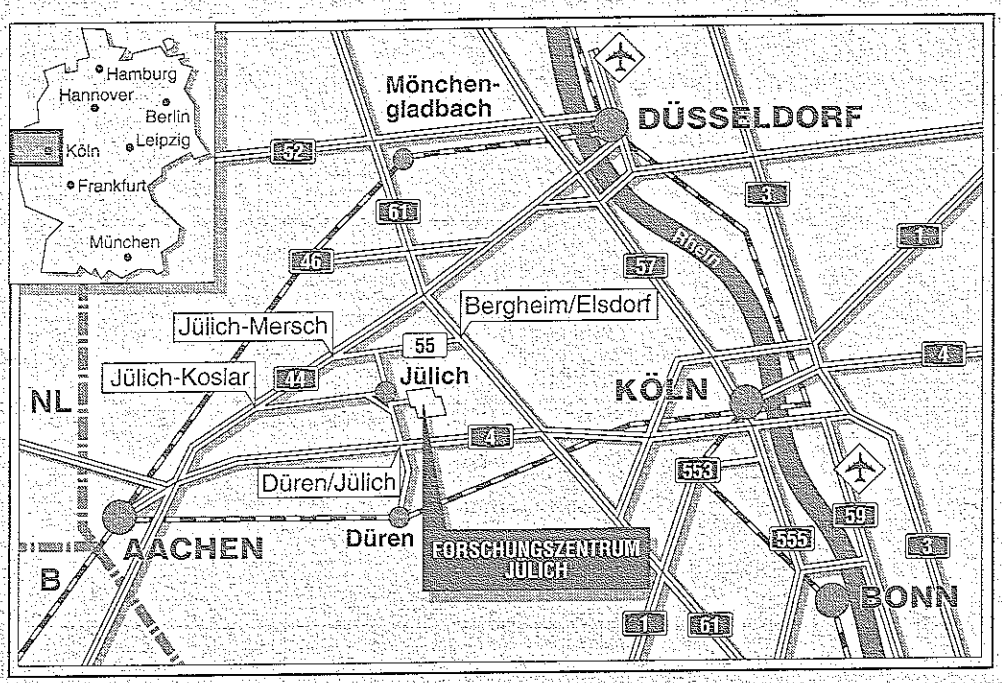
FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH KFA

Institut für Kernphysik

Ein hadronisches Modell für die konsistente Behandlung der Streuung und Annihilation des Antinukleon-Nukleon Systems

Volker Mull



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2844
ISSN 0944-2952
Institut für Kernphysik Jül-2844
D 5 (Diss. Universität Bonn)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland
Telefon: 02461/61-6102 · Telefax: 02461/61-6103 · Telex: 833556-70 kfa d

Ein hadronisches Modell für die konsistente Behandlung der Streuung und Annihilation des Antinukleon-Nukleon Systems

Volker Mull

ABSTRACT

In this work a consistent description of the $\overline{N}N$ scattering and annihilation with a hadronic model is presented. The elastic $\overline{N}N$ interaction is obtained from the Bonn NN potential via a G-parity transformation. For the annihilation part, a consistent, partly microscopic description is constructed treating the most important two meson channels explicitly and accounting for the rest by a phenomenological optical potential of Gaussian form. Transitions from the antibaryon-baryon sector to the meson sector are mediated via the exchange of $N, \Delta, \Lambda, \Sigma$ and Y^* baryons. $\overline{N}N$ scattering observables, branching ratios and cross sections for the annihilation into two mesons and bound states are calculated consistently. Results are compared with former calculations and the experimental data. The agreement with the data is good.

The importance of meson-meson interactions in the final state is studied at the example of the particular annihilation channel $\overline{N}N \to \pi\pi$. A full coupled channels calculation with the channels $\overline{N}N$, $\pi\pi$, $\overline{K}K$ and $\rho\rho$ is performed. Interactions and transitions in the meson sector are described by meson-exchange diagrams. Integrated as well as differential cross sections and analyzing powers for the annihilation process $\overline{N}N \to \pi\pi$ are described with good quality. Results of the coupled channels model for $\pi\pi$ phase shifts and inelasticities above the $\overline{N}N$ threshold are discussed. Effects of the meson-meson interactions on $\overline{N}N$ scattering observables are small. The importance of two-step processes and meson-meson interactions in the final state for the description of the angle-dependent observables in the annihilation process $\overline{N}N \to \pi\pi$ can be demonstrated.

ÜBERBLICK

In dieser Arbeit wird eine konsistente Beschreibung der $\overline{N}N$-Streuung und Annihilation in einem hadronischen Modell vorgestellt. Die elastische $\overline{N}N$-Wechselwirkung wird durch eine G-Paritätstransformation aus dem Bonner NN-Potential gewonnen. Für den Annihilationsteil wird eine konsistente, teilweise mikroskopische Beschreibung entwickelt, in der die wichtigsten Zwei-Mesonen Kanäle explizit behandelt werden, während der Rest durch ein phänomenologisches optisches Potential von Gaußscher Form berücksichtigt wird. Übergänge vom Antibaryon-Baryon-Sektor in den Mesonen-Sektor werden durch den Austausch von $N, \Delta, \Lambda, \Sigma$ und Y^* Baryonen beschrieben. $\overline{N}N$ Streuobservablen, Verzweigungsverhältnisse und Wirkungsquerschnitte der Annihilation in zwei Mesonen sowie Bindungszustände werden konsistent berechnet. Die Ergebnisse werden mit früheren Rechnungen und den experimentellen Daten verglichen. Die Übereinstimmung ist gut.

Den Einfluß von Meson-Meson-Wechselwirkungen im Endzustand wird am Beispiel des Annihilationskanals $\overline{N}N \to \pi\pi$ untersucht. Dazu wird eine volle Rechnung mit gekoppelten Kanälen ('Coupled Channels') mit den Kanälen $\overline{N}N, \pi\pi, \overline{K}K$ and $\rho\rho$ durchgeführt. Wechselwirkungen und Übergänge im Mesonen-Sektor werden durch Meson-Austausch-Diagramme beschrieben. Sowohl integrierte als auch differentielle Wirkungsquerschnitte und Analysierstärken des Annihilationsprzesses $\overline{N}N \to \pi\pi$ können mit guter Qualität beschrieben werden. Die Ergebnisse des 'Coupled Channels'-Modell für $\pi\pi$ Streuphasen und Inelastizitäten oberhalb der $\overline{N}N$ Schwelle werden diskutiert. Die Auswirkung der Meson-Meson-Wechselwirkungen auf die $\overline{N}N$-Streuobservablen ist gering. Die Bedeutung von Zwei-Stufen Prozessen und Meson-Meson Wechselwirkungen im Endzustand für die Beschreibung der winkelabhängigen Observablen im Annihilationsprozeß $\overline{N}N \to \pi\pi$ kann gezeigt werden.

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel 1

Einleitung

Die Beschreibung der starken Wechselwirkung bei niedrigen und mittleren Energien ist ein immer noch bestehendendes Problem in der theoretischen Physik. Obwohl die zugrundeliegende Theorie mit der Quantenchromodynamik (QCD) bereits in den 70er Jahren entwickelt worden ist, ist man von einem fundamentalen Verständnis der experimentellen Daten und der Phänomenologie der starken Wechselwirkung der Hadronen bei niedrigen Energien noch weit entfernt. Die QCD beschreibt die Wechselwirkung der Konstituenten der Hadronen, der Quarks und der Gluonen, im Rahmen einer nicht-abelschen Eichtheorie. Die starke Wechselwirkung der Hadronen läßt sich prinzipiell ableiten, wenn man die Wechselwirkung der Konstituenten kennt. Der praktischen Berechenbarkeit bei niedrigen Energien stehen aber wesentliche Eigenschaften der QCD entgegen: wegen der nicht-abelschen Struktur können die Eichbosonen (die Gluonen) miteinander wechselwirken. Dies führt zu einer starken Impulsabhängigkeit der Kopplungskonstante α_s. α_s ist für große Impulsüberträge klein, so daß eine Behandlung der QCD in einem störungstheoretischen Ansatz möglich und erfolgreich ist ('asymptotische Freiheit'). Dagegen wird im Bereich kleiner Impulsüberträge oder großer Abstände, der für die traditionelle Kern- und Mittelenergiephysik relevant ist, α_s sehr groß. Es können keine freien Quarks auftreten ('Confinement') und die beobachtbaren stark-wechselwirkenden Objekte sind farbneutrale Hadronen ('Colour-Singletts'). In diesem Bereich versagen perturbative Ansätze zur Behandlung der QCD. Eine zunächst vielversprechende Möglichkeit ist die numerische Behandlung der QCD-Feldgleichungen auf einem diskreten Gitter. Die Gitter-QCD kann Hadron-Eigenschaften und das Massenspektrum heute zufriedenstellend erklären. Wegen der enormen Komplexität der Gleichungen und des damit verbundenen numerischen Aufwandes sind quantitiative Aussagen über wechselwirkende Mehrteilchensysteme in naher Zukunft jedoch nicht zu erwarten.

Da die exakte Behandlung der starken Wechselwirkung der Hadronen im Rahmen

der fundamentalen Theorie der QCD zur Zeit nicht möglich ist, ist man auf die Entwicklung von Modellen angewiesen. Dabei ist das Ziel, durch Konstruktion verschiedener Modelle und Vergleich mit den experimentellen Daten etwas über die Eigenschaften der QCD bei kleinen und mittleren Energien zu erfahren. Ein wesentlicher Bestandteil der Modellbildung ist es, die Freiheitsgrade der QCD zu reduzieren und effektive Wechselwirkungen zwischen diesen Freiheitsgraden zu bestimmen. Hierzu sind verschiedene Ansätze entwickelt worden. In den nichtrelativistischen Quark-Modellen oder den Bag-Modellen werden die Quarks als Freiheitsgrade beibehalten und das Confinement, das in der QCD durch die Selbstwechselwirkung der Gluonen verursacht wird, durch äußere Potentiale beschrieben. Die gluonischen Freiheitsgrade werden in diesen Modellen eliminiert und man geht von den 'current quarks' zu 'constituent quarks' über. Einen anderen Weg beschreitet man bei der Konstruktion sogenannter effektiver Modelle, die von der chiralen Symmetrie des QCD-Lagrangians ausgehen (Sigma-Modell, Nambu-Jona-Lasinio Modell, Skyrme-Modell). Mesonen treten hier als Goldstone-Bosonen der spontan gebrochenen chiralen Symmetrie auf und werden in diesen Modellen als Freiheitsgrade verwendet. Die Vorstellung von der Struktur der Hadronen ist hier ein 'Quark-Core', der von einer Wolke von Mesonen umgeben ist. Die Gestalt der Mesonenwolke wird durch die chirale Symmetrie bestimmt.

'Traditionelle' Meson–Austausch–Modelle beschreiben die starke Wechselwirkung im Rahmen der beobachtbaren, physikalischen Freiheitsgrade mit Baryonen und Mesonen. Der Ansatz der Beschreibung der starken Wechselwirkung durch den Austausch von Mesonen wurde von Yukawa [1] ursprünglich im Sinn einer fundamentalen Theorie vorgeschlagen. Heute sieht man dagegen im Meson–Austauschbild eine effektive, wenn auch wohl definierte Beschreibung der QCD durch die in der Mittel- und Niederenergiephysik relevanten physikalischen Freiheitsgrade. Man nimmt in diesem Ansatz an, daß der Einfluß des Quark-Cores auf die Wechselwirkung klein ist und sich nur in der ausgedehnten Struktur der Hadronen bemerkbar macht, die durch Formfaktoren beschrieben wird. Die Formfaktoren müssen in der zugrundeliegenden Theorie berechnet werden, doch wegen der damit verbundenen Schwierigkeiten wählt man in den meisten meson-theoretischen Beschreibungen phänomenologische Ansätze für die Formfaktoren, deren Parameter durch Vergleich mit den Daten bestimmt werden müssen.

Die Notwendigkeit der Anpassung der Vertexparameter durch den Vergleich mit dem Experiment ist ein oft geäußerter Kritikpunkt an der Beschreibung der starken Wechsel-

wirkung durch das Meson–Austausch–Konzept. Im Rahmen einer konsistenten Behandlung vieler Prozesse der starken Wechselwirkung kann die Zahl der freien Parameter reduziert und Aussagen über die Möglichkeiten und Grenzen dieses Ansatzes getroffen werden.

In der Jülicher Arbeitsgruppe wurden mit diesem Ziel bereits Wechselwirkungen im NN-System [2], im Hyperon-Nukleon-System (YN) [3], in Meson-Nukleon-Systemen [4, 5, 6, 7, 8] und Meson-Meson-Systemen [9, 10] untersucht. Einmal festgelegte Parameter werden dabei in anderen Systemen in konsistenter Weise verwendet. Insbesondere die mikroskopische Untersuchung und Festlegung der in den Modellen enthaltenen phänomenologischen Anteile, wie der Parametrisierung des korrelierten 2π-Austausch durch σ- und ρ-Mesonen [7, 8, 11] oder der Formfaktoren [10], sind Gegenstand gegenwärtiger Untersuchungen.

Ein weiterer Aspekt der starken Wechselwirkung kann im Antinukleon-Nukleon ($\overline{N}N$)-System untersucht werden. Das Konzept der Antimaterie ist eine direkte Konsequenz der relativistischen Beschreibung der Quantenmechanik (Dirac [12]). Zu jedem stark wechselwirkenden Hadron mit Masse M, Spin J, Lebensdauer τ, Ladung Q, magnetischem Moment μ, Baryonenzahl B, Strangeness S und Parität P gibt es ein Antihadron mit den Quantenzahlen $(M, J, \tau, -Q, -\mu, -B, -S, -P)$. Antibaryonen wird die Baryonenzahl -1 zugeordnet, so daß ein Baryon-Antibaryon System eine Gesamtbaryonenzahl $B = 0$ hat und aufgrund der hohen zur Verfügung stehenden Energie ($E \geq 2M_N \approx 1.88GeV$) in eine Vielzahl von Kanälen übergehen kann, die nur Mesonen enthalten. Solche Reaktionen bezeichnet man als Annihilationen.

Der erste eindeutige experimentelle Nachweis von Antiprotonen gelang 1955 am Berkeley Bevatron, die erste Beobachtung einer Annihilation 1956 ebenfalls dort. Spätere Experimente zeigten, daß die Annihilation durch eine Dynamik bestimmt wird, die nicht im Rahmen einfacher geometrischer oder statistischer Ansätze zu erklären ist. Durch die Inbetriebnahme des Antiprotonen-Beschleunigers LEAR am CERN in Genf im Jahr 1983 wurde ein großer Fortschritt in der experimentellen Untersuchung des Antinukleon-Nukleon-Systems erreicht. Durch LEAR wurden im Niederenergiebereich und an der Schwelle Daten in hoher Qualtität und Statistik zugänglich. Mit modernen Techniken konnten zum Beispiel die Beiträge verschiedener Partialwellen zur Annihilation separiert werden. Das Auftreten sogenannter 'dynamischer Auswahlregeln' ('dynamical selection

rules', DSR), womit die Unterdrückung von Übergängen gemeint ist, die durch die Erhaltung der fundamentalen Quantenzahlen prinzipiell erlaubt sind, weist auf eine komplizierte Annihilationsdynamik hin. Das experimentelle Programm umfaßt

- Streuung und Wechselwirkung des $\overline{N}N$-Systems bei niedrigen Energien, mit Bestimmung des totalen, elastischen und Ladungsaustausch–Wirkungsquerschnittes sowie der Winkelabhängigkeit und der Spinobservablen.
- Annihilation: Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse und deren Zustandsabhängigkeit für eine Vielzahl von Annihilationskanälen bei der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems an der Schwelle ("in Ruhe") sowie in einigen Kanälen der differentiellen Wirkungsquerschnitte und Spinobservablen bei höheren Energien.
- Meson–Spektroskopie: Suche nach neuen Meson-Zuständen unter Einschluß von 'exotischen' Zuständen ('Glueballs' ggg, 'Hybride' $\overline{q}qg$, 'Diquarks' $\overline{q}^2q^2$), die in der Theorie der QCD möglich sind, aber bis heute nicht beobachtet wurden.

Weitere Forschungsschwerpunkte, die jedoch in dieser Arbeit nicht behandelt werden sollen, sind die Produktion von Antihyperon-Hyperon Paaren [13, 14, 15] und die Messung des elektromagnetischen Formfaktors des Protons im zeitartigen Bereich. Abgeschlossen ist die Suche nach langlebigen, schmalen, Baryonium genannten Bindungszuständen des $\overline{N}N$-Systems, für die in den 70er Jahren einige Kandidaten genannt wurden (das 'S-Meson' [16]). Nach den neueren Ergebnissen muß die Frage nach der Existenz schmaler Resonanzen im $\overline{N}N$-System endgültig verneint werden. Im ASTERIX-Experiment am LEAR wurden jedoch neue, breite Zustände gefunden, die sich nicht in die konventionellen SU(3) Mesonen–Multipletts einordnen lassen. Diese Zustände können im Rahmen eines Potentialmodells als sogenannte 'quasinukleare Bindungszustände' des $\overline{N}N$-Systems ('$\overline{N}N$-Molekül') interpretiert werden [17].

Zur theoretischen Beschreibung der Annihilation ist man auf die Konstruktion von Modellen angewiesen. Die verwendeten Modelle unterscheiden sich stark in ihrer Zielsetzung, ihrem physikalischen Inhalt und ihrer Aussagekraft. Die Wechselwirkung des $\overline{N}N$-Systems wird von der Annihilation dominiert. In der $\overline{N}N$-Streuung sollten wegen der großen Anzahl der verschiedenen Annihilationskanäle nur die über die Annihilationskanäle 'gemittelten Eigenschaften' der Annihilation sichtbar werden. Man kann daher die Streudaten der $\overline{N}N$-Wechselwirkung mit einfachen optischen Potentialen für die Annihilationswechselwirkung [18, 19, 20, 21] oder Annahmen über Randbedingungen an einem

absorptiven Radius [22] gut beschreiben. Durch diese phänomenologischen Modelle lernt man jedoch nichts über den physikalischen Annihilationsmechanismus. Einen Schritt weiter gehen statistische Modelle [23, 24, 25], die die Verteilungen der Multiplizitäten der Pionen und der Ladungen in Annihilationsprozessen beschreiben können. Grundlage dieser Modelle ist eine thermodynamische Vorstellung des Annihilationsprozesses, in dem die Energiedichte des annihilierenden $\overline{N}N$-Systems in den verschiedenen Annihilationskanäle nach thermodynamischen Gesetzen kondensiert. Eine Weiterentwicklung sind die Modelle von Vandermeulen [26] und Mundigl et al. [27], die phänomenologisch die Dominanz von Zweiteilchen–'Doorway'–Zuständen in den Annihilationsprozessen annehmen mit relativen Gewichten, die dem Abstand der jeweiligen Schwelle von der Gesamtenergie im $\overline{N}N$-System entspricht. Die Beschreibung der Annihilation durch diese Modelle ist von physikalischen Überlegungen motiviert, aber sie basiert auf einem phänomenologischen Ansatz.

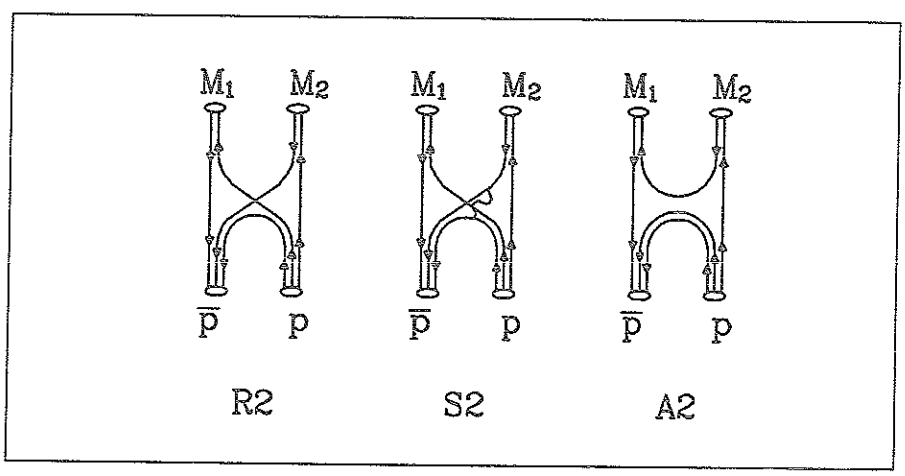


Abbildung 1.1: Beschreibung der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems in zwei Mesonen in verschiedenen quark-theoretischen Ansätzen: Die Graphen R2 und S2 sind sogenannte Rearrangement-Graphen, die sich in den Quantenzahlen des Annihilationsvertex unterscheiden: Im R2-Graph werden am Annihilationsvertex die Quantenzahlen des Vakuums ($^3P_0$) verwendet, während im S2-Graph die Annihilation in ein einzelnes Gluon ($^3S_1$) erfolgt. Der Graph A2 wird als Annihilationsgraph bezeichnet.

In sogenannten QCD-motivierten Modellen (einen Überblick über aktuelle Quarkmodelle findet man in Referenz [28]) versucht man die Annihilationsdynamik im Rahmen

von Quark-Freiheitsgraden zu formulieren. Hierzu muß eine effektive Wechselwirkung der Quarks konstruiert werden, und die Modelle unterscheiden sich zum Beispiel in den Quantenzahlen der Annihilationsvertices oder den Topologien der verwendeten Annihilationsdiagramme. Die verschiedenen Ansätze führen zu verschiedenen dynamischen Auswahlregeln. Bis heute kann kein Modell die in den Daten gefundenen dynamischen Verhältnisse zufriedenstellend erklären.

In den traditionellen hadronischen Modellen [29, 30, 31] im Rahmen des Meson-Austausch Bildes wird als Annihilationsmechanismus der Austausch von Baryonen (N, Δ, $\Lambda, \Sigma, Y^*, \ldots$) angenommen. Als Argument gegen die Verwendung des Baryon-Austausch Mechanismus wird oft die kleine Comptomwellenlänge des Nukleon $\lambda_C \approx 0.21 fm$ angeführt, da die Reichweite der Annihilation nach der Analyse der experimentellen Daten um $1 fm$ liegt. Die Berechnung der Annihilationsdichte in Baryon-Austausch Modellen [32] zeigt jedoch, daß die Compton-Wellenlänge des ausgetauschten Teilchens kein absolutes Maß für die Reichweite der Wechselwirkung ist. In den dort untersuchten Baryon-Austausch Modellen liegt das Maximum der Annihilationswahrscheinlichkeit bei Abständen um $1 fm$.

Die Beschreibung der $\overline{N}N$-Streuung und der Annihilation ist im Prinzip aus der gleichen Wechselwirkung abzuleiten. In den bisherigen Rechnungen wurden die Streuung und die Annihilation jedoch meistens getrennt betrachtet und dabei nicht konsistent behandelt: Bei der Beschreibung der $\overline{N}N$-Annihilation in spezifische Kanäle [29, 33] wurden Modelle der $\overline{N}N$-Wechselwirkung im Eingangskanal verwendet, die vorher separat an die Beschreibung der $\overline{N}N$-Streudaten angepaßt worden sind. Die Annihilationswechselwirkung im Anfangszustand wurde in diesen Modellen meistens durch ein globales, phänomenologisches optisches Potential berücksichtigt. Aber auch bei der Konstruktion einer mikroskopischen Beschreibung der Annihilationswechselwirkung in Referenz [34] wurden die Observablen der Annihilationskanäle vollkommen außer acht gelassen. Eine Beschreibung der Annihilationswirkungsquerschnitte in die spezifischen Zwei-Mesonen Kanäle ist mit den Parametern, die im Annihilationsteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung verwendet wurden, nicht zu erzielen.

In dieser Arbeit soll eine möglichst konsistente Beschreibung der $\overline{N}N$-Streuung und Annihilation im Rahmen des traditionellen hadronischen Ansatzes konstruiert werden. Als Ergebnis der Untersuchungen in Referenz [33, 35] wurde eine sehr große Sensitivität

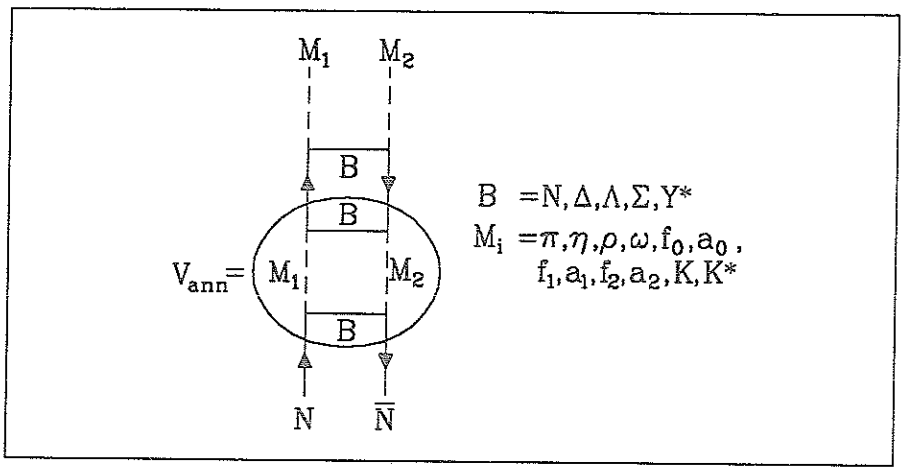


Abbildung 1.2: Die Beschreibung der $\overline{N}N$-Wechselwirkung erfordert die Berücksichtigung der mesonischen Annihilationskanäle in einem Annihilationspotential V_{ann}. In dieser Arbeit soll eine konsistente Behandlung des $\overline{N}N$-Annihilationspotentials und des endgültigen, beobachteten Überganges konstruiert werden.

der Beschreibung der Observablen der Annihilation in spezifische Zustände auf das verwendete Modell der $\overline{N}N$-Wechselwirkung im Eingangskanal gefunden. Eine mikroskopische Beschreibung der Annihilationsprozesse [34] bewirkt eine große Zustandsabhängigkeit der Annihilationswechselwirkung. Diese Zustandsabhängigkeit ist sehr wichtig für die Beschreibung der Observablen der Streuung, aber vor allem für die Annihilation in die Zwei-Mesonen Kanäle, da hier aufgrund der Auswahlregeln nur bestimmte Partialwellen zum Annihilationsprozeß beitragen können. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit einer konsistenten Beschreibung der Annihilationswechselwirkung im Anfangskanal und des 'endgültigen' Überganges in den Zwei-Mesonen Ausgangszustand, um Aussagen über die Möglichkeiten und Grenzen des Baryon-Austausch Ansatzes bei der Beschreibung der $\overline{N}N$-Annihilation zu treffen.

Aufbauend auf früheren Arbeiten [34, 36, 37, 38], die sich mit der mikroskopischen Beschreibung der Annihilationswechselwirkung in einem feldtheoretischen Ansatz befassen, sollen Annihilationsprozesse und elastische Streuung gleichzeitig betrachtet werden. Die Vertices an den Übergangspotentialen für den Annihilationsprozeß und in der $\overline{N}N$-Annihilationswechselwirkung sind dazu natürlich gleich zu behandeln und insbesondere mit den gleichen Parametern zu verwenden. Die Annihilationskanäle im $\overline{N}N$-Annihilationspotential haben dadurch ihre physikalisch beobachtete Stärke und sind

keinesfalls mehr als 'effektive' Kanäle aufzufassen. In unserem Modell der Annihilationswechselwirkung werden 53 Annihilationkanäle berücksichtigt, nämlich alle möglichen Kombintionen der Mesonen $\pi, \eta, \rho, \omega, f_0, a_0, f_1, a_1, f_2, a_2$ sowie K und K^*.

In diesem Ansatz kann noch nicht die gesamte Annihilation mikroskopisch beschrieben werden. Neben den hier explizit betrachteten Zwei-Mesonen Annihilationskanälen gibt es experimentell beobachtete Annihilationsprozesse mit Mesonen höherer Masse oder sogenannten 'exotischen' Mesonen, sowie Prozesse, die nur wegen der großen Breite der Mesonen in der Natur möglich sind, und Prozesse mit drei oder mehr unkorrelierten Mesonen. Die Breite der Mesonen bleibt in unserem Modell des $\overline{N}N$-Annihilationspotentials unberücksichtigt, da eine exakte Beschreibung der Breite eine komplizierte Mehrteilchendynamik erfordert.

Bei der Beschreibung der Annihilation in spezielle Annihilationskanäle und der Untersuchung der dynamischen Auswahlregeln werden Meson-Meson Wechselwirkungen und Übergänge im allgemeinen nicht berücksichtigt, da man nicht sehr viel über solche Wechelwirkungen weiß. Am Beispiel eines einzelnen Systems wurde in Referenz [39] gezeigt, daß Endzustandswechselwirkungen relative Verhältnisse einzelner Partialwellen und die Beschreibung differentieller Observablen stark ändern können. Im zweiten Teil der Arbeit wird der mögliche Einfluß solcher Wechselwirkungen und Übergänge im Rahmen einer Rechnung mit gekoppelten Kanälen genauer untersucht werden.

Die Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut: Im zweiten Kapitel werden die Grundlagen des Modells, also die Darstellung der Zustände durch Feldoperatoren, die Spezifikation der Wechselwirkungen durch Lagrangedichten und die Konstruktion des Hamiltonoperators kurz vorgestellt. Im dritten Kapitel werden aus dem Wechselwirkungshamiltonoperator die relevanten Zwei-Körper Pseudopotentiale konstruiert. Die Berechnung der T-Matrix und der Observablen wird im vierten Kapitel dargestellt. Das fünfte Kapitel enthält die Ergebnisse der Rechnungen zur Streuung und Annihilation des $\overline{N}N$-Systems in diesem Modell. Es werden die Abhängigkeit der Wechselwirkung von den Partialwellen und die Reichweite diskutiert. Im sechsten Kapitel werden die Rechnungen in einem 'Coupled-Channels' Ansatz zur Untersuchung der Meson-Meson Wechselwirkung und von Zwei-Stufen Übergängen der Art $\overline{p}p \to \rho\rho \to \pi\pi$ vorgestellt. Die Arbeit wird im siebten Kapitel mit einer Zusammenfassung abgeschlossen. In den Anhängen sind technische Einzelheiten zusammengestellt, die in dieser Arbeit verwendet wurden.

Kapitel 2

Die Grundlagen des Modells

In diesem Kapitel sollen die Grundlagen unseres Modelles der Wechselwirkungen des Antinukleon-Nukleon-Systems und der Annihilationskanäle behandelt werden. Bevor die Wechselwirkung durch Angabe der Lagrangedichten und des entsprechenden Hamiltonoperators dargestellt wird, sollen zunächst die freien Zustände beschrieben werden.

2.1. Baryonen und Antibaryonen

Freie relativistische Spin$\frac{1}{2}$-Felder werden durch die Dirac-Gleichung beschrieben [12]:

$$(\gamma^\mu p_\mu - M)\,\Psi \;=\; 0 \quad . \tag{2.1}$$

Aufgrund der relativistischen Behandlung können sowohl Zustände mit positiver Energie als auch negativer Energie als Lösungen dieser Gleichung auftreten. Mit den Zuständen negativer Energie waren in der historischen Entwicklung der relativistischen Quantenmechanik große konzeptionelle Probleme verbunden, die von Dirac durch die Annahme gelöst wurden, daß im physikalischem Grundzustand der Theorie ('Vakuum') alle Zustände negativer Energie besetzt und Übergänge für physikalische beobachtbare Teilchen in diese Zustände negativer Energie aufgrund des Pauli-Prinzipes verboten sind ('Dirac-See'). Mit dieser Annahme wird aus der relativistischen Quantenmechanik eine Vielteilchentheorie, deren befriedigende Behandlung sowohl wegen der begrifflichen als auch der mathemathischen Schwierigkeiten (Divergenzen) erst mit dem Übergang in die Quantenfeldtheorie möglich ist. Hebt man durch Energiezufuhr ein Teilchen aus dem Dirac-See in einen Zustand positiver Energie, so bleibt im See ein unbesetzter Zustand ('Loch'). Das Loch kann als eigener Zustand positiver Energie aufgefaßt werden, denn im Vergleich zum Grundzustand fehlt dem See ein negatives Energiequantum. In analoger Weise ordnet man dem Loch in den anderen additiven Quantenzahlen Werte zu, die denen des Teilchen entgegengesetzt sind $(-Q, -\mu, -B, -S, -P, \ldots)$, und bezeichnet das Loch im Dirac-See als Antiteilchen.

2.2. Ladungskonjugation

Antiteilchen sind also Zustände positiver Energie, die Quantenzahlen haben, die denen von Teilchen entgegengesetzt sind. Diese Antiteilchenzustände, die mit Ψ_c bezeichnet werden sollen, werden ebenfalls durch die Dirac-Gleichung beschrieben. Für den wechselwirkungsfreien Fall ist die Dirac-Gleichung der Antiteilchen mit der für Teilchen identisch.

Der Übergang von Teilchenzuständen zu Antiteilchenzuständen wird durch die Ladungskonjugations–Operation beschrieben, die die Zustände Ψ_c aus den Ψ erzeugt. Die explizite Darstellung dieser Transformation kann aus der Ankoppelung an das elektrische Feld in der Quantenelektrodynamik abgeleitet werden, da Teilchen und Antiteilchen sich im Vorzeichen der elektrische Ladung unterscheiden [40, 41] .

$$\Psi_c \;=\; S_c\,\Psi \;=\; C\gamma^0\,\Psi^* \;=\; i\,\gamma_2\,\Psi^* \quad . \tag{2.2}$$

Die Ladungskonjugation setzt sich zusammen aus der Multiplikation mit der Dirac-Matrix γ_2 und der Komplex-Konjugation der Wellenfunktion. Führt man diese Transformation explizit aus, dann sieht man, daß die Anteile negativer Energie von Ψ in Anteile positiver Energie von Ψ_c transformiert werden [40, 42].

In dieser Arbeit werden die Eigenwerte der Ladungskonjugation C für Antinukleon-Nukleon Zweiteilchen-Zustände benötigt. Aufgrund der oben diskutierten Identifikation kann man Teilchen und Antiteilchen als identische Fermionen auffassen, wenn man neben der Spin-Impuls-Wellenfunktion eine Wellenfunktion einführt, die den "Ladungskonjugationszustand" beschreibt. Die Gesamtwellenfunktion des Antinukleon-Nukleon-Systems lautet dann

$$\Psi_{\overline{N}N} \;=\; \Phi_R\,\Phi_S\,\Phi_C \quad . \tag{2.3}$$

Φ_R ist der Orts- bzw. Impulsraumanteil der Wellenfunktion, Φ_S die Spinwellenfunktion, und Φ_C beschreibt den Ladungskonjugationszustand des $\overline{N}N$-Systems. Es handelt sich um Fermionen, so daß die Gesamtwellenfunktion Ψ antisymmetrisch unter Vertauschung von Teilchen und Antiteilchen sein muß. Bei Vertauschung von Teilchen und Antiteilchen gilt [43]

$$\begin{aligned} \Phi'_R &= (-1)^L \quad \Phi_R \quad , \\ \Phi'_S &= (-1)^{S+1}\;\Phi_S \quad . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Für die Ladungskonjugationswellenfunktion gilt bei Vertauschung von Teilchen und Antiteilchen, da hier die Vertauschung der Anwendung der Ladungskonjugations-Operation äquivalent ist,

$$\Phi'_C \;=\; C_{\overline{N}N}\;\Phi_C \quad . \tag{2.5}$$

Aus der Forderung $\Psi' = -\Psi$ folgt damit für den Eigenwert $C_{\overline{N}N}$ der Ladungskonjugation (vgl. Referenz [44, 45])

$$C_{\overline{N}N} \;=\; (-1)^{L+S} \quad . \tag{2.6}$$

Nützt man die Isospinsymmetrie der starken Wechselwirkung aus, so muß man beim Übergang von Teilchen zu Antiteilchenzuständen auch die Isospinwellenfunktion (vgl. Kapitel 2.6) transformieren. Die G-Paritätstransformation beschreibt den Übergang vom Teilchenzustand $\mid I\,I_z\;\rangle$ zum Antiteilchenzustand $\mid I\,I_z\;\rangle_C$

$$\mid I\,I_z\;\rangle_C \;=\; \hat{G}\;\mid I\,I_z\;\rangle \quad . \tag{2.7}$$

Die G-Paritätstransformation ist als Kombination der Ladungskonjugation C mit einer Drehung im Isospinraum um die I_y Achse definiert:

$$\hat{G} \;=\; \hat{C}\;e^{i\,\pi I_y} \quad . \tag{2.8}$$

Da für Mesonen ohne Strangeness Teilchen und Antiteilchen Mitglieder des gleichen Isospinmultipletts sind, sind die Mesonen ohne Strangeness Eigenzustände der G-Parität. Sind C und I separat erhaltene Quantenzahlen, so gilt

$$G \;=\; C(-1)^I \quad . \tag{2.9}$$

Für das $\overline{N}N$-System gilt

$$G_{\overline{N}N} \;=\; (-1)^{L+S+I} \quad . \tag{2.10}$$

2.3. Feldoperatoren der Baryonen

Die in den vorhergehenden Abschnitten für Spin$\frac{1}{2}$-Zustände angestellten Überlegungen können auf die Behandlung von Spin$\frac{3}{2}$-Baryonen im Rarita-Schwinger Formalismus übertragen werden [46].

Eine Lösung der freien Dirac-Gleichung bzw. der Rarita-Schwinger Gleichungen kann in einem vollständigen System von Lösungen aus freien ebenen Wellen entwickelt werden [47]. Zu dem vollständigen System gehören die Teilchen–Lösungen positiver und negativer Energie. Aufgrund der im vorhergehenden Abschnitt erfolgten Identifikation der 'Löcher' mit den Antiteilchen werden statt der Teilchen-Lösungen negativer Energie die Antiteilchen-Lösungen verwendet [40]. Die Vernichtung eines Teilchens negativer Energie entspricht der Erzeugung eines Antiteilchens. Dadurch wird die Theorie symmetrisch in Teilchen und Antiteilchenbeiträgen, während Lösungen negativer Energie nicht mehr vorkommen. Der Feldoperator beschreibt die Vernichtung eines Teilchen–Zustandes oder die Erzeugung eines Antiteilchen–Zustandes. Teilchen und Antiteilchen–Beiträge im Feldoperator unterscheiden sich durch die Ausbreitungsrichtung in der Zeit.

Spin$\frac{1}{2}$-Baryonen:

$$\Psi_\alpha(x) \;=\; \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \sum_\lambda \int d^3p \;\left\{u_\alpha(\vec{p},\lambda)\, a_\alpha(\vec{p},\lambda)\;\; e^{-i\,p^\mu x_\mu} + v_\alpha(\vec{p},\lambda)\, \overline{a}^\dagger_\alpha(\vec{p},\lambda)\;\; e^{i\,p^\mu x_\mu}\right\} \tag{2.11a}$$

Spin$\frac{3}{2}$-Baryonen:

$$\Psi^\mu_\alpha(x) \;=\; \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \sum_\lambda \int d^3p \;\left\{u^\mu_\alpha(\vec{p},\lambda)\, a_\alpha(\vec{p},\lambda)\;\; e^{-i\,p^\mu x_\mu} + v^\mu_\alpha(\vec{p},\lambda)\, \overline{a}^\dagger_\alpha(\vec{p},\lambda)\;\; e^{i\,p^\mu x_\mu}\right\} \tag{2.11b}$$

λ bezeichnet die Helizitätseigenwerte der Baryonen. Die Spinoren $u_\alpha(\vec{p},\lambda)$ und $v_\alpha(\vec{p},\lambda)$ stellen die Dirac–Spinoren für Spin$\frac{1}{2}$–Teilchen und Antiteilchen–Zustände dar, $u^\mu_\alpha(\vec{p},\lambda)$ und $v^\mu_\alpha(\vec{p},\lambda)$ den entsprechenden Rarita–Schwinger–Spinor für Spin$\frac{3}{2}$–Baryonen und Antibaryonen. Eine explizite Darstellung ist in Anhang A gegeben. Im Vergleich zu üblichen Formulierungen der Feldoperatoren [47] fehlt in der hier verwendeten Form ein Faktor $\sqrt{M/E}$, da in dieser Arbeit eine andere Konvention für die Normierung der Spinoren verwendet wird (vgl. Anhang A).

Die Quantisierung der Theorie erfolgt, indem die Amplituden $a_\alpha^\dagger, \overline{a}_\alpha^\dagger$ und $a_\alpha, \overline{a}_\alpha$ als Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Feldquanten aufgefaßt werden, die den folgenden Antivertauschungsrelationen für Fermionen genügen:

$$\begin{aligned} \left\{a_\alpha(\vec{p},\lambda)\,,\ a_\beta^\dagger(\vec{p}\,',\lambda')\right\} &= \delta_{\alpha\beta}\ \delta(\vec{p}-\vec{p}\,')\ \delta_{\lambda\lambda'} \\ \left\{\overline{a}_\alpha(\vec{p},\lambda)\,,\ \overline{a}_\beta^\dagger(\vec{p}\,',\lambda')\right\} &= \delta_{\alpha\beta}\ \delta(\vec{p}-\vec{p}\,')\ \delta_{\lambda\lambda'} \end{aligned} \tag{2.12}$$

2.4. Feldoperatoren der Mesonen

Die Feldoperatoren für die Mesonen ergeben sich, indem die Lösungen der entsprechenden relativistischen Feldgleichungen (Klein-Gordon Gleichung (Spin 0), Proca Gleichung (Spin 1)) ebenfalls in einem vollständigem System von ebenen Wellen entwickelt werden und dann die Quantisierungsbedingungen eingeführt werden.

Spin 0 – Mesonen :

$$\Phi^j(x) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \int d^3k\ \frac{1}{\sqrt{2\omega_k^j}} \left\{b_j(\vec{k})\ e^{-i\,k^\mu x_\mu} + \overline{b}_j^\dagger(\vec{k})\ e^{i\,k^\mu x_\mu}\right\} \tag{2.13a}$$

Spin 1 – Mesonen :

$$\Phi_\mu^j(x) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \sum_\lambda \int d^3k\ \frac{1}{\sqrt{2\omega_k^j}}\ \varepsilon_\mu(\vec{k},\lambda) \left\{b_j(\vec{k},\lambda)\ e^{-i\,k^\mu x_\mu} + \overline{b}_j^\dagger(\vec{k},\lambda)\ e^{i\,k^\mu x_\mu}\right\} \tag{2.13b}$$

Spin 2 – Mesonen :

$$\Phi_{\mu\nu}^j(x) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \sum_\lambda \int d^3k\ \frac{1}{\sqrt{2\omega_k^j}}\ \varepsilon_{\mu\nu}(\vec{k},\lambda) \left\{b_j(\vec{k},\lambda)\ e^{-i\,k^\mu x_\mu} + \overline{b}_j^\dagger + (\vec{k},\lambda)\ e^{i\,k^\mu x_\mu}\right\} \tag{2.13c}$$

$\omega_k^j = \sqrt{m_j^2 + \vec{k}^{\,2}}$ steht für die Mesonenenergie, λ bezeichnet die jeweiligen Helizitätseigenwerte der Mesonen. $\varepsilon_\mu(\vec{k},\lambda)$ bezeichnet den Polarisationsvektor der Vektor–Mesonen, $\varepsilon_{\mu\nu}(\vec{k},\lambda)$ den Polarisationstensor der Tensor–Mesonen. Die expliziten Darstellungen und weitere Details findet man im Anhang A.

Hier erfolgt die Quantisierung, indem $b_j^\dagger, \overline{b}_j^\dagger$ und $b_j, \overline{b}_j$ als Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Mesonen und Antimesonen angesehen werden, die aufgrund der Bose–Einstein–Statistik den folgenden Kommutator–Beziehungen genügen sollen. Sind Teilchen und Antiteilchen identisch, so gilt $b_j = \overline{b}_j$, so daß die Feldoperatoren hermitesch sind.

$$\begin{aligned} \left[b_i(\vec{k}) \quad , \; b_j^+(\vec{k}\,') \quad \right] &= \delta_{ij} \; \delta(\vec{k} - \vec{k}\,') \\ \left[b_i(\vec{k}, \lambda) \, , \; b_j^+(\vec{k}\,', \lambda') \right] &= \delta_{ij} \; \delta(\vec{k} - \vec{k}\,') \; \delta_{\lambda\lambda'} \quad . \end{aligned} \tag{2.14}$$

2.5. Lagrangedichten

Die Kopplung von Teilchen verschiedener Art und Spin wird durch Lagrangedichten beschrieben. Die explizite Gestalt dieser Lagrangedichten kann nicht aus grundlegenden Prinzipien der Theorie hergeleitet werden, sondern muß durch Ansätze und Vergleich mit dem Experiment bestimmt werden und ist somit Inhalt eines Modells. An die Konstruktion der Lagrangedichten werden folgende Bedingungen gestellt:

- das Transformationsverhalten eines Lorentz–Skalars unter Lorentztransformationen.
- die Hermitezität des aus ihnen abgeleiteten Hamiltonoperators. Diese Forderung bedeutet in unserem Fall auch die Hermitezität der Lagrangedichten.
- Invarianz unter Isospin- oder SU(3)–Rotationen, da die starke Wechselwirkung unabhängig vom Isospin ist.

Die in dieser Arbeit verwendeten Lagrangedichten erfüllen diese Forderungen. Sie sind vom Bonner Modell für die NN-Wechselwirkung [2] und seinen Erweiterungen auf Meson-Meson Wechselwirkungen [9] übernommen. In dieser Arbeit verwenden wir Kopplungen zwischen zwei Spin$\frac{1}{2}$-Baryonen mit Mesonen, einem Spin$\frac{1}{2}$-, einem Spin$\frac{3}{2}$-Baryon mit Mesonen sowie Meson-Meson-Meson Vertices: Zunächst werden die Spin-Impulsabhängigen Anteile der Lagrangedichten angegeben.

$$\mathcal{L}_{BBS} = g_s \; \overline{\Psi}_\alpha \, \Psi_\beta \, \Phi^j \qquad (+h.c.) \tag{2.15a}$$

$$\mathcal{L}_{BBP} = \frac{f_p}{m_p} \; \overline{\Psi}_\alpha \; \gamma^5 \gamma^\mu \; \Psi_\beta \; \partial_\mu \Phi^j \qquad (+h.c.) \tag{2.15b}$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{BBV} &= g_v \;\; \overline{\Psi}_\alpha \; \gamma^\mu \; \Psi_\beta \, \Phi^j_\mu \\
&\quad + \frac{f_v}{4M_N} \;\; \overline{\Psi}_\alpha \; \sigma^{\mu\nu} \; \Psi_\beta \; (\partial_\mu \Phi^j_\nu - \partial_\nu \Phi^j_\mu) \qquad (+h.c.) \qquad (2.15c) \\
\mathcal{L}_{BBA} &= g_a \;\; \overline{\Psi}_\alpha \; \gamma^5 \gamma^\mu \; \Psi_\beta \, \Phi^j_\mu \qquad (+h.c.) \qquad (2.15d) \\
\mathcal{L}_{BBT} &= \frac{g_t}{M_N} \; \Big\{ i \overline{\Psi}_\alpha \; \left(\gamma^\mu \partial^\nu \Psi_\beta + \gamma^\nu \partial^\mu \Psi_\beta \right) \\
&\qquad - i \left(\partial^\nu \overline{\Psi}_\alpha \gamma^\mu + \partial^\mu \overline{\Psi}_\alpha \gamma^\nu \right) \Psi_\beta \Big\} \;\; \Phi^j_{\mu\nu} (+h.c.) \qquad (2.15e)
\end{aligned}
$$

In der Literatur [48] findet sich für die Lagrangedichte $\mathcal{L}_{BBT}$ ein weiterer Term, der hier nicht berücksichtigt wird, da die entsprechende Kopplungskonstante nach experimentellen Ergebnissen [48] sehr klein und mit 0 verträglich ist.

Die Wechselwirkungen an Vertices mit einem Spin$\frac{1}{2}$-, einem Spin$\frac{3}{2}$-Baryon und einem Meson werden durch die Lagrangedichten beschrieben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{BDP} &= \frac{\tilde{f}_p}{m_p} \;\; \overline{\Psi}_\alpha \, \Psi^\mu_\beta \; \partial_\mu \Phi^j \qquad (+h.c.) \qquad (2.16a) \\
\mathcal{L}_{BDV} &= \frac{\tilde{f}_v}{m_v} \;\; \overline{\Psi}_\alpha \; i\gamma^5 \gamma^\mu \; \Psi^\nu_\beta \; \left(\partial_\mu \Phi^j_\nu - \partial_\nu \Phi^j_\mu \right) (+h.c.) \qquad (2.16b)
\end{aligned}
$$

Für Meson-Meson Wechselwirkungen werden die Lagrangedichten verwendet:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{PPS} &= g_{pps} \, m_\pi \;\; \Phi_p \, \Phi_p \, \Phi_s \qquad (2.17a) \\
\mathcal{L}_{PPV} &= g_{ppv} \cdot \;\; \Phi_p \; \partial_\mu \Phi_p \; \Phi^\mu_v \qquad (2.17b) \\
\mathcal{L}_{PPT} &= \frac{2 g_{ppt}}{m_\pi} \;\; \partial_\mu \Phi_p \; \partial_\nu \Phi_p \; \Phi^{\mu\nu}_t \qquad (2.17c)
\end{aligned}
$$

Die Indizes bedeuten

B :	Spin $\frac{1}{2}$-Baryonen	S : skalare Mesonen	$J^P = 0^+$
D :	Spin $\frac{3}{2}$-Baryonen	P : pseudoskalare Mesonen	$J^P = 0^-$
		V : Vektormesonen	$J^P = 1^-$
		A : Axialvektormesonen	$J^P = 1^+$
		T : Tensormesonen	$J^P = 2^+$

Für die Kopplung der pseudoskalaren Mesonen wird die Gradientenkopplung (Pseudovektorkopplung) und nicht die direkte (pseudoskalare) Kopplung verwendet. Die Feldoperatoren der am Vertex aus– bzw. einlaufenden Baryonen sind mit $\overline{\Psi}_\alpha$ und Ψ_β bezeichnet.

Der Index $\alpha(\beta)$ kennzeichnet dabei das spezielle Baryon $(N, \Delta, \Lambda, \Sigma, Y^*)$. Φ^j ist der Feldoperator des Mesons j. Sind ein- und auslaufende Baryonen verschieden, so muß auch der jeweils hermitesch konjugierte Ausdruck der Lagrangedichte berücksichtigt werden.

2.6. SU(3)–Symmetrie

Zusätzlich zu dem hier angegebenen Spin-Impuls Anteil der Lagrangedichten enthalten die vollständigen Lagrangedichten Isospin- bzw. SU(3)- abhängige Anteile. Diese Anteile führen zu multiplikativen Anteilen in der Wechselwirkung, den sogenannten Isospinfaktoren.

Im einfachsten, nichtrelativistischen Quark-Modell der Hadronen werden Baryonen als 3-Quark Systeme und Mesonen als Quark-Antiquark Systeme interpretiert. Sie sind aufgebaut aus den drei leichten Quarks u, d, s. Diese drei Quarks können als fundamentale Darstellung der speziellen unitären Symmetriegruppe SU(3) aufgefaßt werden. Die Hadronen lassen sich deshalb in SU(3)–Multipletts einordnen. Das niedrigste mögliche Multiplett ist das Oktett $\{8\}$, das nächsthöhere das Dekuplett $\{10\}$. Die SU(3)–Symmetrie ist in der Natur nicht exakt erfüllt, da die Mitglieder der Multipletts sich in ihrer Masse unterscheiden. Die Annahme der SU(3)–Symmetrie ist trotzdem bei der Beschreibung der experimentellen Situation hilfreich und erfolgreich. Die Mitglieder eines Multipletts haben die gleichen Spin-Paritätsquantenzahlen J^P, sie unterscheiden sich in den Isospin- und Hyperladungsquantenzahlen I, I_z, Y.

Tabelle 2.1: Zuordnung der Spin$\frac{1}{2}$-Baryonen- sowie der pseudoskalaren ($J^P = 0^-$) und Vektor- ($J^P = 1^-$) Mesonenzustände zu SU(3)–Oktett $\{8\}$ Wellenfunktionen

I	I_z	Y	B	P	V	$\overline{Y}$	$B^\dagger$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	1	p	K^+	K^{*+}	-1	$-\overline{\Xi^-}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	n	K^0	K^{*0}	-1	$-\overline{\Xi^0}$
1	1	0	$-\Sigma^+$	$-\pi^+$	$-\rho^+$	0	$-\overline{\Sigma^-}$
1	0	0	Σ^0	π^0	ρ^0	0	$\overline{\Sigma^0}$
1	-1	0	Σ^-	π^-	ρ^-	0	$\overline{\Sigma^+}$
0	0	0	Λ	η	ω	0	$\overline{\Lambda}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	Ξ^0	$\overline{K^0}$	$\overline{K^{*0}}$	1	$\overline{n}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	Ξ^-	K^-	K^{*-}	1	$-\overline{p}$

Die Spin$\frac{1}{2}$-Baryonen und die Mesonen bilden SU(3)–Oktetts. Die verwendete Identifikation der physikalischen Teilchen mit den Multiplettzuständen ist in Tabelle 2.1 angegeben.
Die Ladungszustände der physikalischen Teilchen lassen sich außerdem in SU(2)- oder Isospin-Multipletts einordnen mit den Bezeichnungen:

$$\begin{aligned}
N &= \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \quad , K = \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix} \quad , K^* = \begin{pmatrix} K^{*+} \\ K^{*0} \end{pmatrix} \quad , \\
\overline{N} &= \begin{pmatrix} \overline{n} \\ -\overline{p} \end{pmatrix} \quad , K_C = \begin{pmatrix} \overline{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix} \quad , K_C^* = \begin{pmatrix} \overline{K^{*0}} \\ K^{*-} \end{pmatrix} \quad , \\
\vec{\Sigma} &= \begin{pmatrix} -\Sigma^+ \\ \Sigma^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix}, \vec{\pi} = \begin{pmatrix} -\pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}, \vec{\rho} = \begin{pmatrix} -\rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^- \end{pmatrix} \quad .
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Für die Mesonen sind Teilchen und Antiteilchen aufgrund ihrer Quarkstruktur Mitglieder desselben SU(3)–Multipletts. Die Forderung, daß auslaufende Teilchen einlaufenden Antiteilchen entsprechen ($(\pi^+)^\dagger = \pi^-$), bedingt die Wahl der Vorzeichen im Mesonen-Oktett. Die Vorzeichen im Baryonen-Oktett sind durch Konvention festgelegt, die Phasen im Antibaryonenoktett ergeben sich gemäß der Beziehung [49]

$$\Psi^\dagger(M^*, \nu) = (-1)^{I_z + \frac{Y}{2}} \; \Psi(M, -\nu) \quad . \tag{2.19}$$

Das Skalarprodukt zweier Isovektoren lautet in sphärischen Koordinaten

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \sum_{i=-1}^{+1} (-)^m A_m B_{-m} \quad . \tag{2.20}$$

Außerdem verwenden wir die Isospinmatrizen

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \; , \; \tau_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \; , \; \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{2.21}$$

Die Spin$\frac{3}{2}$-Baryonen bilden ein SU(3)–Dekuplett. Die hier verwendete Zuordnung zwischen den Teilchen und den SU(3)–Dekuplett Wellenfunktionen findet man in Tabelle 2.2.

