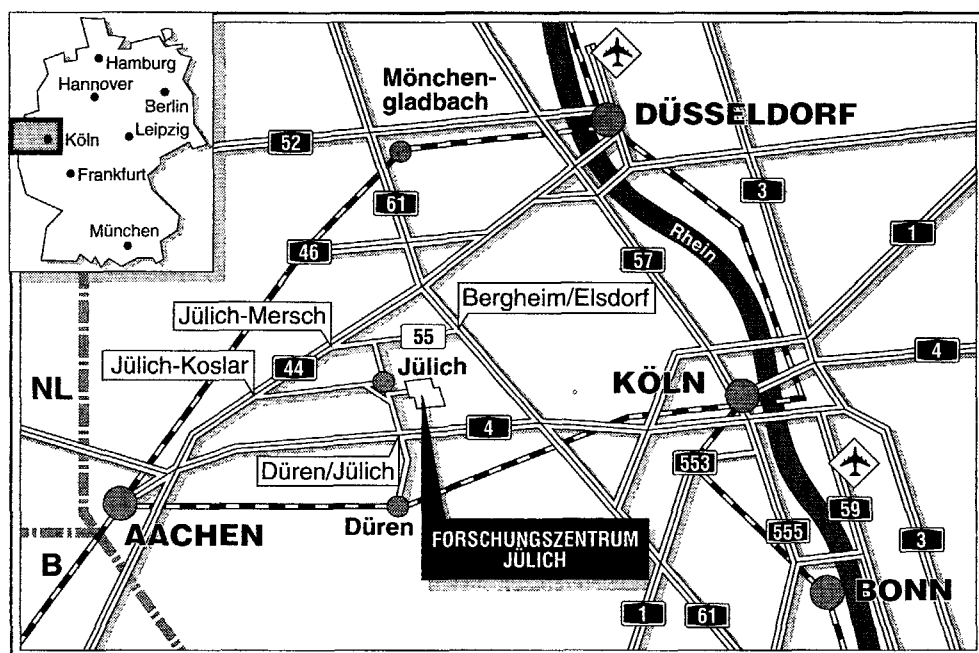


*Institut für Werkstoffe der Energietechnik
Zentrallabor für Elektronik*

**Mikrotomographie mit dreidimensionaler
gefilterter Rückprojektion und
codierter Quelle**

J. Vell H. Nickel F. Hoßfeld H. Halling



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2984

ISSN 0944-2952

Institut für Werkstoffe der Energietechnik

Zentrallabor für Elektronik Jül-2984

D 82 (Diss. RWTH Aachen)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon: 024 61/61-61 02 · Telefax: 024 61/61-61 03 · Telex: 833 556-70 kfa d

Jül-2984
Oktober 1994
ISSN 0944-2952

Mikrotomographie mit dreidimensionaler gefilterter Rückprojektion und codierter Quelle

J. Vell^{1,2} H. Nickel³ F. Hoßfeld⁴ H. Halling²

¹ Dissertation

² Zentrallabor für Elektronik

³ Institut für Werkstoffe der Energietechnik

⁴ Zentralinstitut für Angewandte Mathematik

Microtomography With Threedimensional Filtered Backprojection and Coded Source

by

J. Vell*, H. Nickel, F. Hoßfeld, H. Halling

Abstract

Aiming for significant improvement of the quality of the direct threedimensional reconstruction from twodimensional x-ray projections measured with a microtomography device under construction, a number of suitable actions were studied. Heading for a resolution of a few microns the mechanical adjustability and stability also must lie in that range. In order to ensure this precision the proposed measures were tested in practice. The improvements include an estimation of the precision of the geometrical misalignment with the help of a threedimensional simulation as well as an improved measurement of the projection geometry. Projection data preprocessing and an improved reconstruction using the threedimensional filtered backprojection were also implemented. Using gauging-objects during the recording of the projection data, a significant improvement of the determination of the measurement geometry was achieved. Performance of separate reconstructions of single relevant slices of the object helped to find the precise position of the axis of rotation and the central plane delivering the exact reconstruction parameters. Reconstructions using simulated projection data and artificial misalignments of the geometry confirmed the efficiency of the achieved improvements. Several measurements of different samples including known specimen verified the obtained quality of the microtomographical reconstructions.

In a second step the potential of coded apertures and coded sources for the use in x-ray radiography and tomography were studied and appropriate first tests made. A simulation system for coded radiography and tomosynthesis was worked out and appropriate reconstruction algorithms implemented. The practicability of the production of coded apertures and coded sources was studied and possible materials and ways of production were tested. With the means of semiconductor technology coded structures were generated down to a structure element size of 1 micron. First measurements proved the success of this new technology.

* Dissertation

Mikrotomographie mit dreidimensionaler gefilterter Rückprojektion und codierter Quelle

von

J. Vell*, H. Nickel, F. Hoßfeld, H. Halling

Kurzfassung

Ziel der Arbeit war es, die Qualität der direkten dreidimensionalen Rekonstruktion aus zweidimensionalen Röntgenprojektionen einer im Aufbau befindlichen Mikrotomographieanlage mit verschiedenen Maßnahmen signifikant zu verbessern. Bei Ortsauflösungen im Bereich einiger μ -Meter muß auch eine Justierbarkeit und mechanische Stabilität in dieser Größenordnung gefordert werden. Um diese Reproduzierbarkeit sicherzustellen, wurden eine Reihe von Maßnahmen auf ihre praktische Einsatzfähigkeit untersucht. Die Verbesserungen umfaßten eine Fehlerabschätzung geometrischer Fehljustierungen mit Hilfe dreidimensionaler Simulationen, eine verbesserte Messung der Projektionsgeometrie sowie die Implementierung der Projektionsdatenvorverarbeitung und verbesserte Rückrechnung mit Hilfe der dreidimensionalen gefilterten Rückprojektion. Durch Einsatz von Eichobjekten bei der Aufnahme der Projektionen war eine wesentlich bessere Bestimmung der Meßgeometrie möglich. Bei der nachträglichen geeigneten Visualisierung wurden dabei die geometrischen Verhältnisse deutlich. Durch Einsatz gesonderter Rückrechnungen von relevanten Schichten zur Rotationsachsenfindung und Mittelebenenbestimmung konnten die exakten Rückrechnungsparameter bestimmt werden. Rückrechnungen von simulierten Projektionsdatensätzen, unter Berücksichtigung möglicher Fehleinstellungen der geometrischen Kennwerte, bestätigten die Wirksamkeit der getroffenen Korrekturmaßnahmen. Eine Reihe von Messungen an verschiedenen, auch bekannten Proben, bestätigte die erzielte Qualität der mikrotomographischen Rekonstruktionen. Sowohl die Geometrievermessung als auch die dadurch erzielte Auflösung wurden wesentlich verbessert.

Des weiteren wurden das Potential von codierten Aperturen und Quellen für Röntgenradiographie und Tomographie abgeschätzt und entsprechende Vorversuche vorgenommen. Ein Simulationssystem für codierte Radiographie und Tomosynthese wurde erstellt und die entsprechenden Rückrechnungsalgorithmen implementiert. Möglichkeiten zur Fertigung von codierten Aperturen und Quellen wurden untersucht. In Frage kommende Materialien und Herstellungswege wurden auf Tauglichkeit getestet und mit Hilfe der Möglichkeiten der Halbleiterherstellung codierte Strukturen in der Größenordnung von Strukturelementgrößen bis hinab zu 1 μ m Kantenlänge hergestellt. Erste Messungen damit wurden vorgenommen und der Erfolg der getroffenen Maßnahmen bestätigt.

* Dissertation

Inhaltsangabe

1. Einleitung	1
2. Erläuterungen zur Erzeugung, zur Absorption und zum Nachweis von Röntgenstrahlen für die vorliegende Anwendung.....	6
2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung	6
2.2 Absorption von Röntgenstrahlung.....	8
2.3 Detektorsysteme	8
2.3.1 Das Detektorsystem im Rasterelektronenmikroskop.....	8
2.3.1.1 Die erste Meßanordnung.....	10
2.3.1.2 Die Effizienz des ersten Detektorsystems.....	10
2.3.2 Das Detektorsystem an der Mikrofokusröhre.....	11
2.3.2.1 Die zweite Meßanordnung.....	13
3. Arbeiten zur dreidimensionalen Tomographie.....	14
3.1 Von der zweidimensionalen zur dreidimensionalen Rekonstruktion	15
3.2 Feldkamp-Algorithmus.....	19
3.3 Simulation mit Testdaten.....	21
3.4 Einfluß geometrischer Fehler	24
3.5 Tomographien relevanter Proben	30
3.5.1 Kohlenstoff	30
3.5.2 Sandsteinprobe.....	34
3.5.3 Knochenprobe.....	37
4. Grundlagen der Tomosynthese mit codierter Quelle.....	40
4.1 Herleitung und Eigenschaften der Korrelationsarrays.....	46
4.1.1 Periodische und aperiodische Korrelationsarrays.....	47
4.1.2 Anforderungen an die Korrelationsarrays.....	49
4.1.3 Gütekriterien.....	51
4.1.4 Periodische Korrelationsarrays	54
4.1.4.1 Differenzmengen-Folgen	55
4.1.4.2 Maximalfolgen im Galois-Feld $GF(2)$	59
4.1.5 Aperiodische Korrelationsarrays	61
4.1.5.1 Bipolare Binärarrays	61
4.1.5.2 Inkohärente aperiodische Binärarrays.....	62
4.1.5.3 "Mismatched" Filter.....	64
4.2 Erstellung eines Modells für die Simulation der Tomosynthese.....	66
4.2.1 Simulierte Projektionen	68
4.2.2 Rückrechnung der Projektionen	73

4.2.3 Einsatz von iterativen Verfahren	75
4.3 Grenzen des Verfahrens.....	76
4.3.1 Die Geometrie der Meßanordnung	76
4.3.2 Anforderungen an den Detektor	84
4.3.3 Signal-zu-Rausch-Verhältnis	86
5. Technischer Aufbau der Tomosynthese	88
5.1 Fertigung von codierten Quellen und Aperturen.....	88
5.1.1 Anforderungen an das Basismaterial	88
5.1.2 Produktionsprozeß	90
5.1.3 Geeignete Metalle für die Beschichtung.....	96
5.1.4 Ergebnisse.....	99
5.1.5 Die Meßanordnung zur Tomosynthese.....	99
5.2 Simulations- und Meßergebnisse mit Hilfe des Codierungsverfahrens	100
6. Weitere Einsatzmöglichkeiten von codierten Systemen	107
7. Zusammenfassung und Ausblick.....	112
8. Literatur	114

1. Einleitung

Hochauflösende bildgebende Meßverfahren und -geräte sind aus der heutigen Wissenschaft und Technik nicht mehr fortzudenken. Es sind viele mikroskopische Verfahren bekannt, die es dem Menschen ermöglichen, den Teil seiner Umgebung, der sich ihm aufgrund der mikroskopischen Größenordnung verschließt, zu visualisieren. Das bekannteste Verfahren stellt die Lichtmikroskopie dar, mit deren Hilfe heutzutage Oberflächenstrukturen in der Größe von weniger als 1 μm sichtbar gemacht werden können. Auch wenn die Auflösung neuester Verfahren in atomare Größenordnung vorstößt (STM -"Scanning Tunneling Microscope"), so bleibt ein großes Manko dieser Verfahren, daß im Prinzip allein Probenoberflächen abgebildet werden. Sollen dennoch Aussagen über das Innere gemacht werden, kann nur durch zerstörende Probenpräparation die innere Struktur freigelegt werden. Eine solche Präparation hat jedoch entscheidende Nachteile: Durch sie wird die innere Struktur der Probe schon bei der Präparation verändert und aufgrund des hohen Arbeitsaufwandes können solche Untersuchungen nur stichprobenartig wenige Schichten erschließen. Schließlich können auch nicht alle Proben zerstörend bearbeitet werden, entweder weil das Material dies nicht zuläßt oder weil später durchzuführende Untersuchungen den unveränderten Probenkörper voraussetzen.

Einen Ausweg bietet das Verfahren der Röntgen-Computertomographie, das in der Medizin bereits seit den 70er Jahren erfolgreich eingesetzt wird. Auch in der zerstörungsfreien Materialprüfung werden bereits seit langem computertomographische Untersuchungsverfahren angewandt, wenn es darum geht, quantitative Messungen zerstörungsfrei durchzuführen. In den letzten Jahren verliefen die Bemühungen bei der Verbesserung der nichtmedizinisch eingesetzten Computertomographieanlagen in Richtung auf ein erhöhtes Ortsauflösungsvermögen in den rekonstruierten Schichtbildern. Ein wesentlicher Fortschritt wurde 1987 erzielt, als eine amerikanische Forschergruppe dreidimensionale Mikrotomographien von verschiedenen Proben zeigte, die eine Ortsauflösung von etwa 100 Linienpaaren pro mm aufwiesen. Als Röntgenstrahlungsquelle wurde bei diesen Untersuchungen Synchrotronröntgenstrahlung verwendet, die sich durch sehr starke Intensität und Kollimation auszeichnet. Synchrotronröntgenstrahlung entsteht - sozusagen als "Nebenprodukt" - in einem Synchrotron, wenn die Elek-

tronen für den schnellen Umlauf radial beschleunigt und damit auf eine Kreisbahn gezwungen werden.

1. Teil: Labor-Mikrotomographie

In den folgenden Jahren wurde festgestellt, daß mit der Verwendung von Synchrotron-Röntgenstrahlung auch Nachteile verbunden sind: Die Strahlage und -intensität unterliegen starken Schwankungen, und die weltweite Verfügbarkeit von Meßmöglichkeiten an Synchrotronstrahllinien ist unbefriedigend.

Es war daher das Bestreben einer Forschungsarbeit, die am Zentrallabor für Elektronik des Forschungszentrums Jülich durchgeführt wurde, Mikrotomographie auch im Laborrahmen zu ermöglichen /1/. Dazu wurde eine konventionelle Röntgenquelle verwendet und die erforderliche hohe Röntgenintensität durch eine starke Annäherung des Detektors an die Quelle sichergestellt. Durch die Verwendung einer Röntgenquelle mit einer räumlichen Ausdehnung von weniger als $5\mu\text{m}$ ist für den Aufnahmevorgang eine Vergrößerungsgeometrie einsetzbar, mit der die Voraussetzungen für die Rekonstruktion von Computertomogrammen geschaffen werden, die eine theoretische Ortsauflösung in der Größenordnung von 100- 200 Linienpaaren pro mm besitzen.

Es zeigte sich jedoch, daß aufgrund verschiedener technischer Unzulänglichkeiten diese hohe Ortsauflösung praktisch nicht erreichbar war. In der vorliegenden Arbeit werden die Schwachpunkte der in /1/ beschriebenen Anlage systematisch analysiert, Verbesserungsvorschläge realisiert und die Meß- bzw. Rekonstruktionsmethodik verbessert.

Auf diese Weise konnte eine erheblich verbesserte Meß- und Rekonstruktionsauflösung erreicht werden. Die erfahrenen Nachteile mit der Elektronenmikroskop-Mikrotomographieanlage (Vakuum, zu kleiner Probenraum, geringe Energien) mündeten in einer Neukonstruktion der Anlage auf der Basis einer Mikrofokus-Röntgenröhre, zusammen mit einer verbesserten Kameratechnik.

2. Teil: Auflösungserhöhung und Tomosynthese

Der Wunsch, Labor-Mikrotomographiesysteme in ihrem Auflösungsvermögen weiterhin zu steigern, findet seine Begrenzung durch die endliche Röntgenintensität, die mit konventionellen Röntgenquellen erzielbar ist. Eine mit der Erhöhung des Auflösungsvermögens schritthaltende Erhöhung der Röntgenintensität ist deshalb notwendig, weil für die Genauigkeit der Messungen eine minimale Anzahl

von detektierten Röntgenquanten auf der nunmehr verkleinerten Detektorfläche erforderlich ist und die Meßzeit nicht weiter erhöht werden kann. Es ist in dieser Situation eine naheliegende Idee, statt einer mehrere Röntgenquellen zu verwenden.

Die vorliegende Arbeit untersucht zu dieser Problemstellung den Lösungsansatz der codierten Quelle. Dieses Verfahren läßt sich gerade in den Fällen einsetzen, bei denen die sondierende Röntgenstrahlung außerhalb des zu untersuchenden Objektes künstlich erzeugt wird. Das Verfahren basiert darauf, Punktstrahlungsquellen in ein Muster von n Quellen zu modifizieren. Dadurch können drei Vorteile genutzt werden:

- n -fache Quellintensität bei gleicher spezifischer Targetbelastung (Strom-dichte);
- hohe Auflösung in Abhängigkeit von der Quellenstrukturierung;
- Möglichkeit einer Tomographie aus nur einer einzigen Durchstrahlungsrichtung des Meßobjektes.

Diese Vorteile werden in zwei Meßanordnungen genutzt:

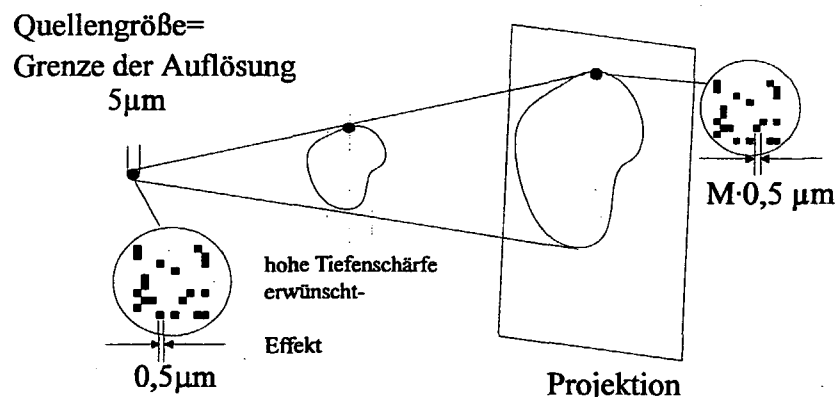


Abb. 1: Auflösungsverbesserung durch Quellcodierung

Die Mikrotomographieanlage besteht im wesentlichen aus den folgenden Komponenten: Mikrofokusröntgenquelle, kegelförmig vergrößernder Strahlgeometrie und ortsauflösendem Röntgendetektor mit nachfolgender Computersteuerung und -auswertung für die aufgenommenen Daten. Die erreichbare größte Detailauflösung der Anlage wird bestimmt vom Durchmesser des Quellpunktes der Röntgenstrahlung. Dieser liegt in den besten Röntgenanlagen im Bereich von $20\mu\text{m}$. Die nachfolgende kegelförmig verlaufende Strahlgeometrie und der präzise auflösende Detektor lassen starke Vergrößerungen zu, die jedoch die Auflösung des Systems nur dann verbessern, wenn die Quellgröße dazu

proportional abnimmt. Dann nimmt jedoch auch der Röntgenquantenfluß quadratisch mit der Quellfläche ab, da eine maximale materialspezifische Stromdichte nicht überschritten werden darf (thermische Zerstörung des Targets). Somit wird die Meßzeit untolerierbar verlängert, und Quantenrauschen dominiert wegen nicht ausreichender Lichtverhältnisse (Verschlechterung des Signal-zu-Rauschverhältnisses). Durch Aufteilung der Quellfläche in n ($n = 10^1$ bis 10^5) Einzelquellen mit wesentlich kleinerer Einzelfläche (im Mikrometerbereich) kann die Auflösung der Anlage in den Bereich der Einzelelementgröße der strukturierten Quelle erhöht werden, unter weitgehender Beibehaltung des Röntgenquantenflusses der Gesamtfläche (proportional zur Belegung der Codierung) (Abb. 1). Eine optionale Vergrößerung der Gesamtquellfläche bei konstanter spezifischer Elektronenstromdichte (Ampere/m²) erhöht den damit verbundenen Gesamt-röntgenquantenfluß. Anschließend an die Detektion dieser codierten Projektion muß jedoch die Datenverarbeitung die neuen Quellverhältnisse berücksichtigen. Relativ aufwendige Algorithmen zur Meßdatenvorverarbeitung kommen zum Einsatz, um die Überlagerung der Projektionsbilder der einzelnen Quellpunkte wieder rückgängig zu machen. Das Ergebnis sind bezüglich der Auflösung erheblich verbesserte Projektionen, die in der nachfolgenden klassischen Tomographierückrechnung weiterverarbeitet werden können.

In vielen Fällen liegt ein Vorwissen über die Probe vor. Der Gefügebau, die Struktur des Materials sowie die chemische Zusammensetzung sind bekannt. Aufgabenstellung ist es dann, z. B. nur die Verteilung von wenigen Luft-einschlüssen innerhalb des Materials oder den Verlauf von Rissen und Poren festzustellen. In diesem Fall liegen Objektstrukturen vor, die als "schwach besetzte Objekte" bezeichnet werden können. Durch eine weitere Eigenschaft der oben beschriebenen codierten Quelle können diese Strukturen mit nur wenigen Durchstrahlungen untersucht werden.

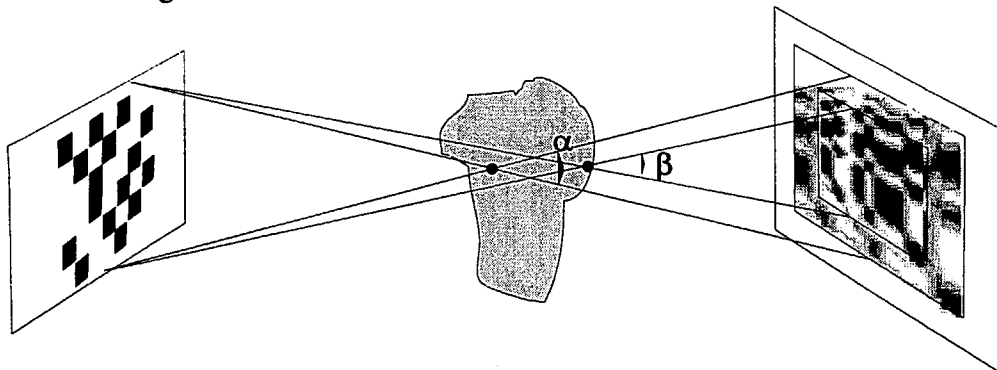


Abb. 2: Tomosynthese mit codierter Quelle

In Abb. 2 ist diese Eigenschaft skizziert. Das Quellmuster wird, abhängig von der Position der Strukturen im Probenkörper, mit verschiedenen großen Schattenwürfen auf dem Detektor abgebildet (Projektionswinkel α und β). Die speziellen Korrelationseigenschaften der codierten Quelle ermöglichen in der Rückrechnung eine Trennung der Objektschichten aus nur einer Projektion. Bei Problemstellungen mit schwach besetzten Objekten ist auf diese Art eine schnelle Tomosynthese möglich. Damit werden der tomographischen Untersuchung von Strukturen Einsatzmöglichkeiten eröffnet, in denen der Zeitfaktor eine nicht unmaßgebliche Rolle spielt. So werden auch Anwendungen in der Qualitätssicherung bzw. -kontrolle denkbar, die zur Zeit nur in Form von Stichprobenuntersuchungen möglich sind.

Zielsetzung und Struktur der Arbeit

Nach einer kurzen Erläuterung der in dieser Arbeit verwendeten physikalischen Grundlagen werden im ersten Teil der Arbeit die vorhandene Mikrotomographie-Anlage beschrieben, die in der Praxis auftretenden Probleme diskutiert und Lösungsvorschläge vorgestellt. Die signifikanten Verbesserungen der Qualität der direkten dreidimensionalen Rückrechnung aus zweidimensionalen Röntgenprojektionen werden erläutert, sowie Fehlerabschätzungen geometrischer Fehljustierungen mit Hilfe einer dreidimensionalen Simulation vorgenommen. Eine Beschreibung der verbesserten Messung der Projektionsgeometrie sowie der damit verbundenen Projektionsdatenvorverarbeitung folgen. Der Bau einer zweiten Mikrotomographieanlage unter Einsatz einer Mikrofokus-Röntgenröhre und die mit beiden Anlagen erzielten Ergebnisse werden vorgestellt.

Im zweiten Teil der Arbeit wird das Potential codierter Quellen und Aperturen für die Mikrotomographie und Röntgenradiographie abgeschätzt. Insbesondere werden Aspekte der optimalen Codeauswahl sowie die Implementierung eines Simulationssystems für Radiographie und Tomographie, nebst entsprechender Rückrechnungsalgorithmen erläutert. Untersuchungen zur Fertigung von codierten Aperturen und Quellen sowie erste Meß- und Simulationsergebnisse schließen sich an. Dabei soll die Wirkung der gewählten Maßnahmen auf die Verbesserung des Meßverfahrens herausgestellt werden.

2. Erläuterungen zur Erzeugung, zur Absorption und zum Nachweis von Röntgenstrahlen für die vorliegende Anwendung

Im folgenden Abschnitt sollen die speziellen Anforderungen, die an die zur Durchstrahlung der zu untersuchenden Probe verwendete Röntgenquelle gestellt werden, für die vorliegende Anwendung diskutiert werden. Zum einen muß sie eine ausreichende Strahlungsleistung besitzen (siehe Kapitel Röntgenquantenbilanz) zum anderen muß sie in Bezug auf die Größe der Apparatur und die Höhe der Kosten im laborgemäßen Rahmen bleiben. Ein zentraler Punkt ist die Qualität der Strahlung, in Bezug auf ihr Frequenzspektrum und ihre Intensität (Quantenflußdichte).

Im Anschluß daran werden zwei neuentwickelte Detektorsysteme vorgestellt, die im Rahmen der Arbeit zum Einsatz kamen. Die Anwendungen der Detektoren werden vorgestellt und die jeweiligen Vor- und Nachteile erläutert.

2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

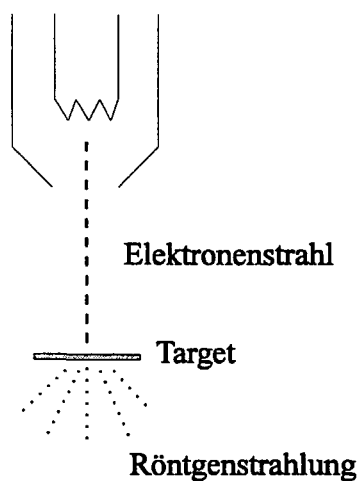


Abb. 3: Röntgenstrahlungserzeugung mit Transmissionstarget

Aus einer kathodischen Glühwendel werden Elektronen emittiert und in einem elektrischen Feld beschleunigt (Abb. 3). Die von den Elektronen beim Flug durch das Beschleunigungsfeld gewonnene Energie ergibt sich aus dem Produkt der Beschleunigungsspannung U und der elektrostatischen Ladung e der Elektronen. Nach Verlassen des Wehnelt-Zylinders trifft der durch magnetische Felder

gebündelte Elektronenstrahl auf ein anodisches metallisches Target und verwandelt seine aufgenommene Energie zu einem von der Beschleunigungsspannung abhängigen Prozentsatz in Wärme und in Röntgenstrahlung. (Bei 100 keV ca. 99% Wärme und 1% Röntgenstrahlung; bei 20-50 MeV bis zu fast 100% Röntgenstrahlung) /2/. Die Röntgenstrahlung wird dabei fast isotrop (von einem Ort, dem Brennfleck) abgestrahlt (bei 34 keV), jedoch mit steigender Energie des Elektronenstrahls (bei 100 keV) prägt sich immer mehr die Richtung des Elektronenstrahls als Vorzugsrichtung aus. Bei Röntgenstrahlung, die auf diese Art erzeugt wird, sind zwei Spektralkomponenten zu unterscheiden:

- Bremsstrahlung:

Nach der Maxwellschen Theorie muß die Abbremsung von Elektronen mit der Emission elektromagnetischer Strahlen verbunden sein. Die sogenannte Bremsstrahlung entsteht, wenn ein Elektron sich durch das Coulombfeld eines Atoms bewegt und dort abgebremst wird. Diese Strahlung hat ein kontinuierliches Energiespektrum und für ihre Gesamtintensität gilt in erster Näherung /3/:

$$J = C \cdot V^2 \cdot i \cdot Z$$

mit

C: Proportionalitätsfaktor

V: Beschleunigungsspannung

Z: Ordnungszahl des Targetmaterial

i: Elektronenstrom

- Charakteristische Strahlung:

Wenn die Elektronenenergie jedoch so groß wird, daß sie zur Anregung des Antikathodenmaterials ausreicht, werden Elektronen der innersten Schalen der Atomhülle durch einen Stoß entfernt und es rückt ein Elektron aus einer höheren Schale nach. Die dabei freiwerdende Energie wird als Röntgenquant gemäß der Bohrschen Beziehung $h\nu = E_2 - E_1$ abgegeben. Diese charakteristische Strahlung, bzw. Eigenstrahlung, wird durch die unterschiedlichen Energieniveaus der Atome der verschiedenen Elemente festgelegt. Generell gilt es für die klassische Tomographie möglichst monochromatische Strahlung zu verwenden, da ansonsten Strahlaufhärtingsartefakte entstehen. Diese werden durch die höhere Absorption weicherer Strahlung in Materie verursacht, wobei sich das Spektrum der Strahlung beim Durchgang durch das Objekt verändert (aufhärtet).

2.2 Absorption von Röntgenstrahlung

Beim Durchtritt durch Materie wird Röntgenstrahlung abgeschwächt. Diese Absorption ist abhängig von der Wellenlänge. Um diese Frequenzabhängigkeit zu eliminieren (Strahlaufhärtungsartefakte) wird für die Untersuchungen monochromatische Strahlung genutzt. Liegt diese vor, dann verhält sich die Abschwächung gemäß folgender Exponentialfunktion:

$$I_s = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

mit

I_0 : Eingangsintensität

μ : materialabhängiger Schwächungskoeffizient

x : durchstrahlte Wegstrecke

Von den verschiedenen Abschwächungsmechanismen dominieren im vorgegebenen Energiebereich der vorliegenden Anlagen (bis 100 keV) der photoelektrische Effekt und die Compton-Streuung /2, 4/.

2.3 Detektorsysteme

2.3.1 Das Detektorsystem im Rasterelektronenmikroskop

Die Detektion der Röntgenstrahlenprojektionen innerhalb eines Rasterelektronenmikroskopes bedarf eines kompakten Detektorsystems, welches speziell für diesen Zweck konzipiert sein muß. Das in dieser Arbeit zum Einsatz kommende System ist eine Modifikation des Detektors, der für die klassische Tomographie entwickelt wurde /1/. Das System besteht (Abb. 4) im Kern aus einem CCD-Detektor (Charge Coupled Device), der von einer Elektronik so angesteuert wird, daß Belichtungszeiten zwischen 10 ms und 64 Sekunden möglich sind. Längere Belichtungszeiten (Slowscan-Betrieb) sind dann notwendig, wenn nur wenig Lichtintensität zur Verfügung steht. Die rechteckige lichtempfindliche Fläche besteht aus 578 x 580 Detektorelementen mit einer Fläche von jeweils 16µm x 23µm. Durch den Transport der Bildinformation aus den CCD-Elementen in die externe Elektronik, wobei die Ladungen innerhalb des Systems verschoben werden müssen, entsteht das sogenannte Ausleserauschen. Um den Einfluß dieses Rauschens auf das Signal-zu-Rausch-Verhältnis möglichst klein halten zu können,

muß das Bildsignal möglichst groß sein (siehe Kapitel 2.3.1.3). Reichen die Lichtverhältnisse nicht aus (zu schwaches Bildsignal), werden längere Belichtungszeiten verwendet und der einfallende Lichtquantenfluß über eine gewisse Zeit aufintegriert. Um dann das thermische Eigenrauschen der CCD-Elemente möglichst niedrig zu halten, ist eine Kühlung des Bauteils notwendig. Die aufgenommenen Projektionsdaten werden direkt in das steuernde Computersystem übertragen und können dort weiterverarbeitet oder auch nur gespeichert werden. Da handelsübliche CCD-Detektoren ihren Arbeitsbereich im sichtbaren Spektrum des Lichtes haben und von Röntgenstrahlung nachhaltig geschädigt werden können, wird vor dem lichtempfindlichen Bereich des CCD eine strahlungsabsorbierende Faseroptikplatte aufgebracht, die mit einer Szintillationsschicht versehen ist. Die einfallende Röntgenstrahlung wird von der Szintillationsschicht in sichtbares Licht umgewandelt, welches von der Glasfaserplatte kolliert und an die CCD-Elemente weitergeleitet wird. Zum weiteren Schutz des CCD vor gestreuten Elektronen ist ein Metallschild vor der Anordnung angebracht, der auch gleichzeitig zur Kühlung des Detektors mit flüssigem Stickstoff dient. Die Arbeitstemperatur beträgt etwa -40°C , um ein möglichst rauschfreies Bild zu erhalten.

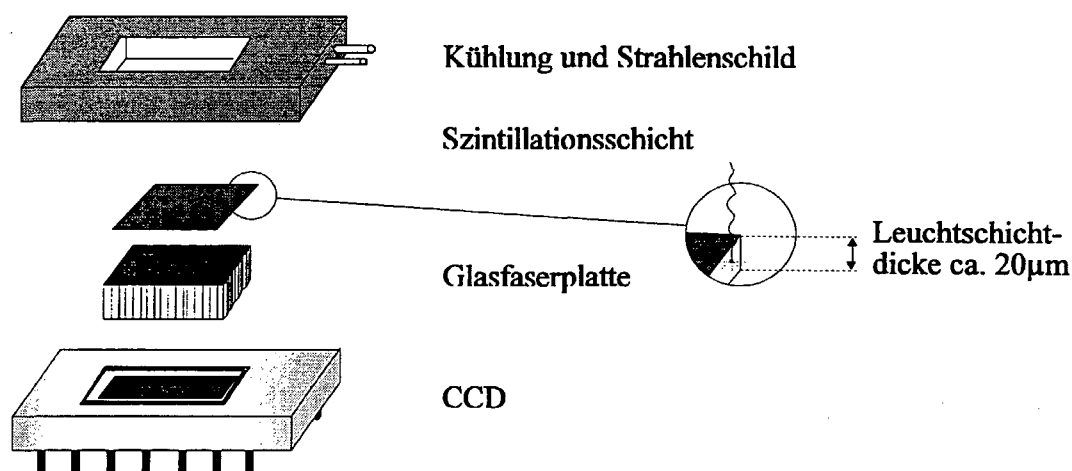


Abb. 4: Detektorsystem zur hochaufgelösten Aufnahme von Röntgenprojektionen

2.3.1.1 Die erste Meßanordnung

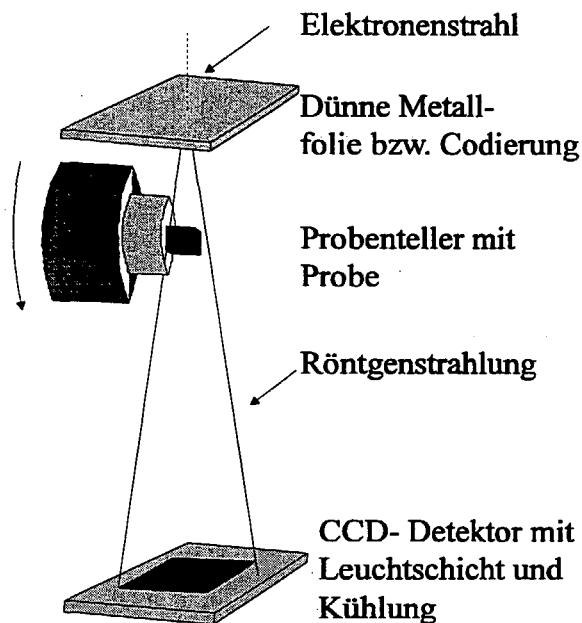


Abb. 5: Schematische Darstellung der Meßanordnung im Rasterelektronenmikroskop der Firma CamScan

Auf der Darstellung ist der Elektronenstrahl zu erkennen, der von oben aus der Elektronenkanone des Mikroskops fein fokussiert (Durchmesser ca. $2\text{ }\mu\text{m}$) auf das Target trifft, in welchem die Röntgenstrahlung erzeugt wird. Dieses Target kann, wie angedeutet, entweder eine dünne Metallfolie (z. B. $10\text{ }\mu\text{m}$ Kupfer) sein, oder ein mit einer metallischen Codierung versehene dünne Kohlenstoffplatte (siehe Kapitel 5.1.1). Im ersten Fall entspricht die Anordnung derjenigen zur Aufnahme von klassischen Kegel-Strahl-Projektionen (vergrößernden zweidimensionalen Röntgenprojektionen), wie sie für den klassischen Tomographieansatz benötigt werden (siehe Kapitel 3).

Der präzise drehbare Probenteller dient dazu, die Probe korrekt zu positionieren, die Vergrößerung einzustellen und die Probe für die transversalen Durchleuchtungen in kleinen Winkelschritten um bis zu 360° zu drehen.

2.3.1.2 Die Effizienz des ersten Detektorsystems

Die Quanteneffizienz (DQE: Detective Quantum Efficiency) wurde von Rose /5/ zur Charakterisierung optischer Systeme eingeführt. Sie stellt das Verhältnis der quadrierten Signal-zu-Rauschverhältnisse von Ausgangs- und Eingangssignal dar.

$$DQE = \frac{SNR_{out}^2}{SNR_{in}^2}$$

Der optimale Wert ist eins, da das SNR des Ausgangssignals nicht größer als das des Eingangssignals sein kann. Wie in /1/ beschrieben, ergibt sich für die vorliegende erste Anordnung folgendes Ergebnis:

$$DQE = \frac{1 - e^{-\mu D}}{1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{F_{Si}}{\alpha \cdot k \cdot \tau \cdot \eta} + \frac{R_{CCD}^2}{N_{in} \cdot (1 - e^{-\mu D}) \cdot (\alpha \cdot k \cdot \tau \cdot \eta)^2}}$$

mit:

- μ : Schwächungskoeffizient des Leuchtstoffes
- D : Leuchtstoffschichtdicke
- α : Anzahl der pro Röntgenquant abgegebenen Lichtphotonen
- k : Anteil der in die Glasfaser eintretenden Photonen
- η : Anzahl der pro Photon in der CCD erzeugten Elektronen
- F_{Si} : Fano - Faktor für Silizium / 6, 7 /
- N_{in} : Anzahl der eingestrahnten Röntgenquanten
- R_{CCD} : Elektronen - äquivalenter Effektivwert des mittelwertfreien Eigen - und Ausleserauschens des CCD

Die Effizienz des Detektorsystems hängt bei Einsetzen von typischen Werten für Röntgenenergien um 10 keV maßgeblich von der Röntgenabschwächung μ der Szintillatorschicht ab ($\mu=100 \text{ cm}^{-1}$; $D=20 \text{ }\mu\text{m}$; $\alpha=400$; $k=0.137$; $\tau=0.75$; $\eta=0.2$; $R_{CCD}=10$; $N_{in}=10^5$). Bei Einsatz einer codierten Röntgenquelle mit einer Belegung der aktiven Elemente von 50 % und ohne Erhöhung des Elektronenstroms ergibt sich eine entsprechend reduzierte Röntgenquanteneinstrahlung N_{in} . Bei der Konzeption eines weiteren Detektorsystems (Kapitel 2.3.2) führte unter anderem die schlechte Ankopplung der Leuchtschicht (Objektiv statt Glasfaser) zu Intensitätsverlusten.

2.3.2 Das Detektorsystem an der Mikrofokusröhre

Beim Detektorsystem für das Rasterelektronenmikroskop ist die Detektorfläche nur so groß wie der aktive Bereich des CCD, wodurch nur Projektionen kleiner Ausdehnung aufgefangen werden können (Kapitel 2.3.1). Mit einer Röntgenröhre, die Projektionsaufnahmen an Luft zuläßt, könnten auch größere Objekte untersucht

werden, so daß die Detektorfläche eine Begrenzung darstellt. Dazu wird im folgenden eine neue Detektorauslegung vorgestellt.

Eine Mikrofokusröhre basiert auf dem klassischen Prinzip der Röntgenstrahlerzeugung, d. h. mittels eines Elektronenstrahls, der auf ein Target trifft und dort Röntgenstrahlung mit einer bevorzugten Ausbreitungsrichtung erzeugt (das Metalltarget steht im ca. 45° Winkel siehe Abb. 7). Jedoch besitzt diese Röhre magnetische Linsensysteme, die den Elektronenstrahl so fein bündeln, daß ein Brennfleck von weniger als 20 µm erzeugt werden kann [3/].

