_1, \quad (3-33)$$

und wegen $q(r_1) = (B_t/R) [r_1/B_\theta(r_1)] = 1$ folgt daraus

$$\bar{j}_1 = 2 \frac{B_t}{\mu_0 R} \quad (3-34)$$

in Übereinstimmung mit der Beobachtung, daß $j_\phi(0)$ etwa proportional zu B_t variiert. Der Radius r_1 ergibt sich aus dem Gesamtstrom

$$I = 2\pi \int_0^a j_\phi(r) r dr = \bar{j}_1 r_1^2 \left\{ 2\pi \int_0^{\hat{a}} \hat{j}(\hat{r}) \hat{r} d\hat{r} \right\}, \quad (3-35)$$

wobei $\hat{j} = j_\phi/\bar{j}_1$ und $\hat{r} = r/r_1$ die normierten Variablen bezeichnen. Wegen der Ähnlichkeit der $j_\phi(r)$ -Verteilungen ist der reduzierte Strom $\hat{I} = 2\pi \int_0^{\hat{a}} \hat{j}(\hat{r}) \hat{r} d\hat{r} = I/(\bar{j}_1 r_1^2)$ unabhängig von den Betriebsparametern des Tokamaks, und man erhält

$$r_1 = \sqrt{\frac{1}{2\hat{I}} \frac{\mu_0 R I}{B_t}}. \quad (3-36)$$

Abbildung 37 zeigt eine Reihe von Stromdichteverteilungen in Entladungen mit sehr unterschiedlichen Gesamtströmen und Toroidalfeldern, die in der reduzierten Form näherungsweise zusammenfallen. Die Streuung besonders im Zentralbereich ist zum großen Teil auf die beschränkte Meßgenauigkeit zurückzuführen. Die praktische Bedeutung dieses *Normprofils* besteht darin, daß es für jede Einstellung der Betriebsgrößen I , B_t und R eine recht genaue Vorhersage der quasi-stationären $j_\phi(r)$ -Verteilung und der Lage rationaler magnetischer Oberflächen gestattet, sofern die Entladung Sägezahn-Aktivität aufweist. Der Radius der $q = 1$ -Fläche folgt danach der Abhängigkeit

$$r_1 = 0.25 \sqrt{\mu_0 R I / B_t}, \quad (3-37)$$

²⁰ Nach Schlüter et al. (1985) wiesen die untersuchten TEXTOR-Plasmen genügend hohe Sauerstoff- und Kohlenstoffkonzentrationen auf, um eine solche Strahlungszone aufzubauen.

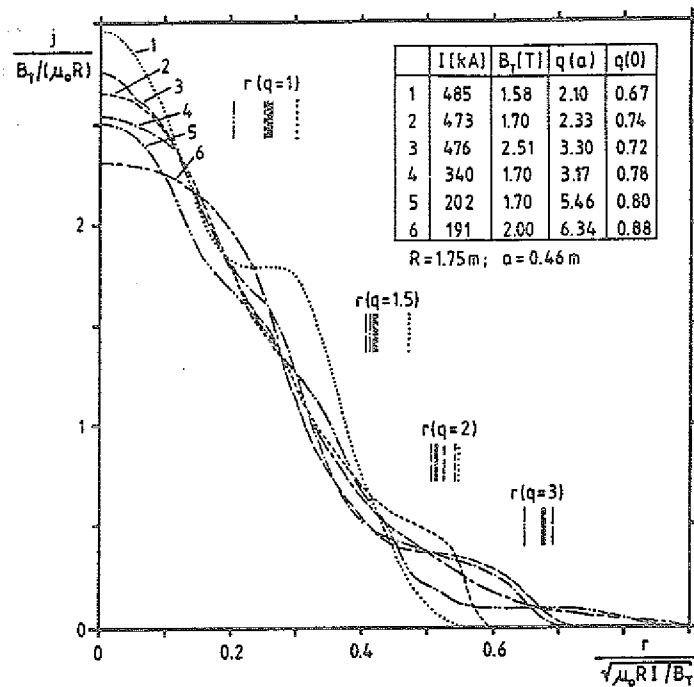


Abb. 37. Normierte Darstellung experimenteller Stromdichteprofile: In reduzierten Koordinaten nehmen die Stromdichteverteilungen in induktiv geheizten TEXTOR-Entladungen mit Sägezahn-Aktivität trotz sehr unterschiedlicher Betriebsparameter eine einheitliche Form an.

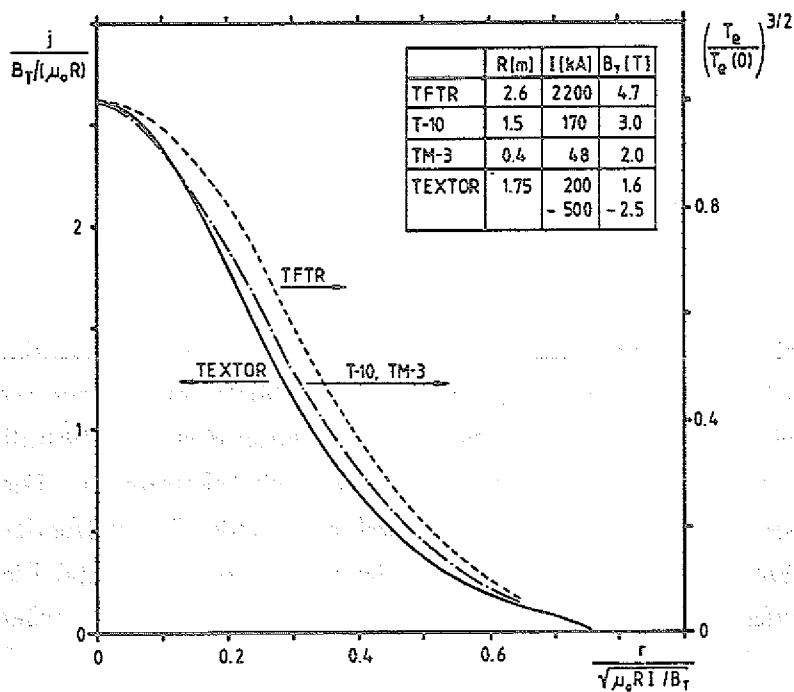


Abb. 38. Vergleich der Stromdichteprofile in verschiedenen Tokamaks: Das normierte Stromdichteprofil gemäß Abb. 37 ist in Übereinstimmung mit entsprechenden Verteilungen in TFTR, T-10 und TM-3, die sich aus den T_e -Profilen ohne neoklassische Korrektur ergeben (nach Esiptchuk und Razumova, 1986).

und der Stromkanal schrumpft so weit zusammen, daß außerhalb der magnetischen Oberfläche mit $q = 3$ die toroidale Stromdichte praktisch verschwindet. Werden die materiellen Begrenzer so eingestellt, daß ihre freie Öffnung kleiner ist als der Querschnitt der $q = 3$ -Fläche, dann kommt es zu einer Aufteilung des Stromdichteprofiles am Plasmarand, die den reproduzierbaren Betrieb des Tokamaks im allgemeinen erschwert.

Die Berücksichtigung des großen Plasmaradius R in den Normierungsgrößen erlaubt es, die Messungen in TEXTOR auch auf andere Tokamak-Apparaturen mit kreisförmigen Plasmaquerschnitten zu übertragen. Als Nachweis zeigt Abb. 38 eine Zusammenstellung entsprechender Verteilungen in Geräten sehr unterschiedlicher Größe. Die Kurven sind einer Arbeit von Esiptchuk und Razumova (1986) entnommen, in der die Autoren typische T_e -Profile in TFTR, T-10 und TM-3 miteinander vergleichen und dazu reduzierte Radius-Koordinaten gemäß Gl. (3-36) verwenden. Die zugehörigen Stromdichten sind mit Hilfe des klassischen Zusammenhangs $j \sim T_e^{3/2}$ abgeschätzt und auf den Zentralwert normiert. Die Daten beziehen sich wie bei TEXTOR auf die quasi-stationäre Phase induktiv geheizter Entladungen mit Sägezahn-Aktivität und stimmen recht gut mit dem mittleren Profilverlauf in Abb. 37 überein. Eine Berücksichtigung der neoklassischen Korrekturfaktoren (vgl. Abschn. 3.1.2.) hätte eine Erniedrigung der geschätzten Stromdichten bei mittleren Radien zur Folge und würde die bestehenden Abweichungen noch verringern.