Tabelle 2.2: Zuordnung der Spin$\frac{3}{2}$-Baryonenzustände zu den SU(3)-Dekuplett $\{10\}$ Wellenfunktionen

I	I_z	Y	D	$\overline{Y}$	B^+
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	Δ^{++}	-1	$-\overline{\Delta^-}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	Δ^+	-1	$\overline{\Delta^0}$
$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	Δ^0	-1	$-\overline{\Delta^+}$
$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	1	Δ^-	-1	$\overline{\Delta^{++}}$
1	1	0	$-Y^{*+}$	0	$-\overline{Y^{*-}}$
1	0	0	Y^{*0}	0	$\overline{Y^{*0}}$
1	-1	0	Y^{*-}	0	$\overline{Y^{*+}}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	Ξ^{*0}	1	$\overline{\Xi^{*-}}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	Ξ^{*-}	1	$-\overline{\Xi^{*0}}$
0	0	-2	Ω^-	2	$\overline{\Omega^-}$

Die Einordnung der Ladungszustände der physikalischen Teilchen in SU(2)– oder Isospin–Multipletts lautet:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^{+} \\ \Delta^{0} \\ \Delta^{-} \end{pmatrix}, \vec{Y}^* = \begin{pmatrix} -Y^{*+} \\ Y^{*0} \\ Y^{*-} \end{pmatrix}, \overline{\Delta} = \begin{pmatrix} -\overline{\Delta^-} \\ \overline{\Delta^0} \\ -\overline{\Delta^+} \\ \overline{\Delta^{++}} \end{pmatrix}, \overline{Y^*} = \begin{pmatrix} -\overline{Y^{*-}} \\ \overline{Y^{*0}} \\ \overline{Y^{*+}} \end{pmatrix} . \tag{2.22}$$

In Isospin-Wechselwirkungen mit Spin$\frac{3}{2}$-Isospin$\frac{3}{2}$-Baryonen werden die Isospinübergangsmatrizen verwendet:

$$T_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{3}} & 0 & 0 \end{pmatrix} , \; T_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \end{pmatrix} , \; T_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \tag{2.23}$$

Grundlegende Annahme der weiteren Überlegungen ist nun die Invarianz der starken Wechselwirkung unter SU(3)–Transformationen. Die Wechselwirkungslagrangedichte muß dazu ein SU(3)–Skalar (bzw. Singlett $\{1\}$) sein. Betrachtet man zum Beispiel ein auslaufendes Teilchen aus dem Multiplett $\{\mu_1^*\}$ und zwei einlaufende Teilchen aus den

Multipletts $\{\mu_2\}$ und $\{\mu_3\}$, so werden diese Multipletts zu einem SU(3)–Skalar gekoppelt durch [49]:

$$\mathcal{L}^{SU(3)} = -g \sum_{\nu\nu_1\nu_2} \begin{pmatrix} \mu & \mu_3 & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \Psi^{\dagger}_{\mu_1^*,\nu_1} \Psi_{\mu_2,\nu_2} \Phi_{\mu_3,-\nu} \quad , \tag{2.24}$$

g bezeichnet die Kopplungstärke, $\nu = (I, I_z, Y)$ die Quantenzahlen, mit denen die Teilchen innerhalb eines Multipletts unterschieden werden. $\Psi^\dagger$, Ψ und Φ sind die jeweiligen Wellenfunktionen. Zunächst werden die Wellenfunktionen $\Psi^\dagger$ und Ψ zu einem Strom gekoppelt, der dann mit Φ zu einem SU(3)–Skalar gekoppelt wird. Hier ist wieder zu beachten, daß einlaufende Antiteilchen nicht von auslaufenden Teilchen unterschieden werden können. Für einlaufende Antiteilchen ist also ebenfalls die konjugierte Wellenfunktion $\Psi^\dagger$ zu verwenden.

Die Kopplungskoeffizienten bezeichnet man häufig als SU(3)–Clebsch-Gordan Koeffizienten. Man kann sie als Produkt eines SU(2) invarianten Anteils (isoskalarer Faktor) und eines SU(2) Clebsch-Gordan Koeffizienten schreiben. Die isoskalaren Faktoren findet man zum Beispiel in Referenz [49] tabelliert.

$$\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|c} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ I_1Y_1 & I_2Y_2 & IY \end{array}\right) \langle\, I_1\, I_{1z}\, I_2\, I_{2z} \mid I\, I_z \,\rangle \quad . \tag{2.25}$$

In der Reduktion des Tensorproduktes zweier hier benötigter Multipletts treten folgende irreduziblen Darstellungen auf:

$$\begin{aligned} \{8\} \otimes \{8\} &= \{1\} \oplus \{8^1\} \oplus \{8^2\} \oplus \{10\} \oplus \{10^*\} \oplus \{27\} \\ \{8\} \otimes \{10\} &= \{8\} \oplus \{10\} \oplus \{27\} \oplus \{35\} \end{aligned} \quad . \tag{2.26}$$

Bei der Kopplung zweier Oktetts zu einem Strom entstehen also zwei Oktetts, aus denen man eine symmetrische und eine antisymmetrische Kombination $\{8^S\}$ und $\{8^A\}$ bilden kann. Bei der Berechnung der SU(3)–Lagrangedichte (Gl. (2.24)) ist über beide Möglichkeiten zu summieren. Als Beispiel wollen wir nun die Kopplung zweier Baryonen-Oktetts B mit dem Oktett P der pseudoskalaren Mesonen betrachten. Durch Auswertung der Gl. (2.24) erhält man Ausdrücke für die Kopplung der Teilchenzustände mit entspre-

chenden Kopplungskonstanten und Isospinoperatoren. In dieser Arbeit werden von allen auftretenden Termen nur die benötigt, in denen mindestens ein Nukleonzustand auftritt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{BBP} &= g_{NN\pi}\ N^\dagger \vec{\tau} N \cdot \vec{\pi} \\ &+ g_{NN\eta}\ N^\dagger N \eta \\ &+ g_{N\Lambda K}\ (N^\dagger \Lambda K + K^\dagger \Lambda^\dagger N) \\ &+ g_{N\Sigma K}\ (N^\dagger \vec{\tau} \cdot \vec{\Sigma} K + K^\dagger \vec{\Sigma}^\dagger \cdot \vec{\tau} N) \\ &+ \ldots \quad (8 \text{ weitere Terme})\end{aligned} \tag{2.27}$$

mit den Kopplungskonstanten

$$\begin{aligned} g_{NN\pi} &= g \quad , \quad g_{N\Lambda K} = -g\,\frac{1+2\alpha}{\sqrt{3}} \ , \\ g_{NN\eta} &= g\,\frac{4\alpha-1}{\sqrt{3}} \ , \quad g_{N\Sigma K} = g\,(1-2\alpha) \ , \end{aligned} \tag{2.28}$$

und den Abkürzungen

$$g = \frac{\sqrt{6}}{24}\left(\frac{3}{\sqrt{5}}g^S + g^A\right) \ , \qquad \alpha = \frac{1}{4\sqrt{6}}\frac{g^A}{g} \ . \tag{2.29}$$

Die SU(3)–Lagrangedichten für die Kopplung an das Vektormesonen-Oktett (und ggf. andere Mesonen) erhält man, indem man die Teilchen durch die mit den entsprechenden SU(3)–Quantenzahlen ersetzt. Der sogenannte Mischungsparameter α ist zunächst ein freier Parameter. Aus der angenommenen höheren Symmetrie SU(6) können für α folgende Werte bestimmt werden [3, 4]:

$$\begin{aligned} BBP : \alpha &= 0.4 \quad , \quad \text{BBV: } \alpha = 1.0 \ \text{(Vektor-Kopplung)} \\ PPV : \alpha &= 1.0 \quad , \quad \text{BBV: } \alpha = 0.4 \ \text{(Vektor+Tensor Kopplung)} \quad . \end{aligned}$$

Bei der Reduktion des Produktes eines Dekupletts $\{10\}$ mit einem Oktett $\{8\}$ tritt nur ein Oktett auf. Es gibt daher keinen Mischungsparameter. Die Terme der Lagrangedichte, die in dieser Arbeit benötigt werden, lauten

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{BDP} &= f_{N\Delta\pi}\ N^\dagger \vec{T} \Delta \cdot \vec{\pi} \\ &+ f_{NY^*K}\ N^\dagger \vec{\tau} \cdot \vec{Y}^* K \\ &+ \ldots \quad \text{weitere Terme}\end{aligned} \tag{2.30}$$

mit

$$f_{N\Delta\pi} = -\frac{1}{2\sqrt{5}} f \ , \ f_{NY^*K} = -\frac{1}{2\sqrt{30}} f \ . \tag{2.31}$$

2.7. Hamiltonoperator

Die Dynamik und Wechselwirkung in einem System aus Baryonen/Antibaryonen und Mesonen wird durch einen feldtheoretischen, relativistischen Hamiltonoperator bestimmt:

$$H = H_0 + W \quad . \tag{2.32}$$

Der "freie" Hamiltonoperator H_0 enthält die relativistischen Einteilchen-Energien der Baryonen/Antibaryonen und der Mesonen. Selbstenergie-Terme werden in dem Modell nicht explizit, sondern durch Verwendung von renormierten, physikalischen Massen effektiv berücksichtigt.

$$\begin{aligned} H_0 &= \quad H_0^B \quad + \quad H_0^M \\ &= \sum_b E_b\, a_b^\dagger a_b + \sum_b E_b\, \overline{a}_b^\dagger \overline{a}_b + \sum_m \omega_m\, b_m^\dagger b_m \quad . \end{aligned} \tag{2.33}$$

Die Indizes b bzw. m bezeichnen alle Quantenzahlen, die den jeweiligen Baryon/Antibaryon- oder Meson-Zustand eindeutig bestimmen, also Teilchenart, Spin und Impuls. E_b bezeichnen Baryonen-Energien, ω_m Mesonen-Energien.

Der Wechselwirkungsanteil des Hamiltonoperator W enthält baryonische Anteile mit den effektiven Vertices der Baryon-Baryon-Meson-, Baryon-Antibaryon-Meson- sowie der Antibaryon-Antibaryon-Meson-Kopplung in W_{BBM}, sowie mesonische Anteile mit den Meson-Meson-Meson-Vertices in W_{MMM}

$$W \;=\; W_{BBM} \;+\; W_{MMM} \quad . \tag{2.34}$$

2.8. Wechselwirkungs-Hamiltonoperator W

Der Hamiltonoperator ergibt sich aus den Lagrangedichten und den Darstellungen der Feldoperatoren durch eine Legendre-Transformation:

$$W \stackrel{def}{=} -\sum_i \int d^3x \;\; \left[\mathcal{L}_i(\varphi, \partial_\mu \varphi)\right]_{t=0} \quad . \tag{2.35}$$

Im Rahmen unseres Modells wird der zweite Summand der vollständigen Legendre-Transformation nicht betrachtet. Die Einschränkung der Transformation auf $t = 0$ ist getroffen, da im Schrödinger-Bild die Operatoren zeitunabhängig sind.

Durch Einsetzen der Lagrangedichten und der Feldoperatoren und nach Ausführen der Integrationen erhält man folgende Struktur des Wechselwirkungs-Hamiltonoperators:

$$
\begin{aligned}
W_{BBM} &= \sum_{\alpha\beta j} {}^1W_{\alpha\beta j}\; a_\alpha^\dagger\, a_\beta\, b_j + {}^2W_{\alpha\beta j}\; \overline{a}_\alpha^\dagger\, \overline{a}_\beta\, b_j \\
&\quad + {}^3W_{\alpha\beta j}\; a_\alpha^\dagger\, \overline{a}_\beta^\dagger\, b_j + {}^4W_{\alpha\beta j}\; \overline{a}_\alpha\, a_\beta\, b_j \qquad (+h.c.) \\
W_{MMM} &= \sum_{ikl} {}^AW_{ikl}\; b_i^\dagger\, b_k\, b_l \quad + {}^BW_{ikl}\; b_i\, b_k^\dagger\, b_l \\
&\quad + {}^CW_{ikl}\; b_i^\dagger\, b_k^\dagger\, b_l \quad + {}^DW_{ikl}\; b_i\, b_k\, b_l \qquad (+h.c.) \quad .
\end{aligned}
\tag{2.36}
$$

Die vier Vertexfunktionen ${}^bW_{\alpha\beta j}$ $(b = 1, \ldots, 4)$ entsprechen den vier Kombinationsmöglichkeiten von einlaufendem Baryon/Antibaryon, auslaufendem Baryon/Antibaryon mit einem einlaufenden Meson an einem Vertex, die komplex–konjugierten Vertexfunktionen ${}^bW^*_{\alpha\beta j}$ $(b = 1, \ldots, 4)$ beinhalten die Vertices mit einem auslaufenden Meson. Die vier Vertexfunktionen ${}^mW_{ikl}$ $(m = A, \ldots, D)$ beschreiben entsprechend die Kombinationen von drei Mesonen an einem Vertex mit jeweils einem ein- und auslaufenden pseudoskalaren Meson, während das dritte Meson mit der von P verschiedenen Identität immer einläuft. Auch hier erhält man die entsprechenden Vertexfunktionen für auslaufende Mesonen durch Komplex-Konjugation.

Die explizite Gestalt der Vertexfunktionen findet man für W_{BBM} in Referenz [34] und für W_{MMM} zum Beispiel in Referenz [9].

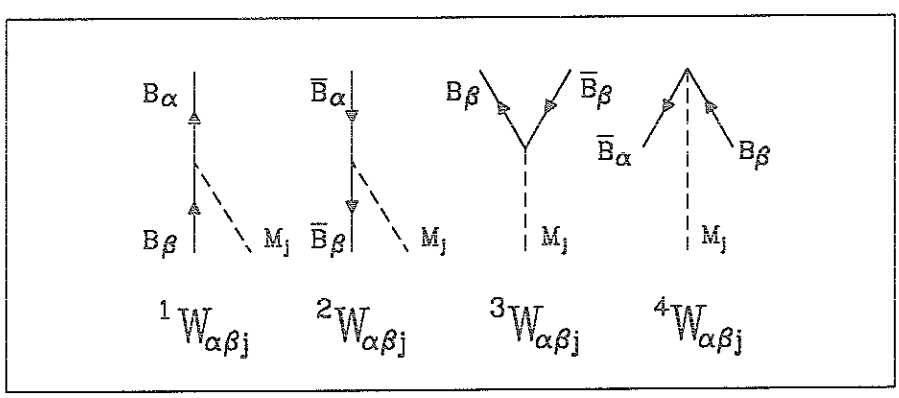


Abbildung 2.1: Graphische Darstellung der in W_{BBM} enthaltenen Vertexfunktionen ${}^mW_{\alpha\beta j}$.

2.9. Streugleichung

Die Wechselwirkung ist mit der Angabe des Hamiltonoperators im Prinzip definiert. Zur Berechnung der Observablen, die wir mit dem Experiment vergleichen wollen, benötigen wir jedoch eine Beschreibung des Streu- oder Reaktionsprozesses. Die allgemeine Information über einen solchen Prozeß ist in der S-Matrix enthalten [50].

$$S_{fi} = \lim_{\substack{t \to -\infty \\ t' \to \infty}} \langle \Psi_f(t') \mid \Psi_i(t) \rangle \quad . \tag{2.37}$$

Zur Berechnung der Observablen verwendet man die T-Matrix [50], die definiert ist durch

$$T_{fi} = \langle \Phi_f \mid T \mid \Phi_i \rangle = \langle \Phi_f \mid W \mid \Psi_i \rangle \quad . \tag{2.38}$$

$\mid \Psi_i \rangle$ ist die vollständige Streuwellenfunktion, $\mid \Phi \rangle$ eine ebene Welle. Die T-Matrix steht zur S-Matrix in folgender Beziehung [50]:

$$S_{fi} = \delta_{fi} - 2\pi i \; \delta^4(P_f - P_i) \; T_{fi} \quad . \tag{2.39}$$

Die Wellenfunktion als Lösung der relativistischen Wellengleichung in Hamiltondarstellung

$$(Z - H_0) \mid \Psi \rangle = W \mid \Psi \rangle \tag{2.40}$$

setzt sich aus der allgemeinen Lösung $\mid \Phi \rangle$ der homogenen, wechselwirkungsfreien Gleichung $(Z - H_0) \mid \Phi \rangle = 0$ und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung zusammen:

$$\mid \Psi \rangle = \mid \Phi \rangle + G_0 W \mid \Psi \rangle \tag{2.41}$$

mit der Greensfunktion oder dem Propagator

$$G_0 = \frac{1}{Z - H_0 + i\varepsilon} \quad . \tag{2.42}$$

Durch Multiplikation von rechts mit einem allgemeinen Zustand $\langle \Phi_f \mid$ und Berücksichtigung die Definition der T-Matrix (Gl. (2.38)) erhält man die Operatorgleichung

$$T = W + W G_0 T \quad . \tag{2.43}$$

Setzt man den Ausdruck für die T-Matrix auf der rechten Seite ein (Iteration), so erhält man eine Reihenentwicklung für die T-Matrix:

$$T = \sum_n W(G_0 W)^n \quad . \tag{2.44}$$

Um zu einer praktischen Auswertung der T-Matrix zu gelangen, sind nun einige Spezifikationen notwendig. Legt man zunächst fest, daß in den ein- und auslaufenden Zuständen nur Kanäle mit zwei Teilchen erlaubt sind, können nur Kombinationen mit einer geraden Anzahl von Vertices vorkommen.

$$T = \sum_{n=0}^{\infty} W\,(G_0\,W)^{2n+1} \quad . \tag{2.45}$$

Die unendliche Reihe aus Gl. (2.45) kann umgeordnet werden, indem man alle bezüglich der ein- oder auslaufenden Zustände irreduziblen Anteile in einem sogenannten Integrationskern oder Pseudopotential V zusammenfaßt. Man erhält dann eine Gleichung

$$T = V + VGT \quad . \tag{2.46}$$

Der Propagator G in dieser Gleichung propagiert im Unterschied zu G_0 nur Zustände, die zu den möglichen ein- und auslaufenden Zuständen gehören. Das Pseudopotential V enthält die unendliche Zahl aller möglichen bezüglich dieser Zustände irreduziblen Graphen.

Diese Gleichung steht in enger Beziehung zur 'Bethe-Salpeter-Gleichung' [40], die die Berechnung der T–Matrix in einem kovarianten Formalismus beschreibt. Die Bethe-Salpeter Gleichung enthält eine 4-dimensionale Integration, während die Zustände in Gl. (2.46) durch die Angabe des Dreier-Impuls Vektors spezifiziert werden. In dieser Gleichung ist daher eine 3-dimensionale Integration durchzuführen. Der Preis für die Reduktion der Dimension des Integrals ist eine Vervielfachung der Anzahl der zu berücksichtigenden Diagramme (um einen Faktor $N!$ bei Diagrammen Nter Ordnung), da in Gl. (2.46) jede 'Zeitordnung' extra behandelt wird. Berücksichtigt man alle Diagramme, so sind die Behandlung im Rahmen der hier vorgestellten zeitgeordneten Theorie und die Berechnung der T-Matrix durch die Bethe-Salpeter Gleichung in jeder Ordnung äquivalent [40].

Kapitel 3

Das Wechselwirkungspotential

Ausgehend von den im letzten Kapitel dargestellten Lagrangedichten für die Wechselwirkungen an den Vertices werden wir in diesem Kapitel diskutieren, welche Graphen in unserem Pseudopotential enthalten sind. Bei der Konstruktion des Pseudopotentials werden die Grundsätze angewendet, die bereits zur Konstruktion des Bonner Nukleon-Nukleon (NN) Potentials [2] führten.

3.1. Unitarität und das $\overline{N}N$-System

Die Gleichung zur Berechnung der T-Matrix ist mit der Streugleichung Gl. (2.46) gegeben. Das Streuproblem in einem bestimmten Kanal wird untersucht, indem die Operator-Gleichung auf diese Zustände projiziert wird. Um eine unitäre S-Matrix zu erhalten, ist die Berücksichtigung aller Zustände als intermediäre Zustände notwendig, in die physikalische Übergänge möglich sind und die deshalb prinzipiell als ein- oder auslaufende Zustände auftreten können.

Das $\overline{N}N$-System kann aufgrund seiner Quantenzahlen (z.B. der Gesamtbaryonenzahl 0) in eine Vielzahl von Kanälen übergehen, die nur Mesonen enthalten ("Annihilationskanäle"). Alle diese Kanäle müssen in der Streugleichung berücksichtigt werden, um die Forderung der Unitarität der S-Matrix zu erfüllen. Die Streugleichung bekommt dann eine Matrix-Struktur in den Kanälen, man spricht von einer Rechnung mit gekoppelten Kanälen ("coupled-channels").

$$
\begin{pmatrix} T^{BB} & T^{BM_1} & \dots & T^{BM_n} \\ T^{M_1B} & T^{M_1M_1} & & T^{M_1M_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ T^{M_nB} & T^{M_nM_1} & \dots & T^{M_nM_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^{BB} & V^{BM_1} & \dots & V^{BM_n} \\ V^{M_1B} & V^{M_1M_1} & & V^{M_1M_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ V^{M_nB} & V^{M_nM_1} & \dots & V^{M_nM_n} \end{pmatrix}
$$

$$
+ \begin{pmatrix} V^{BB} & V^{BM_1} & \dots & V^{BM_n} \\ V^{M_1B} & V^{M_1M_1} & & V^{M_1M_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ V^{M_nB} & V^{M_nM_1} & \dots & V^{M_nM_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G^{M_1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & G^{M_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^{BB} & T^{BM_1} & \dots & T^{BM_n} \\ T^{M_1B} & T^{M_1M_1} & & T^{M_1M_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ T^{M_nB} & T^{M_nM_1} & \dots & T^{M_nM_n} \end{pmatrix} \tag{3.1}
$$

Die Annihilationskanäle sind mit M_i bezeichnet, der Index soll hier die verschiedenen möglichen Teilchen-Kombinationen eindeutig kennzeichnen. Die Bezeichnung B steht für die Beiträge von Antibaryon-Baryonen Zuständen. Im Energiebereich, der in dieser Arbeit betrachtet wird soll, kann nur der $\overline{N}N$-Zustand reell werden. Die einzelnen Elemente der T-Matrix stellen die Amplituden für die entsprechenden Übergänge dar. Die Pseudopotentialmatrix V enthält in jedem Element eine unendliche Summe von irreduziblen Graphen für den jeweiligen Übergang. Die Eigenschaft 'irreduzibel' ist auf die Kanäle zu beziehen, die in der Streugleichung als intermediäre Zustände explizit (also in der Propagatormatrix) berücksichtigt werden.

Eine solche 'Coupled-Channels' Rechnung, in der alle Annihilationskanäle simultan behandelt werden, ist wegen der großen Anzahl der zu behandelnden Wechselwirkungsprozesse theoretisch schwierig und numerisch sehr aufwendig. Über viele der benötigten Wechselwirkungen vor allem im Meson-Meson Sektor gibt es kaum experimentelle oder theoretische Informationen.

Das Problem muß daher reduziert werden. Die $\overline{N}N$-Streuung wird durch das Element $T^{\overline{N}N}$ der Viel-Kanal-T-Matrix beschrieben. Multipliziert man die Matrixgleichung Gl. (3.1) aus, so erhält man

$$
\begin{aligned} T^{\overline{N}N} = T^{BB} &= V^{BB} + V^{BB}\, G^B\, T^{BB} + \sum_i V^{BM_i}\, G^{M_i}\, T^{M_iB} \\ T^{M_iB} &= V^{M_iB} + V^{M_iB}\, G^B\, T^{BB} + \sum_j V^{M_iM_j}\, G^{M_j}\, T^{M_jB}. \end{aligned} \tag{3.2}
$$

Vernachlässigt man nun die Meson-Meson-Wechselwirkungen $V^{M_iM_j}$, so kann die Gleichung für das Element $T^{\overline{N}N}$ auf die Form der Streugleichung Gl. (2.46) gebracht werden,

indem T^{M_iB} eingesetzt wird und alle Beiträge mit mesonischen Zwischenzuständen in ein effektives Pseudopotential $V^{\overline{N}N}$ aufgenommen werden

$$V^{\overline{N}N} \stackrel{def}{=} V^{BB} + \sum_i V^{BM_i} G^{M_i} V^{M_iB} \quad . \tag{3.3}$$

Die dieser T-Matrix $T^{\overline{N}N}$ entsprechende Ein-Kanal S-Matrix $S^{\overline{N}N}$ ist nicht unitär, da physikalisch mögliche Übergänge nicht gleichzeitig berücksichtigt werden. Das effektive Potential enthält einen Imaginärteil, der den Verlust des "$\overline{N}N$-Flusses" in die Annihilationskanäle beschreibt. Die Übergänge in die Annihilationskanäle können nach Berechnung der $T^{\overline{N}N}$ Matrix in einem sogenannten 'DWBA'-Verfahren ('Distorted Wave Born Approximation') behandelt werden. Die Übergangsamplitude $T^{\overline{N}N\to M_iM_j}$ ergibt sich durch eine DWBA-Rechnung.

$$\begin{aligned} T^{\overline{N}N} &= V^{\overline{N}N} + V^{\overline{N}N} G^{\overline{N}N} T^{\overline{N}N} \\ T^{\overline{N}N\to M_1M_2} &= V^{\overline{N}N\to M_1M_2} + V^{\overline{N}N\to M_1M_2} G^{\overline{N}N} T^{\overline{N}N} \quad . \end{aligned} \tag{3.4}$$

Alle Annihilationskanäle können jetzt sukzessive einzeln berechnet werden. In dem $\overline{N}N$-Pseudopotential $V^{\overline{N}N}$ ist die Summe aller Annihilationskanäle enthalten. Da Meson-Meson Wechselwirkungen zunächst nicht berücksichtigt werden können, spricht man von 'Annihilationsboxen'. In beiden Rechnungen gehen die gleichen Übergangspotentiale $V^{\overline{N}N\to M_iM_j}$ ein, die konsistent behandelt werden sollen.

Den Einfluß von Meson-Meson Wechselwirkungen und den Kopplungen der Annihilationskanäle werden wir später in dieser Arbeit untersuchen, indem wir dort eine eingeschränkte Rechnung mit gekoppelten Kanälen am Beispiel der Kanäle $\overline{N}N, \pi\pi, \rho\rho, \overline{K}K$ durchführen.

3.2. Das elastische $\overline{N}N$-Potential

Das Potential $V^{\overline{N}N}$ setzt sich nach der Diskussion im vorhergehenden Abschnitt aus zwei Beiträgen zusammen. Man bezeichnet sie als 'elastischen' Anteil und 'Annihilations'-Teil der Wechselwirkung. Der Annihilationsteil enthält alle Prozesse, die mesonische Kanäle in Zwischenzuständen enthalten. Die Energie des $\overline{N}N$-System liegt für viele dieser Kanäle über den entsprechenden Schwellenenergien. Die Mesonen aus den intermediären Kanäle können also reell werden. Dies bewirkt einen Imaginärteil im Annihilationsteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung. Der elastischen Anteil enthält die Graphen, die nicht aus dem

$\overline{N}N$-Zustand herausführen können. Die wesentlichen Graphen können durch Symmetrie-Überlegungen aus der wohlbekannten Nukleon-Nukleon (NN) Wechselwirkung abgeleitet werden und sind daher im $\overline{N}N$-System bereits vollkommen festgelegt.

In Übereinstimmung mit dem vollen BONN Potential [2] wollen wir die Beiträge zum Pseudopotential auf Ausdrücke zweiter und vierter Ordnung in den Vertexfunktionen W beschränken, da höhere Ausdrücke mathematisch sehr komplex werden. In der NN- und auch der elastischen $\overline{N}N$-Wechselwirkung können diese höhere Terme wegen ihrer kurzen Reichweite gut vernachlässigt werden. Beiträge vierter Ordnung im Annihilationsteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung bedeuten Prozesse zweiter Ordnung für die Übergangspotentiale, also Übergänge in Kanäle mit zwei Mesonen. Hier ist die Rechtfertigung dieser Beschränkung nicht unmittelbar einsichtig. Die experimentellen Daten für die Pionenmultiplizitäten der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems weisen ihr Maximum bei der Annihilation in 5 Pionen auf [51]. Eine realistische Beschreibung scheint also zunächst Übergangsmechanismen höherer Ordnung zu erfordern. Es gibt aber starke Hinweise experimenteller [52] wie auch theoretischer Art [26], daß im primären Annihilationsprozeß Zwei-Teilchen-Kanäle mit zwei (schweren) Mesonen eine wichtige Rolle spielen und viele der beobachteten Pionen aus Sekundär-Zerfällen stammen. Die Annihilation in zwei Mesonen kann in guter Näherung durch Ausdrücke zweiter Ordnung in W beschrieben werden.

Der elastische Anteil des $\overline{N}N$-Pseudopotential enthält also Terme zweiter und vierter Ordnung in W:

$$\begin{aligned} \langle\ \overline{N}N\ \mid V_{el} \mid\ \overline{N}N\ \rangle \ = \quad & \langle\ \overline{N}N\ \mid W\,G_0\,W\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle_{linked} \\ + \ & \langle\ \overline{N}N\ \mid W\,G_0 W\,G_0\,W\,G_0 W\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle_{linked} \ . \end{aligned} \tag{3.5}$$

Zur mathematischen Auswertung setzt man nun den Ausdruck aus Gl. (2.36) ein. Alle Ausdrücke, die nicht ein $\overline{N}N$-Paar im Eingangs- oder Ausgangs-Zustand enthalten, fallen natürlich fort. Ebenso werden die formal auftretenden Selbstenergiediagramme nicht betrachtet, da wir diese schon durch die Verwendung physikalischer Massen effektiv berücksichtigt haben. Der Propagator G_0 kann in der Form geschrieben werden

$$G_0(Z + i\varepsilon) \ = \ \frac{1}{Z - \sum_j E_j + i\varepsilon} \ , \tag{3.6}$$

wobei sich die Summe im Nenner über alle Teilchen im intermediären Zustand mit den Energien E_j erstreckt. Der Term $i\varepsilon$ im Nenner kann im weiteren entfallen, da in dem in

dieser Arbeit betrachteten Energiebereich unterhalb der Pion-Produktionsschwelle keine Singularitäten auftreten.

Betrachten wir zunächst den Ausdruck $\langle\ \overline{N}N\ \mid\ W\,G_0\,W\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle$. Die Auswertung ergibt folgende Diagramme:

$$\begin{aligned}\langle\ \overline{N}N\ \mid\ W\,G_0\,W\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle\ =\ & \frac{{}^1W_{\alpha\alpha'j}(\vec{k}_j)\ {}^2W^*_{\beta\beta'j}(\vec{k}_j)}{Z-\omega^j_k-E_{\alpha'}-E_\beta} \\ +\ & \frac{{}^2W_{\alpha\alpha'j}(\vec{k}_j)\ {}^1W^*_{\beta\beta'j}(\vec{k}_j)}{Z-E_\alpha-E_{\beta'}-\omega^j_k} \\ +\ & \frac{{}^3W_{\alpha'\beta'j}(\vec{k}_j)\ {}^3W^*_{\alpha\beta j}(\vec{k}_j)}{Z-\omega^j_k} \\ +\ & \frac{{}^4W_{\alpha'\beta'j}(\vec{k}_j)\ {}^4W^*_{\alpha\beta j}(\vec{k}_j)}{Z-E_\alpha-E_\beta-\omega^i_k-E_{\alpha'}-E_{\beta'}}\ .\end{aligned} \tag{3.7}$$

Die ersten beiden Summanden bezeichnet man als Ein-Meson-Austausch (OBE) Graphen, die beiden anderen Summanden entsprechen Graphen, in denen das $\overline{N}N$-Paar virtuell in ein Meson annihiliert und dann ein neues $\overline{N}N$-Paar erzeugt wird (Ein-Meson-Annihilations Graphen, OMA). Die OBE-Graphen werden durch die Vertexfunktionen ${}^1W_{\alpha\beta j}$ und ${}^2W_{\alpha\beta j}$ erzeugt, die Ein-Meson-Annihilationsgraphen durch die Vertexfunktionen ${}^3W_{\alpha\beta j}$ und ${}^4W_{\alpha\beta j}$. Die Ein-Meson-Annihilationsgraphen wurden in Referenz [34] berechnet. Wegen der Resonanzstruktur dieser Graphen sind merkliche Beiträge bei Gesamtenergien zu erwarten, die in der Nähe der Masse des Mesons liegen. Ihr Beitrag ist in dem in dieser Arbeit betrachteten Energiebereich jedoch vernachlässigbar klein, weil die Gesamtenergie $Z \geq 2M_N$ immer sehr viel größer als die jeweilige Masse ist. Diese Graphen werden deshalb in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Die OBE-Graphen haben die mathematische Gestalt

$$\langle\ \overline{N}N\ \mid\ V_{OBE}\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle\ =\ \sum_j \frac{{}^1W^*_{\alpha\alpha'j}\,{}^2W_{\beta\beta'j}+{}^1W_{\alpha\alpha'j}\,{}^2W^*_{\beta\beta'j}}{Z-E_{\alpha'}-E_\beta-\omega_i}\ . \tag{3.8}$$

Natürlich ist hier über alle möglichen Mesonen zu summieren. Diese OBE-Diagramme ergeben sich aus den entsprechenden Diagrammen der NN-Wechselwirkung durch eine sogenannte G-Paritätstransformation. Die OBE-Wechselwirkungsdiagramme der NN-

Wechselwirkung können, wie man leicht sieht, nur aus Vertices vom Typ ${}^1W_{\alpha\beta j}$ aufgebaut werden:

$$\langle\ NN\ |\ V_{OBE}\ |\ NN\ \rangle\ =\ \sum_j \frac{{}^1W^*_{\alpha\alpha' j}\,{}^1W_{\beta\beta' j} + {}^1W_{\alpha\alpha' j}\,{}^1W^*_{\beta\beta' j}}{Z - E_{\alpha'} - E_\beta - \omega_i} \tag{3.9}$$

Beim Übergang vom NN-System zum $\overline{N}N$-System muß jeweils ein Vertex ${}^1W_{\alpha\beta j}$ durch den Vertex ${}^2W_{\alpha\beta j}$ ersetzt werden.

Die Vertices ${}^1W_{\alpha\beta j}$ und ${}^2W_{\alpha\beta j}$ haben die Struktur

$$\begin{aligned} {}^1W_{\alpha\beta j} &= -C(E)\ \langle\ \overline{u}(\vec{p}_\alpha,\lambda_\alpha)\ |\ \Gamma^j\ |\ u(\vec{p}_\beta,\lambda_\beta)\ \rangle \\ {}^2W_{\alpha\beta j} &= \quad C(E)\ \langle\ \overline{v}(\vec{p}_\beta,\lambda_\beta)\ |\ \Gamma^j\ |\ v(\vec{p}_\alpha,\lambda_\alpha)\ \rangle\ . \end{aligned} \tag{3.10}$$

Die energieabhängige Funktion C(E) ist für beide Vertices identisch.

In den Modellen der Bonner NN-Potentiale werden OBE-Austausch Graphen mit Austausch von skalaren, pseudoskalaren und Vektormesonen berücksichtigt. Durch explizites Einsetzen der Spinoren (Anhang A) und der Kopplungsmatrizen Γ^i (Gl. (3.24)) oder durch Ausnutzen der Ladungskonjugation ($v(\vec{p},\lambda) = i\gamma_2\, u^*(\vec{p},\lambda)$) zeigt man, daß für skalare und pseudoskalare Mesonen gilt

$${}^1W_{\alpha\beta j}\ =\ {}^2W_{\alpha\beta j} \tag{3.11}$$

und für Vektormesonen

$${}^1W_{\alpha\beta j}\ =\ -{}^2W_{\alpha\beta j}\ . \tag{3.12}$$

Diese Beziehungen kann man zusammenfassen in

$${}^1W_{\alpha\beta j}\ =\ (-)^{S_j}\ {}^2W_{\alpha\beta j}\ . \tag{3.13}$$

Bei Mesonen mit Isospin muß zusätzlich noch die Änderung der Isospinstruktur berücksichtigt werden. Die sogenannten Isospin-Crossing Relationen [45] setzen die Isospin Amplitude $\mathcal{T}$ des Prozeß $a + b \to c$ mit der des Prozesses $\overline{c} + b \to \overline{a}$ in Beziehung. Es gilt

$$\mathcal{T}(N_\alpha + M_j \to N_\beta)\ =\ (-1)^{I_j}\ \mathcal{T}(\overline{N}_\beta + M_j \to \overline{N}_\alpha). \tag{3.14}$$

Insgesamt ergibt sich für den Übergang von ${}^1W_{\alpha\beta j}$ zu ${}^2W_{\alpha\beta j}$ ein Faktor $(-1)^{S_j+I_j}$, der dem G-Paritätseigenwert G_j des Mesons M_j entspricht [45]. Daraus folgt

$$\langle\ \overline{N}N\ |\ V_{OBE}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ =\ G_j\ \langle\ NN\ |\ V_{OBE}\ |\ NN\ \rangle\ . \tag{3.15}$$

Ausdrücke vierter Ordnung in W erzeugen sogenannte Box-Diagramme. Vertices mit drei Mesonen kommen nicht vor, da wir fordern, daß ein- und auslaufende Zustände aus einem $\overline{N}N$-Paar bestehen sollen. Die entstehenden Boxen werden in sogenannte iterative und nichtiterative Boxen unterschieden. Die iterativen Boxen können durch Iteration eines Übergangspotentials ('Transition-Potential') erzeugt werden, während die nichtiterativen Boxen geschlossen berechnet werden müssen. In den iterativen Boxen sind Boxen mit Antibaryon-Baryon Zwischenzuständen und Zwei-Mesonen Zwischenzuständen enthalten. Die Beiträge der Boxen mit Zwei-Mesonen Zwischenzuständen gehören nach unserer Vereinbarung in den sogenannten Annihilationsteil des $\overline{N}N$-Pseudopotentials. Dazu schließen wir die Beiträge der Vertexfunktionen ${}^3W_{\alpha\beta j}$ und ${}^4W_{\alpha\beta j}$, die den Übergang in Mesonen beschreiben, aus dem elastischen Anteil aus. Der elastische Anteil vierter Ordnung enthält also nur die Vertexfunktionen ${}^1W_{\alpha\beta j}$ und ${}^2W_{\alpha\beta j}$. In einer weiteren Unterteilung sehen wir, daß Zwischenzustände mit Antibaryonen/Baryonen ohne Strangeness und solchen mit Strangeness (Antihyperon-Hyperon ($\overline{Y}Y$) Zustände) vorkommen können. In Referenz [34] wurden die Beiträge der $\overline{Y}Y$-Boxen untersucht. Da die Schwellen der Antihyperon-Hyperon Kanäle jedoch sehr weit weg von dem in dieser Arbeit betrachteten Energiebereich liegen und die führenden K-Austausch Terme wegen der höheren Masse der Kaonen kleiner sind als die Pion-Austausch Beiträge der Boxen ohne Strangeness, stellte sich ihr Beitrag als vernachlässigbar klein heraus [31]. Wir werden diese $\overline{Y}Y$-Boxen nicht betrachten.

Im elastischen Anteil sind damit nur Boxen enthalten, die ein entsprechendes Äquivalent im NN-Fall haben. Hier sind Boxen mit $\overline{N}\Delta \pm \overline{\Delta}N$ und $\overline{\Delta}\Delta$ Zwischenzuständen und Austausch von π- oder ρ-Mesonen enthalten, aber auch sogenannte 'Crossed-Box' Beiträge. Iterative Boxen mit $\overline{N}N$-Zwischenzuständen dürfen dagegen nicht berücksichtigt werden, sie werden bei der Lösung der Gl. (2.46) durch Iteration der OBE-Potentiale erzeugt.

In Referenz [34] wurde gezeigt, daß auch die $\overline{N}N$-Box-Potentiale mit $\overline{N}\Delta \pm \overline{\Delta}N$ und $\overline{\Delta}\Delta$ Zwischenzuständen aus den entsprechenden Ausdrücken für den NN-Fall zu erhalten sind, indem man die Ausdrücke mit den G-Paritätseigenwerten der beiden beteiligten Mesonen multipliziert:

$$\langle\ \overline{N}N\ |\ V_{Box}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ =\ G_i G_j\ \langle\ NN\ |\ V_{Box}\ |\ NN\ \rangle\ . \tag{3.16}$$

Im elastische Anteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung verbleiben also nur Graphen, die im NN-Fall schon berechnet wurden und die durch Multiplikation mit den entsprechenden G-Paritätseigenwerten einfach für den $\overline{N}N$-Fall übernommen werden können.

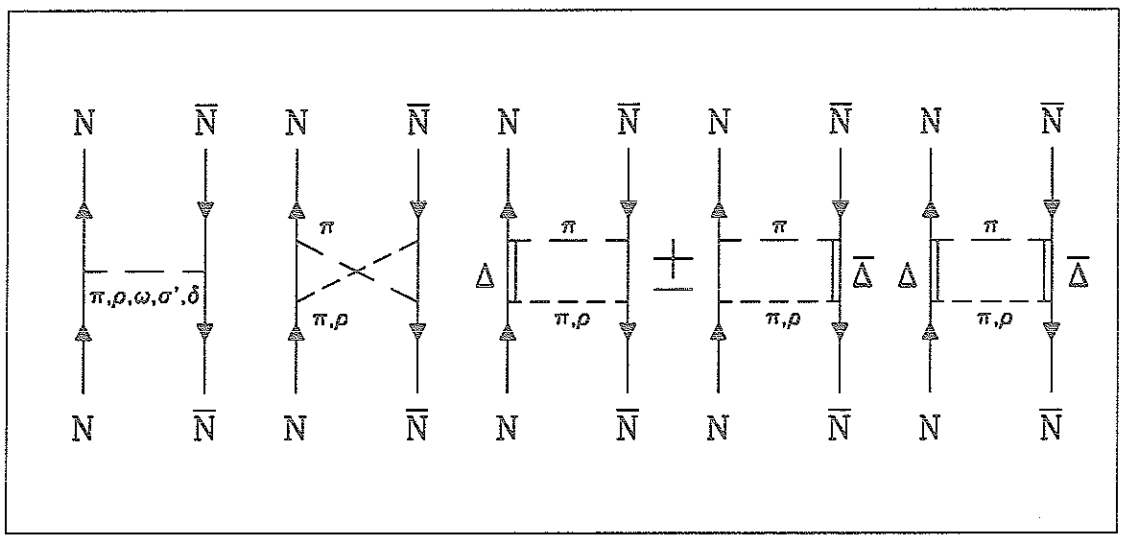


Abbildung 3.1: Der in dieser Arbeit verwendete elastische Anteil des $\overline{N}N$-Pseudopotentials enthält neben traditionellen OBE-Austauschgraphen sogenannte 'Crossed-Box' Diagramme und Boxen mit $\overline{N}\Delta \pm \overline{\Delta}N$ und $\overline{\Delta}\Delta$ Zwischenzuständen (und dem Austausch des π- und des ρ-Mesons).

Wir wollen in dieser Arbeit das Modell der Bonner NN-Wechselwirkung [2] als Ausgangspunkt der elastischen $\overline{N}N$- Wechselwirkung nehmen. Das volle Bonn Potential enthält, wie die meisten mesontheoretischen Modelle, außer physikalischen Mesonen in einigen 'Crossed-Box' Diagrammen auch ein sogenanntes σ_{OBE} Meson, das 2π-Austausch und $\pi\rho$-Austauschprozesse parametrisieren soll. Da 2π- und $\pi\rho$-Zustände jedoch entgegengesetzte G-Paritätseigenwerte haben, ist die G-Parität des σ_{OBE}-Mesons nicht eindeutig festgelegt. In dieser Arbeit verwenden wir aus diesem Grund ein reduziertes Modell, aus dem 'Crossed-Boxes' mit σ_{OBE}- und ω-Austausch entfernt wurden. Die Beiträge der isoskalaren Mesonen σ_{OBE} und ω heben sich im NN-Fall fast vollständig gegenseitig auf und sollten immer gemeinsam behandelt werden. Das hier verwendete Modell ist in Referenz [2] im Kapitel 6 beschrieben. Rechnungen mit dem vollen Bonn Potential, in denen dem σ_{OBE} Meson eine positive G-Parität zugeschrieben wurde, haben nahezu identische Ergebnisse gebracht [34]. In Abbildung 3.1 sind die Beiträge zum elastischen Anteil des $\overline{N}N$-Pseudopotentials graphisch dargestellt.

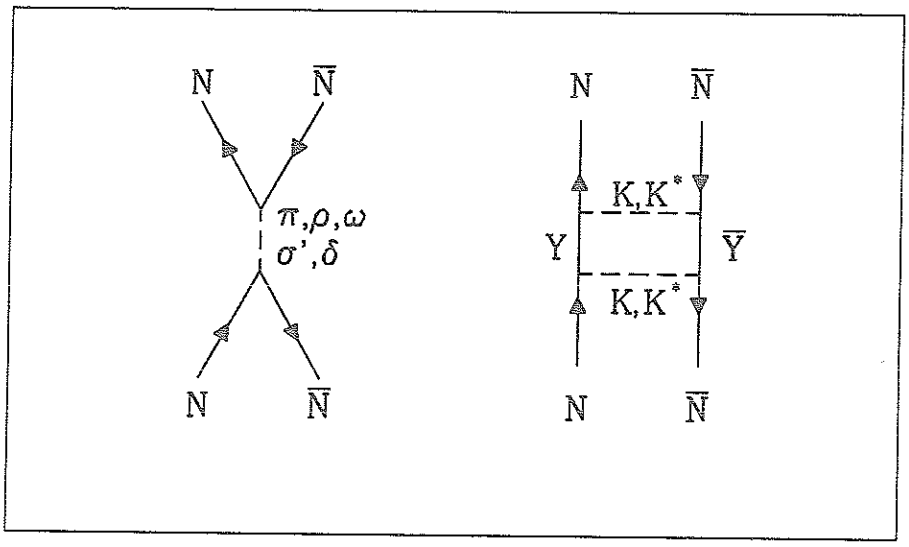


Abbildung 3.2: Diagramme des elastischen Anteils, die nicht durch Symmetrien aus der NN-Wechselwirkung übernommen werden können. In Referenz [34] *wurden diese Diagramme untersucht. Ihr Beitrag stellte sich als vernachlässigbar klein heraus. Sie werden deshalb in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.*

3.3. Übergänge in Zwei-Mesonen Kanäle

Der Übergang von dem $\overline{N}N$-System in einen Zwei-Mesonen-Zustand wird durch ein Übergangs- oder Transition-Potential $V^{\overline{N}N \to M_i M_j}$ beschrieben. Die Transition-Potentiale werden als Ausdrücke zweiter Ordnung in W konstruiert. Ihr Beitrag zum Potential $V^{\overline{N}N}$ ist dann, wie weiter unten gezeigt wird, von vierter Ordnung in den Vertices. Der Übergang vom Antibaryon-Baryon Sektor in den Mesonen Sektor soll immer von einem $\overline{N}N$-Zustand aus stattfinden.

$$\langle\ M_i M_j\ \mid V^{\overline{N}N \to M_i M_j} \mid\ \overline{N}N\ \rangle \stackrel{def}{=} \langle\ M_i M_j\ \mid W G_0 W \mid\ \overline{N}N\ \rangle_{linked}\ . \qquad (3.17)$$

Alle Kombinationen der Vertexfunktionen, die nicht ein $\overline{N}N$-Paar im Eingangskanal und zwei Mesonen im Ausgangskanal enthalten, tragen natürlich nicht zum Übergangspotential bei. Die Berechnung der Transition-Potentiale erfolgt durch Einsetzen des Wechselwirkungs-Operators aus Gl. (2.36). Die Indizes i, j kennzeichnen den Zwei-Mesonen-Zustand im Ausgangskanal eindeutig und enthalten alle relvanten Informationen.

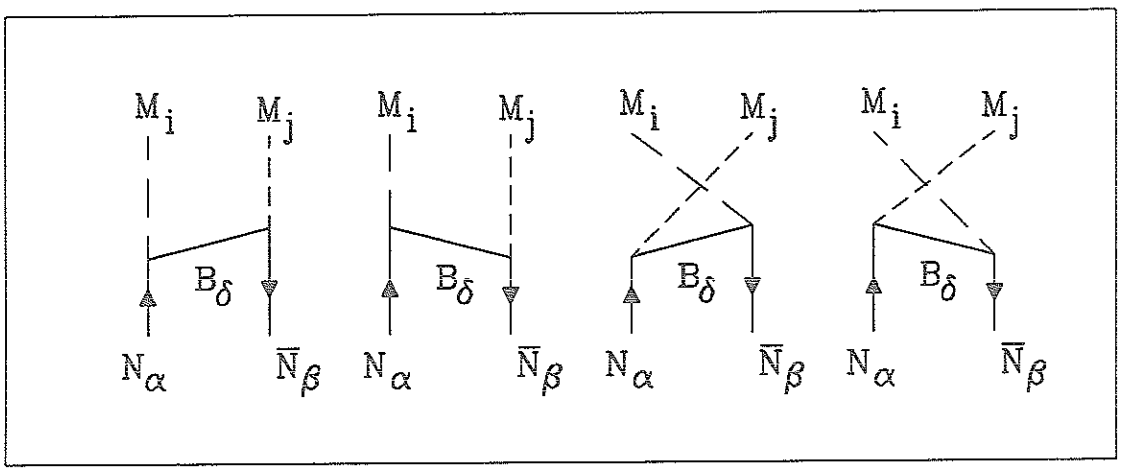


Abbildung 3.3: Das Übergangspotential $V^{\overline{N}N\to M_iM_j}$ besteht aus einer Summe von direkten Diagrammen in zwei Zeitordnungen und den entsprechenden Austauschdiagrammen.

Durch Einsetzen des Wechselwirkungs-Hamilton Operator ergeben sich vier verschiedene Wechselwirkungsdiagramme

$$
\begin{aligned}
{}^1U_{ij} &= \frac{{}^1W^*_{\alpha\delta i}(\vec{k}_i)\ {}^3W^*_{\delta\beta j}(\vec{k}_j)}{Z-\omega^i_k-E_\delta-E_{\overline{N}}} \\
{}^2U_{ij} &= \frac{{}^3W^*_{\alpha\delta i}(\vec{k}_i)\ {}^2W^*_{\delta\beta j}(\vec{k}_j)}{Z-E_N-E_\delta-\omega^j_k} \\
{}^3U_{ij} &= \frac{{}^1W^*_{\alpha\delta j}(\vec{k}_j)\ {}^3W^*_{\delta\beta i}(\vec{k}_i)}{Z-\omega^j_k-E_\delta-E_{\overline{N}}} \\
{}^4U_{ij} &= \frac{{}^3W^*_{\alpha\delta j}(\vec{k}_j)\ {}^2W^*_{\delta\beta i}(\vec{k}_i)}{Z-E_N-E_\delta-\omega^i_k}\ .
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

E_N bzw. $E_{\overline{N}}$ bezeichnet die Energie des einlaufenden Nukleons oder Antinukleons. E_δ ist die Energie des Austauschbaryons, und $\omega_k^{i,j}$ steht für die Energie des jeweiligen Mesons mit dem Impuls $\vec{k}_i(\vec{k}_j)$. Sind für die Mesonkombination i,j mehrere Baryonen als Austauschbaryon möglich, so ist über den Index δ, also alle möglichen Austauschbaryonen zu summieren (Abbildung 3.5). Man unterscheidet zwischen "direkten" (${}^1U_{ij}, {}^2U_{ij}$) und "Austausch"-Diagrammen (${}^3U_{ij}, {}^4U_{ij}$) in zwei Zeitordnungen (Abbildung 3.3).

Das Transition-Potential $V^{N\overline{N}\to M_iM_j}$ ergibt sich als Summe dieser vier Diagramme.

$$V^{N\overline{N}\to M_iM_j} = \sum_{n=1}^{4} {}^nU_{ij} \quad . \tag{3.19}$$

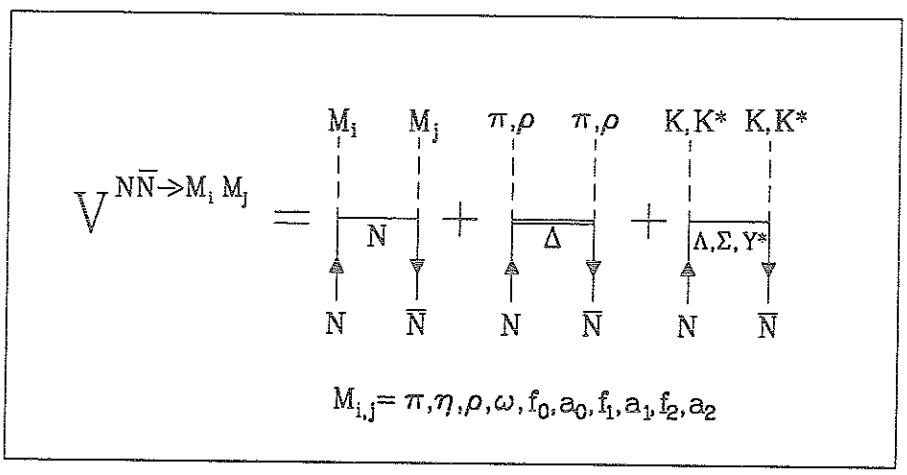


Abbildung 3.4: Das Transition-Potential als Summe der Beiträge aller zugelassenen Austauschbaryonen für die verschiedenen Mesonen-Kombinationen.