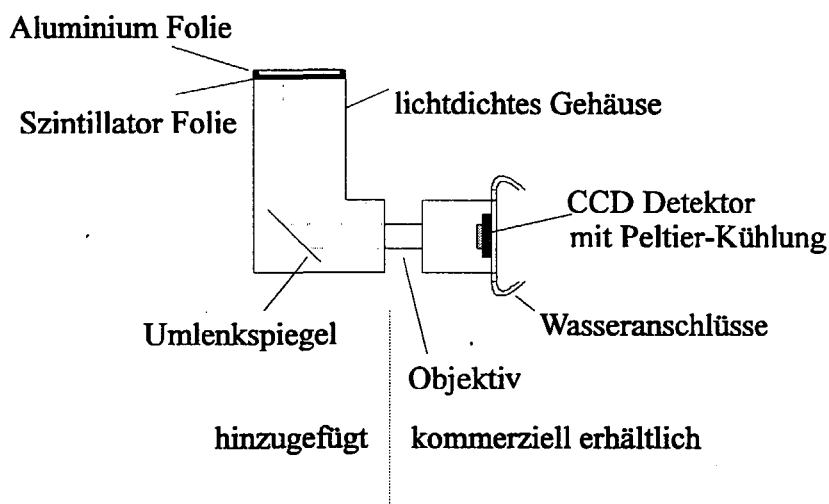


Abb. 6: Neue Detektorauslegung für die Mikrofokusröhre

Der hier zur Anwendung gekommene Detektor stellt einen Kompromiß aus einer großflächigen Szintillationsschicht für größere Objekte und trotzdem noch gutem Auflösungsvermögen dar. Vor ein auf die Kamera aufgeschraubtes Objektiv wird ein lichtundurchlässiger röhrenartiger Vorsatz geschraubt, der eine Spiegelumlenkung um 90° beinhaltet (siehe Abb. 6) sowie eine Röntgenlumineszenzfolie hoher Auflösung ("Mammographiefolie"). Diese Folie, die ihrerseits auch wieder gegen Licht und andere Störungen mittels einer dünnen Aluminiumfolie abgeschirmt ist, leuchtet im sichtbaren Spektralbereich des Lichtes, wenn Röntgenstrahlung mit einer Energie von 40 bis 100 keV auftrifft (siehe Abb. 6). Dieses Leuchten wird von der Kamera aufintegriert und dann als Röntgenshattenbild auf dem Computer abgespeichert.

Die Kamera, die sich in der vorliegenden Anwendung nicht im Vakuum, sondern frei zugänglich an der Luft befindet, ist eine handelsübliche "Slow-Scan" Video-Kamera, die ähnlich wie die für das Rastermikroskop gebaute mit ausreichender Kühlung betrieben werden kann. Zu diesem Zweck ist ein Kühlsystem mit Peltier-

Elementen und fließendem Wasser für den Wärmeabtransport integriert. Die Kamera wird von einem PC-System gesteuert und die Daten werden direkt in den PC eingelesen. Sie arbeitet im Gegensatz zu der erstgenannten Konstruktion mit einem CCD-Chip mit quadratischen Pixeln (512×512 Elemente mit jeweils $27 \mu\text{m}$ Kantenlänge) /8/, was die Bildauswertung vereinfacht. Die Konstruktion erlaubt es, handelsübliche Objektive verschiedenster Art zur Bildgebung einzusetzen. Die Belichtungszeit kann auch bei diesem Kameramodell zwischen 10 ms und einigen Minuten eingestellt werden, was für Anwendungen mit geringer Intensität erforderlich ist.

2.3.2.1 Die zweite Meßanordnung

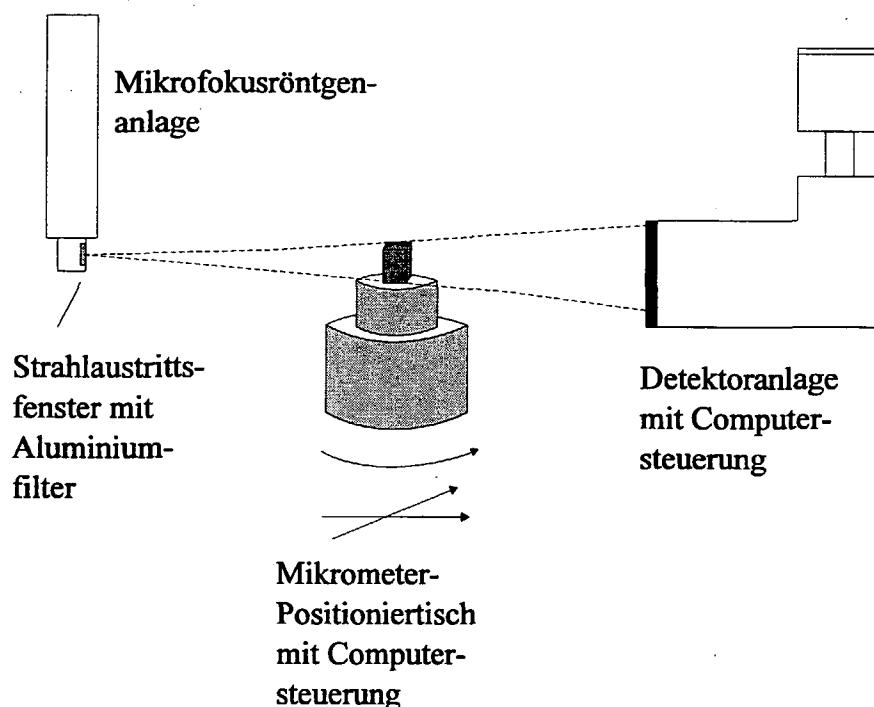


Abb. 7: Meßanordnung an der Mikrofokusanlage

Die Mikrofokusröhre befindet sich auf der einen Seite der Meßanordnung (Abb.7) und erzeugt die Röntgenstrahlung mit Hilfe eines Wolfram-Targets bei Beschleunigungsspannungen bis zu 200 keV. Auf der Achse der bevorzugten Austrittsrichtung der Strahlung befindet sich hinter einem 5 mm starken Aluminiumfilter ein Mikrometerdrehtisch, der von einem PC gesteuert wird. Für Projektionen von allen Seiten kann der Tisch automatisch justiert und verfahren werden.

3. Arbeiten zur dreidimensionalen Tomographie

Der Mensch ist in seiner optischen Wahrnehmung auf das Erkennen der äußeren Strukturen von dreidimensionalen Objekten beschränkt. Zur Visualisierung des Inneren eines Objektes werden gewöhnlich die inneren Strukturen durch zerstörendes Aufschneiden zugänglich gemacht. Um zerstörungsfrei das Innere einer Probe zu untersuchen, wird geeignete Strahlung hindurchgeschickt und aus der Art und Weise, wie diese Strahlung von der Materie absorbiert wird, auf die inneren Strukturen geschlossen.

Die gewöhnliche Röntgenprojektion ist eine zweidimensionale Repräsentation des dreidimensionalen Objektes, was zwangsläufig den Verlust der Tiefeninformation über die Probe nach sich zieht. Stellt man sich das zu untersuchende Objekt als aus einer großen Anzahl dünner Schichten zusammengesetzt vor, so werden bei einer Röntgenprojektion die Superposition der Absorptionen aller Schichten auf der Detektorebene erhalten. Die Interpretation solcher Projektionsbilder erfordert vom Experimentator eine langjährige Erfahrung im Umgang mit dieser Art der Darstellung. Grobe, stark kontrastierende Strukturen, wie z. B. Knochen gegenüber Hautgewebe, können trotz der dargestellten Einschränkungen relativ gut zerstörungsfrei visualisiert werden, weshalb Röntgenaufnahmen auch heute noch häufig eingesetzt werden. Interessiert man sich jedoch für eine spezielle Schicht des Probenkörpers, so müssen die störenden Einflüsse der weiteren Schichten aus den Projektionen eliminiert werden.

Eine Möglichkeit dies zu erreichen wird in der Laminographie [9] verwirklicht. Alle Schichten außerhalb der untersuchten Schicht werden durch eine Bewegung von Quelle und Detektor zueinander verwischt und verursachen so in der resultierenden Aufnahme nur eine Erhöhung des störenden Untergrundes. Die zu betrachtende Ebene wird deutlich abgebildet. Dieses klassische Verfahren ist auch bekannt unter dem Namen Bewegungs-Tomographie.

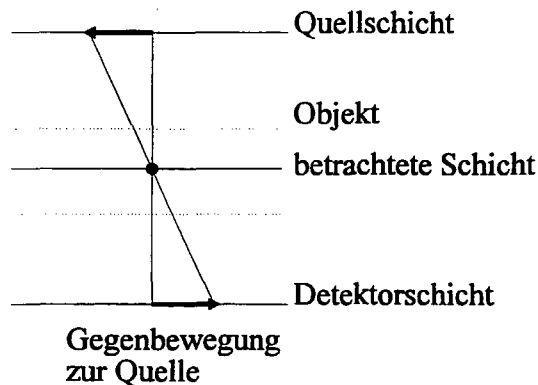


Abb. 8: Skizze zu Bewegungs-Tomographie

Abb. 8 skizziert das Verfahren. Durch die geschickte gleichzeitige, aber entgegengesetzte Bewegung von Quelle und Detektor scheint die betrachtete Schicht sich nicht zu bewegen und wird als einzige scharf abgebildet. Der Nachteil ist, daß die nicht betrachteten Ebenen immer noch einen relativ großen Beitrag zum resultierenden Bild liefern, da sie nicht wirklich entfernt, sondern nur verwischt werden. Bei der Computertomographie hingegen werden die interessierenden Schichten isoliert betrachtet, ohne derartige Interferenzen von anderen Schichten aufzuweisen. Der beschriebene Nachteil, daß die sondierende Strahlung beim Durchgang durch die Materie die Informationen über das Innere "aufsummiert" hat, wird dadurch kompensiert, daß zahlreiche Aufnahmen aus allen Richtungen um das Objekt erstellt werden, die dann mittels geeigneter Algorithmen die Berechnung der inneren Strukturen ermöglichen. Auf diese Weise werden Datensätze erzielt, die so anschaulich darstellbar sind, daß eine Interpretation gegenüber der Laminographie erheblich erleichtert wird. Die Art der Darstellung orientiert sich an der gewohnten Umwelt des Menschen. Die interessierenden Strukturen werden z. B. so dargestellt, daß Oberflächen sichtbar werden, oder es werden rechnerisch Schnitte durch die Probe gelegt. Somit ist es auch ungeübten Experimentatoren möglich, in die inneren Strukturen Einblick zu nehmen.

3.1 Von der zweidimensionalen zur dreidimensionalen Rekonstruktion

Die Idee der Computertomographie (CT) entstand schon in den frühen 70er Jahren und wurde zunächst nur in der medizinischen Diagnostik verfolgt. Praktikabel für die industrielle Materialforschung einsetzbar ist sie jedoch erst seit Mitte der 80er Jahre, als die Datenverarbeitungsgeräte und die Detektortechnik einen Stand erreichten, der den Einsatz sinnvoll machte. Jedoch basieren auch heute noch die

meisten Systeme auf eindimensionalen Detektoren und zweidimensionalen Rekonstruktionsalgorithmen. Im folgenden sollen die Grundlagen aufgezeigt werden, auf denen die Tomographie-Verfahren beruhen und die Vor- und Nachteile der hier implementierten dreidimensionalen Rekonstruktion erörtert werden.

Wie in Kapitel 1 dargestellt, existieren verschiedene Arten der Transmissionstomographie. Jedoch basieren alle auf dem Prinzip, daß ein durch ein Objekt geradlinig hindurchtretender Strahl auf seinem Weg durch die Materie geschwächt wird und diese Schwächung als "Schattenbild" auf dem Detektor registriert wird (Die Streueffekte werden hierbei vernachlässigt und monochromatische Strahlung vorausgesetzt). Diese Abschwächung kann folgendermaßen mathematisch dargestellt werden:

$$I_{\text{aus}} = I_{\text{ein}} \cdot e^{-\int \mu(s,t) dt}$$

mit

I_{ein} : Intensität vor Eintritt in die Materie

I_{aus} : Intensität beim Austritt aus der Materie

3.1

Durch Logarithmieren kann nun das Linienintegral längs des Strahlweges bestimmt werden:

$$p(s) = \ln \frac{I_{\text{ein}}(s)}{I_{\text{aus}}(s)} = \int \mu(s,t) dt$$

mit:

$p(s)$: Projektionsfunktion

3.2

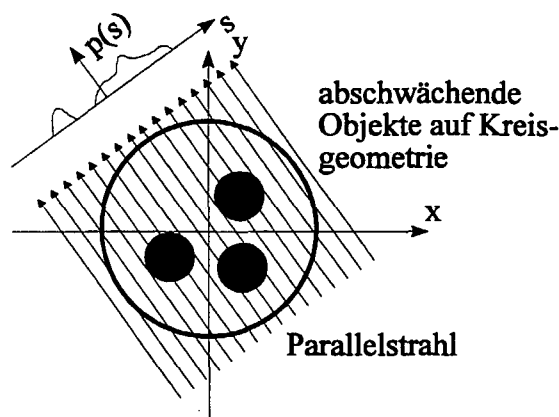


Abb. 9: Skizze der Parallelstrahlgeometrie und der gemessenen Projektionsfunktion

Wie in dieser Darstellung zu sehen ist, stellt die Projektionsfunktion $p(s)$ die Summation aller Abschwächungen, die die Strahlen auf ihrem Weg durch die Materie erfahren haben, dar. Für den hier dargestellten parallelen Fall ist die Geometrie noch übersichtlich. Sie besteht aus einem eindimensionalen Detektor, der die Projektionsfunktion $p(s)$ aufnimmt und einem Strahlengang, der ohne Vergrößerung das Abbild projiziert. Wenn das zu untersuchende Objekt sehr klein ist, kann eine Fächerstrahl-Geometrie genutzt werden, um eine vergrößernde Projektion zu erzielen (siehe Abb. 10). Bei der Rückprojektion müssen dann allerdings die Winkel berücksichtigt werden, die die Strahlen mit der Senkrechten einschließen (eindimensionale gefilterte Rückprojektion).

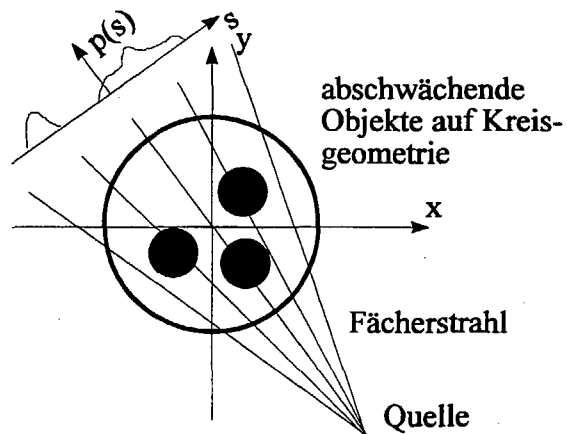


Abb. 10: Vergrößernde Projektion mit Hilfe der Fächerstrahl- Geometrie

Diese Technologie wird auch heute in den meisten medizinischen und industriellen CT-Scannern eingesetzt. Ist ein räumlicher Eindruck erwünscht, müssen bei der dreidimensionalen CT so viele Schichten hintereinander aufgenommen und rückgerechnet werden, wie in "z-Richtung" benötigt werden. Diese Schichtrekonstruktionen werden dann quasi wie ein Stapel aufeinandergelegt, wodurch ein räumlicher Eindruck von der Probe entsteht.

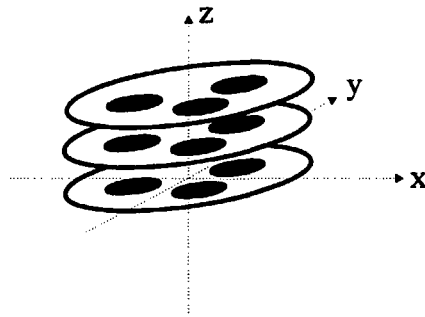


Abb. 11: Gestapelte rückgerechnete Schichten

<i>Forscher</i>	<i>Exakt ?</i>	<i>Ausgeführt ?</i>	<i>Computer- Implemen- tierbarkeit</i>	<i>Punktquellen Geometrie</i>	<i>Klassifizieren der Rekonstruktion-Methode</i>
Altschuler	Nein	Nein	Gut	Kreis	Matrix-Inversion
Feldkamp	Nein	Ja	Ausgezeichnet	Kreis	Konvolutions-Rückprojektion
Finch	Ja	Nein	Gut	genügend großer Kreis	Mathematische Analyse
Grangeat	Nein	Ja	Sehr gut	Kreis	Konvolutions-Rückprojektion
Hamaker	Nein	Nein	Gut	Endliche Anzahl Quellen	Konvolutions-Rückprojektion
Herman	Nein	Ja	Ausgezeichnet	Kreis	Konvolutions-Rückprojektion
Imiya	Nein	Ja	Schlecht	Kugel	Rho-Filter-Konvolutions- Rückprojektion
Kowalski	Nein	Ja	Gut	Zwei parallele Kreise	Matrix-Inversion
Kowalski	Nein	Ja	Gut	Gerade Linie	Matrix-Inversion
Minerbo	Nein	Nein	Gut	Kreis	Konvolutions-Rückprojektion
Peyrin	Nein	Nein	Schlecht	Kugel	Rho-Filter-Konvolutions- Rückprojektion
Schlindwein	Nein	Ja	Gut	Zwei parallele Kreise	ART
Smith	Ja	Nein	Schlecht	Kugel	Konvolutions-Rückprojektion
Tui	Ja	Nein	Schlecht	Zwei senkrechte Kreise	Konvolutions-Rückprojektion

Abb 12: Anspruch und Qualität verschiedener Rückrechenalgorithmen /10/

Dieses Verfahren ist prinzipiell recht langsam, da für jede Schicht eine komplette Messung sowie eine Rückrechnung gemacht werden muß und somit hauptsächlich dann interessant, wenn nur wenige Schichtaufnahmen des Objektes ausreichen.

Gilt das Interesse jedoch zum Beispiel dem Verlauf von Rissen in Materialien oder der Verteilung von Poren, dann ist eine komplette Rekonstruktion der Probe unerlässlich und ein dreidimensionales Verfahren zu bevorzugen.

Seit Mitte der 80er Jahre existieren die algorithmischen Grundlagen /10/, um diese Aufgabe zu bewältigen. Auch später wurden noch weitere Rückrechenalgorithmen vorgeschlagen, implementiert und getestet (siehe Abb. 12) /11, 12/, jedoch ist der hier zur Anwendung gekommene Feldkamp-Algorithmus der derzeit Anschaulichste und am einfachsten zu implementierende, weshalb er im folgenden auch näher erläutert wird. Werden noch die nötigen Computerressourcen, sowie die benötigte Rechenzeit in die Betrachtung miteinbezogen, so zeigen sich die weiteren Vorteile des Feldkamp-Algorithmus /13/. In der Praxis weist der Algorithmus als Nachteil lediglich Ungenauigkeiten an den Rändern des Rekonstruktionsbereiches auf.

3.2 Feldkamp-Algorithmus

Der Algorithmus läßt sich sehr gut intuitiv darstellen. Er ging aus der zweidimensionalen gefilterten Rückprojektion hervor und kann daher auch gut von dort ausgehend erklärt werden.

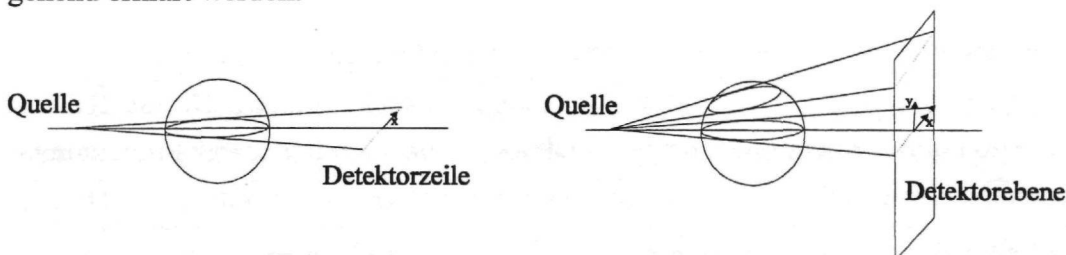


Abb. 13: Links die Abbildung einer Schicht des Objektes auf einen Zeilendetektor mittels eines Fächerstrahls, was eine Untermenge der rechten Abbildung mit einem Kegelstrahl auf einen zweidimensionalen Detektor darstellt

In Abb. 13 ist der Abbildungsvorgang dargestellt. Eine Strahlenquelle projiziert links das Schattenbild einer Schicht auf den Zeilendetektor. Aufgenommen wird wieder wie in Kapitel 3.1 die Projektionsfunktion $p(s)$. In diesem Fall handelt es sich um eine eindimensionale Projektion mit Hilfe eines Fächerstrahls (Fan-Beam), der zum Beispiel durch eine Schlitzblende aus einer normalen punktförmigen Röntgenquelle gewonnen wird. Die rechte Darstellung zeigt die enge Verwandtschaft der Verfahren. Bei der Abbildung mit Hilfe eines Kegelstrahls wer-

den sozusagen viele Schichtaufnahmen zu gleicher Zeit aufgenommen, jedoch im Unterschied zur mehrschichtigen Tomographieaufnahme von Kapitel 3.1 in unterschiedlichen Winkellagen. Die durchstrahlten Schichten liegen im Objekt somit nicht parallel zueinander, sondern erscheinen wie ein Bündel von Schichten, die auf einen Fluchtpunkt, die Quelle zulaufen. Durch diese nicht-parallele Anordnung können die Algorithmen der eindimensionalen Schichtaufnahme nicht benutzt werden, da sich bei Schichten außerhalb der Zentralebene (Ebene bei $Y=0$) Fehler ergeben würden.

Die gefilterte Rückprojektion hat ihren Namen daher, daß die gefilterten Meßdaten mit Hilfe des Algorithmus den Strahlenweg entlang zurückgeworfen werden und dabei im Objekt "verschmiert" werden.

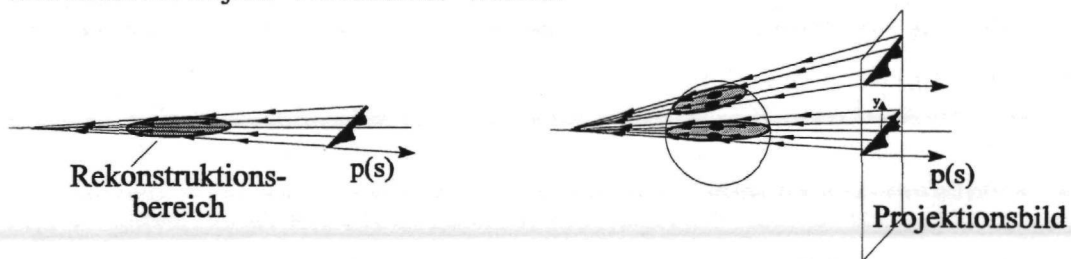


Abb. 14: Rückprojektion der Projektionsdaten mit Fächer- bzw. Kegelstrahl

Vor diesem Vorgang des Verschmierens über den Ortsraum werden die Meßdaten noch logarithmiert (siehe Formel 3.2), gewichtet und gefiltert. Da die Rekonstruktion durch eine große Anzahl Projektionen von allen Seiten der Probe durchgeführt wird, ergibt sich automatisch ein kreisrunder Rekonstruktionsbereich. Die zirkulare Geometrie wird durch einen Gewichtungsfaktor berücksichtigt.

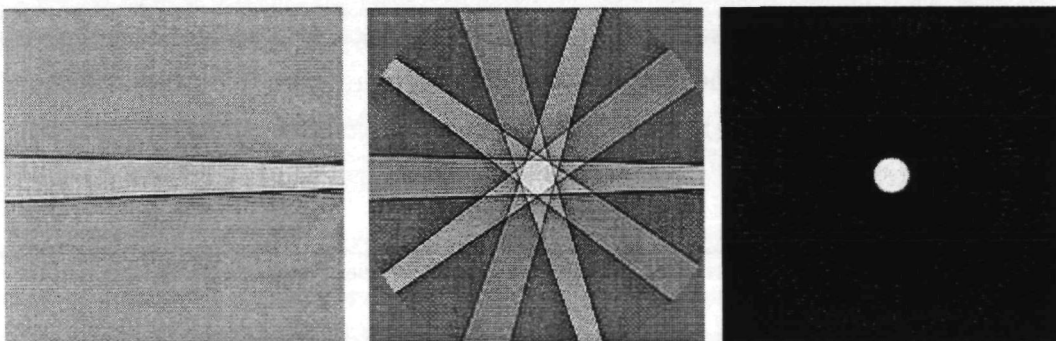


Abb. 15: Ergebnis der Rückprojektion bei Verwendung von unterschiedlich vielen Projektionen (Probe ist eine Kreisscheibe mit größerer Abschwächung als die Umgebung)

In Abb. 15 ist für den zweidimensionalen Fall eine Rekonstruktion mit zunächst nur einer einzigen Projektion eines Kreises zu sehen. Hierbei wird die Kontrastverstärkung der Kanten durch die Filterung sichtbar. Bei Verwendung von 4 Projektionen ist das Prinzip der Rückprojektion von Aufnahmen aus Richtungen gleichen Winkelabstandes um das Objekt schon gut ersichtlich. Nur bei Zuhilfenahme von genügend Projektionen kann das Objekt mit ausreichender Güte rekonstruiert werden.

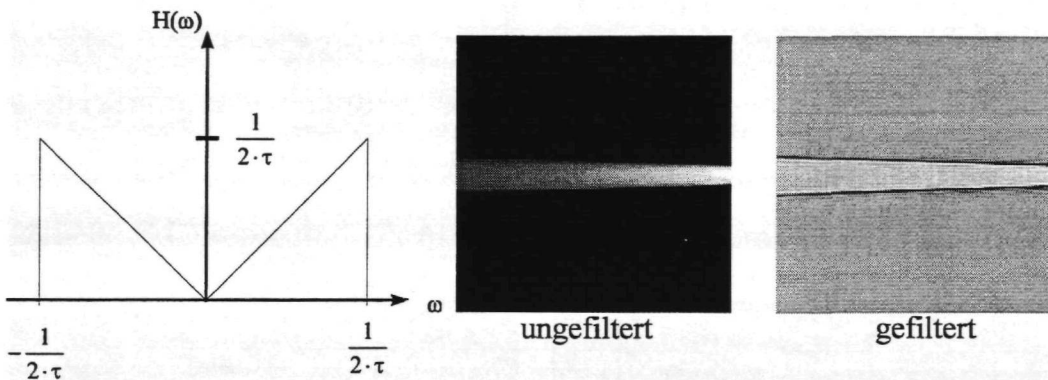


Abb. 16: Frequenzdarstellung der „Ramp“-Filterfunktion sowie einer ungefilterten und einer mit dieser Filterfunktion gefilterten Projektion im Ortsraum

Die Filterung der Daten wird mit der in Abb. 16 dargestellten Gewichtsfunktion vorgenommen. Die Frequenzen größer als $\frac{1}{2 \cdot \tau}$ werden abgeschnitten, da bei einem Detektorelementabstand (Abtastung) von τ nur noch Frequenzen unterhalb dieser Grenze erfaßt werden können.

3.3 Simulation mit Testdaten

Die Fehlersuche während der Implementierung und die Beurteilung der Qualität einer Rückrechnung sind komplex. Um einen definierten Ausgangspunkt zu erhalten, werden simulierte Datensätze verwendet (Projektionen). So kann das Rückrechnungsergebnis sicher beurteilt werden, da die Ausgangsstruktur bekannt ist. Bei dem hier zum Einsatz gekommenen Simulationsprogramm wird in Form einer Textbeschreibung eine räumliche Anordnung von dreidimensionalen geometrischen Formen (Kugel, Kegel, Quader, etc.) mit ihren Abschwächungskoeffizienten und Außenmaßen vorgegeben. Die Objekte befinden sich alle innerhalb eines

fiktiven kugelförmigen Probenraumes, mit dem zusammen sie dann von einer, in beliebiger Entfernung positionierbaren, Strahlungsquelle (Kegelstrahl), durchstrahlt werden. Die Projektionen werden auf einem in den Ausmaßen definierbaren fiktiven Detektor aufgenommen und in einer Datei abgespeichert. Die so erzeugten Projektionsdaten sind ideal, da sie unter unverrauschten Verhältnissen aufgenommen wurden.

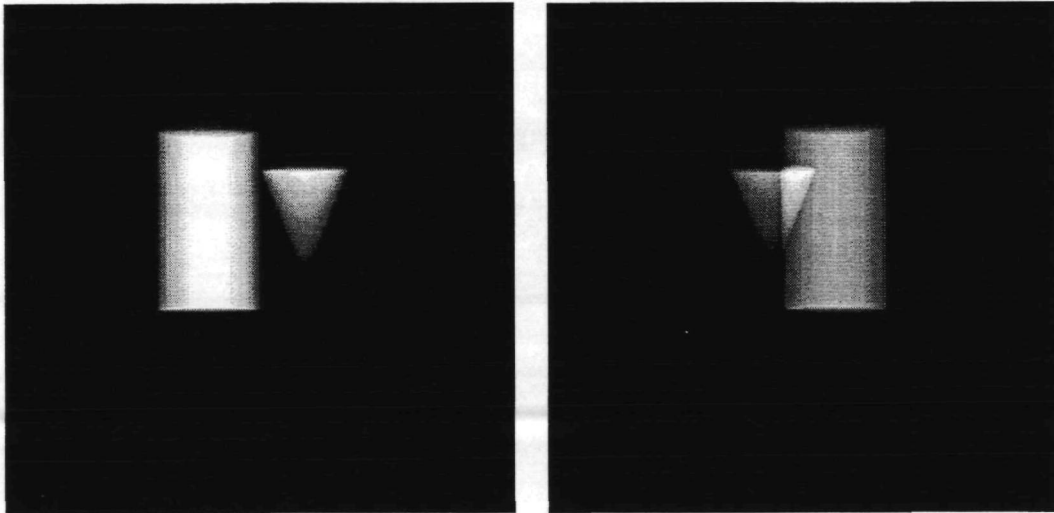


Abb. 17: Simulierte Projektion zweier geometrischer Körper

Eine solche Projektion mit einem Kegel und einem Zylinder ist in Abb. 17 zu sehen. Hier ist gut erkennbar, wie die "Standflächen" der Körper bei der Projektion nicht auf eine Strecke projiziert wurden, sondern wie, aufgrund des Vergrößerungseffektes durch die sich nahe am Objekt befindende Quelle, die Kanten mit durchleuchtet wurden. Die Standflächen erscheinen somit als Kreisbögen. Die Projektion kann nur dann gedeutet werden, wenn auch die Abstände Quelle-Objekt-Detektor bekannt sind.

Um den Einfluß verschiedenster Meßfehler auf die Projektionsdaten zu untersuchen, ist es sinnvoll, einen Probenkörper zu konstruieren, dessen Projektion möglichst empfindlich auf Fehler reagiert. Dazu wurde bei den weiteren Betrachtungen der in den Abb. 18 und 19 gezeigte Körper verwendet.

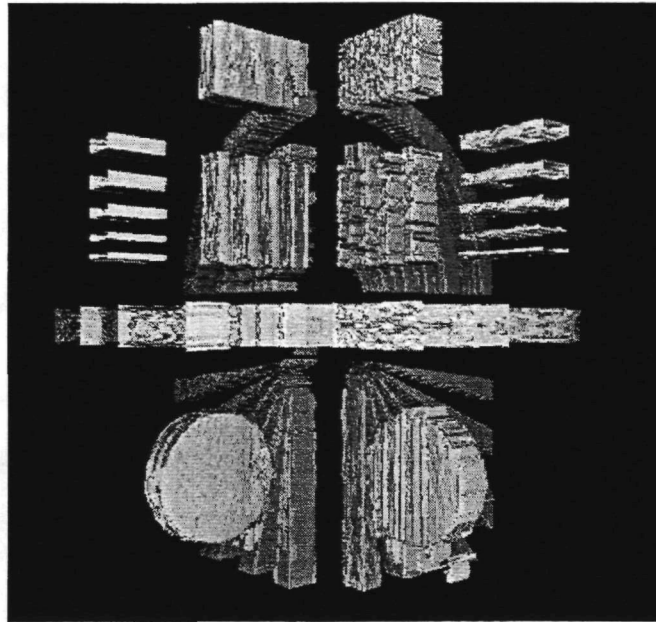


Abb. 18: Dreidimensionales Testphantom aus Simulationsdaten rekonstruiert

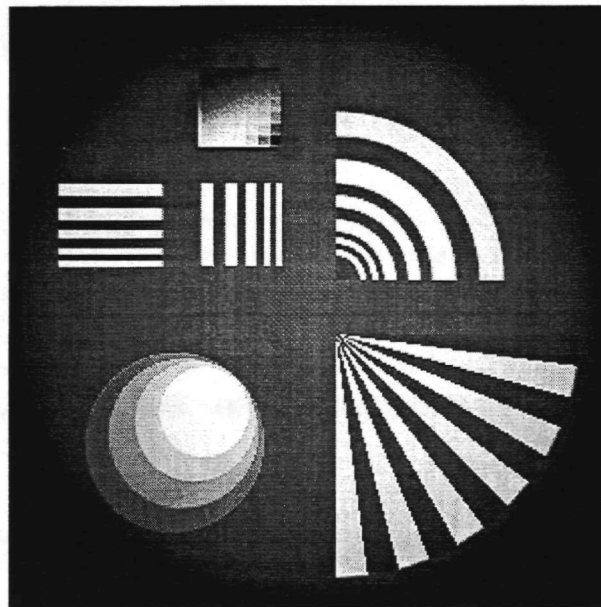


Abb. 19: Ein Schnitt durch das Testphantom für die dreidimensionale Rückrechnung

Die im Schnitt gezeigte Anordnung wurde dreifach wiederholt und um je 90° gedreht im Raum angeordnet. Das so konstruierte Objekt besteht aus azimuthalen und radialen Elementen mit der Länge des halben Durchmessers (rechts unten), da diese in der Rückprojektion schon bei geringen Abweichungen Artefakte im

rückgerechneten Objekt erzeugen. Auch erfolgt hierbei ein spiegelsymmetrisches Übersprechen der Strukturen. Da sich die streifenförmigen Objekte zur Mitte hin verjüngen, gestatten sie es, die noch gerade auflösbaren Abstände festzustellen. Kleine Würfel mit leicht unterschiedlicher Abschwächung (links oben) testen die Auflösung der Berechnung der Abschwächungskoeffizienten auch bei schwachem Kontrast. Die meisten Strukturen sind nur mit optimal eingestellten Rückrechnungsparametern gut rekonstruierbar.

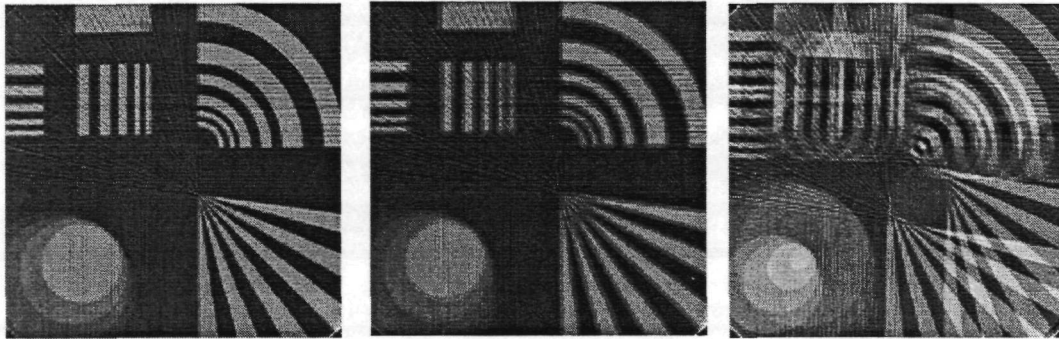


Abb. 20: Testphantom mit unterschiedlichen Rückrechnungsfehlern

So sind in Abb. 20 Rekonstruktionen mit unterschiedlichen Fehlern dargestellt. Die erste Rekonstruktion ist aus zu wenig Projektionen entstanden, was einer Unterabtastung im Raum der Radon-Transformierten /9/ entspricht. Beim Vergleich mit dem Original (Abb. 19) wird sehr deutlich, wie wenig kleine Details erkennbar sind und wie stark die Störung durch das Übersprechen der strahlenförmigen Strukturen in der Mitte ist. Bei der zweiten Rekonstruktion ist zwar die Anzahl der Projektionen ausreichend, aber die Geometriengaben des Meßaufbaus wurden absichtlich falsch eingegeben.

3.4 Einfluß geometrischer Fehler

Ein Problem beim praktischen Einsatz des Verfahrens besteht darin, die exakten geometrischen Daten der Meßanordnung auszumessen. Das kann mit großem Aufwand an einer speziell für diesen Zweck konzipierten, geometrisch sich nicht ändernden Anlage einmalig durchgeführt werden. Aber die Anlagen, die hier zum Einsatz kamen (siehe Kapitel 2.3), arbeiten mit variabler Geometrie. Der Mikrotomographiezusatz war nur zeitweise an der Anlage angebracht. Wegen der dadurch entstandenen Toleranzen sind die Konstruktionen nicht mit der benötigten Genauigkeit (5 Mikrometer Toleranz) justierbar.

Der Auftreffpunkt des Elektronenstrahls in der Mikrofokusröhre ist nur dann relativ exakt feststellbar, wenn nach aufwendigem Ausbau des Targets die durch den Gebrauch aufgetretene Schwärzung des Targets im Bereich des Auftreffpunkts des Elektronenstrahls optisch vermessen wird. Die Röhre ist geschlossen, das Target hinter einem festen Aluminiumfenster montiert und durch elektrische Aufladungen wandert der Elektronenstrahl unkontrollierbar. Nur bei Abbrand, ca. jedes halbe Jahr, wird das Target einmal ausgebaut und es ist dann genau feststellbar, in welchem Bereich von einigen hundert Mikrometern sich der Auftreffpunkt des Elektronenstrahls bewegt hat. Anders formuliert: die genaue Geometrie der einzelnen Messungen ist nicht mehr feststellbar.

Den nächsten Schwachpunkt stellt die Projektion der Rotationsachse der Probe auf den Detektor dar. Die Rotationsachse der Probe wird vor der eigentlichen Messung mit einigem Aufwand in die Mitte des Detektors verfahren, was mit Testprojektionen von einigen Seiten eingestellt wird. Dabei wird festgestellt, ob der Schattenwurf des Objektes bei irgendeiner Winkelstellung aus dem Detektionsbereich herausläuft. Hiernach ist zwar sichergestellt, daß die Rotationsachse der Probe den mittleren Bereich des Detektorfeldes während der Aufnahmen nicht verlassen hat, aber die exakten Koordinaten der Rotationsachse auf dem Detektor sind noch nicht festgestellt. Aus den Projektionen kann nur die Vergrößerung abgelesen werden, die das Objekt bei der Projektion erfahren hat. Aber dazu wird die tatsächliche Ausdehnung der Probe, bezogen auf die aktuelle Durchstrahlungsrichtung, benötigt. Bei einer zufällig geformten Probe ist dies schwierig, da bei einer kegelförmigen Durchstrahlung von außen nicht die für die Projektion relevante Ausdehnung ausgemessen werden kann (Vor allem nicht bei einer benötigten Genauigkeit von mehr als 5 μm).

Die Koordinaten der Mittelebene (Ebene, in der sich das Lot, das von der Quelle auf den Detektor gefällt werden kann, befindet) der Projektion müssen bekannt sein. In dieser Ebene verhält sich die Projektion wie bei einer Fächer-Strahl-Anordnung ("Fan-Beam") mit einem nur eindimensionalen Detektor. Das Feldkamp-Verfahren macht sich die Ähnlichkeit mit dieser eindimensionalen Anordnung zunutze und seine Rekonstruktionsgüte hängt von der Genauigkeit dieser Koordinaten ab.

Die Detektoren sind, wie in Kapitel 2.3 beschrieben, vielschichtige Strukturen. Allein die Dicke der Leuchtschicht beträgt ca. $20\text{ }\mu\text{m}$ /1/; das ist der Bereich, in der das sichtbare Licht aus der Röntgenprojektion entsteht. Durch die Dicke der Leuchtschicht findet eine Verschmierung der Ortszuordnung zwischen Röntgenstrahleinfall und Lichtaustritt statt (siehe vergrößerter Ausschnitt in Abb. 21).

Abb. 21 zeigt diese Punkte in einer Skizze.