3.3. Sägezahn-Oszillationen der Magnetfeldstruktur

Sägezahnförmige Schwingungen der zentralen Plasmaparameter sind eine besonders augenfällige und regelmäßig zu beobachtende Erscheinungsform einer magneto-hydrodynamischen Instabilität in Tokamak-Plasmen und spielen deshalb eine wichtige Rolle bei der Analyse der Einschlusseigenschaften. Bereits kurz nach der Entdeckung dieses Phänomens (von Goeler et al., 1974) lieferte Kadomtsev (1975) ein heuristisches Modell, das sowohl die verfügbaren experimentellen Informationen zu deuten erlaubte als auch stabilitätstheoretisch plausibel erschien und das daher als angemessene Beschreibung weithin akzeptiert wurde. Abweichungen vom normalen Verhalten der Sägezahn-Oszillationen, die insbesondere in größeren Maschinen und bei starker Zusatzheizung auftraten, versuchte man durch geeignete Modifikationen zu berücksichtigen (siehe z.B. Pfeiffer, 1985), ohne jedoch die Grundannahme einer unbeschränkt wachsenden $m = 1$ tearing-Mode in Frage zu stellen. Vorschläge von Dubois et al. (1983) und Lichtenberg (1984), die periodische Verschlechterung des Plasmaeinschlusses durch Turbulenzen oder durch eine Stochastisierung der magnetischen Feldlinien zu erklären, fanden wenig Beachtung. Erst die systematischen Messungen des axialen Sicherheitsfaktors in TEXTOR mit Werten deutlich unter eins und die Beobachtung extrem schneller Temperatureinbrüche in JET (Edwards et al., 1986) führten zu einer zunehmend kritischen Einstellung gegenüber dem Kadomtsev'schen Modell und zu verstärkten

theoretischen Aktivitäten - wenn auch mit völlig verschiedenen Ansätzen. Während die TEXTOR-Daten Anlaß gaben für verfeinerte Stabilitätsanalysen der *resistiven* $m = 1$ *tearing*-Mode mit der Möglichkeit einer nichtlinearen Sättigung (vgl. Abschn. 3.2.2.), entwickelte Wesson (1986) zur Beschreibung der JET-Daten ein Sägezahn-Modell auf der Basis einer *idealen* Austausch-Instabilität, welche allerdings einen sehr flachen Verlauf des Sicherheitsfaktors innerhalb der $q = 1$ -Fläche erfordern würde. Die divergierenden theoretischen Überlegungen wurden gestützt durch widersprüchliche Messungen in verschiedenen Tokamaks, die sich jedoch meist auf wenige Entladungen beschränkten und überwiegend der Erprobung diagnostischer Verfahren dienten. Niedrige Werte von $q(0) \lesssim 0.8$ wurden außer in TEXTOR auch in DITE (Forrest et al., 1978), in TOKAPOLE II (Osborne et al., 1982), in TEXT (West et al., 1987) und in JET (O'Rourke et al., 1988) gefunden. Dagegen ermittelten McCormick et al. (1987) in ASDEX einen Wert von $q(0) \approx 1.0$, und Versuche von Weisen et al. (1989) mit resonanten Alfvén-Wellen in TCA deuteten ebenfalls auf ein flaches q -Profil im Plasmazentrum hin.

Mit Ausnahme der Sondenmessungen in der sehr kleinen TOKAPOLE-Maschine konnte keines der genannten Experimente Aufschluß geben über die räumliche und zeitliche Variation der Magnetfeldstruktur innerhalb eines Sägezahn-Zyklus, obwohl gerade diese Information über die Plausibilität eines theoretischen Ansatzes entscheiden und für seine Weiterentwicklung richtungsweisend sein kann. Die gegenwärtigen Arbeiten an TEXTOR konzentrieren sich deshalb auf die Messung periodischer Änderungen des q -Profils im Zusammenhang mit der Sägezahn-Aktivität. Diese Änderungen sind allerdings so gering, daß entsprechende Modulationen der Faraday-Drehwinkel meist im Rauschen der Meßsignale untergehen. Um sie dennoch erfassen zu können, müssen viele Zyklen kohärent gemittelt werden, so daß nur solche Signalanteile erhalten bleiben, die zu der gesuchten Schwingung in einer festen Phasenbeziehung stehen. Erste Ergebnisse weisen auf schnelle Umordnungen der Feldstruktur hin und unterstreichen damit die Bedeutung der *tearing*-Mode für den Sägezahn-Mechanismus (Soltwisch, 1988).

3.3.1. Nachweis periodischer Schwankungen der Faraday-Drehwinkel

Die Anwendung kohärenter Mittelungsverfahren setzt eine hohe Reproduzierbarkeit der Sägezahn-Ereignisse voraus. Geeignete Bedingungen mit sehr regelmäßiger Sägezahn-Aktivität lassen sich in induktiv geheizten Plasmen einstellen, wenn die Entladungsparameter sorgfältig kontrolliert werden. Wie in Abb. 39 (links) gezeigt, oszillieren die zentrale Elektronentemperatur und die linienintegrierte Dichte mit einer Frequenz von etwa 50 Hz und gleichbleibender Amplitude um Mittelwerte, die für mehr als eine Sekunde nahezu konstant sind. Die entsprechenden Signale des Polari-Interferometers sind in Abb. 39 (rechts) auf einer gedehnten Zeitskala dargestellt. Die

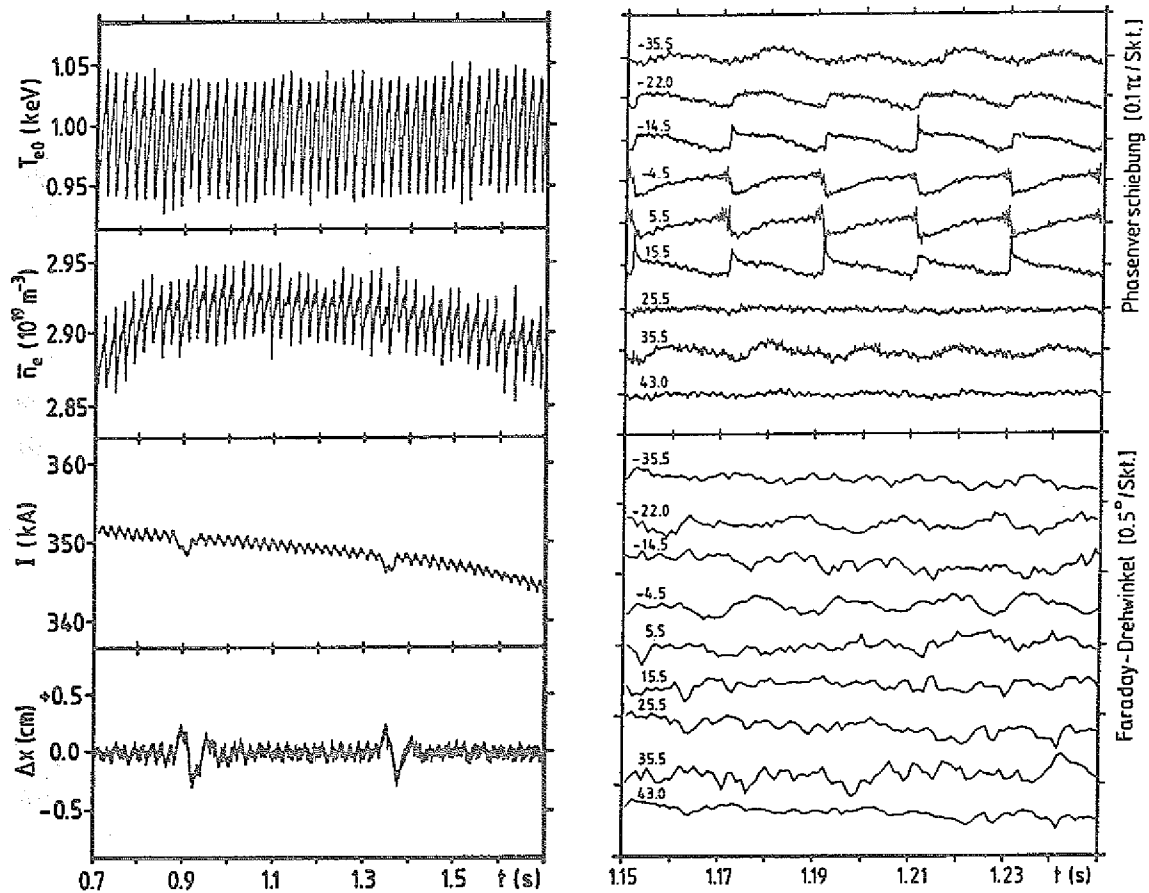


Abb. 39. TEXTOR-Entladung mit regelmäßiger Sägezahn-Aktivität: Links: zentrale Elektronentemperatur, liniengemittelte Elektronendichte, Plasmastrom und horizontale Plasmalage in der quasi-stationären Phase. Rechts: Phasenverschiebungs- und Drehwinkel-Signale des 9-strahligen Polari-Interferometers während des Zeitintervalls von 1.15 bis 1.25 sec (die Zahlen bezeichnen die kleinsten Abstände der Meßstrahlen vom Plasmazentrum).

Empfindlichkeit der Phasenmessung ist hoch genug, um Sägezahn-Schwingungen des Elektronendichteprofiles sichtbar zu machen und auch sogenannte *precursor*-Oszillationen aufzulösen, die durch eine schnell rotierende lokale Störung der Dichteverteilung vermutlich infolge einer $m = 1$ *tearing*-Mode kurz vor dem Sägezahn-Abbruch entstehen. Die polarimetrischen Meßsignale zeigen dagegen nur ein unkorreliertes Rauschen, das überwiegend von den Detektoren erzeugt wird.

Die Rauschpegel können durch eine Zerlegung der Signalverläufe $S(t)$ in Abschnitte von der Dauer der individuellen Sägezahn-Ereignisse und durch Überlagerung dieser Segmente zu einem repräsentativen Zyklus stark reduziert werden. Im einzelnen müssen dazu die folgenden Schritte von einem Rechenprogramm ausgeführt werden: Zuerst sind die Zeitpunkte t_i der Sägezahn-Abbrüche zu ermitteln, indem ein hoch aufgelöstes Meßsignal mit ausgeprägter Sägezahn-Modulation (wie z.B. die Elektronenzyklotron-Strahlung aus dem Plasmazentrum) differenziert und in eine Folge von Nadelimpulsen

transformiert wird. Aus diesen Daten wird dann eine mittlere Periodendauer $\tau_s = \overline{(t_{i+1} - t_i)}$ berechnet, und solche Sägezähne werden ausgesondert, deren Länge um mehr als 10% von τ_s abweicht. Als nächstes werden die verbleibenden Intervalle in N äquidistante Zeiten $t_{ik} = t_i + k(t_{i+1} - t_i)/N$ mit $1 \leq k \leq N$ aufgeteilt und die Signalamplituden $S(t_{ik})$ durch Interpolation zwischen den tatsächlich aufgezeichneten Meßwerten in der Umgebung von t_{ik} bestimmt. Dabei ist N bei einer gegebenen Registrierfrequenz f_d so zu wählen, daß $N/\tau_s > f_d$ (für typische Werte von $f_d = 1$ kHz und $\tau_s = 20$ msec wird $N = 100$ gesetzt; die Interpolation erfolgt mit Hilfe eines gleitenden *spline-fits* durch diejenigen Meßpunkte, die in das Intervall $[t_{ik} - \tau_s/2 \leq t \leq t_{ik} + \tau_s/2]$ fallen). Schließlich werden die Signalwerte mit einem gemeinsamen Index k (d.h. mit derselben relativen Position innerhalb einer Sägezahn-Periode) addiert, so daß Rauschanteile ohne feste Phasenbeziehung sich herausmitteln. Sollte die verfügbare Anzahl ähnlicher Sägezahn-Ereignisse während einer Entladung nicht ausreichend sein, müssen die Daten aus möglichst gleichartigen Entladungen miteinander kombiniert werden.