3.3.1. Berechnung der Helizitätsamplituden

Durch Einsetzen der Vertexfunktionen ${}^mW_{\alpha\beta i}$ aus Gl. (2.36) können die Diagramme berechnet werden. Für die Berechnung wählen wir das Schwerpunktsystem (CMS). Dort gelten folgende Beziehungen zwischen den beteiligten Impulsen:

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \vec{p}_N = -\vec{p}_{\overline{N}} \\ \vec{k} &= \vec{k}_i = -\vec{k}_j \quad . \end{aligned} \tag{3.20}$$

Die 'On-Mass-Shell'-Energien von Nukleon und Antinukleon sind gleich. Sie lauten

$$E_N = E_{\overline{N}} = \sqrt{M_N^2 + \vec{q}^{\,2}} \quad . \tag{3.21}$$

Das Koordinatensystem sei so gelegt, daß der Impuls des einlaufenden Nukleons $\vec{q}$ parallel zur z-Achse liegt. Die Impulsvektoren $\vec{q}$ und $\vec{k}$ spannen die (x, z)-Ebene als Streuebene auf. Bei der Analyse experimenteller Daten wird normalerweise ein anderes Koordinatensystem gewählt, da dort die Richtung des Antiprotonenstrahls als z-Richtung definiert wird. Es

ist jedoch leicht, mittels einer Paritätstransformation auf dieses Koordinatensystem umzurechnen. Der CMS-Streuwinkel sei θ. Die Impulse haben im CMS-Koordinatensystem die Komponenten

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q \end{pmatrix}, \qquad \vec{k} = \begin{pmatrix} k \ sin\theta \\ 0 \\ k \ cos\theta \end{pmatrix} \quad . \tag{3.22}$$

Betrachten wir zunächst die Potentiale bei Austausch eines Spin$\frac{1}{2}$-Baryons, so erhalten wir für die erste Zeitordnung:

$$\begin{aligned} \langle \ \vec{k}\,\lambda_i\lambda_j \ | \ {}^1U_{ij} \ | \ \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}} \ \rangle \ = \\ \frac{F^i(p_\delta^2) \ F^j(p_\delta^2)}{2(2\pi)^3} \ \frac{1}{\sqrt{\omega_k^i\omega_k^j}(Z - \omega_k^i - E_\delta - E_N)} \\ \times \ \sum_{\lambda_\delta}\Big(\overline{u}(\vec{q},\lambda_N) \ \Gamma^i \ u_\delta(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta) \ \overline{u}_\delta(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta) \ \Gamma^j \ v(-\vec{q},\lambda_{\overline{N}})\Big)^* \end{aligned} \tag{3.23a}$$

und für die zweite Zeitordnung:

$$\begin{aligned} \langle \ \vec{k}\,\lambda_i\lambda_j \ | \ {}^2U_{ij} \ | \ \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}} \ \rangle \ = \\ \frac{F^i({p'_\delta}^2) \ F^j({p'_\delta}^2)}{2(2\pi)^3} \ \frac{-1}{\sqrt{\omega_k^i\omega_k^j}(Z - E_N - E_\delta - \omega_k^j)} \\ \times \ \sum_{\lambda_\delta}\Big(\overline{u}(\vec{q},\lambda_N) \ \Gamma^i \ v_\delta(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta) \ \overline{v}_\delta(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta) \ \Gamma^j \ v(-\vec{q},\lambda_{\overline{N}})\Big)^* \quad . \end{aligned} \tag{3.23b}$$

u_δ bezeichnet den Spinor des Austauschbaryons mit der Masse M_δ, dem Impuls $\vec{p}_\delta$, der Helizität λ_δ und der 'On-Mass-Shell'-Energie E_δ. v_δ bezeichnet entsprechend den Spinor eines ausgetauschten Antibaryons mit der Masse M_δ, dem Impuls $\vec{p}'_\delta$, der Helizität λ_δ und der 'On-Mass-Shell'-Energie $E_{\overline{\delta}}$ ($E_\delta \ = \ E_{\overline{\delta}}$). Die $\Gamma^{i,j}$ sind Kopplungsmatrizen und werden durch die Vertexfunktionen bestimmt. Sie sind abhängig von den Spin-Paritätsquantenzahlen J^P des ankoppelnden Mesons.

$$\begin{aligned} \Gamma^{BBP} &= -i\frac{f_p}{m_p}\gamma^5\gamma^\mu k_{j\mu} \\ \Gamma^{BBV} &= (g_v\gamma^\mu + i\frac{f_v}{2M_N}\sigma^{\mu\nu}k_{j\nu})\varepsilon_\mu(\vec{k}_j,\lambda) \\ \Gamma^{BBA} &= g_a\gamma^5\gamma^\mu\,\varepsilon_\mu(\vec{k}_j,\lambda) \\ \Gamma^{BBT} &= \frac{g_t}{M_N}\left((p_\alpha + p_\beta)^\nu\gamma^\mu + (p_\alpha + p_\beta)^\mu\gamma^\nu\right)\,\varepsilon_{\mu\nu}(\vec{k}_j,\lambda) \end{aligned} \tag{3.24}$$

Für den Impuls des ausgetauschten Baryons bzw. Antibaryons gilt

$$\vec{p}_\delta \;=\; \vec{q}-\vec{k} \;=\; \begin{pmatrix} -k\,sin\theta \\ 0 \\ q-k\,cos\theta \end{pmatrix} \;,\quad \vec{p}_\delta' \;=\; \vec{k}-\vec{q} \;=\; \begin{pmatrix} k\,sin\theta \\ 0 \\ k\,cos\theta - q \end{pmatrix} \;=\; -\vec{p}_\delta \qquad (3.25)$$

und

$$E_\delta \;=\; \sqrt{M_\delta^2 + \vec{q}^{\,2} + \vec{k}^{\,2} - 2kq\;cos\theta} \quad . \qquad (3.26)$$

Die Spin-Summation kann durch Projektionsoperatoren ersetzt werden [41]

$$\begin{aligned} \Lambda^+(\vec{p}_\delta) \;&=\; \sum_{\lambda_\delta} u_\delta(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta)\;\overline{u}_\delta(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta) \;=\; \frac{1}{2E_\delta}\left(\gamma^0 E_\delta - \vec{\gamma}\,\vec{p}_\delta + M_\delta I_4\right) \\ \Lambda^-(\vec{p}_\delta') \;&=\; -\sum_{\lambda_\delta} v_\delta(\vec{p}_\delta',\lambda_\delta)\;\overline{v}_\delta(\vec{p}_\delta',\lambda_\delta) \;=\; \frac{1}{2E_\delta}\left(-\gamma^0 E_\delta + \vec{\gamma}\,\vec{p}_\delta' + M_\delta I_4\right) \qquad (3.27) \\ &=\; \frac{1}{2E_\delta}\left(-\gamma^0 E_\delta - \vec{\gamma}\,\vec{p}_\delta + M_\delta I_4\right) \quad . \end{aligned}$$

Die in den Vertexfunktionen enthaltenen Formfaktoren hängen im Prinzip von den Impulsen aller drei am Vertex ankoppelnden Teilchen ab. Im Rahmen unseres Modells werden wir jedoch nur Formfaktoren verwenden, die nur vom Impuls des ausgetauschten Teilchens abhängen. In den folgenden Ausdrücken ist daher die Abhängigkeit von den anderen Impulsen nicht explizit angegeben. Für die erste Zeitordnung ${}^1U_{ij}$ ist jeweils das '+' Zeichen vor der Energie E_δ und die Mesonenenergie ω_k^i im Energienenner gültig, für die zweite Zeitordnung ${}^2U_{ij}$ das '−' Zeichen vor E_δ und ω_k^j im Nenner. Die Übergangs-Potentiale lauten konkret:

$$\begin{aligned} &\langle\; \vec{k}\,\lambda_i\lambda_j \;\mid\; {}^{1,2}U_{ij}(Z) \;\mid\; \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}} \;\rangle \;= \\ &\qquad \frac{F^i(p_\delta^2)\;F^j(p_\delta^2)}{2(2\pi)^3}\;\frac{-1}{\sqrt{\omega_k^i\omega_k^j(Z-\omega_k^{i,j}-E_\delta-E_N)}} \\ &\times\;\left(\overline{u}(\vec{q},\lambda_N)\;\;\Gamma^i\;\;\frac{1}{2E_\delta}(\pm\gamma^0 E_\delta - \vec{\gamma}\vec{p}_\delta + M_\delta I_4)\;\;\Gamma^j\;\;v(-\vec{q},\lambda_{\overline{N}})\right)^* \end{aligned} \qquad (3.28)$$

Die Potentiale für den Austausch eines Spin$\frac{3}{2}$-Baryons ergeben sich in analoger Vorgehensweise.

$\langle\ \vec{k}\,\lambda_i\lambda_j\ \mid\ {}^1U_{ij}(Z)\ \mid\ \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ =$

$$\frac{F^i(p_\delta^2)\ F^j(p_\delta^2)}{2(2\pi)^3}\ \frac{1}{\sqrt{\omega_k^i\omega_k^j}(Z-\omega_k^{i,j}-E_\delta-E_N)} \times \sum_{\lambda_\delta}\Big(\overline{u}(\vec{q},\lambda_N)\ \Gamma^i\ u_\delta^\mu(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta)\ \overline{u}_\delta^\nu(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta)\ \Gamma^j\ v(-\vec{q},\lambda_{\overline{N}})\Big)^* \tag{3.29a}$$

$\langle\ \vec{k}\,\lambda_i\lambda_j\ \mid\ {}^2U_{ij}\ \mid\ \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ =$

$$\frac{F^i({p'_\delta}^2)\ F^j({p'_\delta}^2)}{2(2\pi)^3}\ \frac{-1}{\sqrt{\omega_k^i\omega_k^j}(Z-E_N-E_\delta-\omega_k^j)} \times \sum_{\lambda_\delta}\Big(\overline{u}(\vec{q},\lambda_N)\ \Gamma^i\ v_\delta^\mu(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta)\ \overline{v}_\delta^\nu(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta)\ \Gamma^j\ v(-\vec{q},\lambda_{\overline{N}})\Big)^* \tag{3.29b}$$

mit

$$\begin{aligned}\Gamma^{BDP} &= -i\frac{\tilde{f}_p}{m_p}k_{j\mu}\\ \Gamma^{BDV} &= \frac{\tilde{f}_v}{m_v}\gamma^5\gamma^\nu\left(k_{j\nu}\varepsilon_\mu(\vec{k}_j,\lambda)-k_{j\mu}\varepsilon_\nu(\vec{k}_j,\lambda)\right)\end{aligned} \tag{3.30}$$

u_δ^μ , v_δ^μ bezeichnen hier den Rarita-Schwinger-Spinor des Austausch(anti)baryons. Die Spin-Summation über die Rarita-Schwinger-Spinoren soll wieder durch den entsprechenden Projektionsoperator ersetzt werden.

$$\begin{aligned}P_+^{\mu\nu}(\vec{p}_\delta) &= \sum_{\lambda_\delta}\ u_\delta^\mu(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta)\ \overline{u}_\delta^\nu(\vec{p}_\delta,\lambda_\delta)\\ &= \Lambda^+(\vec{p}_\delta)\left(-g^{\mu\nu}+\frac{\gamma^\mu\gamma^\nu}{3}+\frac{2p_\delta^\mu p_\delta^\nu}{3M_\delta^2}-\frac{p_\delta^\mu\gamma^\nu-p_\delta^\nu\gamma^\mu}{3M_\delta}\right)\ +\ P_{\text{non-pole}}^{\mu\nu}(\vec{p}_\delta)\\ P_-^{\mu\nu}(\vec{p}'_\delta) &= -\sum_{\lambda_\delta}\ v_\delta^\mu(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta)\ \overline{v}_\delta^\nu(\vec{p}'_\delta,\lambda_\delta)\\ &= \Lambda^-(\vec{p}'_\delta)\left(-g^{\mu\nu}+\frac{\gamma^\mu\gamma^\nu}{3}+\frac{2p_\delta^{\mu\prime}p_\delta^{\nu\prime}}{3M_\delta^2}+\frac{p_\delta^{\mu\prime}\gamma^\nu-p_\delta^{\nu\prime}\gamma^\mu}{3M_\delta}\right)\ +\ P_{\text{non-pole}}^{\mu\nu}(\vec{p}_\delta)\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$P^{\mu\nu}_{\text{non-pole}}(\vec{p}_\delta) =$$
$$\frac{p_\delta^2 - M_\delta^2}{2E_\delta} \frac{1}{3M_\Delta^2} \frac{A+1}{2A+1} \left\{ \gamma^\mu \left[\frac{1}{2} \frac{A+1}{2A+1} \gamma^\sigma p_\sigma + \frac{A}{2A+1} M_\Delta \right] \gamma^\nu - (\gamma^\mu p^\nu + p^\mu \gamma^\nu) \right\} \tag{3.32}$$

Die in dieser Arbeit benötigten Projektionsoperatoren sind gerade die Zähler der entsprechenden Propagatoren. Der feldtheoretische Propagator für Spin$\frac{3}{2}$-Teilchen ist jedoch nicht eindeutig festgelegt [53, 54]. Neben einem eindeutigen 'Pole'-Beitrag gibt es mögliche 'Non-Pole' Beiträge. Diese Beiträge verändern das 'Off-Shell'-Verhalten des Propagators. Der Parameter A ist in der Theorie nicht bestimmbar. In der Literatur werden folgende Werte angegeben: $A = -1$ (keine 'Non-Pole' Beiträge) [48] sowie $A = -\frac{1}{3}$ (volle 'Non-Pole' Beiträge), die durch feldtheoretische Argumente mit unserer Wahl der $\pi N\Delta$-Lagrangedichte verknüpft werden kann [54]. In dieser Arbeit wird $A = -1$ verwendet. Vergleichsrechnungen für $A = -\frac{1}{3}$ zeigen einen Einfluß der 'Non-Pole' Beiträge [11]. Die Berücksichtigung der 'Non-Pole' Beiträge würde eine Neubestimmung der Parameter nötig machen. Während in den Spin$\frac{1}{2}$-Projektoren $\Lambda^\pm(\vec{p}_\delta)$ die 'On-Shell' Energie des ausgetauschten Baryons verwendet werden muß, treten in den zusätzlichen Faktoren der Projektionsoperatoren die Vierer-Impulse der Austauschbaryonen auf. Die nullte Komponente p_δ^0 ist im Prinzip durch die Vierer-Impulserhaltung an den Vertices festgelegt. Aufgrund prinzipieller Schwierigkeiten in der zeitgeordneten Theorie wird $p_\delta^0 = 0$ gesetzt. Dieser Wert wird folgt aus der Viererimpulserhaltung, wenn ein– und auslaufende Zustände 'On–Shell' sind.

Die den direkten Diagrammen ${}^1U_{ij}$ und ${}^2U_{ij}$ entsprechenden Austauschdiagramme ${}^3U_{ij}$ und ${}^4U_{ij}$ ergeben sich, indem man die den Mesonen zugeordneten Quantenzahlen und ihre Impulse vertauscht. Man kann diese Austauschdiagramme explizit ausrechnen, aber wir machen uns hier die physikalische Überlegung zunutze, daß sich die Potentiale ${}^1U_{ij}$ und ${}^2U_{ij}$ mit ihren Austauschdiagrammen in den (durch die Erhaltung von I, J, P, G) erlaubten Zuständen konstruktiv und in den verbotenen destruktiv überlagern. Auf die Auswahlregeln werden wir später genauer eingehen. Wir berücksichtigen also die Austauschdiagramme durch einen Faktor 2 in den erlaubten Zuständen und wenden die Auswahlregeln explizit an.

Die Potentiale müssen durch Einsetzen der Kopplungsmatrizen Γ^i berechnet werden.

Diese Rechnungen wurden mit dem Computeralgebra-System REDUCE durchgeführt. Die expliziten Ausdrücke für die Helizitätsamplituden findet man in Referenzen [33, 34]. Auf eine erneute Angabe wird wegen der länglichen Ausdrücke hier verzichtet. Einige Fehler in Referenz [33] und [34] wurden korrigiert.

3.3.2. Partialwellenentwicklung

Potential–Matrixelemente der Form $\langle\ cd\ |\ V\ |\ ab\ \rangle$ (a, b, c, d können sowohl $\overline{N}N$-als auch MM Zustände bezeichnen!) hängen nach der Herleitung von der Gesamtenergie Z und den CMS-Impulsen der ein- und auslaufenden Zustände ab, also auch von der räumlichen Orientierung der Impulsvektoren.

Zur weiteren Berechnung ist es sinnvoll, die Rotationsinvarianz der Potentiale um den Azimutwinkel φ auszunutzen und eine Partialwellenzerlegung durchzuführen [55]. Dadurch kann man die Winkelintegrationen in der Streugleichung analytisch ausführen und muß schließlich nur eine eindimensionale Integration über den Betrag des Impulses numerisch lösen. Die Partialwellenentwicklung soll exemplarisch für die Transition-Potentiale $\langle\ M_iM_j\ |\ U_{ij}\ |\ \overline{N}N\ \rangle$ gezeigt werden. Es gilt:

$$\begin{aligned}\langle\ \vec{k}\lambda_i\lambda_j\ |\ U_{ij}(Z)\ |\ \vec{q}\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ &= \\ &\frac{1}{4\pi}\sum_J(2J+1)\ d^J_{\lambda\lambda'}(\cos\theta)\ \langle\ \lambda_i\lambda_j\ |\ U^J_{ij}(k,q,Z)\ |\ \lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\quad ,\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\text{mit } \lambda\ =\ \lambda_N - \lambda_{\overline{N}}\ \text{ und } \lambda'\ =\ \lambda_i - \lambda_j.$$

Entwickelt wird hier bezüglich des Gesamtdrehimpulses J. Die Eigenfunktionen von J sind im Fall der Streuung von Teilchen mit Spin die sogenannten reduzierten Rotationsmatrizen $d^J_{\lambda\lambda'}(\cos\theta)$ [56]. Für diese Rotationsmatrizen gelten folgende Symmetriebeziehungen

$$d^J_{\lambda\lambda'}(\cos\theta)\ =\ d^J_{-\lambda'-\lambda}(\cos\theta)\ =\ (-1)^{\lambda-\lambda'}d^J_{-\lambda-\lambda'}(\cos\theta)\quad . \tag{3.34}$$

Außerdem erfüllen sie die Orthogonalitätsbeziehung

$$\int_{-1}^{+1} d\cos\theta\ d^J_{\lambda\lambda'}(\cos\theta)\ d^{J'}_{\lambda\lambda'}(\cos\theta)\ =\ \frac{2}{2J+1}\delta_{JJ'}\quad . \tag{3.35}$$

Explizite Darstellungen der reduzierten Rotationsmatrizen als Linearkombinationen von

Legendre–Polynomen $P_J(\cos\theta)$ findet man zum Beispiel in Referenz [34, 50, 55]. Mithilfe der Orthogonalitätsbeziehung Gl. (3.35) läßt sich Gl. (3.33) umkehren. Man findet:

$$\begin{aligned} &\langle\ \lambda_i\lambda_j\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ \lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ = \\ &\quad 2\pi\ \int_{-1}^{+1} d\cos\theta\ \ d^J_{\lambda\lambda'}(cos\theta)\ \langle\ \vec{k}\lambda_i\lambda_j\ \mid\ U_{ij}(Z)\ \mid\ \vec{q}\,\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ \ . \end{aligned} \tag{3.36}$$

Zur Berechnung der Partialwellenentwicklung werden die Winkelintegrationen in den Potentialen numerisch durchgeführt.

3.3.3. Anzahl der Potentialamplituden

Die Anzahl der Amplituden $\langle\ \lambda_c\lambda_d\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ \lambda_a\lambda_b\ \rangle$ hängt von den Spins der beteiligten Teilchen ab: Es gibt $(2S_a+1)(2S_b+1)\times(2S_c+1)(2S_d+1)$ mögliche Kombinationen der Spinzustände. Die Erhaltung der Parität reduziert die Zahl der unabhängigen Amplituden auf die Hälfte [57].

$$\begin{aligned} &\langle\ \lambda_c\lambda_d\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ \lambda_a\lambda_b\ \rangle\ = \\ &P_aP_bP_cP_d\ \ (-1)^{S_a+S_b+S_c+S_d}\ \ \langle\ -\lambda_c-\lambda_d\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ -\lambda_a-\lambda_b\ \rangle\ \ . \end{aligned} \tag{3.37}$$

P_a, P_b, P_c, P_d bezeichnen die inneren Paritäten der Teilchen a, b, c, d und S_a, S_b, S_c, S_d die jeweiligen Spins.

Weitere Symmetrien innerhalb der Kanäle oder zwischen Ein- und Ausgangszustand reduzieren die Zahl der unabhängigen Amplituden weiter. So sind von den 16 möglichen Amplituden der Form $\langle\ \overline{N}N\ \mid\ V\ \mid\ \overline{N}N\ \rangle$ wegen der Ladungskonjugationssymmetrie in Ein- und Ausgangszustand nur 6 unabhängig [55].

3.3.4. Übergang in die JLS–Basis

Die Potentialamplituden müssen natürlich die Erhaltungssätze von Gesamtdrehimpuls J, Isospin I, Parität P und G-Parität G respektieren. Deshalb sind nicht alle Amplituden in für alle Kombinationen von Gesamtdrehimpuls J, Bahndrehimpuls L und Spin S erlaubt. Die Potentialbeiträge in den verbotenen Zuständen werden 0, weil die (bisher nicht behandelten) Austauschdiagramme in diesen Zuständen betragsmäßig den direkten Digrammen gleich sind, aber ein anderes Vorzeichen haben. Wir wollen aber auf die explizite Berechnung der Austauschdiagramme verzichten und müssen daher die Auswahlregeln explizit anwenden. Zur Berücksichtigung der Auswahlregeln ist es notwendig, die jetzt in

der sogenannten Helizitäts–Darstellung vorliegenden Potentialamplituden auf Zustände mit definiertem J, L und S zu transformieren (JLS–Basis).

$$\begin{aligned} \langle\ JML'S'\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ JMLS\ \rangle\ &= \\ \sum_{\lambda_i\lambda_j\lambda_N\lambda_{\overline{N}}} \langle\ JML'S'\ \mid\ JM\lambda_i\lambda_j\ \rangle\ \langle\ JM\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \mid\ JMLS\ \rangle \\ \times\langle\ \lambda_i\lambda_j\ \mid\ U^J_{ij}(q,k,Z)\ \mid\ \lambda_N\lambda_{\overline{N}}\ \rangle\ . \end{aligned} \tag{3.38}$$

Die Transformationskoeffizienten können durch gewöhnliche Clebsch-Gordan Koeffizienten ausgedrückt werden [57]:

$$\langle\ JMLS\ \mid\ JM\lambda_1\lambda_2\ \rangle\ =\ \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}}\ \langle\ L0S\lambda\ \mid\ J\lambda\ \rangle\langle\ S_1\lambda_1S_2{-}\lambda_2\ \mid\ S\lambda\ \rangle\ . \tag{3.39}$$

$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ist die Differenz der Helizitäten der jeweiligen Teilchen und S_1 bzw. S_2 bezeichnen die deren Spins. Die Transformationskoeffizienten sind in Referenz [34, 33] für die meisten Spin-Kombinationen explizit angegeben.

3.3.5. Erhaltungssätze und Auswahlregeln

Die Wechselwirkungen im $\overline{N}N$-System und die Annihilation in zwei Mesonen muß natürlich unter Beachtung der Erhaltung von Gesamtdrehimpuls J, Isospin I, Parität P und G–Parität G oder Ladungskonjugation C erfolgen. Im $\overline{N}N$–System gilt für G und P [45, 58]:

$$\begin{aligned} G &= (-1)^{L+S+I} \\ P &= (-1)^{L+1}\ . \end{aligned} \tag{3.40}$$

Im Zwei–Mesonen–System gelten folgende Beziehungen [45]:

$$\begin{aligned} G &= \begin{cases} G_iG_j & \text{falls } M_i,M_j\ G\text{–Eigenzustände sind} \\ (-1)^{L'+S'+I} & \text{sonst} \end{cases}\ , \\ P &= P_iP_j(-1)^{L'}\ . \end{aligned} \tag{3.41}$$

P_i bzw. P_j bezeichnen die inneren Paritäten der betrachteten Mesonen, G_i und G_j die Eigenwerte der G–Parität. Mesonen mit Strangeness sind keine Eigenzustände der G–Parität. Für sie gilt der untere Fall. Die gestrichenen Größen beziehen sich jeweils auf das Zwei-Mesonen–System, die ungestrichenen auf das $N\overline{N}$–System.

Aus der Forderung, daß P und G erhalten sind, ergeben sich die Bedingungen

Tabelle 3.1: Durch die Erhaltung der Parität und der G-Parität sind nicht alle Übergänge von allen Zuständen des $\overline{N}N$-Systems in alle Zustände der Zwei-Mesonen-Systeme erlaubt. Die schraffierten Felder sind wegen der Paritätserhaltung generell verboten, die Buchstaben A und B bezeichnen von der G-Parität bestimmte Auswahlregeln: Ist die G-Parität des Zwei-Mesonen-Systems $G' = 1$, so sind die Übergänge A erlaubt, wenn $I + J$ gerade ist, und die Übergänge B, wenn $I + J$ ungerade ist, während für eine Gesamt G-Parität $G' = -1$ die Übergänge A für ungerades $I + J$ und die Übergänge B für gerades $I+J$ erlaubt sind.

	Mesonzustand	$\overline{N}N$–Zustand		
		$L = J \;\; S = 0$ Sing	$L = J \;\; S = 1$ Trip	$L = J \pm 1 S = 1$ Coup
PP	$L' = J \quad S' = 0$			A
PS	$L' = J \quad S' = 0$	A	B	
SS	$L' = J \quad S' = 0$			A
VP	$L' = J \quad S' = 1$			A
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$	A	B	
VS	$L' = J \quad S' = 1$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$			A
AP	$L' = J \quad S' = 1$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$			A
VV	$L' = J \quad S' = 0$			A
	$L' = J \quad S' = 1$			A
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$	A	B	
	$L' = J \quad S' = 2$			A
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 2$	A	B	
	$L' = J \pm 2 \quad S' = 2$			A
AV	$L' = J \quad S' = 0$	A	B	
	$L' = J \quad S' = 1$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$			A
	$L' = J \quad S' = 2$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 2$			A
	$L' = J \pm 2 \quad S' = 2$	A	B	
TP	$L' = J \quad S' = 2$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 2$			A
	$L' = J \pm 2 \quad S' = 2$	A	B	
TV	$L' = J \quad S' = 1$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 1$			A
	$L' = J \quad S' = 2$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 2$			A
	$L' = J \pm 2 \quad S' = 2$	A	B	
	$L' = J \quad S' = 3$	A	B	
	$L' = J \pm 1 \quad S' = 3$			A
	$L' = J \pm 2 \quad S' = 3$	A	B	
	$L' = J \pm 3 \quad S' = 3$			A

$$
\begin{aligned}
(-1)^{L+S+I} &= \begin{cases} G_i G_j & \text{falls } M_i, M_j \ G\text{-Eigenzustände sind} \\ (-1)^{L'+S'+I} & \text{sonst} \end{cases} , \\
(-1)^{L+1} &= P_i P_j (-1)^{L'} \quad .
\end{aligned}
\tag{3.42}
$$

Die aus diesen Beziehungen resultierenden Beschränkungen für die Übergänge zwischen den verschiedenen JLS Zuständen des $\overline{N}N$-Paares und den $JL'S'$ Zuständen der zwei Mesonen sind in Tabelle 3.1 angeführt.

Die relevanten Quantenzahlen der Mesonen und Baryonen (Parität, G–Parität, Isospin, Spin) sind in Anhang C zusammengestellt. Da Mesonen mit Strangeness keine Eigenzustände der G–Parität sind, sind die aus Gl. (3.42) resultierenden Einschränkungen für sie erheblich geringer. Inbesondere fällt die Unterscheidung zwischen verschiedenen Isospin–Kanälen und zwischen geraden und ungeraden Gesamtdrehimpulsen weg.

3.4. Der Annihilationsteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung

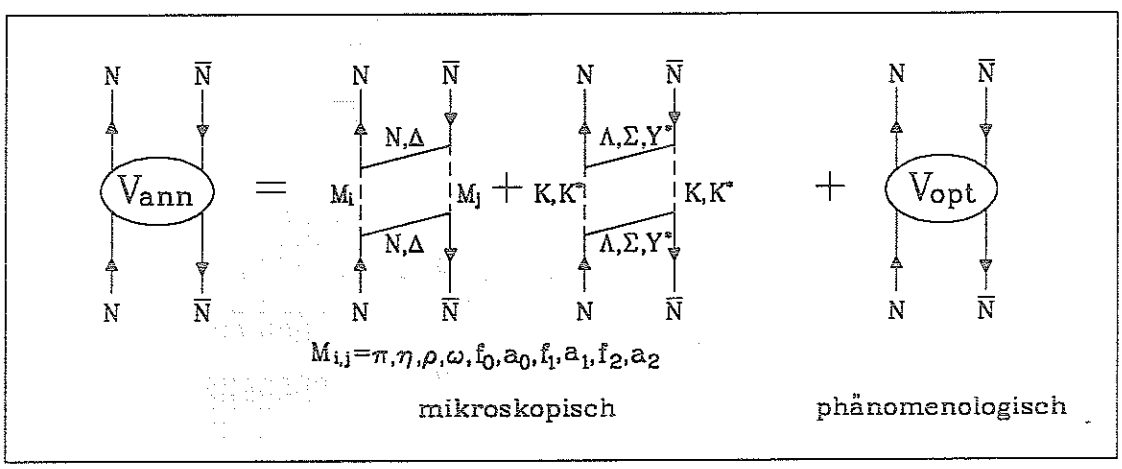


Abbildung 3.5: Das $\overline{N}N$-Annihilationspotential setzt sich aus der mikroskopischen Beschreibung der Zwei-Mesonen Zwischenzustände und einem phänomeologischen Anteil für die Beiträge der Kanäle mit drei oder mehr unkorrelierter Mesonen und der Beiträge höherer Mesonen zusammen.

Wir wollen in dieser Arbeit die Zwei-Meson Zustände mit Kombinationen der pseudoskalaren (P), skalaren (S), Vektor- (V), Axialvektor- (A), und Tensor (T)-Mesonen

mikroskopisch beschreiben. Wir betrachten jeweils das leichteste Isospin 0- und Isospin 1-Meson in diesen Gruppen sowie die Mesonen $K\,(J^P = 0^-)$ und $K^*\,(J^P = 1^-)$ mit Strangeness. Die Kombinationen dieser Mesonen tragen zur beobachteten Gesamtannihilation des $\overline{N}N$-Systems ungefähr 30 % bei. Der Rest sind Annihilationsprozesse, die aufgrund der Breite der Mesonen beobachtet werden, aber in unserem Modell nicht enthalten sind, Kombinationen von den leichten Mesonen mit nicht berücksichtigten, schwereren, möglicherweise auch 'exotischen' Zuständen sowie Kanäle mit drei oder mehr unkorrelierten Mesonen. Dieser Anteil der Gesamtannihilation kann in einem Meson-Austausch Konzept nur sehr schwer beschrieben werden, da zum Beispiel die Lösung der dynamischen 3-Teilchen Gleichung einen komplizierten Formalismus erfordert. Auf der anderen Seite hat sich die Beschreibung der gesamten Annihilation durch phänomenologische optische Potentiale als sehr erfolgreich herausgestellt. Wir wollen daher annehmen, daß wir den nicht in unserer mikroskopischen Beschreibung enthaltenen Anteil ebenfalls in einer phänomenologischen Weise beschreiben können. Wir verwenden dazu ein rein imaginäres, optisches Potential von Gaußscher Form. Dieses Potential ist vollkommen zustands- und energieunabhängig und enthält zwei Parameter (W_0, r_0). Im Ortsraum hat es folgende Gestalt:

$$V_{opt} \;=\; (iW_0)\; e^{-\frac{r^2}{2r_0^2}} \quad . \tag{3.43}$$

Die Form im Impulsraum wird durch eine Fouriertransformation gewonnen [34]. Für die Gaußsche Form des optischen Potentials können Argumente aus 'constituent quark'-Modellen angeführt werden [59], man kann sie aber auch als rein phänomenologischen Ansatz auffassen.

3.5. Das mikroskopische Annihilationspotential

Das mikroskopische Annihilationspotential setzt sich nach der Diskussion aus Abschnitt 3.2 aus der Summe der Boxen zusammen, die zwei Mesonen im Zwischenzustand enthalten.

$$\langle\ \overline{N}N\ |\ V_{ann}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ =\ \sum_{ij}\langle\ \overline{N}N\ |\ V^{ij}_{Box}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ . \tag{3.44}$$

Da nur iterative Boxen vorkommen können, lassen sich die Beiträge der Annihilationsboxen aus den im letzten Abschnitt diskutierten Übergangspotentialen berechnen (Abbildung 3.6):

$$\begin{aligned}&\langle\ \overline{N}N\ |\ V^{ij}_{Box}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ = \\ &=\ \langle\ \overline{N}N\ |\ [V^{\overline{N}N\to M_iM_j}]^\dagger\ |\ M_iM_j\ \rangle\ G^{M_iM_j}\ \langle\ M_iM_j\ |\ V^{\overline{N}N\to M_iM_j}\ |\ \overline{N}N\ \rangle\ .\end{aligned} \tag{3.45}$$

In Kanälen mit verschiedenen Mesonen gibt es 16 verschiedene Boxen, die sich durch die Zeitordnungen unterscheiden (Abbildung 3.6). Betrachtet man die Gleichung (3.45) nach der Partialwellenzerlegung und dem Übergang in die JLS Darstellung sowie im Impulsraum für ein Mesonpaar i,j (die Indizes i,j werden im folgenden unterdrückt), so lautet sie

$$\begin{aligned}&\langle\ JL'S\ |\ V^J_{Box}\ |\ JLS\ \rangle\ = \\ &\sum_{L''S''}\int_0^\infty k^2\,dk\,\langle\ JL'S\ |\ [V^J_{ij}]^\dagger\ |\ JL''S''\ \rangle\,\frac{1}{Z-\omega^i_k-\omega^j_k+i\varepsilon}\,\langle\ JL''S''\ |\ V^J_{ij}\ |\ JLS\ \rangle\ .\end{aligned} \tag{3.46}$$

Dabei gilt

$$\langle\ JL'S\ |\ [V^J_{ij}]^\dagger\ |\ JL''S''\ \rangle\ =\ \langle\ JL''S''\ |\ V^J_{ij}\ |\ JL'S\ \rangle^*\ . \tag{3.47}$$

Führt man die abkürzende Bezeichnung $A^J(k,Z)$ ein:

$$A^J(k,Z) = \sum_{L''S''}\langle\ JL''S''\ |\ V^J_{ij}\ |\ JL'S\ \rangle^*\ \langle\ JL''S''\ |\ V^J_{ij}\ |\ JLS\ \rangle\ , \tag{3.48}$$

so lautet das Integral

$$\langle\ JL'S\ |\ V^J_{Box}\ |\ JLS\ \rangle\ =\ \int_0^\infty dk\,\frac{k^2}{Z-\omega^i_k-\omega^j_k+i\varepsilon}\,A^J(k,Z)\ . \tag{3.49}$$

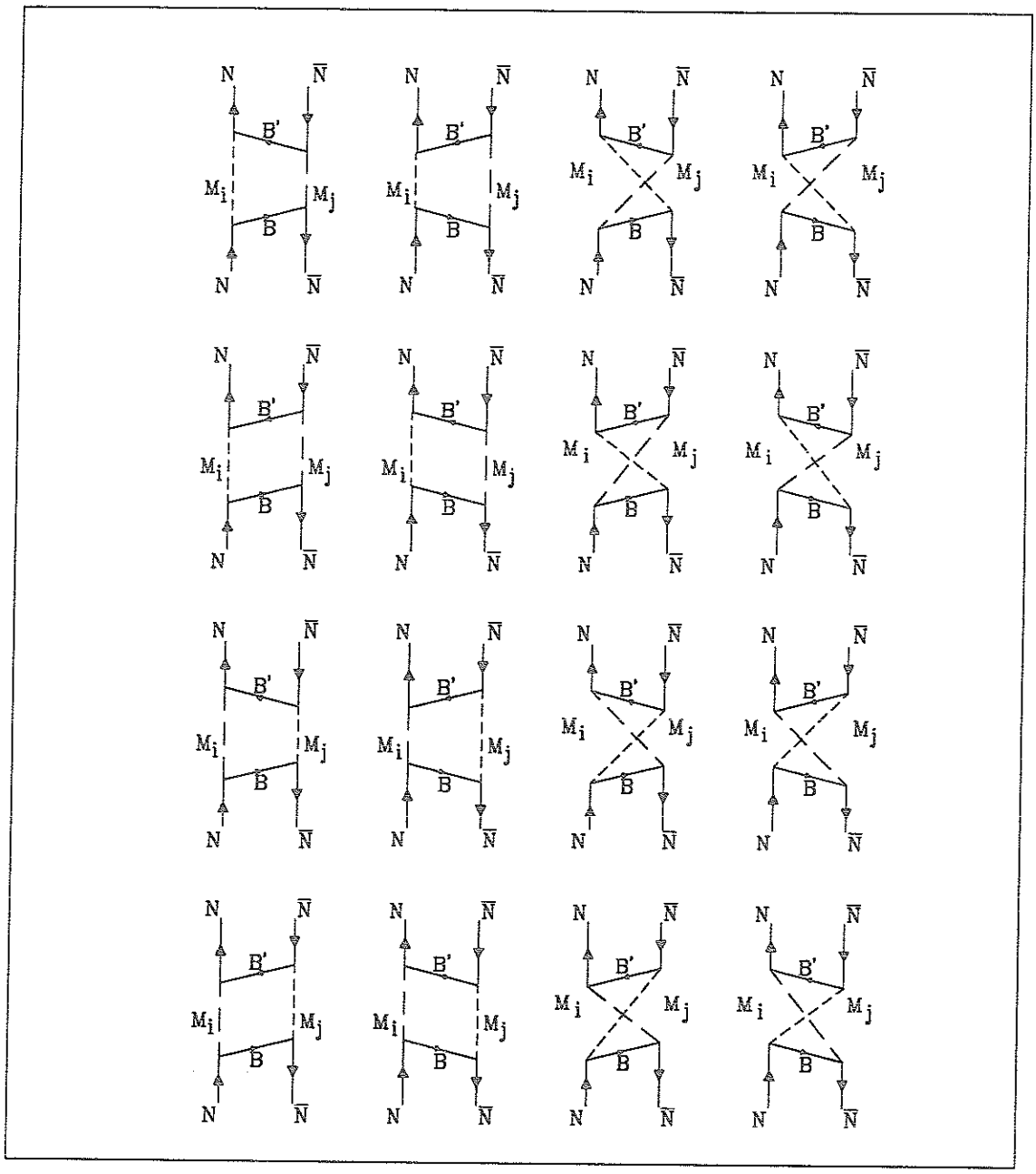


Abbildung 3.6: Die verschiedenen Zeitordnungen bei der Berechnung der Annihilationsboxen: Für verschiedene Mesonen M_i und M_j gibt es 16 Kombinationen, während für zwei identische Mesonen die unteren zwei Reihen und für Mesonen mit Strangeness die zwei rechten Spalten wegfallen. Hier gibt es jeweils acht Möglichkeiten.

Für $Z > m_i + m_j$ hat das Integral eine Singularität bei

$$\begin{aligned} Z &= \omega_0^i + \omega_0^j \\ &= \sqrt{k_0^2 + m_i^2} \;+\; \sqrt{k_0^2 + m_j^2} \\ \Longrightarrow \qquad k_0 &= \frac{1}{2Z}\sqrt{Z^4 - 2Z^2(m_i^2 + m_j^2) + (m_i^2 - m_j^2)^2} \quad . \end{aligned} \tag{3.50}$$

Sind die Massen $m_i + m_j > Z$, so hat das Integral keine Singularität und muß nicht regularisiert werden. Zur Behandlung der Singularität wird die Identität verwendet:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{x - x_0 + i\varepsilon} \;=\; \mathcal{P}\frac{1}{x - x_0} \;-\, i\,\pi\,\delta(x - x_0) \quad . \tag{3.51}$$

Damit lautet die Gleichung

$$\begin{aligned} &\langle\; JL'S \mid V_{Box}^J \mid JLS \;\rangle \;= \\ &\quad \mathcal{P}\int_0^\infty dk\, \frac{k^2}{Z - \omega_k^i - \omega_k^j} \;\; A^J(k,Z) - i\,\pi \int_0^\infty dk\, \delta(Z - \omega_k^i - \omega_k^j)\, k^2\, A^J(k,Z) \quad . \end{aligned} \tag{3.52}$$

Führt man im zweiten Integral eine Variablensubstitution durch

$$\begin{aligned} E &= \omega_k^i + \omega_k^j \\ dE &= k\,\frac{\omega_k^i + \omega_k^j}{\omega_k^i \omega_k^j}\, dk \quad , \end{aligned} \tag{3.53}$$

kann man die δ-Funktion zur Integration ausnutzen. Zur Behandlung des ersten Integrals subtrahiert man einen Term vom Integranden, der die Singularität regularisiert, und addiert den entsprechenden Wert des Integrals, das sich analytisch lösen läßt.

$$\begin{aligned} k_0\omega_0^i\omega_0^j\, A^J(k_0,Z)\mathcal{P}\int_0^\infty dk\, \frac{k}{\omega_k^i\omega_k^j}\, \frac{1}{Z - \omega_k^i - \omega_k^j} \;&= \\ &= k_0\omega_0^i\omega_0^j\, A^J(k_0,Z)\mathcal{P}\int_{m_i+m_j}^\infty dE\, \frac{1}{E(Z-E)} \\ &= k_0\omega_0^i\omega_0^j\, A^J(k_0,Z)\,\frac{1}{Z}\,\ln\!\Big(\frac{Z}{m_i + m_j} - 1\Big) \quad . \end{aligned} \tag{3.54}$$

Fassen wir alle Bestandteile zusammen, erhalten wir für die Berechnung der Annihilationsboxen die Gleichung

$$\begin{aligned} \langle\ JL'S\ \mid V^J_{Box}\ \mid JLS\ \rangle\ &= \\ &\mathcal{P}\int_0^\infty dk\,\frac{1}{Z-\omega_k^i-\omega_k^j}\left[k^2 A^J(k,Z) - k_0 k\frac{\omega_0^i\omega_0^j}{\omega_k^i\omega_k^j}\,A^J(k_0,Z)\right] \\ &+\ k_0\omega_0^i\omega_0^j\,A^J(k_0,Z)\,\frac{1}{Z}\left(\ln\!\left(\frac{Z}{m_i+m_j}-1\right)\ -i\,\pi\right)\ . \end{aligned} \tag{3.55}$$

Das Hauptwert–Integral auf der rechten Seite hat nun kein singuläres Verhalten mehr und kann ohne Probleme numerisch integriert werden. Der Imaginärteil des Box-Potentials beschreibt den Verlust an "$\overline{N}N$-Fluß" durch den physikalischen Übergang des $\overline{N}N$-Paares in einen M_iM_j-Zustand, der Realteil den Beitrag dieser Zwischenzustände mit Verbleib in $\overline{N}N$-Zuständen.

3.6. Meson-Meson Wechselwirkungen

Der mögliche Einfluß von Meson-Meson Wechselwirkungen auf die Beschreibung des $\overline{N}N$-Systems und die Annihilation soll am Beispiel des $\pi\pi$-Kanals untersucht werden. In der Jülicher Gruppe ist vor einiger Zeit ein mesontheoretisches Modell der $\pi\pi$-Wechselwirkung entwickelt worden. Bestandteile dieses Modells sind die Ankoppelung an den $\overline{K}K$ Kanal und direkte Wechselwirkungen im $\pi\pi$- und im $\overline{K}K$-Kanal. Zusätzlich werden in dieser Arbeit Übergänge $\pi\pi \to \rho\rho$ betrachtet. Für eine direkte Wechselwirkung im $\rho\rho$-Kanal existiert noch kein Modell. Sie kann daher nicht berücksichtigt werden. Das Pseudopotential enthält auch hier Ausdrücke zweiter Ordnung in W.

$$\langle\ M_i'M_j'\ \mid V_{MM}\ \mid M_iM_j\ \rangle\ =\ \langle\ M_i'M_j'\ \mid W\,G_0\,W\ \mid M_iM_j\ \rangle \tag{3.56}$$

Die Zerlegung dieses Ausdruckes ergibt Diagramme in 4 verschiedenen Zeitordnungen, unter denen man direkte und Austausch t-Kanal OBE-Diagramme und s-Kanal Resonanz-Graphen unterscheiden kann.

$$
\begin{aligned}
\langle\ M_i' M_j' \mid V_{MM} \mid M_i M_j\ \rangle \ = \ & \\
& \frac{{}^{A}W_{ii'x}(\vec{k}_x)\ {}^{B}W^{*}_{jj'x}(\vec{k}_x)}{Z-\omega_k^j-\omega_k^{i'}-\omega_x} \\
+ \ & \frac{{}^{B}W_{jj'x}(\vec{k}_x)\ {}^{A}W^{*}_{jj'x}(\vec{k}_x)}{Z-\omega_k^{j'}-\omega_k^{i}-\omega_x} \\
+ \ & \frac{{}^{C}W_{ii'x}(\vec{k}_x)\ {}^{C}W^{*}_{jj'x}(\vec{k}_x)}{Z-\omega_x} \\
+ \ & \frac{{}^{D}W_{ii'x}(\vec{k}_x)\ {}^{D}W^{*}_{jj'x}(\vec{k}_x)}{Z-\omega_k^{j}-\omega_k^{i}-\omega_x-\omega_k^{i'}-\omega_k^{j'}}
\end{aligned}
\tag{3.57}
$$

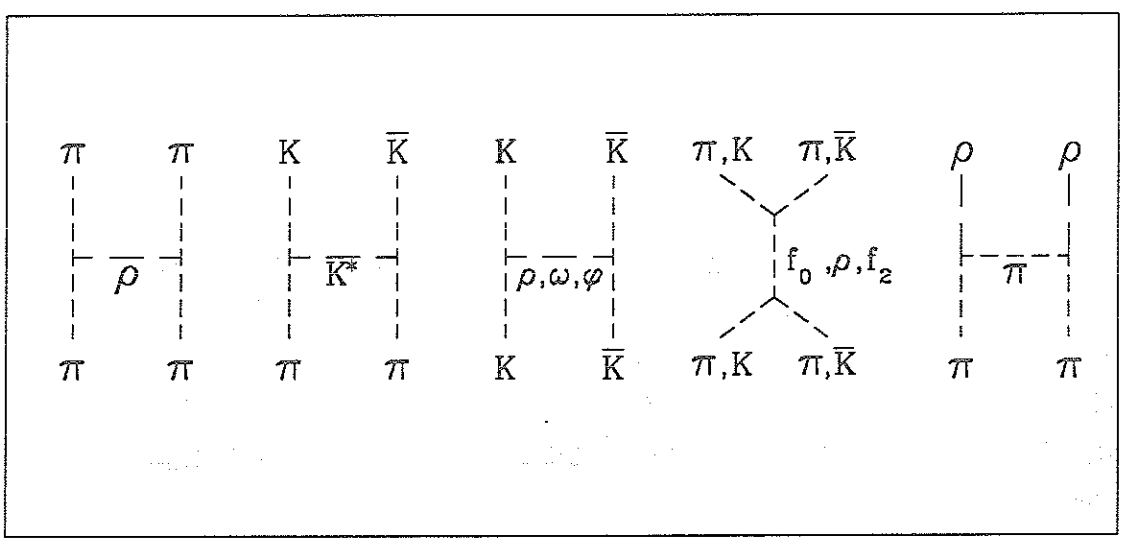


Abbildung 3.7: Meson-Meson Wechselwirkungen und Übergänge, die in der 'Coupled- Channel' Rechnung mit dem $\overline{N}N$,$\pi\pi$, $\overline{K}K$, $\rho\rho$ Kanal enthalten sind.

Die Diagramme der Meson-Meson Wechselwirkung sind in Abbildung 3.7 skizziert. Das Übergangspotential für den Übergang $\pi\pi \rightarrow \rho\rho$ wird im Anhang B näher dargestellt.

Tabelle 3.2: Die Isospinfaktoren für die in dieser Arbeit betrachteten Prozesse. Die Isospinfaktoren für $\overline{N}N \to \overline{N}N$ Prozesse bleiben gegenüber denen für das entsprechende NN-System formal ungeändert, da die veränderten Isospinverhältnisse durch die G-Paritätstransformation bereits berücksichtigt werden. Bei den Übergängen $\overline{N}N \to M^iM^j$ bezeichnet der Index den Isospin der Mesonen. Herleitungen der Isospinfaktoren für das $\overline{N}N$-System findet man zum Beispiel in Referenz [34], für die $\pi\pi$ Wechselwirkung in Referenz [9].

Prozeß	mit		$I=0$	$I=1$
$\overline{N}N \to \overline{N}N$	–		wie in NN	
$\overline{N}N \to M^1M^1$	N	Austausch	$-\sqrt{6}$	-2
$\overline{N}N \to M^1M^1$	Δ	Austausch	$-\sqrt{\frac{8}{3}}$	$\frac{2}{3}$
$\overline{N}N \to M^1M^0$	N	Austausch	0	$-\sqrt{2}$
$\overline{N}N \to M^0M^0$	N	Austausch	$-\sqrt{2}$	0
$\overline{N}N \to M^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$	Λ	Austausch	1	1
$\overline{N}N \to M^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$	Σ, Y^*	Austausch	3	-1
$\pi\pi \to \pi\pi$	ε, f_2	OBE	1	1
$\pi\pi \to \pi\pi$	ρ	OBE	-2	-1
$\pi\pi \to \pi\pi$	ε, f_2	Pol	3	0
$\pi\pi \to \pi\pi$	ρ	Pol	0	-2
$\pi\pi \to \overline{K}K$	K^*	OBE	$\sqrt{6}$	2
$\overline{K}K \to \overline{K}K$	ω, ϕ	OBE	1	1
$\overline{K}K \to \overline{K}K$	ρ	OBE	-3	-1
$\pi\pi \to \rho\rho$	π	OBE	-2	-1

3.7. Isospinabhängigkeit der Wechselwirkungen

Im Kapitel 2.6 haben wir die SU(3) Symmetrie der starken Wechselwirkung diskutiert und daraus entsprechende Ausdrücke für die Lagrangedichten angegeben. Dieser Teil der Wechselwirkungen ist nicht abhängig vom Ort, so daß der Hamiltonoperator $W^{SU(3)}$ mit der entsprechenden Lagrangedichte $\mathcal{L}^{SU(3)}$ identisch ist. (Das Vorzeichen beim Übergang

von $\mathcal{L}$ zu W ist im Spin-Impuls Anteil enthalten.) Der SU(3) abhängige Teil eines Pseudopotential zweiter Ordnung in W für einen beliebigen Prozeß $\alpha + \beta \rightarrow \alpha' + \beta'$ lautet

$$\langle\ \alpha'\,\beta'\ \mid V^{SU(3)} \mid\ \alpha\,\beta\ \rangle\ =\ \langle\ \alpha'\,\beta'\ \mid W^{SU(3)}_{\alpha\alpha' x}\ W^{SU(3)}_{\beta\beta' x}\ \mid\ \alpha\,\beta\ \rangle \tag{3.58}$$

Durch Summation über alle möglichen Kontraktionen der zu x gehörenden Operatoren und Projektion auf Zustände definierten Gesamtisospins I können die sogenannten Isospinfaktoren bestimmt werden. Für die Meson-Meson Wechselwirkung muß dabei die Reihenfolge der Permutationen beachtet werden. Detaillierte Ausführungen zur Berechnung der Isospinfaktoren findet man in Referenz [4, 6, 9]. Die in dieser Arbeit verwendeten Isospinfaktoren sind in der Tabelle 3.2 aufgelistet.

Eine Komplikation bei der Berechnung der Meson-Meson Wechselwirkungen ist durch die nicht mehr vollständige Separation von Spin-Impuls Anteil und SU(3) Anteil der Wechselwirkung gegeben. Der Grund liegt darin, daß Teilchen und Antiteilchen Mitglieder des gleichen SU(3) Multipletts sind und daher einlaufende Teilchen von auslaufenden Antiteilchen nicht unterschieden werden können. Dies führt bei den Vertexfunktionen zu möglichen Permutationen, über die summiert werden muß. Zur Berechnung des SU(3)-Anteils sind die gleichen Permutationen zu wählen. Dabei können sich die SU(3)-Anteile für verschiedene Permutationen durchaus in Vorzeichen unterscheiden. In Referenz [9] wird gezeigt, wie durch geeignete Umdefinition der Vertexfunktionen das Konzept der vom Spin-Impulsanteil unabhängigen Isospinfaktoren beibehalten werden kann.

3.8. Formfaktoren

In den Vertexfunktionen haben wir Formfaktoren eingefügt. Ursprünglich wurden sie aus rein mathematischen Gründen in das Modell eingeführt, um die Potentiale für hohe Impulsüberträge zu dämpfen und die Konvergenz der Integrale bei der Lösung der Streugleichung sicherzustellen. Heute gehören Formfaktoren zum physikalischen Konzept der theoretischen Beschreibung der starken Wechselwirkung: Sie parametrisieren Effekte, die aus der inneren Struktur der Hadronen resultieren.

Man hat von der Struktur der Hadronen folgende Vorstellung: Die wechselwirkenden Hadronen sind aus fundamentaleren Bausteinen, den Quarks und Gluonen, aufgebaute Teilchen. Diese sind im sogenannten 'Bag' oder 'Core' enthalten. Für kleine Abstände, bei denen sich die Bags der wechselwirkenden Hadronen überlappen, sollte das Meson-Austausch Bild seine Gültigkeit verlieren und die starke Wechselwirkung von den expli-

ziten Quark-Gluon Freiheitsgraden bestimmt werden. Dieser Teil des Formfaktors ist im Rahmen der QCD zu bestimmen. Obwohl bereits Ansätze für Berechnungen im Rahmen der QCD existieren [60], sind die Resultate dieser Rechnungen leider noch sehr beschränkt und nicht quantitativ nutzbar.

Der 'Core' des 'nackten' Hadrons ist zusätzlich aufgrund der starken Wechselwirkung einer Wolke virtueller Mesonen umgeben. Diese Mesonen führen zu sogenannten Vertexkorrekturen. Der Effekt der Mesonenwolke ist im Prinzip im Rahmen der Meson–Theorie abzuleiten. Rechnungen der Jülicher Gruppe [10, 61] konnten zum Beispiel den elektromagnetischen und den skalaren Formfaktor des Pions und des Nukleons sowie den πNN-Formfaktor erfolgreich im Rahmen eines mesontheoretischen Modells beschreiben unter der Annahme, daß der Einfluß des 'Cores' auf den Formfaktor klein ist. Die theoretische Beschreibung der Formfaktoren ist jedoch aufwendig und hat gezeigt, daß ihre Parametrisierung durch einen phänomenologischen Ansatz in dem auch in dieser Arbeit benötigten kinematischen Bereich eine gute Näherung darstellt.

Prinzipiell hängt der Formfaktor von den Impulsen aller drei am Vertex ankoppelnden Teilchen ab. In unserer Parametrisierung wird aber nur die Abhängigkeit vom Impuls des ausgetauschten Teilchen betrachtet. Dafür ist in erster Linie die damit zu erzielende Vereinfachung der Potentialausdrücke ausschlaggebend. Im Born–Term, wenn nur das Austauschteilchen 'Off–Shell' ist, hängt der Formfaktor nicht von den anderen Impulsen ab. Unter der Annahme, daß die Beiträge am größten sind, wenn die Impulse der wechselwirkenden Teilchen nicht sehr weit vom 'On–Shell'–Impuls entfernt sind, kann die Abhängigkeit der Formfaktoren von diesen Impulsen vernachlässigt werden. Die Abhängigkeit der Formfaktoren allein vom Impuls des Austauschteilchens bewirkt natürlich, daß die Formfaktoren an Vertices, an denen ein Baryon als Austauschteilchen auftritt, verschieden sind von denjenigen an Vertices mit Mesonen als Austauschteilchen. Dies ist auch der Grund, warum die Formfaktoren aus dem Bonner NN–Potential nicht in die Transition–Potentiale übernommen werden können.

Wir verwenden für den Formfaktor eine traditionelle Monopol- (Exponent $n = 1$) oder Dipolform (Exponent $n = 2$). Der jeweilige Wert des Exponenten n hängt von der Struktur der Vertices ab und ist im Anhang C angegeben.

$$F(p_\delta^\mu) = \left(\frac{\Lambda^2 - M_\delta^2}{\Lambda^2 + \vec{p}_\delta^{\,2}}\right)^n \quad . \tag{3.59}$$

Die Cutoff–Masse Λ stellt einen freien Parameter des Vertex da, der durch einen Fit an die experimentellen Daten bestimmt wird. Im Nenner wird die nullte Komponente des Austauschviererimpulses vernachlässigt, um Singularitäten zu vermeiden.

Die Formfaktoren führen zu einer Unterdrückung des Potentials, wenn ein- und auslaufende Teilchen 'On-Shell' sind und verschiedene Massen haben. Betrachten wir den Übergang $\overline{N}N \rightarrow \pi\pi$. In diesem Fall muß ein großer Impuls durch das ausgetauschte Baryon übertragen werden. Das Quadrat des Impulsübertrages p_δ ist für $p_N = 0$, also an der $\overline{N}N$-Schwelle, gleich der Differenz der Quadrate der Massen. Der Formfaktor am πNN Vertex hat für $p_\delta^2 = M_N^2 - m_\pi^2$ und $\Lambda = 1500 MeV$ den Wert 0.44, so daß das 'On–Shell' Potential für den Übergang in zwei Pionen durch den Formfaktor mit 0.2 multipliziert wird. Für die Vektormesonen ist die Massendifferenz geringer und der Formfaktor nimmt daher für das 'On-Shell' Potential Werte an, die größer sind. Deshalb wird das Potential für den Übergang in zwei schwere Mesonen weniger unterdrückt. Dieses Verhalten berücksichtigt zum Beispiel Vandermeulen in seinem phänomeologischen Modell durch die Forderung der "Dominanz nahe der Schwelle". Es wird von den Daten bestätigt.