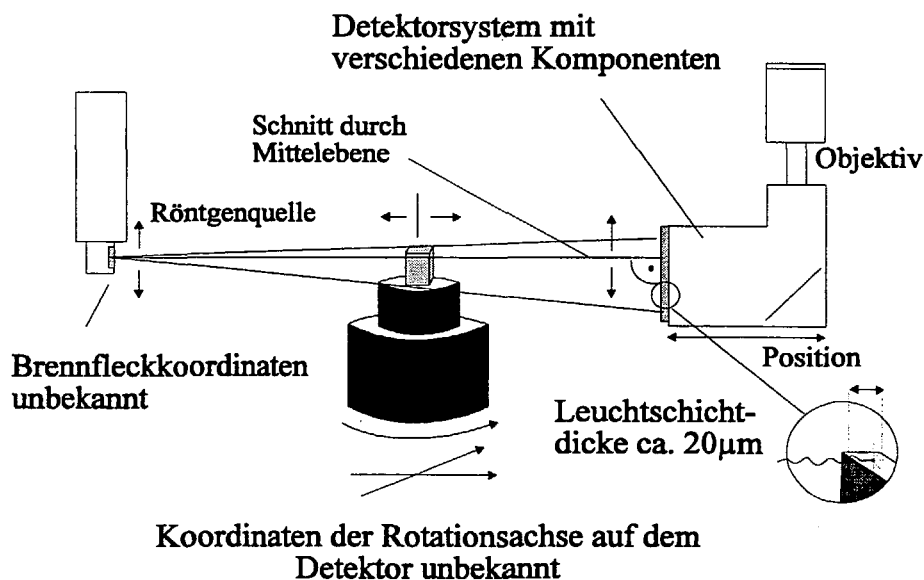


Abb. 21: Die Ungenauigkeiten der Geometrie des Meßaufbaus

Nach Untersuchung all dieser Ungenauigkeiten ist es wünschenswert, die Geometrieparameter z. B. aus den Projektionen direkt zu gewinnen. Dies gelingt durch Anbringen von Eichobjekten um die Probe. Im einfachsten Fall können das z. B. drei kugelförmige Objekte sein, die bei allen Projektionen mit aufgenommen werden und die nicht durch die Probe verdeckt werden dürfen. Diese Kugeln können von kleiner Ausdehnung sein und sollen sehr stark abschwächen (z. B. Blei). Die Projektionen dieser rotierenden Kugeln verhalten sich nun so, wie die Rotation von Planeten in einem Planetensystem von einem entfernten Beobachter aus gesehen würde. Im Fall der Planeten kann genau das Rotationszentrum ausgerechnet werden und auch der Abstand der Rotationsachse zum Betrachter festgelegt werden. Übertragen auf die vorliegende Problemstellung ergeben sich aus den Projektionen die Rotationsachse und Mittelebene auf dem Detektor.

Die Eingabedaten aus den Projektionen zu gewinnen, ist relativ aufwendig und hier bisher noch nicht implementiert worden. In der Praxis hat sich folgendes Vorgehen hervorragend bewährt:

Die Geometriedaten werden so genau, wie es eben möglich ist ausgemessen. Mit diesen Eingabedaten werden die nun folgenden interaktiven Ausmessungen begonnen:

Aus allen aufgenommenen Projektionen wird auf dem Computer (Workstation) eine Art "Videofilm" angefertigt. Alle Projektionen werden in Folge nacheinander auf dem Bildschirm wiedergegeben (Animation). Dies erfolgt so schnell, daß sich für den Betrachter der Eindruck eines sich drehenden Objektes ergibt. Da die Aufnahmen von einer Kreisbahn um die Probe herum aufgenommen wurden und aus vergrößernden Projektionen bestehen, ergibt sich nebenbei für den Betrachter auch noch ein dreidimensionaler Effekt, wie beim Anblick einer "sich drehenden gläsernen" Probe. Anhand dieses sich drehenden Objektes ist nun mit dem bloßen Auge durch genaues Hinsehen der Teil der Probe erkennbar, der sich in dieser Animation nicht nach links oder rechts bewegt. Dieser Teil muß die Rotationsachse sein. Mit Hilfe eines Koordinatenkreuzes können die Koordinaten dieser Achse ausreichend genau für den nächsten Schritt festgelegt werden. Eine höhere Genauigkeit ist zu erreichen, wenn auch noch die Eichobjekte bei den Messungen mit auf den Detektor projiziert werden. Dann können die Koordinaten der maximalen Auslenkung dieser Objekte ausgemessen werden. Die Mitte zwischen diesen Koordinaten entspricht dann der Rotationsachse (siehe Abb. 22).

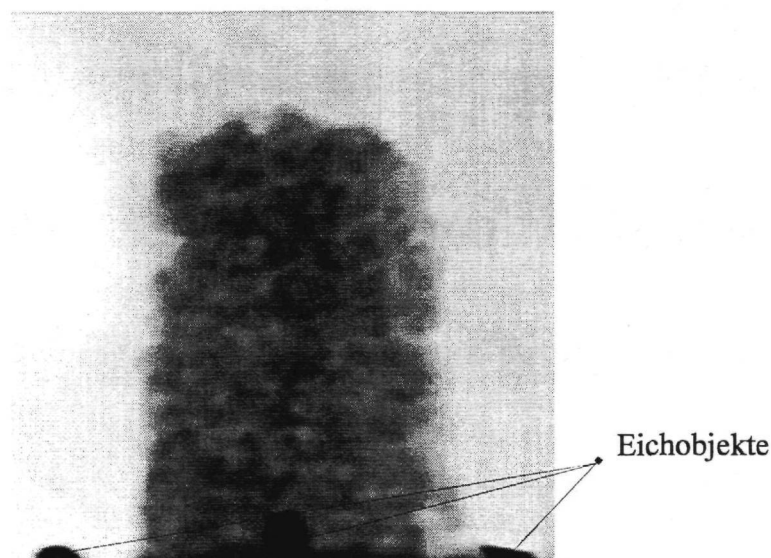


Abb. 22: Eichobjekte und Probe abgebildet auf Detektor

Entsprechend wird mit der Mittelebene verfahren. Teile des Objektes bzw. der Eichobjekte, die außerhalb der Mittelebene liegen, haben bei dieser Betrachtungsweise auf dem Monitor die Eigenschaft, bei den Drehungen Bahnen zu beschreiben, die auf dem Detektorbild keine horizontale Strecken darstellen. Wenn Objekte nahe der Quelle durchstrahlt werden, werfen sie ein stärker vergrößertes Schattenbild, weiter von der Mittelebene entfernt, als wenn sie nahe am Detektor durchstrahlt werden. Dieser einfache geometrische Zusammenhang wird in Abb. 23 dargestellt.

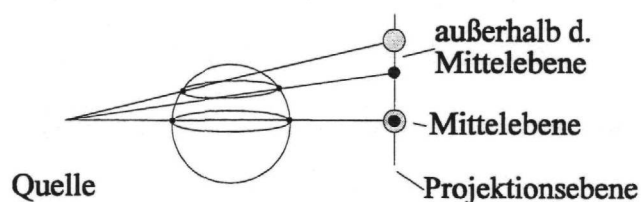


Abb. 23: Nur Objekte in der Mittelebene verweilen in allen Projektionen exakt auf einer Horizontalen

Aus dieser Abweichung kann auf die Lage der Mittelebene geschlossen werden. Da die Eichobjekte so beschaffen sind, daß sie durch ihre hohe Absorption immer sichtbar sind, auch wenn sie sich in Projektionsrichtung gesehen hinter der Probe befinden, können diese Betrachtungen mit Hilfe der Eichobjekte bei allen Proben durchgeführt werden, auch wenn der Kontrast der Projektionen der Probe schlechter sein sollte.

Diese aus den Projektionen gewonnenen Daten werden in eine spezielle Rückrechnung eingegeben. Hier finden diese zunächst gefundenen vorläufigen Daten zusammen mit dem normalen Rückrechnungs-Algorithmus Verwendung zur Berechnung der Rotationsachse. Bei Fehlern in den Rotationsachsenkoordinaten reagiert die gefilterte Rückprojektion am empfindlichsten.

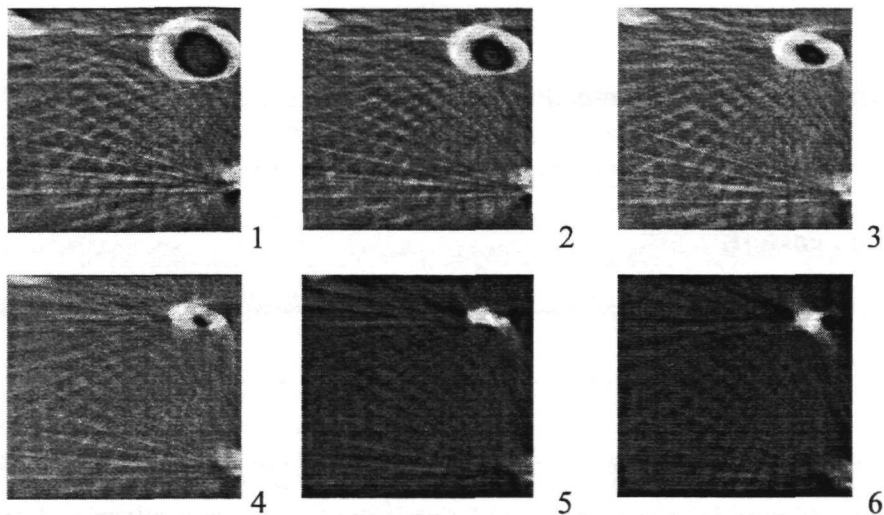


Abb. 24: Eichobjekte bei Auffindung der Rotationsachse

Das benutzte Verfahren erstellt eine Sequenz von Rückrechnungen mit Koordinaten für die Rotationsachse, die um den vorher gefundenen Wert in einem kleinen Bereich variieren. Hier wird zunächst nur eine Ebene berechnet, z. B. die Ebene, in der sich die Eichobjekte befinden, um die Berechnung zu beschleunigen. Aus der Sequenz von Rückrechnungen kann die exakte Position ermittelt werden (Nr. 6), da nur bei dieser die Konturen für die Eichobjekte einwandfrei scharf sind und sich die Strahlenverläufe in einem Punkt treffen (siehe Abb. 24). Dieser Wert wird nun festgehalten und der geschätzte Koordinatenwert für die Mittelebene variiert. Hierbei werden einige Ebenen um die Eichobjekte nach oben und unten betrachtet und so die richtige Mittelebene gefunden. Für dieses Verfahren sollten sich die Eichobjekte natürlich außerhalb der Mittelebene befinden, da nur dann der Winkelunterschied bei Variation der Mittelebenenkoordinaten einen ausreichend großen Effekt aufweist.

Das gleiche System wird nun auch für die Abstände Quelle-Objekt und Objekt-Detektor angewandt. Auf diese Weise kann nach kurzer Zeit mit Hilfe der physikalischen Projektionen die tatsächliche Geometrie des Versuchsaufbaus ausfindig gemacht werden, wobei alle eingangs beschriebenen Fehler berücksichtigt wurden.

3.5 Tomographien relevanter Proben

3.5.1 Kohlenstoff

Um die Möglichkeiten des verbesserten Tomographieverfahrens beispielhaft zu zeigen, wurden Tomographien von Proben aus der Materialforschung und Biologie angefertigt. Das erste Untersuchungsobjekt ist ein Kohlenstofffiltermaterial aus dem Institut für Werkstoffe der Energietechnik der KFA, ein silizierter Kohlenstoff-Grünkörper vor der Verkokung. Links oben in Abb. 25 ist die lichtoptische Abbildung der Probe zu sehen. Der Durchmesser beträgt ca. 1 mm. Rechts ist eine röntgenoptische Projektion dargestellt, an der die hohe Auflösung der Meßwertaufnahme erkennbar ist. Auch kleine Details sind gut sichtbar. Für eine innere Vermessung der Probe sind die darunter gezeigten tomographisch rekonstruierten Schnittbilder der Probe vorgesehen. Erst diese Aufnahmen gestatten es, das Innere der Probe sowohl auszumessen, als auch in der Rechenanlage statistisch auszuwerten. Die "Datenschnitte" durch den dreidimensionalen Datensatz wurden, wie im Koordinatenkreuz angedeutet, in dieser Abbildung entlang der x-Achse berechnet. In Abb. 27 wurden die Schnitte entlang der z-Achse gelegt. Bei Schnittebenen, die nahe beieinander liegen, ist deutlich das Fortschreiten der Luftporen von Bild zu Bild zu beobachten (117-132). Da das ganze untersuchte Probenvolumen nach der Rückrechnung als Datensatz vorliegt, kann diese Betrachtung auch vom Rechner durchgeführt werden. Es werden die Daten dann auf das Vorkommen des Abschwächungskoeffizienten "Luft" durchsucht, die gefundenen Volumenelemente gekennzeichnet und danach durch Interpolationsrechnung Flächen zwischen ihnen aufgespannt. Das Ergebnis besteht aus Darstellungen von Flächen gleichen Wertes (Iso-Surfaces), die durch geeignete Beleuchtungsstrategien, d. h. Berechnung der Schattenwürfe von gedachten Lichtquellen, einen dreidimensionalen Eindruck des Probeninneren vermitteln. Diese Darstellungsart ist in Abb. 26 verwendet worden, um die Porenstrukturen innerhalb des Kohlenstoffes zu visualisieren. Die Außenhülle des Objektes gehört natürlich auch mit zu den betrachteten Werten, da sich außerhalb der Probe Luft befindet.

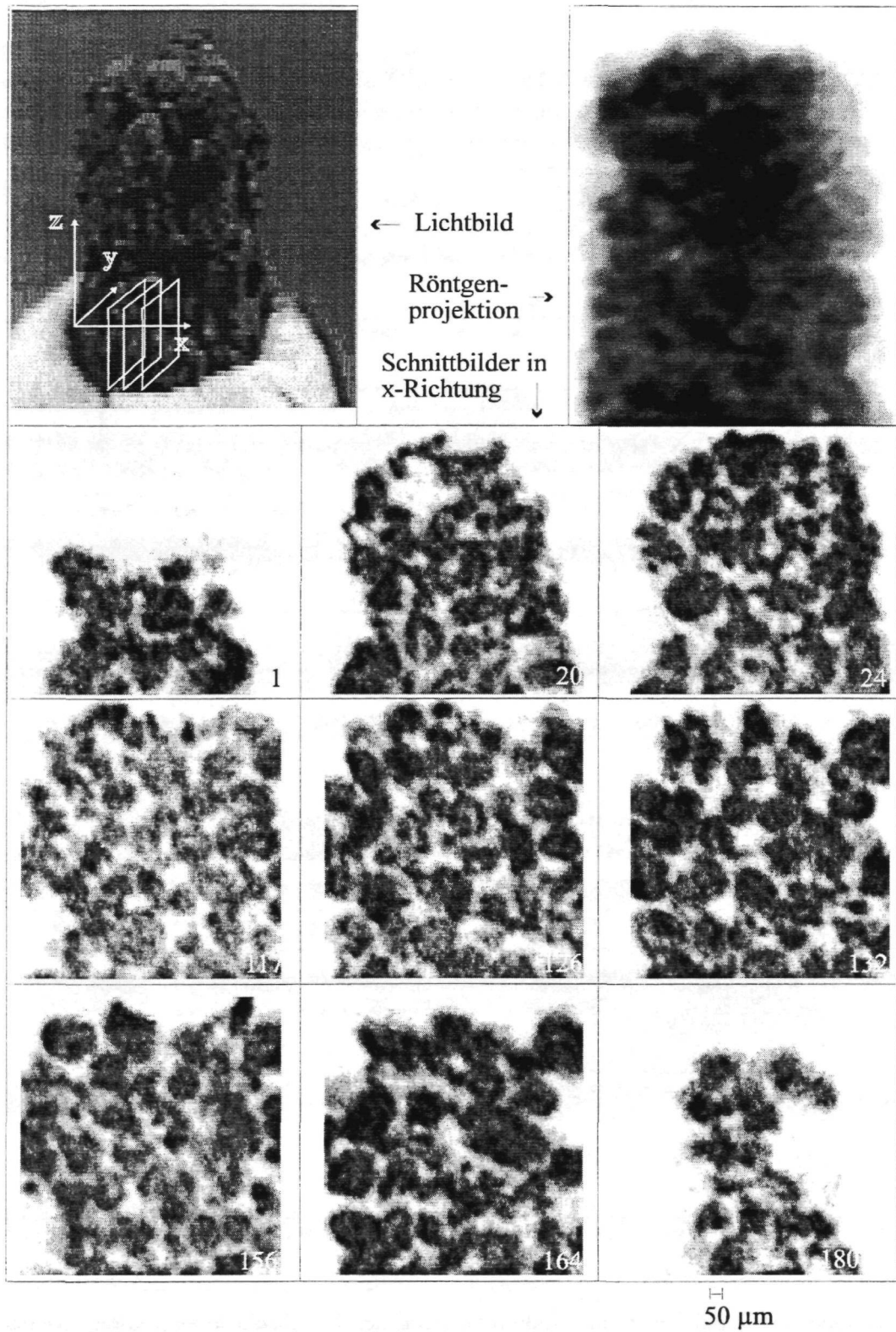


Abb. 25: Kohlenstoffprobe als Röntgenprojektion und Schichtaufnahmen

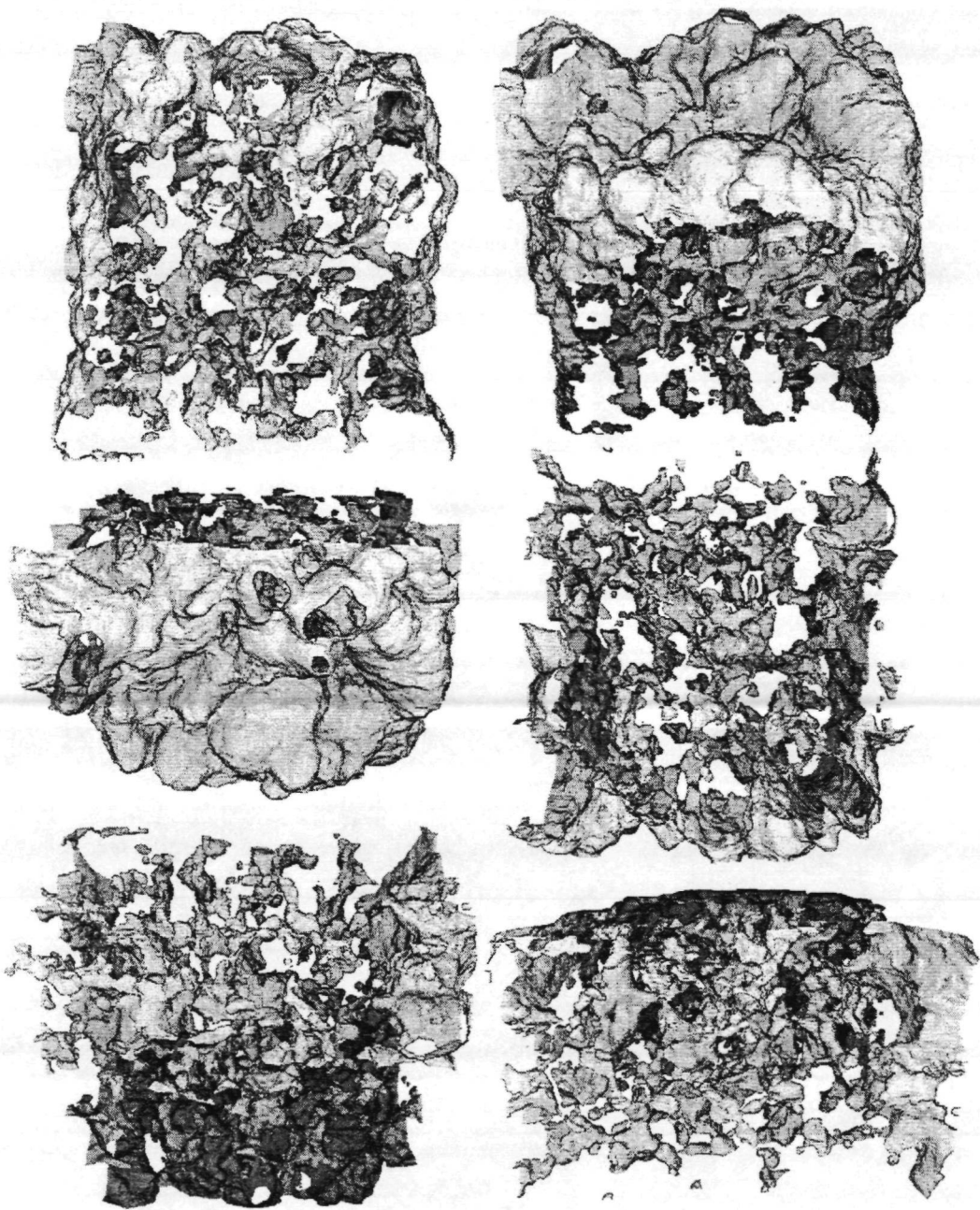


Abb. 26: Iso-Surface Darstellung der Kohlenstoff-Probe

Bei der Iso-Surface Darstellung und auch bei den Schnittdarstellungen ist deutlich sichtbar, daß viele Poren innerhalb des Kohlenstoffes nicht miteinander verbunden sind und somit zur Filterung eines hindurchtretenden Gasstromes keinen großen Beitrag leisten können. Bei herkömmlichen Schliiffbildern ist diese "Verfolgung" von Poren nur mit großer Mühe zu bewerkstelligen.

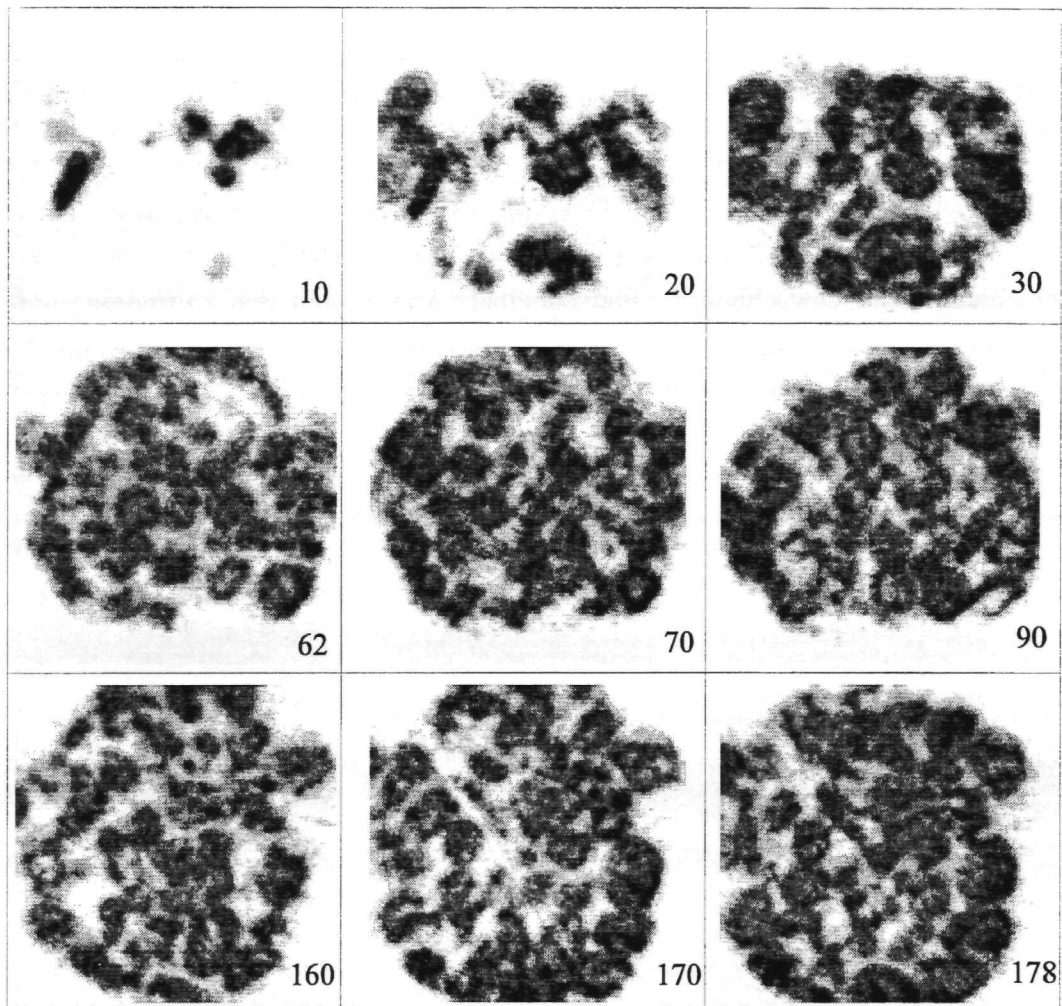


Abb. 27: Kohlenstoff-Probe in Schnittbildern in z-Richtung

3.5.2 Sandsteinprobe

Die Sandsteinprobe wurde bei Probebohrungen einer Erdöl-Firma in einem Ölfeld gewonnen. Bei dieser Probe sind auf den Rekonstruktionen deutlich drei verschiedene Abschwächungen unterscheidbar. Außer Sand und Luftporen sind Einschlüsse von wesentlich stärker absorbierenden Elementen, vermutlich Feldspat, zu finden.

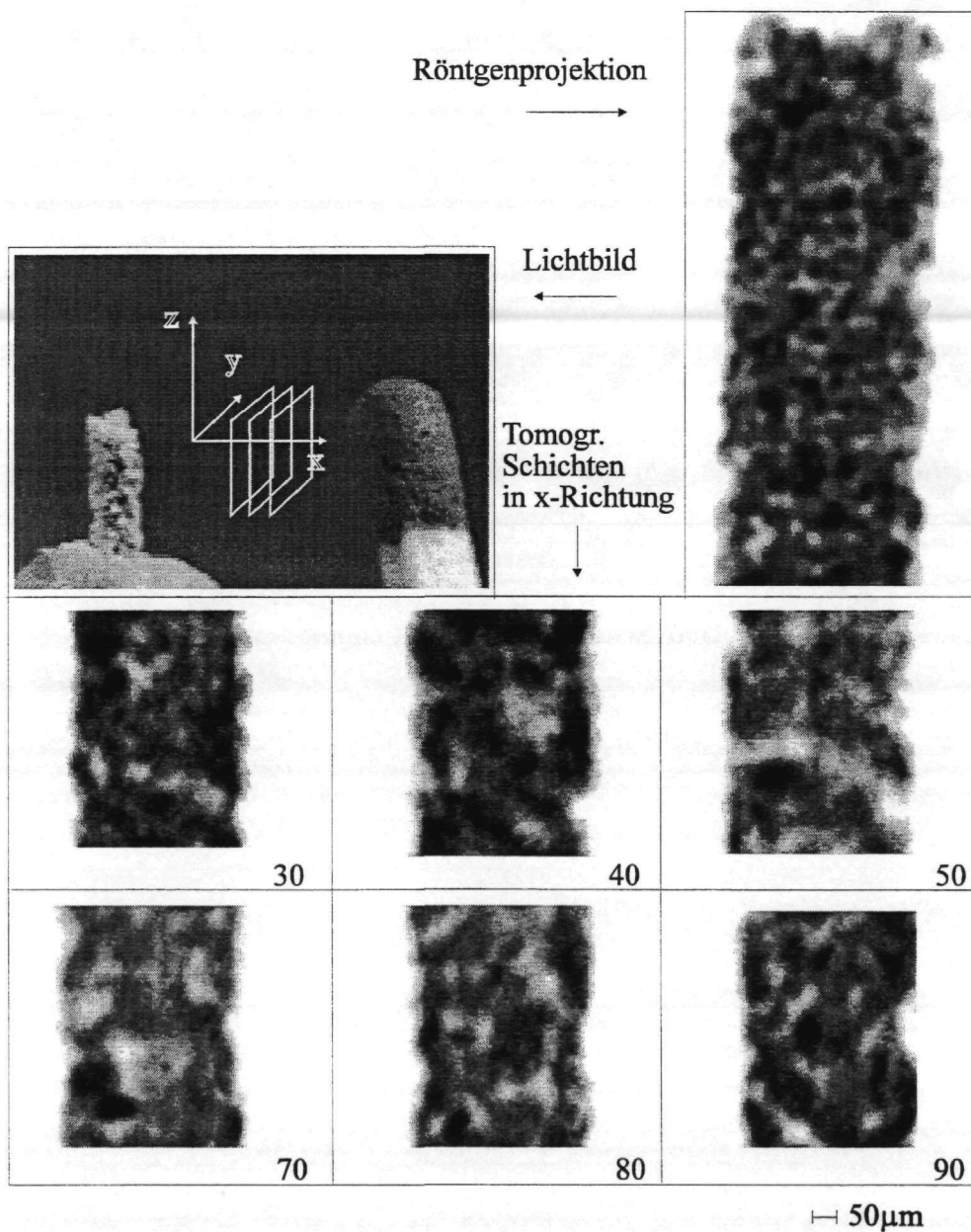
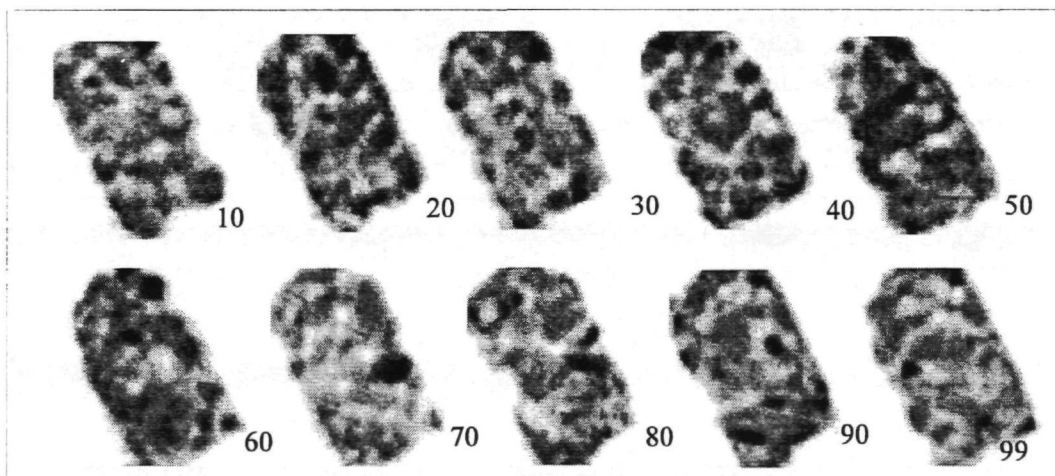


Abb. 28: Sandprobe mit Projektion und Schichtbildern in x-Richtung

In Abb. 28 in den Aufnahmen 70 und 80 links unten im Bild sind die stärker abschwächenden Bereiche gut zu erkennen. Der Schwärzungsgrad zeigt die Dichte bzw. den Abschwächungskoeffizienten des Elements. Auch bei dieser Probe sind die Porenverläufe von einer Schnittrekonstruktion zur anderen (Abb. 29) gut zu verfolgen.

Im Bereich der Lagerstättenkunde befaßt sich die Erdöl-Industrie mit den Porenverläufen im Gestein der Erdölfelder. Die Porosität stellt die Grundlage für Simulationsprogramme dar, mit deren Hilfe die Parameter für die Ausbeutung der Ölvorkommen optimal für Effizienz und Umwelt gewählt werden können. So z. B. die Wahl der optimalen Menge Wasserdampf und des geeigneten Druckes, mit dem das Öl aus dem porösen Sandstein gepresst werden kann. Auch die Abstände zwischen den einzelnen Bohrtürmen und die geologische Stabilität nach Ausbeutung des Feldes bestimmen sich aus diesen Parametern. Bisher wird die Porosität des Gesteins mit Hilfe von rasterelektronenmikroskopisch erfaßten Schliffbildern bestimmt, die später zu einem Volumen im Computersystem zusammengesetzt wurden. Für eine derartige "zerstörende Tomographie" eines ca. 1mm^3 großen Volumens wird ca. ein Mannjahr benötigt.



└ 50µm

Abb. 29: Sandprobe mit Schichtbildern in z-Richtung

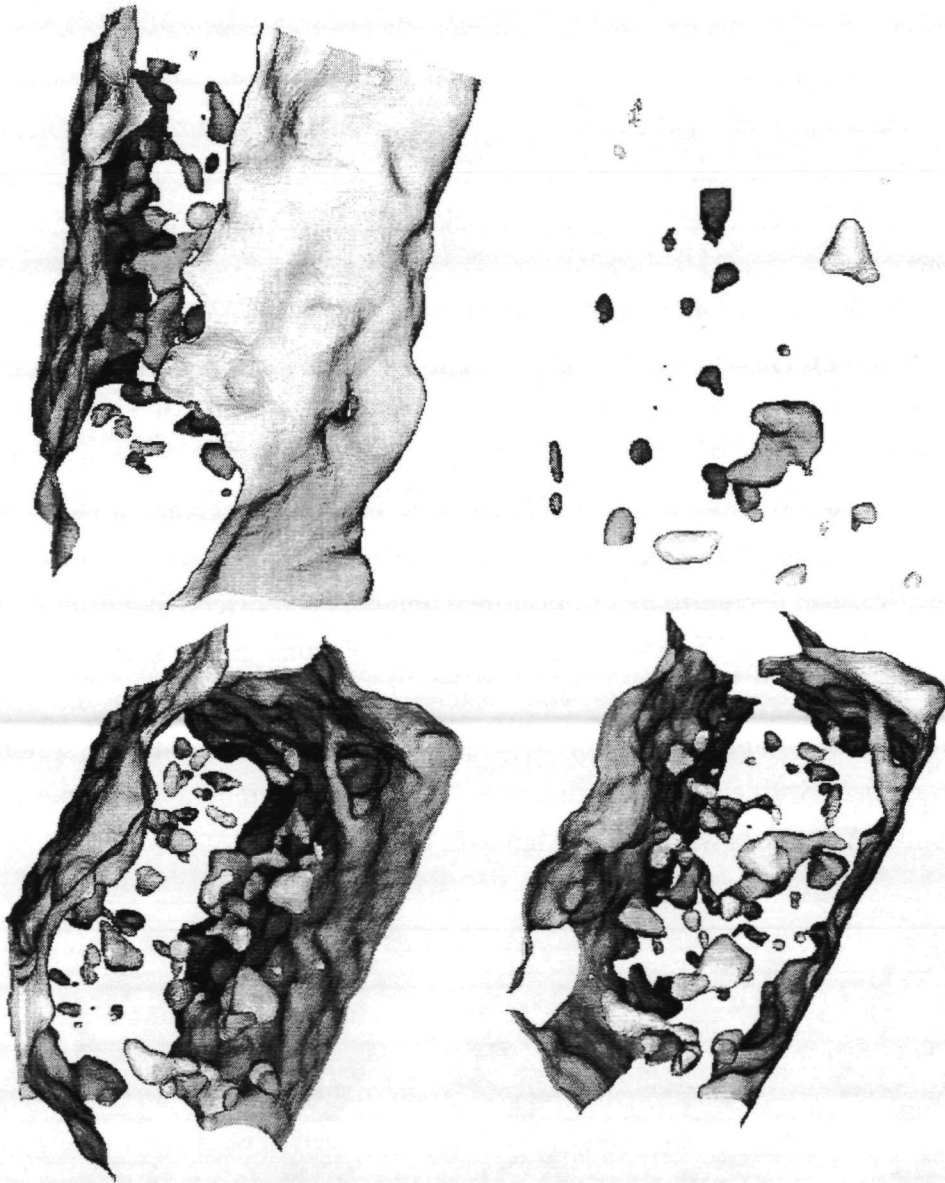


Abb. 30: Iso-Surface-Darstellung des Sandsteins

In Abb. 30 oben links ist die Luftporenstruktur der Sandsteinprobe visualisiert. Da sich das Gestein bei der Messung in Luft befunden hat, ist die äußere Begrenzung der Probe auch sichtbar. Der Blick ins Innere der Probe, der bei dieser Einstellung durch eine Öffnung an der Vorderseite der Probe möglich ist, wird in den unteren beiden Aufnahmen noch einmal aus anderer Perspektive sichtbar. In diesen Poren kann sich bei der Gesteinsprobe die Flüssigkeit sammeln. Oben rechts sind im Kontrast dazu, bei gleicher Blickrichtung wie links, die Einschlüsse hoher Abschwächung visualisiert.

3.5.3 Knochenprobe

Die dritte Probe stammt aus dem Bereich der Biologie. Es handelt sich um ein Stück eines Knochens einer Maus. Visualisiert werden sollten vor allem die inneren Stützstrukturen des Knochens /14/, da diese eine Aussage über den Gesundheitszustand des Knochens zulassen. Diese Probe zu untersuchen war nur mit dem verbesserten zweiten Aufbau der Tomographieanlage möglich, da der Knochen während der Aufnahme feucht gehalten werden sollte, was wegen des Vakuums im REM nicht möglich gewesen wäre.

Durch den guten Kontrast, hervorgerufen durch das Knochenmaterial gegenüber den weichen Bestandteilen, lassen sich gerade bei dieser Probe leicht die verschiedenen Visualisierungsmethoden miteinander vergleichen. Die Achsrichtung der Tomographieschnitte in Abb. 31 ist bei Vergleich mit dem Lichtbild oder der Röntgenprojektion leicht erkennbar, so daß dem Betrachter die Orientierung in den Aufnahmen leicht fällt. Beachtenswert ist die klare Darstellung der inneren Strukturen der Knochenprobe. Bei der Iso-Surface-Darstellung sind die Rekonstruktionsdaten so dargestellt, als wenn der Knochen der Länge nach aufgeschnitten wäre. Somit entsteht ein Eindruck der inneren und äußeren Beschaffenheit. Da die mineralienhaltigen Bestandteile des Knochens dargestellt wurden, ist die gallertartige Substanz, die sich innerhalb des Gelenkes befindet, aus den Daten entfernt. Das Gelenk, oben im Bild, erscheint somit durchsichtig und der Ansatz des Hüftknochens ist erkennbar. Die Schnittbilder entlang der Knochenachse lassen sich mit den Augen einfach der Oberflächendarstellung zuordnen und gestatten eine genaue Vermessung z. B. des Gelenkes.