Obwohl dieses Verfahren bereits eine deutliche Modulation der polarimetrischen Meßsignale hervorbringt, sind die resultierenden Signalverläufe noch durch die endliche Integrationszeitkonstante τ_I der Erfassungselektronik beeinflusst. Die Übertragungsfunktion der Synchrongleichrichter (siehe Abschn. 2.2.2.) entspricht dem Verhalten eines einfachen Tiefpaß-Filters gemäß

$$S_{\text{ein}}(t) = S_{\text{aus}}(t) + \tau_I dS_{\text{aus}}(t)/dt. \quad (3-38)$$

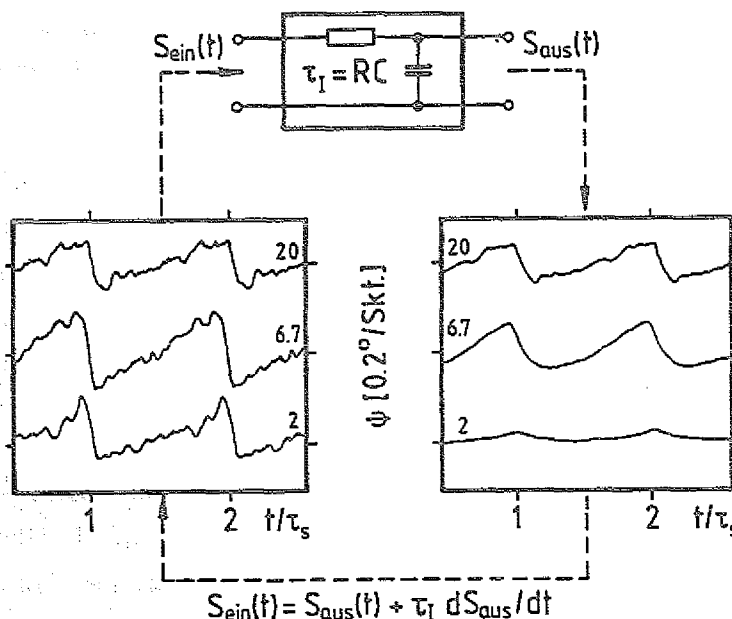


Abb. 40. Prüfung der kohärenten Signalmittelung: Eine Variation der Integrationszeitkonstanten τ_I in der polarimetrischen Erfassungselektronik führt zu definierten Änderungen der registrierten Ausgangssignale (die Zahlen geben das Verhältnis τ_s/τ_I an).

Eine Variation von τ_1 gestattet es also, die Ausgangssignale $S_{\text{aus}}(t)$ in definierter Weise zu ändern und damit die Gültigkeit des Mittelungsverfahrens experimentell zu überprüfen. Abbildung 40 zeigt, daß sie einem Wechsel der Zeitkonstanten folgen, während die aus Gl. (3-38) berechneten Eingangssignale $S_{\text{ein}}(t)$ von der Einstellung der Erfassungselektronik unabhängig sind (die leichten Unterschiede sind auf etwas verschiedene Entladungsbedingungen zurückzuführen).

Für eine weitere Prüfung des Mittelungsverfahrens bietet es sich an, das beschriebene Rechenprogramm auch auf die interferometrischen Meßdaten anzuwenden, deren Auflösung bereits hoch genug ist, um charakteristische Einzelheiten *individueller* Sägezahn-Oszillationen zu zeigen. Alle Details mit Ausnahme der *precursor*-Schwingungen bleiben dabei selbst nach einer Überlagerung von 290 Perioden aus fünf aufeinander folgenden TEXTOR-Entladungen erhalten, wie sich aus dem Vergleich der entsprechenden Signalformen in Abb. 39 und 41a ergibt. Abbildung 41b enthält die zugehörigen polarimetrischen Signale nach Korrektur gemäß Gl. (3-38). Für eine übersichtlichere Darstellung sind jeweils zwei identische Perioden gezeigt, und die Faraday-Drehwinkel in der inneren Hälfte des Plasmaquerschnitts (d.h. für $x < 0$) sind invertiert gezeichnet, um einen besseren Vergleich mit den Phasenverschiebungssignalen zu ermöglichen. Die verschiedenen Sägezahn-Abfallzeiten sind eine Folge unterschiedlicher Aufzeichnungsfrequenzen für die interferometrischen und polarimetrischen Meßdaten (5 bzw. 1 kHz).

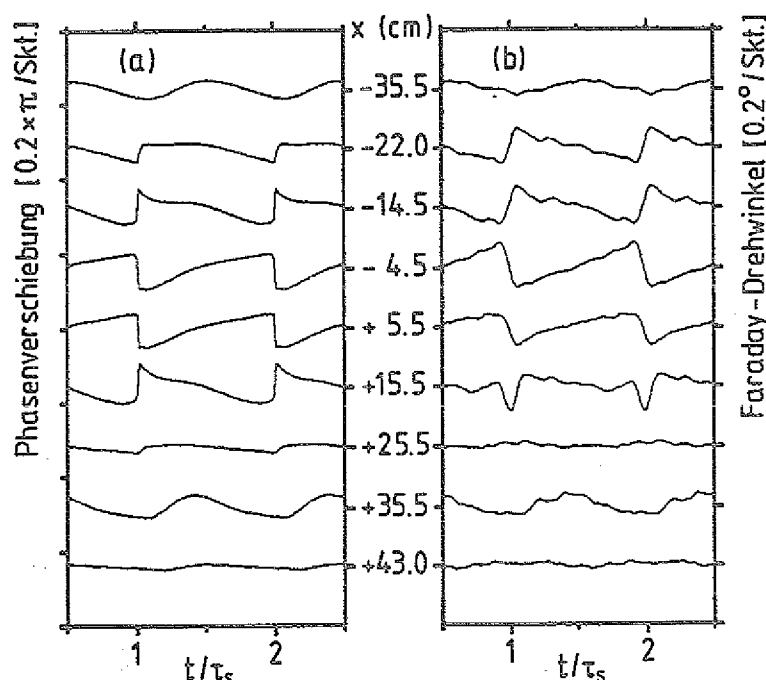


Abb. 41. Kohärent gemittelte Meßsignale: (a) interferometrische und (b) polarimetrische Signale nach Überlagerung von 290 ähnlichen Sägezahn-Perioden und Korrektur für die Integrationszeitkonstante der Erfassungselektronik.

3.3.2. Verschiebungen des Plasmazentrums

Die kohärent gemittelten polarimetrischen Meßsignale in Abb. 41b machen Änderungen der Faraday-Drehwinkel um weniger als 0.02° sichtbar. Bei der Interpretation dieser Daten ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Signalformen nicht allein durch eine Variation des Magnetfeldes, sondern auch durch Oszillationen der Elektronendichteverteilung und Verschiebungen des Plasmazentrums beeinflusst werden können. Während der Anstiegsphase eines Sägezahns nimmt der Druck im Plasmakern zu, und es ist zu erwarten, daß die magnetische Achse sich entlang des großen Radius nach außen bewegt. Eine solche Verschiebung führt zu gegenläufigen Änderungen der Signalamplituden links und rechts vom Zentrum, weil der Abstand zu den feststehenden Meßstrahlen auf der einen Seite vergrößert und auf der anderen Seite verkleinert wird. In Abb. 42a ist schematisch dargestellt, wie sich diese gegensinnige Änderung dem gleichsinnig verlaufenden Anstieg der Faraday-Drehung bei zunehmender Feldstärke überlagert und so die unterschiedlichen Signalformen bei den Strahlpositionen