Kapitel 4

Die T–Matrix und Observable

4.1. Die T–Matrix

4.1.1. Der Zwei-Teilchen Propagator

Zur Berechnung der verschiedenen T-Matrix Amplituden müssen Integrale der Form

$$I(Z) \;=\; \int_0^\infty q''^2 dq'' \, \frac{1}{Z - 2E_{q''} + i\varepsilon} \, A^J(q'', Z) \tag{4.1}$$

berechnet werden. Wir wollen die Integration am Beispiel des $\overline{N}N$-Propagators diskutieren. Der Integrand enthält eine Singularität, sobald die Startenergie Z größer als die Summe der Ruhemassen ist. Durch die Beziehung

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{x - x_0 + i\varepsilon} \;=\; \mathcal{P}\frac{1}{x - x_0} - i\,\pi \;\delta(x - x_0) \tag{4.2}$$

wird das Integral in eine Hauptwertintegration und ein analytisch lösbares Integral über eine δ–Funktion überführt.

$$\begin{aligned} I(Z) \;&=\; \\ \mathcal{P}\int_0^\infty q''^2 dq'' \, \frac{1}{Z - 2E_{q''}} \, A^J(q'', Z) - i\,\pi \int_0^\infty q''^2 dq'' \, \delta(Z - 2E_{q''}) \, A^J(q'', Z) \quad . \end{aligned} \tag{4.3}$$

Wenn die Bezeichnungen folgendermaßen gewählt werden

$$\begin{aligned} E_0 \;&=\; \frac{Z}{2} \\ q_0 \;&=\; \sqrt{E_0^2 - M_N^2} \quad , \end{aligned} \tag{4.4}$$

kann die δ-Funktion in den Energien durch eine δ-Funktion in den entsprechenden Impulsen ausgedrückt werden

$$\delta(Z - 2E_{q''}) \;=\; \frac{1}{\sum_{q''} |\frac{2dE_{q''}}{dq''}|} \, \delta(q_0 - q'') \;=\; \frac{E_0}{2q_0} \, \delta(q_0 - q'') \tag{4.5}$$

Zur Hauptwertintegration wird das erste Integral mit $(E_0 + E_{q''})$ erweitert und berücksichtigt, daß $(E_0^2 - E_{q''}^2) = -(q''^2 - q_0^2)$. Nun wird vom Integranden ein Term subtrahiert, dessen Integral aufgrund seiner Struktur den Wert 0 hat, so daß man keine Korrekturterme berücksichtigen muß.

$$2q_0^2 E_0 \, A^J(q_0, Z) \; \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{1}{2(q''^2 - q_0^2)} \, dq'' \;=\; 0 \quad . \tag{4.6}$$

Der subtrahierte Term sorgt dafür, daß der Integrand kein singuläres Verhalten mehr hat, da Zähler und Nenner an der Polstelle verschwinden und der Grenzwert des Quotienten für $q'' \to q_0$ existiert. (Dieses Verfahren bezeichnet man als Regularisierung.) Das Hauptwertintegral läßt sich nun numerisch integrieren.

$$\mathcal{P} \int_0^\infty q''^2 dq'' \, \frac{1}{2E_0 - 2E_{q''}} \, A_J(q'', Z) \;=$$
$$\mathcal{P} \int_0^\infty dq'' \left\{ \frac{(E_0 + E_{q''}) q''^2 \, A^J(q'', Z) - 2E_0 \, q_0^2 \, A^J(q_0, Z))}{2(q_0^2 - q''^2)} \right\} \quad . \tag{4.7}$$

Das Integral lautet daher in der endgültigen Form:

$$I(Z) \;=$$
$$\mathcal{P} \int_0^\infty dq'' \; \left\{ \frac{(E_0 + E_{q''}) q''^2 \, A^J(q'', Z) - 2E_0 \, q_0^2 \, A^J(q_0, Z))}{2(q_0^2 - q''^2)} \right\} - i\,\pi \;\; A^J(q_0, Z) \, \frac{E_0 \, q_0}{2} \quad . \tag{4.8}$$

Diese Methode zur Integration von Ausdrücken mit einem Zwei-Teilchen Propagator ist natürlich nicht auf die Anwendung im $\overline{N}N$-Fall beschränkt. Wesentlich ist nur, daß die beiden Teilchen im Zwischenzustand gleiche Masse haben, und dadurch für den gleichen Impuls auch die gleiche Energie. Für Zustände mit verschiedenen Massen kann man auf das in Kapitel 3.5 beschriebene Verfahren zurückgreifen, daß etwas aufwendiger ist.

4.1.2. Die $\overline{N}N$–T–Matrix

Die T-Matrix wird durch Lösung der Streugleichung (Gl. (3.2) berechnet:

$$T^{\overline{N}N} \;=\; V_{eff} \;+\; V_{eff} \, G^{\overline{N}N} \, T^{\overline{N}N} \tag{4.9}$$

mit $V_{eff} = V_{el} + V_{ann}$.

Nach der Partialwellenzerlegung im Impulsraum lautet diese Gleichung

$$\begin{aligned}\langle\ JL'S'\ \mid T^J(q',q,Z)\mid\ JLS\ \rangle\ &=\ \langle\ JL'S'\ \mid V^J(q',q,Z)\mid\ JLS\ \rangle\ +\\ +\ \sum_{L''S''}\int_0^\infty q''^2dq''\ &\langle\ JL'S'\ \mid V^J(q',q'',Z)\mid\ JL''S''\ \rangle\\ &\frac{1}{Z-2E_{q''}+i\varepsilon}\ \langle\ JL''S''\ \mid T^J(q'',q,Z)\mid\ JLS\ \rangle\ .\end{aligned} \tag{4.10}$$

Es handelt sich hierbei um eine Integralgleichung, da die gesuchte Funktion $T(q',q,Z)$ auch im Integral auf der rechten Seite auftritt. Diese Gleichung kann numerisch mit dem erstmals von Haftel und Tabakin beschriebenen Matrixinversionsverfahren gelöst werden. Das Integral wird dazu in eine Summe über N Stützstellen überführt. Durch Definition des 'On-Shell' Wertes q_0 als $(N+1)$ Stützpunkt kann die Integralgleichung als Matrixgleichung geschrieben werden und durch Inversion einer geeignet zu berechnenden Matrix gelöst werden. Einzelheiten dieses Verfahren sind in Referenz [62], die Anwendung auf die $\overline{N}N$-Streuung in Referenz [34] beschrieben.

4.1.3. Die DWBA–Gleichung für die Übergangs–T–Matrix

Die Übergangs–T-Matrix ist nach Gl. (3.4) gegeben durch

$$T^{\overline{N}N\to M_iM_j}\ =\ V^{\overline{N}N\to M_iM_j}\ +\ V^{\overline{N}N\to M_iM_j}\,G^{\overline{N}N}\,T^{\overline{N}N} \tag{4.11}$$

oder nach der Partialwellenzerlegung im Impulsraum (k_0 ist der Mesonen–'On–Shell'–Impuls):

$$\begin{aligned}&\langle\ JL'S'\ \mid T^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z)\mid\ JLS\ \rangle\\ &\quad=\ \langle\ JL'S'\ \mid V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z)\mid\ JLS\ \rangle\\ &\quad+\ \sum_{L''S''}\int_0^\infty q''^2dq''\ \langle\ JL'S'\ \mid V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q'',Z)\mid\ JL''S''\ \rangle\\ &\qquad\frac{1}{Z-2E_{q''}+i\varepsilon}\ \langle\ JL''S''\ \mid T^{\overline{N}N}(q'',q_0,Z)\mid\ JLS\ \rangle\ .\end{aligned} \tag{4.12}$$

Berücksichtigt man hier die Ergebnisse aus Abschnitt 4.1.1, so hat die DWBA-Gleichung die endgültige Form:

$$
\begin{aligned}
T^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z) &= V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z) \\
+ \sum_{L''S''}\Bigg[\mathcal{P}\int_0^\infty dq'' \; & \Bigg\{\frac{V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q'',Z)\; T^{\overline{N}N}(q'',q,Z)\,(E_0+E_{q''})\,q''^2}{2(q_0^2-q''^2)} \\
& - \frac{V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z)\; T^{\overline{N}N}(q_0,q_0,Z)\,2E_0\,q_0^2}{2(q_0^2-q''^2)}\Bigg\} \\
& - i\,\pi\; V^{\overline{N}N\to M_iM_j}(k_0,q_0,Z)\; T^{\overline{N}N}(q_0,q_0,Z)\;\frac{E_0\,q_0}{2}\Bigg]
\end{aligned}
\tag{4.13}
$$

Da die $T^{\overline{N}N}$-Matrix seperat nach Gl. (4.10) berechnet wird, enthält diese Gleichung nur bekannte Bestandteile und kann einfach integriert werden.

4.1.4. Numerische Integration

Die numerische Integration erfolgt nach dem Gauß-Verfahren.

$$
\int F(t)dt \quad \to \quad \sum_k F(t_k)w_k \tag{4.14}
$$

Das Integrationsintervall erstreckt sich von 0 bis ∞. Um einen entsprechenden Satz von Stützstellen zu erhalten, führt man eine Transformation der für das Intervall $[0,1]$ bestimmten Stützstellen t_k und Gewichte w_k durch. Es wurde folgende Transformation verwendet:

$$
\begin{aligned}
t_k &\to t'_k = C\;\tan(\frac{\pi}{2}t_k) \\
w_k &\to w'_k = \frac{\pi}{2}\,C\,\frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{2}t_k)}\,w_k \quad ,
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

C ist ein frei wählbarer Streckfaktor.

4.2. Isospin– und Teilchendarstellung

4.2.1. Transformationen

Das theoretische Modell der Wechselwirkung und der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems wurde in der sogenannten Isospin-Darstellung entwickelt, da die die starke Wechselwirkung den Isospin erhält und deshalb die beiden Isospinkanäle $I = 0$ und $I = 1$ voneinander unabhängig behandelt werden können. Die jeweiligen Isospinverhältnisse schlagen sich in den Isospin–Faktoren und den Auswahlregeln nieder, die für die beiden im $\overline{N}N$–System möglichen Isospin–Werte von 0 und 1 verschieden aussehen. Experimentelle Daten liegen jedoch in den verschiedenen physikalischen Teilchenkanälen vor, die Kombinationen der Isospinkanäle bilden.

Die Basis–Transformationsgleichung auf Teilchen–Zustände $\langle\ cd\ |$ und $|\ ab\ \rangle$ mit den Isospins $\langle\ I^c I^c_z I^d I^d_z\ |$ und $|\ I^a I^a_z I^b I^b_z\ \rangle$ lautet:

$$\begin{aligned} &\langle\ I^c I^c_z I^d I^d_z\ |\ T\ |\ I^a I^a_z I^b I^b_z\ \rangle\ = \\ &\sum_{II_z} \langle\ I^c I^c_z I^d I^d_z\ |\ II_z\ \rangle\ \ \langle\ I^a I^a_z I^b I^b_z\ |\ II_z\ \rangle\ \ \langle\ II_z\ |\ T\ |\ II_z\ \rangle\ . \end{aligned} \tag{4.16}$$

Die Zuordnung der verschiedenen Ladungszustände der Teilchen zu den Isospin– bzw. SU(3) Multiplett Wellenfunktionen haben wir bereits in Kapitel 2.6 angegeben. Als Abkürzung werden $T^0 = \langle\ 0\ 0\ |\ T\ |\ 0\ 0\ \rangle$ und $T^1 = \langle\ 1\ 0\ |\ T\ |\ 1\ 0\ \rangle$ eingeführt. Die Teilchenkanäle der $\overline{N}N$–Streuung ergeben sich dann durch die folgenden Kominationen der Isospinamplituden

$$\begin{aligned} \langle\ p\overline{p}\ |\ T\ |\ p\overline{p}\ \rangle\ &=\ \frac{1}{2}\ T^0\ +\ \frac{1}{2}\ T^1 \\ \langle\ n\overline{n}\ |\ T\ |\ p\overline{p}\ \rangle\ &=\ \frac{1}{2}\ T^0\ -\ \frac{1}{2}\ T^1 \\ \langle\ p\overline{n}\ |\ T\ |\ p\overline{n}\ \rangle\ &=\ T^1 \end{aligned} \tag{4.17}$$

und für die Annihilation in zwei Mesonen gilt:

– bei zwei Isospin 0 – Mesonen:

$$\langle\ M^0_0 M^0_0\ |\ T_{ij}\ |\ p\overline{p}\ \rangle\ =\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\ T^0 \tag{4.18}$$

– bei einem Isospin 0 und einem Isospin 1 – Meson:

$$\langle\ M^0_1 M^0_0\ |\ T_{ij}\ |\ p\overline{p}\ \rangle\ =\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\ T^1 \tag{4.19}$$

– bei zwei Isospin 1 – Mesonen:

$$\begin{aligned} \langle\ M_1^+ M_1^- \mid T_{ij} \mid p\bar{p}\ \rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}\ T^0 + \frac{1}{2}\ T^1 \\ \langle\ M_1^0 M_1^0 \mid T_{ij} \mid p\bar{p}\ \rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}\ T^0 \end{aligned} \tag{4.20}$$

– bei zwei Isospin $\frac{1}{2}$ –Mesonen :

$$\begin{aligned} \langle\ M_{\frac{1}{2}}^{\pm} M_{\frac{1}{2}}^{\mp} \mid T_{ij} \mid p\bar{p}\ \rangle &= \frac{1}{2}\ T^0 + \frac{1}{2}\ T^1 \\ \langle\ M_{\frac{1}{2}}^{0} M_{\frac{1}{2}}^{0} \mid T_{ij} \mid p\bar{p}\ \rangle &= \frac{1}{2}\ T^0 - \frac{1}{2} T^1 \quad . \end{aligned} \tag{4.21}$$

4.2.2. Identische Teilchen

Für identische Bosonen muß die Wellenfunktionen symmetrisch gegen den Austausch der Teilchen sein. Außerdem muß die Wellenfunktion normiert werden. Die Wellenfunktionen dieser Arbeit sollen auf 1 normiert sein. Bei zwei identischen Teilchen bedeutet dies:

$$\mid\ \Phi\ \rangle\ =\ \frac{1}{\sqrt{2}}\ b_i^+ b_i^+\ \mid\ 0\ \rangle\quad . \tag{4.22}$$

Die Normierung wurde in der Isospin–Darstellung berücksichtigt, wenn die beiden Mesonen zum gleichen Isospinmultiplett gehören. Geht man nun von der Wellenfunktion in der Isospindarstellung $\mid\ \Phi\ \rangle_{iso} =\ \mid\ \varphi\ \rangle\ \mid\ I I_z\ \rangle$ identischer Teilchen zu der Wellenfunktion in Teilchendarstellung $\mid\ \Phi\ \rangle_{part}$ über, in der die Teilchen $M_{i,1}, M_{i,2}$ unterschiedliche Ladungszustände $(+, 0, -)$ haben können, so gilt [43]:

$$\mid\ \Phi\ \rangle_{part}\ =\ \sqrt{\frac{N!}{N^+!N^0!N^-!}}\ \langle\ I_1 I_1^z I_2 I_2^z\ \mid\ I I_z\ \rangle\ \mid\ \varphi\ \rangle\quad . \tag{4.23}$$

N bezeichnet die Gesamtzahl der Teilchen (hier $N = 2$), N^+, N^0, N^- die Zahl der Teilchen im Ladungszustand $+, 0, -$. Beim Übergang von zwei in Isospindarstellung identischen Teilchen zu Teilchen mit verschiedenen Ladungszuständen (z.B. $\pi\pi \rightarrow \pi^+\pi^-$) bewirkt dies in unserem Fall genau einen zusätzlichen Faktor $\sqrt{2}$, der den Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ aus der Symmetrisierung kompensiert. Hätte man von vornherein in der Teilchendarstellung gearbeitet, so wäre für die Wellenfunktion des $\pi^+\pi^-$ Paares keine Symmetrisierung notwendig gewesen, sondern nur für die Wellenfunktion des $\pi^0\pi^0$ Paares.

4.3. Berechnung der Observablen

Die Observablen einer Reaktion $a+b \to c+d$, in der die Teilchen die Spins S_a, S_b, S_c, S_d haben, können im Rahmen des sogenannten Spin-Streumatrixformalismus berechnet werden. Für die Observablen der $\overline{N}N$-Streuung entspricht dieser Formalismus dem bekannten Observablen–Formalismus im NN-System [63]. Die Berechnungen der Observablen für die Beschreibung der Annihilation wurde in Referenz [33] beschrieben. Für die Meson-Meson Kanäle geben wir in dieser Arbeit die Streuphasen an. Der Formalismus zur Berechnung der Streuphasen und Inelastizitäten wurde in Referenz [9] entwickelt und hier unverändert übernommen. Bisher wurden in dieser Arbeit natürliche Einheiten verwendet, also $\hbar c = 1$ gesetzt. Zur Berechnung der Observablen muß nun mit $\hbar c = 197.3286\ MeVfm$ in die richtigen Einheiten transformiert werden.

4.3.1. Spinstreumatrix M

Die Spinstreumatrix M ist das Analogon zur Streuamplitude f im Falle der Streuung von Teilchen mit Spin. Sie hat die Dimension $(2S_c+1)(2S_d+1)\times(2S_a+1)(2S_b+1)$, wobei $S_a, \ldots, S_d$ den jeweiligen Spin der Teilchen a, b, c, d bezeichnet. Die Spinstreumatrix M steht in folgender Beziehung zur T-Matrix [50]:

$$\begin{aligned} &\langle\ \lambda_c\lambda_d\ \mid\ M_{ij}(\vec{q}\,', \vec{q}, Z)\ \mid\ \lambda_a\lambda_b\ \rangle\ = \\ &\qquad -(2\pi)^2\ \sqrt{q'q\frac{dq'}{dE_f}\frac{dq}{dE_i}}\ \langle\ \vec{q}\,'\lambda_c\lambda_d\ \mid\ T_{ij}(Z)\ \mid\ \vec{q}\lambda_a\lambda_b\ \rangle\ . \end{aligned} \tag{4.24}$$

Dabei bezeichnet E_f und E_i die Gesamtenergien im End- bzw. Anfangszustand. Aufgrund der Energieerhaltung gilt $Z = E_i = E_f$. Zur Berechnung der Spinstreumatrix müssen die JLS Amplituden wieder in die Helizitätsbasis transformiert werden. Dies geschieht durch Umkehrung der Gl. (3.38).

4.3.2. Dichtematrixformalismus

Der Eingangszustand $\mid \Psi \rangle$ in einem Streuprozeß liegt, sofern er nicht besonders präpariert wurde, nicht in einem reinen Spin-Zustand vor, sondern in einer inkohärenten Überlagerung von Zuständen, die "gemischter" Zustand genannt wird. Die Wahrscheinlichkeit, $\mid \Psi \rangle$ in einem reinen Zustand $\mid \alpha \rangle$ zu finden, ist P_α. Eine Möglichkeit zur Beschreibung dieser Situation liefert der aus der statistischen Mechanik übernommene Dichtematrix–Ansatz [50, 64]. Zur Berechnung der Observablen betrachtet man nun Erwartungswerte geeigneter Operatoren. Der Erwartungswert eines Operators $\hat{A}$ ergibt sich

im Dichtematrixformalismus [3] durch Spurbildung des Produktes des Operators mit dem Dichteoperator

$$\langle \hat{A} \rangle = \mathrm{tr}\ (\rho\ \hat{A}) \quad . \tag{4.25}$$

Der Dichteoperator ist definiert als

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &\stackrel{def}{=} |\ \Psi\ \rangle\langle\ \Psi\ | \\ &= \sum_{\alpha=1}^{M} |\ \alpha\ \rangle P_\alpha \langle\ \alpha\ | \quad . \end{aligned} \tag{4.26}$$

Die Summe läuft über alle "reinen" Zustände $|\ \alpha\ \rangle$, die zum gemischten Zustand $|\ \Psi\ \rangle$ beitragen können. $P_\alpha = |\langle\ \alpha\ |\ \Psi\ \rangle|^2$ bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, daß sich das System im Zustand $|\ \alpha\ \rangle$ befindet.

Zunächst soll die Dichtematrix des Eingangszustandes betrachtet werden. Dort liegen zwei Spin$\frac{1}{2}$–Teilchen vor. Die Dichtematrix der einzelnen Teilchen ist dann eine 2×2 Matrix und läßt als Linearkombination der Pauli–Matrizen darstellen

$$\rho_{1,2} = a_0 I_2 + \vec{a} \cdot \vec{\sigma} \tag{4.27}$$

mit den (komplexen) Koeffizienten $a_i (i = 0, \ldots, 3)$. Man zeigt mithilfe allgemeiner Eigenschaften der Dichtematrix (Tr $\rho = 1$), daß $a_0 = \frac{1}{2}$ und $a_i = \frac{1}{2}\langle\sigma_i\rangle$ gelten muß [3]. Wenn jetzt noch die Definition der Polarisation $P_i = \langle\sigma_i\rangle$ beachtet wird, findet man

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{2}(I + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) \quad . \tag{4.28}$$

Für die Dichtematrix des Gesamtsystem ergibt sich damit folgender Ausdruck

$$\rho_i = \frac{1}{4}\left(I_2 + \vec{P}_1 \cdot \vec{\sigma}_1\right)\left(I_2 + \vec{P}_2 \cdot \vec{\sigma}_2\right) \quad . \tag{4.29}$$

Für einen unpolarisierten Strahl ist die Dichte im Anfangszustand

$$\rho_i = \frac{1}{4} \quad . \tag{4.30}$$

Die Dichtematrix im Ausgangskanal ergibt sich nach [50] aus der Eingangsdichtematrix durch

$$\rho_f = M \rho_i M^\dagger \quad . \tag{4.31}$$

4.3.3. $\overline{N}N$-Observablen

Die Spinstreumatrix für die Streuung zweier Spin$\frac{1}{2}$ Teilchen hat aufgrund der Galileiinvarianz folgende allgemeine Form [65]

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2}\Big[(a+b)\,I + (a-b)\,\vec{\sigma_1}\cdot\hat{\vec{n}}\;\vec{\sigma_2}\cdot\hat{\vec{n}} + (c+d)\,\vec{\sigma_1}\cdot\hat{\vec{k}}\;\vec{\sigma_2}\cdot\hat{\vec{k}} + (c-d)\,\vec{\sigma_1}\cdot\hat{\vec{P}}\;\vec{\sigma_2}\cdot\hat{\vec{P}} \\ &\quad + e\,(\vec{\sigma_1}+\vec{\sigma_2})\cdot\hat{\vec{n}} + f\,(\vec{\sigma_1}-\vec{\sigma_2})\cdot\hat{\vec{n}} + g\,(\vec{\sigma_1}\cdot\hat{\vec{k}}\;\vec{\sigma_2}\cdot\hat{\vec{P}} + \vec{\sigma_1}\cdot\hat{\vec{P}}\;\vec{\sigma_2}\cdot\hat{\vec{k}}) + h\,(\vec{\sigma}_1\times\vec{\sigma}_2)\cdot\hat{\vec{n}}\;\Big], \end{aligned} \tag{4.32}$$

mit

$$\hat{\vec{P}} = \frac{\vec{q}+\vec{q}\,'}{|\vec{q}+\vec{q}\,'|}\,, \quad \hat{\vec{n}} = \frac{\vec{q}\times\vec{q}\,'}{|\vec{q}\times\vec{q}\,'|}\,, \quad \hat{\vec{k}} = \hat{\vec{n}}\times\hat{\vec{P}} \quad . \tag{4.33}$$

$\vec{q}\,(\vec{q}\,')$ ist der CM-Impuls im Anfangs- (End-)Zustand. Der Index 1 soll in unserem Fall das Nukleon kennzeichnen, der Index 2 das Antinukleon. Die komplexen Amplituden $a,\ldots,h$ stehen mit den Helizitätsamplituden der Spinstreumatrix Gl. (4.24) in folgender Beziehung [3]:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}\left((M_1+M_2+M_3-M_4)\cos\theta - (M_5-M_7-M_6+M_8)\sin\theta\right) \\ b &= \frac{1}{2}(M_1-M_2+M_3+M_4) \\ c &= \frac{1}{2}(-M_1+M_2+M_3+M_4) \\ d &= \frac{1}{2}(M_1+M_2-M_3+M_4) \\ e &= -\frac{i}{2}\left((M_1+M_2+M_3-M_4)\sin\theta + (M_5-M_7-M_6+M_8)\cos\theta\right) \\ f &= \frac{i}{2}(M_5+M_7-M_6-M_8) \\ g &= \frac{1}{2}(M_5-M_7+M_6-M_8) \\ h &= \frac{1}{2}(M_5+M_7+M_6+M_8) \end{aligned} \tag{4.34}$$

wobei folgende Abkürzungen verwendet wurden

$$\begin{aligned} M_1 &= \langle\, ++ \mid M \mid ++ \,\rangle & M_5 &= \langle\, ++ \mid M \mid +- \,\rangle \\ M_2 &= \langle\, ++ \mid M \mid -- \,\rangle & M_6 &= \langle\, +- \mid M \mid ++ \,\rangle \\ M_3 &= \langle\, +- \mid M \mid +- \,\rangle & M_7 &= \langle\, ++ \mid M \mid -+ \,\rangle \\ M_4 &= \langle\, +- \mid M \mid -+ \,\rangle & M_8 &= \langle\, -+ \mid M \mid ++ \,\rangle \quad . \end{aligned} \tag{4.35}$$

Das '+' Zeichen steht für die Helizität $\lambda = +\frac{1}{2}$, das '−' Zeichen für $\lambda = -\frac{1}{2}$. Im $\overline{N}N$-System ist wegen der Zeitumkehrinvarianz und der Ladungskonjugationssymmetrie $M_6 = -M_5$, $M_7 = -M_5$, $M_8 = M_5$. Hieraus folgt für das $\overline{N}N$-System $f = g = h = 0$.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt wird berechnet durch [65]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv I_0 &= \frac{1}{4}\,\mathrm{tr}\,(MM^\dagger) \\ &= \frac{1}{2}\,(|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 + |e|^2)\,, \end{aligned} \tag{4.36}$$

die Analysierstärke oder die Polarisation ist gegeben durch

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{\mathrm{tr}(\sigma_1^y MM^+)}{\mathrm{tr}(MM^+)} \\ &= \frac{1}{I_0}\,\mathrm{Re}(ae^*)\,. \end{aligned} \tag{4.37}$$

Der Spin-Korrelations Parameter lautet

$$\begin{aligned} C_{nn} &= \frac{\mathrm{tr}(\sigma_1^y \sigma_2^y MM^+)}{\mathrm{tr}(MM^+)}\,, \\ &= \frac{1}{2}\,\frac{1}{I_0}\,(|a|^2 - |b|^2 - |c|^2 + |d|^2 + |e|^2)\,, \end{aligned} \tag{4.38}$$

und die Spin-Transfer Parameter sind gegeben durch

$$\begin{aligned} D_{nn} &= \frac{\mathrm{tr}(\sigma_1^y M \sigma_1^y M^+)}{\mathrm{tr}(MM^+)} \\ &= \frac{1}{2}\,\frac{1}{I_0}\,(|a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 + |e|^2) \end{aligned} \tag{4.39}$$

und

$$\begin{aligned} K_{nn} &= \frac{\mathrm{tr}(\sigma_2^y M \sigma_1^y M^+)}{\mathrm{tr}(MM^+)} \\ &= \frac{1}{2}\,\frac{1}{I_0}\,(|a|^2 - |b|^2 + |c|^2 - |d|^2 + |e|^2)\,. \end{aligned} \tag{4.40}$$

In der Ladungsaustauschreaktion $\overline{p}p \rightarrow \overline{n}n$ muß bei nierigen Energien die Massendifferenz von Proton p ($M_p = 938.280 MeV$) und Neutron n ($M_n = 939.573 MeV$) berücksichtigt werden. Aufgrund dieser Massendifferenz gibt es eine Schwelle für den Ladungsaustausch–Prozeß bei einer Laborenergie von $E_{lab} = 5.177 MeV$. In unserer Rechnung in der Isospindarstellung haben wir jedoch die isospingemittelte Nukleonenmasse von $M_N = 938.926 MeV$ verwendet. Dem Auftreten der Schwelle wird in der Berechnung der

Observablen durch Einfügung eines weiteren Phasenraumfaktors Rechnung getragen. Für diesen Faktor wird der Ausdruck verwendet:

$$P(E_{lab}) = \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{E_{Schwelle}}{E_{lab}}} & E_{lab} \geq E_{Schwelle} \\ 0 & E_{lab} < E_{Schwelle} \end{cases} \quad . \tag{4.41}$$

4.3.4. Observablen der Annihilation in zwei Mesonen

Betrachtet man den Übergang des $\overline{N}N$-Systems in zwei Mesonen, gilt für den Phasenraumterm in der Berechnung der Spin-Streumatrix

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dE_i} &= \frac{E_N}{2q} \\ \frac{dk}{dE_f} &= \frac{\omega_k^i \omega_k^j}{(\omega_k^i + \omega_k^j)k} \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad \sqrt{kq \frac{dk}{dE_f} \frac{dq}{dE_i}} = \frac{\sqrt{\omega_k^i \omega_k^j}}{2} \quad . \tag{4.42}$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt wird berechnet durch

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv I_0 &= \frac{k}{q} \frac{1}{4} \operatorname{tr} M M^\dagger \\ &= \frac{1}{4} (2\pi)^4 \frac{k}{q} \frac{\omega_k^i \omega_k^j}{4} \sum_{\lambda_i \lambda_j \lambda_N \lambda_{\overline{N}}} \left| \langle \lambda_i \lambda_j \mid T_{ij} \mid \lambda_N \lambda_{\overline{N}} \rangle \right|^2 \\ &= 2\pi^4 \frac{k}{q} \omega_k^i \omega_k^j \sum_{m=1}^{N_{unabh}} \left| {}^m T_{ij} \right|^2 \quad , \end{aligned} \tag{4.43}$$

wobei im letzten Schritt ausgenutzt wurde, daß nur die Hälfte der Helizitätsamplituden unabhängig sind (Gl. (3.37)).

Daten zur Analysierstärke liegen nur für Annihilation in zwei pseudoskalare Mesonen vor. Diese Observable wird daher nur für dieses Mesonenpaar berechnet. Die Spinstreumatrix ist in diesem Fall eine 1×4–Matrix. Es gibt vier T–Matrix Amplituden, von denen nur zwei unabhängig sind. Die unabhängigen Amplituden werden mit T_A und T_B bezeichnet. Für die Analysierstärke gilt [65] :

$$\begin{aligned} A_y &= \frac{k}{q} \operatorname{tr} M M^+ \sigma_y \\ &= \frac{\operatorname{Im}(T_A T_B^*)}{\frac{1}{2}(|T_A|^2 + |T_B|^2)} \quad . \end{aligned} \tag{4.44}$$

Der Index A bezeichnet den Fall gleicher Helizität für Proton und Antiproton $\lambda_p = \lambda_{\overline{p}} = +\frac{1}{2}$, während der Index B den Fall verschiedener Helizität meint, also $\lambda_p = +\frac{1}{2}$, $\lambda_{\overline{p}} = -\frac{1}{2}$.

Ein Verzweigungsverhältnis B_{ij} ist definiert als Verhältnis der Partialbreite des betrachteten Kanals zur totalen Breite des zerfallenden Systems

$$B_{ij} \stackrel{def}{=} \frac{\Gamma^{ij}_{part}}{\Gamma_{tot}} \quad . \tag{4.45}$$

Dabei ist die Partialbreite gegeben als Integral und Summe über die Übergangswahrscheinlichkeit:

$$\Gamma^{ij}_{part} = \sum_{\lambda_i \lambda_j} 2\pi k E \int d\Omega_k \left| \langle \vec{k}\lambda_i\lambda_j \mid V^{\overline{N}N \to M_i M_j} \mid \Psi_{\overline{N}N} \rangle \right|^2 \quad . \tag{4.46}$$

Bei der experimentellen Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse der Annihilation in Ruhe befinden sich Antiproton und Proton in einem wasserstoffähnlichem Atom, dem sogenannten Protonium. Das Antiproton wird durch Coulomb-Wechselwirkung vom Proton eingefangen.

In dieser Arbeit wird die Coulomb–Wechselwirkung generell vernachlässigt. Diese Näherung entspricht der Annahme, daß die Verzweigungsverhältnisse weitgehend unabhängig von den konkreten Wellenfunktionen des Protonium–Atoms sind. Wir ersetzen die Protonium–Wellenfunktion durch einen Streuzustand niedriger Energie und berechnen das Verzweigungsverhältnis als relativen Wirkungsquerschnitt.

Die Gesamtannihilation Γ_{tot} ist durch die Summe aller Annihilationskanäle gegeben. Da wir jedoch nur die Annihilation in spezielle Zwei–Mesonen Kanäle betrachten und ein großer Anteil der Annihilation durch andere Kanäle erfolgt, verwenden einen Annihilationswirkungsquerschnitt $\sigma_{ann}(p_{lab} = 100 MeV/c) = 428 mb$, der aus einer Parametrisierung der experimentellen Daten [66] folgt.

Kapitel 5

$\overline{N}N$-Streuung und Annihilation

In diesem Kapitel soll das bisher entwickelte Annihilationsmodell den experimentellen Daten gegenübergestellt und mit älteren Ansätzen zur Beschreibung der Annihilation verglichen werden. Zunächst werden wir das Modell in der Beschreibung der Observablen der $\overline{N}N$-Streuung untersuchen. Im zweiten Teil des Kapitels wird die Annihilation in spezifische Zwei-Mesonen Zustände untersucht. Den Abschluß bildet die Behandlung der in diesem Potential auftretenden Bindungszustände.

5.1. Die Modelle

Das in dieser Arbeit vorgestellte Modell enthält die mikroskopische Beschreibung von 53 Annihilationskanälen als Kombinationen von pseudoskalaren (P), skalaren (S), Vektor- (V), Axialvektor- (A) und Tensor- (T) Mesonen (jeweils das leichteste Isospin $I = 0$ und $I = 1$ Meson sowie K und K^*). Die Summe der gemessenen Wirkungsquerschnitte für Übergänge in diese Annihilationskanäle beträgt ungefähr 30% des gesamten beobachteten Annihilationswirkungsquerschnittes. Abbildung 5.1 zeigt die gemessenen integrierten totalen, elastischen, Annihilations- und Ladungsaustausch–Wirkungsquerschnitte im Energiebereich von der Schwelle bis zu einem Laborimpuls $p_{lab} = 800 MeV/c$ (Pion-Produktionsschwelle). Bei niedrigen Energien ist der experimentell beobachtete Annihilationswirkungsquerschnitt um etwa einen Faktor 2 größer als der elastische Wirkungsquerschnitt. Annihilationsprozesse dominieren die Wechselwirkung, so daß eine realistische Beschreibung der Gesamtstärke der Annihilation für die Behandlung der $\overline{N}N$-Streuung absolut notwendig ist. Neben den in dieser Arbeit behandelten Annihilationskanälen mit zwei Mesonen sind physikalisch weitere Annihilationsprozesse möglich: Annihilationen in Kanäle mit drei unkorrelierten Mesonen, die im direkten Annihilationsprozeß und nicht durch Sekundär–Zerfälle entstehen. In nichtrelativistischen Quarkmodellen werden solche Übergänge durch sogenannte Rearrangementgraphen beschrieben, bei denen es zu einer Umordnung der Quarklinien zwischen Eingangs- und Ausgangszustand kommt und auf

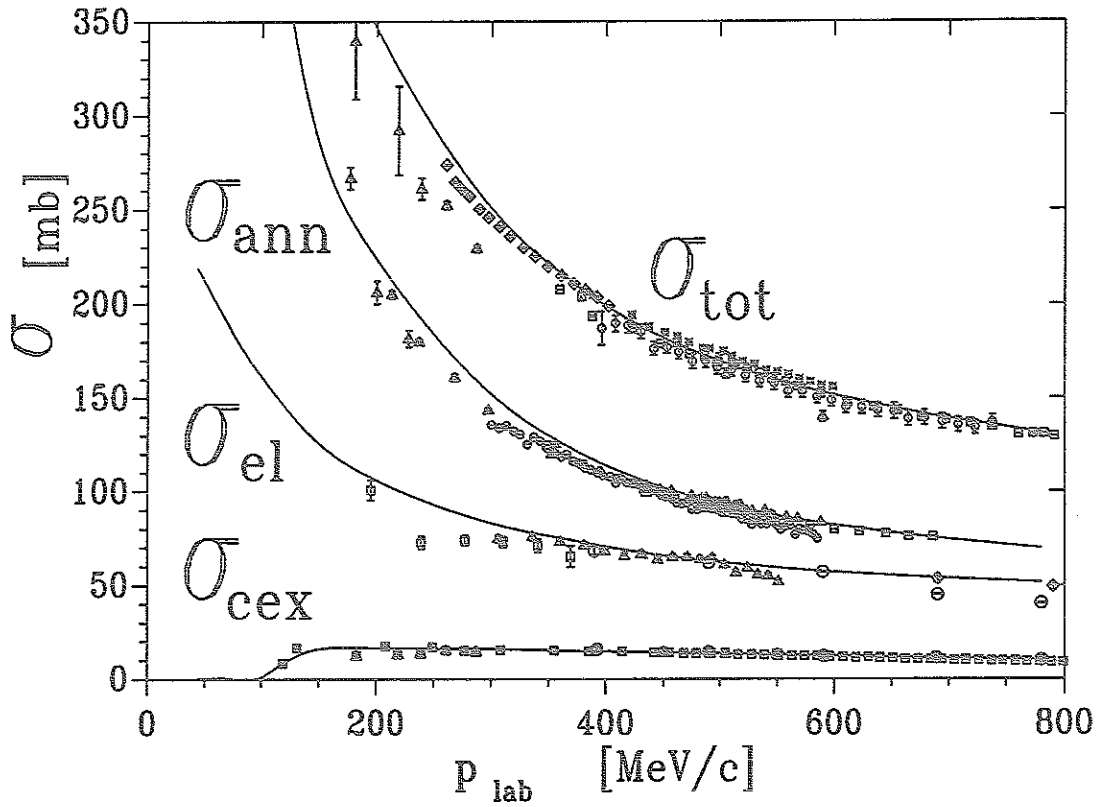


Abbildung 5.1: Vergleich der vier integrierten Wirkungsquerschnitte in der $\bar{p}p$ Wechselwirkung im Energieintervall von $p_{lab} = 0$ bis zur Pionproduktionsschwelle ($p_{lab} = 790 MeV/c$): totaler (σ_{tot}), elastischer (σ_{el}), Ladungsaustausch- (σ_{cex}) und Annihilationswirkungsquerschnitt (σ_{ann}) der Antiproton-Proton Streuung. Die Kurven sind Ergebnisse der Rechnungen mit Modell D. Die Daten für den totalen Wirkungsquerschnitt stammen aus den Referenzen [67] *(Kreise),* [68] *(Sterne),* [69] *(Dreiecke),* [70] *(Rauten) und* [71] *(Quadrate), für den elastischen Wirkungsquerschnitt aus den Referenzen* [72] *(Quadrate),* [73] *(Dreiecke),* [74] *(Rauten),* [75] *(Kreise), für den Ladungs-Austausch-Wirkungsquerschnitt aus den Referenzen* [76] *(Quadrate),* [77] *(Kreise),* [78] *(Dreiecke) sowie für den Annihilationswirkungsquerschnitt aus den Referenzen* [66] *(Kreise),* [79] *(Dreiecke),* [71] *(Quadrate) und* [80] *(Rauten).*

Quarkebene keine Annihilation stattfindet. Direkte Annihilationen in 4 Mesonen sind nur unter Beteiligung von Seequarks möglich. In Kapitel 3.4 wurde die Berücksichtigung dieser Prozesse durch ein phänomenologisches optisches Potential beschrieben. Dieses optische Potential enthält nur einen Imaginärteil, ein zusätzlicher Realteil ist zur Beschreibung der experimentellen Daten nicht erforderlich.

Gegenüber älteren Modellen hat unser Ansatz den konzeptionellen Vorteil, neben der Wechselwirkung im $\overline{N}N$-System auch die Observablen der Annihilation (also Verzweigungsverhältnisse und exklusive Produktionswirkungsquerschnitte) konsistent berechnen zu können. Solche Konsistenzforderungen sind natürlich willkommen, um die Freiheit bei der Wahl der Parameter einzuschränken, die in unserem Modell durch Anpassung der Ergebnisse an die Daten bestimmt werden müssen.

Tabelle 5.1: Kopplungskonstanten und Cutoffparameter an den Vertices in den Übergangspotentialen $V^{\overline{N}N \to M_i M_j}$ im Modell D.

Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n	Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n
$NN\pi$	0.0778		1500	1	$N\Delta\pi$	0.224		1700	1
$NN\eta$	0.6535		1500	1					
$NN\rho$	0.84	6.1	1500	1	$N\Delta\rho$	20.45		1700	2
$NN\omega$	20.0	0	1500	1					
NNf_0	5.723		1500	1	$N\Lambda K$	$(-0.952)^2$		1800	1
NNa_0	2.6653		1500	1	$N\Lambda K^*$	$(-1.588)^2$	-5.175	1800	1
NNf_1	10.0		1500	1	$N\Sigma K$	$(0.177)^2$		2000	1
NNa_1	7.0		1500	1	$N\Sigma K^*$	$(-0.917)^2$	2.219	2000	1
NNf_2	2.0		1500	2	NY^*K	$(-0.193)^2$		2000	1
NNa_2	4.0		1500	2	NY^*K^*	$(-1.846)^2$		2000	2

Als Parameter treten die Kopplungskonstanten und die Cutoff-Parameter der Formfaktoren (Gl. (3.59)) in den Übergangspotentialen auf. Die Kopplungskonstanten werden aus dem Bonn NN Potential [2] und der Erweiterung auf das Hyperon-Nukleon-System [3] übernommen für die Mesonen, die auch im elastischen Anteil enthalten sind. Für die dort nicht vorkommenden Mesonen werden empirische Werte [48] verwendet. Die Cutoff Parameter sind zunächst nicht durch andere Prozesse festgelegt, da in den Übergangspotentialen das ausgetauschte Baryon das 'Off-Shell' Teilchen ist und nicht wie im elastischen Teil der Wechselwirkung das Meson. Die Cutoff-Parameter sind in unserem Modell vom ausgetauschten Baryon abhängig, aber für alle möglichen Mesonen gleich. Diese Annahme wird durch die Vorstellung begründet, daß die geometrische Struktur des Vertex für alle Mesonen ähnlich ist und nur vom Austauschbaryon bestimmt wird.

Der Wert der Cutoff–Parameter wurde so bestimmt, daß die Verzweigungsverhältnisse, die mit diesen Parametern in der Annihilationswechselwirkung im Anfangszustand und in den Übergangspotentialen berechnet wurden, etwa mit den experimentellen Werten übereinstimmen (Tabelle 5.3).

Das Modell enthält außerdem die beiden Parameter des optischen Potential, die durch einen Fit an die integrierten $\overline{N}N$- Wirkungsquerschnitte angepaßt wurden. Sie haben die Werte $W = -1000MeV$ und $r_0 = 0.4fm$.

Wir bezeichnen dieses neue Annihilationsmodell im weiteren mit dem Buchstaben D.

In Abbildung 5.2 ist der Imaginärteil des $V^{\overline{N}N}$ Potentials für die niedrigsten Partialwellen ($J = 0, 1$) gezeigt. Die durchgezogene Linie ist dabei der vollständige Imaginärteil, während die langgestrichelte Kurve den Beitrag von den mikroskopischen Zwei-Meson Boxen und der kurzgestrichelte den Imaginärteil des optischen Potentials darstellt. Auf der linken Seite des Diagramms sind die Beiträge im Isospin $I = 0$ Kanal und auf der rechten Seite für $I = 1$ gezeigt. Da das optische Potential zustands- und isospinunabhängig ist, sind seine Beiträge in S- oder P-Zuständen für $I = 0$ und $I = 1$ identisch. Die Zustandsabhängigkeit des mikroskopischen Anteils dagegen ist deutlich zu sehen, wenn man die Kurven für $I = 0$ und $I = 1$ vergleicht.

Obwohl der Imaginärteil des $\overline{N}N$-Potentials von der mikroskopischen Beschreibung der Zwei-Mesonen Annihilationsprozesse dominiert wird, ist der Beitrag dieser Prozesse zum Gesamtannihilationswirkungsquerschnitt mit ungefähr 30% relativ klein. Diese zunächst widersprüchlich erscheinende Tatsache ist mit der unterschiedlichen Struktur und dem 'Off-Shell' Verhalten der beiden Annihilationsbeiträge und ihrer Auswirkung auf die $\overline{N}N$-Wellenfunktion zu erklären. Außerdem wird durch das mikroskopische Potential ein großer Beitrag zum Realteil des $\overline{N}N$-Potential erzeugt, während das optische Potential keinen Realteil enthält. Beurteilungen über die relative Wichtigkeit der Beiträge sollten daher nur bei den Observablen vorgenommen werden.

Die Rechnungen mit diesem Modell werden in diesem Kapitel den Resultaten zweier älterer $\overline{N}N$- Wechselwirkungsmodelle gegenübergestellt, die bereits in der Jülicher Gruppe entwickelt wurden. Alle Modelle bauen auf exakt dem gleichen Modell der elastischen $\overline{N}N$-Wechselwirkung auf, das durch eine G-Paritätstransformation aus einer (leicht modifizierten) Version des vollen Bonn NN Potentials gewonnen (vgl. Kapitel 3.2). Der elastische Anteil wird im gesamten Impuls- bzw. Ortsraum behandelt, es wird keine

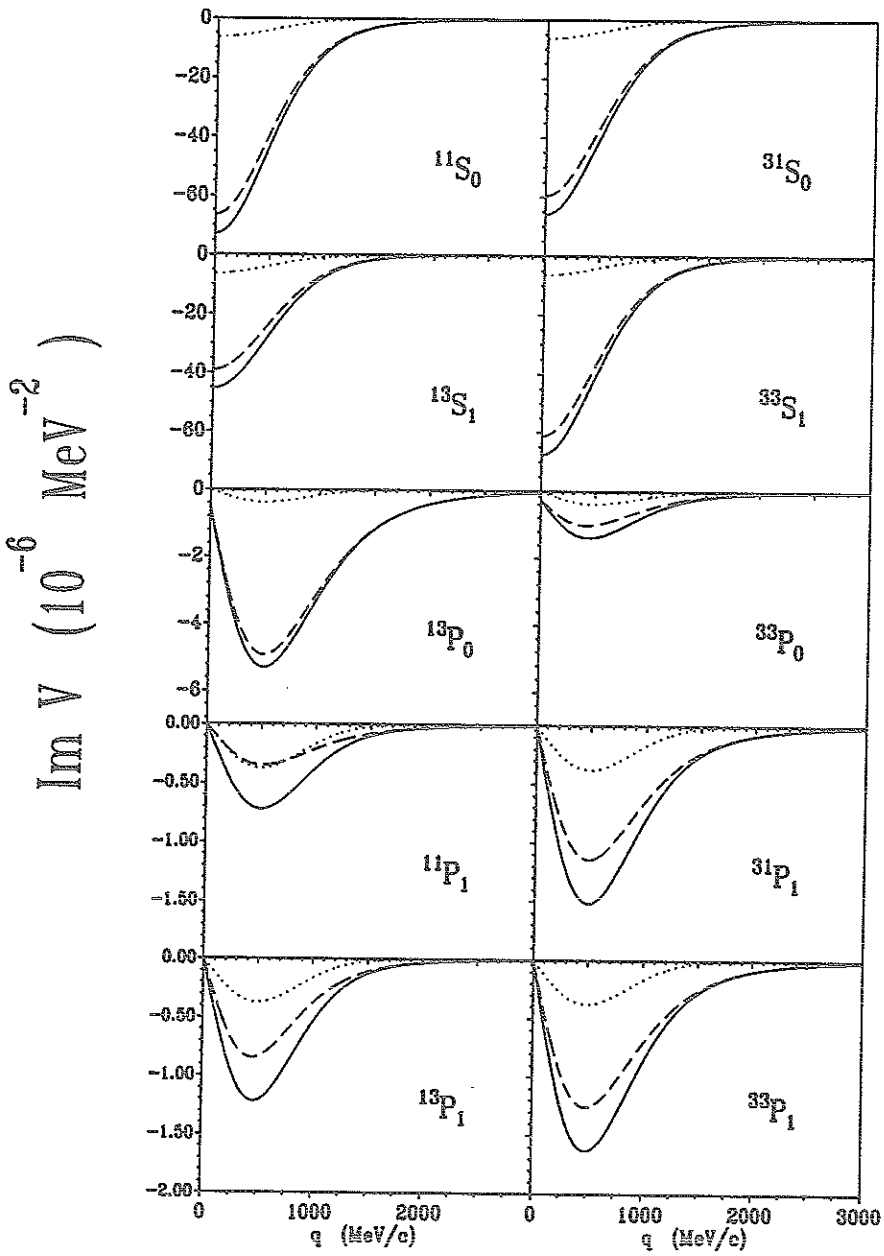


Abbildung 5.2: Der Imaginärteil des $\overline{N}N$- "Half-Off-Shell" Potentials als Funktion des auslaufenden Impulses (im CM-System) für die niedrigsten Partialwellen bei einem Laborimpuls des einlaufenden Antiprotons von $p_{lab} = 287 MeV/c$. Links sind die Potentiale für Isospin $I = 0$ dargestellt, rechts für $I = 1$. Die durchgezogene Kurven stellen den Imaginärteil von $V^{\overline{N}N}$ in unserem Modell als Summe von Zwei-Meson Annihilationsprozessen und dem optischen Potential da. Der Beitrag der mikroskopischen Beschreibung der Zwei-Meson Annihilationen ist durch die langgestrichelten Kurven dargestellt und das jeweilige optische Potential durch die gepunkteten Kurven.

willkürliche Abschneideprozedur angewendet. Untersuchungen der Sensitivität der Resultate bei der Berechnung der $\overline{N}N$-Observablen auf Modifikationen des elastischen Anteils im inneren Bereich [81] haben gezeigt, daß bei der gegenwärtigen Unsicherheit bei der Beschreibung der Annihilation Modifikationen im inneren Bereich durch Änderungen im Annihilationsteil kompensiert werden können. Aus diesem Grund verspricht eine konsistente Behandlung im Meson-Austausch Bild ohne ad-hoc Regularisierungen die besten Chancen, etwas über die Wechselwirkungen im inneren Bereich ($R < 1fm$) zu erfahren.

Im ersten, sehr einfachen Modell für die Annihilation wird die gesamte Annihilation durch ein vollkommendes zustands- und energieunabhängiges optisches Potential von Gaußscher Form beschrieben. Dieses Modell wurde in Referenz [31] entwickelt und führt zu einer sehr guten Beschreibung fast aller Observablen in der $\overline{N}N$- Streuung. Es trägt die Bezeichnung $A(BOX)$. Eine genaue Diskussion des Modells und einen Vergleich mit ähnlich strukturierten Modellen aus der Literatur (Paris-Potential [18], Nijmegen-Potential [19]) findet man in Referenz [34]. Diese drei Modelle führen zu einer absolut vergleichbaren Qualität der Beschreibung der experimentellen Streudaten. Das Modell $A(BOX)$ kann somit als Referenz zum bisher erreichten Standard in der Beschreibung der experimentellen Daten dienen. Eine aufgrund der neuesten Spinobservablen-Daten [82] entwickelte aktuelle Version des Paris–Potentials [83] führt allerdings zu einer deutlich verbesserten Beschreibung der Spin–Observablen im elastischen und vor allem im Ladungsaustausch–Kanal. Dazu wurde das optischen Potential auf phänomenologische Weise mit freien Parametern vom Spinzustand des $\overline{N}N$-Systems abhängig gemacht.

Ein mikroskopisches Modell für die Annihilation wurde von T. Hippchen in seiner Dissertation [34] entwickelt. Dort und auch in dieser Arbeit hat es als Bezeichnung den Buchstaben C. Es enthält eine mikroskopische Beschreibung der Annihilation durch Übergänge in Zwei-Mesonen Zustände mit den Kombinationen der Mesonen $\pi, \rho, \omega, \delta(a_0), \sigma(f_0)$ sowie K und K^* (insgesamt 26 Kanäle). Die analytischen Ausdrücke für die Baryon-Austausch Diagramme sind mit denen in Gl. (3.28, 3.29) identisch. Die Zwischenzustände tragen zur physikalisch beobachteten Annihilation nur etwa 20% bei. Da aber in diesem Modell die gesamte Annihilation durch diese Kanäle beschrieben werden soll, mußten die Beiträge über die physikalischen Größen hinaus vergrößert werden. Die Annihilationskanäle in diesem Modell sind deshalb als effektive Kanäle anzusehen. Die Vergrößerung der Beiträge kann durch Änderung der Kopplungskonstanten und/oder der Formfaktoren geschehen. Im Modell C wurde der Weg gewählt, die Kopplungskonstanten formal identisch zu denen

in der Beschreibung der elastischen Wechselwirkung zu lassen und die effektive Parametrisierung der nicht berücksichtigten Annihilationskanäle durch die Wahl eines besonderen Formfaktors zu erreichen. Im Modell C enthalten die Transitionpotentiale $V^{\overline{N}N \to M_i M_j}$ Formfaktoren des Typs

$$F(q^2) \;=\; \left(\frac{\Lambda^4 + M_\delta^4}{\Lambda^2 + (p_\delta^2)^2} \right)^n \;. \tag{5.1}$$

Dieser Formfaktor ist für $p_\delta \approx 0$ wesentlich größer als eins und führt daher bei den Vektormesonen mit relevanten kleinen Impulsüberträgen p_δ zu einer starken Vergrößerung der Potentialbeiträge. Die Annihilationsdiagramme sind stark abhängig vom $\overline{N}N$- Zustand (durch die Auswahlregeln) und von der Energie (durch die Propagatoren). Verwendet man viele Kanäle, kann man annehmen, daß die Zustandsabhängigkeit der Summe durch 'Mittelung' nicht sehr stark ausgeprägt sein sollte. Hierfür spricht der Erfolg der zustandsunabhängigen phänomenologischen, optischen Potentiale bei der Beschreibung der $\overline{N}N$-Observablen. Verwendet man dagegen eine effektive Beschreibung mit wenigen Kanälen und übernimmt deren Zustandsabhängigkeit, so ist die resultierende Gesamtabhängigkeit sehr stark. Dieses mikroskopische Modell ist damit im Vergleich zu dem Modell mit einem optischen Potential als extremes Gegenbeispiel bezüglich der möglichen Zustandsabhängigkeit der Annihilation anzusehen.

5.2. Die Reichweite der Annihilation

Eine zentrale Frage bei der theoretischen sowie der experimentellen Behandlung der Annihilation ist die Reichweite der Annihilationswechselwirkung [32]. Oft werden die Reichweiten verschiedener Austauschprozesse mit den Comptonwellenlängen der ausgetauschten Teilchen ($\lambda_C = \frac{\hbar c}{M_x}$) in Verbindung gebracht. Die Comptonwellenlänge des Nukleons beträgt $\lambda_C(N) = 0.21 fm$, so daß bei angenommenen Radien der Hadronen von 0.5 bis $0.8 fm$ das Baryon-Austauch Konzept von vornherein auszuscheiden scheint. Außerdem haben Analysen der experimentellen Daten [84] eine mittlere Reichweite der Annihilationswechselwirkung von $1 fm$ ergeben. Man weiß jedoch bereits aus der Behandlung der Meson-Austausch Prozesse im NN-System, daß die Hauptbeiträge des Pionaustausches für $R > 2 fm$ auftreten und der ω Austausch bei Abständen $0.5 fm < R < 1 fm$ wesentlich ist, obwohl die Comptonwellenlängen mit $\lambda_C(\pi) = 1.4 fm$ und $\lambda_C(\omega) = 0.25 fm$ sehr viel geringer sind [32]. Die Comptonwellenlänge kann als relatives Maß im Vergleich der Reichweiten verschiedenen Mesonen dienen, aber sie beschreibt nicht die absolute Reichweite.