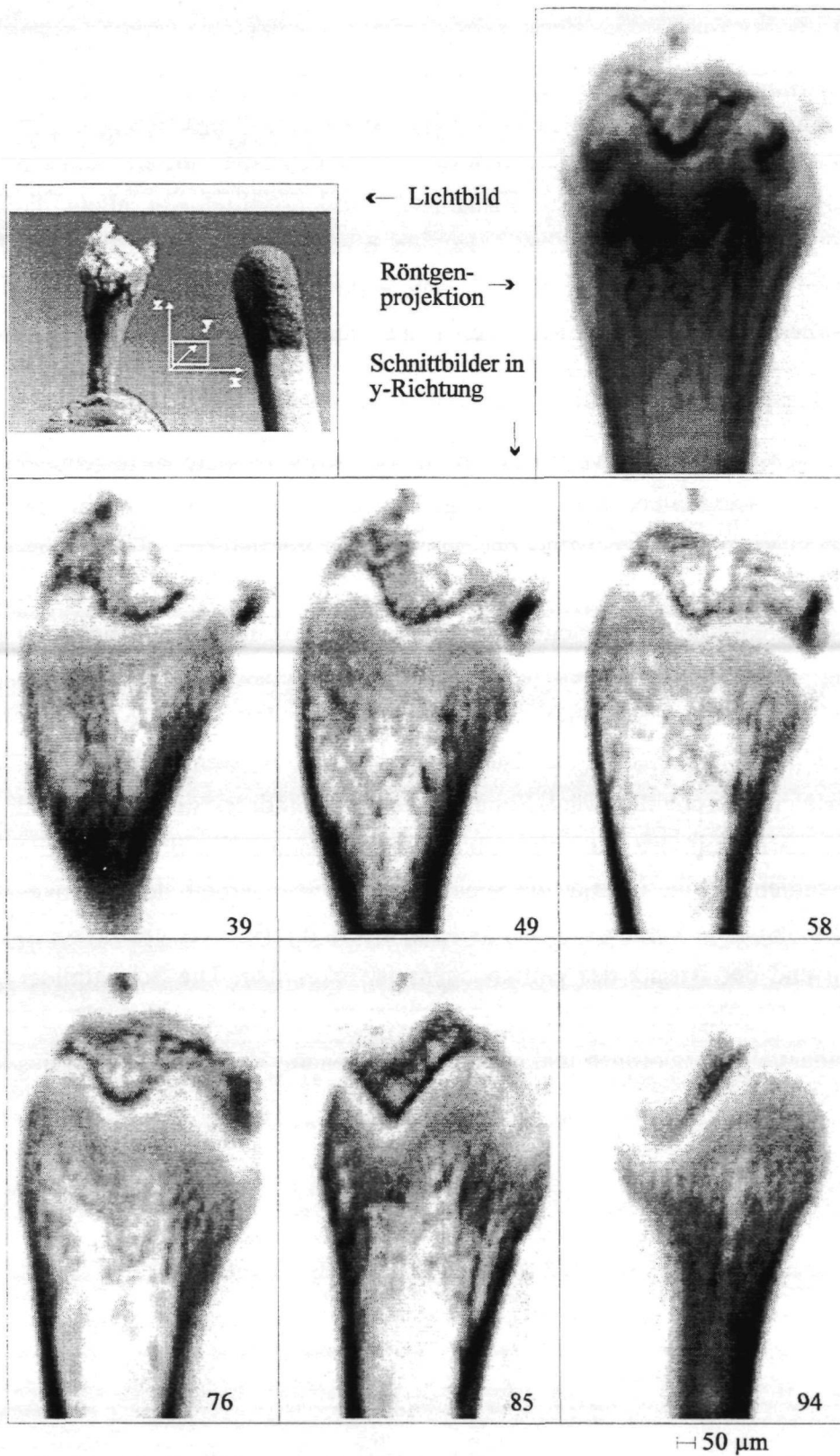


Abb. 31: Knochenprobe einer Maus

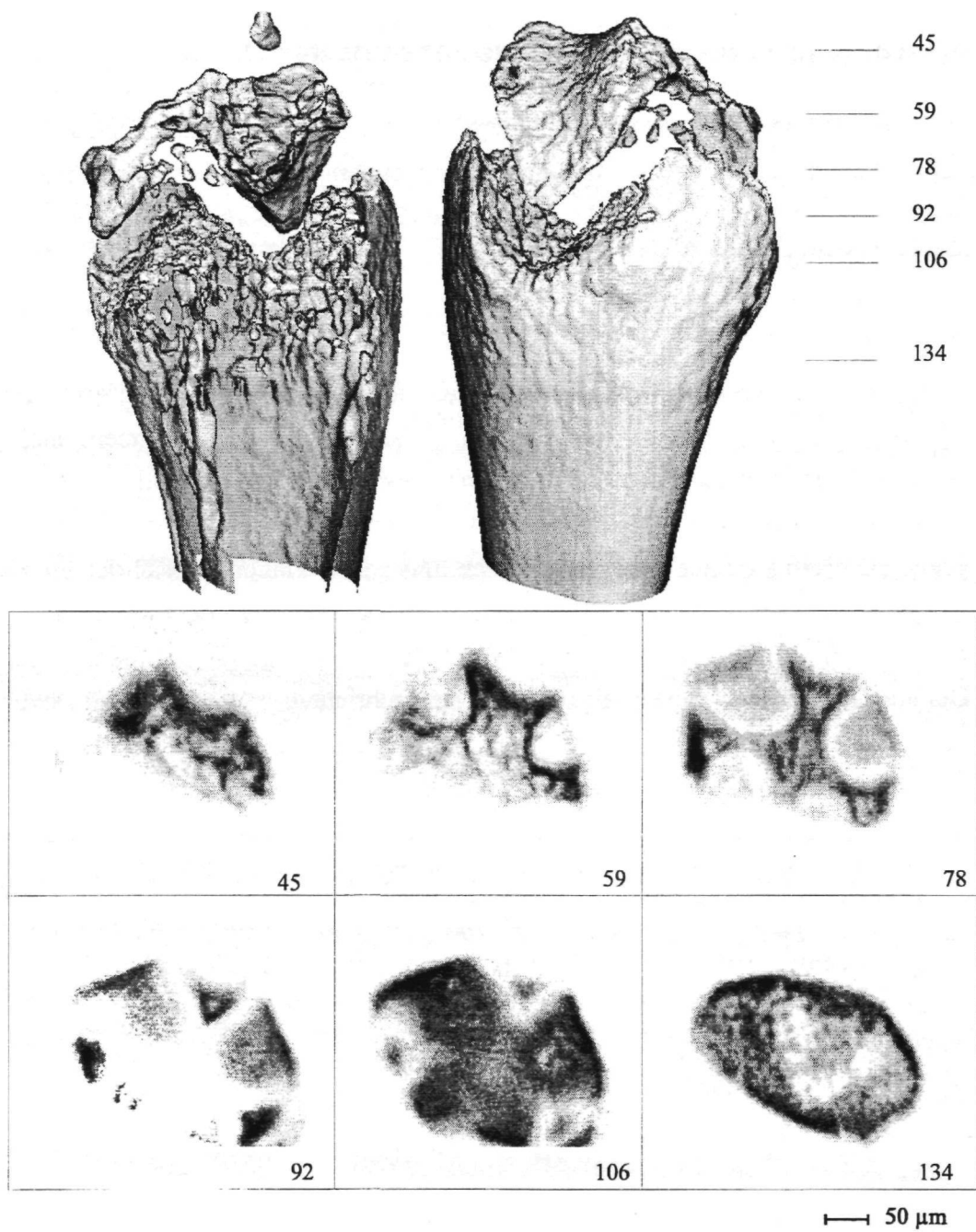


Abb.32: Mausknochen in Iso-Surface-Darstellung mit zugehörigen Tomogrammen

4. Grundlagen der Tomosynthese mit codierter Quelle

Den Begriff codierte Quelle bzw. codierte Apertur findet in Zusammenhang mit der sogenannten Multiplex-Tomographie Verwendung /9/. In der Kommunikationstheorie wird unter Multiplexen die gleichzeitige Übertragung einer oder mehrerer Nachrichten über einen einzigen Kommunikationskanal verstanden. Dies kann in Form von z. B. Zeit- oder Frequenzmultiplex-Verfahren geschehen. Beim Zeitmultiplex-Verfahren werden einzelne Teilnachrichten zeitlich nacheinander übertragen, beim Frequenzmultiplex-Verfahren mit Hilfe von Trägersignalen unterschiedlicher Frequenz gleichzeitig. Multiplexverfahren können außer verschiedenen Frequenzen oder Zeitpunkten auch Polarisationen oder z. B. die Ausbreitungsrichtungen von Wellen zur Codierung nutzen. Wichtig ist nur, daß geeignete Verfahren zur Verfügung stehen, um die überlagerten Nachrichten am Ausgang der Übertragungsstrecke wieder zu decodieren bzw. demultiplexen. Es müssen die Codierungsverfahren somit die Bedingung erfüllen, beim Demultiplexvorgang die einzelnen Teilnachrichten wieder vollständig zusammenzusetzen.

Bei der Abbildung mit Hilfe einer Codierung erfolgt das Multiplexen durch die Überlagerung der Projektionen vieler einzelner Abbildungssysteme (Aperturen, Quellen)/15, 16/. Ein Detektorelement erfaßt hierbei nun die Bildinformationen von n Punkten des Objektes gleichzeitig, was einem räumlichen Multiplex-Verfahren entspricht (siehe Abb. 33). Die ursprüngliche Bildinformation des Objektes kann nun durch Kenntnis der besonderen räumlichen Anordnung des Abbildungssystems in einem nachfolgenden Demultiplex- oder Decodierungsverfahren wiederhergestellt werden.

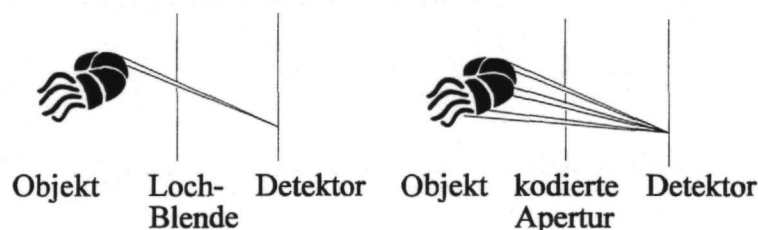


Abb. 33: Beispiel einer einfachen - und einer kodierten Abbildung

Erste Überlegungen zum Einsatz solcher, als "codierte Apertur" in der Literatur bekannt gewordenen Systeme, /17, 18/ wurden schon frühzeitig angestellt. Der im

Bereich der Röntgenastronomie genutzte Vorteil liegt in der n -fachen Erhöhung der Gesamtintensität der Aufnahme (bei n Löchern in der Apertur) bei gleichbleibender Belichtungszeit gegenüber den bisherigen Apparaturen nach dem "Lochkamera-Prinzip". Das Verfahren bewährte sich, da die Sterne mit guter Näherung für die Untersuchungen als Punktquellen in unendlicher Entfernung angesehen werden können. Die überlagerten Projektionen der Aperturmaske ließen sich relativ leicht decodieren und sowohl die Lage der Sterne als auch ihre Leuchtintensität waren feststellbar.

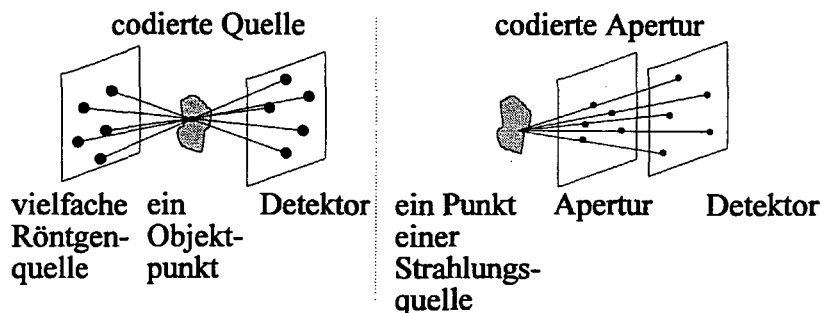


Abb. 34: Unterschied einer codierten Quelle gegenüber einer codierten Apertur

Bei Leuchtquellen in kurzer Entfernung wird eine vergrößerte Projektion der Apertur erzeugt und dadurch zusätzliche Information ins Bild eingebracht. Die Größe des Schattenwurfs korrespondiert nun mit der longitudinalen Entfernung der Quelle. Damit wird auch der Decodierungsaufwand größer und die Decodierung ist generell nicht mehr ideal möglich, wenn zusätzlich noch ausgedehnte Objekte zugelassen werden. Bei geschickter Wahl der Codierung und der Rückrechnungsalgorithmen ist jedoch ein großer Teil der multiplexen Information wieder restaurierbar. Im folgenden werden die grundsätzlichen Möglichkeiten des Einsatzes einer codierten Quelle für die Röntgentomographie besprochen und die Anforderungen an Quelle, Probe und Detektorsystem diskutiert.

Wie schon im Kapitel über Röntgenstrahlung beschrieben, gilt es zwei einander widersprechende Forderungen zu vereinen. Zum einen werden sehr hochauflöste Projektionen angestrebt, die die Probe möglichst detailgetreu abbilden, und zum anderen wird eine möglichst hohe Intensität für die Aufnahme benötigt, um die Meßzeit in einem Rahmen zu halten, der ein gutes Signal-zu-Rausch Verhältnis und eine kurze Gesamtmeßzeit garantiert [19]. Mit zunehmender

$$p(x,y) = a(x,y) * o(x,y) + n(x,y),$$

wobei $*$ den Faltungssoperator symbolisiert und $n(x,y)$ das Rauschen. Das einfachste Muster $a(x,y)$, das man verwenden kann, ist ein einfacher Punkt. Das entspricht mathematisch der "Einsfunktion" der Faltung (Diracstoß) und physikalisch der klassischen Projektion mit nur einer Quelle.

Bei Einsatz von vielen Quellen überlagern sich die einzelnen Projektionen additiv auf dem Detektor zu einer Konvolution des Quellmusters mit dem Objekt.

Gesucht ist nun eine Rückrechnungsvorschrift, die es gestattet, das so gewonnene Überlagerungsbild zu verarbeiten, als ob es von einer einzigen Quelle mit n -facher Intensität erzeugt worden wäre.

Der naheliegendste Ansatz zur Problemlösung geht davon aus, daß eine Gegenfunktion bzw. ein Gegenmuster $g(x,y)$ existiert, welches die Bedingung: $a(x,y) \star g(x,y) = \delta$ erfüllt ($\star$ symbolisiert den Korrelationsoperator). Die Korrelation der Gegenfunktion mit der Quellfunktion, ergibt die Diracfunktion. D. h., daß bei Korrelation der bei der Messung erhaltenen Projektion mit diesem geeigneten Gegenmuster ein gerechnetes Projektionsbild entsteht, wie es von nur einer Quelle mit der n -fachen Intensität gewonnen worden wäre.

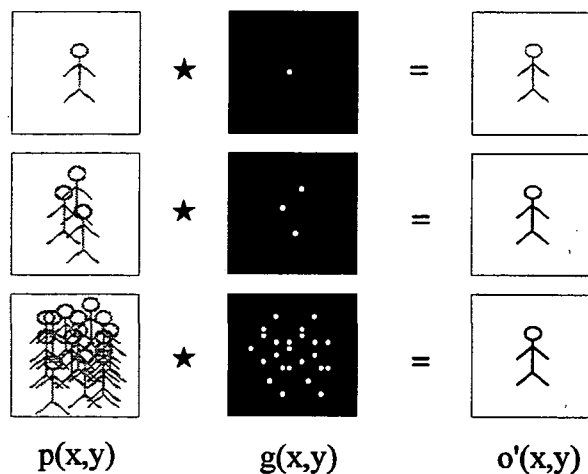


Abb. 36: Korrelation zur Rückgewinnung des Objektes aus den überlagerten Projektionen mit Hilfe des Gegenmusters $g(x,y)$

$$\begin{aligned}
 o'(x,y) &= p(x,y) \star g(x,y) \\
 &= [o(x,y) \cdot a(x,y) + n(x,y)] \star g(x,y) \\
 \text{Also:} \quad &= o(x,y) \cdot a(x,y) \star g(x,y) + n(x,y) \star g(x,y) \\
 &= o(x,y) \cdot N \cdot \delta + n(x,y) \star g(x,y) \\
 &= o(x,y) \cdot N + n(x,y) \star g(x,y)
 \end{aligned}$$

Das rekonstruierte Objekt $o'(x,y)$ ergibt sich aus dem Meßbild $p(x,y)$ korreliert mit dem Gegenarray $g(x,y)$. Nach Einsetzen und Umformen entsteht wieder das Ausgangsobjekt $o(x,y)$ plus einem Rauschanteil. Dieses $o(x,y)$ ist bezüglich der Intensität um den Faktor der Anzahl der Quellpunkte N höher.

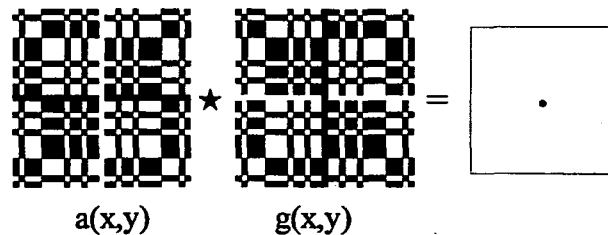


Abb. 37: Codierungsmuster mit Gegenfunktion korreliert

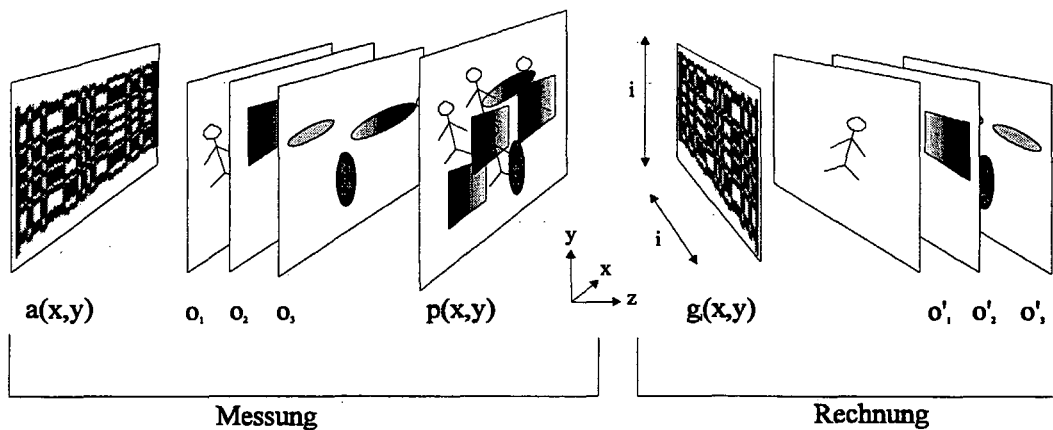


Abb. 38: Darstellung des tomographischen Effektes (Tomosynthese)

Nun haben diese Muster noch eine weitere sehr nützliche Eigenschaft. Ist das zu durchstrahlende Objekt in z -Richtung ausgedehnt, werden nicht nur in der Ebene verschobene Schattenwürfe der codierten Quelle auf dem Detektor aufgefangen, sondern auch durch die unterschiedlichen geometrischen Vergrößerungen, je nach Abstand der durchleuchteten Schicht von der Quelle, unterschiedlich große

Schatten. Die Codierungen sollen in Bezug auf diese Geometrie die folgenden Forderungen erfüllen:

$$a_i(x,y) \star g_j(x,y) \begin{cases} = N\delta & \text{für } i = j, \quad (1) \\ = 0 & \text{für } i \neq j; \quad (2) \end{cases} \quad \boxed{4.3}$$

Wird der Schattenwurf im Vergleich zum Dekorrelationsarray geometrisch in der Größe verändert projiziert, so wird bei der Rückrechnung die Bedingung 1 nicht erfüllt. Nur für den Schattenwurf mit der richtigen Größe ist ein korrektes Korrelationsergebnis zu erzielen. Bei genauer Kenntnis der Geometrie des Meßaufbaus ergibt sich das Bild nur für die angegebene Schicht, welche den Schattenwurf verursachte. Diese Eigenschaft, Schichten bekannter Geometrie wieder decodieren zu können, nennt man tomographisch, bzw. das Verfahren Tomosynthese, da die einzelnen Schichten (griech. Tomos) aus der Überlagerungsprojektion wieder "synthetisiert" werden /20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27/. Die Anwendung der Codierung verdeutlicht Abb. 38. Mit dem Array $a(x,y)$ werden im Meßvorgang die einzelnen Objektschichten auf den Detektor zu einer Projektion $p(x,y)$ gefaltet und überlagert. Im zweiten Schritt werden aus dieser Projektion mit Hilfe von in der Größe angepaßten Dekorrelationsarrays die einzelnen Schichten o' rekonstruiert. Die Forderung (2) Gleichung 4.3 einer verschwindenden Kreuzkorrelation zweier in der Größe unterschiedlichen Schattenwürfen ist wesentlich schärfer als (1) und im allgemeinen nicht exakt zu erfüllen. Jedoch existieren mit den hier vorgestellten Korrelationsarrays Näherungslösungen, die diesem Verhalten nahe kommen. Wie genau das Kriterium erfüllt ist, wird im folgenden noch geklärt.

Man kann mit Hilfe von Codierungen des Röntgentargets also insgesamt drei Ergebnisse erzielen:

- die Intensität der Röntgenstrahlung kann erheblich heraufgesetzt werden ohne an Schärfe der Abbildung zu verlieren; dadurch sind erheblich kürzere Meßzeiten möglich, bzw. bei gleichbleibender Meßzeit, ein besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis in den Meßbildern.
- die kleinsten erkennbaren Details der Messungen hängen von der Größe der kleinsten Elemente des Korrelationsarrays ab, da eine Korrelation einer Projektion der Quellcodierung mit ihrem Gegencode einen Impuls der Ausdehnung des kleinsten Elementes der Codierung ergibt. Hierdurch sind

Aufnahmen mit einer Auflösung möglich, wie sie mit herkömmlicher Röntgentechnik nicht machbar sind, da der einzelne Brennfleck einer Röntgenröhre nicht bis in diese Größenordnung verkleinert werden kann, ohne an Intensität zu verlieren.

- Tomosynthese, die Möglichkeit, einzelne Schichten aus dem Objekt durch Rückrechnung aus nur einer einzigen Projektion rekonstruieren zu können.

4.1 Herleitung und Eigenschaften der Korrelationsarrays

Für die verschiedenen Anwendungen sind Codierungen mit unterschiedlichen Eigenschaften erforderlich. Auch die Meßanordnung und die Anforderungen an Detektor und Elektronenquelle sowie die Rückrechnung sind unterschiedlich. Codierungen, die die hier geforderten Eigenschaften bieten, sind im Prinzip bekannt [28, 29, 30]. Jedoch ist die Auswahl durch die Tatsache eingeschränkt, daß praktisch nur solche Arrays als codierte Quelle eingesetzt werden können, die aus "0"- und "1"- Mustern bestehen (inkohärente Binärfolge [29]), da man auf dem Trägermaterial keine Röntgenquellen erzeugen kann, die zuverlässig unterschiedlich intensive Strahlung abgeben (also z. B. Muster aus dem Wertebereich der reellen Zahlen zwischen -0,5 und +0,5). Möglich ist die Erzeugung von relativ intensiver Röntgenstrahlung an einem Ort und relativ schwacher Strahlung an einem anderen Ort. Die realisierbaren Muster bestehen dadurch im Prinzip nur aus den inkohärenten Binärfolgen (also "0" und "1", technische Realisierung siehe Kapitel 5.1). Einzige Ausnahme stellen noch solche Arrays dar, die mit "+1" und "-1" belegt sind, also bipolare Codierungen. Physikalisch ist die Erzeugung von negativer Röntgenstrahlung natürlich nicht möglich. Dann kann eine Röntgenaufnahme mit dem "+" Code und eine weitere mit dem "-" Code erzeugt werden und beide nachträglich in der Datenverarbeitung entsprechend vorzeichenrichtig aufaddiert werden [31]. Bei der vorliegenden Anordnung ist jedoch ein Einsatz von zwei verschiedenen Codierungen an derselben Stelle mit der erforderlichen Genauigkeit nicht möglich, weil sich die Abmessungen im μm -Bereich bewegen.

In den folgenden Kapiteln wird nun gezeigt, welche Codierungen (mathematisch: Korrelationsarrays) ausgewählt werden können und welche Forderungen an die Muster gestellt werden. Weiterhin wird eine Beurteilungsmöglichkeit für die Güte dieser zweidimensionalen Folgen in der vorliegenden Anwendung erarbeitet und aufgezeigt, wo die Grenzen der rechnerischen Beurteilung liegen. Nach einer

Vorstellung der wichtigsten Vertreter werden auch Ansätze zur Berechnung der Korrelationsarrays angegeben.

4.1.1 Periodische und aperiodische Korrelationsarrays

Das beschriebene ideale Korrelationsverhalten ist nur in der Gruppe der periodischen Korrelationsarrays aufzufinden.

$$\tilde{\varphi}_{a,g}(k,l) = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{s-1} a(i,j) \cdot g[(i+k) \bmod r, (j+l) \bmod s]$$

Innerhalb einer Periode mit der Größe $r \cdot s$ berechnet sich die Korrelation φ an jeder Stelle mit den Koordinaten k und l zu der angegebenen Summe, wobei die Periodenlängen der beiden Arrays a und g und der Berechnungsperiode r, s gleich sein müssen.

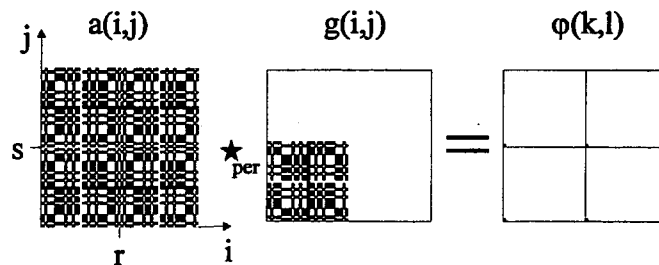


Abb. 39: Die periodische Korrelation und ihr Ergebnis

In Abb. 39 ist der formelmäßige Zusammenhang bildlich dargestellt. Das Array $a(i, j)$ ist hier in vier Perioden dargestellt, das Gegenarray $g(i, j)$ in nur einer. Es ist nun sichtbar, daß bei einer periodischen Korrelation nur innerhalb einer Periodenlänge $r \cdot s$ das besondere Korrelationsverhalten gegeben ist. Darüber hinaus wiederholt sich das Korrelations-Ergebnis. Zur direkten Berechnung genügt also die Betrachtung einer Periode. Damit ist allerdings auch der bildgebende Bereich dieser Korrelationsfunktion auf genau diese Periode eingeschränkt. Zu beachten ist, daß der Korrelations-Impuls sich unten links im Ergebnisfeld φ befindet. Die Korrelation stellt bildlich in einem zweidimensionalen Feld einen Ähnlichkeitsvergleich bei Verschiebung der beiden zu vergleichenden Funktionen dar. Wenn im Punkt $(0,0)$ die Funktionen a und g nicht gegeneinander verschoben sind, erhält man den Einheitsimpuls mit der Größe $\frac{r \cdot s + 1}{2}$ und für alle anderen Verschie-

bungen im Bereich der Periode den Wert 0. In diese Darstellung der periodischen Korrelation sind schon einige Voraussetzungen mit eingeflossen. Wichtig ist (siehe Gleichung 4.4), daß die Gegenfunktion g zur Funktion a fast identisch ist. Tatsächlich haben diese periodischen Funktionen auch eine Autokorrelationsfunktion, die fast dieses ideale Verhalten zeigen, jedoch anstatt außerhalb des Einheitsimpulses nur "0" zu erzeugen, einen konstanten Wert enthalten. Daher wird hier die Kreuzkorrelation mit einem leicht modifizierten Array angewendet, wobei die Elemente, die in a(i,j) "0" sind, in g(i,j) zu "-1" gesetzt werden. Durch dieses Verfahren, das balancierte Korrelation /32/ genannt wird, kann dieses Verhalten bei allen periodischen Arrays erzielt werden.

Autokorrelation periodisch:

$$\tilde{\varphi}_{aa}(k,l) = \begin{cases} \frac{r \cdot s + 1}{2} & \text{für } k,l = 0 \\ \frac{r \cdot s + 1}{4} & \text{sonst} \end{cases}$$

Kreuzkorrelation ausbalanciert:

4.4

$$\tilde{\varphi}_{ag}(k,l) = \begin{cases} \frac{r \cdot s + 1}{2} & \text{für } k,l = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit Hilfe des Gegenarrays:

$$g(i,j) = \begin{cases} +1 & \text{wenn } a(i,j) = 1 \\ -1 & \text{wenn } a(i,j) = 0 \end{cases}$$

Für die aperiodische Korrelation gibt es prinzipiell keine Arrays, die das ideale Verhalten periodischer Arrays zeigen /29/, jedoch sind Muster auffindbar, die diesem Verhalten auch bei aperiodischer Korrelation nahe kommen. Bei der aperiodischen Korrelation wird die Korrelation gemäß der Gleichung

$$\varphi_{a,g}(k,l) = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{s-1} a(i,j) \cdot g[(i+k),(j+l)]$$

berechnet. Hierbei stellen z. B. r_a und s_a die Kantenlänge des Arrays a dar, und damit hat die Korrelation die Ausdehnung

$$k_{\max} = r_a + r_g - 1$$

$$l_{\max} = s_a + s_g - 1$$

Wenn mit einem kleinen Array (z. B. 10 x 10 Punkte) ein großer Bereich abgebildet (500 x 500 Bildpunkte) wird, ist das Ergebnis ein Bereich mit 509 x 509 Punkten. Für den periodischen Fall wäre ein Feld mit 10 x 10 Punkten zu berechnen.

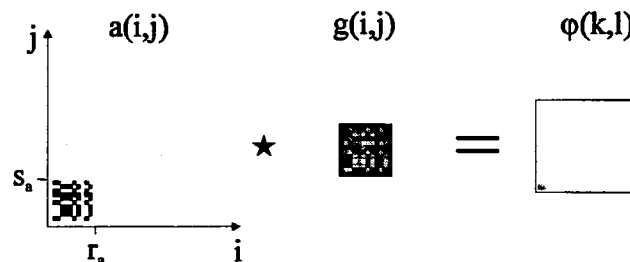


Abb. 40: Aperiodische Korrelation

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 40 dargestellt. Das Korrelationsergebnis ist eine gute Korrelationsfunktion, jedoch mit leichten Nebenwerten um den Hauptwert. Wie gut das Verhältnis zwischen dem Hauptwert und den Nebenwerten theoretisch sein kann, wird in den folgenden Kapiteln erläutert.

4.1.2 Anforderungen an die Korrelationsarrays

Im periodischen Fall ist die erste Forderung aus Gleichung 4.3, bei der Dekorrelation der mit dem Array erhaltenen Projektion eine perfekte zweiwertige periodische Korrelationsfunktion zu erhalten. Da aber in der Praxis nur in Spezialfällen ebene Objekte bzw. Folien untersucht werden, ist die zweite Forderung aus Gleichung 4.3, daß die Kreuzkorrelationsfunktion des Arrays mit Schichten außerhalb der Untersuchungsschicht eine möglichst verschwindende Korrelationsfunktion aufweist, in ihrer Wichtigkeit der ersten Forderung mindestens ebenbürtig. In der praktischen Anwendung zeigen sich bei schlechtem Kreuzkorrelationsverhalten die stärksten Störungen (Artefakte) durch Übersprechen der anderen Schichten in die rekonstruierte Schicht. Systembedingt beschränkt sich das Ergebnis einer periodischen Dekorrelation auf eine Periode. Ein Code mit großer

Kantenlänge (=Periode) ist wünschenswert, da dieser Parameter gleichzeitig die insgesamt mit dem Code zu betrachtenden Bildpunkte darstellt. Dieser Forderung steht jedoch die Bedingung entgegen, daß die Projektion von mindestens einer Sequenz des Arrays bei einer bestimmten Vergrößerung auf den Detektor passen muß (Kapitel 4.3.1) /30/. Ein entsprechender Code muß somit an die angestrebte Auflösung und Vergrößerung bei der Aufnahme angepaßt werden.

Die aperiodische Korrelation kann ähnliche Eigenschaften aufweisen, wie sie bei den periodischen anzutreffen sind. Nur können diese hierbei nie exakt erreicht werden. Da der aperiodische Fall für den praktischen Einsatz vielversprechend ist, werden im folgenden auch gut aperiodisch korrelierende Korrelationsarrays und deren Eigenschaften vorgestellt. Mit den aperiodischen kann wie im periodischen Fall eine tomographische Wirkung erzielt werden. In diese Richtung können Arrays und Gegenarrays optimiert werden. Dann ist genauso gefordert, daß bei Größenänderung die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen unterschiedlich vergrößerten Korrelationsarrays möglichst kleine Werte besitzt, um somit Störungen aus anderen Schichten zu unterdrücken.

Es soll auch aperiodisch annähernd gelten: $a_i(x,y) \star g_j(x,y) \begin{cases} = \delta & \text{für } i = j, \\ = 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$

Aperiodische Korrelationsarrays können aber auch für die Auflösungserhöhung durch Quellcodierung eingesetzt werden, wenn das Quell-Array und auch das Dekorrelationsarray entsprechend gestaltet werden. Dieser Ansatz ist vorteilhaft, da bei den aperiodischen Funktionen nicht nur ein kleines Quell-Array verwendet werden kann, sondern auch ein Ergebnisfeld von der annähernden Größe des Detektors möglich ist.

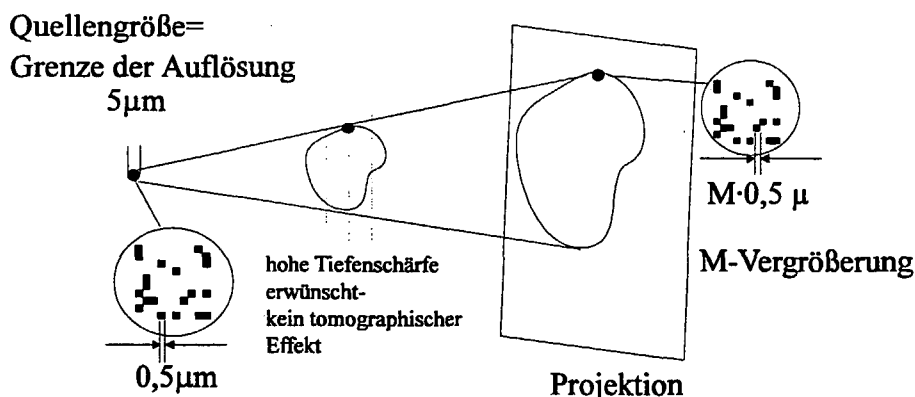


Abb. 41: Verbesserung der Auflösung durch eine Codierung

Durch die Projektion mit dem Array wird ein "verwischtes" Bild erzeugt, welches mit Hilfe eines Rechners dekorreliert und sozusagen "scharfgerechnet" werden kann.

Wenn die Fläche einer herkömmlichen Quelle durch die Codierung ersetzt wird, erhält man bei Einsatz der codierten Quelle die von der Größenordnung her gleiche Intensität (je nach Belegung der Fläche bis ca. 50%), aber eine Auflösung entsprechend der Punktgröße der Codierung. Soll eine höhere Intensität bei nahezu gleichbleibender Auflösung erzielt werden, um das Quantenrauschen in den Röntgenprojektionen zu reduzieren, wird der Elektronenstrahl so weit wie möglich durch Stromerhöhung aufgeweitet. Die sich ergebende Brennfleckfläche wird ihrer Größe entsprechend codiert. Für diese beiden Einsätze ergibt sich jedoch eine entgegengesetzte Anforderung an die Dekorrelation (Abb. 41):

$$a_i(x,y) \star g_j(x,y) = \delta \text{ für alle } i,j, \text{ unabhängig von der Vergrößerung}$$

Hierbei ist also erwünscht, daß ein ausgedehnter Körper möglichst durch alle Schichten hindurch gleich gut dekorreliert werden kann, also die Kreuzkorrelation zwischen unterschiedlich großen Projektionen des Arrays ähnliche Resultate ergibt. Mit diesen, so in der Schärfe verbesserten Projektionen, können dann z. B. für die klassische tomographische Rückrechnung Radiographien höherer Schärfe erzeugt werden (siehe Kapitel 3).

4.1.3 Gütekriterien

Für die vergleichende Beurteilung der im folgenden behandelten Arrays bedarf es eines Beurteilungskriteriums, um festzustellen, wie sich die unterschiedlichen Arrays in der vorliegenden Anwendung verhalten. Dazu sind aus der Literatur /29/ folgende Möglichkeiten zu ersehen:

Aus der Betrachtung der eindimensionalen Problemstellungen ist die Definition des Haupt-Nebenmaximum-Verhältnisses (HNV) im Zweidimensionalen abgeleitet. Hierbei wird die Autokorrelationsfunktion im Punkt (0,0) durch das Maximum der Autokorrelationsfunktion im restlichen Definitionsbereich dividiert.

$$\text{periodisch: } HNV = \frac{\tilde{\varphi}_{ss(0,0)}}{\max |\tilde{\varphi}_{ss(m_x, m_y)}|}, \forall (m_x, m_y) \neq (0,0) \text{ innerhalb einer Periode}$$

$$\text{aperiodisch: } HNV = \frac{\Phi_{ss}(0,0)}{\max_{mx, my} |\Phi_{ss}(mx, my)|}, \forall (mx, my) \neq (0,0)$$

Bei Anwendungen der hier vorgestellten Arrays kann diese Betrachtung zur einfachen Gütebeurteilung der Korrelationseigenschaften verwendet werden; sie stellt aber nur eine lokale Beurteilung dar. Das HNV betrachtet nur zwei Punkte aus dem ganzen Korrelationsfeld, nämlich den höchsten und den zweithöchsten. Liefern weitere Punkte des Korrelationsfeldes signifikante Nebenwerte, ergibt sich in der Rekonstruktion ein schlechter Kontrast bzw. eine schlechte Wiedergabequalität der abgebildeten Objekte. Sind andererseits diese beiden Punkte die einzigen hohen Korrelationswerte, führt dies zwar zu einem möglichen "Geisterbild", aber der Kontrast in der Rekonstruktion ist dennoch gut. Mit dem Merit-Faktor

$$\begin{aligned} \text{periodisch: } MF &= \frac{\tilde{\Phi}_{ss}^2(0,0)}{\sum_{mx=1}^{N-1} \sum_{my=1}^{N-1} |\tilde{\Phi}_{ss}(mx, my)|^2} \\ \text{aperiodisch: } MF &= \frac{\Phi_{ss}^2(0,0)}{\sum_{mx} \sum_{my} |\Phi_{ss}(mx, my)|^2}, \forall (mx, my) \neq (0,0) \end{aligned}$$

der einen energiebezogenen Vergleich zuläßt, kann das Verhalten über die gesamte Korrelationsfunktion beurteilt werden. Beim Merit-Faktor wird im Nenner die Gesamtenergie der Korrelationsfunktion, mit Ausnahme des Wertes von (0,0) berechnet und ins Verhältnis zur Energie des Hauptwertes gesetzt (Das Quadrat der Autokorrelationsfunktion an der Stelle "0" einer Folge entspricht dem „Energieinhalt“ der Originalfunktion). Der Merit-Faktor charakterisiert somit nur die „Energieverhältnisse“. Es können sich also trotz gutem Merit-Faktor noch unerwartet viele Artefakte in der Rekonstruktion befinden. Die Gütemaße wachsen bei geringeren Nebenmaxima. Wird die Kreuzkorrelationsfunktion ϕ_{sg} zum Vergleich herangezogen, dann tendieren bei den periodischen Korrelationsarrays mit Nebenwerten von exakt "0" beide Kriterien gegen unendlich. Beide Beurteilungskriterien arbeiten auf der Basis der Autokorrelationsfunktion bzw. Kreuzkorrelationsfunktion mit einem gleichgroßen Dekorrelationsarray. In den vorliegenden Anwendungsfällen jedoch ist die Kreuzkorrelationsfunktion mit vergrößerten bzw. verkleinerten Projektionen ihrer selbst, sowie mit entsprechend veränderten Dekorrelationsarrays wichtig. Die Gütekriterien müssen dementsprechend angepaßt werden. Die Anwendbarkeit dieser Beurteilungen auf

ein optisches bzw. röntgenoptisches System ist fragwürdig. Erfahrungsgemäß scheint das menschliche Auge, welches letztlich die Ergebnisse der Untersuchungen auswerten muß, die Güte der Messungen anders zu beurteilen. Für beide Beurteilungskriterien lassen sich Fälle finden, bei denen eine hohe Güte nicht auch ein Garant für eine gute Bildrekonstruktion darstellt.

Gesucht ist somit ein Beurteilungskriterium, das auch die Abbildungseigenschaften mit berücksichtigt. Gute Abbildungseigenschaften sind nur mit einer Abbildungsfunktion des Gesamtsystems zu erreichen, die möglichst nahe an die Form des Diracstoßes heranreichen. Das bedeutet für das System Korrelationsdekorrelation möglichst eine Übertragungsfunktion in Form des δ -Impulses. Alle Werte, die davon abweichen, müssen im Beurteilungskriterium ihres Radius vom δ -Impuls entsprechend gewichtet werden, z. B. mit dem Quadrat des Radius. Daraus folgt der modifizierte Merit-Faktor für die Abbildungstechnik:

$$MF_A = \frac{\varphi_{ss}^2(0,0)}{\sum_{m_x} \sum_{m_y} (m_x^2 + m_y^2) \cdot |\varphi_{ss}(m_x, m_y)|^2}, \forall (m_x, m_y) \neq (0,0)$$

Für periodische Arrays entsprechend geändert, ist festzustellen, daß diese Gleichung für perfekte Arrays immer noch unendlich ergibt, da sich die Autokorrelationswerte für alle $(m_x, m_y) \neq (0,0)$ zu "0" ergeben. Von besonderem Interesse ist diese Betrachtung für aperiodische Arrays bei Anwendung von "Mismatched"-Filter-Dekorrelation (man benutze φ_{sg}), da gerade dabei dieser Effekt von Bedeutung ist. Dabei wird für die Dekorrelation ein Array benutzt, das von seinen numerischen Werten her so beschaffen ist, daß es zwar den Hauptwert der Korrelation etwas schwächt, aber die Nebenwerte stark unterdrückt und somit zu einem besseren HNV führt (Kapitel 4.1.5).

Ein weiteres Gütemaß ist die Energieeffizienz eines Arrays s

$$= \frac{E}{N_0^2 \cdot \max |s(m_x, m_y)|^2}$$

mit N_0 : Anzahl der Oeffnungen der Apertur

$$E = \sum_{m_x} \sum_{m_y} s(m_x, m_y)^2$$

Da dieses Maß jedoch leicht mit der relativen Effizienz eines korrelierenden Empfangsfilters zu verwechseln ist, wird die Energieeffizienz des Sendearrays in

der Mikrotomographie auch als Durchlaß T der Apertur bezeichnet. Durch die Verwendung inkohärenter Sendearrays, für die gilt:

$$s(n_x, n_y) \in \{0;1\} \quad \forall (n_x, n_y) \quad /29/$$

vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\eta = \frac{E}{N_0^2}$$

Der Durchlaß ist zuverlässig berechenbar, sagt aber nur etwas über die erzielten Intensitäten aus, und nicht über die Abbildungseigenschaften.