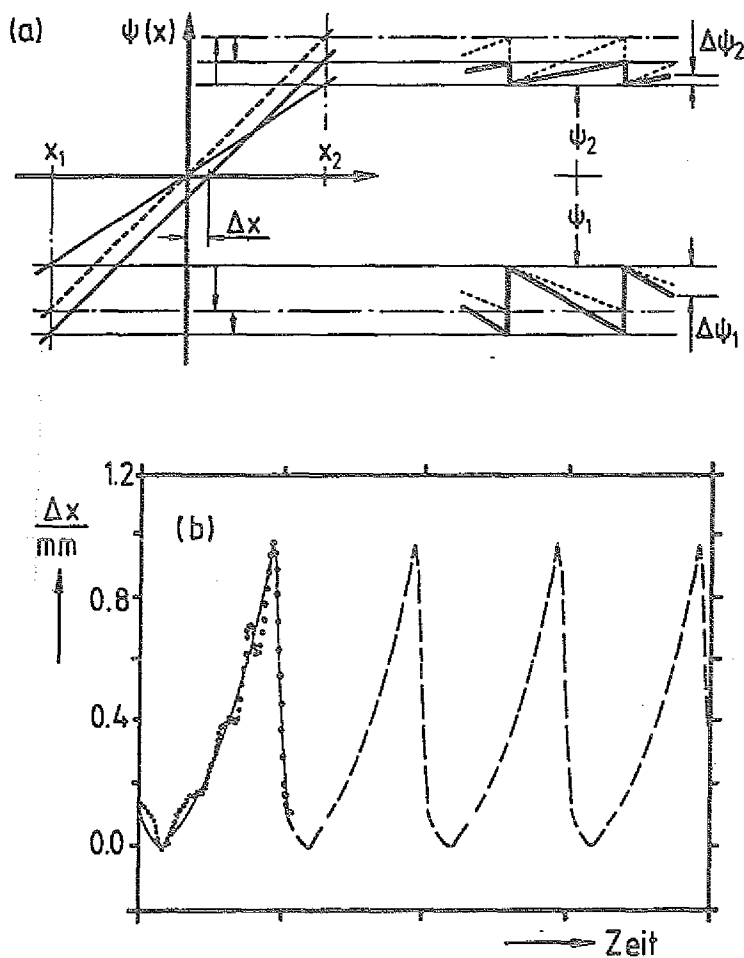


Abb. 42. Periodische Verschiebung der magnetischen Achse: (a) schematische Darstellung der Signalbeeinflussung durch eine Plasmaverschiebung quer zu den Meßstrahlen; (b) Bewegung der magnetischen Achse während der Sägezahn-Aktivität.

$x_1 = -4.5 \text{ cm}$ und $x_2 = +5.5 \text{ cm}$ in Abb. 41b verursacht (eventuell vorhandene unkorrelierte Schwankungen der Plasmalage erhöhen lediglich den Rauschpegel und werden bei der kohärenten Mittelung unterdrückt).

Wenn man die Position der magnetischen Achse näherungsweise mit dem Nulldurchgang des Drehwinkel-Profiles gleichsetzt und einen linearen Verlauf von $\psi(x)$ zwischen x_1 und x_2 annimmt,²¹ dann läßt sich aufgrund einfacher geometrischer Überlegungen die Verschiebung Δx zu jedem Zeitpunkt innerhalb des Sägezahn-Zyklus durch

$$\Delta x(t) \simeq \frac{\psi_2 \Delta\psi_1(t) - \psi_1 \Delta\psi_2(t)}{(\psi_1 + \psi_2)^2} (x_2 - x_1) \quad (3-39)$$

abschätzen, wobei $\psi_{1,2}$ die Absolutbeträge der Drehwinkel zu Beginn einer Periode sind und $\Delta\psi_{1,2}(t)$ die Änderungen während der Anstiegsphase bezeichnen. Aus den Signalen in Abb. 41b folgt dann der in Abb. 42b dargestellte Verlauf mit einer maximalen Versetzung von etwa 1 mm. Dieser Betrag stimmt gut überein mit dem Ergebnis numerischer Rechnungen für die Gleichgewichtslage des Plasmas unter Verwendung typischer Druckprofile zu Beginn und am Ende eines Sägezahn-Zyklus (Stodiek, 1987).

3.3.3. Modulation des axialen Sicherheitsfaktors

Um die Änderung des poloidalen Magnetfeldes innerhalb einer Sägezahn-Periode zu ermitteln, zerlegen wir n_e und B_p in zeitunabhängige Mittelwerte und fluktuierende Komponenten gemäß

$$\begin{aligned} n_e(x,z,t) &= \hat{n}_e(x,z) + \tilde{n}_e(x,z,t) \\ B_p(x,z,t) &= \hat{B}_p(x,z) + \tilde{B}_p(x,z,t) \end{aligned} \quad (3-40)$$

und stellen die Faraday-Drehwinkel als Summe dar:

$$\begin{aligned} \psi(x,t) &\propto \int \hat{n}_e(x,z) \hat{B}_p(x,z) dz && \text{(Mittelwert)} \\ &+ \int \tilde{n}_e(x,z,t) \hat{B}_p(x,z) dz && \text{(Dichte-Schwankung)} \\ &+ \int \hat{n}_e(x,z) \tilde{B}_p(x,z,t) dz && \text{(Feld-Schwankung)} \\ &+ \int \tilde{n}_e(x,z,t) \tilde{B}_p(x,z,t) dz && \text{(Term zweiter Ordnung)} \end{aligned} \quad (3-41)$$

(zur Wahl des Koordinatensystems siehe Abb. 21 auf S. 49). Die Verteilungen $\hat{n}_e(x,z)$ und

²¹ Zur Rechtfertigung dieser Annahmen siehe die Fehlerabschätzung in Abschn. 2.3.4. und insbesondere Abb. 25 auf S. 60.

$\hat{B}_p(x,z)$ bestimmen wir wie üblich aus den über einen Sägezahn-Zyklus gemittelten interferometrischen und polarimetrischen Meßdaten und erhalten die Profile in Abb. 43a. Die Modulation $\tilde{n}_e(x,z,t)$ der Elektronendichte ergibt sich aus den Sägezahn-Oszillationen der Phasenverschiebungssignale durch eine Folge von *Abel-Inversionen* in zylindrischer Geometrie (vgl. Abschn. 2.3.1.). Die Exzentrizität der kreisförmigen Konturlinien $n_e = \text{const.}$ berücksichtigen wir dadurch, daß wir nicht die Abstände x der Sehstrahlen von der magnetischen Achse sondern die Radien derjenigen Kreise verwenden, die die Strahlen gerade tangieren. Außerdem erhöhen wir die beschränkte Ortsauflösung unseres 9-kanaligen Instrumentes auf 54 Sichtlinien durch den Plasmaquerschnitt, indem wir in die Analyse auch Daten aus fünf vergleichbaren Entladungen mit etwas unterschiedlichen Plasmapositionen einbeziehen. Abbildung 43b zeigt die resultierenden Abweichungen der Elektronendichte vom mittleren Profil zu zehn äquidistanten Zeitpunkten innerhalb einer Sägezahn-Periode (die Abszissenwerte sind die Radien der magnetischen Oberflächen).

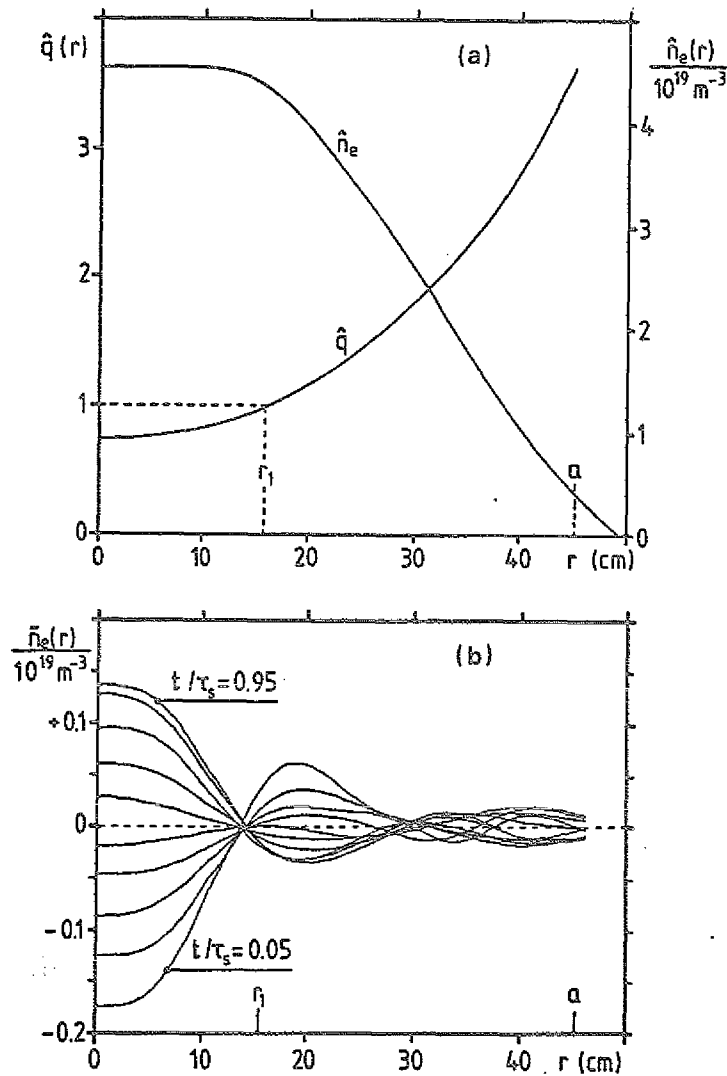


Abb. 43. Sicherheitsfaktor und Elektronendichte-Verteilungen: (a) mittlere n_e - und q -Profile; (b) Abweichungen der Elektronendichte vom mittleren Profil zu zehn äquidistanten Zeitpunkten innerhalb einer Sägezahn-Periode (die Abszissenwerte sind die Radien der magnetischen Oberflächen).

äquidistanten Zeitpunkten innerhalb einer Sägezahn-Periode. Die Modulationsamplitude beträgt im Zentrum etwa 7.5%. Bei $r \approx 13.5$ cm liegt ein Knotenpunkt, in dem n_z während des gesamten Zyklus konstant bleibt. Dieser Radius ist ungefähr 2 cm kleiner als der Radius der $\hat{q} = 1$ -Fläche. Die Struktur in $\tilde{n}_e(r, t)$ jenseits von $r \approx 25$ cm ist noch weitgehend unklar. Sie ist möglicherweise auf die Interferenz zwischen einer nach außen laufenden und einer nach innen gerichteten Dichtewelle zurückzuführen, wobei letztere durch eine Freisetzung von Teilchen aus der Gefäßwand kurz nach dem schnellen Absinken der zentralen Elektronentemperatur entstehen könnte (die Experimente wurden mit karbonisierten Wänden (Winter et al., 1984) durchgeführt, die bei einem auftretenden Wärme-Impuls gespeicherten Wasserstoff abgeben).