Ein besseres Maß der Reichweite ist der Abstand mit der maximalen Wahrscheinlichkeit zur Annihilation. Dieser hängt natürlich von dem Wechselwirkungspotential, aber auch von der Gestalt der Wellenfunktion der annihilierenden Teilchen ab. Man betrachtet dazu die sogenannte Annihilationsdichte p^{IJLS} [32], die definiert ist durch:

$$\int dr\, p^{IJLS}(r) \;=\; -\int dr\,(qr)^2\ \mathrm{Im}\langle\ \Psi^{IJLS}\ |\ r\ \rangle\langle\ r\ |\ V\ |\ \Psi^{IJLS}\ \rangle\ . \tag{5.2}$$

Der Annihilationswirkungsquerschnitt, den ein imaginäres Potential erzeugt, ist gegeben durch [50]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ann} &= -\frac{2}{\hbar v}\ \mathrm{Im}\langle\ \Psi^{\overline{p}p}\ |\ V^{\overline{N}N}\ |\ \Psi^{\overline{p}p}\ \rangle \\ &= -\frac{8\pi}{\hbar v}\ \frac{1}{4\cdot 2}\ \sum_{ILS}(2L+1)\ \mathrm{Im}\langle\ \Psi^{IJLS}\ |\ V^{\overline{N}N}\ |\ \Psi^{IJLS}\ \rangle\ . \end{aligned} \tag{5.3}$$

Die Faktoren $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ ergeben sich durch Mittelung über die Spin- bzw. Isospinzustände im Anfangszustand für ein $\overline{p}p$-System. Beachtet man noch, daß die Relativgeschwindigkeit im CM-System gegeben ist als $v = \frac{\partial E_i}{\partial q_i} = \frac{2q}{E}$, so gilt also für den Annihilationswirkungsquerschnitt

$$\sigma_{ann} \;=\; \frac{\pi}{\hbar c}\frac{E}{q^3}\ \sum_{ILS}(2L+1)\int_r^\infty dr\ \ p^{IJLS}(r) \tag{5.4}$$

Die Annihilationsdichte ist für ein allgemeines, nicht-lokales Annihilationspotential definiert. Für ein lokales Potential $\langle\ r\ |\ V\ |\ r'\ \rangle = V(r)\,\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')$ gibt es eine anschauliche Interpretation. In diesem Fall gilt nämlich

$$\int dr\, p^{IJLS}(r) \;=\; -\int dr\,(kr)^2\,\mathrm{Im}V^{IJLS}(r)\,|\Psi(r)|^2\ . \tag{5.5}$$

Die Annihilationsdichte für ein lokales Potential ist also der Imaginärteil des $\overline{N}N$-Potentials multipliziert mit der Wahrscheinlichkeitsdichte des $\overline{N}N$-Systems. Um die Annihilationsdichte zu berechnen, benutzt man die Beziehungen

$$\begin{aligned} \langle\ r\ |\ V^{IJLS}\ |\ \Psi\ \rangle &= \langle\ r\ |\ T^{IJLS}\ |\ \Phi_q\ \rangle \\ \langle\ r\ |\ \Psi\ \rangle &= \langle\ r\ |\ (1+GT^{IJLS})\ |\ \Phi_q\ \rangle\ , \end{aligned} \tag{5.6}$$

mit der ebenen Welle $|\ \Phi_q\ \rangle = |\ q\ \rangle$. Die T-Matrix Elemente $\langle\ r\ |\ T\ |\ q\ \rangle$ können aus

den Matrixelementen $\langle\ q'\ |\ T\ |\ q\ \rangle$ durch eine sogenannte Fourierbesseltransformation gewonnen werden.

$$\langle\ r\ |\ T^{IJLS}\ |\ q\ \rangle\ =\ \int_0^\infty q'^2 dq' \langle\ q'\ |\ T^{IJLS}\ |\ q\ \rangle\ j_L(q'r)\ . \tag{5.7}$$

Figur 5.3 zeigt die Annihilationsdichten $p^{IJLS}(r)$ in den niedrigsten Partialwellen (S- und P-Zustände für $I = 0$ (links) und $I = 1$ (rechts). Das Maximum der Annihilationsdichte liegt für alle Modelle, also auch in den Baryon-Austausch Modellen, in dem Bereich zwischen $0.7fm$ und $1.2fm$. Trotz der kleinen Comptonwellenlänge der ausgetauschten Baryonen können also diese Modelle im experimentell bestimmten Bereich der Annihilation genügend Annihilationsdichte erzeugen. Die Annihilationsdichten sehen für die Modelle $A(BOX)$ und D recht ähnlich aus. Insbesondere die Positionen der Maxima sind in beiden Modellen nahezu gleich. Sie liegen in einem Bereich von $0.7 - 0.9fm$.

Unterschiede zwischen beiden Modellen bestehen im inneren Bereich ($R < 0.5fm$). Aufgrund der starken Absorption im Fall von $A(BOX)$ fällt hier die Annihilationsdichte auf Null ab. Bei Annäherung des $\overline{N}N$-Systems findet totale Absorption statt, das System annihiliert sofort. Die Wellenfunktion hat hier den Wert Null, die Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines $\overline{N}N$-Paares bei Abständen kleiner $0.5fm$ verschwindet. Die Situation im Modell D ist anders. Die Annihilationsdichte fällt für kleine Abstände zwar ebenfalls ab, aber es gibt Nebenmaxima. Dies bedeutet, daß das $\overline{N}N$-System auch bei kleineren Abständen existieren kann. Dies zeigt, wie wichtig eine konsistente Behandlung auch unter Einschluß des inneren Bereiches ist, um eindeutige Aussagen über das Verhalten und die Fähigkeiten der Modelle treffen zu können.

Die Charakteristik des Modell C ist verschieden von der von Modell $A(BOX)$ und D. Das Maximum der Annihilationsdichte liegt in diesem Modell generell bei etwas größeren Abständen. Insbesondere in den Spin-Singlett Partialwellen $^{11}S_0$ und $^{11}P_1$ sieht man große Unterschiede. Dagegen ist im $^{33}S_1$-Zustand die Annihilationsdichte kleiner als in den beiden anderen Modellen. Man sollte sich bewußt sein, daß die Unterschiede zwischen den Partialwellen im Fall des zustandsunabhängigen Annihilationsmodell $A(BOX)$ nur auf der $\overline{N}N$- Wellenfunktion beruhen und also durch das elastische Potential verursacht werden, während für Modell C und D auch die Zustandsabhängigkeit der Annihilationswechselwirkung eine Rolle spielt.

In der Literatur wurden Annihilationsdichten bereits in verschiedenen Modellen un-

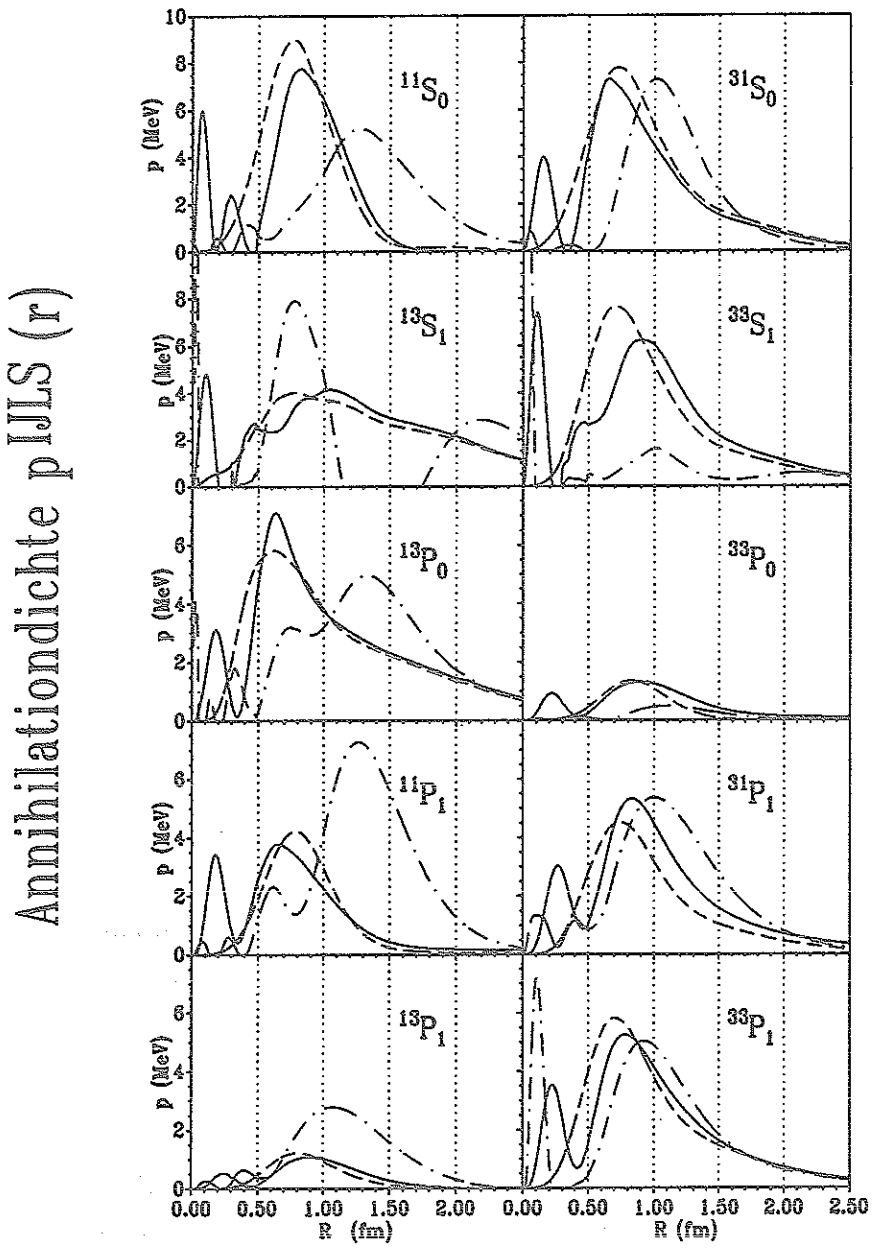


Abbildung 5.3: Die Annihilationsdichte p^{IJLS} in den niedrigsten Partialwellen. Auf der linken Seite sind die Dichten für Isospin $I = 0$ dargestellt, auf der rechten Seite für $I = 1$. Die oberen zwei Zeilen zeigen die Annihilationsdichten in S-Zuständen, die unteren die aus P-Zuständen. Die Ergebnisse von Modell D sind durch durchgezogene Kurven gekennzeichnet, die im Modell A(BOX) durch gestrichtelte und die vom Modell C durch strichpunktierte Linien.

tersucht, unter anderem von Povh et al. [85], Shibata et al. [84] und Carbonell et al. [86]. Die Autoren der letzten Arbeit behandeln die Annihilation des Protonium-Atoms und verwenden deshalb Protonium-Wellenfunktionen. Sie finden keine wesentliche Änderung der Annihilationsdichte, wenn statt der Streuzustände die Wellenfunktionen des Protoniums verwendet werden. Die unterschiedlichen mittleren Reichweiten, die in diesen Arbeiten gefunden wurden (Povh:$1.2fm$, Carbonell: $0.8fm$) werden in Referenz [86] mit einer unterschiedlichen und im Fall von Povh zu einfachen Behandlung der Annihilationswechselwirkung erklärt. Carbonell et al. untersuchen die Wechselwirkungsmodelle von Dover-Richard (DR1 und DR2) [20, 21] und Kohno und Weise [87] und finden qualitative Übereinstimmung der Annihilationsdichten in der $^3P_1$ Welle. Da in allen diesen Modellen phänomenologische optische Potentiale für die Annihilationwechselwirkung verwendet werden, ist das Verhalten und die Struktur der Annihilationsdichte sehr ähnlich.

5.3. Totale Wirkungsquerschnitte

Abbildung 5.4 zeigt die 4 Wirkungsquerschnitte der $\overline{p}p$ Wechselwirkung, wobei jeder Wirkungsquerschnitt in ein eigenes Diagramm eingetragen wurde, um die Unterschiede der Modelle verdeutlichen zu können. Der totale Wirkungsquerschnitt wird von allen Modellen in sehr guter Qualität wiedergegeben. Er zeigt wie die experimentellen Daten einen glatten, monotonen Verlauf und gibt keine Hinweise auf die Existenz von Resonanzen im $\overline{N}N$-System in diesem Energiebereich.

In der Beschreibung des elastischen Wirkungsquerschnitts zeigen sich Unterschiede zwischen den Modellen. Für kleine Energien sind die elastischen Wirkungsquerschnitte der Modelle $A(BOX)$ und D zu groß und der Anstieg zu steil. Modell C zeigt hier eine andere Energieabhängigkeit, die besser mit den Daten übereinstimmt.

In der Beschreibung des Ladungsaustausch–Wirkungsquerschnitts zeigt das Ergebnis von Modell D gute Übereinstimmung mit den Daten. Die Beschreibung des Ladungsaustausch-Prozesses ist nicht selbstverständlich. Die Amplitude für diesen Prozeß ergibt sich aus der Differenz der Isospin 0 und der Isospin 1 Amplitude (Gl. (4.17)), während der elastische Prozeß durch die Summe der beiden Isospinamplituden beschrieben wird. Die beiden Isospinamplituden haben etwa die gleiche Größe, da der Ladungsaustausch–Wirkungsquerschnitt nur etwa 10% vom totalen Wirkungsquerschnitt beträgt. Der Ladungsaustausch-Kanal ist daher viel sensitiver auf kleine Änderungen der relativen Gewichtung der Isospinamplituden. Das mikroskopische Modell C kann den

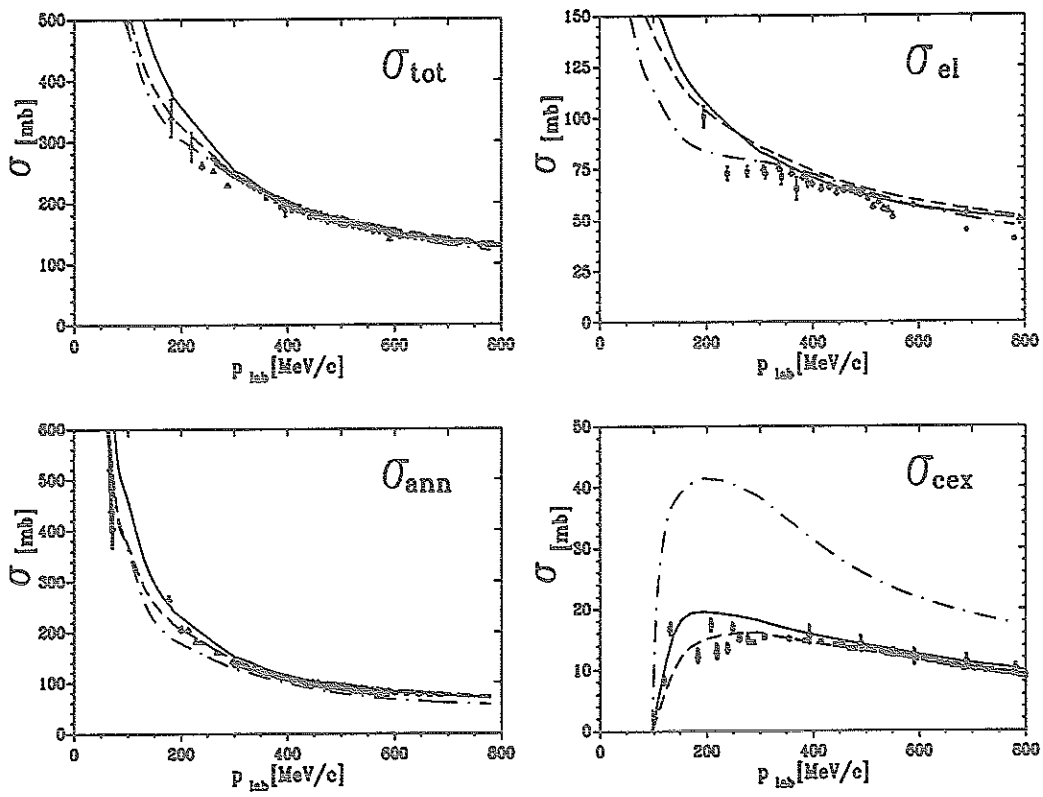


Abbildung 5.4: Totaler (σ_{tot}), elastischer (σ_{el}), Ladungsaustausch- (σ_{cex}) und Annihilationswirkungsquerschnitt (σ_{ann}) der Antiproton-Proton Streuung. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Referenzen zu den Daten sind Abbildung 5.1 *zu entnehmen.*

Ladungsaustausch–Prozeß nicht richtig beschreiben und liefert etwa um einen Faktor 2 zu große Werte für den Wirkungsquerschnitt. In Referenz [34] wird betont, daß eine (phänomenologische) Isospinmittelung des Annihilationspotentials zu einer problemlosen Beschreibung dieser Reaktion führt. Dann hebt sich in der Differenz der Isospinamplituden der Beitrag des Annihilationpotentials auf. Im Modell D ist eine Isospinabhängigkeit der Annihilation durchaus vorhanden, aber sie ist offenbar nicht so stark ausgeprägt und wird von den Daten akzeptiert.

Der Annihilationswirkungsquerschnitt wird berechnet durch

$$\sigma_{ann} = \sigma_{tot} - \sigma_{el} - \sigma_{cex} \quad . \tag{5.8}$$

Mit Modell D kann der Annihilationswirkungsquerschnitt gut reproduziert werden. Modell C liefert dagegen nur 90% der empirischen Annihilationsstärke. Bei sehr kleinen Energien kann man Unterschiede in der Energieabhängigkeit des Annihilationswirkungsquerschnittes in den Modellen D und $A(BOX)$ sehen.

In Referenz [31] wurde gezeigt, daß im $\overline{N}N$-System schon bei relativ niedrigen Energien Partialwellen mit höheren Bahndrehimpulsen wichtig werden und bei einem Laborimpuls von etwa $p_{lab} = 350 MeV/c$ die Beiträge von S- und P-Wellen vergleichbar groß sind. In Tabelle 5.2 sind die Beiträge der Partialwellen zu den Wirkungsquerschnitten bei zwei Energien (oben: $E_{lab} = 5MeV$ bzw. $p_{lab} = 100MeV/c$, unten: $E_{lab} = 78MeV$ bzw. $p_{lab} = 390MeV/c$) angegeben. Bei der niedrigen Energie ist das $\overline{p}p$-System nahezu in Ruhe und daher dominieren die S-Wellen die Wechselwirkung. Beiträge höherer Bahndrehimpulse sind im elastischen Wirkungsquerschnitt zu vernachlässigen und in der Annihilation klein. Die Verhältnisse der Partialwellen sind in den Modellen $A(BOX)$ und D sehr ähnlich. Die Bedeutung der Partialwellen im Modell C ist dagegen völlig anders: dort hat der $^1S_0$-Zustand fast die gleiche Stärke wie der $^3S_1$-Zustand, während in den Modellen $A(BOX)$ und D der $^3S_1$-Zustand wesentlich wichtiger ist. Einen deutlichen Unterschied zwischen den Modellen $A(BOX)$ und D erkennt man im $^3D_1$-Zustand. Dieser Zustand ist über die Tensorkraft mit dem $^3S_1$-Zustand gekoppelt: offensichtlich weist die Annihilationswechselwirkung im Modell D eine starke Tensorkomponente auf, während das phänomenologische Potential von Modell $A(BOX)$ nur zentrale Komponenten enthält. Deshalb ist der Wirkungsquerschnitt in der $^3D_1$-Partialwelle in Modell D wesentlich größer als im Modell $A(BOX)$. Bei der zweiten Energie, die im mittleren Bereich der in dieser Arbeit betrachteten Energien liegt, sind die Beiträge der S- und P-Wellen bereits von gleicher Größenordnung. Die D-Wellen tragen auch schon nennenswert zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei. Weitere Rechnungen ergaben, daß bei einem Impuls $p_{lab} = 690MeV/c$ die D-Wellenbeiträge etwa von gleicher Größe wie die S- und P-Wellenbeiträge sind.

Der totale Wirkungsquerschnitt ist durch das optische Theorem mit dem Imaginärteil der Streuamplitude in Vorwärtsrichtung verbunden. Er verhält sich deshalb linear in der Amplitude, und die Beiträge der einzelnen Partialwellen können zum gesamten Wirkungsquerschnitt aufsummiert werden. Eine ähnliche Beziehung gilt für den Annihilationswirkungsquerschnitt, der nach Gl. (5.3) dem Imaginärteil des Potentials proportional ist. Die Summe der Annihilationswirkungsquerschnitte der einzelnen Partialwellen ist jedoch

Tabelle 5.2: Die Beiträge der 10 niedrigsten Partialwellen (S-,P- und D-Zustände) zum totalen, elastischen und Annihilationswirkungsquerschnitt. Der obere Teil der Tabelle enthält die Werte für eine Laborenergie des einlaufenden Antiprotons $E_{lab} = 5MeV$ oder einem Laborimpuls von $p_{lab} = 100MeV/c$, der untere Teil für eine Laborenergie von $E_{lab} = 78MeV$ oder einem Impuls $p_{lab} = 390MeV/c$.

$p\bar{p}$	σ_{tot}			σ_{el}			σ_{ann}		
Zustand	A(BOX)	C	D	A(BOX)	C	D	A(BOX)	C	D
$p_{lab} = 100MeV/c$									
$^1S_0$	100.2	182.9	84.6	23.0	77.5	17.7	77.2	105.4	66.9
$^3S_1$	344.1	205.6	432.7	117.3	31.8	137.9	226.8	173.7	294.8
$^1P_1$	12.0	32.6	26.6	0.39	1.1	1.04	11.6	31.5	25.6
$^3P_0$	21.1	45.9	30.1	1.0	4.1	2.2	20.	41.8	27.9
$^3P_1$	16.3	14.7	18.5	0.39	0.18	0.5	15.9	14.6	18.0
$^3P_2$	28.8	6.0	29.9	0.41	0.22	0.37	28.4	5.8	29.5
$^1D_2$	0.05	0.28	0.07	0.002	0.002	0.002	0.05	0.28	0.07
$^3D_1$	1.2	1.5	8.9	0.002	0.003	0.86	1.2	1.5	8.1
$^3D_2$	0.07	0.22	0.07	0.003	0.003	0.003	0.07	0.22	0.07
$^3D_3$	0.07	0.12	0.075	–	–	–	0.07	0.12	0.075
Σ	523.9	489.8	631.5	142.5	114.9	160.6	381.1	374.9	471.0
alle PW	523.9	496.9	631.5	142.8	116.7	160.6	381.0	380.2	471.0
$p_{lab} = 390MeV/c$									
$^1S_0$	15.7	20.2	15.3	8.0	12.3	8.0	7.6	5.9	7.2
$^3S_1$	55.9	33.6	50.1	31.7	11.9	25.1	24.0	17.0	24.0
$^1P_1$	22.5	39.7	27.8	5.2	15.7	7.7	17.0	23.8	19.4
$^3P_0$	9.5	13.2	11.5	3.2	5.9	4.2	5.2	4.1	5.6
$^3P_1$	26.8	36.3	27.1	9.5	13.2	10.5	14.4	18.9	14.6
$^3P_2$	49.4	26.0	46.7	14.6	9.1	13.2	34.0	13.6	33.0
$^1D_2$	3.5	8.7	3.8	0.57	0.48	0.43	2.7	7.9	3.1
$^3D_1$	5.1	9.9	7.9	0.26	0.99	0.89	4.6	8.1	7.0
$^3D_2$	7.1	12.4	6.1	0.39	1.6	0.35	3.7	8.9	3.0
$^3D_3$	6.2	3.3	5.6	0.84	0.36	0.67	5.0	3.0	4.7
Σ	201.7	203.3	201.9	74.3	71.5	71.0	118.2	111.2	121.6
alle PW	204.8	213.2	205.2	75.1	75.8	71.8	115.1	103.3	117.4

größer als der Gesamtannihilationswirkungsquerschnitt einer Rechnung mit Berücksichtigung aller Partialwellen. Dies hat folgenden Grund: Der Annihilationswirkungsquerschnitt wird hier nach Gl. (5.8) als Differenz von totalem Wirkungsquerschnitt und der Summe von elastischem und Ladungsaustausch–Wirkungsquerschnitt berechnet. In die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitt über das optische Theorem geht nur der Anfangszustand ein. Betrachtet man nun Partialwellen einzeln, so sind drehimpulsändernde Übergänge ($\Delta L = 2$, durch die Tensorkraft) im totalen Wirkungsquerschnitt enthalten, während die elastischen Wirkungsquerschnitte der entsprechenden Übergänge nicht berücksichtigt sind. Durch die Differenzbildung sind diese Beiträge damit im Annihilationswirkungsquerschnitt enthalten. Zur Berechnung des "echten" Annihilationswirkungsquerschnitt muß man also die elastischen Anteile der ($\Delta L = 2$) Übergänge subtrahieren.

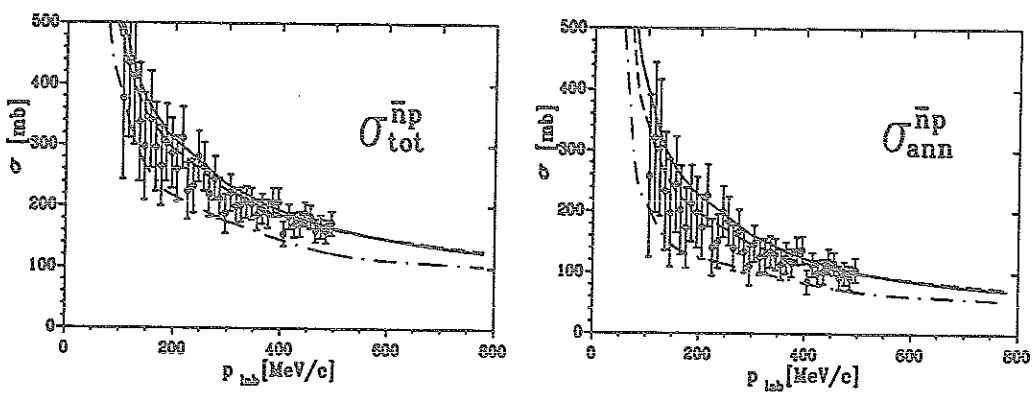


Abbildung 5.5: Totaler Wirkungsquerschnitt (σ_{tot}) und Annihilationswirkungsquerschnitt (σ_{ann}) der Antineutron-Proton ($\bar{n}p$) Streuung. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus Referenz [88].

Neben der Streuung und der Annihilation des $\bar{p}p$-Systems gibt es seit einiger Zeit auch Daten von der Streuung und Annihilation von Antineutronen mit Protonen ($\bar{n}p$) [88]. Dieser Kanal ist ein reiner Isospin 1 Zustand. Neben der Beschreibung der elastischen und Ladungsaustausch-Reaktion im $\bar{p}p$-System bietet diese Reaktion im Prinzip die Möglichkeit, die Isospinverhältnisse zu testen. Leider sind die experimentellen Fehler in dieser Reaktion zur Zeit beträchtlich größer als in der $\bar{p}p$-Streuung. Die Voraussagen unserer Modelle sind in Abbildung 5.5 zu sehen. Die Ergebnisse der Rechnungen mit den Modellen D und $A(BOX)$ stimmen mit den Daten gut überein. Auch hier werden die

verschiedenen Isospinverhältnisse zwischen dem konsistenten Modell D (und dem Modell $A(BOX)$) einerseits und dem Modell C deutlich. Mit Modell C erhält man in diesem reinen Isospin $I = 1$ Kanal einen deutlich zu kleinen Wirkungsquerschnitt, woraus man schließen muß, daß die Isospin $I = 1$ Amplitude etwas zu klein ist.

5.4. Winkelabhängige Observablen

Die Unterschiede der verschiedenen Modelle in den Partialwellen werden sich natürlich in der Beschreibung der winkelabhängigen Observablen niederschlagen. Das Modell $A(BOX)$ beschreibt nahezu alle bisher bekannten Daten mit sehr guter Qualität. Aufgrund der ähnlichen Partialwellenstruktur der Modelle D und $A(BOX)$ ist zu erwarten, daß in diesem konsistenten und theoretisch wesentlich besser fundierten Modell ebenfalls eine gute Beschreibung der Daten gelingt.

Seit der Inbetriebnahme des Anitprotonenbeschleunigerringes LEAR bei CERN in Genf hat sich die Zahl und die Qualität der verfügbaren Daten vor allem im Niederenergiebereich deutlich erhöht. Weitere Verbesserungen sind in naher Zukunft vor allem durch die Messung weiterer spinabhängiger Observablen zu erwarten. Die Anforderungen an die theoretischen Modelle werden dadurch steigen und vielleicht bietet sich die Möglichkeit, verschiedene Ansätze zur Beschreibung der Annihilation zu diskriminieren. (Für die Reaktion $\overline{p}p \to \overline{\Lambda}\Lambda$ wird eine solche Möglichkeit in Referenz [14] diskutiert.)

Zunächst werden wir die Observablen der elastischen Streuung $\overline{p}p \to \overline{p}p$ untersuchen. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte (Abbildung 5.6) zeigen mit steigender Energie einen steilen Vorwärtsanstieg, der die Darstellung auf einer logarithmischen Skala notwendig macht, um das Verhalten im rückwärtigen Bereich erkennen zu können. Die Wechselwirkung in Vorwärtsrichtung wird vor allem durch die langreichweitigen Anteile dominiert [22]. Der elastische Anteil ist in allen drei in dieser Arbeit diskutierten Modellen identisch und deshalb ist die Beschreibung der Daten in Vorwärtsrichtung nahezu gleich. Bei niedriger Energie zeigen die Daten für extreme Vorwärtswinkel einen sehr steilen Anstieg, der auf die Coulombwechselwirkung im $\overline{p}p$-System zurückzuführen ist. Die Coulombwechselwirkung wurde in dieser Arbeit vernachlässigt, so daß unsere Modelle dieses Verhalten nicht reproduzieren. Die Unterschiede in der Beschreibung der Annihilation sind im mittleren und rückwärtigem Winkelbereich zu sehen. Die Position und die Tiefe des Minimums sind verschieden ausgeprägt. Bei den höchsten Energien sind in der Abbildung 5.6 zwei Datensätze eingetragen, die sich in der Tiefe des Minimums unterscheiden. Aufgrund der

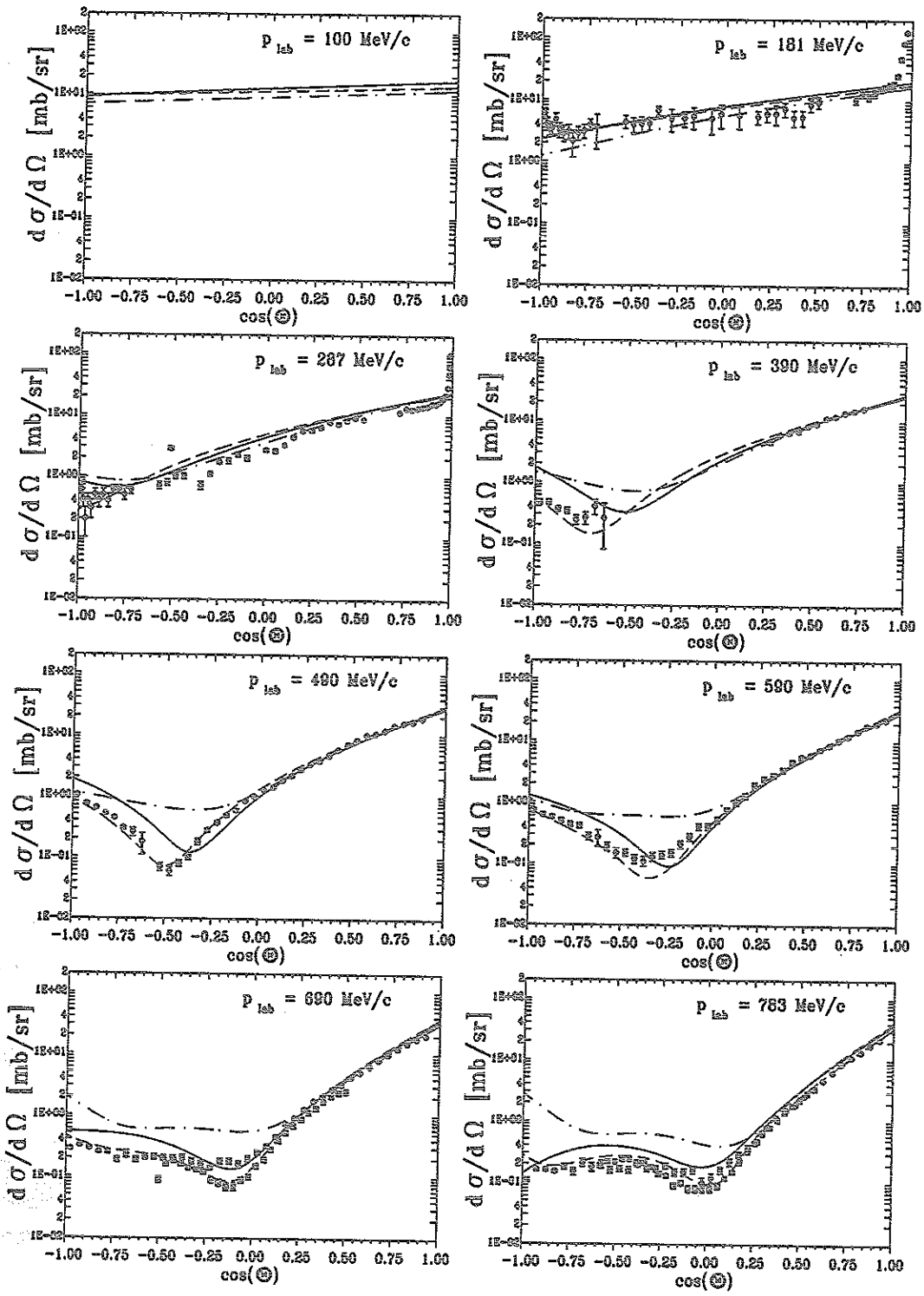


Abbildung 5.6: Differentielle Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung $\overline{p}p \rightarrow \overline{p}p$. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus den Referenzen [75, 89, 90].

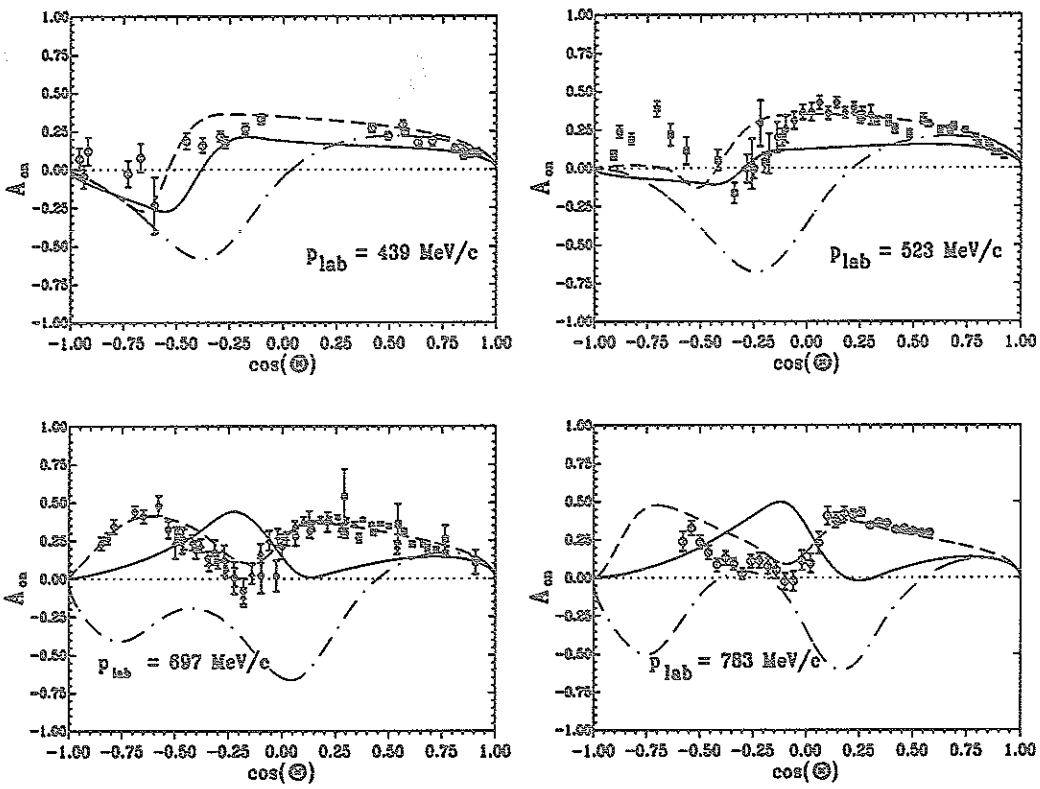


Abbildung 5.7: Analysierstärken A_n der elastischen Streuung $\overline{p}p \rightarrow \overline{p}p$ bei vier Energien. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit $A(BOX)$ gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus Referenz [90, 91, 92].

logarithmischen Darstellung wirken sich Normierungsprobleme in der Auswertung der experimentellen Daten hier stark aus. Der Bereich des Minimums und der rückwärtigen Winkel ist für den Wert des integrierten elastischen Wirkungsquerschnitt nicht wesentlich und deshalb kann man eine richtige Beschreibung nicht automatisch aus der Reproduktion der integrierten Wirkungsquerschnitte erwarten.

Modell D kann die differentiellen elastischen Wirkungsquerschnitte für die höheren Energien im Bereich des Minimums gut beschreiben, ergibt aber für die Rückwärtswinkel zu große Werte. Für niedrige Energien ist das Minimum etwas in Richtung zu kleineren Winkeln verschoben. Die Beschreibung durch das phänomenologische Modell $A(BOX)$ ist generell sehr gut, Modell C liegt im Bereich der großen Winkel ($\cos\theta < 0$) zu hoch. Hier ist durch das neue Modell eine Verbesserung erzielt worden, denn seine Resultate liegen näher an den Daten als die von Modell C.

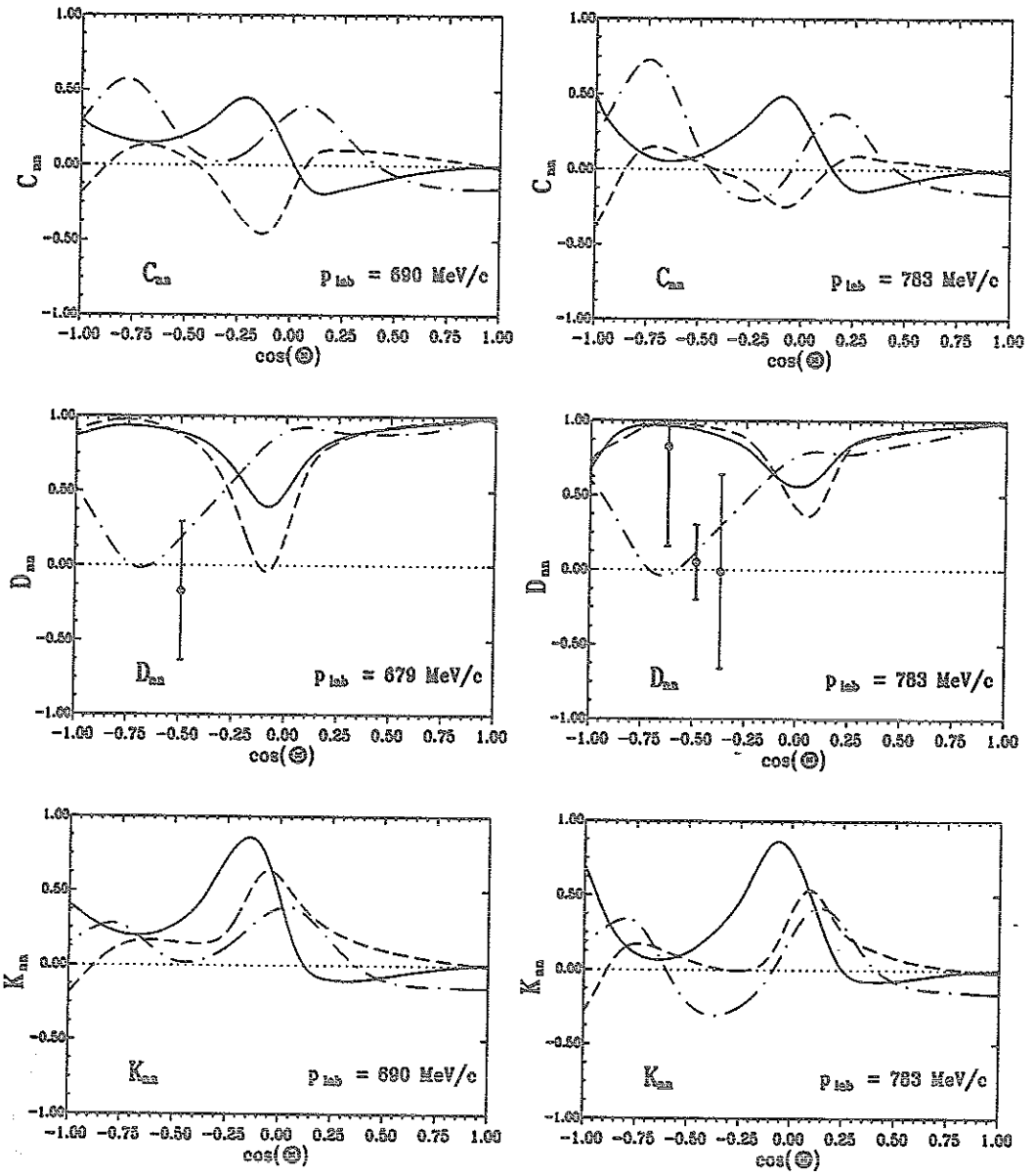


Abbildung 5.8: Die Spinobservablen Spinkorrelation C_{nn}, Depolarisation D_{nn} und Spintransfer K_{nn} der elastischen Streuung $\overline{p}p \rightarrow \overline{p}p$ bei zwei Energien. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Aufgrund der experimentellen Schwierigkeiten bei der Polarisationsanalyse der Ejektile gibt es bis heute nur wenige Daten [93].

In Abbildung 5.7 sind die Analysierstärken A_n der elastischen $\overline{p}p$ Streuung dargestellt. Diese Observable kann mit den theoretisch fundierten Modellen nicht richtig beschrieben werden. Für kleine Energien stimmt die mit Modell D berechnete Analysierstärke zwar noch relativ gut mit den experimentellen Daten überein, aber mit zunehmender Energie verschiebt sich das Minimum im Vergleich mit den Daten nach rechts und der Betrag der Analysierstärke ist zu klein. Die Beschreibung dieser Observablen reagiert sehr empfindlich auf die kurzreichweitigen Wechselwirkungen, und bereits die Berücksichtigung weiterer Kanäle kann diese Ergebnisse stark verändern. Die Beschreibung dieser sensitiven Observable ist mit dem neuen Modell D verbessert im Vergleich mit dem mikroskopischen Modell C.

Schließlich sind in Abbildung 5.8 die Spinobservablen C_{nn} (Spinkorrelation), D_{nn} (Depolarisation) und K_{nn} (Spintransfer) der elastischen $\overline{p}p$-Streuung dargestellt. Die Messung dieser Observablen ist wegen der Analyse der Spinrichtung eines gestreuten Teilchens schwierig, und es gibt erst wenige Daten.

Nun wollen wir uns der Ladungsaustausch–Reaktion $\overline{p}p \rightarrow \overline{n}n$ zuwenden. In der Diskussion der integrierten Wirkungsquerschnitte wurde bereits erwähnt, daß diese Reaktion aufgrund ihrer Isospinstruktur als Differenz zweier Isospinamplituden sehr sensitiv auf Unterschiede in den Modellen ist. In den Figuren sind auch die Ergebnisse des Modells C gezeigt, obwohl dieses Modell die Daten nicht beschreiben kann, da bereits der integrierte Ladungsaustausch-Wirkungsquerschnitt viel zu groß ist.

In Abbildung 5.9 sieht man die differentiellen Wirkungsquerschnitte dieser Reaktion. Die Ergebnisse des Modell D stehen in guter Übereinstimmung mit den Daten. Wie in allen ähnlich strukturierten Modellen zeigt der differentielle Wirkungsquerschnitt für das Modell $A(BOX)$ eine sogenannte "Bump-Dip" Struktur in Vorwärtsrichtung. Bei den höheren Energien suggerieren die Daten ebenfalls eine solche Struktur, die jedoch längst nicht so stark ausgeprägt ist wie in der Rechnung mit $A(BOX)$. Abbildung 5.10 zeigt die Analysierstärken. Das in der Beschreibung der elastischen Spinobservablen erfolgreiche phänomenologische Annihilationsmodell $A(BOX)$ kann diese Daten nicht sehr gut beschreiben. Die Ergebnisse von Modell D zeigen in Vorwärtsrichtung eine ähnliches Verhalten wie die Daten, aber der Betrag der Analysierstärke ist zu klein. Für mittlere Winkel sind die Werte der Analysierstärke sehr groß und positiv, während in den Daten

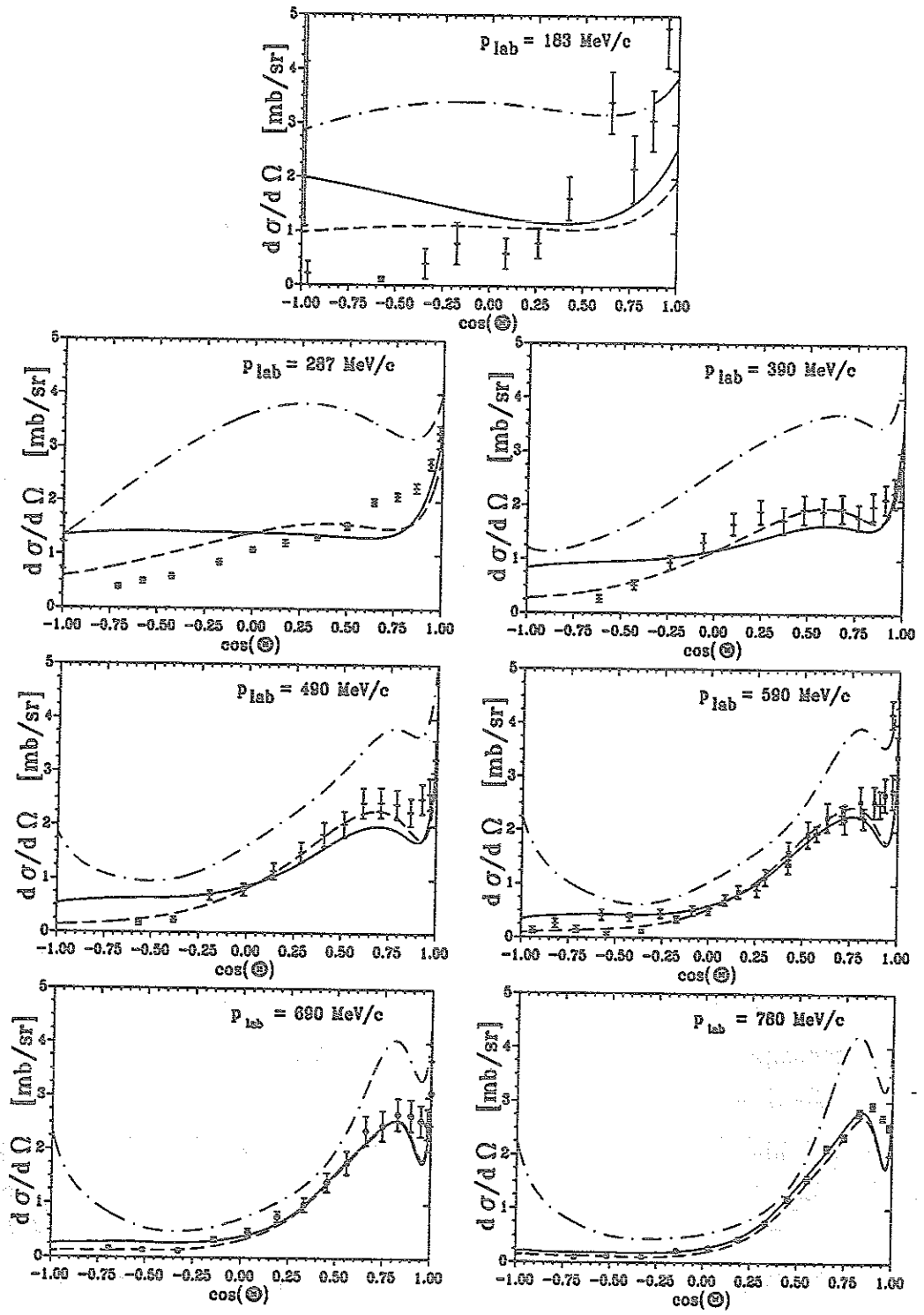


Abbildung 5.9: Differentielle Wirkungsquerschnitte der Ladungsaustausch-Reaktion $\overline{p}p \rightarrow \overline{n}n$. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus den Referenzen [77, 78].

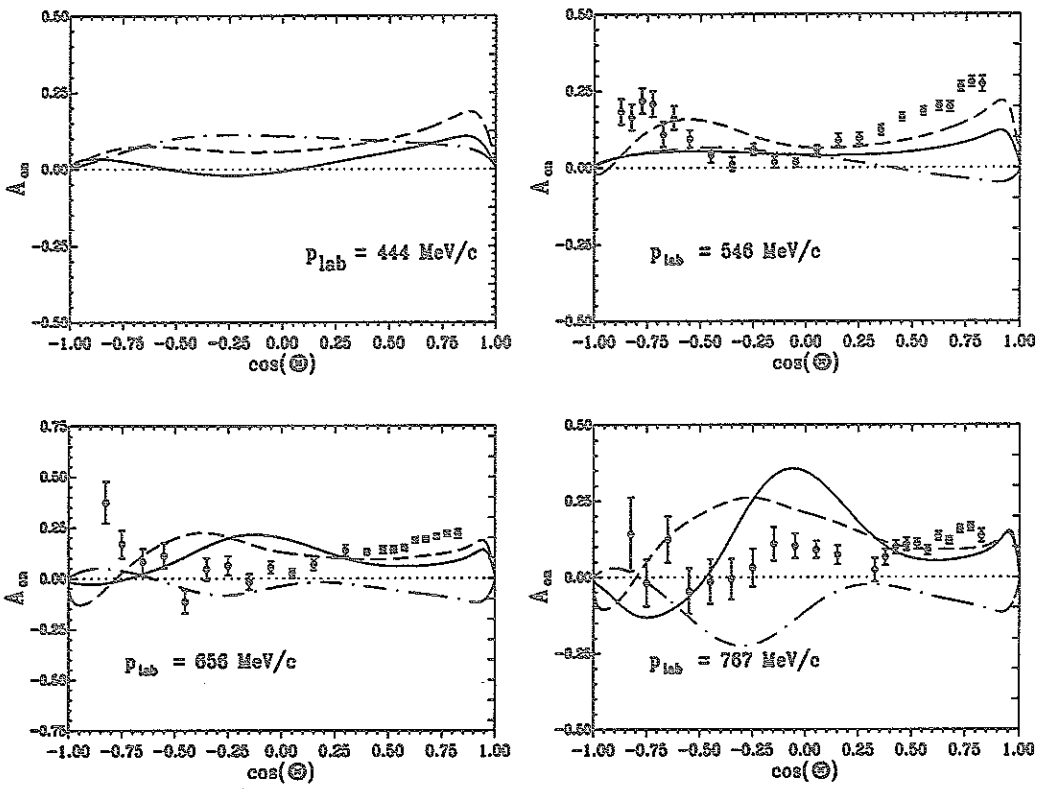


Abbildung 5.10: Analysierstärken A_n der Ladungsaustausch-Reaktion $\overline{p}p \rightarrow \overline{n}n$ bei vier Energien. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit $A(BOX)$ gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus Referenz [94].

ist ein entsprechendes Verhalten nicht zu beobachten ist. Modell C beschreibt die Daten nicht richtig, bei den höheren Energien ist das Vorzeichen der Analysierstärke falsch. Schließlich sind in Abbildung 5.11 auch die Spinobservablen C_{nn}, D_{nn} und K_{nn} gezeigt, für die keine experimentellen Daten vorliegen. Für D_{nn} sollen jedoch in naher Zukunft Daten veröffentlicht werden.

Zum Abschluß der Diskussion der $\overline{N}N$-Streuobservablen soll noch der ρ-Parameter gezeigt werden. Der ρ-Parameter ist als Verhältnis von Realteil zu Imaginärteil der Streuamplitude in Vorwärtsrichtung definiert. In Referenz [34] werden die Annahmen über den sogenannten Spinparameter η diskutiert, die in die Extraktion dieses Parameters aus den Daten eingehen: die Unsicherheiten in der Bestimmung von ρ beträgt ungefähr 0.1.

Die experimentellen Daten zum ρ-Parameter zeigen bei einem Laborimpuls von $p_{lab} \approx 200 MeV/c$ ein Maximum, während alle phänomenologischen Modelle und auch

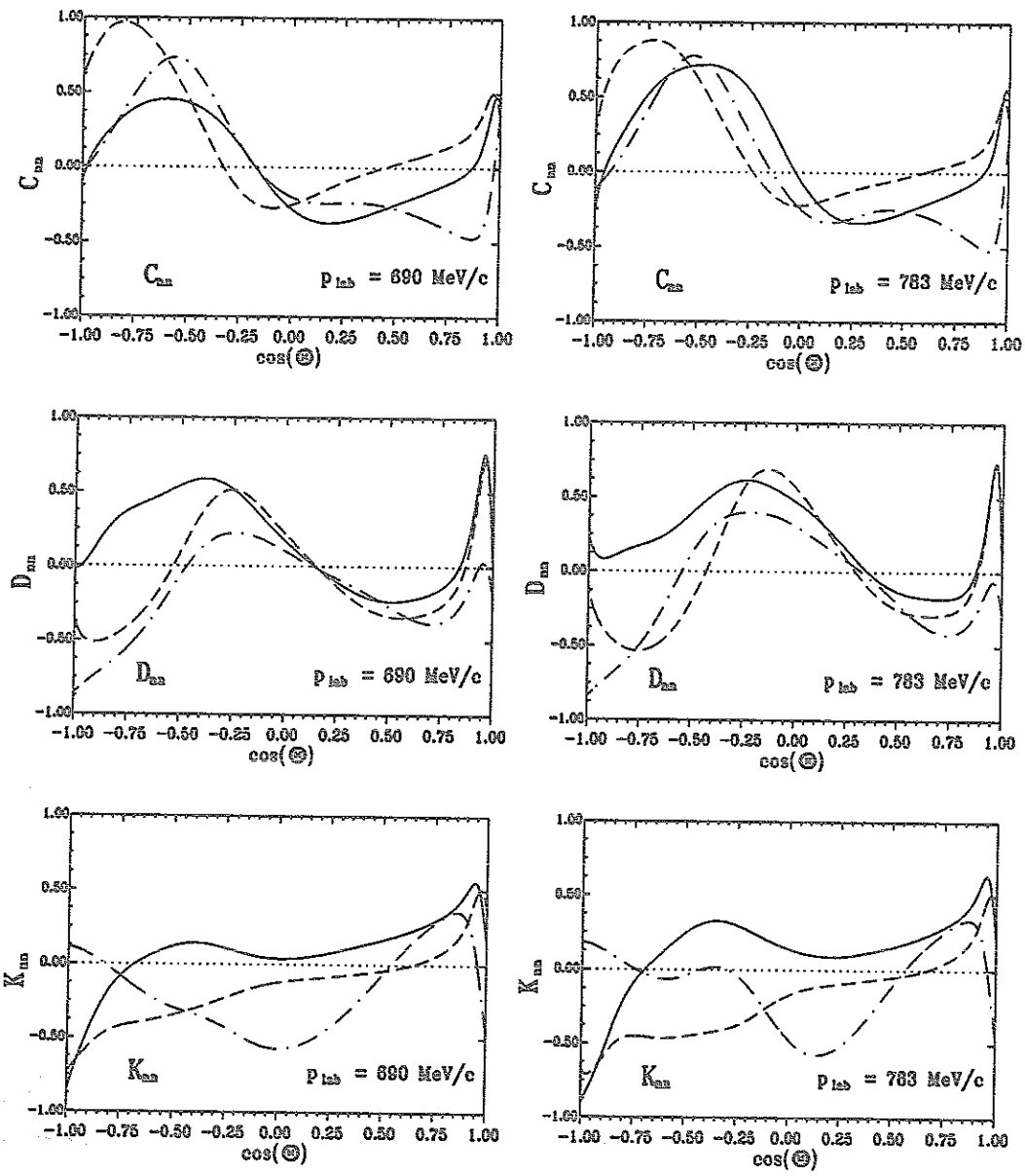


Abbildung 5.11: Die Spinobservablen Spinkorrelation C_{nn}, Depolarisation D_{nn} und Spintransfer K_{nn} der Ladungsaustausch-Reaktion $\overline{p}p \rightarrow \overline{n}n$ bei zwei Energien. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Aufgrund der experimentellen Schwierigkeiten bei der Polarisationsanalyse der gestreuten Ejektile gibt es für die in dieser Arbeit berücksichtigten Energien noch keine Daten [82]. Eine Messung der Depolarisation D_{nn} bei einem Laborimpuls von $p_{lab} = 608 MeV/c$ befindet sich noch in der Auswertung [95].