Für die Tomosynthese ist es eine der wichtigsten Voraussetzungen, daß die Korrelationsarrays mit ihren vergrößerten Kopien sowohl ein möglichst kleines HNV bilden als auch kleine Werte der Korrelationsfunktionen besitzen. Ansonsten lassen sich die einzelnen Schichten nicht trennen. Für die periodischen Arrays haben schon Fenimore und Cannon /30/ Untersuchungen angestellt und sehr unterschiedliches Verhalten von typischen Vertretern dieser Art festgestellt. Die besten Abbildungseigenschaften wurden bei m -Arrays (Maximal-Folgen siehe Kapitel 4.1.4) festgestellt; was auch nicht verwundert, da sich diese durch ein ebenmäßiges Muster annähernd gleichverteilter Öffnungen auszeichnen. Dadurch erfolgt die Abbildung im Durchschnitt häufiger durch isolierte Öffnungen, als dies bei der "Quadratic Residue"-Feldern (Kapitel 4.1.4) der Fall ist. Die vielen offenen Elemente, die sich in Gruppen häufen, rufen dadurch unscharfe Abbildungen hervor, daß sich Gruppen von kleinen Öffnungen wie große Öffnungen verhalten (siehe zum Vergleich Abb. 43 und 45). Dabei haben auch diese Autoren sich nur mit den Abbildungseigenschaften bei Abbildung von Punktquellen beschäftigt. Die Qualitätsbeurteilung von dekorrelierten Projektionen ausgedehnter Körper erweist sich als schwierig, da die vorgenannten Kriterien in dekorrelierten Daten nicht mehr angewendet werden können. Bisher ist der Beobachter dabei auf das Urteilsvermögen des Auges angewiesen.

4.1.4 Periodische Korrelationsarrays

Im folgenden werden kurz die Entstehung und Herleitung der bei den Untersuchungen verwendeten inkohärenten Binärcodes vorgestellt und deren Eigen-

schaften aufgezeigt. Für eine Quellcodierung kamen nur die Werte "1" und "0" in Frage, da der Einsatz von anderen Werten in der vorliegenden Anwendung nicht zu implementieren ist.

4.1.4.1 Differenzmengen-Folgen

Ausgehend von einer periodischen inkohärenten Binärfolge /29/, deren periodische Autokorrelationsfunktion zweiwertig ist, wird das Entstehungsprinzip dieser Folgen gut verständlich.

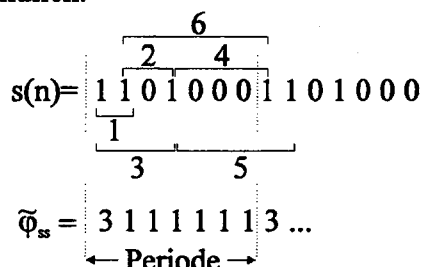


Abb. 42: Periodische Differenzmengen-Folge und deren periodische Autokorrelationsfunktion

In Abb. 42 ist eine solche Folge dargestellt. Wichtig ist, daß alle Abstände zwischen den "Einsen" innerhalb einer Periode mit gleicher Häufigkeit vorkommen. Im Beispiel sind alle Abstände exakt einmal vorhanden. Dieser Zusammenhang kann mathematisch als eine zyklische Differenzmenge $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ beschrieben werden, die k ganze Zahlen mod N enthält, deren Differenzen $(d_i, d_j) \bmod N$, $(i \neq j)$ jeden Wert $1, 2, \dots, N-1$ genau λ -mal annehmen. Von dieser Grundlage aus gelangt man zur Legendre-Folge (A.M. Legendre, 1788), die zunächst ternär $(0, 1, -1)$ ist und nur für primzahlige Längen existiert. Das Bildungsgesetz hierbei lautet:

$$s(n) = n^{\frac{(p-1)}{2}} \bmod p$$

mit $p > 2$ prim, $n = 0(1)p-1$,

damit entsteht zum Beispiel für die Länge 7 folgende Sequenz:

$$s(n) = 0, 1, 1, -1, 1, -1, -1$$

mit der Autokorrelationsfunktion

$$\tilde{\varphi}_{ss}(m) = 6, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, \dots$$

Unter bestimmten Voraussetzungen lassen sich auch binäre Legendre-Folgen mit einer binären periodischen Autokorrelationsfunktion ableiten, und zwar dann, wenn gilt:

$$N = p \equiv 3 \pmod{4}, \text{ prim, bzw. } N \in \{3, 7, 11, 19, 23, \dots\}$$

und das erste Element der Folge $s(n)$ zu 1 gesetzt wird.

Die Legendre-Folgen lassen sich nicht zu Arrays "auffalten" (d. h. von der eindimensionalen in die zweidimensionale Darstellung überführen), aber durch Multiplikation zweier Folgen können quadratische Arrays mit primzahliger Seitenlänge erzeugt werden.

$$s(n_x, n_y) = \begin{cases} 0 & \text{für } (n_x, n_y) = (0, 0) \\ 1 & \text{für } n_x \neq 0, n_y = 0 \\ -1 & \text{für } n_x = 0, n_y \neq 0 \\ s(n_x) \cdot s(n_y) & \text{sonst} \end{cases}$$

innerhalb einer Periode, mit $N_x = N_y = p$ prim ($p > 2$),
 $s(n)$ Legendre - Folge der Länge p

Diese sind zunächst wieder ternär, jedoch wurden von Calabro und Wolf /33/ binäre "Quadratic Residue-Arrays" beschrieben, die sich auf die gleiche Art entwickeln lassen, Element (0,0) aber zu -1 setzen. Die periodische Autokorrelationsfunktion ist dann dreiwertig. Von dieser Art Array gelangten Fenimore und Cannon /35/ zu der von ihnen URA (Uniforme Redundante Arrays) genannten Konstruktion:

Die Arrays existieren nur für primzahlige Längen r und s , so daß $r \cdot s = 2$ gilt (z. B. 5×7 , 13×11 usw.). Primzahligkeit ist durch die Verwandtschaft zur Legendre-Folge gefordert, teilerfremd müssen r und s sein, um die Folge "auffalten" zu können /28, 36/ und somit in ein zweidimensionales Array zu verwandeln. Durch die "Twin Prime Numbers" ist beides gewährleistet.

Somit wird das Array eingeschränkt auf $s(N_x, N_y) = s(n_x, n_y)$ mit $n_x = N_x \pmod{r}$ und $n_y = N_y \pmod{s}$.

$$s(n_x, n_y) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } n_x = 0; \\ 1 & \text{wenn } n_y = 0 \text{ und } n_x \neq 0; \\ 1 & \text{wenn } C_r(n_x) \cdot C_s(n_y) = 1; \\ 0 & \text{ansonsten.} \end{cases}$$

wobei

$$C_r(n_x) = \begin{cases} 1 & \text{falls es einen Integerwert } x, \text{ mit } 1 \leq x < r \text{ gibt mit } n_x = x^2 \bmod r \\ -1 & \text{ansonsten} \end{cases}$$

$$C_s(n_y) = \begin{cases} 1 & \text{falls es einen Integerwert } y, \text{ mit } 1 \leq y < s \text{ gibt mit } n_y = y^2 \bmod s \\ -1 & \text{ansonsten} \end{cases}$$

Das zu diesem inkohärenten Array angepaßte Dekorrelationsarray $g(n_x, n_y)$ sieht dann folgendermaßen aus:

$$g(n_x, n_y) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 1 \\ -1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 0 \end{cases}$$

Dabei resultiert für das Array $s(n_x, n_y)$ z. B. für die Dimensionen 5×3 folgende Zahlenwertdarstellung:

$$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

wobei die periodische Autokorrelationsfunktion zu

$$\tilde{\varphi}_{ss}(m_x, m_y) = \begin{cases} \frac{r \cdot s + 1}{2} & \text{für } m_x, m_y = 0 \\ \frac{r \cdot s + 1}{4} & \text{sonst} \end{cases}$$

mit den Zahlenwerten

$$\begin{array}{ccccc} 8 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

und die periodische Kreuzkorrelationsfunktion

$$\tilde{\varphi}_{sg}(m_x, m_y) = \begin{cases} \frac{r \cdot s - 1}{2} & \text{für } m_x, m_y = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und somit zu

```
8 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
```

wird; d. h. das HNV hat sich auch um 1 verbessert (siehe Kapitel 4.1.5).

Bezüglich des physikalischen Einsatzes setzt man für die 1 Röntgenquellenflächenelemente bzw. auf der Abbildung weiße Bereiche und für 0 keine Röntgenquelle bzw. nur Trägermaterial und in der Abbildung schwarze Bereiche ein.

Eine leichte Änderung der Ableitungsvorschrift führt zu einer verwandten Art von Arrays, die von Fenimore /37/ mit dem Namen MURA bezeichnet wurden. Der Unterschied liegt in den geänderten Bedingungen für die Abmessungen der Felder. Die Restriktion $r=s=2$ entfällt. Die Felder müssen nur noch von primzahliger Kantenlänge sein, was einen wesentlichen Zuwachs an möglichen Geometrien für die technische Realisation bedeutet.

Das Dekorrelationsarray muß nun folgendermaßen generiert werden:

$$g(n_x, n_y) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n_x + n_y = 0 \\ 1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 1 \text{ und } n_x + n_y \neq 0 \\ -1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 0 \text{ und } n_x + n_y \neq 0 \end{cases}$$

Durch die Invarianzoperation des zyklischen Vertauschens von Zeilen und Spalten können diese Arrays 180° dreh-invariant gestaltet werden, wie aus Abb. 43 ersichtlich.

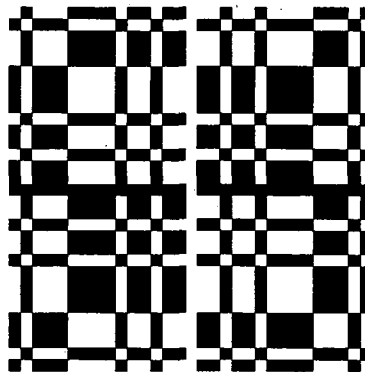


Abb. 43: MURA-Array mit 31 x 31 Elementen

4.1.4.2 Maximalfolgen im Galois-Feld GF(2)

Zweidimensionale Maximalfolgen lassen sich aus eindimensionalen Maximalfolgen ableiten. Daher wird im folgenden zunächst die Bildung der eindimensionalen Folgen diskutiert.

In einem endlichen Zahlensystem lassen sich durch rekursive Operationen Folgen vorgegebbarer Wertigkeit erzeugen. Im vorliegenden Fall sollen zweiwertige Folgen erzeugt werden. Die Ausführungen beschränken sich daher auf den sogenannten Galois-Körper oder das Galois-Feld /29/ (algebraische Struktur mit endlich vielen Elementen, in der addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert werden kann und Kommutativität, Assoziativität sowie Distributivität erfüllt sein müssen) mit der Ordnung 2.

Die Rekursion läßt sich technisch durch digitale Schieberegisteroperationen realisieren und mit

$$s(n) = -\frac{1}{C_0} \sum_{i=1}^r C_i \cdot s(n-i) \bmod q$$

mit $s(n), C_i \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}, C_0 \neq 0$

wird die in Struktur der in Abb. 44 gezeigte Schieberegisterschaltung beschrieben.

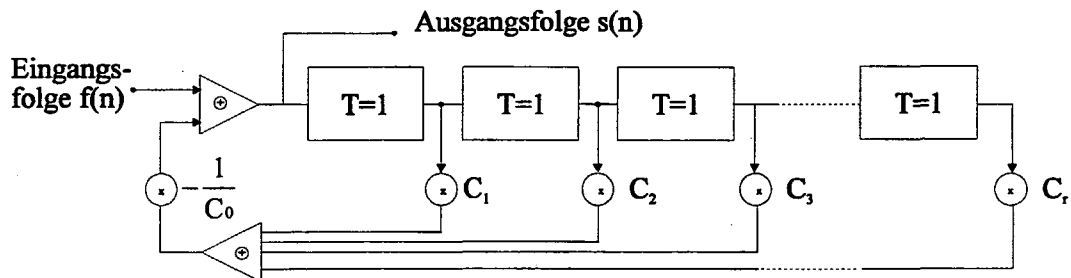


Abb. 44: Schieberegister zur Darstellung der Erzeugung von Maximalfolgen (m-Folgen)

Die zu einem Zeitpunkt in den Schieberegisterelementen gespeicherten Informationen werden zu jeder Taktzeit um eine Einheit nach rechts verschoben und dabei gewichtet modulo 2 aufaddiert. Zu Beginn dürfen allerdings nicht alle Elemente "0" sein. Ein denkbarer Anfangszustand kann z. B. die Eingangsfolge $f(n)=\delta(n)$, also der Einheitsimpuls sein. Die Schaltung erzeugt bei Taktung eine fortlaufende Folge. Die resultierende Folge kann man durch z-Transformation der Folge $s(n)$ erhalten: mit

$$s(n) \xleftrightarrow{z} z^{-1}S(z)$$

ergibt sich:

$$S(z) = F(z) + \frac{-1}{C_0} [C_1 z^{-1} S(z) + \dots + C_r z^{-r} S(z)]$$

und als Übertragungsfunktion des Schieberegisters:

$$H(z) = \frac{S(z)}{F(z)} = \frac{C_0}{C_0 + C_1 z^{-1} S(z) + \dots + C_r z^{-r} S(z)}$$

Der Nenner der Übertragungsfunktion wird charakteristisches Polynom des Schieberegisters genannt; er beschreibt die Eigenschaften der erzeugten Folge. Da ein solches Schieberegister der Länge r höchstens 2^r verschiedene Zustände haben kann, der Fall "alle Elemente gleich 0" aber ausgeschlossen ist, muß sich eine so erzeugte Folge nach maximal $2^r - 1$ Schritten periodisch wiederholen. Daher auch der Name Maximal- oder m -Folge. Zur Erzeugung einer solchen Maximalfolge, die alle möglichen Zustände zyklisch durchläuft und nicht von den Anfangsbedingungen der Schieberegisterelemente abhängt, bedarf es geeigneter Polynome. Es sind sogenannte primitive Polynome nötig, die diese Eigenschaft besitzen. Eine wichtige Aussage der Zahlentheorie besagt, daß es in allen $GF(p)$ für jeden Grad r mindestens ein primitives Polynom gibt. Es kann jedoch nicht direkt berechnet werden, sondern muß vielmehr gesucht werden. Es existieren Tabellenwerke zu diesem Zweck, denen geeignete Polynome entnommen werden können /28, 29/.

Aus den eindimensionalen Maximalfolgen der Länge $N = 2^r - 1$ lassen sich leicht zweidimensionale Arrays der Dimension $r \times s$ erzeugen, wobei r und s teilerfremd sein müssen und gelten muß: $r \times s = N$. Die Anordnung der Folgeelemente in dem Array ergibt sich aus:

$$s(n_x, n_y) = s(m) \text{ mit } \begin{cases} n_x = m \bmod r \\ n_y = m \bmod s \end{cases}$$

Die Gegenfunktion berechnet sich wie bei den Differenzmengen-Folgen aus:

$$g(n_x, n_y) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 1 \\ -1 & \text{wenn } s(n_x, n_y) = 0 \end{cases}$$

Ein typisches Beispiel eines solchen Arrays findet sich in Abb. 45.

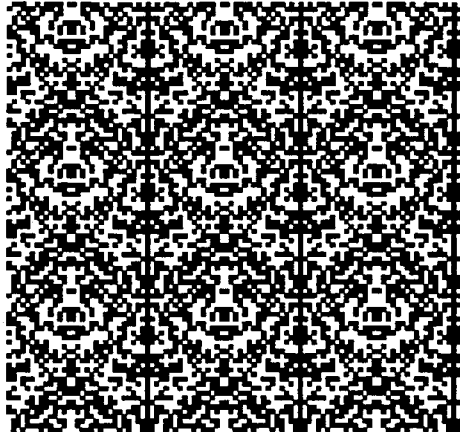


Abb. 45: Dreifach in x- und y-Richtung wiederholtes m-Array mit 33 x 31 Punkten

4.1.5 Aperiodische Korrelationsarrays

Die Auswahl der sich für den praktischen Einsatz besser eignenden aperiodischen Korrelationscodes beschränkt sich auch hier wieder auf die inkohärenten Codes, da die Implementierung von bipolaren Codes (+/-) /29/ für die vorliegende Anwendung zu aufwendig ist. Es kann jedoch, wie im folgenden gezeigt, auch von bekannten kohärenten aperiodischen oder periodischen Arrays ausgegangen und durch geeignete Operationen zu inkohärenten aperiodischen Arrays gelangt werden.

4.1.5.1 Bipolare Binärarrays

Die ersten Vertreter dieser Arrays sind die von Barker angegebenen Codes /38/. Der eindimensionale Barker Code ist als der einzige optimal aperiodisch korrelierende Code bekannt. Schon in einer Dimension existieren nachweislich nicht viele mögliche Codes /39/. Bis zur Länge 13 sind sie bekannt, und es konnte bewiesen werden, daß bis zur Länge 12100 keine weiteren existieren. Nur der Barker-Code korreliert aperiodisch so mit sich selbst, daß nur Nebenwerte bis zum Betrag 1 auftreten. Zweidimensional jedoch ist bis jetzt nur exakt ein Array mit der Kantenlänge 2 bekannt, welches diese Eigenschaft aufweist.

$$s(n_x, n_y) = \begin{vmatrix} + & + \\ + & - \end{vmatrix}$$

Mit erheblichem Rechenaufwand können auch durch numerische Suche gut korrelierende Arrays erzielt werden, wenn als Suchkriterium die in Kapitel 4.1.3 gezeigten Gütekriterien HNV oder MF angesetzt werden /40/. Dabei werden die Ausgangsarrays durch Würfeln erzeugt und dann schrittweise geändert. Ist ein Schritt dabei als Verbesserung erkennbar, wird dieses neue Array als Ausgangsarray genommen und weitergesucht. Wenn nicht, dann wird die Änderung zurückgenommen und mit einer neuen Änderung weiter getestet (simulated annealing). Wie in Bömer /41/ gezeigt, können auch bekannte periodische Binärarrays durch Invarianzoperationen so geschickt umgeformt werden, daß ihre aperiodischen Korrelationseigenschaften recht gut sind /29/. Es kann gezeigt werden, daß sich das HNV der meisten mit diesen Verfahren erstellten Codes zwischen den Grenzen $\sqrt{N}$ und $1,67 \cdot \sqrt{N}$ befindet, mit $N=N_x \cdot N_y$ und der Merit-Faktor sich um den Wert 4 bewegt (siehe Abb. 46).

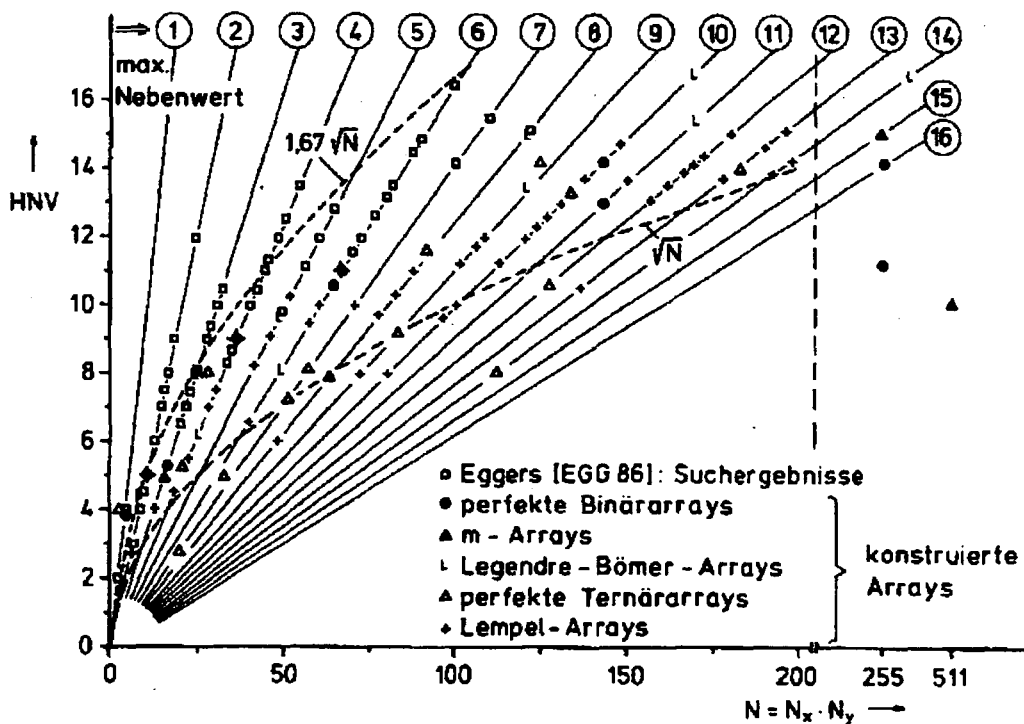


Abb. 46: HNV verschiedener Binärarrays /40/

4.1.5.2 Inkohärente aperiodische Binärarrays

Zuerst wird von bekannt guten periodischen inkohärenten Arrays ausgegangen, wie z. B. einer m-Folge, um dann durch entsprechende Invarianzoperationen (Spalten- oder Zeilenvertauschen) zu gut aperiodisch autokorrelierenden Arrays zu gelangen. So z. B. von folgendem 5 x 3 m-Array

$$s(n_x, n_y) = \begin{pmatrix} 10010 \\ 00000 \\ 01100 \end{pmatrix} \quad \text{zum aperiodischen Array}$$

$$s(n_x, n_y) = \begin{pmatrix} 1001 \\ 0110 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \varphi_{ss}(m_x, m_y) = \begin{pmatrix} 0110110 \\ 1014101 \\ 1110110 \end{pmatrix}$$

Eine bessere Energieeffizienz ergibt die Konstruktionsmethode nach Golay, wobei von einem Array ausgegangen wird, welches dem Barker-Array sehr ähnlich sieht:

$$s(n_x, n_y) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Nach folgender Vorschrift lassen sich daraus nun größere Arrays ableiten:

Es wird in einem rechteckigen Gitter eine weitere Eins so hinzugefügt, daß

- 1) das entstehende Array $s_i(n_x, n_y)$ die gewünschten Korrelationseigenschaften besitzt, und
- 2) die Eins möglichst nahe am Schwerpunkt des vorhergehenden Arrays $s_{i-1}(n_x, n_y)$ liegt.

Daraus ergeben sich jedoch unterschiedliche mögliche Ergebnisse für Arrays gleicher Abmessung. Diese können dann auch noch durch Invarianzoperationen (Spalten- oder Zeilenvertauschen) etwas kompakter angeordnet werden und ergeben dann z. B. Arrays wie dieses:

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Abb. 47: Inkohärentes Binärarray nach Golomb und Taylor /42/

Costas-Arrays sind quadratische inkohärente Binärarrays mit sparsamer Belegung von Einsen. Die Autokorrelationsfunktions-Nebenwerte sind auf 1 beschränkt. Das Costa-Array läßt sich auf mehreren verschiedenen Wegen algebraisch konstruieren, so z. B. mit folgender "Welch-Konstruktion". Mit ihr können allerdings nur Arrays konstruiert werden, die eine Seitenlänge haben, für die $N=p-1$, p prim gilt.

Dann ist

$$s(n_x, n_y) = \begin{cases} 1 & \text{für } n_x \equiv \mu^{n_y} \bmod p \text{ mit } \mu \text{ primitives Element in GF}(p), n_x, n_y = 1(1)p-1 \\ 0 & \text{sonst;} \end{cases}$$

mit $p=5$ und $\mu=2$ resultiert z. B. das Array in Abb. 48.

0	1	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
1	0	0	0

Abb. 48: Costas-Array 4 x 4

Es wird vermutet, daß Costas-Arrays für alle N existieren, jedoch ist ihr Einsatz aufgrund der geringen Energieeffizienz Spezialfällen vorbehalten, wie z. B. in Frequenzsprung-Radar- oder -Sonarsystemen /29/.

4.1.5.3 "Mismatched" Filter

Bei einer aperiodischen Korrelation sind keine Arrays aufzufinden, die wie die periodischen Arrays eine ideale Korrelationsfunktion haben. Die Korrelationseigenschaften dieser für die Implementierung so vorteilhaften Arrays können jedoch prinzipiell durch "Mismatched"-Nachbearbeitung entscheidend verbessert werden /43, 29, 44/. Hierbei wird nun das Array $s(n_x, n_y)$ mit einem Array $g(n_x, n_y)$ kreuzkorreliert, so daß zum einen die Kreuzkorrelation $\varphi_{gs}(m_x, m_y)$ möglichst verschwindende Werte besitzt und zum anderen der Hauptwert $\varphi_{gs}(0,0)$ möglichst groß bleibt. Somit folgt für die relative Filter-Effizienz des Gegenarrays:

$$\eta_f = \frac{\varphi_{sg(0,0)}^2}{\varphi_{ss(0,0)}^2 \cdot \varphi_{gg(0,0)}^2} \text{ soll möglichst nahe an "1" liegen.}$$

Nun kann die Suche nach geeigneten Koeffizienten für ein solches Gegenarray aufgenommen werden, wobei die folgende Bedingung für die Kreuzkorrelationsfunktion angesetzt wird:

$\varphi_{gs}(0,0)$ maximieren unter Berücksichtigung von

$$|\varphi_{gs}(m_x, m_y)| \leq k \text{ für } (m_x, m_y) \neq (0,0),$$

wobei k eine positive Konstante und die maximal erlaubte Größe der Randwerte der Kreuzkorrelation darstellt. Mit Hilfe z. B. des Simplex-Algorithmus kann versucht werden, das aus den Korrelationsbedingungen erhaltene lineare Gleichungssystem unter Beachtung der linearen Beschränkungen zu optimieren und so ein geeignetes Array zu erhalten. Glücklicherweise ist bei der vorliegenden Anordnung nur beim Sendearray der Wertebereich auf "1" und "0" eingeschränkt. Für das Gegenarray g steht der Bereich der reellen Zahlen offen. Somit ist auch eine große Variation im HNV möglich.

Da die Optimierungen sehr rechenzeitaufwendig sind und in Zusammenarbeit mit der RWTH-Aachen (Institut für Nachrichtentechnik, Prof. Lücke) /45/ noch für die vorliegende Anwendung versucht wird, optimale Dekorrelationsarrays zu entwickeln, standen für die Versuche zunächst modifizierte Golay-Arrays der Kantenlänge 10×10 mit einigen berechneten Dekorrelationsarrays zur Verfügung.

Zur Zeit wird auch untersucht, ob es möglich ist, die Gegenarrays so zu optimieren, daß es bei einer vergrößerten bzw. verkleinerten Projektion, also der oben beschriebenen Tomosynthese, möglich ist, die einzelnen interessierenden Schichten des Objektes verbessert zu dekorrelieren und die Nachbarschichten zu unterdrücken, d. h.

$$\varphi_{gis}(0,0) \text{ maximal für } i = S$$

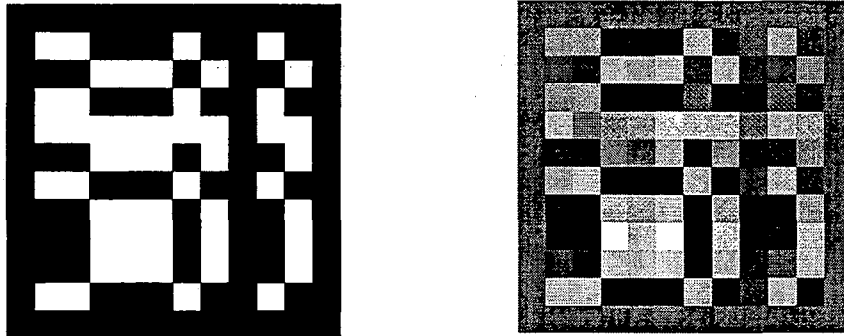
$$\varphi_{gis}(0,0) \text{ minimal für alle } i \neq S$$

$$|\varphi_{gis}(m_x, m_y)| \leq k \text{ für alle } (m_x, m_y) \neq 0 \text{ und alle } i$$

Die Kreuzkorrelation mit dem optimierten Array ist nur dann maximal, wenn die der Schicht S entsprechende Größe der Projektion vorliegt, sonst minimal. Die Randwerte der Kreuzkorrelationsfunktion sollen für alle Schichten immer möglichst gering sein. Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, sollte ein optimal für die Tomosynthese geeignetes aperiodisches Array mit seinen entsprechenden Dekorrelationsarrays erzielt werden können.

Für den Fall einer Schicht sind in Abb. 49 das Quell-Array, ein modifiziertes Golay-Array und ein "Mismatched"-optimiertes Dekorrelationsarray in Form einer Graustufendarstellung für die reellen Werte abgebildet. Im Anschluß daran

nochmals das Dekorrelationsarray in Zahlenwertdarstellung. Die hier verwendete Optimierung entsprach dem nichtvergrößernden Fall.



18.	-7.4	-17.	-17.	9.5	-6.7	16.	6.6	-.81	6.3
20.	-14.	-26.	-19.	19.	-12.	3.0	7.8	-5.8	7.9
-20.	21.	33.	19.	-20.	3.9	6.6	-17.	13.	-15.
-20.	13.	21.	9.8	-18.	1.9	9.8	-16.	8.8	-13.
-25.	24.	34.	18.	-27.	12.	26.	-20.	19.	-13.
18.	-16.	-31.	-26.	14.	-11.	21.	2.6	-3.9	12.
-19.	19.	25.	11.	-20.	6.2	20.	-17.	14.	-8.0
-6.7	-12.	-15.	-13.	-4.4	-11.	2.6	-16.	-8.4	.18
17.	-1.4	-13.	-14.	12.	-7.2	15.	2.2	-2.5	9.8
-9.2	16.	18.	9.7	-5.2	6.0	9.0	-7.9	5.0	-3.4

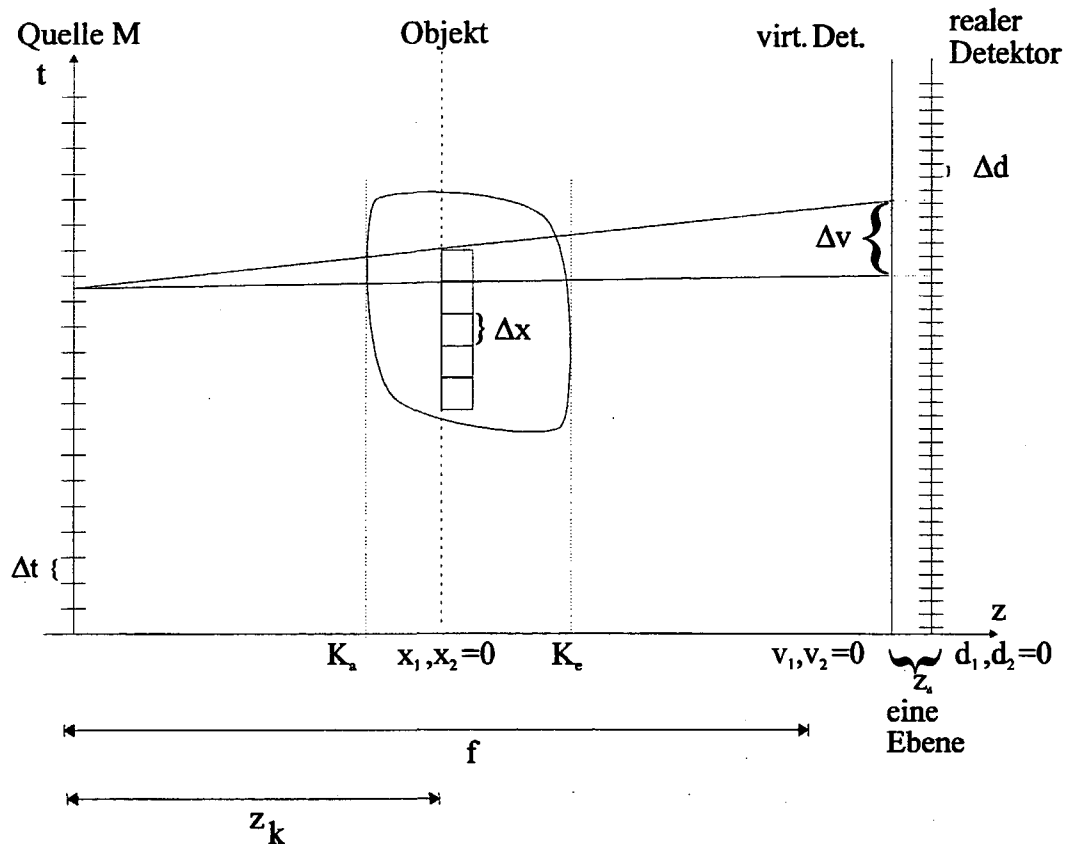
Abb. 49: Modifiziertes Golay-Array mit optimiertem Dekorrelationsarray

4.2 Erstellung eines Modells für die Simulation der Tomosynthese

Die Eigenschaften der in die engere Wahl gezogenen Korrelations-Muster sind so unterschiedlich und vielfältig und die Auswahl so groß, daß der erste Schritt konsequenterweise die Erstellung einer Testumgebung sein muß, in der die Eigenschaften der Korrelations- und auch Dekorrelationsarrays experimentell untersucht werden können. Auch in der Literatur wird eine digitale Auswertung der gemessenen Bilder empfohlen /32, 35, 43/, da die Möglichkeit, systemimmanente Fehlerquellen durch entsprechende Rekonstruktionsmethoden zu kompensieren, alle etwaigen Nachteile aufwiegt (Abtastprobleme bei der Digitalisierung der Daten, Rauschen durch Korrelationsstörungen). Somit muß als zusätzlicher Aufwand zu der benötigten Rekonstruktion noch die Simulation des Projektionsvorgangs vorgenommen werden. Im folgenden wird für die vorliegende Aufgaben-

stellung ein Modell entwickelt, das es gestattet, die physikalischen Vorgänge beim gesamten Meß- und Rückrechnungsvorgang präzise zu simulieren. Auf diesem Modell beruht ein implementiertes Simulationsprogramm.

In Abb. 50 ist das Modell skizziert. Es wird von einem Quellarray ausgegangen, der codierten Quelle "M", die systembedingt aus diskreten Elementen besteht. Die Schrittweite der Quellenelemente ist mit Δt bezeichnet. Diese ist durch den Produktionsprozeß festgelegt und im vorliegenden Fall für beide Achsenrichtungen identisch. Die einzelnen Elemente der Quelle sind quadratisch. Das Objekt wird als aus Schichten bestehend angenommen, die mit der ersten Schicht K_a beginnen und mit K_e enden. Jede dieser Schichten besteht aus Δx^2 großen Elementen, die es zu rekonstruieren gilt. Um die verschiedenen geometrischen Vergrößerungen zu erfassen, die die einzelnen Schichten bei der Projektion erfahren, wird der reale Detektor, der sich im Abstand f von der Quelle befindet, durch die Konzeption eines virtuellen Detektors ersetzt. In einem weiteren Schritt wird dann erst das Projektionsbild auf dem wirklichen Detektor berechnet. Die Darstellung ist zwar zweidimensional dargestellt, beschreibt aber, wie durch die Indizes angedeutet, die dreidimensionalen Verhältnisse.



Δz :	Schrittgröße in z - Richtung
Δv :	Zellengröße des virtuellen Detektors
Δd :	Zellengröße des realen Detektors
Δx :	Zellengröße des Objektes
Δt :	Zellengröße der Kodierung
$v_1 =$	$\Delta v \cdot i_{v1}$ Koordinaten auf virt. Detektor
$v_2 =$	$\Delta v \cdot i_{v2}$ Koordinaten auf virt. Detektor
$d_1 =$	$\Delta d \cdot i_{d1}$ Koordinaten auf realem Detektor
$d_2 =$	$\Delta d \cdot i_{d2}$ Koordinaten auf realem Detektor
K_a :	erste Schicht des Objektes
K_e :	letzte Schicht des Objektes
z_{Ka} :	Koordinate der ersten Schicht des Objektes
z_{Ke} :	Koordinate der letzten Schicht des Objektes
z_d :	Detektorebene
L :	Ausdehnung der codierten Quelle
$Q(d_1, d_2)$:	Anzahl der Photonen auf dem realen Detektor
A :	Skaliervariable
$M(t_1, t_2)$:	Quellenfunktion
$\mu_k(x_1, x_2)$:	Röntgenabschwächungsverteilung in Schicht k

Abb. 50: Modell für die Simulation der codierten Röntgenprojektion

4.2.1 Simulierte Projektionen

Gesucht ist eine mathematische Beschreibung des physikalischen Vorgangs bei der Projektion mit einer codierten Quelle. Nach Beschreibung des Ansatzes (Gleichung 4.5) wird die Rückführung der Projektion auf eine Konvolution dargestellt.

Die Quantenverteilung auf dem Detektor entspricht der Eingangsintensität $M(t_1, t_2)$, die von der Quelle emittiert wird, multipliziert mit den entsprechenden Abschwächungskoeffizienten der jeweiligen k-ten Schicht $e^{-\mu_k(x_1, x_2)\Delta z}$ der Schichtdicke Δz . Dies entspricht dem klassischen Ansatz für die Abschwächung von Röntgenstrahlung in Materie (siehe Gleichung 1). Da die Anzahl der pro Detektorelement aufgefangenen Röntgenquanten mit der Fläche wächst, ist die Detektorelementfläche mit berücksichtigt. Die Aneinanderreihung von vielen abschwächenden Schichten stellt eine multiplikative Kopplung dar, da nach jeder

Schicht nur der Restbetrag der durch die letzte Schicht hindurchgegangenen Strahlung zur Verfügung steht.

Projektion:

$$Q(d_1, d_2) = A \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) \cdot \prod_{k=K_a}^{K_e} e^{-\mu_k(x_1, x_2) \Delta z} \cdot (\Delta d)^2 \quad \boxed{4.5}$$

definiere:

$$O_k(x_1, x_2) = 1 - e^{-\mu_k(x_1, x_2) \Delta z} \quad \boxed{4.6}$$

$$\Leftrightarrow e^{-\mu_k(x_1, x_2) \Delta z} = 1 - O_k(x_1, x_2)$$

$$\Rightarrow \prod_{k=K_a}^{K_e} (1 - O_k(x_1, x_2)) = 1 - \sum_{k=K_a}^{K_e} O_k(x_1, x_2) + \dots$$

$$\Rightarrow \prod_{k=K_a}^{K_e} (1 - O_k(x_1, x_2)) \cong 1 - \sum_{k=K_a}^{K_e} O_k(x_1, x_2)$$

$$\text{falls } O_k(x_1, x_2) = 1 - e^{-\mu_k(x_1, x_2) \Delta z} \ll 1 \quad \boxed{4.7}$$

Definiert man die Objektfunktion gemäß Gleichung 4.6, d. h. als eine monoton wachsende Funktion zwischen 0 und 1 in Abhängigkeit von der (nur positiven) Abschwächung μ , dann ergibt sich nach Umformen und Einsetzen in den Multiplikationsoperator von Gleichung 4.5 die Abschätzung 4.7, welche unter der Voraussetzung kleiner Abschwächungen μ zulässig ist.