Nachdem die Funktionen $\hat{B}_p(x, z)$, $\hat{n}_e(x, z)$ und $\tilde{n}_e(x, z, t)$ bekannt sind, können wir die ersten und zweiten Terme in Gl. (3-41) berechnen und sie von den kohärent gemittelten Drehwinkel-Signalen subtrahieren. Bis auf die Terme zweiter Ordnung verbleiben dann die Anteile

$$\tilde{\psi}_B(x, t) \propto \int \hat{n}_e(x, z) \tilde{B}_{p2}(x, z, t) dz, \quad (3-42)$$

die allein durch Magnetfeld-Schwankungen verursacht werden. Das Ergebnis ist in Abb. 44 dargestellt. Während die Modulationen der Drehwinkel-Signale im äußeren Bereich nur durch die Dichte-Fluktuationen hervorgerufen sind, überwiegt für die zentrums-

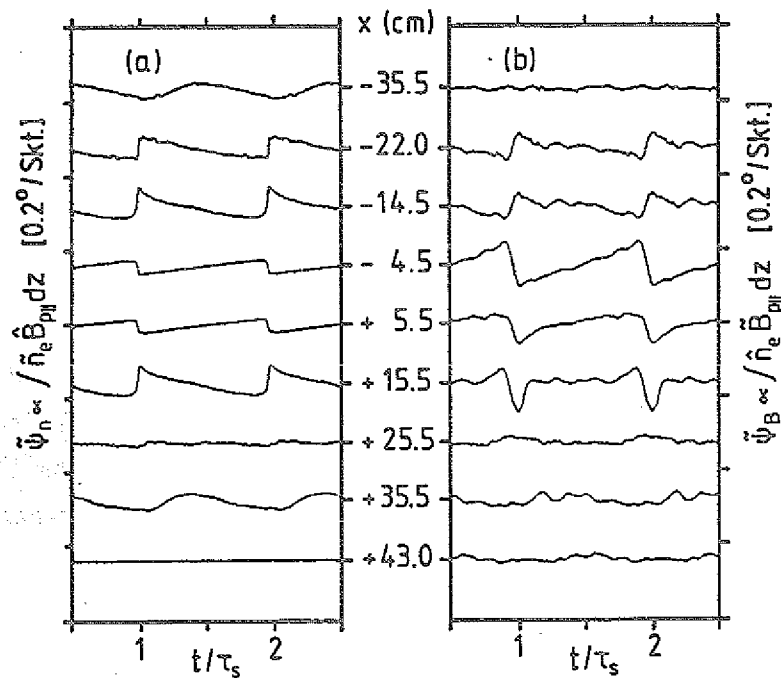


Abb. 44. Separierung der Sägezahn-Oszillationen: Einfluß von Dichtefluktuationen (a) und von Schwankungen des poloidalen Magnetfeldes (b) auf die Modulation der polarimetrischen Meßsignale.

nahen Sehstrahlen der Einfluß der Magnetfeld-Änderungen. Der Verlauf der $\tilde{\psi}_B$ -Signale ist dabei ein deutlicher Hinweis auf schnelle Umordnungsprozesse der Feldstruktur im Zusammenhang mit dem Sägezahn-Abbruch. Eine detaillierte Rekonstruktion von $\tilde{B}_p(x, z, t)$ wird jedoch durch die hohe Empfindlichkeit der Signalformen gegenüber Zentrumsverschiebungen und durch die kleine Anzahl von Meßstrahlen verhindert. Wie bei der Bestimmung von $\tilde{n}_e(x, z, t)$ kann dieser Mangel zwar grundsätzlich durch eine Serie ähnlicher Entladungen bei unterschiedlichen Plasmapositionen behoben werden, aber das ungünstige Signal-Rausch-Verhältnis der polarimetrischen Messungen erfordert eine sehr große Anzahl gleichartiger Sägezahn-Ereignisse. Da diese Daten noch nicht in ausreichendem Maß zur Verfügung stehen, schätzen wir die relative Änderung des axialen Sicherheitsfaktors innerhalb einer Periode mit Hilfe einer einfachen Modellrechnung ab.

Das Aspektverhältnis der $q = 1$ -Fläche ist größer als zehn, so daß toroidale Effekte im Plasmazentrum zu vernachlässigen sind. In zylindrischer Geometrie gilt (vgl. Abschn. 2.3.1.)

$$B_{p_z} = (x/r) B_p(r) = x B_t / [R q(r)], \quad (3-43)$$

und die Änderung der Drehwinkel-Signale infolge der Magnetfeldschwankungen läßt sich ausdrücken durch

$$\tilde{\psi}_B(x, t) = c_M x \int_x^a \hat{n}_e(r) \tilde{i}(r, t) \frac{r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}}, \quad (3-44)$$

wenn der Sicherheitsfaktor $q(r)$ durch die Rotationstransformation $\iota(r) = 2\pi/q(r)$ ersetzt und die Konstanten zu dem Faktor $c_M = c_B B_t / (2\pi R)$ zusammengefaßt werden. Die Steigung dieser Funktion am Ort der magnetischen Achse beträgt

$$\left. \frac{\partial \tilde{\psi}_B}{\partial x} \right|_{x=0} = c_M \int_0^a \hat{n}_e(r) \tilde{i}(r, t) dr \simeq \frac{\tilde{\psi}_B(x_2, t) - \tilde{\psi}_B(x_1, t)}{x_2 - x_1}, \quad (3-45)$$

wobei der zweite Teil sich auf die Meßstrahlen bei $x_1 \simeq -4.5$ cm und $x_2 \simeq +5.5$ cm bezieht. Um das Integral auswerten zu können, müssen wir eine Annahme über die räumliche Verteilung von $\tilde{i}$ machen. In Anlehnung an den Verlauf der Dichteschwankung $\tilde{n}_e(r)$ gemäß Abb. 43b wählen wir eine parabolische Form innerhalb der $q = 1$ -Fläche und vernachlässigen Fluktuationen außerhalb dieses Gebietes, weil die $\tilde{\psi}_B$ -Signale dort kaum noch moduliert sind. Mit $\tilde{i}(r, t) = \tilde{i}(0, t) [1 - (r/r_1)^2]$ folgt dann aus Gl. (3-45)

$$\tilde{i}(0, t) \simeq \frac{\tilde{\psi}_B(x_2, t) - \tilde{\psi}_B(x_1, t)}{c_M (x_2 - x_1) \int_0^{r_1} \hat{n}_e(r) [1 - (r/r_1)^2] dr}, \quad (3-46)$$

und unter Verwendung des $\hat{n}_e(r)$ -Profils in Abb. 43a sowie der $\tilde{\psi}_B$ -Signale in Abb. 44 erhalten wir eine sägezahnförmige Modulation der Rotationstransformation im Plasmazentrum mit einer Amplitude von $\Delta\iota(0) \simeq 0.65$. Wegen $\hat{q}(0) \simeq 0.77$ bzw. $\hat{i}(0) = 2\pi/\hat{q}(0) \simeq 8.2$ entspricht dieser Wert einer Schwankung von etwa 8%. Künftigen Experimenten mit verbesserter Ortsauflösung bleibt es vorbehalten, die Annahme eines parabolischen $\tilde{i}(r)$ -Verlaufs zu verifizieren und insbesondere die Änderungen der Magnetfeldstruktur in der Nähe der kritischen $q = 1$ -Fläche zu ermitteln.

1. The first part of the document is a letter from the President of the United States to the Congress, dated January 3, 1862. It is a very important document, as it contains the President's views on the state of the Union and the progress of the war. The letter is written in a very formal and dignified style, and it is one of the most important documents of the Civil War era.

4. ZUSAMMENFASSUNG

Ein starker toroidaler Plasmastrom und das mit ihm verknüpfte poloidale Magnetfeld sind wesentliche Bestandteile eines Tokamaks, weil sie dem Plasma Joule'sche Wärme zuführen und eine geeignete Feldstruktur für die magnetische Einschließung erzeugen. Die Verteilung des Stromes innerhalb des Plasmaquerschnitts - und damit die Güte des Einschlusses - ist jedoch von außen kaum zu beeinflussen, sondern ergibt sich aus der empfindlichen Balance zwischen der stromdichteabhängigen Heizleistung, dem Wärmetransport und den Strahlungsverlusten. Die Beschreibung entsprechender Gleichgewichtskonfigurationen und ihrer Stabilitätseigenschaften erfolgt im Rahmen der Magnetohydrodynamik unter mehr oder weniger vereinfachenden Annahmen über die Plasmageometrie und die Relevanz einzelner physikalischer Prozesse. Für die experimentelle Prüfung dieser Annahmen und für eine gezielte Weiterentwicklung der theoretischen Modelle ist eine möglichst genaue Kenntnis der Plasmaparameter und ihrer Abhängigkeit von den Betriebsbedingungen des Tokamaks erforderlich. Gerade die für das Einschlußverhalten wichtige Stromdichteverteilung ist jedoch in den meisten Geräten nur unzureichend diagnostiziert und muß im allgemeinen mit relativ großer Unsicherheit aus der Verknüpfung der elektrischen Leitfähigkeit mit der Elektronentemperatur ermittelt werden. Für das Jülicher Tokamak-Experiment TEXTOR wurde deshalb ein optisches Meßsystem auf der Grundlage des Faraday-Effekts an linear polarisierten Laserstrahlen entwickelt, das es gestattet, die interne Magnetfeldstruktur in einem breiten Parameterbereich zu bestimmen und mit theoretischen Vorstellungen zu vergleichen.