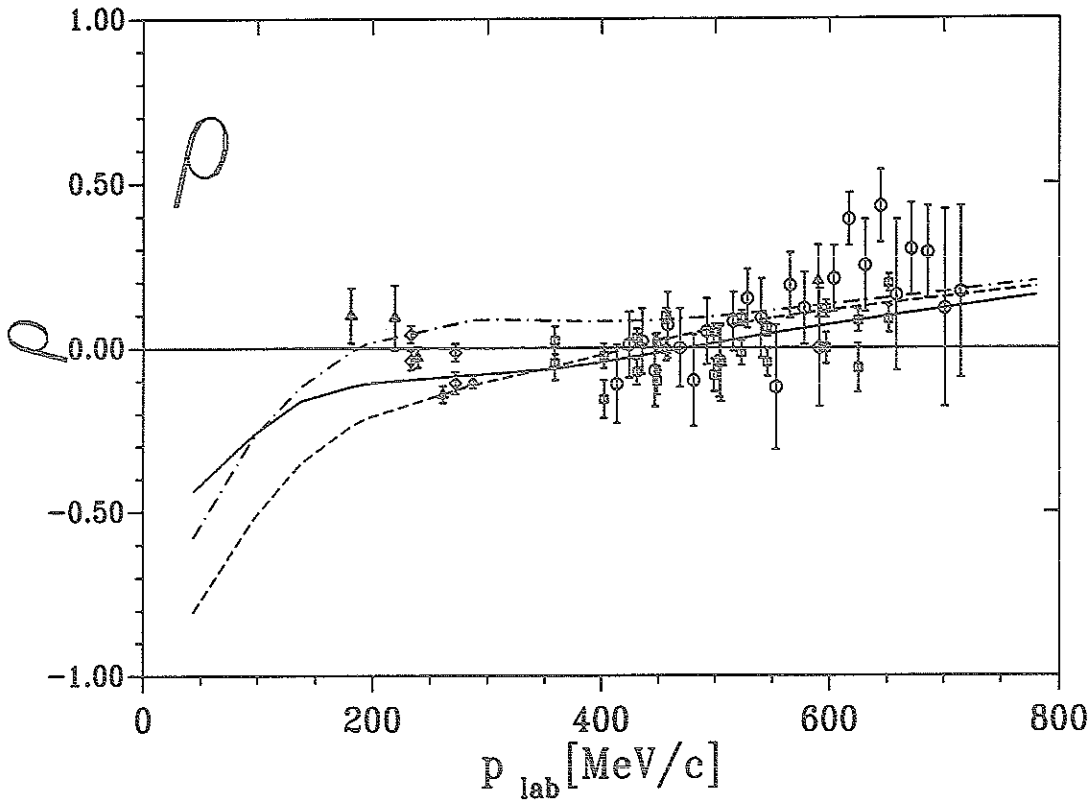


Abbildung 5.12: Der ρ Parameter ist als Verhältnis von Realteil zu Imaginärteil der Streuamplitude in Vorwärtsrichtung definiert. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit $A(BOX)$ gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten stammen aus Referenzen [96, 97, 98, 99].

$A(BOX)$ ein glattes Verhalten vorhersagen. Ein wesentliches Ergebnis des mikroskopischen Modells C war die Ausbildung einer Schulter im ρ-Parameter. Das Modell D ergibt für den ρ-Parameter ebenfalls eine Schulter oder ein Plateau. Es liegt gut in dem Bereich, den verschiedene Analysen der Daten ergeben haben. Für kleine Energien strebt der ρ-Parameter gegen -1, was von des Messungen in Referenz [99] bestätigt wird.

5.5. Annihilation in zwei Mesonen

5.5.1. Das $\overline{p}p$-System in Ruhe: Verzweigungsverhältnisse

Die Betrachtung der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems in Ruhe hat mehrere Gründe: Die experimentellen Techniken erlauben den Nachweis einer großen Zahl von Kanälen mit relativ hoher Präzision. Da das $\overline{N}N$-System in Ruhe ein sogenanntes Protonium-Atom bildet, tragen nur wenige Partialwellen zur Annihilation bei, und es ist gelungen, selektiv die Annihilation aus S- oder P-Wellen zu untersuchen. So bietet sich die Möglichkeit, Modelle für den Annihilationsmechanismus auf ihre Zustandsabhängigkeit zu testen und festzulegen. Hierzu ist eine konsistente Behandlung der $\overline{N}N$-Wechselwirkung im Anfangskanal und des Annihilationsprozesses besonders wichtig. Die Konsistenzforderung und die gleichzeitige Beschreibung der Streu- und Annihilationsdaten durch unser Modell läßt Schlußfolgerungen eher zu als bisherige Rechnungen, die die Annihilationswechselwirkung im Anfangszustand durch ein phänomenologisches Modell beschreiben.

In der experimentellen Untersuchung der Annihilation weist man in den Detektoren Pionen und Kaonen nach. Die Annihilation erfolgt mit der größten Wahrscheinlichkeit in fünf Pionen [51], obwohl die Masse des $\overline{N}N$-System für die Erzeugung von bis zu 13 Pionen ausreicht. In den mesonischen Endzuständen lassen sich starke Korrelationen zwischen Pionen durch Resonanzen nachweisen. Ein großer Teil der Annihilation geht offenbar durch sogenannte Zwei-Mesonen–'Doorway'–Zustände. Es ist daher gerechtfertigt, die relativ einfach zu behandelnden Zwei-Meson Annihilationsprozesse zu untersuchen, um Aussagen über den Annihilationsmechanismus zu treffen. In Tabelle 5.3 sind die Verzweigungsverhältnisse in die 53 in unserem Modell D enthaltenen Zwei-Meson Kanälen angegeben. Diese Verzweigungsverhältnisse wurden als relative Wirkungsquerschnitte bei niedriger Energie $E_{lab} = 5MeV$ berechnet.

Bei dieser Energie sind in der $\overline{N}N$-Streuung die S-Wellen dominant (vgl. Tabelle 5.2(oberer Teil)). Die relativen Wirkungsquerschnitte lassen sich daher direkt mit den Verzweigungsverhältnissen vergleichen, die durch Annihilation der Antiprotonen in flüssigem Wasserstoff erhalten wurden, da dort ebenfalls die S-Wellen Annihilation dominiert: Die Antiprotonen werden von den Wasserstoff–Kernen eingefangen und bilden zunächst ein hochangeregtes Protonium–Atom. Durch Emission von Photonen und Stoßübergänge gehen diese Atome mit großer Wahrscheinlichkeit in S-Zustände über, in denen unmittelbar die Annihilation stattfindet [58].

Tabelle 5.3: Relative Wirkungsquerschnitte der 53 im Annihilationsmodell D berücksichtigten Zwei-Mesonen Annihilationskanäle bei niedriger Energie ($E_{lab} = 5MeV$) im Vergleich mit experimentellen Verzweigungsverhältnissen von der Annihilation in Ruhe ([58, 100–106], zusammengestellt in Referenz [107]). In den Übergangspotentialen $V^{\overline{N}N \to M_i M_j}$ wurden jeweils die gleichen Parameter verwendet. Die Annihilation in die mit einem Stern gekennzeichneten Kanäle ist nur unter Berücksichtigung der Breite der Mesonen möglich [33]. In den letzten beiden Zeilen ist die Summe Σ der Kanäle, die im Modell D zum Imaginärteil beitragen, und die Summe Σ^* der durch die Breiten möglichen Annihilationsprozesse angegeben.

$p\bar{p} \to$	A(BOX)	C	D	EXP.
$\pi^+\pi^-$	0.92	0.24	0.54	0.33 ± 0.017
$\pi^0\pi^0$	0.33	0.0054	0.098	$0.02 - 0.06$
$\pi^0\eta$	0.01	0.0006	0.0095	0.03 ± 0.02
$\eta\eta$	0.0075	0.0003	0.0037	0.008 ± 0.003
$\pi^\pm a_0^\mp$	0.017	0.0056	0.013	0.69 ± 0.12
$\pi^0 a_0^0$	0.0046	0.0009	0.0021	
ηa_0^0	0.014	0.012	0.021	
$\pi^0 f_0$	0.035	0.026	0.067	
ηf_0	0.024	0.0011	0.0090	
$(a_0^+ a_0^-)^*$	0.0011	0.0009	0.0017	
$(a_0^0 a_0^0)^*$	0.0005	0.0004	0.0007	
$(f_0 a_0^0)^*$	0.0002	0.0001	0.0002	
$(f_0 f_0)^*$	0.0006	0.0006	0.0008	
$\rho^\pm\pi^\mp$	4.13	0.77	2.53	3.4 ± 0.2
$\rho^0\pi^0$	1.30	0.30	0.96	1.4 ± 0.1
$\rho^0\eta$	0.68	0.044	0.09	0.65 ± 0.14
$\omega\pi^0$	2.18	0.056	0.57	0.52 ± 0.05
$\omega\eta$	0.10	0.35	0.23	0.46 ± 0.14
$\rho^\pm a_0^\mp$	0.40	1.27	0.63	
$\rho^0 a_0^0$	0.13	0.58	0.24	
$\rho^0 f_0$	1.82	0.30	0.90	
ωa_0^0	0.70	0.08	0.17	
ωf_0	1.90	0.69	1.28	
$a_1^\pm\pi^\mp$	0.83	1.47	1.03	
$a_1^0\pi^0$	0.17	0.54	0.22	
$a_1^0\eta$	0.0088	0.0074	0.0078	
$f_1\pi^0$	0.63	0.54	0.47	
$f_1\eta$	0.0032	0.01	0.0033	

$p\bar{p} \to$	A(BOX)	C	D	EXP.
$\rho^+\rho^-$	16.8	2.51	4.30	(< 9.5)
$\rho^0\rho^0$	2.20	0.13	1.04	0.4 ± 0.3
$\rho^0\omega$	3.94	6.12	2.13	3.9 ± 0.6
$\omega\omega$	1.62	0.39	1.07	1.4 ± 0.6
$(\rho^\pm a_1^\mp)^*$	0.99	2.51	0.099	
$(\rho^0 a_1^0)^*$	0.14	0.15	0.028	
$(\omega a_1^0)^*$	2.26	3.05	3.76	
$(\rho^0 f_1)^*$	0.029	0.015	0.039	
ωf_1	–	–	–	
$a_2^\pm\pi^\mp$	0.74	0.63	0.88	$1.3 - 2.6$
$a_2^0\pi^0$	0.18	0.016	0.14	
$f_2\eta$	0.0032	0.0006	0.0026	
$(a_2^0\eta)^*$	0.0026	0.017	0.0025	
$f_2\pi^0$	0.078	0.54	0.068	0.41 ± 0.12
$(a_2^\pm\rho^\mp)^*$	0.028	0.11	0.040	
$(a_2^0\rho^0)^*$	0.0052	0.01	0.013	
$(a_2^0\omega)^*$	–	–	–	
$(f_2\rho^0)^*$	0.071	0.075	0.067	1.57 ± 0.34
$(f_2\omega)^*$	0.10	0.13	0.14	3.05 ± 0.31
K^+K^-	0.095	0.028	0.065	0.1 ± 0.01
$K^0\overline{K}^0$	0.024	0.014	0.0041	0.08 ± 0.01
$K^\pm K^{*\mp}$	0.30	0.042	0.058	0.1 ± 0.016
$K^0\overline{K}^{*0}/$				
$K^{*0}K^0$	0.016	0.019	0.0040	0.12 ± 0.02
$K^{*+}K^{*-}$	0.19	0.12	0.055	0.13 ± 0.05
$K^{*0}\overline{K}^{*0}$	0.035	0.12	0.023	0.26 ± 0.05
Σ	42.57	17.98	19.94	30.94 ± 3.91
Σ^*	3.63	5.71	4.19	

Tabelle 5.4: Vergleich der mit Modell D berechneten Verzweigungsverhältnisse mit Werten für Verzweigungsverhältnisse aus verschiedenen Modellen in der Literatur (Referenzen [26, 27, 59, 108, 109, 110]*) und experimentellen Daten (Referenzen* [58, 100–106]*) für einige Annihilationskanäle.*

$p\overline{p} \rightarrow$	Mod. D	KW [59]	Henley [108]	Maruyama [109]	Vanderm. [26]	Mundigl [27]	Hartmann [110]	EXP.
$\pi^+\pi^-$	0.54	(0.4)	(0.4)	0.12	0.54	0.34	0.36	0.33 ± 0.017
$\pi^0\pi^0$	0.1		< 0.045					$0.02 - 0.06$
$\pi^0\eta$	0.0095	$0.9 - 7.0$	0.00013					0.03 ± 0.02
$\rho^\pm\pi^\mp$	2.53	$3.3 - 4.6$	$1.9 - 2.7$	2.1	1.75	2.8	3.6	3.4 ± 0.1
$\rho^0\pi^0$	0.96	2.8	$1.5 - 2.3$			0.3	0.3	1.4 ± 0.1
$\omega\pi^0$	0.57		$1.1 - 1.3$	0.8		4.2	1.4	0.52 ± 0.05
$\rho^0\eta$	0.09		0.02			2.1	0.8	0.65 ± 0.14
$\omega\eta$	0.23		$0.1 - 0.2$			0.7	0.9	0.46 ± 0.14
$\rho^0\rho^0$	1.04	$0.2 - 2.8$	$0.3 - 4.4$			0.5	1.1	0.4 ± 0.3
$\rho^0\omega$	2.13		$2.2 - 9.6$	2.3	8.6	2.8	1.9	3.9 ± 0.6
$\omega\omega$	1.07		$2.8 - 9.3$	0.4		2.3	1.1	1.4 ± 0.6
$f_2\pi^0$	0.07			0.09		0	0.7	0.41 ± 0.12
$a_2^\pm\pi^\mp$	0.88			0.4	6.0	0	2.0	$1.3 - 2.6$
K^+K^-	0.065	$0.1 - 0.2$			0.11			0.1 ± 0.01
$K_0\overline{K}_0$	0.004							0.08 ± 0.01

Für alle Modelle der $\overline{N}N$-Wechselwirkung wurden in den Übergangspotentialen die Parameter aus dem Annihilationsmodell D verwendet. Die Unterschiede in den Ergebnissen spiegeln dadurch direkt den Einfluß der Eingangzustands–Wechselwirkung wider. Im Gegensatz zu Referenz [35] wurde keine "best fit" Anpassung von individuellen Cutoff–Parametern für jedes Meson vorgenommen, sondern die Parameter so gewählt, daß sie nur vom ausgetauschten Baryon ($N, \Delta, \Lambda, \Sigma, Y^*$) abhängen und für alle Mesonen gleich sind.

Meson-Meson Wechselwirkungen und Mehrstufen–Prozesse der Art $\overline{p}p \rightarrow M_1M_2 \rightarrow M_3M_4$ mußten vernachlässigt werden. Solche Wechselwirkungen können sowohl die relativen Verhältnisse als auch die absoluten Werte der Verzweigungsverhältnisse verändern. Im folgenden Kapitel wird dies am Beispiel der Kopplungen zwischen dem $\pi\pi$- und dem $\rho\rho$-Kanal gezeigt werden.

Kombinationen von Mesonen der Gruppen VS, VA und TV können nur zur Anni-

hilation beitragen, wenn die Breite der Mesonen berücksichtigt wird. Diese Kanäle sind mit einem Stern gekennzeichnet. Da im Modell D die Breite der Mesonen im Zwischenzustand nicht berücksichtigt wird, tragen diese Kanäle nicht zum Imaginärteil von $V^{\overline{N}N}$ bei. Die wesentlichen Beiträge zu $V^{\overline{N}N}$ kommen von VV Kombinationen. VP, VS und TP Kombinationen liefern kleine, aber merkliche Anteile, während die übrigen Spin/Paritäts-Kombinationen praktisch zu vernachlässigen sind. Diese Gewichtung der verschiedenen Gruppen stimmt mit dem Experiment gut überein und ist generell unabhängig vom Modell der Wechselwirkung im Eingangskanal. Sie ist offensichtlich eine Folge der Vertexstruktur und der verwendeten Formfaktoren in unserem Modell (vgl. Kapitel 3.8).

Tabelle 5.5: Relative Wirkungsquerschnitte aus S- und P-Zuständen bei niedriger Energie für die Kanäle, in denen die Zustandsabhängigkeit der Verzweigungsverhältnisse im ASTERIX Experiment [111, 112] *bestimmt wurde.*

	S-Zustände					P-Zustände			
$p\bar{p} \to$	A(BOX)	C	D	EXP.	$p\bar{p} \to$	A(BOX)	C	D	EXP.
$\pi^+\pi^-$	0.31	0.27	0.39	0.32 ± 0.02	$\pi^+\pi^-$	3.00	0.047	0.89	0.48 ± 0.049
$\pi^0\pi^0$	–	–	–	–	$\pi^0\pi^0$	1.50	0.023	0.45	0.24 ± 0.025
$\rho^\pm\pi^\mp$	3.98	0.78	2.24	3.21 ± 0.42	$\rho^\pm\pi^\mp$	2.50	0.28	1.78	1.50 ± 0.20
$\rho^0\pi^0$	1.38	0.32	0.92	1.55 ± 0.21	$\rho^0\pi^0$	0.11	0.025	0.25	0.40 ± 0.09
$\rho^0\eta$	0.74	0.042	0.072	0.33 ± 0.09	$\rho^0\eta$	0.069	0.055	0.20	0.094 ± 0.053
$\rho^0\omega$	3.53	6.65	1.46	1.91 ± 0.37	$\rho^0\omega$	4.66	2.27	4.19	6.38 ± 1.28
$f_2\pi^0$	0.069	0.63	0.056	0.39 ± 0.11	$f_2\pi^0$	0.09	0.053	0.094	1.83 ± 0.23
$a_2^\pm\pi^\mp$	0.78	0.68	0.90	2.69 ± 0.60	$a_2^\pm\pi^\mp$	0.34	0.24	0.46	0.90 ± 0.48
$f_2\eta$	0.003	0.0002	0.0025	0.015 ± 0.015	$f_2\eta$	0.0031	0.0021	0.0018	0.11 ± 0.05
K^+K^-	0.091	0.033	0.069	0.11 ± 0.005	K^+K^-	0.084	0.0005	0.026	0.029 ± 0.005
$K^0\overline{K}^0$	0.0076	0.017	0.0018	0.083 ± 0.005	$K^0\overline{K}^0$	0.081	0.0003	0.0077	0.0088 ± 0.0023

In Tabelle 5.4 sind die Verzweigungsverhältnisse von Modell D mit Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Die Modelle von Kohno und Weise [59], Henley, Oka und Vergados [108] sowie Maruyama, Furui und Fäßler [109] sind Quark-Modelle in verschiedenen Variationen. Vandermeulen [26] und Mundigl et al. [27] haben die Annihilation durch ein phänomenologisches, statistisches Modell mit der Annahme der Dominanz von Zwei-Meson 'Doorway-States' mit Ruhemassen in der Nähe der betrachteten Energie ('Dominanz nahe der Schwelle') beschrieben. Hartmann et al. [110] haben Modell präsentiert, das auf einfachen SU(3)-Annahmen basiert. Obwohl es in einzelnen Kanälen erhebliche

Unterschiede gibt, kann aufgrund der Daten nicht zwischen den verschiedenen Ansätzen der Modelle diskriminiert werden.

Tabelle 5.6: Als 'dynamische Auswahlregeln' (DSR) werden Unterschiede in der Annihilationswahrscheinlichkeit in verschiedenen Partialwellen bezeichnet, die nicht aus elementaren Symmetrien oder Erhaltungssätzen folgen, sondern durch die Annihilationsdynamik oder die Wellenfunktionen der ein- und auslaufenden Zustände bestimmt sind. Solche 'dynamischen Auswahlregeln' werden in Verhältnissen von Verzweigungsverhältnissen aus verschiedenen Partialwellen in den gleichen Annihilationskanal oder aus gleichen Partialwellen (mit möglicherweise unterschiedlichem Isospin) in verschiedene Kanälen sichtbar. Das bekannteste Beispiel einer 'dynamischen Auswahlregel' ist das "$\pi\rho$ puzzle" [113]. *Die experimentelle Information ist aus Referenz* [28] *entnommen.*

	A(BOX)	C	D	Exp.
$\frac{p\bar{p}\ (^3S_1,\ I{=}0) \to \rho^\pm\pi^\mp}{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}1) \to \rho^\pm\pi^\mp}$	2.29	4.10	4.68	≈ 40
$\frac{p\bar{p}\ (^3P_1,\ I{=}1) \to \rho^\pm\pi^\mp}{p\bar{p}\ (^3P_2,\ I{=}0) \to \rho^\pm\pi^\mp}$	0.92	3.51	0.44	≈ 25
$\frac{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}1) \to f_2\pi^0}{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}1) \to \rho^\pm\pi^\mp}$	0.11	8.15	0.28	2.6
$\frac{p\bar{p}\ (^3P_1,\ I{=}1) \to f_2\pi^0}{p\bar{p}\ (^3P_2,\ I{=}1) \to f_2\pi^0}$	1.57	5.54	1.49	≈ 11
$\frac{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}0) \to a_2^\pm\pi^\mp}{p\bar{p}\ (^3S_1,\ I{=}1) \to a_2^\pm\pi^\mp}$	0.93	0.03	0.51	$3.6 - 8$
$\frac{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}0) \to \rho^0\rho^0}{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}0) \to \omega\omega}$	62.40	4.96	6.30	$0.1 - 0.3$
$\frac{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}1) \to \rho^0\omega}{p\bar{p}\ (^1S_0,\ I{=}0) \to \omega\omega}$	4.23	1618.4	13.17	0.8
$\frac{p\bar{p}\ (^3S_1,\ I{=}1) \to \rho^0\eta}{p\bar{p}\ (^3S_1,\ I{=}0) \to \omega\eta}$	10.95	0.11	0.47	0.55 ± 0.12

Eine wesentliche experimentelle Entwicklung der letzten Jahre war die Möglichkeit der Bestimmung von Annihilationsprozessen aus P-Zuständen durch Koinzidenzmessungen mit der begleitenden Röntgenstrahlung des L_α-Überganges. Dadurch konnten einige Verzweigungsverhältnisse separat aus S- und P-Zuständen gemessen werden. In Tabelle 5.5 sind die Verzeigungsverhältnisse aus S- und P- Zuständen in unseren Modellen

diesen Daten gegenübergestellt. Als Referenz–Wirkungsquerschnitt wurde der Annihilationswirkungsquerschnitt des Modell D aus S- und P- Zuständen verwendet, der aus Tabelle 5.2 entnommen werden kann. Die Zustandsabhängigkeit der Verzweigungsverhältnisse stellt ein großes Problem für die theoretische Beschreibung der Annihilation da. Hier sind sogenannte dynamische Auswahlregeln zu beobachten. Man bezeichnet damit die Beobachtung, daß die Wahrscheinlichkeit der Annihilation in den durch die Symmetrien bzw. die Erhaltung von I, J, P und G (vgl. Tabelle 3.1) erlaubten Zustände nicht gleich ist bzw. nach statistischen Gewichten verteilt ist, sondern durch die Dynamik des Annihilationsprozesses entscheidend bestimmt wird. Hier sind drei Einflüsse wirksam: zuerst ist sicherlich der eigentliche mikroskopische Annihilationsmechanismus zustandsabhängig und führt zu Abweichungen von einer statistischen Verteilung. Weiter ist die Wellenfunktion des $\overline{N}N$-Systems durch die Wechselwirkung im Anfangszustand und die Wellenfunktion des erzeugten Zwei-Mesonen-Zustand durch die Endzustandswechselwirkung bestimmt. Diese beiden Wechselwirkungen sind ebenfalls zustandsabhängig. Während die $\overline{N}N$-Wechselwirkung durch die $\overline{N}N$-Streudaten relativ gut bekannt ist, ist die Wechselwirkung der Mesonen im allgemeinen unbekannt und kann nicht berücksichtigt werden.

Wegen der Komplikationen bei der Interpretation der Zustandsabhängigkeit des Annihilationsprozesses durch Effekte der Anfangs- und Endzustandswechselwirkung betrachtet man oft Verhältnisse von Verzweigungsverhältnissen. Man hofft dabei, daß die Effekte in verschiedenen Kanälen ähnlich sind und sich im Verhältnis aufheben [28]. Dieses konnte für Endzustandswechselwirkungen noch nicht überprüft werden, aber erscheint im Hinblick auf die Ergebnisse für solche Verhältnisse mit verschiedenen Modellen der Anfangszustandswechselwirkung fragwürdig: in Tabelle 5.6 sind die Verhältnisse von Verzweigungsverhältnissen aus verschiedenen Zuständen in den gleichen Kanal oder aus dem gleichen Zustand in verschiedene Kanäle angegeben. Man findet hier eine extreme Abhängigkeit von dem verwendeten Modell der $\overline{N}N$-Wechselwirkung. Diese Beobachtung kann nicht überraschen, nachdem die verschiedene Bedeutung der Partialwellen in den drei Modellen schon im Abschnitt 5.3 diskutiert wurde.

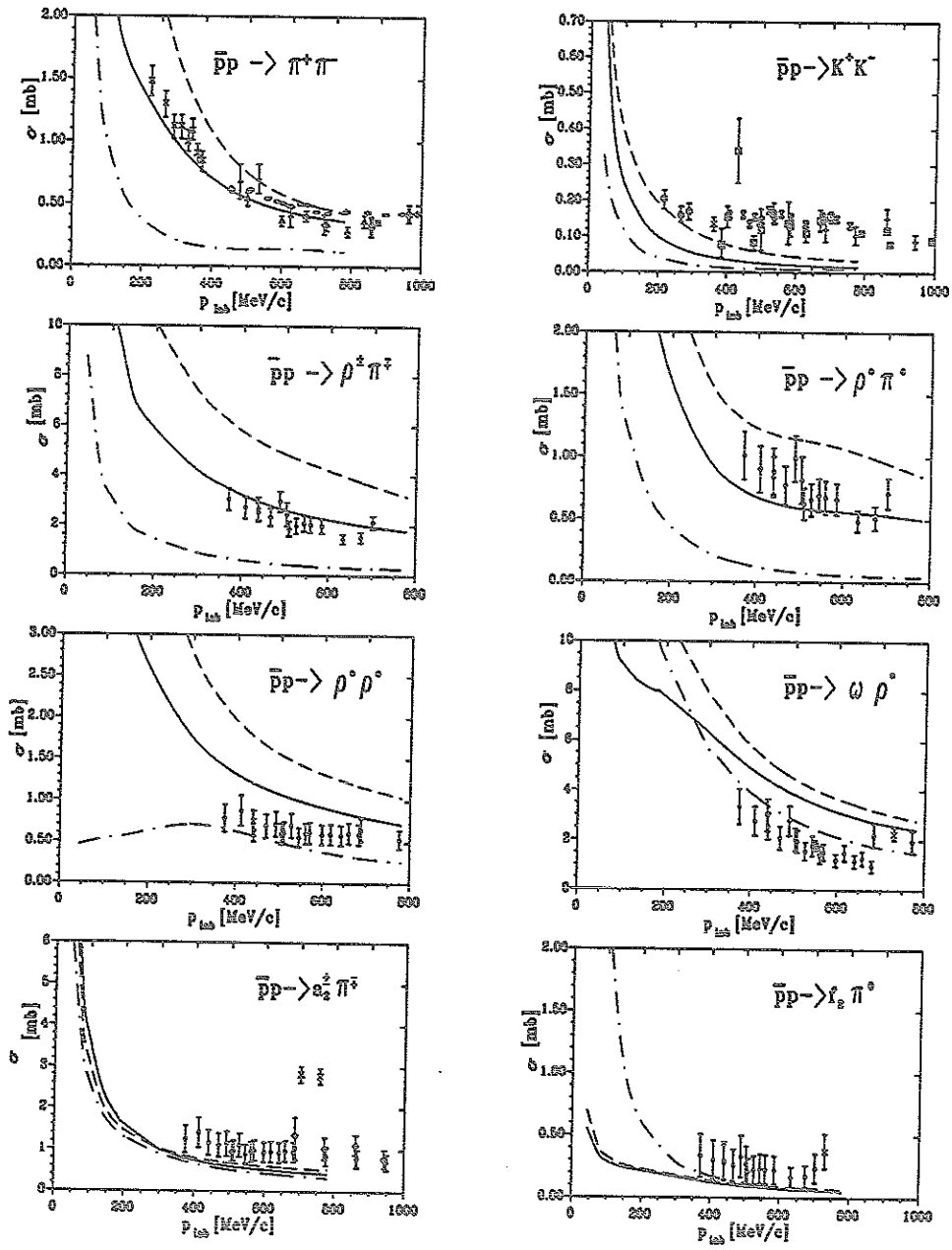


Abbildung 5.13: Integrierte Wirkungsquerschnitte für die wichtigsten Zwei-Mesonen Annihilationskanäle. Die Resultate der Rechnungen mit Modell D sind durchgezogen, mit A(BOX) gestrichelt und C strichgepunktet dargestellt. Die Daten für den $\bar{p}p \to \pi^+\pi^-$ und den $\bar{p}p \to K^+K^-$ Wirkungsquerschnitt stammen aus den Referenzen [114–120]. *Sie sind zusammengestellt in Referenz* [121]. *Die Daten für die übrigen Kanäle wurden aus den in Referenz* [116] *angegebenen Wirkungsquerschnitten für die Multipionen-Kanäle berechnet, indem die jeweils angegebenen Anteile der Zwei-Teilchen Kanäle verwendet wurden.*

5.5.2. Das $\overline{p}p$-System im Flug: Wirkungsquerschnitte

Die Annihilation bei höheren Energien bezeichnet man als Annihilation im Flug. Die integrierten Wirkungsquerschnitte für die Annihilation in Zwei-Meson Kanäle sind nur in relativ wenigen Kanälen experimentell bestimmt worden. Hier kann die Energieabhängigkeit des Annihilationsmechanismus und der Beitrag höherer Partialwellen studiert werden. Die Wirkungsquerschnitte für die Annihilationskanäle $\overline{p}p \to \pi^+\pi^-$ und $\overline{p}p \to K^+K^-$ lassen sich direkt messen und sind deshalb relativ genau bekannt. Die Wirkungsquerschnitte für die anderen Kanäle müssen durch aufwendige Resonanz-Analysen aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten für die Annihilation in die entsprechenden Mehr-Pionen Kanäle gewonnen werden und haben daher große Fehler. Im Rahmen dieser Unsicherheiten bieten alle drei Modelle eine zufriedenstellende Beschreibung dieser Daten. Wie bei den Verzweigungsverhältnissen von der Annihilation in Ruhe sind vor allem die Verhältnisse von Kanälen interessant, in denen ein Meson gleich ist. So wird zum Beispiel der Wirkungsquerschnitt für den $\pi^+\pi^-$-Kanal mit dem Modell D gut beschrieben, und auch die Wirkungsquerschnitte für die Annihilation in $\rho^\pm\pi^\mp$ sowie $\rho^0\pi^0$ stimmen mit den Daten überein, während der Wirkungsquerschnitt im $\rho^0\rho^0$ Kanal signifikant zu hoch ist. Solche Diskrepanzen können nicht durch indviduelle Anpassung der Parameter für jedes Meson beseitigt werden, da diese immer alle Kanäle beeinflußt. Im nächsten Kapitel werden wir zeigen, daß gerade das Verhältnis $\pi\pi$ zu $\rho\rho$ durch Wechselwirkungen und Übergänge stark verändert werden kann. Wie bei den Verzweigungsverhältnissen weist Modell D Mängel in der Beschreibung der Annihilation in den K^+K^- Kanal auf. Die Beschreibung der Kanäle $\rho^0\omega$ sowie $a_2^\pm\pi^\mp$ und $f_2\pi^0$ ist gut. Das konsistente Modell der Annihilation führt insgesamt zu einer guten Übereinstimmung der Ergebnisse mit den Daten. Insbesondere die relativen Verhältnisse zwischen den Kanälen werden gut beschrieben.

5.6. Bindungszustände

Nach der Behandlung der Streuung und der Annihhilation in dem entwickelten Modell der $\overline{N}N$-Wechselwirkung werden nun wir nun die Bindungszustände diskutieren, die im $\overline{N}N$-System auftreten. Viele der im NN-System repulsiven Anteile der Wechselwirkung wechseln beim Übergang in das $\overline{N}N$-System ihr Vorzeichen und führen daher zu einem sehr starken attraktiven Potential in diesem System, in dem es zu Bindungszuständen kommen kann. Der Annihilationsteil der $\overline{N}N$-Wechselwirkung trägt jedoch auch zum Realteil des Gesamtpotentials bei, und deshalb ist es gefährlich, Schlüsse allein aus dem

Verhalten des elastischen Anteils zu ziehen, selbst wenn in einer phänomenologischen Beschreibung der Annihilation die Bindungszustände durch das Annihilationspotential nicht oder nur wenig beeinflußt werden.

Der Formalismus zur Behandlung von Bindungszuständen ist von der Behandlung des Deuteronproblems im NN-Fall [2] übernommen. Gesucht werden die Gesamtenergien Z ($< 2M_N$), für die Gleichung

$$(Z - 2E_N) \mid \Psi \rangle \;=\; V^{\overline{N}N} \mid \Psi \rangle \tag{5.9}$$

eine Lösung besitzt. Die Lösung dieser Gleichung lautet im Impulsraum und der JLS Darstellung

$$\begin{aligned} &\langle\, qJLS \mid \Psi \,\rangle \;= \\ &\frac{1}{Z-2E_N} \sum_{L'S'} \int_0^\infty q'^2 dq' \,\langle\, qJLS \mid V^{\overline{N}N} \mid q'JL'S' \,\rangle \,\langle\, q'JL'S' \mid \Psi \,\rangle \;. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Zur numerischen Integration wird das Integral in eine diskrete Summe überführt und Gl. (5.10) geht in eine Matrixgleichung über

$$\Omega_{ij} \,\langle\, q_j \mid \Psi \,\rangle \;=\; 0 \tag{5.11}$$

mit

$$\Omega_{ij} \;=\; \delta_{ij} \;-\; W_j \frac{q_j^2}{Z-2E} \,\langle\, JLS \mid V^{\overline{N}N}(q_j, q_i) \mid JL'S \,\rangle \;. \tag{5.12}$$

W_j ist das Integrationsgewicht für den Impuls q_j. Sind durch das Potential Übergänge zwischen Zuständen mit verschiedenen Bahndrehimpulsen möglich (in den sogenannten tensorgekoppelten Partialwellen), so hat Ω_{ij} außerdem eine Blockstruktur in diesen Zuständen und V ist eine entsprechende Potentialmatrix.

Die Gestalt der Wellenfunktion ist für die Frage, ob und wo es Bindungszustände gibt, ohne Bedeutung. Es interessieren nur die Eigenwerte Z. Die Gleichung Gl. (5.11) ist genau dann erfüllbar, wenn die Determinante der Matrix Ω_{ij} verschwindet. Die Position der Bindungszustände kann also durch Nullstellenbestimmung von det Ω_{ij} in Abhängigkeit von Z bestimmt werden. Da das Annihilationspotential komplex ist, sind die Lösungen für Z im allgemeinen auch komplex:

$$Z \;=\; M \;+\; i\frac{\Gamma}{2} \;. \tag{5.13}$$

Tabelle 5.7: Bindungszustände in den drei Annihilationsmodellen A(BOX), C und D sowie allein im elastischen Potential. Die Spalte M gibt die Gesamtenergie oder Masse des Bindungszustands an, E_B die Bindungsenergie als Differenz bis zur $\overline{N}N$-Schwelle und Γ als Imaginärteil der Masse die Breite. Im oberen Teil der Tabelle findet man die Isospin $I = 0$ Zustände, im unteren die für $I = 1$.

$p\bar{p}$	elastisch		A(BOX)			C			D		
Zustand	M	E_B	M	E_B	$\frac{\Gamma}{2}$	M	E_B	$\frac{\Gamma}{2}$	M	E_B	$\frac{\Gamma}{2}$
$^{11}S_0$	1357	521									
$^{11}S_0$	−208	2086	−70	1948	2543	−781	2659	0	1051	826	743
$^{13}SD_1$	1826	52									
$^{13}SD_1$	1694	184									
$^{13}SD_1$	667	1211	1311	567	2087	1162	716	≤ 30	783	1095	556
$^{11}P_1$	1454	424				1299	579	≤ 30	1130	748	1260
$^{13}P_1$						620	1258	≤ 30			
$^{13}P_0$	1856	22									
$^{13}P_0$	1087	791	1607	271	920	1129	749	≤ 30	1376	502	235
$^{13}PF_2$	1518	360				1181	697	≤ 30	1583	295	294
$^{31}S_0$	1847	31									
$^{31}S_0$	1017	861				407	1471	≤ 30	1067	811	387
$^{33}SD_1$	1847	31									
$^{33}SD_1$	1148	730	1633	245	2554	1058	820	≤ 30	1228	650	482
$^{31}P_1$	1631	247				961	917	≤ 30	175	1703	2991
$^{33}P_1$	1531	347				1179	699	≤ 30	1599	279	268
$^{33}P_0$	1655	223				1519	359	≤ 30	1717	161	381
$^{33}PF_2$	1781	97				−727	2605	0			
$^{31}D_2$									1412	466	1189

Der Imaginärteil entspricht der Breite der Zustände und ist mit ihrer Lebensdauer bzw. der Wahrscheinlichkeit zur Annihilation verknüpft. Die Bindungszustände sind in der spektroskopischen Notation $^{(2I+1)(2S+1)}L_J$ bezeichnet.

T. Hippchen hat in Referenz [34] zunächst die Bindungszustände nur des elastischen Anteils der $\overline{N}N$-Wechselwirkung untersucht. Es gibt für die in dieser Arbeit verwendete elastische Wechselwirkung insgesamt 17 Bindungszustände in S- und P-Zuständen. In Abbildung 5.14 ist das Niveauschema des elastischen Anteils aufgetragen. Es fällt zunächst die Existenz eines sehr tief gebundenen Zustands mit einer Bindungsenergie kleiner als

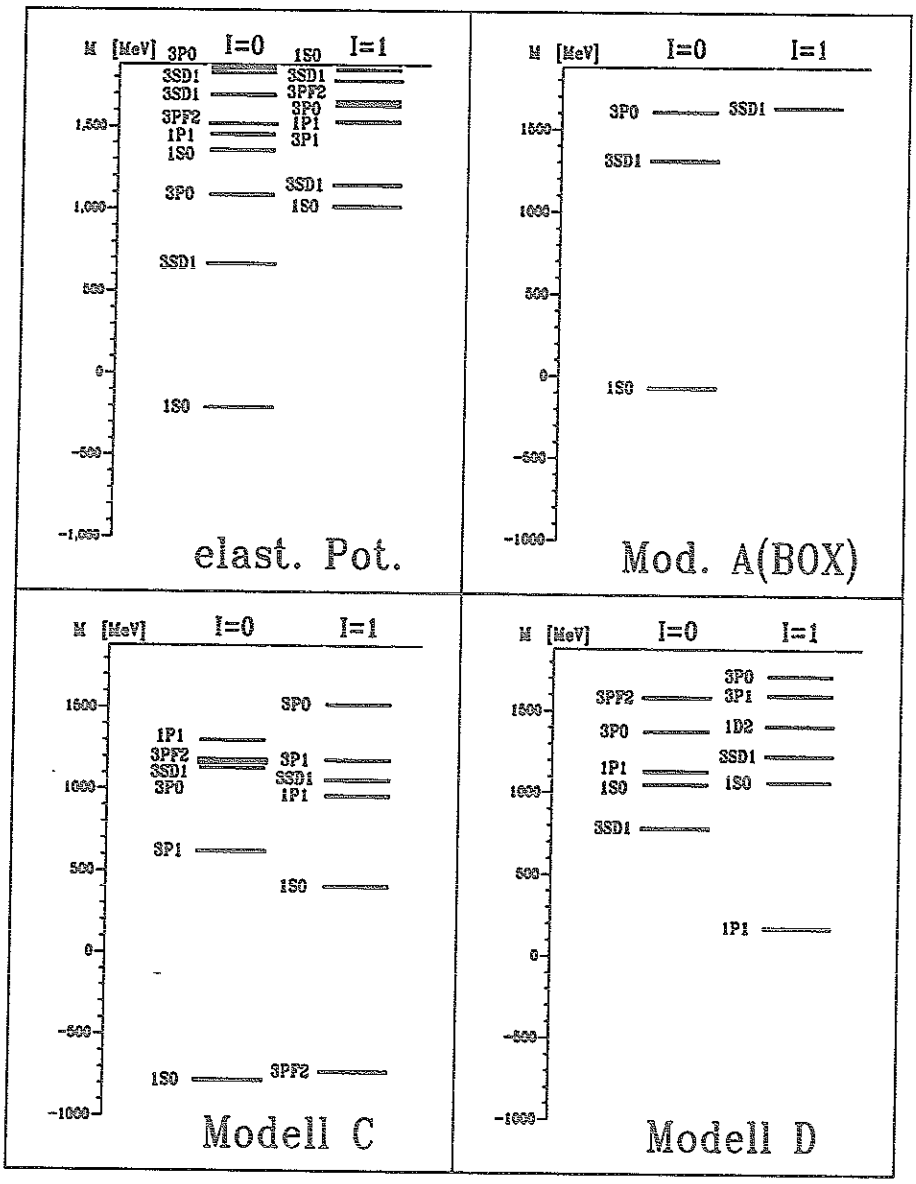


Abbildung 5.14: Die Spektren der Bindungszustände aus Tabelle 5.7 in den drei Annihilationsmodellen A(BOX), C und D sowie allein im elastischen Potential in graphischer Darstellung. Links sind jeweils die Isospin $I = 0$ Zustände, rechts die Zustände für $I = 1$ eingetragen. Die exakte Position der Bindungszustände, der Wert der Bindungsenergie E_B sowie die Breite Γ sind aus Tabelle 5.7 zu entnehmen.

der Gesamtmasse des Antinukleon–Nukleon-Systems auf. Dieser Zustand kann kein echter Zustand sein, da es dann zu einer Kondensation des Vakuumzustandes in diesen Bindungszustand unter Abgabe von Energie kommen würde. Das Vakuum ist aber der niedrigste Zustand. Schaltet man nun die Annihilation ein, so beobachtet man in den verschiedenen

Modellen ein vollkommen unterschiedliches Verhalten. Im Modell $A(BOX)$ bleiben nur noch 4 Zustände übrig. Der tiefgebundene $^1S_0$-Zustand ist immer noch zu beobachten, die anderen Zustände sind gegenüber dem elastischen Spektrum nach oben, in Richtung auf die $\overline{N}N$-Schwelle gewandert. Die Reihenfolge der Zustände hat sich nicht geändert, obwohl einige Zustände, die mit dem rein elastischen Potential zwischen diesen Zuständen auftreten, nicht mehr existieren. Im Isospin 1 Kanal gibt es nur einen Zustand, der höher liegt als alle Isospin 0 Zustände. Die Reihenfolge der Zustände im Annihilationsmodell C unterscheidet sich sehr von der im rein elastischen Potential. Hier ist der $^1S_0$-Zustand ebenfalls unter der Vakuum-Energie gebunden. Die tensorgekoppelten Zustände $^3P_0, ^3SD_1$ und $^3PF_2$ liegen für $I = 1$ sehr eng zusammen. Die starke Isospinabhängigkeit dieses Annihilationspotentials wirkt sich in 6 relativ stark gebundenen Zuständen für $I = 1$ aus. Die Breite der Bindungszustände ist sehr klein und liegt in jedem Fall unter 30 MeV.

Im Modell D ist die Zahl der Bindungszustände geringer als im Modell C, aber größer als in $A(BOX)$: Für $I = 0$ wurden 5 und für $I = 1$ wurden 6 Bindungszustände gefunden. Es gibt hier keine Bindungszustände mit negativer Masse. Der $^{11}S_0$-Zustand liegt in diesem Modell bei einer Masse von $1051 MeV$. Die Zustände haben die für Rechnungen mit optischen Potentialen typischen Breiten als Folge des phänomenologischen Anteils unserer Beschreibung der Annihilation.

Es stellt sich nun die Frage, ob $\overline{N}N$-Bindungszustände auch in der Natur existieren bzw. experimentell nachgewiesen werden können. Die Vorhersage schmaler Bindungszustände in ersten mikroskopischen Rechnungen führte zu einer intensiven Suche nach solchen "Baryonium" genannten Zuständen. Die Suche blieb erfolglos, und heute kann die Existenz schmaler Zustände mit Breiten unter 25 MeV mit guter Sicherheit ausgeschlossen werden [22, 28]. Im ASTERIX Experiment [122] wurde dann in der Analyse des $\pi^+\pi^-\pi^0$ Annihilationskanals eine bisher nicht bekannte Struktur gefunden: Sie erhielt den Namen AX, ihre Masse wurde mit $M = 1565 \pm 10 MeV/c^2$, ihre Breite mit $\Gamma = 170 \pm 20 MeV$ und ihre Quantenzahlen mit $J^{PC}(I^G) = 2^{++}(0^+)$ bestimmt. In weiteren Experimenten [22] wurde diese Struktur (mit leicht unterschiedlicher Masse) bestätigt. Die Interpretation dieses Zustands ist nicht klar [17]: Er läßt sich nicht in das SU(3) Oktett der Tensormesonen einordnen, da die entsprechenden Positionen bereits besetzt sind. Die Masse ist für eine Radialanregung des $f_2(1270)$ zu gering, das Singlett-Meson f_2' kann ausgeschlossen werden, da kein $\overline{K}K$-Zerfallskanal des AX beobachtet wird. Dover et al. [17] interpretieren deshalb diesen Zustand als sogenannten 'quasi-nuklearen' Bin-

dungszustand im $\overline{N}N$-System, also einen Bindungszustand durch die starke Wechselwirkung. Dover et al. nehmen dazu die Existenz eines 'Natural Parity Band' ($0^{++}, 1^{--}, 2^{++}$ Zustände) im unteren I=0 Spektrum des $\overline{N}N$-Systems an. Eine solche Reihenfolge der Bindungszustände entsteht aus einer dominanten Tensorkraft im $\overline{N}N$-System. Aufgrund der G-Paritätsstruktur der Mesonen im elastischen Anteil addieren sich die Tensoranteile der verschiedenen Meson–Austausch Beiträge im $\overline{N}N$-System kohärent, während die anderen Beiträge zur Wechselwirkung (Zentral-, Spin-Bahn-,Spin-Spin- Kraft) sich gegenseitig teilweise aufheben. Vernachlässigt man nun die Abhängigkeit der Orts- (oder Impulsraum) Wellenfunktionen vom Drehimpuls L, so kann die Existenz eines Bandes von Bindungszuständen dieser Quantenzahlen analytisch mit einfachen Mitteln gezeigt werden [17].

Diese Argumentation basiert jedoch auf starken Vereinfachungen. Zunächst wird der Einfluß des Realteils der Annihilationswechselwirkung nicht beachtet. Doch bereits das Spektrum des von uns verwendeten elastischen Potentials zeigt nicht diese Niveau-Reihenfolge, die in den Quantenzahlen des $\overline{N}N$-Systems $^3P_0, ^3SD_1, ^3PF_2$ lautet. Unser elastisches Potential wird, wie auch das von Dover verwendete, durch eine sogenannte G-Paritätstransformation aus einem NN-Potential gewonnen. Testrechnungen mit einem einfachen OBE-Modell, das in Referenz [31] als $A(OBE)$ bezeichnet wird, haben gezeigt, daß die von Dover vorausgesagte Bandstruktur entsteht, wenn im elastischen Anteil nur der Austausch von π und ρ–Mesonen berücksichtigt wird und so die Tensorkraft die elastische Wechselwirkung wirklich dominiert. Außerdem muß der innere Bereich durch eine Regularisierung abgeschnitten werden. Im inneren Bereich sind die Unterschiede der Orts- (bzw. Impuls-) wellenfunktionen für verschiedene Bahndrehimpulse L am signifikantesten. Offenbar sind die Voraussetzungen der Argumentation von Dover et al. in unserem vollen elastischen Potential nicht gegeben. Die Schlußfolgerung, daß das AX nur als $\overline{N}N$-Bindungszustand interpretiert werden kann, wenn es entsprechenden tieferliegenden Spin 0 und Spin 1 Partner gibt, erscheint uns fragwürdig. Dover et al. geben für die tieferliegenden Zustände Kandidaten an, deren Existenz jedoch nur schwach gesichert ist und die in der Annihilation des $\overline{N}N$-Systems bisher nicht gefunden wurden.

Im Spektrum des Modell D existiert ohne weitere Anpassung der $^3PF_2$ Bindungszustand mit den Quantenzahlen des AX bei einer Masse von $1583 MeV$. Die vergleichsweise große Breite des Bindungszustandes in unserem Modell ist eine Folge des noch voll wirksamen optischen Potentials, während der Imaginärteil der physikalischen Wechselwirkung

in diesem Energiebereich kleiner sein sollte, da bereits Schwellen unterschritten wurden und Annihilationskanäle nicht mehr offen stehen. In unserem Modell kann das AX mit diesem quasi-nuklearen Bindungszustand identifiziert werden, obwohl der $^3SD_1$ und der $^3P_0$-Zustand sowie der $^1S_0$-Zustand in einem Bereich zwischen 800 und 1000 MeV liegen.

Kapitel 6

Der Einfluß von Meson-Meson Wechselwirkungen

In diesem Kapitel soll der Einfluß von Meson-Meson Wechselwirkungen und Übergängen auf die Beschreibung der $\overline{N}N$-Annihilation gezeigt werden. Hierzu ist der Annihilationskanal $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$ besonders gut geeignet: Dieser Kanal hat eine einfache Spinstruktur und wird durch nur zwei komplexe Amplituden beschrieben. Der Anteil des $\pi\pi$-Kanals an der Gesamtannihilation ist mit etwa 0.4% zwar relativ klein, aber geladene Pionen sind experimentell einfach nachzuweisen, so daß in diesem Kanal gute Daten zur Verfügung stehen: Differentielle Wirkungsquerschnitte und Analysierstärken sind von sehr hohen Energien bis hinunter zu einer Energie mit dem Laborimpuls $p_{lab} = 200 MeV/c$ bekannt. Diese beiden winkelabhängigen Observablen sind in diesem Kanal aufgrund der Spinstruktur die beiden einzigen möglichen unabhängigen Observablen. Die Amplituden sind durch diese Observablen im Prinzip festzulegen [123, 124]. Die Auswahlregeln (Tabelle 3.1) haben zur Folge, daß für gerade Gesamtdrehimpulse nur Isospin $I = 0$ Zustände und für ungerade Gesamtdrehimpulse nur Isospin $I = 1$ Zustände Beiträge liefern können. Der $\pi\pi$-Kanal ist dem $\overline{N}N$-System nur aus den sogenannten tensorgekoppelten Zuständen $\mid J\, L = J \pm 1\, S = 1 \;\rangle$ zugänglich. Diese Partialwellen sind gerade in den niedrigen Drehimpulsen wichtig in der $\overline{N}N$-Wechselwirkung (Tabelle 5.2). Neben diesen Eigenschaften einer 'einfachen' Behandlung ist dieser Kanal aus einem weiteren Grund interessant: Für das $\pi\pi$-System wurde vor einiger Zeit in der Jülicher Gruppe ein Wechselwirkungsmodell im Rahmen des Meson-Austausch Konzeptes entwickelt [9]. Dieses zunächst an niedrige Energien angepaßte Modell kann ohne Probleme zu den im $\overline{N}N$-System relevanten Energien extrapoliert werden. Auch in diesem Energiebereich steht experimentelle Information über die $\pi\pi$-Wechselwirkung in Form verschiedener Phasenanalysen [125, 126] zur Verfügung. Neben dem Annihilationsprozeß soll das 'Coupled-Channels' Modell auch die $\pi\pi$-Wechselwirkung in diesem Energiebereich beschreiben.

Die Bestandteile der Meson-Meson Wechselwirkung sind in Kapitel 3.6 vorgestellt worden. Die Potentialausdrücke sind aus Referenz [9] übernommen. Von besonderem Interesse ist das Übergangspotential $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$. Es ist im Anhang B noch einmal explizit dargestellt. Die T-Matrix für den Annihilationsprozeß wird im Rahmen einer 'Coupled-Channels' Rechnung berechnet. Diese baut auf einfacheren Untersuchungen zum Einfluß der Endzustandswechselwirkung in diesem Kanal [39] auf. Die Kopplung an den $\rho\rho$-Kanal erweist sich zu einer erfolgreichen Beschreibung der experimentellen Daten als absolut notwendig.

Als Grundlage der Wechselwirkung im $\overline{N}N$-Kanal wird das im letzten Kapitel vorgestellte konsistente Wechselwirkungs- und Annihilationsmodell D verwendet. Zur Verwendung in dieser 'Coupled-Channels' Rechnung müssen die explizit angekoppelten Kanäle aus dem Annihilationspotential der $\overline{N}N$-Wechselwirkung entfernt werden, um Doppelzählungen zu vermeiden. Dies ist nur in unserem konsistenten Modell eindeutig möglich. In einer Beschreibung der Annihilation durch ein rein phänomenologisches optisches Potential oder durch effektive Kanäle ist dieses Problem der Doppelzählung nicht zu lösen. Die Wechselwirkungen in den Meson-Meson Kanälen wurden bereits in Kapitel 3.6 vorgestellt und sind im wesentlichen aus Referenz [9] übernommen. Im $\rho\rho$-Kanal existiert leider noch kein Modell der direkten Wechselwirkung. Sie kann daher nicht berücksichtigt werden. Ein Modell für diese Wechselwirkung wird zur Zeit in Jülich entwickelt [127]. Die entsprechenden Potential-Matrixelemente sind bisher Null gesetzt.