Damit folgt für die Projektion aus Gleichung 4.5:

$$\begin{aligned} Q(d_1, d_2) &= A \cdot (\Delta d)^2 \cdot \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) \cdot \left(1 - \sum_{k=K_a}^{K_e} O_k(x_1, x_2)\right) \\ \Rightarrow \frac{Q(d_1, d_2)}{A \cdot (\Delta d)^2} &= \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) - \sum_{k=K_a}^{K_e} \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) \cdot O_k(x_1, x_2) \quad \boxed{4.8} \\ \Leftrightarrow \sum_{k=K_a}^{K_e} \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) \cdot O_k(x_1, x_2) &= \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) - \frac{Q(d_1, d_2)}{A \cdot (\Delta d)^2} \end{aligned}$$

simulierter $\leftrightarrow$ gemessene Werte
physikalischer Vorgang

Aus diesen Umformungen resultiert eine Gleichung, bei der der physikalische Vorgang auf der linken Seite dargestellt wird und die gemessenen Werte des Detektors auf der rechten Seite. Durch diese Umformung kann die Objektfunktion $O_k(x_1, x_2)$ aus den Meßwerten rechts berechnet werden, da die Quellenfunktion $M(t_1, t_2)$ bekannt ist. Die führt zu einer Darstellung der Projektion für die einzelnen Objektschichten $P(z_k, v_1, v_2)$ auf dem virtuellen Detektor. Eingeführt wurde jener, wie vorab erklärt, um die Berücksichtigung der Vergrößerung zu vereinfachen. Die Koordinaten im Objekt ergeben sich aus den Koordinaten der Quelle. Da sich deren Abmessung nicht ändern kann, findet die Berechnung der Koordinaten des Objektes und des virtuellen Detektors in Abhängigkeit von der Quelle statt. Die anderen Koordinaten hängen dann nur noch von den Abmessungen des Abbildungssystems ab, d. h. der Gesamtentfernung zwischen Objekt und Detektor f und der Entfernung der betrachteten Schicht z_k von der Quelle. Anders formuliert ergibt sich die Auflösung von Objektdetails aus der Vergrößerung der entsprechenden Objektschicht auf dem virtuellen Detektor (Gleichung 4.9).

Projektion auf virtuellen Detektor:

$$P(z_k, v_1, v_2) = \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) \cdot O_k(x_1, x_2) \quad \boxed{4.9}$$

Die Objektkoordinaten ergeben sich bei festem t_1, t_2 (Quellenschrittweite ist konstant) aus:

$$x_1 = \left(\frac{f - z_k}{f} t_1 + \frac{z_k}{f} v_1 \right) \quad x_2 = \left(\frac{f - z_k}{f} t_2 + \frac{z_k}{f} v_2 \right)$$

Mit vorgegebenem Δt resultiert aus der Geometrie:

$$\Delta x = \frac{f - z_k}{f} \Delta t \quad \Delta v = \frac{f - z_k}{z_k} \Delta t \quad \boxed{4.10}$$

Mit Δx ergibt sich an dieser Stelle die Darstellung der Ortsauflösung innerhalb des Objektes in Abhängigkeit von der Vergrößerung. Werden die Darstellungen für die Koordinaten von Objekt und virtuellem Detektor zusammengefaßt, dann ist die folgende einfachere Darstellung möglich:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{f - z_k}{f} \cdot (i_u \cdot \Delta t_1) + \frac{z_k}{f} \cdot i_{v_1} \cdot \Delta v \\
 &= \frac{f - z_k}{f} \cdot (i_u \cdot \Delta t_1) + \frac{z_k}{f} \cdot i_{v_1} \cdot \frac{f - z_k}{z_k} \cdot \Delta t_1 \\
 &= \frac{f - z_k}{f} (i_u + i_{v_1}) \cdot \Delta t_1 \\
 x_1 &= (i_u + i_{v_1}) \cdot \Delta x \\
 &\Rightarrow \\
 x_2 &= (i_{v_2} + i_{v_1}) \cdot \Delta x
 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieses Ausdrucks in Gleichung 4.9 ergibt sich:

$$P(z_k, v_1, v_2) = \sum_{t_1, t_2=0}^L M(i_{t_1} \cdot \Delta t, i_{t_2} \cdot \Delta t) \cdot O_k[(i_{t_1} + i_{v_1}) \cdot \Delta x, (i_{t_2} + i_{v_2}) \cdot \Delta x],$$

was sich, wenn

$$\sum_{t_1, t_2=0}^L M(i_{t_1} \cdot \Delta t, i_{t_2} \cdot \Delta t) \cdot O_k[(i_{t_1} + i_{v_1}) \cdot \Delta x, (i_{t_2} + i_{v_2}) \cdot \Delta x]$$

folgendermaßen dargestellt wird:

$$M(i_{v_1}, i_{v_2}) * O_k(i_{v_1}, i_{v_2}),$$

mit * als Konvolutionsoperator,

vereinfacht zu:

$$P(z_k, i_{v_1}, i_{v_2}) = M(i_{v_1}, i_{v_2}) * O_k(i_{v_1}, i_{v_2})$$

Hiermit wird die Simulation des Abbildungsvorganges auf die Konvolution zurückgeführt. In Abb. 51 ist das Simulationsergebnis für eine Schicht z_k und einer Konvolution einer aperiodischen Quelle mit einer Objektschicht O_k (Computer) bildlich dargestellt.

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{array}{c} \text{Computer} \\ \text{Icon} \end{array} & * & \begin{array}{c} \text{Computer} \\ \text{Icon} \end{array} & = & \begin{array}{c} \text{Computer} \\ \text{Icon} \end{array} \\
 M(i_{v_1}, i_{v_2}) & & O_k(i_{v_1}, i_{v_2}) & & P(z_k, i_{v_1}, i_{v_2})
 \end{array}$$

Abb. 51: Bildliche Darstellung der Konvolution

Die Projektionsinformationen jedes einzelnen Detektorelements auf dem virtuellen Detektor setzen sich nun aus einer zweidimensionalen Konvolution der Quenelemente und Objektelemente an den jeweiligen Koordinaten zusammen. Die einzelnen virtuellen Detektorelemente sind aber für jede Schicht von unterschiedlicher Größe. Auf dem realen Detektor müssen die einzelnen Projektionen des virtuellen Detektors bewertet und ortsrichtig aufaddiert werden. Dazu wird auf die folgende Vorschrift Bezug genommen:

Die Projektionen auf dem realen Detektor ergeben sich aus

$$P(z_k, d_1, d_2) = \sum_{i,j} \frac{\Delta v_{ij}}{\Delta v(k)} \cdot P(z_k, v_1, v_2)$$

wobei die Gewichtungskoeffizienten Δv_{ij} sich nach folgender Tabelle berechnen lassen und die Überlappung des virtuellen Detektors mit dem realen Detektor darstellen (siehe Abb. 52).

$$\Delta v_{ij} = \begin{cases} \Delta d & \text{wenn } [d_{1-}, d_{1+}] \text{ in } [v_{1-}, v_{1+}] \\ & \text{und } [d_{2-}, d_{2+}] \text{ in } [v_{2-}, v_{2+}]; \\ d_{1+} - v_{1-} & \text{wenn } d_{1+} \text{ in } [v_{1-}, v_{1+}], d_{1-} \text{ aber nicht;} \\ d_{2+} - v_{2-} & \text{wenn } d_{2+} \text{ in } [v_{2-}, v_{2+}], d_{2-} \text{ aber nicht;} \\ v_{1+} - d_{1-} & \text{wenn } d_{1-} \text{ in } [v_{1-}, v_{1+}], d_{1+} \text{ aber nicht;} \\ v_{2+} - d_{2-} & \text{wenn } d_{2-} \text{ in } [v_{2-}, v_{2+}], d_{2+} \text{ aber nicht;} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

4.11

wobei die Indizes, entsprechend der nachfolgenden Abbildung, die Koordinaten der Überlappung um die halbe Fläche anzeigen.

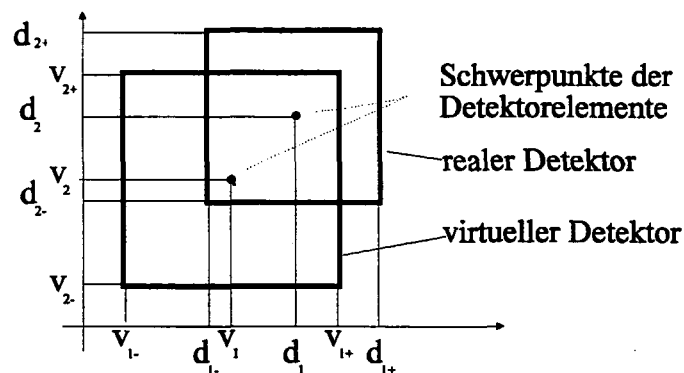


Abb. 52: Vorgehensweise des Abbildungsalgorithmus bei der simulierten Projektion (siehe Gleichung 4.11)

Es handelt sich hierbei um eine flächenmäßige Gewichtung, sobald die Überlappung den Grenzwert $\Delta d / 2$ überschreitet. Der Grenzwert $\Delta d / 2$ ist notwendig, um bei der nachfolgend auch eingesetzten Iterationsrechnung, bei der die Projektion mehrfach hintereinander zur Anwendung kommt, dafür zu sorgen, daß Punkte auf dem Detektor bei nicht ganzzahliger Vergrößerung sich nicht nach einigen Projektionen auf viele Detektorelemente verteilen. $\Delta v(k)$ ist die für die jeweils betrachtete Schicht angepaßte virtuelle Detektorgröße (siehe Gleichung 4.9).

Daraus ergibt sich nun die simulierte Intensitätsverteilung auf dem realen Detektor zu: $P(d_1, d_2) = \sum_{k=K_a}^{K_e} P(z_k, d_1, d_2)$, was einer Summation der Einzelprojektionen über alle betrachteten Schichten entspricht.

Mit dieser Herleitung ist der physikalische Projektionsvorgang in diskreter Form nachgebildet und die linke Seite der Gleichung 4.8, die Projektion, beschrieben. Nach Durchführung dieser Rechnung liegen die simulierten Projektionsdaten auf dem Detektor vor, die den im Experiment gemessenen Werten gleichgesetzt werden können:

$$P(d_1, d_2) = \sum_{t_1, t_2=0}^L M(t_1, t_2) - \frac{Q(d_1, d_2)}{A \cdot (\Delta d)^2}$$

4.2.2 Rückrechnung der Projektionen

Die Rückrechnung sowohl der simulierten als auch der tatsächlich gemessenen Projektionsdaten erfordert das gleiche Vorgehen. Es ist von den Voraussetzungen aus Gleichung 4.7 auszugehen, d. h. daß sich der Projektionsvorgang im annähernd linearen Bereich der Röntgenabschwächung der Probe befindet und die Abschwächung der Strahlung gleichverteilt, anteilmäßig jeder einzelnen durchstrahlten Schicht zugeschrieben werden kann. Die Meß- bzw. Simulationsdaten $P(d_1, d_2)$ werden dementsprechend zunächst auf die einzelnen Schichten des Objektes "aufgeteilt":

Für die Rückrechnung werden somit die gewichteten Projektionen betrachtet:

$$\bar{P}(z_k, d_1, d_2) = \frac{1}{k} P(d_1, d_2), \text{ wobei } k \text{ die Anzahl der betrachteten Schichten darstellt.}$$

Der nächste Schritt ist die Rückprojektion der Daten auf die virtuellen Detektoren. Hierzu wird die Berechnung des Projektionsvorgangs mit leicht veränderter Vorschrift einfach rückgängig gemacht:

$$\bar{P}(z_k, v_1, v_2) = \frac{\Delta v(k)}{\Delta d} \sum_i \sum_j F_{ij} \cdot \bar{P}(z_k, d_1, d_2)$$

$$\text{mit } F_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N_i}, & \text{wenn } [d_{1-}, d_{1+}] \text{ in } [v_{1-}, v_{1+}] \text{ und } [d_{2-}, d_{2+}] \text{ in } [v_{2-}, v_{2+}]; \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

mit N_i : Anzahl der realen Elemente, die sich innerhalb des betrachteten virtuellen Elements befinden.

Es ergibt sich die Projektionsinformation auf den virtuellen Detektoren mit den Überlagerungsinformationen aus den anderen Schichten. Bei diesem Schritt werden nur noch diejenigen realen Detektorelemente berücksichtigt, die ganz in einem virtuellen Element liegen. Dadurch vereinfacht sich dieser Rechenschritt gegenüber der Projektion. Damit sind auch die unterschiedlichen Vergrößerungen, die die einzelnen Schichten erfahren, berücksichtigt und die einzelnen Objektschichten lassen sich wie folgt mit Hilfe der Korrelationsrechnung zurückrechnen:

$$O_k(x_1, x_2) = G(t_1, t_2) \star \bar{P}(z_k, v_1, v_2)$$

wobei G das Dekorrelationsarray zu M darstellt, mit den in Kapitel 4.1 genannten Eigenschaften.

	$\star$		$=$	
$P(z, i_1, i_2)$		$G(t_1, t_2)$		$O_k(x_1, x_2)$
$P(z, i_1, i_2)$		$G(t_1, t_2)$		$O_k(x_1, x_2)$

Abb. 53: Dekorrelation einer Schicht O_k des Objektes

Wie in Abb. 53 angedeutet, ist das Ergebnis nun ein zweidimensionaler Datensatz, der eine Schicht $O_k(x_1, x_2)$ bzw. ein Tomogramm (Schichtdarstellung) durch die Probe darstellt. Die Summe aller Schichten ergibt dann den 3-dimensionalen Datensatz als Repräsentation der Abschwächungsverteilung im Körperinneren.

$$O(x_1, x_2, z_k) = \sum_{k=ka}^{ke} O_k(x_1, x_2)$$

4.2.3 Einsatz von iterativen Verfahren

Unter den Voraussetzungen, die für Gleichung 4.7 galten (kleine Absorptionswerte, Linearitätsnäherung), gilt die Abbildung durch dieses System als iterierfähig /46, 47/. Da die Übertragungsfunktion des Systems genau bekannt ist, kann der Abbildungsprozeß mit Hilfe der Jacobi-Iteration (Gesamtschrittverfahren /46, 48/) so häufig wiederholt werden, bis ein Abbruchkriterium erreicht ist. Die Objektrekonstruktion des vorhergehenden Abschnittes wird als "nullte Schätzung" betrachtet. Mit H^{-1} als Darstellung für die Rekonstruktion mit Hilfe der Korrelation und S als Operator, der negative Werte der Rechnung verwirft, ergibt sich die folgende Darstellung für den nullten Schritt der Iteration für eine Schicht:

$$\overline{O_k^{(0)}}(x_1, x_2) = S \cdot H^{-1}(P(z_k, d_1, d_2))$$

und für alle betrachteten Schichten des Objektes folgt:

$$\overline{O^{(0)}}(x_1, x_2, z_k) = S \cdot H^{-1} \left(\sum_{k=k_a}^{k_e} P(z_k, d_1, d_2) \right)$$

Damit ergibt sich für das gesamte Objekt folgende Iteration:

$$\overline{O^{(n+1)}}(x_1, x_2, z_k) = S \left[\beta \overline{O^{(n)}}(x_1, x_2, z_k) + \alpha H^{-1} \left\{ P(d_1, d_2) - H \left\{ \beta \overline{O^{(n)}}(x_1, x_2, z_k) \right\} \right\} \right]$$

Der rechte Teil der Iterationsformel beschreibt den Korrekturterm, der zum n-ten Iterationsschritt mit α gewichtet hinzugezählt werden muß. Der Teil des Korrekturterms, der zurückprojiziert wird (mit Hilfe des H-Operators) ist das Ergebnis des vorhergehenden Iterationsschrittes. Der rückprojizierte n-te Rechenschritt wird vom Meßergebnis $P(d_1, d_2)$ abgezogen, um so den Korrekturterm zu erzeugen, der die systemimmanenten Störungen durch die Projektion beinhaltet. Wird nun dieses korrigierte Meßergebnis rekonstruiert, so erhält man eine verbesserte Approximation der tatsächlichen Verhältnisse. Dieses wird auf das vorherige Ergebnis aufaddiert und in den eckigen Klammern steht das Ergebnis des nächsten (n+1)-ten Iterationsschrittes. Der Faktor α dient zur Steuerung des Konvergenz-Verhaltens. Er bestimmt, wie schnell der Algorithmus konvergiert. Typischerweise sollte der Betrag des Korrekturterms nicht höher als 1 sein.

Der Faktor β ist verantwortlich für die Anpassung der Mittelwerte der einzelnen Rückrechnungsstufen. Ohne ihn würde die Berechnung numerisch instabil und gegebenenfalls oszillieren.

$$\beta = \frac{\text{Mittelwert}(P(d_1, d_2))}{\text{Mittelwert}(H\{\overline{O^{(n)}}(x_1, x_2, z_k)\})}$$

In Abb. 54 ist dargestellt, wie sich mit Hilfe der Iterationsrechnung das Ergebnis der Dekorrelation verbessern läßt.

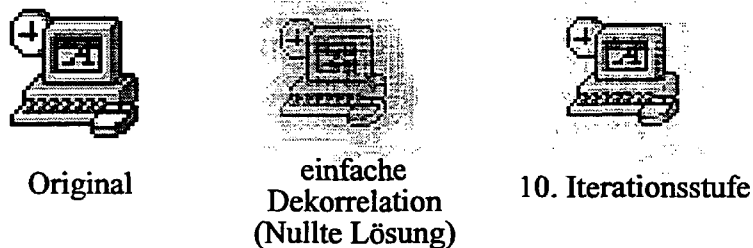


Abb. 54: Verbesserung der Dekorrelation mit Hilfe der Iteration

4.3 Grenzen des Verfahrens

Wie schon aus den Vorüberlegungen zur Simulation des Abbildungsvorganges deutlich wird, müssen beim Einsatz des Verfahrens zur Tomosynthese viele Einschränkungen beachtet werden. Im folgenden soll dargestellt werden, welche Probleme in der Theorie und Praxis auftreten.

4.3.1 Die Geometrie der Meßanordnung

Beim Einsatz der codierten Quelle zur Tomosynthese gilt es, der Anordnung der Komponenten große Aufmerksamkeit zu widmen. Da die durch Einsatz einer einzigen Röntgenquelle nicht zu erhaltende Tiefeninformation mit Hilfe einer geschickten räumlichen Anordnung von Quellen verwirklicht werden soll, müssen die in dieser speziellen Anordnung enthaltenen Informationen sorgsam erfaßt werden. Dazu gehören die Entfernungen, die die einzelnen Elemente der Meßanordnung zueinander haben, sowie deren Ausdehnung und Struktur.

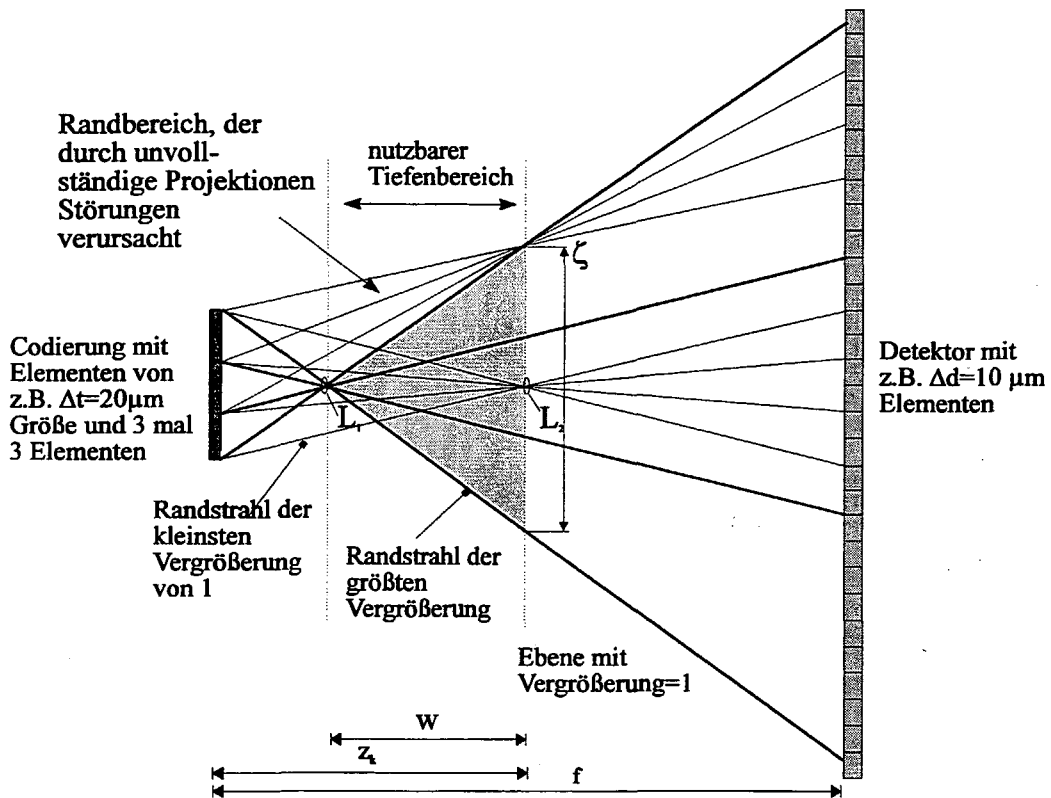


Abb. 55: Skizze des Strahlengangs der Randstrahlen

In Abb. 55 sind diese Geometrieelemente für den eindimensionalen Fall skizziert. Die Darstellung gilt aber genauso für den zweidimensionalen Fall unter der Voraussetzung quadratischer Codierungs- und Detektorelemente. Links befindet sich eine codierte Quelle mit 3^2 Elementen und von dort gehen die Randstrahlen aus, die jeweils durch den nutzbaren Bereich (gestrichelt) hindurchtreten und eine Projektion erzeugen. Es wird durch den Strahlengang ein Objekt mit nur zwei punktförmigen Strahlendurchlässen angenommen (L_1 und L_2 , z. B. Folien mit jeweils einem Loch genau auf der Achse zwischen Quelle und Detektor). Hieraus ergibt sich auf dem Detektor eine umgekehrte Abbildung der codierten Quelle selbst (Lochkameraprinzip).

Um eine möglichst störungsfreie Rückrechnung der Meßdaten zu erreichen, muß beim Meßvorgang jeder Punkt des Objektes einen vollständigen Schatten der codierten Quelle auf den Detektor werfen können. Wird die Quelle nur teilweise auf dem Detektor aufgefangen, ergeben sich erhebliche Artefakte, da dann die in die Herleitung der Codes eingebrachte Voraussetzung nicht mehr gilt, daß das Projektionsbild mit der Empfangsfunktion eine möglichst gute Kreuzkorrelation

aufweist. Es muß also dafür gesorgt werden, das Meßobjekt innerhalb bestimmter Grenzen zu halten, welche diese Forderung garantieren. In Abb. 55 ist dieser Bereich grau unterlegt in der Mitte eingezeichnet. Nur innerhalb dieser Pyramide (3-dimensional) sind alle Projektionsschatten auf dem Detektor. Der als Randbereich kenntlich gemachte Raum erzeugt die Meßdaten, die Rekonstruktionsartefakte nach sich ziehen.

Dieser pyramidenförmige Bereich ergibt sich aus den im folgenden betrachteten Begrenzungen. Zum Detektor hin begrenzt ihn die Berücksichtigung der Diskretisierung bei der Messung. Bei früheren Untersuchungen /49, 43/ trat der Diskretisierungsvorgang nach der Messung auf, da zunächst die Datenaufnahme mit Hilfe eines Röntgenfilms stattfand. Das war aufwendig und ungenau, da sich Röntgenfilme gegenüber den einfallenden Röntgenquanten nichtlinear verhalten. Bei der Verwendung eines unmittelbar diskretisierenden Detektors muß das Abtast-Theorem /50/ beachtet werden: Um Objektdetails in der Größe der Detektorelemente erfassen zu können, werden mindestens die Informationen zweier solcher Detektorelemente benötigt, um exakt auf die Größe der eingestrahlten Objektinformation schließen zu können. Der aufgenommene bandbeschränkte Schattenwurf eines einzigen Quellenelements muß also mindestens doppelt so groß sein wie ein Detektorelement.

$$V_{\min} = \frac{2 \cdot \Delta d}{\Delta t}$$

mit:

$V_{\min}$ = minimale Vergrößerung

Δd = Detektorelementgröße

Δt = kleinstes Detail der Codierung

4.12

Für den gezeigten Fall (Kantenlänge eines Detektorelementes $10\mu\text{m}$, Kantenlänge eines Codierungselementes $20\mu\text{m}$) darf $V_{\min} = 1$ nicht unterschritten werden.

Die zweite Begrenzung zur Quelle hin ergibt sich aus der Größe der aktiven Detektorfläche bzw. seiner Pixelanzahl, wodurch die maximale Vergrößerung eingeschränkt wird, da immer die ganze Quelle auf den Detektor auftreffen können muß:

$$V_{\max} = \frac{x_d \cdot \Delta d}{x_t \cdot \Delta t}$$

mit:

$V_{\max}$ = maximal mögliche Vergrößerung

x_d = Anzahl der Detektorelemente in einer Achsenrichtung

x_t = Anzahl der Kodeelemente

Bei den in Abb. 55 verwendeten Versuchsabmessungen ($x_d=30$, Detektorelementgröße $\Delta d=10 \mu\text{m}$, $x_t=3$ und Quellelemente von $20 \mu\text{m}$ Größe) ergibt sich:

$$V_{\max}=5$$

Dieser Bereich ist in Abb. 55 durch "nutzbarer Tiefenbereich" gekennzeichnet.

Der rekonstruierbare Objektbereich, in dem sich z_k befinden darf, berechnet sich unter der Voraussetzung eines Abstandes f zwischen Codierung und Detektor:

mit dem Vergrößerungsfaktor der Codierung

$$V = \frac{f - z_k}{z_k}$$

4.13

darf z_k in folgenden Grenzen liegen:

$$\frac{f}{\frac{2\Delta d}{\Delta t} + 1} \geq z_k \geq \frac{f}{\frac{x_d \cdot \Delta d}{x_t \cdot \Delta t} + 1}$$

Dieser Bereich hängt von der Detektorgeometrie, der Beschaffenheit der Codierung, sowie der Entfernung f ab.

Wird nun z. B. entsprechend der Abb. 55 $f=1000 \mu\text{m}$ vorgegeben, gilt:

$$500 \mu\text{m} > z_k > 166 \mu\text{m}.$$

Die dritte Begrenzung, den Bereich, der in Abb. 55 von den Randstrahlen aufgespannt wird (Gesichtsfeld des Systems), erhält man ausgehend von Beziehungen, die aus dem Strahlensatz abgeleitet werden können:

$$\frac{p}{\zeta} = \frac{f - z_k + w}{w}$$
$$\frac{\zeta}{x_t \cdot \Delta t} = \frac{w}{z - w}$$

Aus einigen Umformungen folgt:

$$\zeta = \frac{z}{f}(p + x_t \cdot \Delta t) - x_t \cdot \Delta t$$

Die einzelnen Komponenten sind in Abb. 55 gekennzeichnet. "p" muß jedoch nach Anwendungsfall unterschieden werden. Die bisherigen Betrachtungen gelten gemeinsam sowohl für den periodischen als auch für den aperiodischen Fall. Beim Gesichtsfeld wird allerdings im aperiodischen Fall für p die Detektorausdehnung $\Delta d \cdot x_d$ angesetzt, da der ganze Detektor zur Bildrückrechnung herangezogen werden kann. Für den periodischen Fall gilt $p = V \cdot x_t \cdot \Delta t$, d. h. es wird die Ausdehnung der Codierung entsprechend des Abstandes z_k der Schicht vergrößert verwendet. Wird nur eine Periode als Quelle verwendet, kann von den Detektordaten nur ein Bereich des Detektors von $1,5 \cdot p$ um das Zentrum verwendet werden, da sich außerhalb dieses Bereiches eine nicht eindeutige Rekonstruktion ergeben würde.

Gesichtsfeld:

$$\zeta = x_t \cdot \Delta t \left(\frac{f - z}{2 \cdot f} \right)$$

Dies ist in Abb. 56 anhand von Beispieldaten dargestellt. Die zwei Objekte links liegen mehr als 1,5 Periode der Codierung auseinander. Das Detektorbild würde die Schatten der Quelle so weit separiert darstellen, daß bei der periodischen Dekorrelation sich ein nicht mehr eindeutiges und periodisch wiederholtes Ergebnis zeigen würde (rechts).

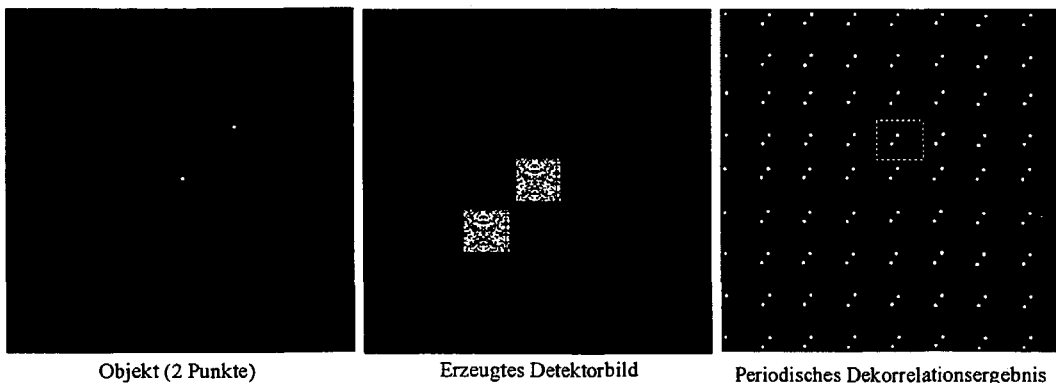


Abb. 56: Beispiel für eine falsche periodische Dekorrelation

Bei Verwendung von 2 Perioden als Quellcodierung können immerhin in einem Bereich von $2 \cdot p$ die Daten für die Rekonstruktion benutzt werden und dementsprechend ist der Gesichtsbereich:

$$\zeta = x_t \cdot \Delta t \left(\frac{f - z}{f} \right)$$

Daraus folgt, daß bei Verwendung einer aperiodischen Anordnung die Größe des Rekonstruktionsbereiches von der Detektorgröße abhängt, bei einer periodischen Anordnung von der Geometrie der Codes. Bei zwei Perioden ergibt sich noch ein relativ großer Gesichtsbereich, bei einer Periode der kleinstmögliche. In Zahlen ergibt sich für $z_k = f/2$:

Minimum bei einer Periode: $0,25 \cdot \text{Quellenausdehnung}$

Bei zwei Perioden: $0,5 \cdot \text{Quellenausdehnung}$

Maximum aperiodisch: $0,5 \cdot \text{Detektorfläche} - 0,5 \cdot \text{Quellenausdehnung}$

Ganz offensichtlich kann mit einer aperiodischen Codierung ein größeres Objektfeld untersucht werden. Sie ist daher der periodischen Codierung in dieser Hinsicht überlegen.

Ein weiterer wichtiger Kennwert ist die Tiefe der einzelnen Schichten, bzw. wie hoch die Auflösung in z-Richtung ist. Ausgehend von der benötigten Differenz zweier Vergrößerungsfaktoren, um auf dem Detektor die Vergrößerungsstufen noch unterscheiden zu können, wird wie folgt ausgegangen von:

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

Da zur Detektion eines Objektpunktes auf dem Detektor mindestens die Information zweier Detektorelemente benötigt wird, bzw. die Gleichung 4.12 das geforderte Verhältnis zwischen Geometrie des Sendearrays zum Detektor beschreibt, kann diese Mindeständerung $V_{\min}$ der Vergrößerung hier als ΔV angesetzt werden.

Des weiteren gelangt man mit Gleichung 4.13 zu:

$$\Delta V = \frac{f}{z_k + \Delta z} - \frac{f}{z_k}$$

was mit einfachen Umformungen nach Δz aufgelöst werden kann:

$$\Delta z = -\frac{z_k^2 \cdot \Delta V}{f + z_k \cdot \Delta V} \text{ mit } \Delta V = \frac{2 \cdot \Delta d}{\Delta t}$$

Das Ergebnis besagt, daß die Schrittweite Δz in z-Richtung kleiner wird mit abnehmendem Abstand des Objektes z_k von der Codierung. Die Abhängigkeit von Δz vom Abstand z_k zwischen Quelle und Objekt ist in der Abb. 57 für eine vorgegebene realistische Geometrie aufgetragen. Dabei ist der Abstand Quelle-Detektor zu $f=1000\mu\text{m}$ angenommen und $\Delta V =$ gesetzt worden, also die Größe der Detektorelemente mit $\Delta t/2$ angesetzt worden. Somit kann z_k auch nur maximal $f/2$ sein (Bedingung $V_{\min}$). Es ist deutlich zu sehen, wie die Auflösung Δz in z-Richtung besser wird, je näher sich die betrachtete Schicht an der Quelle befindet. In einem Abstand von zum Beispiel $400\mu\text{m}$ beträgt die rekonstruierte Schichtdicke ca. $120\mu\text{m}$ (gestrichelte Linien).

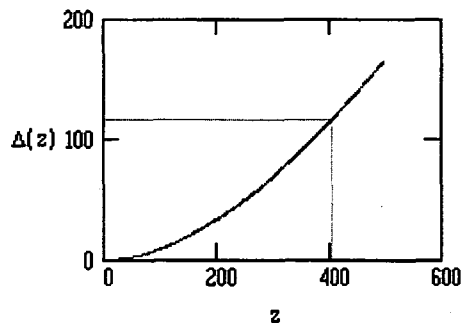


Abb. 57: Schichtdicke Δz in Abhängigkeit vom Abstand zwischen Quelle und Objekt

Die Auflösung innerhalb der jeweils betrachteten Schicht hängt in ähnlicher Weise von den Abständen ab. Wie aus Gleichung 4.10 in Kapitel 4.2.1 (simulierte Projektion) hervorgeht, wird die auflösbare Detailgröße, die im Objekt erreichbar ist, der Elementgröße der Quelle mit abnehmendem z_k gleich. Bei Vergrößerung 1 ($z_k=f/2$) ist die Objektauflösung doppelt so gut wie das kleinste Detail der Quelle.

Ein weitere Einschränkung, die vor allem bei ausgedehnten Quellen für die Tomographie vorkommt, soll anhand der Abb. 58 erläutert werden.

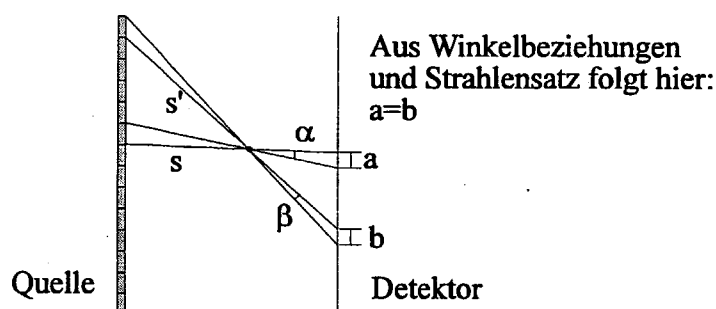


Abb. 58: Unterschiedliche Lauflängen der Strahlung

Bei der Betrachtung der Wege s und s' der Strahlung in Abb. 58, ist leicht einzusehen, daß die Intensität der Strahlung einer Quelle, die sich am Rand der Quelle befindet, aufgrund der unterschiedlichen Lauflängen eine Schwächung erfährt, die im Verhältnis s'^2/s^2 liegt, da die Intensität der Strahlung quadratisch mit der Entfernung von der Quelle abfällt. Durch den dargestellten Objektpunkt wird folglich eine Projektion auf den Detektor geworfen, die in ihrer Intensität zum Rand hin quadratisch abnimmt. Dies kann auch an den unterschiedlichen eingeschlossenen Winkeln α , β abgelesen werden. Da sich keine unterschiedlichen projizierten Längen a und b auf dem Detektor ergeben (Strahlensatz), sind bei dem Verfahren keine geometrischen Verzerrungen zu befürchten. Aus dieser Betrachtung folgt, daß der Simulationsansatz aus Kapitel 4.2.1, Gleichung 4.7, der den Projektionsvorgang als eine lineare Abbildung modelliert, nicht ganz korrekt ist. Vor allem bei der Tomosynthese macht sich dieser Fehler bemerkbar, so daß nun zwei entgegengesetzte Bedingungen zu erfüllen sind: Einerseits ein möglichst kurzer Abstand zwischen Quelle und Detektor, um eine gute tomographische Auflösung zu erhalten, und andererseits einen möglichst großen Abstand, um nicht zu sehr in den beschriebenen nichtlinearen Bereich zu gelangen.

In der Literatur /30/ ist für den vergleichbaren Fall der Abbildung mit Hilfe einer codierten Apertur das Systemverhalten schon untersucht worden. Bei der Apertur (=Öffnung) ergeben sich sogar noch weitere Störungen der Abbildung (z. B. durch Kollimation der Strahlung in den Öffnungen der Apertur). Die hier beschriebenen Fehler wurden für verschiedene Codierungen simuliert. Dabei wurde festgestellt, daß insbesondere Abbildungen mit dem m-Array kaum feststellbar auf den Fehler reagieren, da der Korrelationsvorgang, in Verbindung mit diesen recht gleichmäßig feinstrukturierten Quellen, den Fehler kompensiert.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß bei Anwendung der Codierung der Geometrie der Meßanordnung große Aufmerksamkeit zugewendet werden muß. Die auftretenden geometrischen Einschränkungen (Größe der Probe, Form etc.), vor allem bei der Tomosynthese, dürfen nicht vernachlässigt werden.

4.3.2 Anforderungen an den Detektor

An das Detektorsystem werden nicht nur geometrische Anforderungen gestellt (Kapitel 4.3.1). Die erzielbare Dynamik ist von großer Wichtigkeit. Wie in den vorausgegangenen Abschnitten ausgeführt, soll durch die Abbildung mit Hilfe der codierten Quelle auch eine wesentlich höhere Intensität der Röntgenstrahlung erzielt werden. Dadurch werden kürzere Belichtungszeiten möglich. Der Kreis der Anwendungen für das Verfahren wird damit erheblich vergrößert.

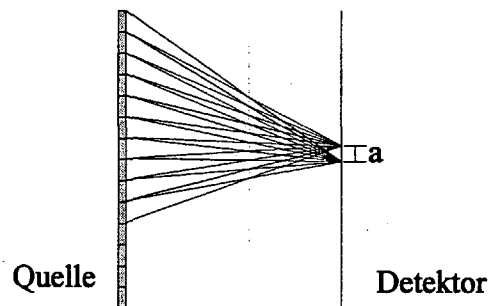


Abb. 59: Jede Quelle projiziert Informationen auf jedes Detektorelement

Wird ein Element "a" des Detektors betrachtet, welches im "erlaubten" Bereich des Detektors liegt, so würde es bei einer Projektion mit nur einer Röntgenquelle über die Integrationszeit ΔT hinweg eine gewisse Anzahl Photonen N auffangen. Die ausnutzbare Dynamik des Detektorsystems ergibt sich aus:

$$\text{DYN}_{\text{Detektor}} = \frac{\text{größtes unverzerrtes Detektorsignal}}{\text{Eigenrauschen des Detektors}} = \frac{S_{\text{MAX}}}{R_{\text{CCD}}}$$

und ergibt sich beispielsweise für einen CCD-Detektor zu:

$$\text{DYN}_{\text{Detektor}} = \frac{N_{\text{fwc}}}{R_{\text{CCD}}}$$

mit N_{fwc} : "full well capacity" des CCD (maximal speicherbare Elektronenzahl eines Pixelelements des Detektors).

Für die hier verwendeten CCD-Detektoren folgt daraus typischerweise eine Dynamik von $5 \cdot 10^4$. Die Elektronik muß dem Rechnung tragen und es wird mindestens eine Dynamik von $\text{DYN}_{\text{Elektronik}} \geq \text{DYN}_{\text{Detektor}}$ gefordert. Die Länge eines Meßzeitintervalls muß möglichst so bemessen sein, daß die Dynamik des Detektorsystems voll ausgenutzt wird. Die Anzahl der auf dem Detektor aufgefangenen Photonen ist proportional zur Detektionszeit:

$$N_{\text{in}} \sim \Delta T_{\text{dyn}}$$

für ΔT_{dyn} : Zeitintervall, welches die Dynamik ideal ausnutzt.

Wird nun der Röntgenquantenfluß durch Erhöhung der Anzahl der Röntgenquellen ($\sim x_d^2$, Anzahl der Elemente des Codierungsarrays) erhöht, so gilt unter der Voraussetzung, daß alle Punktquellen gleiche Strahlungsintensität besitzen:

$$\Delta T_{\text{kodiert}} = \frac{\Delta T_{\text{dyn}}}{x_d^2}$$

mit x_d^2 : Anzahl der Detektorelemente

Die für die Aufnahme benötigte Zeit wird demzufolge extrem verkürzt. Dabei wird jedoch die Einstrahlintensität eines einzelnen Quellenelements auf ein Detektorelement a , wie in Abb. 59 skizziert, ebenso drastisch reduziert. Die Projektionsinformation eines solchen Quellpunktes besitzt demzufolge nur noch eine Dynamik von:

$$\text{DYN} = \frac{\text{DYN}_{\text{Detektor}}}{x_d^2}$$

Beispielsweise bleibt für die Projektionsinformation eines Quellpunktes innerhalb eines 30×30 Codierungsarrays mit zwei Perioden nur noch eine Dynamik von

$$\text{DYN} = \frac{5 \cdot 10^4}{2 \cdot 30 \cdot 2 \cdot 30} = 13,9$$

übrig. Das ist von der zur Verfügung stehenden Dynamik nur noch ein geringer Bruchteil. Wird für jeden Quellpunkt die gleiche Dynamik wie bei nur einer Quelle angestrebt, könnte ein Detektor mit erhöhter Dynamik verwendet werden. Alternativ können auch entsprechend viele Aufnahmen mit der Dynamik des vor-

handenen Detektors gemacht und im Computersystem zur x_d^2 -fachen Intensität aufaddiert werden.