Der erste Teil der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit den physikalischen Grundlagen und apparativen Aspekten dieser Methode. Ausgehend von den optischen Brechungseigenschaften eines typischen Tokamak-Plasmas wird zunächst das Polarisationsverhalten elektromagnetischer Wellen bei der Durchquerung eines solchen Mediums untersucht. Daraus wird dann eine Reihe von Randbedingungen für die Orientierung, Anfangspolarisation und Wellenlänge der Meßstrahlen abgeleitet, die im Hinblick auf eine möglichst ungestörte und meßtechnisch erfaßbare Faraday-Rotation durch das poloidale Magnetfeld zu beachten sind. Der optimale Spektralbereich liegt im fernen Infrarot und fällt damit in ein Gebiet, das seit längerem an vielen Tokamaks für die interferometrische Messung der Elektronendichte genutzt wird. Bei der anschließend beschriebenen Umsetzung des polarimetrischen Meßprinzips in ein funktionsfähiges Instrument kann deshalb auf erprobte optische Systeme zurückgegriffen werden, die für eine simultane Erfassung von Polarisationsänderungen nur wenig modifiziert zu werden brauchen. Die präzise Bestimmung der Faraday-Drehwinkel aus den Meßdaten erfordert allerdings eine aufwendige Signalverarbeitung und eine sorgfältige Berücksichtigung der realen Eigenschaften der optischen Komponenten, für die sich eine geeignete Matrizendarstellung als besonders zweckmäßig erweist.

Ein relativ umfangreiches Kapitel ist der Rekonstruktion der lokalen Magnetfeldstärke und Stromdichte aus den integralen Faraday-Rotationswinkeln gewidmet. Die allgemeine Verfahrensweise und die Besonderheiten, die sich aus dem vektoriellen Charakter des Magnetfeldes ergeben, werden zunächst anhand eines zylindersymmetrischen Modellplasmas erläutert. Die nachfolgende Betrachtung magnetohydrodynamischer Gleichgewichte in toroidalen Systemen führt dann auf realistischere Plasmastrukturen und liefert eine Reihe von Nebenbedingungen, die als Ergänzung der beschränkten experimentellen Daten in die Auswertung einbezogen werden können. Diese Überlegungen werden in einem Rechenprogramm zusammengefaßt, das auch den schwachen Einfluß des toroidalen Magnetfeldes auf die Meßdaten und apparative Einwirkungen weitgehend berücksichtigt. Eine Fehlerabschätzung führt zu dem Ergebnis, daß das poloidale Magnetfeld bei mittleren Plasmaradien mit einer Ungenauigkeit von etwa $\pm 5\%$ zu bestimmen ist. Für die rekonstruierte Stromdichteverteilung liegt der Fehler im Plasmazentrum bei $\pm 15\%$. Weniger exakte, jedoch sofort verfügbare Informationen über das Stromdichteprofil lassen sich mit Hilfe analoger Rechenschaltungen gewinnen, die die polarimetrischen Meßsignale unmittelbar in einen charakteristischen Formparameter umsetzen. Damit bietet sich die Möglichkeit, die Auswirkung operativer Maßnahmen (wie z.B. die Einkopplung eines leistungsstarken Hochfrequenzimpulses) bereits während des Entladungsablaufs zu beurteilen.

Erste Erfahrungen in der Anwendung und Interpretation der Magnetfelddiagnostik am TEXTOR-Tokamak wurden im Rahmen einer Leitfähigkeitsstudie gesammelt. Ein detaillierter Vergleich experimentell bestimmter Stromdichteverteilungen mit elektrischen Leitfähigkeitsprofilen, die aus dem Verlauf der Elektronentemperatur und der Verunreinigungskonzentration ermittelt wurden, bestätigte den theoretisch geforderten Zusammenhang zwischen lokaler Stromdichte und Temperatur und lieferte deutliche Hinweise auf die Wirksamkeit neoklassischer Effekte in toroidaler Geometrie. Ein zweifelsfreier Nachweis für die Notwendigkeit von Korrekturen an der klassischen Spitzer'schen Theorie der Leitfähigkeit wurde jedoch durch die Kumulation der Meßfehler in den drei benötigten Profilen verhindert.

Nach dieser Studie verlagerte sich das Interesse auf die Variationsbreite der Stromdichteverteilung unter verschiedenen quasi-stationären Entladungsbedingungen und auf die Prüfung magnetohydrodynamischer Stabilitätskriterien. Durch eine Untersuchung verschiedener experimenteller Profile in Bezug auf ihre Stabilität gegenüber *tearing*-Moden mit poloidalen Modenzahlen $m \geq 2$ konnte gezeigt werden, daß diese Instabilitäten keinen dominierenden Einfluß auf die globale Form stationärer Stromdichteverteilungen ausüben, sondern allenfalls die lokalen Gradienten in der Nähe einiger rationaler magnetischer Oberflächen etwas abflachen. Bezüglich der $m = 1$ *tearing*-Mode standen die Messungen des axialen Sicherheitsfaktors $q(0)$ mit Werten deutlich unter eins in direktem Widerspruch zu stabilitätstheoretischen Analysen, nach

denen diese Störung in jedem Fall unbeschränkt anwachsen müsse und $q(0)$ daran hindern werde, wesentlich unter eins abzusinken. Erst die Entdeckung einer ausgeprägten Einsattelung im Stromdichteprofil nahe der magnetischen Oberfläche mit $q = 1$ in einer TEXTOR-Entladung mit extrem breiter Stromverteilung führte zu verfeinerten Stabilitätsberechnungen und eröffnete die Möglichkeit, die niedrigen $q(0)$ -Werte durch eine nichtlineare Sättigung der Mode zu erklären.

Die zahlreichen Stromdichteprofile, die in der quasi-stationären Phase recht unterschiedlicher Entladungen ohne Zusatzheizung gemessen wurden, ließen sich durch eine geeignete dimensionslose Darstellung auf eine einheitliche Form reduzieren. Da die Normierungsfaktoren nur von vorgebbaren Maschinenparametern abhängen, ist dieses Ergebnis auch auf andere Tokamak-Apparaturen mit kreisförmigen Plasmaquerschnitten zu übertragen und gestattet für jede Einstellung der Betriebsgrößen eine recht genaue Vorhersage der Stromdichteverteilung im quasi-stationären Zustand der Entladung, sofern dort charakteristische Oszillationen der Elektronentemperatur auftreten. Die theoretische Beschreibung dieser Sägezahn-Schwingungen, die die elektrische Leitfähigkeit (und damit die Stromdichte) im Plasmakern begrenzen, ist eng mit magnetohydrodynamischen $m = 1$ -Moden verbunden, deren Stabilitätseigenschaften in empfindlicher Weise von kleinen Änderungen der internen Magnetfeldstruktur beeinflusst werden. Die gegenwärtigen Untersuchungen an TEXTOR konzentrieren sich deshalb auf die Messung dieser Änderungen innerhalb eines Sägezahn-Zyklus. Wegen der ungünstigen Signal-Rausch-Verhältnisse der polarimetrischen Meßdaten muß dabei die hohe Reproduzierbarkeit der Sägezahn-Ereignisse unter geeigneten Entladungsbedingungen ausgenutzt und ein recht aufwendiges Mittelungsverfahren eingesetzt werden. Erste Ergebnisse weisen auf eine sägezahnförmige Modulation des axialen Sicherheitsfaktors mit einer Amplitude von etwa 8% hin und zeigen eine Verschiebung der magnetischen Achse um ungefähr 1 mm während des periodisch auftretenden Druckanstiegs im Plasmazentrum.

Mit den beschriebenen Anwendungen des polarimetrischen Meßverfahrens auf einige Problemstellungen aus der Tokamak-Physik sind seine Nutzungsmöglichkeiten bei weitem nicht erschöpft. So ist das weite Feld dynamischer Vorgänge während erzwungener Änderungen der Zustandsgrößen (etwa durch Variation des Gesamtstroms oder Einkopplung zusätzlicher Heizleistung in das Plasma) bisher erst ansatzweise im Rahmen einer Dissertation bearbeitet worden, die sich mit der Stromdiffusion in der Anfangsphase von Tokamak-Entladungen beschäftigt (Brüssau, 1988). Darüber hinaus stellen sich gerade im Hinblick auf die Auslegung und die Betriebsweise eines künftigen Fusionsreaktors noch zahlreiche Fragen, zu deren Beantwortung fortgeschrittene Magnetfelddiagnostiken an vorhandenen Tokamak-Einrichtungen einen wichtigen Beitrag leisten können.