6.1. Die Coupled–Channels–T–Matrix

Die T-Matrix in einem 'Coupled-Channels' Problem ist in Kapitel 3.1 eingeführt worden. Sie lautet

$$T^{cc} \;=\; V^{cc} \;+\; V^{cc}\,G^{cc}\,T^{cc} \quad . \tag{6.1}$$

Hierbei sind V^{cc} und T^{cc} Matrizen, die Kanalindizes tragen, der Propagator G^{cc} ist eine Diagonalmatrix. Das zu lösende Gleichungssystem zur Berechnung der T-Matrix hat die folgende Gestalt

$$\begin{pmatrix} \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \pi\pi\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \rho\rho\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \pi\pi\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & 0 \\ \langle\, \rho\rho\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|V|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \pi\pi\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|V|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|V|\,\overline{K}K\,\rangle & 0 \\ \langle\, \rho\rho\,|V|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|V|\,\pi\pi\,\rangle & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{6.2}$$

$$\begin{pmatrix} G^{\overline{N}N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G^{\pi\pi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G^{\overline{K}K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G^{\rho\rho} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{N}N\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \pi\pi\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \pi\pi\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \overline{K}K\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \\ \langle\, \rho\rho\,|T|\,\overline{N}N\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\pi\pi\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\overline{K}K\,\rangle & \langle\, \rho\rho\,|T|\,\rho\rho\,\rangle \end{pmatrix} .$$

Auf die explizite Angabe der Propagatoren, der notwendigen Schritte zur Regularisierung der numerischen Integration sowie der Berechnung der T–Matrix durch die Matrix-Inversionsmethode wird hier aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Sie läuft nach den gleichen Prinzipien ab, die in Kapitel 4.1.1 für die Berechnung der $\overline{N}N$-T-Matrix bzw. der Annihilationsboxen geschildert worden sind. Bei der Berechnung der

Tabelle 6.1: Die 'Coupled-Channels' Potentialmatrix für die gekoppelten Kanäle $\overline{N}N$,$\pi\pi$, $\overline{K}K$ und $\rho\rho$ in der JLS-Darstellung. Aufgrund der Auswahlregeln (Tabelle 3.1) entkoppelt die Gleichung für die T-Matrix (Gl. (6.2)) in drei unabhängige Gleichungen. Die obere Tabelle enthält den Aufbau der Zustandsmatrix für die Spin-Singlet Zustände ($|JLS\rangle = |JJ0\rangle$) und die Spin-Triplett Zustände ($|JLS\rangle = |JJ1\rangle$) des $\overline{N}N$-Systems. Von diesen Zuständen kann kein Übergang in das $\pi\pi$ oder $\overline{K}K$-System stattfinden. In der unteren Tabelle ist der Fall der $\overline{N}N$-Zustände $|JLS\rangle = |JJ\pm11\rangle$ dargestellt. Dort können Übergänge zwischen allen vier Kanälen stattfinden. In den aktuellen Rechnungen sind die Potentialmatrixelemente $V^{\rho\rho}$, $V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$ und $V^{\rho\rho\to\overline{K}K}$ Null gesetzt.

		$\overline{N}N$	$\rho\rho$			
	JLS	$\|JJS\rangle$	$\|JJ{+}11\rangle$	$\|JJ{-}11\rangle$	$\|JJ{+}11\rangle$	$\|JJ{-}11\rangle$
$\overline{N}N$	$\langle JJS\|$	$V^{\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$
$\rho\rho$	$\langle JJ{+}11\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ{-}11\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ{+}12\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ{-}12\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$

		$\overline{N}N$		$\pi\pi$	$\overline{K}K$	$\rho\rho$				
	JLS	$\|JJ{+}11\rangle$	$\|JJ{-}11\rangle$	$\|JJ0\rangle$	$\|JJ0\rangle$	$\|JJ0\rangle$	$\|JJ1\rangle$	$\|JJ2\rangle$	$\|JJ{+}22\rangle$	$\|JJ{-}22\rangle$
$\overline{N}N$	$\langle JJ{+}11\|$	$V^{\overline{N}N}$	$V^{\overline{N}N}$	$V^{\pi\pi\to\overline{N}N}$	$V^{\overline{K}K\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$
	$\langle JJ{-}11\|$	$V^{\overline{N}N}$	$V^{\overline{N}N}$	$V^{\pi\pi\to\overline{N}N}$	$V^{\overline{K}K\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$	$V^{\rho\rho\to\overline{N}N}$
$\pi\pi$	$\langle JJ0\|$	$V^{\overline{N}N\to\pi\pi}$	$V^{\overline{N}N\to\pi\pi}$	$V^{\pi\pi}$	$V^{\overline{K}K\to\pi\pi}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$
$\overline{K}K$	$\langle JJ0\|$	$V^{\overline{N}N\to\overline{K}K}$	$V^{\overline{N}N\to\overline{K}K}$	$V^{\pi\pi\to\overline{K}K}$	$V^{\overline{K}K}$	$V^{\rho\rho\to\overline{K}K}$	$V^{\rho\rho\to\overline{K}K}$	$V^{\rho\rho\to\overline{K}K}$	$V^{\rho\rho\to\overline{K}K}$	$V^{\rho\rho\to\pi\pi}$
$\rho\rho$	$\langle JJ0\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\pi\pi\to\rho\rho}$	$V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ1\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\pi\pi\to\rho\rho}$	$V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ2\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\pi\pi\to\rho\rho}$	$V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ{+}22\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\pi\pi\to\rho\rho}$	$V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$
	$\langle JJ{-}22\|$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\overline{N}N\to\rho\rho}$	$V^{\pi\pi\to\rho\rho}$	$V^{\overline{K}K\to\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$	$V^{\rho\rho}$

$\pi\pi$-Wechselwirkung treten bei den in dieser Arbeit benötigten Energien Singularitäten in den Potentialen auf. Zur Integration muß der Integrationsweg deshalb von der reellen Achse in die komplexe Ebene deformiert werden. Das verwendete Verfahren ist in Referenz [4] beschrieben worden.

Das Gleichungssystem ist in der JLS-Darstellung teilweise entkoppelt, weil die Erhaltungssätze für P und G einige Übergänge verbieten. Die entsprechenden Zustandsmatrizen sind am Beispiel der Potentialmatrix in Tabelle 6.1 angegeben.

6.2. Rechnungen und Ergebnisse

6.2.1. Die $\pi\pi$-Wechselwirkung

Abbildung 6.1 zeigt die Streuphasen und die Inelastizitäten der $\pi\pi$-Wechselwirkung. Der Energiebereich reicht von der $\pi\pi$ Schwelle ($E_{CMS} = 2m_\pi$) bis zu einer Gesamtenergie von etwa $2GeV$, also über die in dieser Arbeit relevante $\overline{N}N$-Schwelle bei $E_{CMS} = 2M_N = 1.876GeV$. Neben den Ergebnissen unseres Modells sind zwei Streuphasenanalysen der experimentellen Daten gezeigt, die von Hyams et al. [125] und Frogatt und Petersen [126] durchgeführt wurden. Dargestellt sind der $I = 0$ und $I = 1$ Kanal für Gesamtdrehimpulse $J \leq 3$, also die Partialwellen, die für den Annihilationsprozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$ relevant sind. Neben dem Ergebnis der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung sind in den Diagrammen auch die Streuphasen des 'ursprünglichen' $\pi\pi$-Wechselwirkungsmodell, also ohne Ankoppelung des $\overline{N}N$- und des $\rho\rho$-Kanals sowie die Streuphase bei alleiniger Ankoppelung des $\rho\rho$-Kanals gezeigt.

Die Wechselwirkung des $\pi\pi$-Systems im $(J = 0; I = 0)$-Zustand mit den Quantenzahlen des 'σ'-Mesons ist sehr wichtig in der Beschreibung vieler hadronischer Wechselwirkungen. Bei $980MeV$ zeigt die Streuphase einen Phasensprung, der mit dem $f_0(975)$ Meson identifiziert wird. In dem Modell [9] wird dieser Sprung durch die Ankoppelung des $\overline{K}K$-Kanals verursacht. Das f_0 wird deshalb als $\overline{K}K$-'Molekül' interpretiert. Für höhere Energien zeigt die empirische Streuphase einen langsamen monotonen Anstieg. Dieser Anstieg wird von den Ergebnissen der Rechnungen nicht wiedergegeben. Das ursprüngliche Modell ergibt für Energien größer als $1400MeV$ einen flachen Verlauf. Durch die Ankoppelung des $\rho\rho$-Kanals und des $\overline{N}N$-Kanals ändert sich die Streuphase im gesamten Energiebereich, vor allem aber bei höheren Energien. Die Streuphase liegt sogar niedriger als ohne die Ankoppelung dieser Kanäle. Man sollte sich jedoch bewußt sein, daß die Streuphase nur auf 180° eindeutig bestimmbar ist. Addiert man 180° zu dieser Streuphase, so stimmt die empirische Streuphasenanalyse und das Resultat der vollen Rechnung für Energien oberhalb der $\overline{N}N$-Schwelle überein. Die Inelastizität kann zufriedenstellend beschrieben werden. In der P-Welle $(J = 1; I = 1)$ sieht man bei einer Energie von $770MeV$ die dominante ρ-Resonanz. Bei höheren Energien ($E \approx 1700MeV$) ist in der experimentellen Phasenanalyse eine Struktur zu sehen, die wahrscheinlich durch das $\rho'(1700)$ Meson verursacht wird. Dieses Meson ist in unserem Modell nicht explizit enthalten, und eine dynamische Erklärung wurde bisher nicht gefunden. Das Fehlen eines entsprechenden Be-

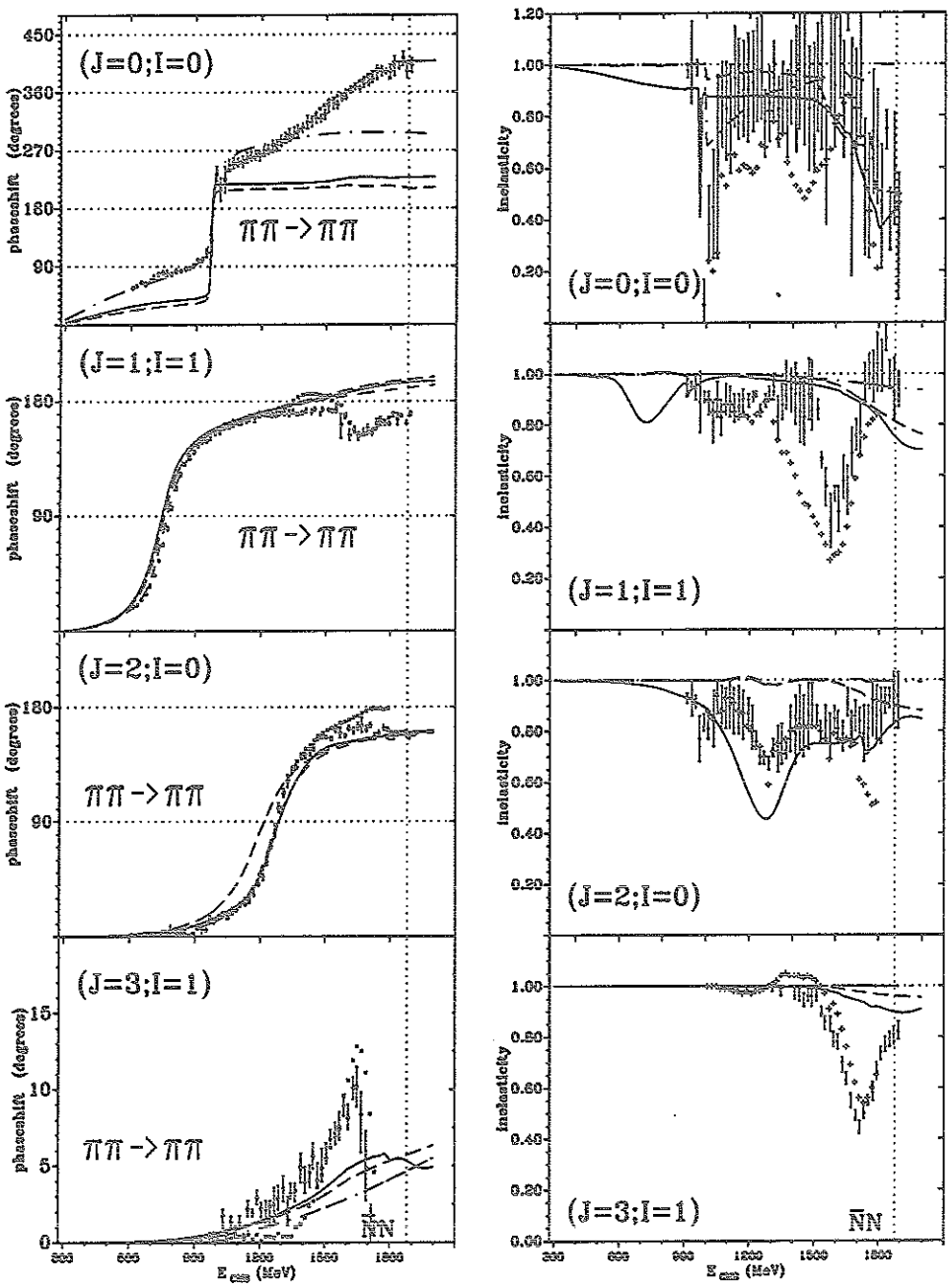


Abbildung 6.1: Die Streuphasen der $\pi\pi$-Wechselwirkung. Die $\overline{N}N$-Schwelle ist durch die vertikale gepunktete Linie angedeutet. Die durchgezogenen Kurven stellen die Ergebnisse der Streuphasen in dem 'Coupled Channels' Modell dar, die Resultate einer Rechnung ohne $\overline{N}N$-Kanal sind gestrichelt und die Ergebnisse des 'ursprünglichen' $\pi\pi$-Wechselwirkungsmodells sind strichgepunktet dargestellt. Für die S-Phase ist oberhalb der $\overline{N}N$-Schwelle auch das Ergebnis gezeigt, wenn 180° *addiert werden. Die experimentellen Streuphasenanalysen stammen aus den Referenzen* [125, 126].

standteiles wird in der Inelastizität besonders deutlich. Die Streuphase in der P-Welle hat an der $\overline{N}N$-Schwelle experimentelle Werte von etwa 170°, während die in dem Modell berechnete Streuphase 180° überschreitet und Werte von 190° annimmt. Die $(J = 2; I = 0)$ Phasenverschiebung wird von unserem Modell sehr gut beschrieben. Bei $1270MeV$ sieht man hier die f_2 Resonanz, die explizit in dem $\pi\pi$-Wechselwirkungsmodell enthalten ist. Die beiden experimentellen Phasenanalysen zeigen bei Energien nahe der $\overline{N}N$- Schwelle Differenzen: Die Analyse von Frogatt und Petersen ergibt hier Werte von nahezu exakt 180°, während Hyams et al. eine Phasenverschiebung von etwa 165° angeben. Dieser Wert ist auch das Ergebnis unserer Rechnung. In der $(J = 3; I = 1)$-Welle ist kein resonantes Verhalten zu beobachten. Bei der Energie von $1700MeV$ ist hier wiederum eine Struktur zu erkennen, die in unserem Modell nicht enthalten ist.

Mit unserem Modell werden also nicht alle in der $\pi\pi$-Streuung beobachteten Effekte beschrieben. In dem in dieser Arbeit interessierenden Energiebereich oberhalb der $\overline{N}N$-Schwelle liefert das Modell jedoch eine zufriedenstellende Beschreibung der $\pi\pi$-Wechselwirkung.

6:2.2. Die Annihilation $\overline{p}p \to \pi\pi$

Abbildung 6.2 zeigt die Wirkungsquerschnitte für die $\overline{N}N$-Streuung und die Annihilationsprozesse $\overline{p}p \to \pi\pi$, $\overline{p}p \to \rho\rho$ und $\overline{p}p \to \overline{K}K$. Die durchgezogenen Kurven sind die Ergebnisse der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung unter Einschluß der $\pi\pi$-Wechselwirkung sowie Übergängen wie $\overline{p}p \to \rho\rho \to \pi\pi$. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der entsprechenden DWBA-Rechnungen mit Modell D dargestellt. Die Parameter in den Übergangspotentialen $\overline{p}p \to \rho\rho$ und $\overline{p}p \to \pi\pi$ blieben in der 'Coupled-Channels' Rechnung gegenüber dem Modell D aus dem letzten Kapitel unverändert. Am $NN\pi$ und $NN\rho$-Vertex ist $\Lambda = 1500MeV$ und am $N\Delta\pi$- und $N\Delta\rho$-Vertex ist $\Lambda = 1700MeV$. Als neuer Parameter in dieser Rechnung wurde der 'Cutoff-Parameter' in dem Übergangspotential $\rho\rho \to \pi\pi$ angepaßt, für den ein Wert von $\Lambda = 2700MeV$ verwendet wurde.

Die Rückwirkung der Meson-Meson Wechselwirkungen auf die Beschreibung der $\overline{N}N$-Streuung sind kaum sichtbar, dort sind Meson-Meson Wechselwirkungen gut zu vernachlässigen. Die Auswirkungen auf die Übergangswirkungsquerschnitte $\overline{N}N \to \pi\pi$ und $\overline{N}N \to \overline{K}K$ sind deutlich zu sehen, im $\overline{N}N \to \rho\rho$ Kanal sind sie für höhere Energien relativ klein. Das Ergebnis der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung für den Wirkungsquersschnitt des Prozesses $\overline{p}p \to \pi\pi$ ist in Größe und Energieabhängigkeit ähnlich zu dem

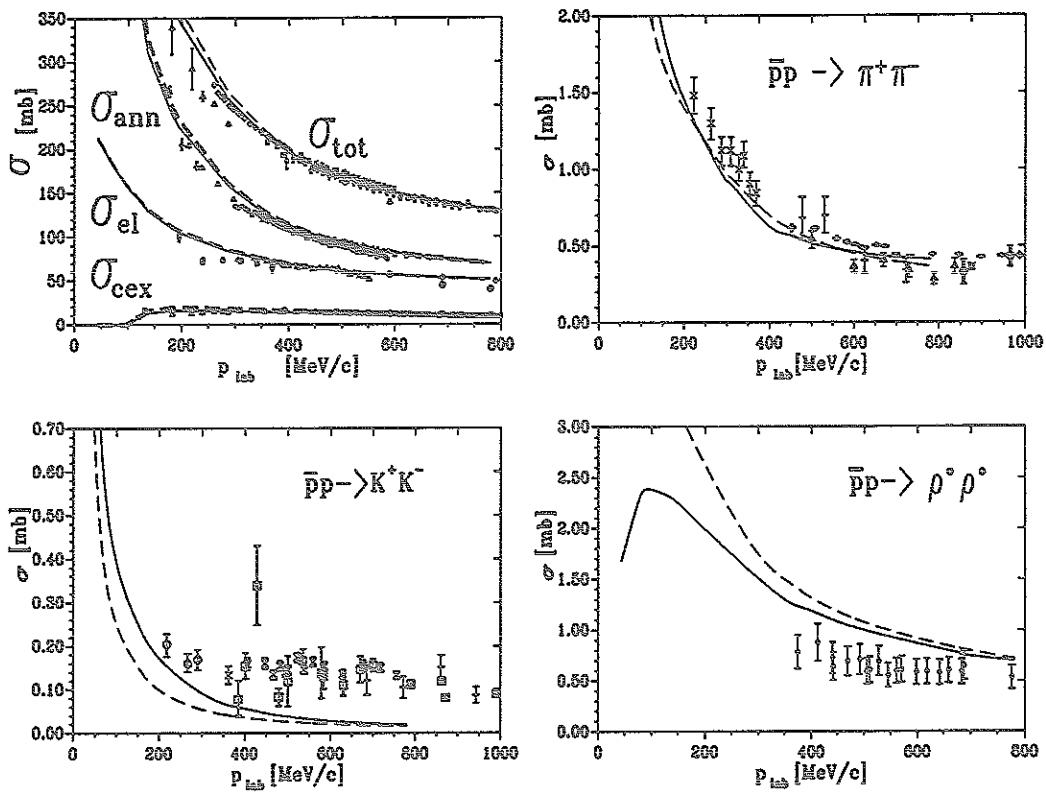


Abbildung 6.2: Die Wirkungsquerschnitte für die $\overline{N}N$-Streuung und die Annihilationsprozesse $\overline{p}p \to \pi\pi$, $\overline{p}p \to \rho\rho$ und $\overline{p}p \to \overline{K}K$. Die Resultate der Rechnung mit dem 'Coupled-Channels' Modell sind durchgezogen dargestellt, die Resultate der Rechnungen mit Modell D aus dem letzten Kapitel (DWBA) gestrichelt. Die Referenzen zu den Daten können Abbildung 5.1 *und* 5.13 *entnommen werden.*

Ergebnis der DWBA Rechnung mit Modell D. Der Annihilationsprozeß $\overline{p}p \to \overline{K}K$ kann durch dieses Modell nicht zufriedenstellend beschrieben werden, der Wirkungsquerschnitt ist zu klein. Aus diesem Grund wird auf die Angabe der winkelabhängigen Observablen in diesem Kanal verzichtet. Für eine Beschreibung dieses Kanals müssen wahrscheinlich die Kopplungen an die Kanäle mit Strangeness ($\overline{K^*}K \pm \overline{K}K^*$, $\overline{K^*}K^*$ oder $\overline{\Lambda}\Lambda$) in der Rechnung berücksichtigt werden.

In Tabelle 6.2 sind die Wirkungsquerschnitte für die Annihilation in die Zwei-Mesonen Kanäle für alle Ladungszustände aus den niedrigen Partialwellen $^3S_1$ und $^3P_0$ bei einem Impuls $p_{lab} = 100 MeV/c$ aufgeführt. Bei diesem Impuls wurden im vorhergehenden Kapitel die Verzweigungsverhältnisse berechnet. Der Einfluß der Meson-Meson-Wechselwirkungen auf die relativen Verhältnisse der Annihilationsstärken in diesen Parti-

alwellen ist deutlich zu sehen, obwohl die Gesamtstärke in beiden Rechnungen vergleichbar ist. Besonders gut ist die Verkleinerung des Wirkungsquerschnittes des Prozesses $\overline{p}p \rightarrow \rho\rho$ und die gleichzeitige Vergrößerung des $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$ Wirkungsquerschnittes vom $^3S_0$-Zustand in der 'Coupled Channels' Rechnung im Vergleich mit der DWBA-Rechnung mit Modell D zu sehen. Diese Veränderung wird durch die in der 'Coupled Channels' Rechnung möglichen Zweistufenprozesse $\overline{p}p \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi$ bewirkt und unterstreicht deren Bedeutung in diesem Modell. Bei der Interpretation der dynamischen Auswahlregeln sollten daher die Auswirkungen von Meson-Meson Wechselwirkungen und Übergängen unbedingt in Betracht gezogen werden.

Tabelle 6.2: Wirkungsquerschnitte für die Annihilation in die in der 'Coupled Channels' Rechnung enthaltenen Kanäle aus $^3S_1$- und $^3P_0$-Partialwellen bei $p_{lab} = 100MeV/c$. Die Ergebnisse der 'Coupled-Channels' Rechnung (CC) sind entsprechenden Ergebnissen der Rechnung mit dem Modell D gegenübergestellt. Der Einfluß Meson-Meson Wechselwirkungen auf die relativen Verhältnisse der Wirkungsquerschnitte in die verschiedenen Kanäle kann hier gesehen werden.

	$^3S_1$		$^3P_0$	
$p\overline{p} \rightarrow$	CC	D	CC	D
$\pi^+\pi^-$	2.21	1.41	0.34	0.31
$\pi^0\pi^0$	–	–	0.17	0.15
$\rho^+\rho^-$	6.56	7.06	0.47	1.54
$\rho^0\rho^0$	–	–	0.19	0.15
K^+K^-	0.35	0.25	0.047	0.012
$K^0\overline{K}^0$	0.052	0.0065	0.054	0.0032

In Abbildung 6.3 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte für den Annihilationsprozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$ in einem Energiebereich von einem Laborimpuls von $p_{lab} = 200MeV/c$ bis $p_{lab} = 780MeV/c$ dargestellt. Bei niedrigen Energien weisen die Winkelverteilungen einen starken Anstieg in Vorwärtsrichtung auf. Durch unsere Rechnung kann dieser Anstieg gut reproduziert werden. Mit steigender Energie wird der Wirkungsquerschnitt in Rückwärtsrichtung immer größer, und bei dem Impuls $p_{lab} = 780MeV/c$ hat die Winkelverteilung eine annäherend symmetrische Gestalt. Dieses Verhalten ist auf das allmähliche Stärkerwerden der Komponenten höherer Drehimpulse zurückzuführen. In früheren Rechnungen [33, 35, 39] mit der DWBA-Näherungsmethode und auch in der DWBA-Rechnung mit

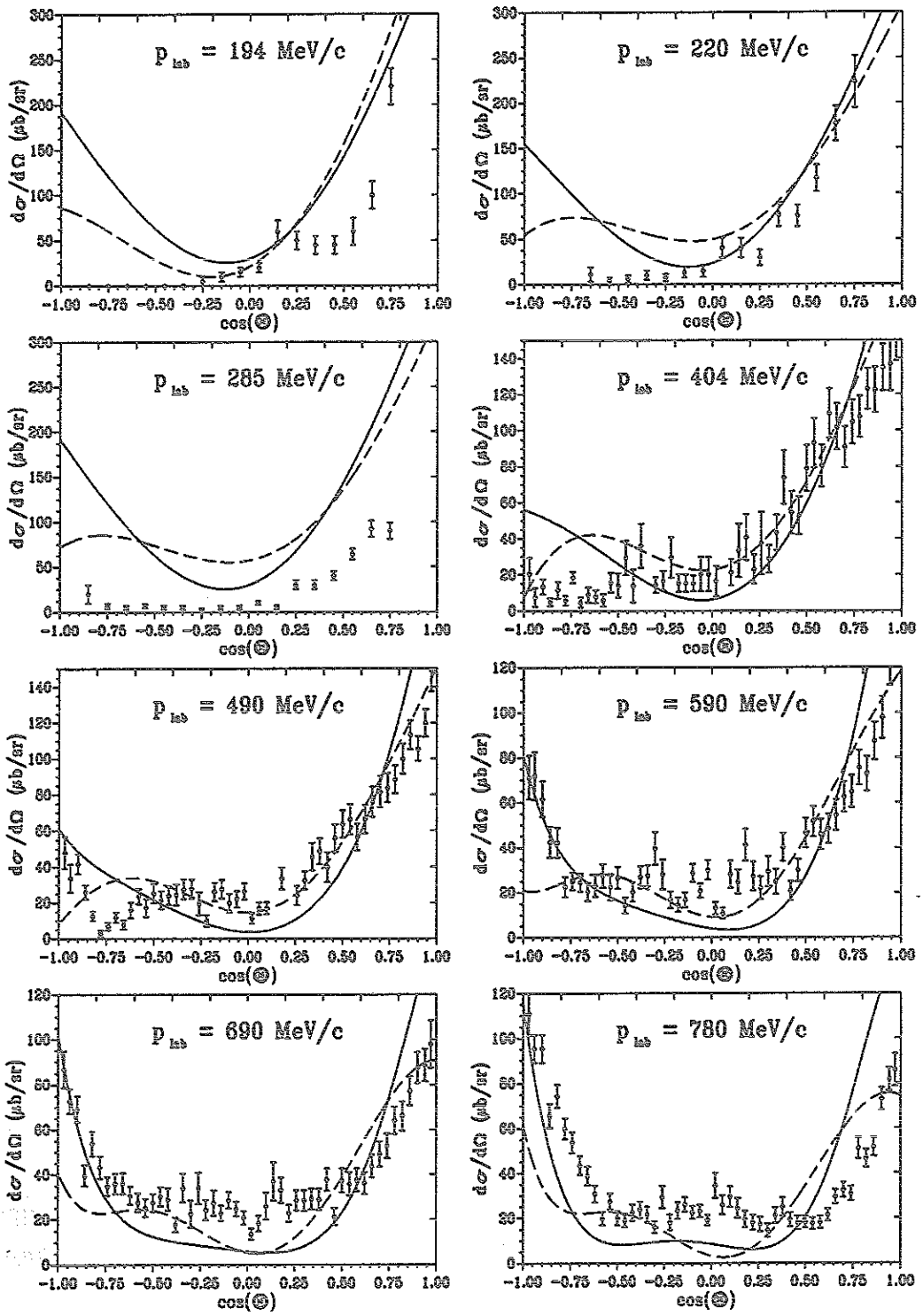


Abbildung 6.3: Differentielle Wirkungsquerschnitte für den Annihilationsprozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$. Die Resultate der Rechnungen mit dem 'Coupled-Channels' Modell sind durchgezogen dargestellt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der Rechnung mit Modell D ohne Meson-Meson Wechselwirkung gestrichelt angegeben. Die Daten stammen aus Referenz [128].

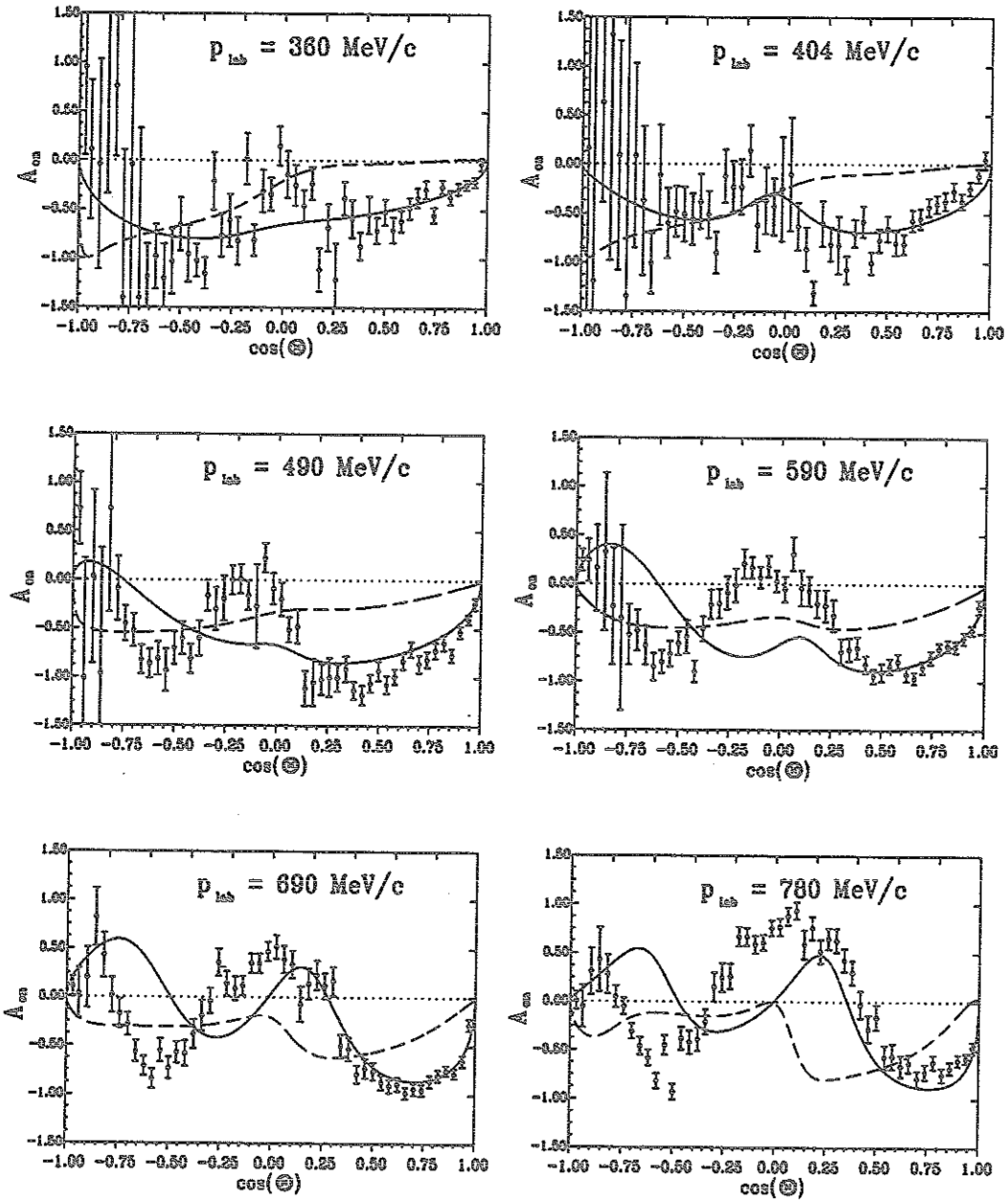


Abbildung 6.4: Die Analysierstärken des Annihilationsprozesses $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$. Die Resultate der Rechnungen mit dem 'Coupled-Channels' Modell sind durchgezogen dargestellt, die Ergebnisse der Rechnung ohne Meson-Meson Wechselwirkung gestrichelt. Die Daten stammen aus Referenz [128].

Modell D konnte dieser starke Anstieg des Wirkungsquerschnittes in Rückwärtsrichtung nicht erkärt werden.

Das 'Coupled Channels'-Modell kann die Energieabhängigkeit des differentiellen Wir-

kungsquerschnittes und den Anstiegs in Rückwärtsrichtung nahezu richtig beschreiben. Bei den höheren Energien werden Struktur und Hauptmerkmale der Winkelverteilung durch das Modell nun im Gegensatz zur einfachen DWBA Rechnung qualitativ beschrieben.

In Abbildung 6.4 sind schließlich die Analysierstärken A_n der Reaktion $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ dargestellt. Diese Observable weist eine markante Winkelabhängigkeit und bei den höheren Energien über einen relativ großen Bereich Werte nahe +1 auf. Dies bedeutet, daß bei der Annihilation des Antiprotons an einem aufrecht polarisierten Proton die negativen Pionen immer nach links emittiert werden!

Diese experimentellen Daten können von dem 'Coupled-Channels' Modell in Struktur und Energieabhängigkeit beschrieben werden. In Referenz [39] wurde gezeigt, daß für den Vorwärtsbereich die $\pi\pi$-Wechselwirkung wichtig ist. Die Energieabhängigkeit und das 'Wachsen' des Maximums können aber nur in der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung erklärt werden. Die Gesamtbreite des Maximums ist jedoch insbesondere bei den höheren Energien immer noch zu schmal.

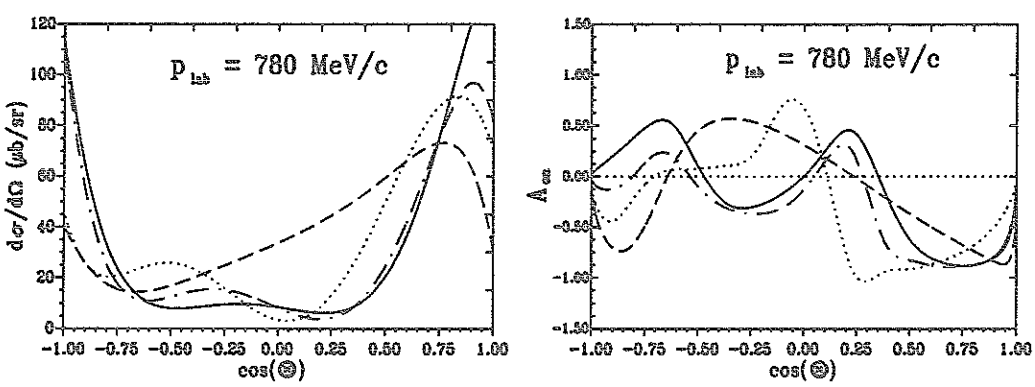


Abbildung 6.5: Die Bedeutung der in der 'Coupled-Channels' Rechnung enthaltenen Bestandteile anhand des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der Analysierstärke bei $p_{lab} = 780 MeV/c$. Die durchgezogene Kurve ist das Resultat der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung, die gestrichelte Kurve stammt von einer Rechnung mit der direkten $\pi\pi$-Wechselwirkung, aber ohne Berücksichtigung der Übergänge $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$. In der strichgepunkteten Kurve sind die Übergänge $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$ enthalten, aber keine direkte $\pi\pi$-Wechselwirkung. Schließlich ist eine gepunktete Kurve gezeigt, die eine Rechnung ohne Meson-Meson Wechselwirkungen darstellt.

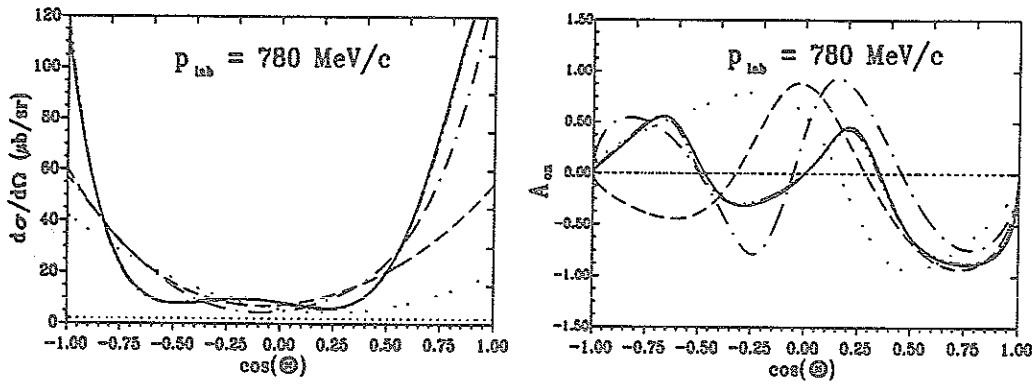


Abbildung 6.6: Durch sukzessives Anschalten der Drehimpulse wird die Bedeutung höherer Drehimpulse in der Beschreibung der differentiellen Observablen der Annihilation $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ deutlich: Alle Drehimpulse: durchgezogen, $J = 0$ gepunktet, $J \leq 1$ doppelgepunktet, $J \leq 2$ gestrichelt, $J \leq 3$ strichgepunktet, $J \leq 4$ strichdoppelgepunktet.

In Abbildung 6.5 ist anhand des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der Analysierstärke bei $p_{lab} = 780 MeV/c$ die Bedeutung der einzelnen Kanäle in der vollen 'Coupled-Channels' Rechnung dargestellt: Neben der Rechnung mit dem vollen 'Coupled-Channels' Modell ist eine Rechnung ohne $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$-Übergänge mit direkter $\pi\pi$-Wechselwirkung, eine Rechnung mit $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$ Übergängen ohne direkte $\pi\pi$-Wechselwirkung und eine Rechnung ohne Meson-Meson Wechselwirkungen gezeigt. Die wesentlichen Charakteristika des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der Analysierstärke werden durch die Übergänge $\overline{p}p \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi$ entscheidend geprägt, während der Einfluß der direkten $\pi\pi$-Wechselwirkung und des $\overline{K}K$-Kanals kleiner ist.

In Abbildung 6.6 ist die Bedeutung der einzelnen Drehimpulse in der Winkelverteilung gezeigt, indem sukzessive höhere Drehimpulsbeiträge eingeschaltet werden. Die Struktur der differentiellen Observablen wird durch die Beiträge der Drehimpulse $J = 2$ und $J = 3$ geprägt. Drehimpulse $J \geq 5$ tragen praktisch nicht mehr zum Wirkungsquerschnitt bei.

Die Übergangsamplituden sind in Form der τ-Matrix in Abbildung 6.7 durch Arganddiagramme dargestellt. Die τ-Matrix steht mit der S-Matrix in der Verbindung

$$S = 1 + 2i\tau \quad . \tag{6.3}$$

Die τ-Matrix wird aus der T-Matrix berechnet durch $\tau = -\frac{\pi}{2}\sqrt{EE'qq'}\,T$, wobei E und q Energie und Impuls des einlaufenden Zustandes und E' und q' Energie und Impuls des auslaufenden Zustandes bezeichnen. Auch auf der Ebene der Amplituden wird die Bedeu-

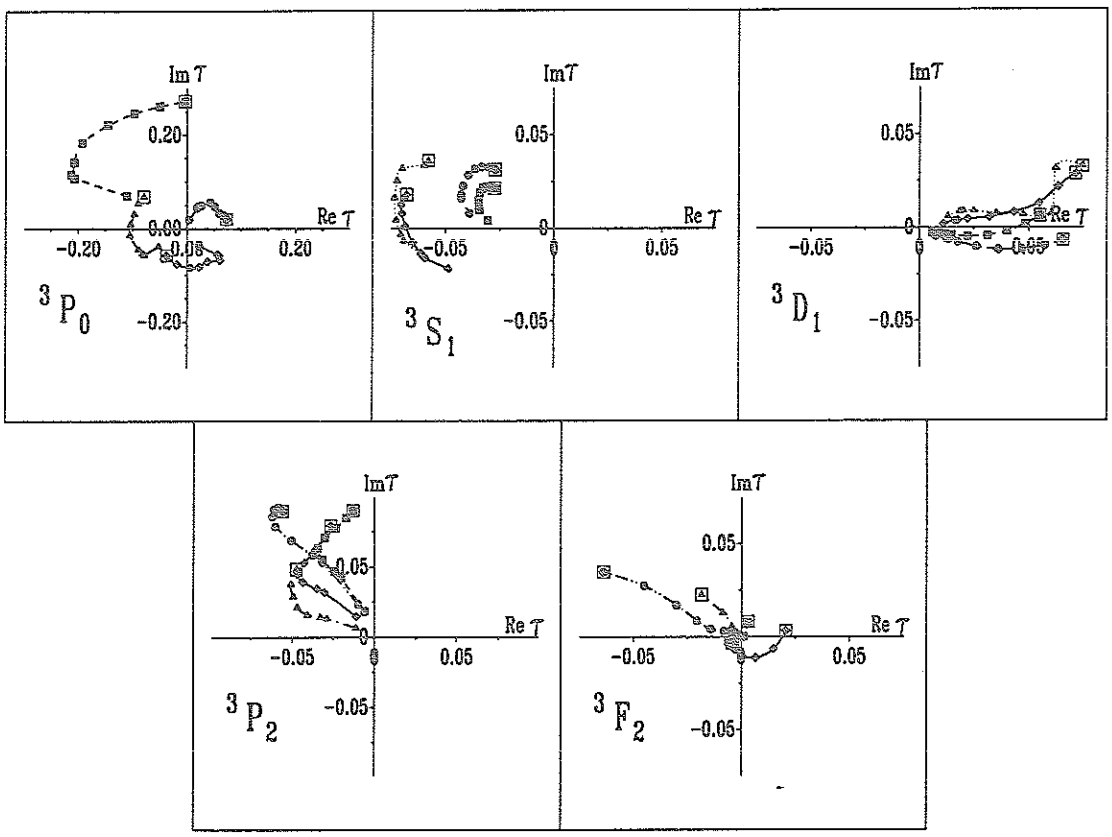


Abbildung 6.7: Arganddiagramme für die Amplituden in den niedrigsten Partialwellen im Prozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$. Die Punkte entsprechen jeweils Laborimpulsintervallen von $100MeV/c$, die markierten Endpunkte einem Laborimpuls von $p_{lab} = 780MeV/c$. Die Ergebnisse des vollen 'Coupled-Channels'-Modells sind durch Rauten, die Rechnung mit $\pi\pi$-Wechselwirkung ohne $\rho\rho \rightarrow \pi\pi$ Prozesse mit Quadraten, die Rechnung ohne direkte $\pi\pi$-Wechselwirkung, aber mit $\overline{p}p \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi$ Prozessen mit Dreiecken, und die Rechnung ohne jede Meson-Meson Wechselwirkung mit Kreisen gekennzeichnet.

tung der Wechselwirkungen und Übergänge in den Meson-Meson Kanälen unmittelbar deutlich: Inbesondere in den niedrigen Partialwellen, aber auch in der $^3F_2$-Amplitude sieht man eine große Auswirkung der Meson-Meson Wechselwirkungen. Mit steigender Energie zeigen alle Amplituden eine Drehung im Uhrzeigersinn um den Ursprung. Dieses Verhalten steht in Übereinstimmung mit anderen Rechnungen [30, 129], jedoch entgegen Analysen empirscher Daten bei etwas höheren Energien [130, 131, 132], die einen Drehsinn entgegen dem Uhrzeigersinn zeigen. Dieser Widerspruch ist noch nicht verstanden. Gründe für diese Unterschiede können natürlich in wesentlichen fehlenden Bestandteilen

in der theoretischen Beschreibung liegen, aber auch die empirischen Analysen sind nicht frei von Mehrdeutigkeiten und Unsicherheiten [130, 132].

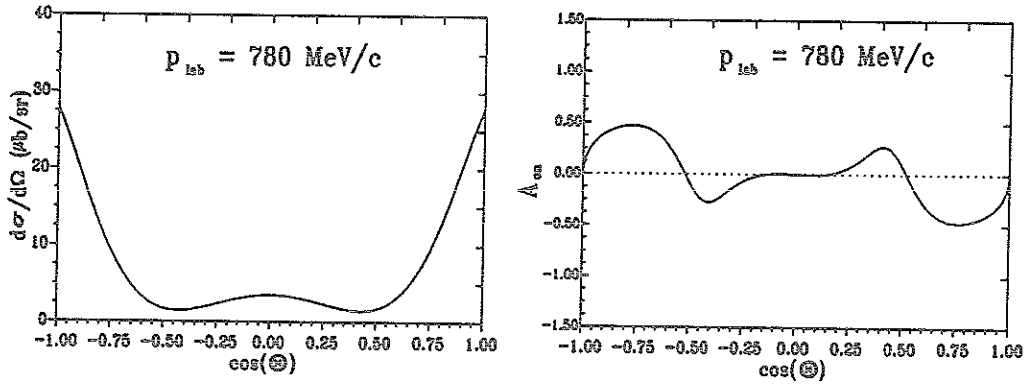


Abbildung 6.8: Der differentielle Wirkungsquerschnitt und die Analysierstärke im Prozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0$ bei $p_{lab} = 780 MeV/c$. Die Resultate der Rechnungen mit dem vollen 'Coupled-Channels' Modell sind durchgezogen dargestellt. In naher Zukunft ist in diesem Kanal mit der Veröffentlichung von Daten zu rechnen [133].

Zum Abschluß wird in Abbildung 6.8 der differentielle Wirkungsquerschnitt der $\pi^0\pi^0$ Produktion gezeigt. Für diesen Prozeß sollen in naher Zukunft experimentelle Daten von der Crystal Barrel Kollaboration vorgelegt werden [133]. Da dieser Kanal ein reiner Isospin $I = 0$-Zustand identischer Teilchen ist, ist der differentielle Wirkungsquerschnitt symmetrisch in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung. Die Ergebnisse in Abbildung 6.8 sind durch die Isospinverhältnisse bereits durch den Wirkungsquerschnitt $\overline{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ festgelegt.

In diesem Kapitel konnte der Einfluß der Meson-Meson Wechselwirkungen und vor allem der Zwei-Stufen Prozesse anhand der Übergänge $\overline{N}N \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi$ gezeigt werden. Gerade diese Meson-Meson-Übergänge erwiesen sich zur Erklärung der beobachteten Strukturen in den differentiellen Wirkungsquerschnitte und der Analysierstärken als sehr wichtig. Diese Daten konnten mit dem 'Coupled-Channels' Modell qualitiativ erklärt werden. Man muß sich dabei bewußt sein, daß das verwendete Modell der Meson-Meson Wechselwirkungen sehr einfach ist und nur relativ wenige Prozesse enthält. Neben der direkten Wechselwirkung im $\rho\rho$-Kanal sind weitere mesonische Kanäle mit und ohne Strangeness denkbar, die an das $\overline{N}N$-System und das $\pi\pi$-System koppeln können (z.B. $\omega\omega$, $K^*\overline{K}^*$,...). Außerdem können weitere Wechselwirkungsprozesse in diesem Energiebereich eine Rolle spielen. So muß im Übergangspotential $V^{\rho\rho\rightarrow\pi\pi}$ wahrscheinlich auch der ω-Austausch berücksichtigt werden. Einige dieser Erweiterungen sind in der nächsten Zeit geplante

Projekte in der Jülicher Arbeitsgruppe, und ihre Auswirkungen auf die Beschreibung der Annihilationsobservablen wird nach der Entwicklung entsprechender Modelle untersucht werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Wechselwirkung und Annihilation des Antinukleon-Nukleon-Systems unter konsistenter Berücksichtung der Zwei-Mesonen Annihilationskanäle im Rahmen eines hadronischen Modells behandelt. Das Modell wurde nach den gleichen Grundsätzen konstruiert, die zur Entwicklung des Bonner NN-Potentials [2], der Erweiterung auf Hyperon-Nukleon [3], Meson-Nukleon [4, 5, 6, 7, 8] und Meson-Meson [9, 10]-Systeme führten.

Die elastische Wechselwirkung wurde über eine G-Paritätstransformation aus dem (leicht modifizierten) vollen Bonn NN-Potential gewonnen, ohne neue Parameter einzuführen. Diese elastische Wechselwirkung wurde im ganzen Impuls- (bzw. Orts-) Raum ernstgenommen, es wurde keine eine ad-hoc Regularisierung des inneren Bereiches vorgenommen. In Modellen der Literatur wird eine solche Abschneideprozedur häufig mit dem Argument begründet, die durch den Vorzeichenwechsel in der NN-Wechselwirkung repulsiver Anteile wie des ω- oder des $\pi\rho$-Austausch stark attraktive $\overline{N}N$-Wechselwirkung sei im inneren Bereich unphysikalisch, da das Meson-Austauschbild hier seine Gültigkeit verlieren müsse und außerdem tiefgebundene Bindungszustände auftreten. In diese Argumentation gehen Annahmen über die Radien der Quark-Cores der Hadronen ein, über die keineswegs Einigkeit besteht. In Referenz [81] konnte gezeigt werden, daß die $\overline{N}N$-Daten es gegenwärtig nicht zulassen, bei den Unsicherheiten in der Beschreibung der Annihilation durch phänomenologische Potentiale, eindeutige Schlüsse über die Gestalt der elastischen Wechselwirkung im inneren Bereich (insbesondere den Wert der ω-Kopplungskonstante) im $\overline{N}N$-System zu ziehen, da die Modifikationen durch geeignete Änderungen des Annihilationspotentials immer kompensiert werden können. Im Abschnitt 5.2 wurde auch deutlich, warum dies so ist: das phänomenologische optische Potential führt zu einer totalen Absorption der $\overline{N}N$-Wellenfunktion im inneren Bereich, das heißt, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des $\overline{N}N$-Paares ist bei Verwendung so eines phänomenologischen optischen

Potentials für kleine Abständen ($R < 0.5fm$) gleich Null. Eine Lösung des Problems der Wechselwirkung im inneren Bereich kann also nur eine konsistente Beschreibung der elastischen und der Annihilationswechselwirkung bringen, die im gesamten Bereich ohne phänomenologische Eingriffe ernst genommen wird. In dieser Arbeit enthält das Annihilationspotential immer noch einen phänomenologischen Anteil. In Abschnitt 5.1 wurde jedoch gezeigt, daß die Bedeutung des optischen Potentials in den S-Wellen relativ klein ist. Die S-Wellen bestimmen die Wechselwirkung bei kleinen Abständen.

In dieser Arbeit wurden die Annihilationskanäle mit zwei Mesonen in konsistenter Weise beschrieben. Als Annihilationsmechanismus wurde im Rahmen des Meson-Austausch Modells ein Baryon-Austausch Prozeß ($N, \Delta, \Lambda, \Sigma, Y^*$) angenommen. An den Vertices der Annihilationspotentiale treten Formfaktoren auf, die die Effekte der Substruktur der Hadronen und insbesondere der Meson-Wolke berücksichtigen sollen. Diese Formfaktoren sind konzeptionell verschieden von den in der elastischen Wechselwirkung verwendeten, da nun das ausgetauschte Baryon und nicht das Meson das bestimmende 'Off-Shell'-Teilchen ist. Zur Reduktion der anzupassenden Parameter wurde angenommen, daß die 'Cutoff'-Parameter in der Parametrisierung dieser Formfaktoren von der Art des ausgetauschten Baryons, aber nicht des ankoppelnden Mesons abhängen. Daher sind diese Parameter für alle Mesonen gleich. Mit diesem Ansatz konnte eine sehr gute Beschreibung sowohl der experimentellen Streudaten der $\overline{N}N$-Wechselwirkung als auch der konsistent ausgerechneten Verzweigungsverhältnisse der Annihilationskanäle erreicht werden.

Dieses neue, konsistente Modell mit der Bezeichnung D wurde mit zwei älteren Annihilationsmodellen verglichen, die auf exakt der gleichen elastischen Wechselwirkung aufbauen und so einen genauen Vergleich zulassen. Das erste Modell $A(BOX)$ beschreibt die gesamte Annihilation durch ein phänomenologisches optisches Potential, wie viele andere Modelle der Literatur. Dieses Modell führt zu einer sehr guten Beschreibung der experimentellen Daten der $\overline{N}N$-Wechselwirkung, aber die Betrachtung einzelner Annihilationskanäle kann natürlich nicht in konsistenter Weise erfolgen. Das zweite Modell C beschreibt die gesamte Annihilation mikroskopisch durch 26 Kombinationen von pseudoskalaren, skalaren und Vektormesonen unter Berücksichtigung nur der Mesonen, die auch bei der Konstruktion der elastischen Wechselwirkung verwendet wurden. Die in diesem Modell enthaltenen Kanäle müssen als effektive Kanäle interpretiert werden, da die Beiträge gegenüber ihrem beobachteten Anteil stark vergrößert werden mußten. Diese Prozedur führt zu einer starken Spin-Isospinabhängigkeit in der Beschreibung der

Annihilation, mit der Folge, daß der isospin-sensitive Ladungsaustausch-Kanal im integrierten Wirkungsquerschnitt nicht richtig beschrieben werden kann. Im Vergleich der winkelabhängigen Observablen zeigten sich große Unterschiede zwischen Ergebnissen der drei Modelle. Die Untersuchung der Partialwellenbeiträge zeigte, daß das neue Modell D eine dem Modell $A(BOX)$ sehr ähnliche Struktur hat mit großer Bedeutung der Spin-Triplett und insbesondere der tensorgekoppelten Partialwellen. Modell C dagegen weist eine ganz andere Partialwellenzusammensetzung auf. In diesem Modell sind die Spin-Singlett Zustände wichtig. Das konsistente Modell D kann die experimentellen winkelabhängigen Daten der $\overline{N}N$-Streuung gut beschreiben, allerdings ist die Qualität der Beschreibung nicht ganz so gut wie mit dem phänomenologischen Modell $A(BOX)$. Das konsistente Modell führt ähnlich wie das Modell C zu einer Schulter im ρ Parameter, während sich im Modell $A(BOX)$ diese Schulter nicht zeigt.

Die konsistente Berechnung der Annihilationsprozesse in zwei Mesonen mit dem neuen Modell D zeigt eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Verzweigungsverhältnissen, obwohl die Parameter der Annihilationspotentiale nicht für die einzelnen Kanäle individuell angepaßt werden, sondern nur vom ausgetauschten Baryon abhängen. Die Übereinstimmung ist besser als in Vergleichsrechnungen, die die beiden anderen Modelle der $\overline{N}N$-Wechselwirkung als Anfangswechselwirkung verwenden. In diesen Rechnungen wurden die gleichen Parameter in den Übergangspotentialen verwendet. Natürlich kann mit den anderen Modellen nicht eine konsistente Behandlung der Annihilation und der Wechselwirkung erreicht werden, da die Annihilation phänomenologisch (im Fall von $A(BOX)$) oder durch effektive Annihilationskanäle (in Fall von C) erfolgt. In der Untersuchung der Annihilation aus festgelegten Zuständen wurde die Empfindlichkeit der Ergebnisse auf das verwendete Modell der $\overline{N}N$-Wechselwirkung und damit die Notwendigkeit einer konsistenten Beschreibung deutlich. Die bestehenden Diskrepanzen mit dem Experiment beruhen nach unserer Auffassung vor allem auf der Vernachlässigung der Wechselwirkung und Übergänge in den Meson-Meson Kanälen. Die Energieabhängigkeit und die relativen Verhältnisse der Kanäle bei höheren Energien wurden mit Modell D im Vergleich mit $A(BOX)$ und C besser beschrieben.