4.3.3 Signal-zu-Rausch-Verhältnis

Um eine Aussage über die Genauigkeit des rekonstruierten Objektes machen zu können, wird die Standardabweichung von $\hat{O}(x, y)$ betrachtet, die nach /37/ durch

$$(\hat{O}(x, y)) = \sqrt{\text{var}(O(x, y), \hat{O}(x, y)) + \sum_{k,l} \text{var}(O(k, l), \hat{O}(x, y)) + \text{var}(B, \hat{O}(x, y))}$$

gegeben ist. Dabei ist $\text{var}(O(x, y), \hat{O}(x, y))$ die Varianz des Beitrages des x, y -ten Objekt-Punktes zu dem x, y -ten rekonstruierten Punkt, $\sum_{k,l} \text{var}(O(k, l), \hat{O}(x, y))$ die Varianz der Umgebung von $\hat{O}(x, y)$, verursacht durch alle anderen Objekt-Punkte im Betrachtungsfeld und $\text{var}(B, \hat{O}(x, y))$ die Varianz aufgrund des unmodulierten Hintergrundes, repräsentiert durch das Störsignal B .

Dieser Ausdruck ist noch sehr allgemein und wird von /35/ unter Verwendung der in den vorhergehenden Abschnitten gemachten Aussagen weiterentwickelt. Die einzige Voraussetzung, die bisher gemacht wurde, ist, daß das Empfangsfilter G korrelationsinvers zu der Apertur A ist. Wird zusätzlich eine Poisson-Verteilung der Meßwerte des Detektors vorausgesetzt, kann gezeigt werden, daß

$$\text{var}(O(x, y), \hat{O}(x, y)) = O(x, y) \sum_{k,l} A(k, l) G^2(k, l) \quad \boxed{4.14}$$

$$\sum_{k,l} \text{var}(O(k, l), \hat{O}(x, y)) = [(O * A) * G^2]_{xy} \quad \boxed{4.15}$$

$$\text{und} \quad \text{var}(B, \hat{O}(x, y)) = (B * G^2)_{xy} \quad \boxed{4.16}$$

ist. Daraus resultiert die Matrix G^2 , indem jedes einzelne Element der Matrix G quadriert wird. Die Gleichungen 4.14 bis 4.16 zeigen explizit die Abhängigkeit der Standardabweichung $\sigma(\hat{O}(x, y))$ von dem Objekt S , der codierten Quelle A und dem Empfangsfilter G . In 4.14 ist zu erkennen, daß der erste Beitrag zu $\sigma(\hat{O}(x, y))$ proportional zu $O(x, y)$ und unabhängig von allen anderen Objekt-Punkten ist. Dies gilt jedoch nicht für den zweiten Beitrag, wie Gleichung 4.15 entnommen werden kann. Dieser Term berücksichtigt alle diejenigen Beiträge, die

durch andere Objekt-Punkte zum konstruierten Bild beitragen. Außerdem wird jeder Term durch die quadratische Filtermatrix gewichtet.

In der Praxis ist im allgemeinen keine a-priori-Kenntnis über $O(x,y)$ vorhanden /34/. Daher ist es besonders günstig, wenn alle $(G(x,y))^2$ des Empfangsfilters gleich sind. Ein solche Filtermatrix wird auch unimodular genannt. In diesem Fall kann Gl. 4.15 auch in der Form

$$\sum_{k,l} \text{var}(O(k,l), \hat{O}(x,y)) = \left(\sum_{k,l} O(k,l) \right) \left(\sum_{m,n} A(m,n) \right) (G(x,y))^2$$

dargestellt werden. Dieser Term ist konstant für alle Elemente x,y und resultiert in einem optimalen SNR, das unabhängig von der Objektstruktur ist. In einigen Anwendungen, bei denen z.B. bipolare Filterkoeffizienten (± 1) gewählt werden, ist diese Forderung erfüllt /35, 37/. Ein Matched-Filter-Empfang für inkohärente Sendearrays kann diese jedoch nicht erfüllen. Auch Mismatched-Filter, wie sie in dieser Arbeit zum Einsatz kommen, sind nicht immer unimodular.

5 Technischer Aufbau der Tomosynthese

5.1 Fertigung von codierten Quellen und Aperturen

5.1.1 Anforderungen an das Basismaterial

Um Röntgenstrahlung von räumlich codiert verteilten Orten ausgehen zu lassen, bedarf es einer Methode, eine solche "codierte Quelle" auf kleinstem Raum zu schaffen. Benötigt wird eine Möglichkeit, Metallpartikel mit bestimmter Form in einer Art Gitter frei im Raum zu positionieren. Dann würden die Metallpartikel bei Beschuß mit Elektronen Röntgenstrahlen von ihren Positionen aussenden. Dieser Ansatz birgt zwei Probleme: Bei dem hier angestrebten Energiebereich der Strahlung (10 - 30 keV) wird über 90 % der Strahlung in Wärme umgewandelt. Das würde die isolierten, im Raum positionierten Metallpartikel zum Verdampfen bringen, da sie die Wärme nicht abführen könnten. Zweitens ist eine derartige Positionierung im Raum nicht so ohne weiteres möglich; denkbar wären Verstreubungen zwischen den einzelnen Elementen, die so dünn im Vergleich zu den Elementen selber wären, daß ihr Beitrag zur entstehenden Röntgenstrahlung vernachlässigbar wäre (siehe Abb. 60). Das Problem der Wärmeableitung bliebe jedoch bestehen.

Eine dritte Möglichkeit wären "self supporting Codes" /49/, die so generiert sind, daß sie sich selbst tragen. Das Wärmeproblem wäre allerdings auch hier ungelöst.



Abb. 60: Möglichkeiten für eine codierte Quelle

Praktikabler erschien folgender Ansatz:

Metallpartikel werden auf ein Material aufgebracht, welches möglichst wenig Röntgenstrahlung abgibt, bzw. sehr niederenergetische charakteristische Strahlung erzeugt (siehe Kapitel 2.1). Da die zu erzeugende Struktur in Mikrometergröße

hergestellt werden soll, können zur Herstellung Kenntnisse und Werkzeuge aus der Halbleitertechnik dienen. Die Größenverhältnisse sind hier vergleichbar und es werden bei der Halbleiterchipherstellung auch Schichten mit Genauigkeiten unter einem Mikrometer strukturiert.

Das Trägermaterial muß für diesen Herstellungsprozeß und für die spätere Anwendung folgende Anforderungen erfüllen:

- Es muß thermisch leitend sein, um die aufgebrachte Wärmeenergie ableiten zu können.
- Die Oberfläche des Materials muß sehr plan sein (Rauigkeit $<0.5\text{ }\mu\text{m}$), weil sonst der Abbildungsprozeß (Belichtung) zu ungenau wird.
- Es muß für die Anwendung ein leichtes Material sein, d. h. mit kleiner Nukleonenzahl Z , das leicht mit Röntgenstrahlung durchstrahlbar ist und nur geringe charakteristische Röntgenstrahlung verursacht.
- Es muß elektrisch leitend sein, um die auftreffenden Elektronen ableiten zu können. Ansonsten würde sich das Material aufladen und den Elektronenstrahl bei diesen niedrigen Energien ablenken.
- Es muß thermisch stabil sein, da es sich bei dem Beschuß mit Elektronenstrahlen erhitzt.
- Das Material darf nicht durch die chemischen Stoffe angegriffen werden, die während der Herstellung verwendet werden (Aceton, Alkohol, Lacke, Laugen, Säuren etc.).
- Die Lösungsmittel dürfen nicht in das Material eindringen.
- Das Material muß stabil, hart und handhabbar sein, da beim Herstellungsprozeß auch einige mechanische Belastungen zu erwarten sind (Temperaturwechsel $20\text{--}140^\circ\text{C}$, Lack-Zentrifuge, Einspannrahmen für die verwendeten Maschinen).
- Es darf nicht giftig oder anderweitig gefährlich sein, da der Produktionsprozeß für Gefahrstoffe nicht geeignet ist.

Dieser große Anforderungskatalog wird von Kohlenstoff erfüllt. Mit der Ordnungszahl 6 gehört er zu den leichten Elementen und kommt in mannigfaltigen Formen vor. Eine für diese Anwendung sehr gut geeignete Form ist der "glasartige Kohlenstoff" (glassy Carbon). Mit Härtegrad 9 (Diamant 10) ist das Material sehr resistent gegen mechanische Einwirkungen. Das Material wird aus einer flüssigen Polymer-Kohlenstoff-Verbindung gewonnen, die in eine Form gegossen und über 2 Monate bei hoher Temperatur verkocht wird. Dadurch besteht es zu 99 % aus rei-

nem Kohlenstoff mit einer diamantartigen Gitterstruktur. Da das Material aus einer Flüssigkeit entsteht, hat es eine plane Oberfläche, die fast wie ein idealer Spiegel wirkt. Speziell für die vorliegende Anwendung konnte auch eine geringe Oberflächenporosität erzielt werden. Das roh erhältliche Material wird in Platten von 20 cm Kantenlänge und einer Stärke von 3- 5 mm angeliefert. Diese Platten müssen dann für die weitere Bearbeitung in handlichere Stückchen von 2 cm Kantenlänge mit Diamantwerkzeugen zerkleinert werden. Die so erhaltenen kleinen Plättchen haben dann schon ihre endgültige Kantenlänge, werden aber nach abgeschlossener Beschichtung am Ende des Herstellungsprozesses noch von der nicht beschichteten Seite her auf 300 µm Stärke abgeschliffen.

5.1.2 Produktionsprozeß

Das Ziel des im folgenden beschriebenen Produktionsprozesses ist es, die im Computer errechnete Codierung auf ein Kohlenstoffplättchen aufzubringen. Als Ergebnis des Prozesses will man Metallstrukturen auf dem Kohlenstoff erhalten, die dann mittels Elektronenstrahlen die benötigte Röntgenstrahlung emittieren. Es existieren aus der Halbleitertechnik bekannte Verfahren, mit denen dieses Ziel erreicht werden kann. Drei von ihnen, und die damit erzielten Ergebnisse werden exemplarisch vorgestellt:

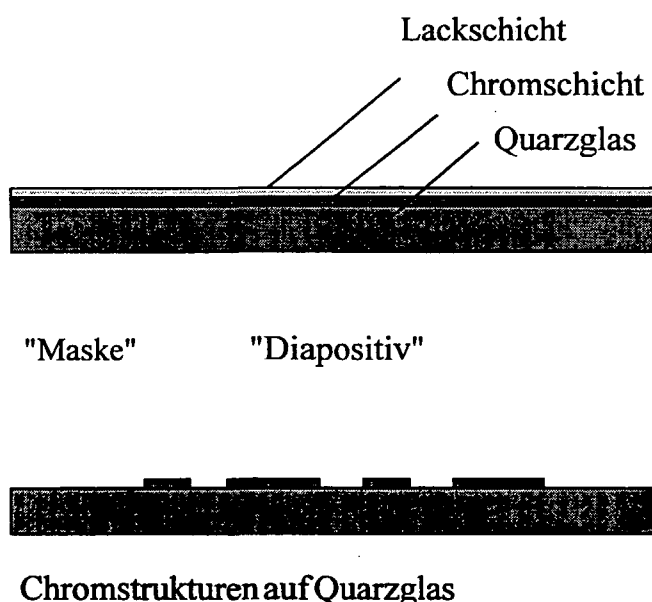


Abb. 61: Vorlage aus Quarzglas

Für alle Verfahren wird eine "Vorlage" oder "Maske" benötigt, mit deren Hilfe nachher die Belichtung der Kohlenstoffplättchen durchgeführt wird. Dieses "Dia" besteht üblicherweise aus einer Quarzglasplatte, die zunächst mit zwei Schichten versehen ist (siehe Abb. 61); einer Lackschicht, die mit einem Elektronenstrahl belichtet werden kann und darunter einer Chromschicht von ca. 250 nm, die strukturiert werden soll.

Aus dem im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Computerprogramm "Coded" erhält man die Koordinaten der Codierungselemente als eine formatierte Datei, die in die Steuerung eines Elektronenstrahlschreibers eingelesen werden kann. Dieses Gerät kann einen Elektronenstrahl zur Belichtung von photographisch beschichteten Platten mit einer Genauigkeit von bis zu 1 nm verfahren.

Die Lackschicht der Chromplatte wird nun mit dem Elektronenstrahl belichtet und die belichtete Platte photographisch entwickelt. Dabei bleiben die belichteten Lackteile stehen, und mit einer Chromätze kann das dann freiliegende Chrom abgelöst werden. Die stehengebliebenen Lackreste können anschließend mit einem Lösungsmittel entfernt werden. Hiermit erhält man (siehe Abb. 61) das gewünschte "Dia", das aus Chromstrukturen auf Quarzglas besteht.

Das Basismaterial Kohlenstoff, welches wie in Kapitel 5.1 beschrieben, in kleine quadratische und ca. 3mm starke Stückchen geschnitten wurde, wird nun gleichmäßig mit einer ca. 1,5µm dicken Lackschicht bedeckt (siehe Abb. 62).

1,5 µm Lackschicht



Glassy Carbon

Abb. 62: Photolack auf glasartigem Kohlenstoff

Die Lackschicht muß sehr eben sein, da sonst in den weiteren Prozessen Unschärfen beim optischen Abbildungsprozeß auftreten. Dies wird dadurch sichergestellt, daß der Lack auf der Oberfläche mit einer Lack-Zentrifuge verteilt wird. Dabei wird das Kohlenstoffplättchen mittels Unterdruck auf einem Rotationsteller festgesaugt (was nur mit nicht porösen Materialien möglich ist) und dann, nach Auftragen eines genügend großen Lacktropfens in die Mitte des Plättchens, in schnelle Rotation versetzt (3000 U/min). Die Lackschicht wird anschließend auf einer Heizplatte bei ca. 150° C ausgetrocknet.

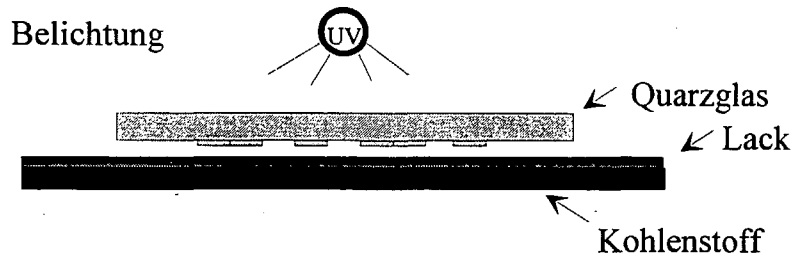


Abb. 63: Kontaktbelichtung des Lacks mit UV-Licht

Der nächste Prozeß (siehe Abb. 63) besteht aus einer Belichtung mit UV-Strahlung, wobei das Licht durch die Quarzglasplatte hindurchtritt und auf diese Weise eine Art "Kontaktabzug" auf der lichtempfindlichen Lackschicht auf dem Kohlenstoff erstellt. Hier sieht man, daß es wichtig ist, einen möglichst kleinen Abstand zwischen Quarzglasplatte und Kohlenstoffplatte zu haben, da sonst Abbildungs-Unschärfen auftreten würden. Ist der Kohlenstoff uneben, kann keine exakte Abbildung erreicht werden.

Die belichtete Kohlenstoffplatte wird entwickelt und die belichteten Lackflächen werden mit einem Lösungsmittel abgetragen (siehe Abb. 64).

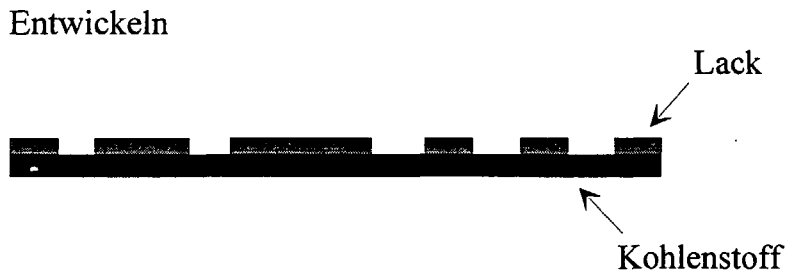


Abb. 64: Lackstrukturen auf Kohlenstoff

Dies ist die Vorlage, die im nächsten Schritt mit einer Metallschicht bedampft wird, wobei diese Schicht nicht dicker sein darf als ca. ein Drittel der Lackschichtdicke. Ansonsten können im späteren "Lift-off"-Vorgang die Schichten nicht mehr getrennt werden.

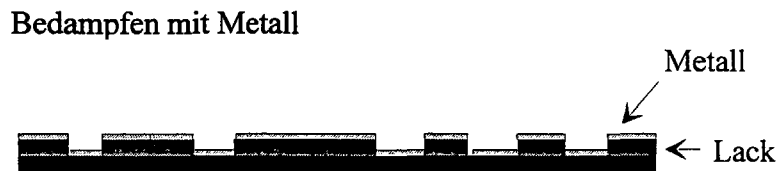


Abb. 65: Nach dem Auftragen der Metallschicht

Das Aufdampfen der Metallschicht geschah im vorliegenden Fall mit Hilfe einer Elektronenstrahlverdampferanlage. Die Metallschichtdicke betrug ca. 250 nm. Im letzten Schritt werden mit Hilfe eines geeigneten Lösungsmittels die Lackelemente vom Kohlenstoff abgelöst ("Lift-off"), wobei die Stellen, an denen sich das Metall direkt auf dem Kohlenstoff befindet, stehenbleiben. Die Belichtungszeiten, Aushärtezeiten und Lösungsmittel müssen empirisch so aufeinander abgestimmt werden, daß wirklich nur die Lackpartikel abgelöst werden. Je größer das Verhältnis der Lackschichtdicke zur Metallschichtdicke ist, um so besser können die Lösungsmittel unter den Lack kriechen, um diesen abzulösen.

Metall auf Kohlenstoff



Abb. 66: Ergebnis

Schlußendlich erhält man die Codierung mit hoher Qualität in Metall auf dem Kohlenstoff abgebildet. Selbst die kleinsten Strukturelemente werden noch sehr klar abgebildet (siehe Abb. 67).

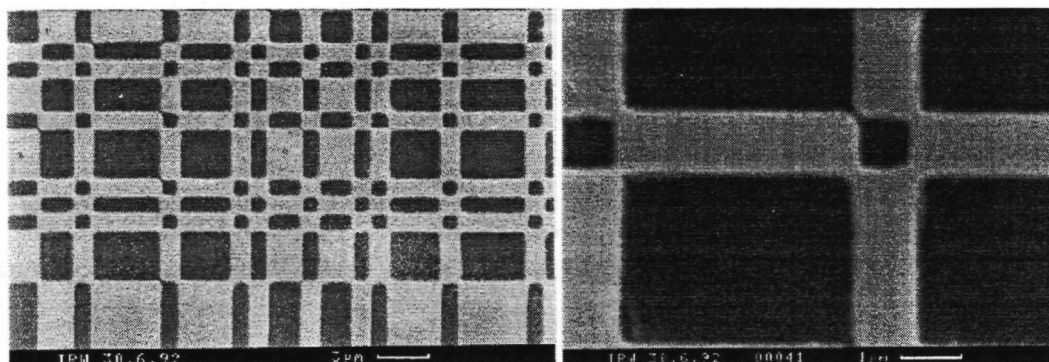


Abb. 67: Rasterelektronenbild der fertigen "Lift-off" Probe. Rechts sieht man eine Detailaufnahme Eingblendeter Maßstab rechts: 1µm

Bei der Herstellung besteht eine Auswahlmöglichkeit zwischen "Positiv-" und "Negativlacken". Durch die Lackart wird festgelegt, ob nach der Belichtung und Entwicklung der Lack dort schützend liegen bleibt, wo Licht aufgetroffen ist, oder genau umgekehrt dort, wo Schatten waren. Somit kann man mit ein und derselben Quarzglasvorlage auch das invertierte Muster hergestellt werden. Die zweite Herstellungsmethode verwendet einen Negativlack. Die Kohlenstoffplatte wird

nun zuerst mit Metall bedampft und dann mit Lackstrukturen versehen (siehe Abb.68)

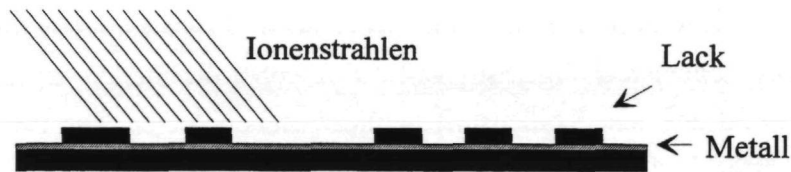


Abb. 68: Zweite Herstellungsmöglichkeit: Die Lackstrukturen befinden sich nach der Belichtung und Entwicklung schützend auf der Metallschicht

Nun gibt es zwei Möglichkeiten zur gewünschten strukturierten Metalloberfläche zu gelangen: Man bedient sich einer Säure, die in der Lage ist, das Metall wegzuzätzen ohne die Lackschicht anzugreifen, oder es wird das Verfahren des Ionenstrahlätzens (Alterung organischer Strukturen durch Strahleneinfluß) angewandt, wobei der Lack ca. 3 mal langsamer abgetragen wird als das Metall. Das Ionenstrahlätzen hat den Nachteil, daß die Flanken der Strukturen abschrägen. Um überhaupt in der Lage zu sein, mit dem Ionenstrahl zwischen die kleinen Strukturen zu gelangen und dort den Lack abzutragen, muß der Ionenstrahl in einem Winkel von ca. 20° - 30° auf das Material auftreffen. Trotzdem bleiben im Schatten der Lackstrukturen Reste stehen, die die Metallstrukturen nachher pyramidenförmig aussehen lassen (Abb. 69).

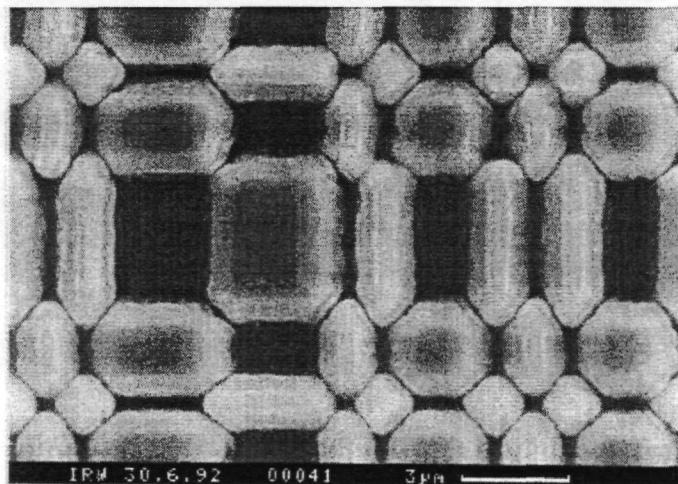


Abb. 69: Rasterelektronenbild einer Strukturierung, die mit Hilfe des Ionenstrahlätzens hergestellt worden ist

Als einfachstes Verfahren hat sich jedoch die zweite Möglichkeit erwiesen; das Wegätzen der nicht abgedeckten Metallflächen mit Hilfe einer Säure. Dies kann jedoch nur bei einigen Metallen angewandt werden. Da aus verschiedenen Gründen (siehe Kapitel 5.1.3) Chrom zum Einsatz kommt, kann vorteilhaft Chromsäure Verwendung finden. Ausgehend von der invertierten Kopie der zu erhaltenden Strukturierung in Lack auf dem mit Chrom bedampften Trägermaterial, kann die so vorbereitete Probe für kurze Zeit (30 s) in ein Tauchbad von Chromsäure gegeben werden. Dabei werden die nicht durch Lack geschützten Chromfelder abgetragen und nur die Teile, die unter dem Lack liegen, bleiben bestehen. Nachträglich wird die Lackschicht durch Lösemittel (Aceton) entfernt und man erhält die Chromstrukturen auf dem Trägermaterial. Wenn der Ätzvorgang nicht ordnungsgemäß abläuft, da z. B. die Verbindung zwischen der Lack- und der Chromschicht nicht dicht genug ist, kann es leicht vorkommen, daß man "Unterätzungen" erhält (siehe Abb. 70).

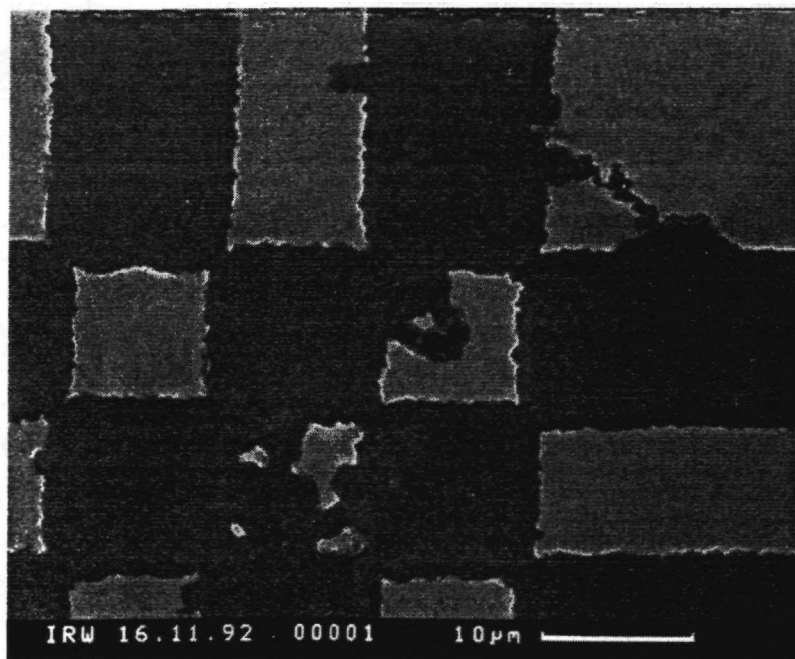


Abb. 70: Unterätzungen der Strukturen: Risse in den Elementen sind die Folge

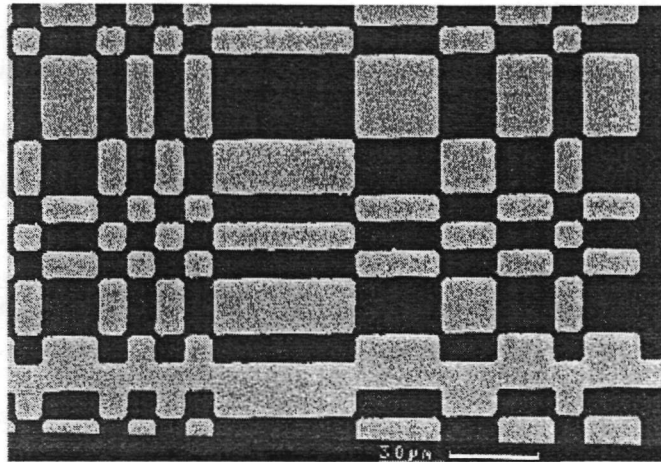


Abb. 71: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer weitgehend fehlerfreien Codierung aus Chrom auf Kohlenstoff

Wenn alle Parameter (Belichtungszeit, Ätzzeit, etc.) stimmen, kann auf diese Art und Weise ein sehr brauchbares Ergebnis erzielt werden: (siehe Abb. 71)

5.1.3 Geeignete Metalle für die Beschichtung

An das Metall, das zur Strukturierung verwendet wird, werden eine Reihe von Anforderungen gestellt:

Es muß eine möglichst große Nukleonenzahl Z aufweisen, um bei gleichzeitiger Elektronenbestrahlung mit dem Basismaterial einen möglichst großen Unterschied in der Röntgenstrahlungsintensität zu erzeugen. Des weiteren muß es auch einen relativ hohen Schmelzpunkt haben, da der größte Teil der eingestrahnten Leistung in Wärme überführt wird. Die Wärmeleitfähigkeit muß groß sein und auch der thermische Widerstand zwischen dem Metall und dem Kohlenstoffträger möglichst klein, sonst kann die Wärme nicht in die Trägerplatte abgeführt werden. Im Produktionsprozeß wird das Metall auf die Trägerplatte aufgedampft. Das ausgewählte Metall muß eine Verbindung zum Basismaterial haben, die eine möglichst glatte Oberfläche gewährleistet (vergl. Kapitel 5.1.1), da sonst die Belichtung mit der Vorlage nicht einwandfrei stattfinden kann. Röntgentechnisch muß noch beachtet werden, daß die Anregungsenergie für die K-Serie oder L-Serie sich im Bereich der verfügbaren Elektronenenergie (bis 30 keV) befinden muß.

Kupfer erfüllt diese Anforderungen. Die K_{α} -Linie von Kupfer liegt bei 8 keV und kann somit problemlos mit Elektronenenergie von über 20 keV angeregt werden. Darüberhinaus ist Kupfer eines der thermisch und elektrisch am besten leitenden Metalle und läßt sich auch sehr homogen aufdampfen.

Die Ergebnisse, die damit bei dem Produktionsprozeß erzielt werden, sind hervorragend. Die Strukturen werden sehr sauber auf dem Basismaterial abgebildet. Die Codierung auf dem Kohlenstoff scheint gelungen (vergl. Abb. 67).

Beim Einsatz im REM stellt man aber leider fest, daß sich die Struktur auf dem Kohlenstoff-Plättchen durch die Erhitzung völlig verzieht und somit selbst zerstört (siehe Abb. 72).

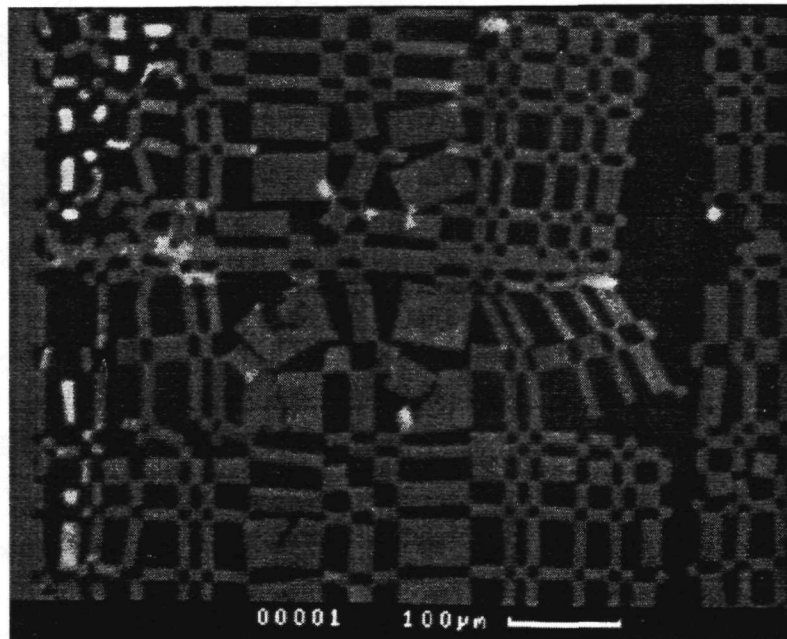


Abb. 72: Kupfer-Korrelationsarray nach Bestrahlung im Rastermikroskop

Werkstoff	Schmelztemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit $\frac{J}{cm \cdot s \cdot grd}$	Ausdehnungs- koeffizient (linear) $10^{-6} m/(m \cdot grd)$
Chrom	1890	0,67	6,2
Kupfer	1083	3,93	16,2
Molybdän	2625	1,46	5
Wolfram	3410	2	4,5
Kohlenstoff	2500	0,4186	5,5

Abb. 73: Wichtige Kennwerte der verwendeten Werkstoffe

Das ist darauf zurückzuführen, daß die thermischen Ausdehnungskoeffizienten der beiden Materialien nicht übereinstimmen (siehe Abb. 73). Bei der Auswahl des Metalls ist also auch dieser Faktor zu beachten. Damit schränkt sich die Auswahl sehr ein. Es kommt z. B. Wolfram in Frage (L- Serie, thermischer Ausdehnungskoeffizient = 4,5 nahe dem Kohlenstoff). Versuche, Wolfram aufzudampfen, scheiterten in der verwendeten Elektronenstrahl-Verdampferkammer. Die Oberfläche wurde sehr rauh. Die Temperatur des verdampften Metalls geriet schon unter den Schmelzpunkt, bevor es die Kohlenstoff-Platte erreichte. Auch wäre ein weiteres Verarbeiten von Wolfram-Oberflächen schwierig gewesen, da im beauftragten Labor dafür keine Werkzeuge vorhanden waren. Dem Kupfer (Z=29) von der Nukleonenzahl her nahestehend ist Chrom (Z=24). Der thermische Ausdehnungskoeffizient ist ähnlich dem von Kohlenstoff, und die Anregungsenergie für die K-Serie von Chrom liegt unter der nötigen Energie für Kupfer. Der Vorteil dieses Metalls ist vor allem darin zu sehen, daß der Erfahrungsschatz im Umgang mit Chrom in Halbleiterlabors sehr groß ist, da die intern verwendeten Vorlagen-Masken auch aus chrombeschichteten Trägern bestehen. Tests mit Chrom-Strukturierungen auf Kohlenstoff zeigten, daß das Problem der thermischen Belastung innerhalb des hier interessierenden Energiebereichs mit Chromstrukturen hervorragend gelöst ist. Bei Versuchen im REM zeigte sich keinerlei Veränderung der Strukturen auch bei längerer Bestrahlung mit Elektronenstrahlen von 30 keV und ca. 10 μA Elektronenstrom auf eine Kreisfläche von 5 μm Durchmesser, also mit einer Stromdichte von ca. 1,3 A/m².

5.1.4 Ergebnisse

Der Kontrast zwischen einer Chromstruktur auf dem Kohlenstoff-Träger und dem Trägermaterial selber stellte sich bei Messungen mit Hilfe eines EDX- Detektors hinter dem Kohlenstoffplättchen zu 100% heraus. Wenn der Elektronenstrahl ein Chromteilchen trifft, ist die Strahlungsintensität hinter der Anordnung doppelt so hoch, als wenn nur der Kohlenstoff-Träger getroffen wird. Das verdankt man in diesem Fall der Filterwirkung der Kohlenstoffplatte, die sowohl im wesentlichen die charakteristische niederenergetische Strahlung des Kohlenstoffs schwächt, als auch die Bremsstrahlung, die vom Chrom erzeugt wird. Die charakteristische Strahlung des Chroms jedoch tritt relativ ungehindert hindurch.

5.1.5 Die Meßanordnung zur Tomosynthese

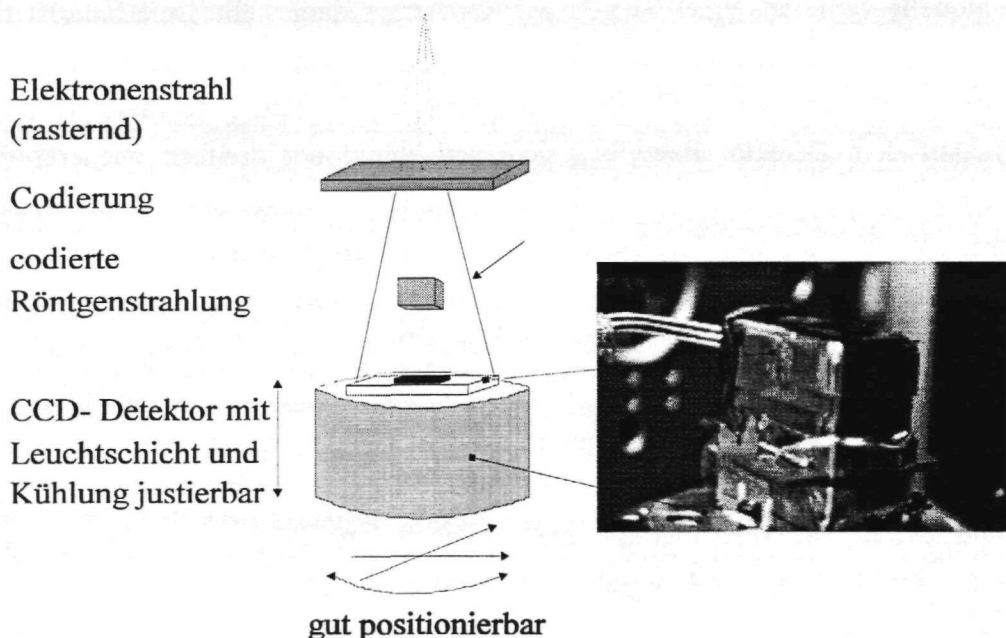


Abb.74: Speziell für die Tomosynthese mit codierter Quelle gebaute Variante der Meßanordnung

In dieser Anordnung ist der CCD-Detektor auf dem Drehtisch aufgebracht, um bis auf einige Mikrometer genau den Bereich einstellen zu können, in dem die codierte Projektion den Detektor trifft (siehe Kapitel 4.3). Bei den Messungen mit codierter Quelle erhält man die Informationen über das räumliche Aussehen der Probe nicht aus der großen Anzahl Projektionen um das Objekt herum (klassische Tomographie), sondern aus der Geometrie der Meßanordnung. Die geometrischen Verhältnisse des Meßaufbaus müssen daher genau bekannt sein, da nur hieraus

eine korrekte Tomosynthese möglich ist. Die Abstände zwischen codierter Quelle, Probe und Detektor müssen genau eingestellt und vermessen werden, ebenso der Winkel der Verdrehung zwischen der Codierung und dem CCD-Detektor. Der Verdrehwinkel ist besonders für die Korrelationsrechnung wichtig, da eine Dekorrelation mit gegeneinander verdehtem Quell- zu Dekorrelationsfeld nicht möglich ist (Korrelationsmuster sind nicht drehinvariant).

5.2 Simulations- und Meßergebnisse mit Hilfe des Codierungsverfahrens

Zur Verdeutlichung des Verhaltens des Systems Codierung-Decodierung werden im folgenden einige Simulationsergebnisse vorgestellt. Angefangen mit den periodischen Arrays ist in Abb. 75 der Abbildungsvorgang einer punktförmigen Lichtquelle mittels eines 31×31 MURA-Arrays dargestellt. Der Code ist für den Einsatz der zweidimensionalen periodischen Korrelation mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation (FFT) dreifach periodisch wiederholt (codierte Apertur M). Auf dem Detektor P ergibt sich das Abbild der dreifach wiederholten Apertur, die danach in einem weiteren Schritt mit dem Gegenarray G dekorreliert werden kann. Als Ergebnis entsteht O', welches im ersten Fall noch in der Größe des ganzen Arbeitsbereiches der periodischen Dekorrelation gezeigt ist. Im Zentrum erkennbar ist der zurückerhaltene Punkt, jedoch zusätzlich starke Störungen. Diese sind auf den nicht-periodischen Charakter der periodischen Dekorrelation außerhalb der einen betrachteten Periode im Zentrum zurückzuführen (siehe Kapitel 4.3.2). Wird dieser Gültigkeitsbereich herausgeschnitten, erhält man die exakt rekonstruierte Punktquelle zurück (zum Einsatz der FFT in dieser Anwendung siehe /51/).

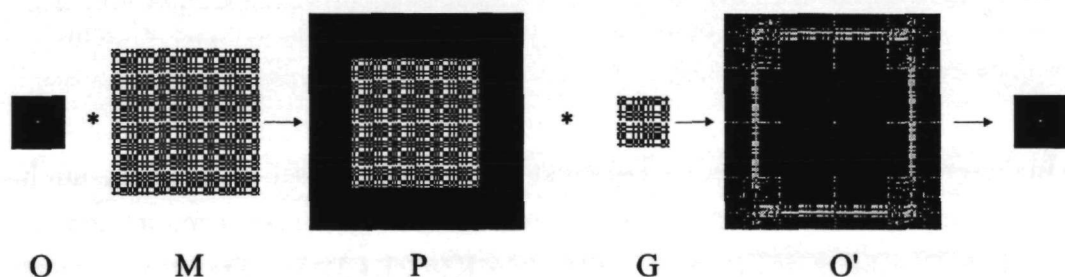


Abb. 75: Simulierte Abbildung mittels periodischer Codierung

In der nächsten Abbildung ist der gleiche Vorgang dargestellt, nur ist das Objekt diesmal eine diagonale Linie, die mit einem URA-Array abgebildet wird. Am Detektorbild P ist zu sehen, daß es nur bei ganz einfachen Strukturen noch möglich ist, auf dem Detektor das Objekt zu errahnen. Durch die Überlagerungen von vielen einzelnen Abbildungen der Maske werden die Strukturen völlig verwischt. Dennoch ist auch hier das Objekt ideal rekonstruierbar.