5. LITERATURVERZEICHNIS

- APPLETON, E.V. (1929). J. Inst. Elec. Engrs. (London) 71, 642.
- ARMSTRONG, K.R. und LOW, F.J. (1974). Appl. Optics 13, 425.
- BAKER, G., CHARLTON, D.E. und LOCK, P.J. (1972). Radio Eng. Electron. 42, 1.
- BARR, W.L. (1962). J. Opt. Soc. Am. 52, 885.
- BATEMAN, G. (1978). *MHD Instabilities*, MIT Press, Cambridge, Mass..
- BELLAND, P., VÉRON, D. und WHITBOURN, L.B. (1976). Appl. Optics 15, 3047.
- BERTSCHINGER, G., GIESEN, B. und SOLTWISCH, H. (1987). Verhandl. DPG(VI) 22, III P-10.26.
- BLANCO, A., FONTI, S. und PIACENTE, A. (1986). Infrared Phys. 26, 357.
- BÖRNER, P. und KALECK, A. (1985). *Proc. 12th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest 1985*, Teil I, S. 187, Eur. Phys. Soc., Genf.
- BORN, M. und WOLF, E. (1959). *Principles of Optics*, Pergamon, London.
- BRANDSTATTER, J.J. (1963). *An Introduction to Waves, Rays and Radiation in Plasma Media*, McGraw-Hill, New York.
- BRÜSSAU, W.D. und SOLTWISCH, H. (1987). J. Phys. E: Sci. Instrum. 20, 1243.
- BRÜSSAU, W.D. (1988). *Experimentelle Untersuchung der Stromdiffusion in Tokamak-Entladungen*, Dissertation, Universität Düsseldorf.
- BUSSAC, M.N., PELLAT, R., EDERY, D. und SOULE, J.L. (1975). Phys. Rev. Lett. 35, 1638.
- BUSSAC, M.N., EDERY, D., PELLAT, R. und SOULE, J.L. (1976). *Proc. 6th Intern. Conf. on Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Research, Berchtesgaden 1976*, Bd. 1, S. 607, IAEA, Wien, 1977.
- CAMPBELL, D.J., CHRISTIANSEN, J.P., CORDEY, J.G. et al. (1986). *Current and Temperature Profile Evolution in JET*, JET-Report No. JET-P (86) 46, Culham.
- CANO, R., FIDONE, I. und HOSEA, J.C. (1975). Phys. Fluids 18, 1183.
- CAROLAN, P.G. (1977). Plasma Phys. 19, 757.
- CHENG, C.Z., FURTH, H.P. und BOOZER, A.H. (1987). Plasma Phys. Contr. Fusion 29, 351.
- COPPI, B., GALVÃO, R., PELLAT, R., ROSENBLUTH, M. und RUTHERFORD, P. (1976). Fiz. Plazmy 2, 961 [Sov. J. Plasma Phys. 2, 533].
- COPPI, B. (1980). Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 5, 261.
- COSLER, A., KEMMERER, E. und SOLTWISCH, H. (1987). *Proc. 12th Symp. Fusion Engineering, Monterey 1987*, Bd. 2, S. 1488 (IEEE Catalog No. 87CH2507-2).
- COSTLEY, A.E., HURSEY, K.H., NEILL, G.F. und WARD, J.M. (1977). J. Opt. Soc. Am. 67, 979.
- CRAIG, A.D. (1976). Plasma Phys. 18, 777.
- DeMARCO, F. und SEGREGÉ, S.E. (1972). Plasma Phys. 14, 245.
- DeMARCO, F. und SEGREGÉ, S.E. (1977). Optics Comm. 23, 125.
- DNESTROVSKII, Y.N. und KOSTOMAROV, D.P. (1986). *Numerical Simulation of Plasmas*, Springer, Berlin.
- DODEL, G. und KUNZ, W. (1978). Infrared Phys. 18, 773.
- DUBOIS, M.A., PECQUET, A.L. und REVERDIN, C. (1983). Nucl. Fusion 23, 147.
- DÜCHS, D.F., POST, D.E. und RUTHERFORD, P.H. (1977). Nucl. Fusion 17, 565.
- EDWARDS, A.W., CAMPBELL, D.J., ENGELHARDT, W.W. et al. (1986). Phys. Rev. Lett. 57, 210.
- ENGELMANN, F. und CURATOLO, M. (1973). Nucl. Fusion 13, 497.

- ERICKSON, R.M., FORMAN, P.R., JAHODA, F.C. und ROBERTS, J.R. (1984). IEEE Trans. Plasma Sci. PS-12, 275.
- ESIPTCHUK, Yu.V. und RAZUMOVA, K.A. (1986). Plasma Phys. Contr. Fusion 28, 1253 (*Proc. 13th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Schliersee 1986*).
- FETTERMAN, H.R., TANNENWALD, P.E., CLIFTON, B.J. et al. (1978). Appl. Phys. Lett. 33, 151.
- FORREST, M.J., CAROLAN, P.G. und PEACOCK, N.J. (1978). Nature 271, 718.
- FREIDBERG, J.P. (1987). *Ideal Magnetohydrodynamics*, Plenum, New York.
- FUCHS, G., COSLER, A., REUSS, W. und WAIDMANN, G. (1984). *Die kompensierte magnetische Schleife zur Messung des Plasmadruckes an TEXTOR*, Interner Bericht KFA-IPP-IB-1/84, Kernforschungsanlage Jülich GmbH, Jülich.
- FUJITA, J. und McCORMICK, K. (1973). *Proc. 6th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Moscow 1973*, S. 191, Eur. Phys. Soc., Genf.
- FURTH, H.P., KILLEEN, J. und ROSENBLUTH, M.N. (1963). Phys. Fluids 6, 459.
- FURTH, H.P., ROSENBLUTH, M.N. RUTHERFORD, P.H. und STODIEK, W. (1970). Phys. Fluids 13, 3020.
- FURTH, H.P., RUTHERFORD, P.H. und SELBERG, H. (1973). Phys. Fluids 16, 1054.
- FURTH, H.P. (1981) in *Fusion* (E. Teller Hrsg.), Bd. 1, Teil A, Academic, New York.
- FURTH, H.P. (1985). *Three Novel Tokamak Plasma Regimes in TFTR*, Princeton Plasma Physics Laboratory Report PPPL-2263, Princeton.
- GALEEV, A.A. und SAGDEEV, R.Z. (1968). Sov. Phys. - JETP 26, 233.
- GALLAGHER, J.J., BLUE, M.D., BEAN, B. und PERKOWITZ, S. (1976). Infrared Phys. 17, 43.
- GINZBURG, V.L. (1964). *Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, Pergamon, New York.
- GLASSER, A.H., FURTH, H.P. und RUTHERFORD, P.H. (1977). Phys. Rev. Lett. 38, 234.
- von GOELER, S., STODIEK, W. und SAUTHOFF, N. (1974). Phys. Rev. Lett. 33, 1201.
- von GOELER, S. (1978) in *Diagnostics for Fusion Experiments, Varenna 1978* (E. Sindoni und C. Wharton Hrsg.), Pergamon Press, Oxford.
- GOLDSTON, R.J. (1978). Phys. Fluids 21, 2346.
- GORBUNOV, E.P., DNESTROVSKII, Yu.N. und KOSTOMAROV, D.P. (1968). Sov. Phys. - Tech. Phys. 13, 609.
- GOTTARDI, N. (1979). J. Appl. Phys. 50, 2647.
- GRAD, H. und RUBIN, H. (1958). *Proc. 2nd UN Intern. Conf. Peaceful Use of Atomic Energy, Geneva 1958*, Bd. 31, S. 190, Columbia University Press, New York.
- GRAFFMANN, E. (1984). Private Mitteilung.
- HASTIE, R.J., HENDER, T.C., CARRERAS, B.A., CHARLTON, L.A. und HOLMES, J.A. (1987). Phys. Fluids 30, 1756.
- HEALD, M.A. und WHARTON, C.B. (1965). *Plasma Diagnostics with Microwaves*, John Wiley, New York.
- HIRSHMAN, S.P., HAWRYLUK, R.J. und BIRGE, B. (1977). Nucl. Fusion 17, 611.
- HOLMES, J.A., CARRERAS, B.A. und CHARLTON, L.A. (1989). Phys. Fluids B1, 788.
- HUTCHINSON, D.P., MA, C.H., STAATS, P.A. und VANDER SLUIS, K.L. (1981). Nucl. Fusion 21, 1535.
- JACOBSON, A.R. (1977). *A Design for Coordinated Measurements of Faraday Rotation and Line-of-Sight Electron Density using Heterodyne Techniques*, Los Alamos National Laboratory Report No. LA-6875-MS, Los Alamos.
- JACOBSON, A.R. (1982). J. Appl. Phys. 53, 8549.
- JAHNS, G.L., SOLER, M., WADDELL, B.V., CALLEN, J.D. und HICKS, H.R. (1978). Nucl. Fusion 18, 609.
- JOBES, F.C. (1975) in *Course on Plasma Diagnostics and Data Acquisition Systems, Varenna 1975* (H. Eubank und E. Sindoni Hrsg.), Editrice Compositori, Bologna.
- JOHNSON, J.L., OBERMAN, C.R., KULSRUD, R.M. und FRIEMAN, E.A. (1958). *Proc. 2nd UN Intern. Conf. Peaceful Use of Atomic Energy, Geneva 1958*, Bd. 31, S. 198, Columbia University Press, New York.