Schließlich wurden die Bindungszustände im $\overline{N}N$-System berechnet. Während im Modell $A(BOX)$ nur eine geringe Anzahl solcher Zustände mit sehr großen Breiten gefunden wurde, gibt es im Potential des Modell C relativ viele Bindungszustände mit kleinen Breiten. Die experimentelle Suche nach solchen Baryonium genannten Bindungszuständen

kleiner Breite ist erfolglos verlaufen, so daß heute die Existenz solcher Zustände ausgeschlossen wird. Im Modell D findet man einige Zustände mit typischen hadronischen Breiten von $200MeV$ bis $1000MeV$. Insbesondere für den $^3PF_2$-Bindungszustand bei $1583MeV$ liegt eine Identifikation mit dem im ASTERIX Experiment gefundenen 2^{++}-Zustand AX nahe. In dem konsistenten Modell wurden keine tiefliegenden Bindungszustände gefunden, die negative Massen haben.

Zur Untersuchung des Einfluß der Meson-Meson-Wechselwirkungen und Übergänge wurde für drei Annihilationskanäle und das $\overline{N}N$-System eine 'Coupled-Channels' Rechnung durchgeführt (mit den Kanälen $\overline{N}N$,$\pi\pi$,$\overline{K}K$ und $\rho\rho$). Die experimentellen Daten der $\pi\pi$-Wechselwirkung, die in der Form von Streuphasen und Inelastizitäten bis fast an die $\overline{N}N$-Schwelle vorliegen, und die Streuphasen oberhalb der Schwelle, die mit unserem Modell ausgerechnet wurden, stimmen gut überein. Für die Reproduktion der Streuphasen unterhalb der Schwelle fehlen allerdings noch Bestandteile in dem Modell, wie zum Beispiel eine direkte $\rho\rho$-Wechselwirkung. Im Rahmen dieser 'Coupled-Channels' Rechnung, die für den Annihilationsprozeß $\overline{p}p \rightarrow \pi\pi$ Wechselwirkungen im Endzustand und Zweistufenprozesse $\overline{p}p \rightarrow \rho\rho \rightarrow \pi\pi$ enthält, konnten die winkelabhängigen Observablen dieses Annihilationskanal beschrieben werden. Insbesondere die Mehrstufenprozesse erwiesen sich zu einer erfolgreichen Beschreibung als sehr wichtig.

Zusammenfassend wurde in dieser Arbeit eine konsistente Beschreibung der Streuung und Annihilation des $\overline{N}N$-Systems im Rahmen eines hadronischen Modells entwickelt. Die Bedeutung der Zwei-Meson Annihilationskanäle und vor allem der Wechselwirkungen in diesen Kanälen konnte demonstriert werden. Wechselwirkungen und Übergänge zwischen den verschiedenen Kanälen haben natürlich Bedeutung für die Verhältnisse der verschiedenen Partialwellen und sollten bei der Betrachtung der Zustandsabhängigkeit im Rahmen der Diskussion sogenannter dynamischer Auswahlregeln unbedingt in Betracht gezogen werden. Leider sind für die meisten dieser Kanäle noch keine Wechselwirkungsmodelle vorhanden. In der Jülicher Gruppe wurde von G. Janßen [10] ein Modell zur Beschreibung der Wechselwirkung des $\pi\rho$-Systems entwickelt. Die Bedeutung dieser Wechselwirkung in der Beschreibung der Annihilationsobservablen und besonders bei der Klärung des '$\pi\rho$-Puzzles' soll in nächster Zukunft untersucht werden.

Ein Ansatzpunkt zur Weiterentwicklung des Modells wäre die explizite Berücksichtigung der Breiten der Mesonen in den Zwischenzuständen des $\overline{N}N$-Annihilationspotential.

Die exakte mikroskopische Behandlung ist jedoch sehr schwierig und scheidet wegen der zu berücksichtigenden Mehrteilchen-Dynamik auch in Zukunft wahrscheinlich aus. Hier muß auf physikalisch motivierte phänomenologische Beschreibungen zurückgegriffen werden.

Von großem Interesse ist die Erweiterung des $\overline{N}N$-Wechselwirkungsmodells zu höheren Energien. In dem in dieser Arbeit verwendeten energieabhängigen Ansatz der 'zeitgeordneten Störungstheorie' kommt es bei Überschreitung der Pion-Produktionsschwelle zu Singularitäten, die einer aufwendigen Behandlung bedürfen. Bessere Möglichkeiten zu einer Erweiterung des Energiebereichs bietet die energieunabhängige Formulierung des Modells im Rahmen des 'folded-diagrams' Ansatzes [134]. Unter der Benutzung phänomenologischer Annihilationspotentiale wurden hier bereits Modelle für die Antihyperon-Hyperon Erzeugung in den Prozessen $\overline{p}p \rightarrow \overline{\Lambda}\Lambda$ [14] sowie im Rahmen einer 'Coupled-Channels' Rechnung auch für $\overline{p}p \rightarrow \overline{\Lambda}\Sigma \pm \overline{\Sigma}\Lambda, \overline{\Sigma}\Sigma, \overline{\Xi}\Xi$ [135, 136] entwickelt. In naher Zukunft werden Daten in dem besonders interessanten Annihilationskanal $\overline{p}p \rightarrow \phi\phi$ für integrierte Übergangswirkungsquerschnitte und differentielle Wirkungsquerschnitte zur Verfügung stehen. Obwohl dieser Prozeß im Rahmen eines naiven Quark-Modelles durch die phänomenologisch bestätigte OZI-Regel [137] verboten ist, ist der beobachtete Wirkungsquerschnitt [138] erstaunlich groß. Erste Rechnungen [139] legen nahe, daß in einem hadronischen Modell diese Reaktion mit doppelten Strangeness-Austausch durch Zweistufen-Prozesse $\overline{p}p \rightarrow \overline{K}K, \overline{\Lambda}\Lambda, \overline{\Sigma}\Sigma \rightarrow \phi\phi$ erklärt werden kann. Diese Untersuchungen sollen demnächst fortgeführt werden.

Anhang A

Konventionen und explizite Gestalt der Spinoren

Für die Metrik im Minkowskiraum wird der metrische Tensor $g^{\mu\nu}$ in der folgenden Darstellung verwendet:

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \tag{A.1}$$

Die Dirac'schen γ–Matrizen werden in dieser Arbeit in der expliziten Darstellung von Björken und Drell [41] benutzt:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (k = 1,2,3) \tag{A.2}$$

$$\gamma^5 \stackrel{def}{=} i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{A.3}$$

I_2 bezeichnet die 2–dimensionale Einheitsmatrix, σ^k die Pauli'schen Spinmatrizen.

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \tag{A.4}$$

Weiterhin gelten die Beziehungen:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad , \qquad g^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \quad . \tag{A.5}$$

Die einzelnen Komponenten von $\sigma^{\mu\nu}$ sind

$$\sigma^{k0} = (-i)\begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{kl} = \varepsilon_{klm}\begin{pmatrix} \sigma^m & 0 \\ 0 & \sigma^m \end{pmatrix} \quad . \tag{A.6}$$

Dabei bezeichnet ε_{klm} den total antisymmetrischen Tensor ('Levi-Cevitschew'-Tensor) vom Rang 3 mit dem Wert 1, falls (klm) eine zyklische Vertauschung von 123 ist, -1, falls (klm) eine antizyklische Vertauschung ist, und sonst 0.

Die Dirac–Spinoren für Spin$\frac{1}{2}$–Teilchen ergeben sich als Lösung der freien Dirac–Gleichung:

$$(\gamma^\mu q_\mu - M_\alpha)\ u_\alpha(\vec{q}, s) \ = \ 0 \quad . \tag{A.7}$$

Die Spinoren der Antiteilchen $v_\alpha(\vec{q}, s)$ ergeben sich aus den Spinoren $u_\alpha(\vec{q}, s)$ durch den Ladungskonjugationsoperator [41]:

$$v_\alpha(\vec{q}, s) \ = \ \hat{C}\gamma^0\ u^*_\alpha(\vec{q}, s) \ = \ i\gamma^2\ u^*_\alpha(\vec{q}, s) \quad . \tag{A.8}$$

Eine explizite Darstellung des Spinors $u_\alpha(\vec{q}, s)$ lautet:

$$u_\alpha(\vec{q}, s) \ = \ \sqrt{\frac{E_q + M_\alpha}{2E_q}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{q}}{E_q + M_\alpha} \end{pmatrix} \chi_s \quad . \tag{A.9}$$

$E_q = \sqrt{\vec{q}^2 + M_\alpha^2}$ ist die 'On–Shell'–Energie des Teilchen α. χ_s bezeichnet den Pauli–Spinor. Die Normierung der Dirac–Spinoren ist hier in Gegensatz zur üblichen Konvention [41] so gewählt, daß gilt

$$u^\dagger_\alpha(\vec{q}, s)\ u_\alpha(\vec{q}, s') \ = \ \delta_{ss'} \quad . \tag{A.10}$$

Wir betrachten die Spinoren in Helizitätsdarstellung. Der Helizitätsoperator ist definiert als

$$\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{q}}{2|\vec{q}|}\ |\ \lambda\ \rangle \ = \ \lambda\ |\ \lambda\ \rangle \quad . \tag{A.11}$$

Der Dirac–Spinor hat in der Helizitätsdarstellung folgende Gestalt [55]:

$$u_\alpha(\vec{q}, \lambda) \ = \ \sqrt{\frac{E_q + M_\alpha}{2E_q}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2\lambda\,|\vec{q}|}{E_q + M_\alpha} \end{pmatrix} |\ \lambda\ \rangle \quad . \tag{A.12}$$

Für den Spinor des Antiteilchens ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} v_\alpha(\vec{q}, \lambda) \ &= \ \sqrt{\frac{E_q + M_\alpha}{2E_q}} \begin{pmatrix} \frac{-|\vec{q}|}{E_q + M_\alpha} \\ 2\lambda \end{pmatrix} |\ -\lambda\ \rangle \\ v_\alpha(-\vec{q}, \lambda) \ &= \ \sqrt{\frac{E_q + M_\alpha}{2E_q}} \begin{pmatrix} \frac{|\vec{q}|}{E_q + M_\alpha} \\ -2\lambda \end{pmatrix} |\ -\lambda\ \rangle \quad . \end{aligned} \tag{A.13}$$

Die Normierung der Antiteilchensspinoren ist ebenfalls so gewählt, daß gilt

$$v_\alpha^\dagger(\vec{q},\lambda)\ v_\alpha(\vec{q},\lambda') \ = \ \delta_{\lambda\lambda'} \quad . \tag{A.14}$$

Die Eigenzustände des Helizitätsoperators stehen im CM–System in folgender Beziehung zu den Paulispinoren, wenn die ungestrichenen Größen für das einlaufende System und die gestrichenen für das auslaufendene System gelten (Im einlaufenden System gilt $\vec{q}_1 = \vec{q}$, $\vec{q}_2 = -\vec{q}$, mit $\vec{q} \parallel e_z$, im auslaufenden System ist der Impuls um den Streuwinkel θ gedreht.)

$$\begin{aligned} \mid \lambda_1 \rangle \ &= \ \chi_{\lambda_1} \ , \quad \mid \lambda_1' \rangle \ = \ e^{-\frac{i}{2}\sigma_2\theta}\ \chi_{\lambda_1'} \ , \\ \mid \lambda_2 \rangle &= \ \chi_{-\lambda_2} \ , \quad \mid \lambda_2' \rangle = \ e^{-\frac{i}{2}\sigma_2\theta}\ \chi_{-\lambda_2'} \ . \end{aligned} \tag{A.15}$$

Die Rarita–Schwinger–Spinoren der Spin$\frac{3}{2}$–Teilchen können durch Kopplung eines Dirac–Spinors mit dem Polarisationsvektor eines Spin 1–Teilchens beschrieben werden [57].

$$u_\alpha^\mu(\vec{q},\lambda) \ = \ \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b \\ \lambda_a+\lambda_b=\lambda}} \langle\ 1\lambda_a\tfrac{1}{2}\lambda_b \mid \tfrac{3}{2}\lambda\ \rangle\ u_\alpha(\vec{q},\lambda_b)\ \varepsilon^\mu(\vec{q},\lambda_a) \quad . \tag{A.16}$$

In den Spinoren müssen natürlich Masse und Quantenzahlen des Spin$\frac{3}{2}$–Baryons verwendet werden. Die Rarita–Schwinger–Spinoren lauten explizit folgendermaßen

$$\begin{aligned} u_\alpha^\mu(\vec{q},\pm\tfrac{3}{2}) \ &= \ u_\alpha(\vec{q},\pm\tfrac{1}{2})\ \varepsilon^\mu(\vec{q},\pm 1) \\ u_\alpha^\mu(\vec{q},\pm\tfrac{1}{2}) \ &= \ \sqrt{\frac{1}{3}}\ u_\alpha(\vec{q},\mp\tfrac{1}{2})\ \varepsilon^\mu(\vec{q},\pm 1) \ + \ \sqrt{\frac{2}{3}}\ u_\alpha(\vec{q},\pm\tfrac{1}{2})\ \varepsilon^\mu(\vec{q},0) \quad . \end{aligned} \tag{A.17}$$

Der Polarisationsvektor $\varepsilon^\mu(\vec{q},\lambda)$ wird auch zur Beschreibung der Vektormesonen verwendet. Im einlaufenden System mit $\vec{k} \parallel e_z$ hat er folgende Gestalt:

$$\varepsilon^\mu(\vec{k},\lambda=\pm 1) \ = \ \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^\mu(\vec{k},\lambda=0) \ = \ \frac{1}{m}\begin{pmatrix} |\vec{k}| \\ 0 \\ 0 \\ \omega_k \end{pmatrix} \quad , \tag{A.18}$$

mit $\omega_k = \sqrt{\vec{k}^{\,2}+m^2}$ und m der Masse des Teilchens. Falls der Impuls des Teilchens

nicht parallel zur z–Achse liegt, z.B. im auslaufenden Kanal, erhält man den Spinor durch Anwendung einer entsprechenden 4×4 Rotationsmatrix

$$R_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \quad . \tag{A.19}$$

Man erhält die Polarisationsvektoren $\varepsilon^\mu(\vec{k}\,', \lambda')$ für $\phi = \theta$ und $\varepsilon^\mu(-\vec{k}\,', \lambda')$ für $\phi = \theta + \pi$:

$$\varepsilon^\mu(\vec{k}\,', \lambda' = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \mp\cos\theta \\ -i \\ \pm\sin\theta \end{pmatrix} \quad , \quad \varepsilon^\mu(\vec{k}\,', \lambda' = 0) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} |\vec{k}\,'| \\ \omega_k \sin\theta \\ 0 \\ \omega_k \cos\theta \end{pmatrix} \quad ,$$

$$\varepsilon^\mu(-\vec{k}\,', \lambda' = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \pm\cos\theta \\ -i \\ \mp\sin\theta \end{pmatrix} \quad , \quad \varepsilon^\mu(-\vec{k}\,', \lambda' = 0) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} |\vec{k}\,'| \\ -\omega_k \sin\theta \\ 0 \\ -\omega_k \cos\theta \end{pmatrix} \quad . \tag{A.20}$$

Der Polarisationstensor für die Tensormesonen kann durch Kopplung zweier Polarisationsvektoren bestimmt werden [9]:

$$\varepsilon^{\mu\nu}(\vec{k}, \lambda) = \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a + \lambda_b = \lambda}} \langle\ 1\lambda_a 1\lambda_b \mid 2\lambda\ \rangle\ \varepsilon^\mu(\vec{q}, \lambda_a)\ \varepsilon^\nu(\vec{q}, \lambda_b) \quad . \tag{A.21}$$

Für die verschiedenen Helizitätszustände erhält man:

$$\begin{aligned}
\varepsilon^{\mu\nu}(\vec{k}, \lambda = \pm 2) &= \varepsilon^\mu(\vec{k}, \pm 1)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, \pm 1) \\
\varepsilon^{\mu\nu}(\vec{k}, \lambda = \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}}\ \varepsilon^\mu(\vec{k}, \pm 1)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, 0) + \varepsilon^\mu(\vec{k}, 0)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, \pm 1) \\
\varepsilon^{\mu\nu}(\vec{k}, \lambda = 0) &= \frac{1}{\sqrt{6}}\ \varepsilon^\mu(\vec{k}, +1)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, -1) + \sqrt{\frac{2}{3}}\ \varepsilon^\mu(\vec{k}, 0)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, 0) \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{6}}\ \varepsilon^\mu(\vec{k}, -1)\ \varepsilon^\nu(\vec{k}, +1) \quad .
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Anhang B

Das Meson-Meson Übergangs-Potential

Das Übergangspotential $V^{\pi\pi\to\rho\rho}$ wird in zweiter Ordnung in W behandelt. Wir wollen dabei nur den π-Austausch berücksichtigen. Für die Berechnung der Beiträge vom Austausch anderer Mesonen werden Lagrangedichten oder Vertexfunktionen benötigt, die in dieser Arbeit nicht enthalten sind. Resonanz-Graphen werden in Analogie zur Vernachlässigung solcher Graphen im $\overline{N}N$-System ebenfalls nicht berücksichtigt, da die Ruhemassen der in Frage kommenden Resonanzen weit unterhalb der betrachteten Energien liegen.

$$\langle\ \rho_j\rho_{j'}\ |\ V^{\pi\pi\to\rho\rho}\ |\ \pi_i\pi_i\ \rangle\ =\ \langle\ \rho_j\rho_{j'}\ |\ W_{MMM}\,G_0\,W_{MMM}\ |\ \pi_i\pi_i\ \rangle\ . \qquad (B.1)$$

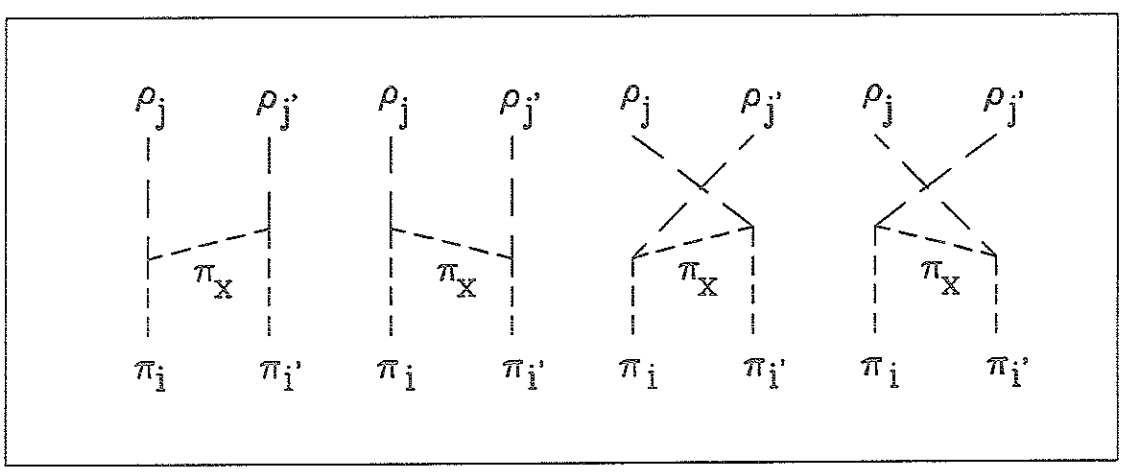


Abbildung B.1: Graphische Darstellung des Übergangspotential $V^{\pi\pi\to\rho\rho}$.

Die sorgfältige Auswertung [9] der Vertexfunktionen aus Gl. (2.36) ergibt, daß es für jede Zeitordnung des ausgetauschten Pions vier Kombinationen gibt, die diesen Prozeß beschreiben. Wir betrachten zunächst wieder die direkten Diagramme U^1 und U^2 in zwei Zeitordnungen und berücksichtigen die Austauschdiagramme durch Auswahlregeln.

$$
\begin{aligned}
U^1 &= \\
&\frac{{}^C W^*_{xi'j'}\,{}^A W^*_{ixj} + {}^C W^*_{i'xj'}\,{}^B W^*_{xij} - {}^C W^*_{i'xj'}\,{}^A W^*_{ixj} - {}^C W^*_{xi'j'}\,{}^B W^*_{xij}}{Z - \omega^\rho_j - \omega^\pi_x - \omega^\pi_{i'}} \\
U^2 &= \\
&\frac{{}^A W^*_{ixj}\,{}^C W^*_{xi'j'} + {}^B W^*_{xij}\,{}^C W^*_{i'xj'} - {}^A W^*_{ixj}\,{}^C W^*_{i'xj'} - {}^B W^*_{xij}\,{}^C W^*_{xi'j'}}{Z - \omega^\rho_{j'} - \omega^\pi_x - \omega^\pi_i} \quad .
\end{aligned}
\tag{B.2}
$$

Die Indizes i und i' bezeichnen einlaufende Pionen, der Index x das ausgetauschte Pion und die Indizes j und j' jeweils ein auslaufendes ρ-Meson. Die Vorzeichen ergeben sich durch die notwendigen Vertauschungen der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren, um durch Kontraktion die Diagramme bilden zu können.

Nach Referenz [9] sehen die benötigten Vertices für den Fall von PPV Kopplungen folgendermaßen aus:

$$
\begin{aligned}
{}^A W^*_{ii'j} &= -\frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{8\omega^\rho_j\omega^\pi_x\omega^\pi_{i'}}}\, i\,\varepsilon^\mu(\vec{k}_j,\lambda_j)^* k_{i'\mu} \\
{}^B W^*_{ii'j} &= +\frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{8\omega^\rho_j\omega^\pi_x\omega^\pi_{i'}}}\, i\,\varepsilon^\mu(\vec{k}_j,\lambda_j)^* k_{i'\mu} \\
{}^C W^*_{ii'j} &= +\frac{g}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{8\omega^\rho_j\omega^\pi_x\omega^\pi_{i'}}}\, i\,\varepsilon^\mu(\vec{k}_j,\lambda_j)^* k_{i'\mu} \quad .
\end{aligned}
\tag{B.3}
$$

Damit lautet Gl. $(B.2)$ explizit

$$
U^1 = \frac{g^2}{(2\pi)^3}\,\frac{-i\,\varepsilon^\mu(\vec{k}_j,\lambda_j)^*(k_x+k_i)_\mu\;\; i\,\varepsilon^\nu(\vec{k}_{j'},\lambda_{j'})^*(k_{i'}-k_x)_\nu}{8\omega^\rho_j\omega^\pi_x\omega^\pi_{i'}\;(Z-\omega^\rho_j-\omega^\pi_x-\omega^\pi_{i'})} \quad . \tag{B.4}
$$

Die zweite Zeitordnung hat die gleiche Struktur und ist im CM–System mit der ersten Zeitordnung identisch. Wir berücksichtigen sie daher von nun durch einen Faktor 2. Nimmt man Vierer-Impuls Erhaltung an den Vertices an, (was in der hier benutzten Hamilton-Formulierung oder der sogenannten zeitgeordneten Störungstheorie für die nullte Komponente eine nicht weiter gerechtfertigte Annahme darstellt!) so gilt

$$
\begin{aligned}
k_x &= (k_j - k_i) \\
&= (k_{i'} - k_{j'})
\end{aligned}
\tag{B.5}
$$

und kann nun die Transversalitität der Polarisationsvektoren

$$\varepsilon(\vec{k}_j, \lambda_j)^\mu k_{j\mu} = 0 \tag{B.6}$$

ausnutzen, so daß man schließlich erhält

$$\begin{aligned} V &= U^1 + U^2 \\ &= \frac{g^2}{(2\pi)^3} \frac{8\varepsilon^\mu(\vec{k}_j, \lambda_j)^* k_{i\mu}\, \varepsilon^\nu(\vec{k}_{j'}, \lambda_{j'})^* k_{i'\nu}}{8\omega_j^\rho \omega_x^\pi \omega_{i'}^\pi \; (Z - \omega_j^\rho - \omega_x^\pi - \omega_{i'}^\pi)} \quad . \end{aligned} \tag{B.7}$$

Zur Berechnung des Potentials wird dieser Ausdruck im CM-System betrachtet und die z-Richtung in Richtung von $\vec{k}_i$ gelegt. Für die Impulse und Polarisationsvektoren gilt dann

$$k_i = \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}, \; k_{i'} = \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \\ -k \end{pmatrix}, \; k_j = \begin{pmatrix} \omega' \\ k' \sin\theta \\ 0 \\ k' \cos\theta \end{pmatrix}, \; k_{j'} = \begin{pmatrix} \omega' \\ -k' \sin\theta \\ 0 \\ -k' \cos\theta \end{pmatrix}, \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_j(\vec{k}_j, \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \mp\cos\theta \\ -i \\ \pm\sin\theta \end{pmatrix}, \; \varepsilon_{j'}(\vec{k}_{j'}, \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \pm\cos\theta \\ -i \\ \mp\sin\theta \end{pmatrix}, \\ \varepsilon_j(\vec{k}_j, 0) &= \frac{1}{m} \begin{pmatrix} k' \\ \omega' \sin\theta \\ 0 \\ \omega' \cos\theta \end{pmatrix}, \; \varepsilon_{j'}(\vec{k}_{j'}, 0) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} k' \\ -\omega' \sin\theta \\ 0 \\ -\omega' \cos\theta \end{pmatrix} . \end{aligned} \tag{B.9}$$

Man erhält dann 4 unabhängige Helizitätsamplituden mit

$$C = \frac{g^2}{(2\pi)^3} \frac{1}{\omega'\omega\omega_x \; (Z - \omega' - \omega - \omega_x)}$$

$$\begin{aligned} U_{++} &= \langle \; 11 \; | \, U \, | \; 00 \; \rangle = C\frac{1}{2}k^2 \sin^2\theta \\ U_{+0} &= \langle \; 10 \; | \, U \, | \; 00 \; \rangle = -C\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{k}{m}(\omega k' - \omega' k \cos\theta)\sin\theta \\ U_{+-} &= \langle \; 1{-1} \; | \, U \, | \; 00 \; \rangle = -C\frac{1}{2}k^2 \sin^2\theta \\ U_{00} &= \langle \; 00 \; | \, U \, | \; 00 \; \rangle = C\frac{1}{m^2}(\omega k' - \omega' k \cos\theta)^2 \quad . \end{aligned} \tag{B.10}$$

Für diese Helizitätsamplituden wird nun die Partialwellenzerlegung nach Gl. (3.36) ausgeführt, auf deren explizite Angabe hier verzichtet wird. Schließlich transformieren wir die Potentialamplituden in die JLS Basis. Übergänge vom $\pi\pi$-Zustand in den $\rho\rho$-Zustand können natürlich nur unter Beachtung der Erhaltung der Parität erfolgen. Die G-Parität ist für beide Systeme $G = 1$, so daß hieraus keine weiteren Auswahlregeln folgen. Die Isospinverhältnisse werden durch Isospinfaktoren (Tabelle 3.2) berücksichtigt, sie sind identisch zu denen im Prozeß $\pi\pi \to \pi\pi$ mit ρ-Austausch. Es muß außerdem berücksichtigt werden, daß Ein- und Ausgangskanal Systeme zweier identischer Bosonen sind und deshalb die Zustände symmetrisch unter Vertauschung sein müssen.

Diese Bedingung ist erfüllt wenn $L + S + I = +1$. Die Transformation lautet explizit nach Auswertung von Gl. (3.38) :

$$
\begin{aligned}
\langle\, J0 \mid V^J \mid J0 \,\rangle &= \frac{2}{\sqrt{3}} U_{++} - \frac{1}{\sqrt{3}} U_{00} \\
\langle\, J2 \mid V^J \mid J0 \,\rangle &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{(2J-1)(2J+3)}} \\
&\quad \left[-\sqrt{J(J+1)}\,(U_{++} + U_{00}) + \sqrt{6}\,\sqrt{(J-1)(J+2)}\,U_{+-} \right] \\
\langle\, J{+}22 \mid V^J \mid J0 \,\rangle &= \sqrt{\frac{1}{(2J+1)(2J+3)}} \\
&\quad \left[\sqrt{(J+1)(J+2)}(U_{++} + U_{00}) + \sqrt{(J-1)J}\,U_{+-} \right] \\
\langle\, J{-}22 \mid V^J \mid J0 \,\rangle &= \sqrt{\frac{1}{(2J+1)(2J-1)}} \\
&\quad \left[\sqrt{J(J-1)}(U_{++} + U_{00}) + \sqrt{(J+1)(J+2)}\,U_{+-} \right] \quad .
\end{aligned}
\tag{B.11}
$$

Auffallenderweise heben sich die Beiträge der Helizitätsamplitude U_{+0} bei der Transformation in die JLS Darstellung vollständig auf. Zur Berechnung des gesamten Potentials müssen wir schließlich die zweite Zeitordnung des Potentials durch einen Faktor 2 und die Normierung der ein- und auslaufenden Zustände zweier identischer Teilchen durch einen Faktor $\frac{1}{2}$ berücksichtigen.

Anhang C

Quantenzahlen und Parameter der Baryonen und Mesonen

Die in dieser Arbeit benötigten Eigenschaften und Quantenzahlen der Mesonen sind in Tabelle $C.1$ angegeben. Hier sind Spin-Parität J^P, Isospin und G–Parität I^G, Strangeness S sowie Masse m und Breite Γ enthalten. Außerdem ist angegeben, welche Bezeichnung für die jeweilige Mesongruppe verwendet wird.

In Tabelle $C.2$ findet man entsprechend die Massen und Quantenzahlen der in unseren Modellen verwendeten Baryonen zusammengestellt. Angegeben sind hier die Masse M, der Spin J, die Parität P und Strangeness S.

Die Kopplungskonstanten und die Formfaktorparameter an den Vertices in den Transition–Potentialen im konsistenten Annihilationsmodell D sind in Tabelle $C.3$ noch einmal aufgeführt (vgl. Tabelle 5.1). Die Kopplungskonstanten sind aus der Tabelle 9 von Referenz [2] und Tabelle 7.2 von Referenz [3] entnommen. Für dort nicht zu findene Kopplungskonstanten wurden experimentelle Werte [48] verwendet. Die Cutoff-Parameter der Formfaktoren wurden in unserer Rechnung angepaßt. Sie hängen nur vom ausgetauschten Baryon ab. Im Modell D wird an den Vertices ein Formfaktor des Typs Gl. (3.59) verwendet. In den Fällen, in denen ein Dipolformfaktor verwendet wird (Exponent $n = 2$), ist dies aus Konvergenzgründen notwendig.

Die Umrechnung der Kopplungskonstante der pseudoskalaren Kopplung g am BBP Vertex zu der Kopplungskonstante f der Pseudovektorkopplung, die in dieser Arbeit verwendet wurde, erfolgt nach folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} f^2_{NN\pi} &= \left(\frac{m_\pi}{2M_N}\right)^2 g^2_{NN\pi} \\ f^2_{NYK} &= \left(\frac{m_K}{(M_N + M_Y)}\right)^2 g^2_{NYK} \qquad , Y = \Lambda, \Sigma \end{aligned} \tag{C.1}$$

In Tabelle $C.4$ sind noch einmal die Parameter des Annihilationsmodells C angegeben, die in Referenz [34] bestimmt worden sind. Für den Formfaktor ist in diesem Modell die Parametrisierung Gl. (5.1) zu verwenden.

Zum Abschluß sind noch die Parameter des optischen Potentials der Modell $A(BOX)$ und D angegeben. Dieses Potential hat eine Gaußsche Form nach Gl. (3.43). Während im Modell D das optische Potential nur einen Imaginärteil W_0 hat, ist im Modell $A(BOX)$ auch ein Realteil V_0 für die Potentialstärke enthalten.

Die Parameter für die Meson-Meson Wechselwirkungen sind aus Referenz [9] übernommen worden. Auf ihre erneute Angabe wird hier verzichtet. In den Übergangspotentialen $V^{\rho\rho\to\pi\pi}$ wurden folgende Parameter verwendet:

$$\frac{g^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi} = 2.1, \quad \Lambda_{\rho\pi\pi} = 2700 MeV.$$

Tabelle C.1: Massen und Quantenzahlen der Mesonen: Angegeben ist neben der Mesonengruppe Spin-Parität J^P, Isospin und G-Parität I^G sowie die Strangeness S. Außerdem ist die Masse m und die Breite Γ aufgeführt.

Gruppe		J^P	I^G	S	m $[MeV/c^2]$	Γ $[MeV/c^2]$
P	π	0^-	1^-	0	138.03	0.
	η	0^-	0^+	0	548.8	0.
	K	0^-	$\frac{1}{2}$	1	495.82	0.
	$\overline{K}$	0^-	$\frac{1}{2}$	-1	495.82	0.
V	ρ	1^-	1^+	0	769.	155.
	ω	1^-	0^-	0	782.6	10.
	K^*	1^-	$\frac{1}{2}$	1	895.	0.
	$\overline{K}^*$	1^-	$\frac{1}{2}$	-1	895.	0.
S	f_0	0^+	0^+	0	975.	35.
	a_0	0^+	1^-	0	983.	54.
A	f_1	1^+	0^+	0	1285.	25.
	a_1	1^+	1^-	0	1275.	316.
T	f_2	2^+	0^+	0	1270.	180.
	a_2	2^+	1^-	0	1350.	110.

Tabelle C.2: Massen und Quantenzahlen der Baryonen in unserem Modell. Angegeben sind hier Spin-Parität J^P, Isospin I, Strangeness S und Masse M.

Baryon	J^P	I	S	M $[MeV/c^2]$
N	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	0	938.926
Λ	$\frac{1}{2}^+$	0	-1	1116.
Σ	$\frac{1}{2}^+$	1	-1	1193.
Δ	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	0	1232.
Y^*	$\frac{3}{2}^-$	1	-1	1385.

Tabelle C.3: Kopplungskonstanten und Cutoffparameter an den Vertices in den Übergangspotentialen $V^{\overline{N}N\to M_iM_j}$ im Modell D.

Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n	Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n
$NN\pi$	0.0778		1500	1	$N\Delta\pi$	0.224		1700	1
$NN\eta$	0.6535		1500	1					
$NN\rho$	0.84	6.1	1500	1	$N\Delta\rho$	20.45		1700	2
$NN\omega$	20.0	0	1500	1					
NNf_0	5.723		1500	1	$N\Lambda K$	$(-0.952)^2$		1800	1
NNa_0	2.6653		1500	1	$N\Lambda K^*$	$(-1.588)^2$	-5.175	1800	1
NNf_1	10.0		1500	1	$N\Sigma K$	$(0.177)^2$		2000	1
NNa_1	7.0		1500	1	$N\Sigma K^*$	$(-0.917)^2$	2.219	2000	1
NNf_2	2.0		1500	2	NY^*K	$(-0.193)^2$		2000	1
NNa_2	4.0		1500	2	NY^*K^*	$(-1.846)^2$		2000	2

Tabelle C.4: Kopplungskonstanten und Cutoffparameter an den Vertices in den Übergangspotentialen $V^{\overline{N}N \to M_i M_j}$ im Modell C.

Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n	Vertex	$\frac{g^2}{4\pi}$	f/g	Λ	n
$NN\pi$	0.0778		1600	1	$N\Lambda K$	$(-0.952)^2$		1500	1
$NN\rho$	0.84	6.1	1600	1	$N\Lambda K^*$	$(-1.588)^2$	-5.175	1600	1
$NN\omega$	20.0	0	1300	1	$N\Sigma K$	$(0.177)^2$		1500	1
NNf_0/σ	5.723		1500	1	$N\Sigma K^*$	$(-0.917)^2$	2.219	1500	1
NNa_0/δ	2.6653		1500	1	NY^*K	$(-0.193)^2$		1500	1
$N\Delta\pi$	0.224		1500	1	NY^*K^*	$(-1.846)^2$		1440	2
$N\Delta\rho$	20.45		1725	2					

Tabelle C.5: Parameter des optischen Potentials (Gl. (3.43)) für die Modelle D und A(BOX).

	D	$A(BOX)$
V_0 $[MeV]$	–	-627
W_0 $[MeV]$	-1000	-4567
r_0 $[fm]$	0.40	0.36

LITERATURVERZEICHNIS

[1] H. Yukawa, *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* **17** (1935) 48.

[2] R. Machleidt, K. Holinde und Ch. Elster, *Phys. Rep.* **149** (1987) 1.

[3] B. Holzenkamp, Dissertation, Universität Bonn 1988;
Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 460, 1988;
B. Holzenkamp, K. Holinde und J. Speth, *Nucl. Phys.* **A 500** (1989) 485.

[4] R. Büttgen, Dissertation, Universität Bonn 1988;
Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 459, 1988;
R. Büttgen, K. Holinde, A. Müller-Groeling, J. Speth und P. Wyborny,
Nucl. Phys. **A 506** (1990) 586.

[5] A. Müller–Groeling, Diplomarbeit, Universität Bonn 1989;
Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 527, 1989;
A. Müller–Groeling, K. Holinde und J. Speth, *Nucl. Phys.* **A 513** (1990) 557.

[6] P. Wyborny, Dissertation, Universität Bonn 1992;
Berichte des Forschungszentrums Jülich Nr. 2701, 1992.

[7] M. Hoffmann, Diplomarbeit, Universität Bonn 1992, unveröffentlicht.

[8] Ch. Schütz, Diplomarbeit, Universität Bonn 1992;
Berichte des Forschungszentrums Jülich Nr. 2733, 1992.

[9] D. Lohse, Diplomarbeit, Universität Bonn 1989;
Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 526, 1989;
D. Lohse, J.W. Durso, K. Holinde und J. Speth, *Phys. Lett.* **234 B** (1990) 235.

[10] G. Janßen, Diplomarbeit, Universität Bonn 1992;
Berichte des Forschungszentrums Jülich Nr. 2734, 1992.

[11] H.C. Kim, Dissertation, Universität Bonn 1993;
Berichte des Forschungszentrums Jülich Nr. 2771, 1993.

[12] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London* **126 A** (1930) 360.

[13] J. Haidenbauer, T. Hippchen, K. Holinde, B. Holzenkamp, V. Mull und J. Speth, *Phys. Rev.* **C 42** (1992) 931.

[14] J. Haidenbauer, K. Holinde, V. Mull und J. Speth, *Phys. Lett.* **291 B** (1992) 223.

[15] J. Haidenbauer, K. Holinde, V. Mull und J. Speth, *Phys. Rev.* **C 46** (1992) 2158.

[16] S. Sakamoto, T. Hashimoto, F. Sai und S.S. Yamamoto, *Nucl. Phys.* **B 158** (1979) 410.

[17] C.B. Dover, T. Gutsche und A. Fäßler, *Phys. Rev.* **C 43** (1991) 379.

[18] J. Côté, M. Lacombe, B. Loiseau, B. Moussallam und R. Vinh Mau, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1319.

[19] P.H. Timmers, W.A. van der Sanden und J.J. DeSwart, *Phys. Rev.* **D 29** (1984) 1928.

[20] C.B. Dover and J.M. Richard, *Phys. Rev.* **C 21** (1980) 1466.

[21] C.B. Dover and J.M. Richard, *Phys. Rev.* **C 25** (1982) 1952.

[22] C. Amsler und F. Myhrer, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **41** (1991) 219, (edited by J.D. Jackson, H.E. Gove and R.F. Schwitters), Annual Reviews, Inc., Palo Alto.

[23] E. Fermi, *Progr. Theor. Phys.* **5** (1950) 570.

[24] C.J. Hamer und S.C. Frautschi, *Phys. Rev.* **D 4** (1971) 2125; C.J. Hamer, *Il Nuovo Cimento* **12 A** (1972) 162.

[25] M. Kimura und S. Saito, *Nucl. Phys.* **B 178** (1981) 477.

[26] J. Vandermeulen, *Z. Phys.* **C 37** (1988) 563.

[27] S. Mundigl, M. Vicente-Vacas und W. Weise, *Z. Phys.* **A 338** (1991) 103.

[28] C.B. Dover, T. Gutsche, M. Maruyama und A. Fäßler, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **29** (1992) 87.

[29] B. Moussallam, *Nucl. Phys.* **A 407** (1983) 413.

[30] B. Moussallam, *Nucl. Phys.* **A 429** (1984) 429.

[31] T. Hippchen, J. Haidenbauer, K. Holinde und V. Mull, *Phys. Rev.* C **44** (1991) 1323.

[32] J. Haidenbauer, T. Hippchen, K. Holinde und J. Speth, *Z. Phys.* A **334** (1989) 467.
J. Haidenbauer, T. Hippchen und K. Holinde, *Nucl. Phys.* A **508** (1990) 329c.

[33] V. Mull, Diplomarbeit, Universität Bonn 1990; unveröffentlicht.

[34] Th. Hippchen, Dissertation, Universität Bonn 1989;
Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 494, 1988.

[35] V.Mull, J. Haidenbauer, T. Hippchen und K. Holinde, *Phys. Rev.* C **44** (1991) 1337.

[36] F. Hupe, "Gebundene Nukleon-Antinukleonzustände
in einem feldtheoretischen Modell", Dissertation, Universität Bonn 1979.

[37] B. Faber, "Gebundene Zustände im Nukleon-Antinukleon-System",
Diplomarbeit, Universität Bonn 1982.

[38] L. Heins, "Die Nukleon-Antinukleon Streuung unter
Berücksichtigung von Annihilationskanälen", Dissertation, Universität Bonn 1979.

[39] V. Mull, K. Holinde und J. Speth, *Phys. Lett.* **275 B** (1992) 12.

[40] S.S. Schweber, "An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory",
Row–Peterson, New York, 1961.

[41] J.D. Bjorken und S.D. Drell, "Relativistische Quantenmechanik",
Bibliographisches Institut A.G., Mannheim, 1966.

[42] A. DeBenedetti, "Nuclear Interactions",
John Wiley & Sons, Inc., New York, 1964.

[43] A. Messiah, "Quantenmechanik", Band 2,
de Gruyter, Berlin, New York, 2.Aufl., 1985.

[44] D.H. Perkins, "Introduction into High Energy Physics",
Addison-Wesley Publishing Comp., Inc., Menlo Parc, Cal., 1987.

[45] A.D. Martin und T.D. Spearman, "Elementary Particle Theory",
North–Holland Publishing Comp., Amsterdam, 1970.

[46] D. Lurié, "Particles and Fields",
Interscience Publishers, New York, 1968.

[47] J.D. Bjorken und S.D. Drell, "Relativistische Quantenfeldtheorie",
Bibliographisches Institut A.G., Mannheim, 1966.

[48] O. Dumbrais et al., "Compilation of Coupling Constants and Low Energy Parameters",
Nucl. Phys. **B 216** (1983) 277.

[49] J.J. De Swart, *Rev. of Mod. Phys.* **35** (1963) 916.

[50] C. Joachain, "Quantum Collision Theory",
North–Holland Publishing Comp., Amsterdam 1975.

[51] P. Gregory et al., *Nucl. Phys.* **B 102** (1976) 189.

[52] A.J. Noble, in:' *Proceedings of the 2nd Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics*', Courmayeur, 1992, eds. G. Guaraldo, F. Iazzi and A. Zenoni (North Holland, Amsterdam,1993), *Nucl. Phys.* **A 558** (1993) 127c.

[53] W. Rarita und J. Schwinger, *Phys. Rev.* **3** (1941) 691.

[54] L.M. Nath, B. Etemaldi und J.D. Kimel, *Phys. Rev.* **D 3** (1971) 2153.

[55] K. Erkelenz, *Phys. Rep.* **13C** (1974) 191.

[56] M. Jacob und G.C. Wick, *Ann. of Phys.* **7** (1959) 404.

[57] S.U. Chung, "Spin formalism",
Academic Training Programm of CERN, CERN 71-8 1971.

[58] R. Armenteros und B. French, in: High Energy Physics IV, ed. E.H.S. Burhop,
Academic Press, New York, 1969.

[59] M. Kohno and W.Weise, *Phys. Lett.* **152 B** (1985) 303.

[60] P. Alberto, E. Ruiz Arriola, M. Fiolhais, F. Grümmer, J.N. Urbano, K. Goeke,
Phys. Lett. **208 B** (1988) 75.

[61] B.C. Pearce, K. Holinde und J. Speth, *Nucl. Phys.* **A 541** (1992) 663.

[62] M.I. Haftel und F. Tabakin, *Nucl. Phys.* **A 158** (1970) 1.

[63] C. Hamburger, "Die Oberservablen der Nukleon–Nukleon Streung und die Ein–Boson–Austausch–Potentiale"; Diplomarbeit, Universität Bonn, 1983.

[64] U. Neugebauer, "Formalismus zur Berechnung von Polarisationsobservablen in Zweiteilchenreaktionen"; Diplomarbeit, Universität Bonn, 1987.

[65] J. Bystricky, F. Lehar, and P. Winternitz, *Le Journal de Physique* **39** (1978) 1; P. LaFrance and P. Winternitz, *Le Journal de Physique* **41** (1980) 1391.

[66] T. Brando et al., *Phys. Lett.* **158 B** (1985) 505.

[67] K. Nakamura et al., *Phys. Rev.* **D 29** (1984) 349.

[68] A.S. Clough et al., *Phys. Lett.* **146 B** (1984) 299.

[69] W. Brückner et al., *Phys. Lett.* **158 B** (1985) 180.

[70] D.V. Bugg et al., *Phys. Lett.* **194 B** (1987) 563.

[71] R. P. Hamilton, T. P. Pun, R. D. Tripp, H. Nicholson und D. M. Lazarus, *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 1182.

[72] D. Spencer and D. N. Edwards, *Nucl. Phys.* **B 19** (1970) 501.

[73] V. Chaloupka et al., *Phys. Lett.* **61 B** (1976) 487.

[74] M. Coupland, E. Eisenhandler, W. R. Gibson, P. I. P. Kalmus, and A. Astbury, *Phys. Lett.* **71 B** (1977) 460.

[75] T. Kageyama, T. Fujii, K. Nakamura, F. Sai, S. Sakamoto, S. Sato, T. Takahashi, T. Tanimori und S. S. Yamamoto, *Phys. Rev.* **D 35** (1987) 2655.

[76] R. P. Hamilton, T. P. Pun, R. D. Tripp, H. Nicholson und D. M. Lazarus, *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 1179.

[77] K. Nakamura, T. Fujii, T. Kageyama, F. Sai, S. Sakamoto, S. Sato, T. Takahashi, T. Tanimori, S. S. Yamamoto und Y. Takada, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 885.

[78] W. Brückner et al., *Phys. Lett.* **169 B** (1986) 302.

[79] W. Brückner et al., *Z. Phys.* **A 335** (1990) 217.

[80] M. Agnello et al., *Phys. Lett.* **256 B** (1991) 349.

[81] V. Mull, K. Holinde, J. Haidenbauer und F. Myhrer, *Phys. Lett.* **288 B** (1992) 239.

[82] R. Birsa et al., *Phys. Lett.* **302 B** (1993) 517.

[83] M. Pignone et al., *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 557;
M. Pignone, M. Lacombe, B. Loiseau and R. Vinh Mau, in:' *Proceedings of the 2nd Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics'*,Courmayeur, 1992, eds. G. Guaraldo, F. Iazzi and A. Zenoni (North Holland, Amsterdam,1993), *Nucl. Phys.* **A 558** (1993) 159c.

[84] T.-A. Shibata et al., *Phys. Lett.* **189 B** (1987) 232.

[85] B. Povh und Th. Walcher, *Comments Nucl. Part. Sci.* **16** (1986) 85.

[86] J. Carbonell, G. Ihle und M. Richard, *Z. Phys.* **A 334** (1989) 329.

[87] M. Kohno and W.Weise, *Nucl. Phys.* **A 454** (1986) 429.

[88] T. Armstrong et al., *Phys. Rev.* **D 36** (1987) 659;
G. S. Mutchler et al., *Phys. Rev.* **D 38** (1988) 742.

[89] W. Brückner et al., *Phys. Lett.* **166 B** (1986) 113.

[90] R. A. Kunne et al., *Phys. Lett.* **206 B** (1988) 557;
R. A. Kunne et al., *Nucl. Phys.* **B 323** (1989) 1.

[91] M. Kimura et al., *Il Nuovo Cimento* **71 A** (1982) 438.

[92] R. Bertini et al., CERN-EP/89-83;
F. Perrot-Kunne et al., *'Proceedings of the 1st Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics'*, Stockholm, 1990, eds. P. Carlson, A. Kerek and S. Szilagyi, (World-Scientific, Singapore, 1991), p.251.

[93] R. A. Kunne et al., *Phys. Lett.* **261 B** (1991) 191.

[94] R. Birsa et al., *Phys. Lett.* **246 B** (1990) 267.

[95] A. Martin et al., in:' *Proceedings of the 2nd Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics*', Courmayeur, 1992, eds. G. Guaraldo, F. Iazzi and A. Zenoni (North Holland, Amsterdam,1993), *Nucl. Phys.* **A 558** (1993) 147c.

[96] H. Iwasaki et al., *Nucl. Phys.* **A 433** (1985) 580.

[97] V. Ashford, M. E. Sainio, M. Sakitt, J. Skelly, R. Debbe, W. Fickinger, R. Marino und D. K. Robinson, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 518.

[98] L. Linssen et al., *Nucl. Phys.* **A 469** (1987) 726.

[99] M. Ziegler et al., *Phys. Lett.* **206 B** (1988) 151.

[100] C. Adiels et al., *Z. Phys.* **C 35** (1987) 15, *Z. Phys.* **C 42** (1989) 49.

[101] C. Baltay et al., *Phys. Rev. Lett.* **15** (1965) 532. ; *Phys. Rev.* **145** (1966) 1103.

[102] G. Backenstoss et al., *Nucl. Phys.* **B 228** (1983) 424.

[103] N. Barash et al., *Phys. Rev.* **145** (1966) 1095.

[104] M. Chiba et al., *Phys. Rev.* **D 36** (1987) 3321,
Phys. Rev. **D 38** (1988) 2021, *Phys. Rev.* **D 39** (1989) 3227.

[105] S. Devons et al., *Phys. Rev. Lett.* **27** (1971) 1614.

[106] G.A. Smith, '*Workshop on The Elementary Structure of Matter*',
Les Houches (Springer Proc. Phys. 26, J.M. Richard et al., editors,1988).

[107] C. Amsler, *Nucl. Phys.* **A 508** (1990) 501c.

[108] E.M. Henley, T. Oka und J. Vergados, *Phys. Lett.* **166 B** (1986) 274.

[109] M. Maruyama, S. Furui und A. Fäßler, *Nucl. Phys.* **A 472** (1987) 643.

[110] U. Hartmann, E. Klemt und J. Körner, *Phys. Lett.* **155 B** (1985) 163;
U. Hartmann, E. Klemt und J. Körner, *Z. Phys.* **A 331** (1988) 217.

[111] R. Landua et al., *Nucl. Phys. (Proc.Suppl.)* **B 8** (1989) 179.

[112] B. May et al., *Nucl. Phys. (Proc.Suppl.)* **B 8** (1989) 218.

[113] M. Foster et al., *Nucl. Phys.* **B 6** (1968) 107.

[114] E. Eisenhandler et al., *Nucl. Phys.* **B 96** (1975) 109.

[115] T. Tanimori et al., *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1835.

[116] F. Sai, S. Sakamoto und S.S. Yamamoto, *Nucl. Phys.* **B 213** (1983) 371;
S. Sakamoto, Y. Kubota, F. Sai, und S.S. Yamamoto, *Nucl. Phys.* **A 412** (1984) 373.

[117] G. Bardin et al., *Phys. Lett.* **192 B** (1987) 471.

[118] R. Bizzarri et al., *Lett. Nuovo Cimento* **1** (1969) 749.

[119] M.A. Mandelkern et al., *Phys. Rev.* **D 4** (1971) 2658.

[120] Y. Sugimoto et al., *Phys. Rev.* **D 37** (1988) 583.

[121] G. Bardin et al., in:' *Proceedings of the 1st Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics'*, Stockholm, 1990, eds. P. Carlson, A. Kerek and S. Szilagyi (World Scientific, Singapore,1991) p.173.

[122] B. May et al., *Phys. Lett.* **225 B** (1989) 450.

[123] S. Takeuchi, F. Myhrer und K. Kubodera, *AIP Conf. Proc.* **243** (1992) 358.

[124] G. Bathas und W.M. Kloet, *Phys. Rev.* **C 47** (1993) 2207.

[125] B. Hyams et al., *Nucl. Phys.* **B 64** (1973) 134, *Nucl. Phys.* **B 100** (1975) 205.

[126] C.D. Frogatt and J.L Petersen, *Nucl. Phys.* **B 129** (1977) 89.

[127] G. Janßen, private Mitteilung

[128] A. Hasan et al., *Nucl. Phys.* **B 378** (1992) 3.

[129] A.M. Green, B. Moussallam, J.A. Niskanen, M.E. Sainio und S. Wycech, *Phys. Lett.* **265 B** (1991) 223.

[130] A.D. Martin und M.R. Pennigton, *Nucl. Phys.* **B 169** (1980) 216.

[131] A.D. Martin und M.R. Pennigton, *Phys. Lett.* **86 B** (1979) 93.

[132] B.R. Martin und D. Morgan, *Nucl. Phys.* **B 176** (1980) 355.

[133] K. Beuchert et al., DPG-Frühjahrstagung 1993, *'Verhandlungen der DPG(VI) 28 HKF1.4'*, Mainz, 22.-26.03.1993.

[134] J. Haidenbauer, K. Holinde und M.B. Johnson, *Phys. Rev.* **C 45** (1992) 2055.

[135] J. Haidenbauer, K. Holinde und J. Speth,
Phys. Rev. **C 46** (1992) 2516; *Nucl. Phys.* **A**,in Druck.

[136] J. Haidenbauer, K. Holinde und J. Speth, *Phys. Rev.* **C 47** (1993) 2982.

[137] S. Okubo, *Phys. Lett.* **5** (1963) 165;
G. Zweig, CERN Reports TH-401,TH-412(1964), unpublished;
J. Iizuka, *Prog. in Theor. Phys. Suppl.* **37-38** (1966) 21.

[138] JETSET Data, W. Oelert, private Mitteilung.

[139] V. Mull, K. Holinde und J. Speth, in Vorbereitung.

NACHWORT

Diese Arbeit entstand in der Zeit vom September 1990 bis August 1993 am Institut für Kernphysik (Theorie) des Forschungszentrums Jülich. Zum Gelingen dieser Arbeit trugen wesentlich die gute Arbeitsatmosphäre und die Hilfsbereitschaft aller Mitglieder dieses Institutes bei.

Ich möchte mich zuerst bei Herrn Prof. Dr. J. Speth bedanken für seine wohlwollende Unterstützung, nützliche Diskussionen und kritische Fragen, und sein Bemühen, mich zur Beschäftigung mit interessanten Themen zu führen.

Besonders herzlich bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. K. Holinde für die Betreuung meiner Arbeit, seine freundschaftliche Bereitschaft, Fragen und Probleme zu diskutieren sowie seine wertvollen Vorschläge und Hinweise zur Erweiterung und Fortführung dieser Arbeit.

Ich möchte Dr. J. Haidenbauer danken. Trotz der weiten Kommunikationswege nach Adelaide in Australien wurde die Zusammenarbeit fortgesetzt und manche nützliche Diskussion über 'e-mail' geführt.

Den Diplom-Physikern Volker Herrmann, Andreas Reuber und Niels Baron möchte ich für viele gemeinsame, freundschafliche Diskussionen über physikalische und nichtphysikalische Fragen danken. Ihre Freundschaft hat mir bei der Erstellung dieser Arbeit sehr geholfen.

Außerdem möchte ich mich bei allen anderen Mitgliedern des Instituts für Kernphysik bedanken für die freundschaftliche Atmosphäre und die Bereitschaft, Probleme anderer zu diskutieren und zu lösen.

Ich danke Susanne für ihre Unterstützung und aufbauenden Worte während der Jahre meiner Doktorarbeit und das Korrekturlesen der Arbeit.

Abschließend möchte ich meinen Eltern für ihre Hilfe und Förderung danken, die mir mein Studium und meine Promotion ermöglicht haben.

FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH

KFA

Jül-2844
November 1993
ISSN 0944-2952