- KADOMTSEV, B.B. (1975). *Fiz. Plasmy* 1, 750 [*Sov. J. Plasma Phys.* 1, 389].
- KALECK, A. (1984). Private Mitteilung.
- KOCK, M. und RICHTER, J. (1969). *Ann. Physik* 24, 30.
- KOGELSCHATZ, U. und SCHNEIDER, W.R. (1971). *Quantitative Schlieren Techniques applied to High Current Arc Investigations*, Brown Boveri Research Rep. KLR-71-36, Baden.
- KORTEN, M. und SOLTWISCH, H. (1981). *Proc. 11th Symp. Fusion Technology, Oxford 1980*, Bd. 2, S. 763, Pergamon Press, Oxford.
- KRALL, N.A. und TRIVELPIECE, A.W. (1973). *Principles of Plasma Physics*, McGraw-Hill, New York.
- KUNZ, W. und EQUIPE TFR (1978). *Nucl. Fusion* 18, 1729.
- KUNZ, W. und DODEL, G. (1978). *Plasma Phys.* 20, 171.
- KUNZ, W. (1979). *Ferninfrarot-Polarimetrie an Tokamak-Plasmen zur Bestimmung der poloidalen Magnetfeldverteilung*, Dissertation, Universität Stuttgart.
- LICHTENBERG, A.J. (1984). *Nucl. Fusion* 24, 1277.
- LÜST, R. und SCHLÜTER, A. (1957). *Z. Naturforsch.* 12A, 850.
- MANICKAM, J. und STODIEK, W. (1986). Veröffentlicht in SOLTWISCH, H. et al. (1986).
- MANICKAM, J., CHENG, C.Z., RUTHERFORD, P.H., STODIEK, W. und TODD, A.M.M. (1987). *Proc. 14th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Madrid 1987*, Teil I, S. 13, Eur. Phys. Soc., Genf.
- MANSFIELD, D.K., SEMET, A. und JOHNSON, L.C. (1980). *Appl. Phys. Lett.* 37, 688.
- McCORMICK, K., KICK, M. und OLIVAIN, J. (1977). *Proc. 8th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Prague 1977*, S. 140, Eur. Phys. Soc., Genf.
- McCORMICK, K., SÖLDNER, F.X., ECKHARTT, D. et al. (1987). *Phys. Rev. Lett.* 58, 491.
- MEDDENS, B.J.H. und TAYLOR, R.J. (1974). *A Multiradian mm-Interferometer using a Digital Phase Comparator*, MIT-Report PRR 7411, Cambridge (Mass.).
- MESERVEY, E., BITTER, M., DAUGHNEY, C. et al. (1984). *Nucl. Fusion* 24, 3.
- MESSIAEN, A.M., BHATNAGAR, V.P., DELVIGNE, T. et al. (1986). *Plasma Phys. Contr. Fusion* 28, 71 (*Proc. 12th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest 1985*).
- MILLER, A.R. (1982). *FORTRAN Programs for Scientists and Engineers*, Sybex, Berkeley.
- MIYAMOTO, K. (1976). *Plasma Physics for Nuclear Fusion*, MIT Press, Cambridge, Mass..
- MOK, C.L., CHAMBERS, W.G., PARKER, T.J. und COSTLEY, A.E. (1979). *Infrared Phys.* 19, 437.
- NAGATSU, M., PEEBLES, W.A. und LUHMANN, N.C. (1988). *Rev. Sci. Instrum.* 59, 1626.
- NESTOR, O.H. und OLSEN, H.N. (1960). *SIAM-Rev.* 2, 200.
- O'ROURKE, J., BLUM, J., CORDEY, J. et al. (1988). *Proc. 15th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Dubrovnik 1988*, Teil I, S. 155, Eur. Phys. Soc., Genf.
- OSBORNE, T.H., DEXTER, R.N. und PRAGER, S.C. (1982). *Phys. Rev. Lett.* 49, 734.
- PARK, H.K., CHRISTIANSON, J., EFTHIMION, P.C. et al. (1987). *Bull. Am. Phys. Soc.* 32, 1926.
- PEACOCK, N.J. (1978) in *Diagnostics for Fusion Experiments, Varenna 1978* (E. Sindoni und C. Wharton Hrsg.), Pergamon Press, Oxford.
- PFEIFFER, W. (1985). *Nucl. Fusion* 25, 673.
- PUTLEY, E.H. (1965). *Appl. Optics* 4, 649.
- RAMACHANDRAN, G.N. und RAMASESHAN, S. (1961) in *Handbuch der Physik* (S. Flügge Hrsg.), Bd. 25/1, Springer, Berlin.
- ROGISTER, A. und SINGH, R. (1988). *On the Two Time Scales of the Sawteeth Precursors*, KFA-Report Jül-2238, Jülich.

- ROSENBLUTH, M.N., DAGAZIAN, R.Y. und RUTHERFORD, P.H. (1973). *Phys. Fluids* 16, 1894.
- ROSENBLUTH, M.N. und RUTHERFORD, P.H. (1981) in *Fusion* (E. Teller Hrsg.), Bd. 1, Teil A, Academic, New York.
- RUTHERFORD, P. (1980). *Nucl. Fusion* 20, 1086.
- SCHLÜTER, J. (1984). Private Mitteilung.
- SCHLÜTER, J., GRAFFMANN, E., KÖNEN, L. et al. (1985). *Proc. 12th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest 1985*, Teil II, S. 627, Eur. Phys. Soc., Genf.
- SEGRE, S.E. (1978). *Plasma Phys.* 20, 295.
- SHAFRANOV, V.D. (1958). *Sov. Phys. J.E.T.P.* 6, 545.
- SHAFRANOV, V.D. (1966) in *Reviews of Plasma Physics* (M.A. Leontovich Hrsg.), Bd. 2, Consultants Bureau, New York.
- SHAFRANOV, V.D. (1970). *Sov. Phys. - Tech. Phys.* 15, 175.
- SOLTWISCH, H. (1980). *Combined Interferometric and Polarimetric Diagnostics for TEXTOR*, KFA-Report Jül-1638, Jülich.
- SOLTWISCH, H. und EQUIPE TFR (1981). *Infrared Phys.* 21, 287.
- SOLTWISCH, H., BAY, H.L., BERTSCHINGER, G. et al. (1983). *Plasma Phys. Contr. Fusion* 26, 23 (*Proc. 11th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Aachen 1983*).
- SOLTWISCH, H. (1983a). *Nucl. Fusion* 23, 1681.
- SOLTWISCH, H. (1983b). *Proc. 11th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Aachen 1983*, Teil 1, S. 123, Eur. Phys. Soc., Genf.
- SOLTWISCH, H., GRAFFMANN, E., SCHLÜTER, J. und WAIDMANN, G. (1984). *Proc. Intern. Conf. on Plasma Physics, Lausanne 1984 (invited papers)*, Bd. I, S. 499, CEC, Brüssel.
- SOLTWISCH, H., STODIEK, W., KALECK, A. und SCHLÜTER, J. (1985). *27th American Phys. Soc. Div. of Plasma Physics Meeting, San Diego*, post deadline-Beitrag (Manuskript veröffentlicht als Dept. of Energy Report No. DOE/CH/03073-T26, Washington, 1986).
- SOLTWISCH, H., STODIEK, W., MANICKAM, J. und SCHLÜTER, J. (1986). *Proc. 11th Intern. Conf. on Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Research, Kyoto 1986*, Bd. 1, S. 263, IAEA, Wien, 1987.
- SOLTWISCH, H. (1986a). *Rev. Sci. Instrum.* 57, 1939.
- SOLTWISCH, H. (1986b) in *Basic and Advanced Diagnostic Techniques for Fusion Plasmas, Varenna 1986* (P.E. Stott Hrsg.), Bd. 2, S. 361, CEC, Brüssel.
- SOLTWISCH, H. (1988). *Rev. Sci. Instrum.* 59, 1599.
- SPITZER, L. und HÄRM, R. (1953). *Phys. Rev.* 89, 977.
- STODIEK, W. (1987). Private Mitteilung.
- SYKES, A. und WESSON, J.A. (1976). *Phys. Rev. Lett.* 37, 140.
- TIETZE, U. und SCHENK, Ch. (1980). *Halbleiterschaltungstechnik*, 5. Aufl., Springer, Berlin.
- TONKS, L. und LANGMUIR, I. (1929). *Phys. Rev.* 33, 195.
- VÉRON, D., CERTAIN, J. und CRENN, J.P. (1977). *J. Opt. Soc. Am.* 67, 964.
- VÉRON, D. (1979) in *Infrared and Millimeter Waves* (K.J. Button Hrsg.), Bd. 2, Academic, New York.
- VÉRON, D. (1982) in *Diagnostics for Fusion Reactor Conditions, Varenna 1982* (P.E. Stott Hrsg.), Bd. 2, CEC, Brüssel.
- VUOLO, J.H. und GALVAO, R.M. (1983). *Plasma Phys.* 25, 1215.
- WADDELL, B.V., ROSENBLUTH, M.N., MONTICELLO, D.A. und WHITE, R.B. (1976). *Nucl. Fusion* 16, 528.
- WAGNER, F., GRUBER, O., LACKNER, K. et al. (1986). *Phys. Rev. Lett.* 56, 2187.
- WAIDMANN, G. (1984). Private Mitteilung.

- WAIT, J.R. (1955). Appl. Sci. Res. B4, 393.
- WEISEN, H., BORG, G., JOYE, B., KNIGHT, A.J. und LISTER, J.B. (1989). Phys. Rev. Lett. 62, 434.
- WESSON, J.A. (1978). Nucl. Fusion 18, 87.
- WESSON, J.A. (1986). Plasma Phys. Contr. Fusion 28, 243 (*Proc. 12th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest 1985*).
- WESSON, J.A. (1987). *Tokamaks*, Clarendon Press, Oxford.
- WEST, W.P. (1986). Rev. Sci. Instrum. 57, 2006.
- WEST, W.P., THOMAS, D.M., DeGRASSIE, J.S. und ZHENG, S.B. (1987). Phys. Rev. Lett. 58, 2758.
- WIEGART, N.J., REBHAN, U. und KUNZE, H.-J. (1982). Phys. Lett. 90A, 190.
- WINTER, J., WAELEBROECK, F., WIENHOLD, P. et al. (1984). J. Nucl. Mat. 128-129, 841.
- WOLF, G.H., BAY, H.L., BERTSCHINGER, G. et al. (1986). Plasma Phys. Contr. Fusion 28, 1413 (*Proc. 13th Eur. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Schliersee 1986*).
- WOLFE, S.M., BUTTON, K.J., WALDMAN, J. und COHN, D.R. (1976). Appl. Optics 15, 2645.
- WORLD SURVEY OF ACTIVITIES IN CONTROLLED FUSION RESEARCH (1986). International Atomic Energy Agency, Wien.

10/10/10

10/10/10

10/10/10