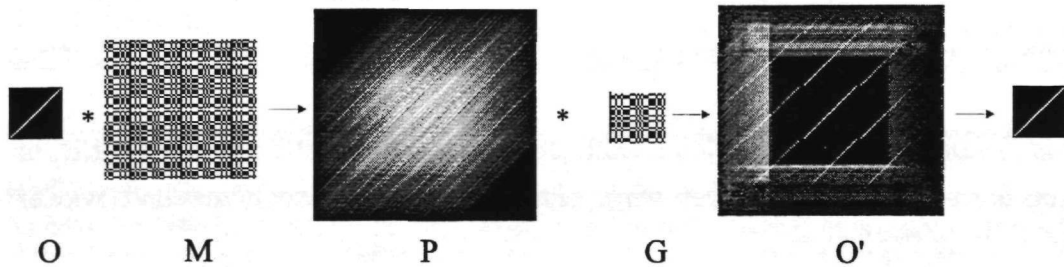


Abb. 76: Abbildung einer linienförmigen Quelle

Auch die Abbildung eines komplexeren Objektes mit Grauschattierungen führt zu einem einwandfreien Ergebnis. Besonders hinzuweisen ist auf die mehrfachen Wiederholungen des Objektes in den äußeren Bereichen (Abb. 76)

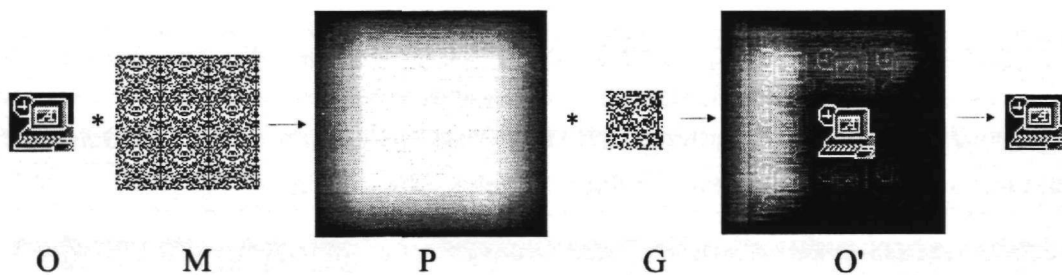


Abb. 77: Abbildung vermittelt eines M-Sequenz Arrays

Um die Simulationen mit Hilfe von optischen Messungen praktisch zu belegen, wurde folgender einfacher Versuchsaufbau verwendet (Abb. 78).

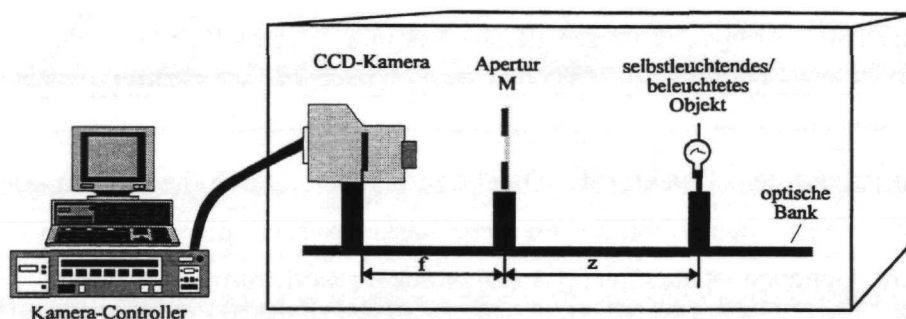


Abb. 78: Optischer Versuchsaufbau

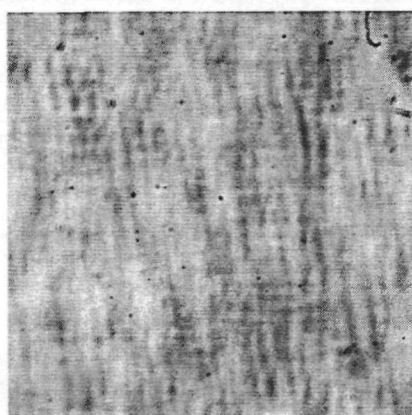
Als Testobjekt wurde eine kleine Glühlampe mit drei Leuchtfäden, wie sie z.B. in Leuchtdrucktastern verwendet wird, eingesetzt, codiert abgebildet und wieder rekonstruiert. Es handelt sich hierbei um ein relativ einfaches, wenn auch ausgedehntes, selbstleuchtendes Objekt.

Entfernung CCD-Detektor zur Apertur : $f = 150\text{mm}$

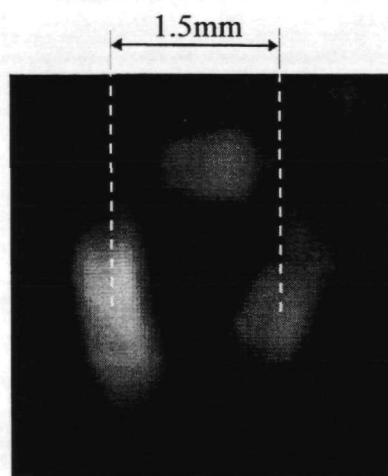
Entfernung Apertur zum Objekt : $z = 100\text{mm}$

Als Apertur wurde ein zweifach redundantes Maximalfolgenarray (periodische Codierung) mit der Basisgröße 129·127 verwendet. Die Größe der einzelnen Löcher der Apertur wurde dabei zu $40\text{ }\mu\text{m}$ gewählt.

In Abb. 79 sind dann die codierte Abbildung des Objektes auf dem CCD-Detektor und das daraus erhaltene Rekonstruktionsergebnis dargestellt.



erhaltenes Meßbild



rekonstruiertes Objekt
(vergrößerte Darstellung)

Abb. 79: Detektorbild und Rekonstruktion eines dreigeteilten Glühfadens

Im Meßbild selbst sind praktisch keine Strukturen der Maske oder des Objektes mehr zu erkennen. Die vereinzelt schwarzen Punkte im Meßbild werden durch Staubablagerungen auf der Apertur und auf der CCD-Kamera verursacht. Aus diesem Meßbild erhält man durch die Dekorrelation mit dem geeigneten Gegencode und nachfolgender Iterationsrechnung das rechts dargestellte rekonstruierte Objekt zurück.

Dabei sind die drei einzelnen leuchtenden Glühfäden der Lampe deutlich sichtbar. Die Glühfäden werden allerdings nur sehr unscharf abgebildet, da die Auflösung des Abbildungssystems begrenzt ist.

Die maximal theoretisch erreichbare Auflösung des Objektes bei der gewählten Vergrößerungsstufe läßt sich mit Hilfe folgender Gleichung berechnen:

$$\Delta x = \frac{z+f}{f} \cdot c = \frac{100\text{mm} + 150\text{mm}}{150\text{mm}} \cdot 40\text{ }\mu\text{m} \approx 66\text{ }\mu\text{m}$$

Details im Objekt, die kleiner als 66 μm sind, können somit generell nicht mehr dargestellt werden. Dieser Wert stellt aber den Idealfall dar, der aufgrund der Diskretisierung der codierten Abbildung durch den CCD-Detektor und durch die verwendete Apertur, mit im Vergleich zu den Detektorelementen zu kleinen Öffnungen (40 μm zu 27 μm) nicht erreicht werden konnte (Kapitel 4.3.2).

Da die Dicke eines einzelnen Glühfadens aber nur im 100 μm Bereich liegt, ergibt sich in der Rekonstruktion eine entsprechende Unschärfe (Dicke ca. 500 μm). Der Abstand der beiden äußeren Glühfäden hingegen kann aus der Rekonstruktion zu 1.5 mm ermittelt werden, was dem realen Abstand entspricht.

Die Störungen im Meßbild durch die Staubablagerungen wirken sich hingegen in der Rekonstruktion nicht erkennbar aus, da es sich dabei um nicht korrelierte Muster handelt, gegen die das Decodierungsverfahren relativ unempfindlich ist.

Im nächsten Abschnitt werden die tomographischen Möglichkeiten der periodischen Codierung an einem simulierten Beispiel dargestellt. Das Objekt besteht aus Zahlen, die hintereinander die Schichten des Objektes darstellen. Beim Projektionsprozeß ergibt sich ein völlig überlagertes Bild der Schichten, die dann in der Rückrechnung, wiederum unter Zuhilfenahme der Iterationsrechnung, gut getrennt werden können (Abbildung 80).

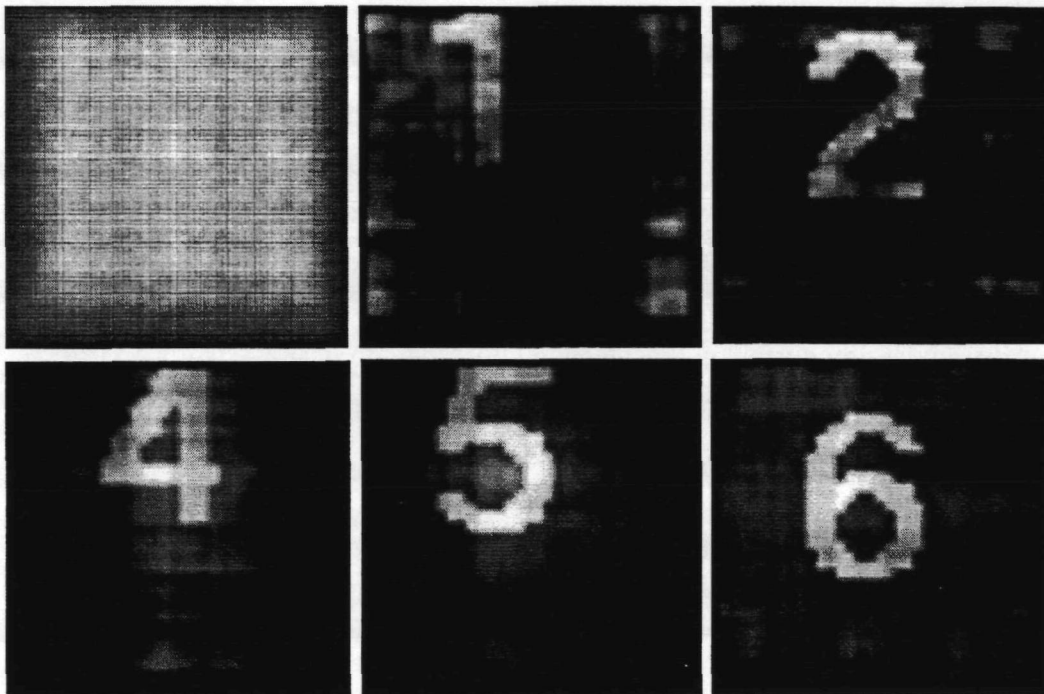


Abb. 80: Detektorbild und tomosynthetisch rekonstruierte Schichten

Die nachfolgende Abb. 81 zeigt zunächst noch einmal die Simulation einer Abbildung mit Hilfe einer aperiodischen Codierung und deren Rückrechnung.

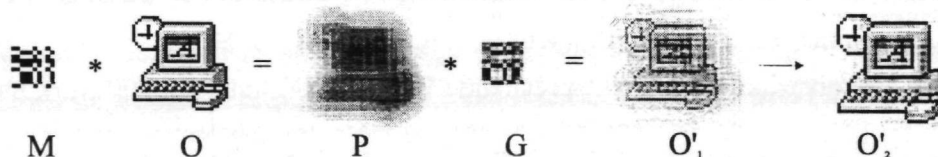


Abb. 81: Simulation der aperiodischen Codierung/Decodierung mit nachfolgender Iteration

Hier ist der Erfolg der Iteration auch bei komplexeren Objekten erkennbar. Eine Simulation der Tomosynthese mit Hilfe der aperiodischen Codierung zeigt gute Erfolge für Objekte, die in der Größenordnung der Kantenlänge der Codierung liegen (Abb. 82). Es handelt sich um zwei Geraden, die senkrecht zueinander verlaufen und die sich beim Projektionsvorgang um eine halbe Vergrößerungsstufe voneinander unterscheiden. Nach der Iteration sind die Geraden einwandfrei trennbar.

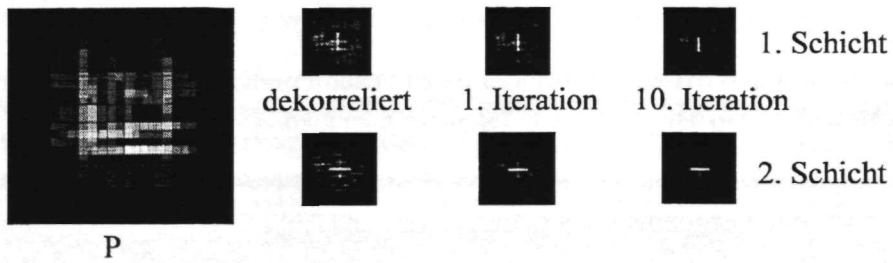


Abb. 82: Simulierte Tomosynthese mit aperiodischer Codierung

Eine gemessene Abbildung mit einer aperiodischen Codierung findet sich in Abb. 83. Hierbei wurden wieder die Glühwendel aus dem periodischen Experiment verwendet. Auch in diesem Fall lassen sich die Glühwendel gut rekonstruieren. Die Auflösung ist in diesem Fall noch geringer als beim periodischen Experiment, da die verwendete Apertur mehr als dreifach größere Öffnungen enthielt ($150\text{ }\mu\text{m}$).

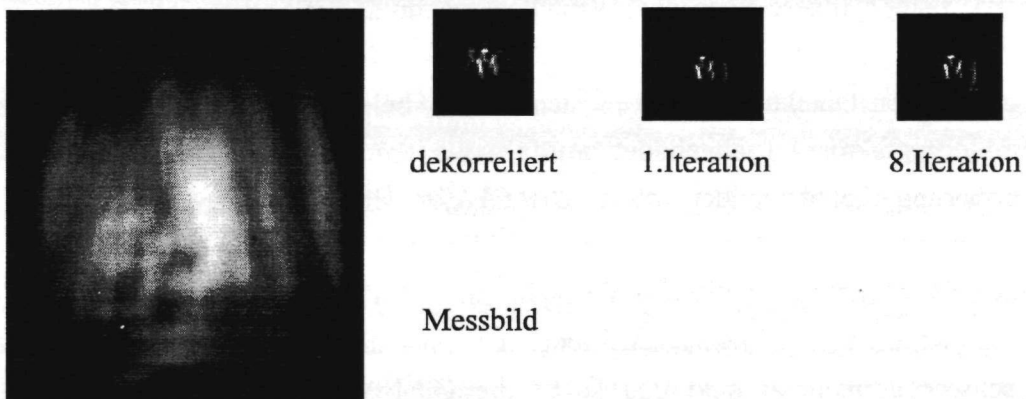


Abb. 83: Mit aperiodischer Codierung gemessene Glühwendel

Auch ausgedehnte Objekte, wesentlich größer als die Apertur, lassen sich rekonstruieren. Dies ist in Abb. 84 dargestellt.

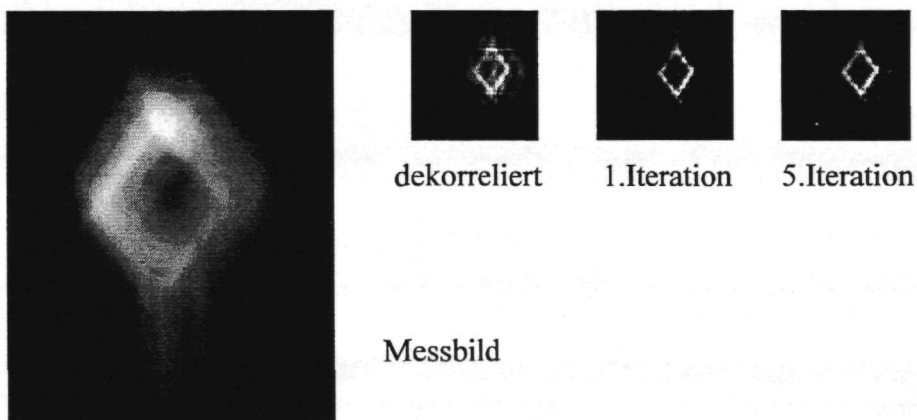


Abb. 84: Abbildung eines flächigen Objektes

Bei der Erstellung einer Tomosynthese ist zu beachten, daß Objekte nur dann noch einwandfrei trennbar sind, wenn sie sich in der Größenordnung der Kantenlänge der Codierung befinden. Aber auch größere Objekte können bei Vorwissen über das zu erwartende Ergebnis noch getrennt werden (Abb. 85).

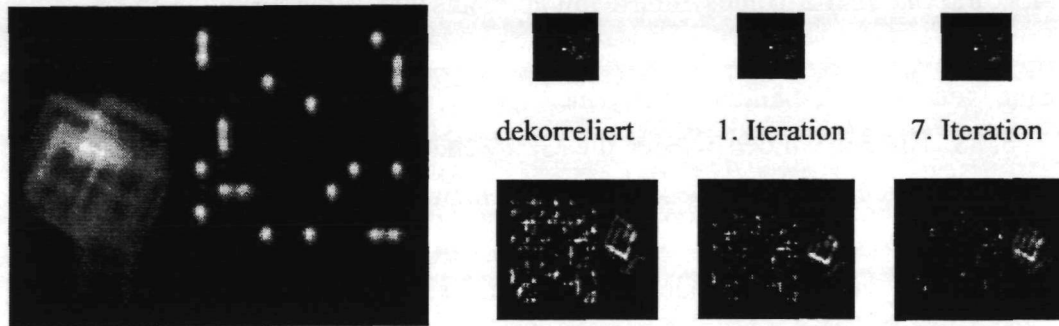


Abb. 85: Tomosynthese eines zu großen Objektes mit aperiodischer Codierung

Bei den beiden Objekten handelt es sich um ein beleuchtetes Viereck, das mit Vergrößerungsfaktor 1,1 abgebildet wurde, sowie rechts einem Punkt der mit Vergrößerung 3,5 abgebildet wurde. Die Objekte sind noch trennbar, da ihre Projektionen sich nicht überlagern. Anderenfalls ist eine Decodierung nicht mehr möglich. Bezüglich der optischen Versuche sei darauf hingewiesen, daß Effekte der ungleichmäßigen Objektausleuchtung und nicht diffusen Streuung (Reflexe) nur schwer vermeidbar sind und somit die Qualität der Ergebnisse negativ beeinflussen. Diese ungleichmäßige Ausleuchtung ist in den Rekonstruktionen auch direkt sichtbar, wenn die Helligkeitsverteilung des rekonstruierten Quadrates betrachtet wird (Abb. 84).

6. Weitere Einsatzmöglichkeiten von codierten Systemen

Im folgenden Abschnitt werden verschiedene Anwendungsmöglichkeiten von Codierungen kurz vorgestellt.

Impuls-Radar Systeme

Bei der Impuls-Radartechnik /52/ wird vom Sender ein impulsförmiges Signal $s(t)$ und der Energie E_0 in einem engen Raumwinkel ausgesandt. Das Signal wird von Objekten im Abstand R reflektiert und aus der Laufzeit vom Aussendezeitpunkt bis zum Empfang der Reflektion ($2R/c$, mit c =Lichtgeschwindigkeit) auf den Abstand des Objektes geschlossen. Die Entfernungsauflösung wird mit abnehmender Impulslänge linear besser. Eine kürzere Impulsdauer jedoch, zusammen mit der $\sim R^{-4}$ bei nichtspiegelnder Reflexion geringer werdenden Empfangsenergie und einer in technischen Systemen begrenzte maximale Amplitude, führen schnell zu einer Empfangsenergie E , die keine Detektionssicherheit mehr gewährleistet. Ein Ausweg aus diesem Dilemma liegt darin, die Impulsbreite, und damit die Energie des Signals zu vergrößern, aber das Signal so zu codieren, daß bei Korrelationsempfang am Ausgang des Korrelationsfilters die Breite der Autokorrelationsfunktion die gewünschte Auflösung ermöglicht.

Durch die nachgeschalteten Prozessoren kann dann auch noch eine Nachbearbeitung der Signale stattfinden, so z. B. eine Dopplerfilterung zur Festzielunterdrückung und eine "nichtkohärente" Integration zur Zusammenfassung der durch die Antennendrehung aufeinanderfolgenden Reflexionen desselben Ziels.

Dieses Verfahren der "Impulskompressionstechnik" findet prinzipiell auch Anwendung in Sonar-Systemen zur Unterwasser-Schallortung.

Dauerstrich-Radarsystem

Diese Art Radarsystem verwendet im Gegensatz zur Impulsradartechnik ein kontinuierliches Sendesignal, womit durch gute Messung der Dopplerverschiebungen, Radialbewegungen des Ziels erfaßt werden können /53/. Die hohen Spitzenleistungen der Impulstechnik werden vermieden und somit günstigere Verstärkersysteme einsetzbar. Entfernungsmessungen sind nur möglich, wenn das Signal des Dauerstrich-Radars moduliert wird. Korrelationsfolgen mit guter periodischer Autokorrelationsfunktion sind hierzu hervorragend geeignet. Jedoch muß im praktischen Einsatz dafür vorgesorgt werden, daß Signale von Objekten die Normal die Periodendauerlaufzeit vom Sender/Empfänger entfernt sind, nicht als

identisch klassifiziert werden. Dazu werden die Signale periodisch, aber mit wechselnden Taktraten zu Kennzeichnung ausgesandt. Die sich ergebenden Doppeldeutigkeiten müssen beachtet werden. Für den Masseneinsatz z. B. im Straßenverkehr müssen große Folgenfamilien verwendet werden, so daß eine Beeinflussung der einzelnen Geräte untereinander auszuschließen ist.

Satelliten-Navigationssysteme

Laufzeitmessung nach dem Radar-Prinzip werden bei großer Entfernung und gleichzeitiger hoher Genauigkeit schwierig. Zum einen schwindet die Energie des Signals mit der 4. Potenz der Entfernung, zum anderen muß die Wiederholrate beim Impulsradar zur Vermeidung von Meßvieldeutigkeiten entsprechend bei großer Entfernung abgesenkt werden. Für Satellitennavigationssysteme sind somit grundsätzlich zwei unterschiedliche Verfahren zu unterscheiden: die aktive - und die passive Entfernungsmessung. Bei der aktiven Messung wird eine vom Sender ausgesandte Korrelationsfolge von einem Transponder zurückgesandt, wodurch sich die Energie nur noch mit dem Quadrat der Entfernung vermindert. Im Sender/Empfänger kann dann das zurückgesandte Signal synchronisiert werden und durch die Zeitverschiebung der Sende - zur Empfangsfolge die Laufzeit und die Entfernung bestimmt werden. Die Synchronisation und damit die Entfernungsmessung kann durch geeignete lange Folgen verbessert werden.

Um nun eine genaue Navigation zu ermöglichen, werden die Signale über zwei verschiedene geostationäre Satelliten geleitet. Aus den Laufzeitunterschieden zu den beiden Satelliten läßt sich der genaue Längen - und Breitengrad des Transponders bestimmen. Bei drei Satelliten ist es für Flugzeuge sogar möglich, zusätzlich noch die Höhe mitzubestimmen. Die Berechnungen werden bei diesem aktiven System von einer Bodenstation aus gemacht und der Transponderstation über den Signalweg des Transpondersignals mitgeteilt.

Das passive System ist bekannt unter dem Namen NAVSTAR GPS (Global Positioning System). In seiner zivilen Variante /54/ werden zu einer weltweiten Bedeckung 12 Satelliten benötigt und drei Grundstationen. Als Signal sendet jeder Satellit eine eigene charakteristische Gold-Folge aus. An Bord jedes Satelliten befindet sich eine Atomuhr, die die Aussendungen der einzelnen Satelliten synchronisieren. Der Empfänger des Nutzers muß nun auch synchron zur Atomzeit laufen und kann aus den Laufzeiten der drei Satelliten seine geographische Position bestimmen. Ohne Atomzeit im Empfänger kann man eine Synchroni-

sation über den Empfang eines vierten Satellitensignals erreichen und somit auch mit quarzgenauer Zeit ein Ergebnis mit einer Ortsgenauigkeit von < 100 m erzielen.

Codemultiplex-Technik

Im Gegensatz zu Frequenzmultiplex-Verfahren, die für jedes zu übertragende Signal einen festen Unterkanal benötigen, überlagern sich die codierten Trägersignale sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich. Die Kreuzkorrelationsfunktion der Trägersignale verschwindet nicht für alle Zeitpunkte t (wie beim Frequenzmultiplex-Verfahren), wird jedoch nur geringe Amplitudenwerte haben. So ergibt sich ein bedarfsabhängiger Zugriff auf einen gemeinsamen Kanal. Als Trägersignale kommen z. B. quasiorthogonale Funktionen in Frage bzw. binäre Codes. Der Vorteil der Codemultiplex-Übertragung liegt neben dem asynchronen Verhalten in der Breitbandigkeit der übertragenen Signale. Durch die spektrale Spreizung sind die Signale unempfindlicher gegen schalbandige Störungen als Frequenzmultiplex-Verfahren. Durch diese Eigenschaften eignet sich das Verfahren gut für Mobilfunkanwendungen und steht als Kandidat für kommende Digital-Funknetze zur Diskussion /56/.

Testsignale und Scrambler

Periodische m -Folgen lassen sich gut zur Messung der Fehlerwahrscheinlichkeit von Datenübertragungseinrichtungen verwenden, da sie leicht über Schieberegister erzeugt werden können. Dabei ist zu beachten, daß das "Gedächtnis der Schaltung" um einen wirklichen Zufalls-Test zu erhalten, nicht größer als die Länge der Folge sein darf. Wenn in Digitalsystemen lange 0 oder 1 Folgen erzeugt werden, erschwert dies die Synchronisation der digitalen Übertragung, da aus den Daten kein Takt mehr synthetisiert werden kann. Eine einfache Lösung besteht nun darin, die zu übertragenden Daten durch eine $\bmod 2$ -Addition mit einer Pseudozufallsfolge zu modifizieren. Im Empfänger kann die ursprüngliche Folge durch nochmalige $\bmod 2$ -Addition derselben Folge zurückgewonnen werden.

Systemmeßtechnik

Immer wenn es gilt, Einzelimpulse begrenzter Amplitude und zu geringer Energie zu messen, und man demzufolge einen schlechten Signal-Störabstand erhält, ist der Einsatz einer Korrelationsfolge ratsam. Wieder gilt, daß die Autokorrelationsfunktion möglichst impulsförmig sein muß und ein gutes HNV besitzen soll. Der Hauptwert muß so schmal sein, daß sich das System im Frequenzraum so verhält,

wie bei Anregung durch einen einzigen Impuls. Hierbei können aperiodische Folgen Verwendung finden, oder, wenn die Antwort des zu messenden Systems kürzer als die Periode der Folge ist, auch periodische Folgen. Es sind Anwendung aus der Akustik /57/, Mobilfunktechnik /58/ und Industrie /59/ bekannt. In der Physik findet das Verfahren der Korrelationsmessung Einsatz z. B. im Bereich der Neutronenflugzeit Spektroskopie ("neutron time-of-flight" spectroscopy (TOF)) zur Erhöhung der Meßgenauigkeit durch Verkürzung der Meßzeit aufgrund der erzielten höheren Signalintensitäten /60, 61/.

Strahler mit codierter Apertur

Eine Anordnung von Sendern, Antennen oder allgemein Strahlern, die räumlich hintereinander angeordnet sind, kann man durch entsprechende in Amplitude oder Phase verschobene Ansteuerung zu einem gerichteten Sende- bzw. Empfangsverhalten veranlassen. Hierbei sind Anwendungen aus der Akustik (Lautsprecherzeile oder -array, bei zweidimensionaler Anordnung), Hochfrequenz- und Radartechnik bekannt. Der Zusammenhang zwischen Anordnung der Strahler und ihrem Richtdiagramm ergibt sich aus der Überlagerung der Strahlungsbeiträge der einzelnen Strahler. Wird jeder Strahler als Quelle einer Kugelwelle betrachtet, so ergibt sich nach dem Huygensschen Prinzip an jedem Ort im Fernfeld der Strahler eine Überlagerung der einzelnen Wellen unter Berücksichtigung ihrer Phasenverschiebung aufgrund der unterschiedlichen Lauflänge der Strahlung. Bei Positionierung der Strahler in einer Anordnung im Raum, die z. B. den Einsen in einer Folge entspricht, gilt für die Autokorrelationsfunktion der empfangenen Wellenfronten die gleiche Abhängigkeit von der Lauflänge der Strahlung. Bei vielen Problemen können auch binäre Strahler aufgebaut werden (mit 1 und -1), indem man einfach die Phase des Sendesignals invertiert (z. B. in der Elektroakustik). Eine Lautsprecherzeile wird durch einfaches Verpolen codiert angesprochen und erzeugt eine wesentlich bessere Rundstrahlcharakteristik als bei gewöhnlicher Verschaltung /62/. Sinngemäß können auch große Parabolspiegelantennen angesteuert werden, um eine Antennenanordnung mit einer besseren Richtcharakteristik und einer höheren Auflösung zu erzeugen. Beispielanordnung von Strahlern mit nur 7 Positionen, wobei die Antennen auf den Positionen der eins zu stehen kommen:

$$s(n)=1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1$$

und einer Autokorrelationsfunktion:

$$\varphi_{ss}=1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 4\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1.$$

Der Gleichanteil kann ausgeglichen werden. In der Radartechnik kann ähnliches durch Kombination mehrerer Radarquellen oder mehrerer Aufnahmen nacheinander aus einer Kreisbahn erreicht werden (Synthetic-Aperture-Radar - zweidimensionales bildgebendes Verfahren) /63/.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Aufbauend auf Arbeiten zur Mikrotomographie /1/ wurde die Qualität der direkten dreidimensionalen Rekonstruktion aus zweidimensionalen Röntgenprojektionen signifikant verbessert. Bei Ortsauflösungen im Bereich einiger μ -Meter muß auch eine Justierbarkeit und mechanische Stabilität in dieser Größenordnung gefordert werden. Um diese Reproduzierbarkeit sicherzustellen, wurden eine Reihe von Maßnahmen auf ihre praktische Einsatzfähigkeit untersucht. Die Verbesserungen umfaßten eine Fehlerabschätzung geometrischer Fehljustierungen mit Hilfe dreidimensionaler Simulationen, eine verbesserte Messung der Projektionsgeometrie sowie die Implementierung der Projektionsdatenvorverarbeitung und verbesserte Rückrechnung mit Hilfe der dreidimensionalen gefilterten Rückprojektion. Durch Einsatz von Eichobjekten bei der Aufnahme der Projektionen war eine wesentlich bessere Bestimmung der Meßgeometrie möglich. Bei der nachträglichen geeigneten Visualisierung (Animationen der Projektionsbilder) wurden dabei die geometrischen Verhältnisse deutlich. Durch Einsatz gesonderter Rückrechnungen von relevanten Schichten zur Rotationsachsenfindung und Mittelebenenbestimmung konnten die exakten Rückrechnungsparameter bestimmt werden. Rückrechnungen von simulierten Projektionsdatensätzen, unter Berücksichtigung möglicher Fehleinstellungen der geometrischen Kennwerte, bestätigten die Wirksamkeit der getroffenen Korrekturmaßnahmen. Eine Reihe von Messungen an verschiedenen, auch bekannten Proben, bestätigte die erzielte Qualität der mikrotomographischen Rekonstruktionen. Sowohl die Geometrievermessung als auch die dadurch erzielte Auflösung wurden wesentlich verbessert.

Des weiteren wurden das Potential von codierten Aperturen und Quellen für Röntgenradiographie und Tomographie abgeschätzt und entsprechende Vorversuche vorgenommen. Ein Simulationssystem für codierte Radiographie und Tomosynthese wurde erstellt und die entsprechenden Rückrechnungsalgorithmen implementiert. Möglichkeiten zur Fertigung von codierten Aperturen und Quellen wurden untersucht. Infrage kommende Materialien und Herstellungswege wurden auf Tauglichkeit getestet und mit Hilfe der Möglichkeiten der Halbleiterherstellung codierte Strukturen in der Größenordnung von Strukturelementgrößen

bis hinab zu 1 μm Kantenlänge hergestellt. Erste Messungen damit wurden vorgenommen und der Erfolg der getroffenen Maßnahmen bestätigt.

Die Arbeiten zur codierten Quelle zeigten die erheblichen Schwierigkeiten dieser Meßmethode sowohl in theoretischer als auch in praktischer Hinsicht auf. Dennoch sollte man das erhebliche Potential dieser Methode für Anwendungen, die über Röntgentomographie hinausgehen, nicht verkennen. Diese Arbeit lieferte dazu eine Reihe von vielversprechenden Ansätzen und Ergebnissen.

Weitere Verbesserungsmöglichkeiten für die klassische Mikrotomographie und die codierte Quelle wurden aufgezeigt und sollten in zukünftigen Arbeiten verfolgt werden. Des weiteren ist der Einsatz der kodierte Apertur für röntgenemissionstomographische Experimente geplant und zur Unterdrückung von unkorrelierten Störungen bei Experimenten mit Röntgen- und Lichtstrahlung.

8. Literatur

- /1/ G. Fuhrmann,
"Entwicklung eines Mikrotomographiesystems als Zusatz für
Rasterelektronenmikroskope", Berichte des Forschungszentrums Jülich,
2718, D 82, (Diss. RWTH Aachen), 1992
- /2/ H. E. Johns and J. R. Cunningham,
"The Physics of Radiology", Charles C Thomas, Springfield-Illinois-U.S.A.,
1971
- /3/ W. Schaaffs,
"Erzeugung von Röntgenstrahlen", Handbuch der Physik, Band 30
Röntgenstrahlen, Springer Verlag, 1957
- /4/ E. Storm,
"Calculated Bremsstrahlung Spectra from Thick Tungsten Targets", Phys.
Rev. A, Vol. 5, No. 6, (June 1972), S. 2328-2338
- /5/ A. Rose,
"Vision: Human and Electronic", Plenum Press, New York, 1973
- /6/ U. Fano,
"Ionization Yields of Radiations, II. The Fluctuations in the Number of
Ions", Phys. Rev., Vol. 72, (1948), S. 26ff
- /7/ H. Ullmaier,
"Detektoren für Röntgenstrahlung", 18. IFF-Ferienkurs "Synchrotron-
strahlung in der Festkörperforschung", Vorlesungsmanuskriptsammlung,
KFA Jülich, (1987), S. 701-728
- /8/ Datenblatt zu CCD 05-30 Series Scientific Image Sensors, EEV,
Waterhouse Lane, Chelmsford, Essex CM12QU, England (1990)
- /9/ H. H. Barrett, W. Swindell,
"Radiological Imaging", Academic Press, 1981

- /10/ L.A. Feldkamp, L.C. Davis and J.W. Kress,
"Practical cone-beam algorithm", J. Optical Soc. of America, Vol. 1, (June 1984), S. 612-619

- /11/ B.D. Smith,
"Cone-beam tomography: Recent Advances and a Tutorial Review", Optical Engineering, Vol. 29, No.5, (May 1990), S. 524-534

- /12/ P. Grangeat,
"Mathematical Framework of Cone Beam 3D Reconstruction via the First Derivative of the Radon Transform", in: "Mathematical Methods in Tomography" von G.T. Herman, A.K. Louis, F. Natterer (Hrsg), Springer Verlag, 1990

- /13/ Lawrence Livermore National Laboratory 1990,
"Energy&Technology Review", (Nov 1990), S. 21

- /14/ G. Wallgren,
"Biophysical Analysis of the Formation and Structure of Human Fetal Bone", Acta paediatrica, Suppl. 113, Stockholm, (1957), S. 18

- /15/ G.K. Skinner,
"Imaging with coded aperture masks", Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research 221, (1984), S. 33-40

- /16/ N.M. Ceglio, D.W. Sweeney,
"Zone Plate Coded Imaging: Theory and Applications", Progress in Optics, Vol. XXI, North Holland Physics Publishing, Amsterdam (1984), S. 289-354

- /17/ L. Mertz, N. O. Young,
"Fresnel transformation of images", Proc. Int. Conf. Optical Instrumentation, (1961), S. 305

- /18/ R. H. Dicke,
"Scatter-hole cameras for x-rays and gamma-rays", Astrophys. J. 153, (1968), S. 101

- /19/ H. Stark, R. Naab,
"Application of optimum coding sequences to computerized classical tomography", Applied Optics, Vol. 17, No. 19, (Oct. 1978), S. 3133 ff
- /20/ H. Weiss, E. Klotz, R. Linde,
"Flashing tomosynthesis: three-dimensional X-ray imaging" (Philips GmbH Forschungslaboratorium Hamburg) Acta Electronica, Vol.22, Nr. 1, (1979), S. 41-50
- /21/ I.E. Magnin, R. Goutte, M. Amiel,
"Digital coded images", Proc. of the SPIE 397, (1983), S. 268-273
- /22/ I.E. Magnin, R. Goutte,
"Three dimensional reconstruction in coded-source imaging" ,MELECON 85/Vol. II: digital signal processing, IEEE, (1985), S. 221-225
- /23/ I.E. Magnin, F.C. Peyrin, M. Amiel,
"Reconstruction of object by iterative coded-source image deconvolution", Signal Processing 8, (1985), S. 153-162
- /24/ N. Ohyama, T. Honda, J. Tsujiuchi,
"Tomogram Reconstruction using advanced coded aperture imaging", Optics Communications, Vol. 36, No. 6, (1981), S. 434-438
- /25/ H. Weiss, E. Klotz, E. Linde, G. Rabe, U. Tiemens,
"Coded aperture imaging with X-rays (flashing tomosynthesis)" Optica Acta, Vol. 24, No. 4, (1977), S. 305-325
- /26/ Y. Chen, M. Yamanaka et al.,
"Three dimensional reconstruction of laser-irradiated targets using coded aperture cameras", Optics Communication, Vol. 71, No. 5, (1989), S. 249-255
- /27/ J. Yaguang, C. Linsen,
"Optical tomography- a new holographic inverse filter technique for three-dimensional X-ray imaging", SPIE, Vol. 673, Int. Conf. on Holography Appl., (1986), S. 550-553

- /28/ F. J. Mac Williams, N. J. A. Sloane,
"Pseudo Random Sequences and Arrays", Proceedings of the IEEE, Vol. 64,
No. 12, (Dez. 1976), S. 1715-1730

- /29/ H.D. Lüke,
"Korrelationssignale: Korrelationsfolgen und Korrelationsarrays in
Nachrichten- und Informationstechnik, Meßtechnik und Optik", Springer-
Verlag, Berlin Heidelberg, 1992

- /30/ E.E. Fenimore and T.M. Cannon,
"Tomographical imaging using uniformly redundant arrays", Applied
Optics, Vol. 18, (1979), S. 1052-1057

- /31/ H. Weiss,
Philips Forschungslaboratorium Hamburg, Vortragsmitschrift: "Mehr-
dimensionale Systemtheorie" des FA 1 der NTG, München, (1980)

- /32/ E.E. Fenimore and T.M. Cannon,
"Uniformly redundant arrays: digital reconstruction methods", Applied
Optics, Vol. 20, (May 1981), S. 1858-1864

- /33/ D. Calabro, J.K. Wolf,
"On the synthesis of two-dimensional arrays with desirable correlation
properties", Information and Control, No. 11, (1968), S. 537-560

- /34/ W.E. Smith, H.H. Barrett,
"Linear estimation theory applied to the evaluation of a priori information
and system optimization in coded-aperture imaging", Optical Soc. of
America, Vol. 5, No. 3, (1988)

- /35/ E.E. Fenimore, T.M. Cannon,
"Coded aperture imaging with uniformly redundant arrays", Applied Optics,
Vol. 17, (1978), S. 337-347

- /36/ A. Goldwurm, K. Byard, A.J. Dean, C.J. Hall, J.S.J. Harding,
"Laboratory images with HURA coded apertures", Astronomy and
Astrophysics, Vol. 227, (1990), S. 640-648

- /37/ S.R. Gottesman, E.E. Fenimore,
"New Family of binary arrays for coded aperture imaging", Applied Optics,
Vol. 28, (1989), S. 4344-4352

- /38/ R.H. Barker,
Jackson W. (ed.) "Group synchronizing of binary digital systems",
Communication Theory, Butterworth/London, 1953

- /39/ L.D. Baumert,
"Cyclic Difference Sets", Springer Verlag, 1971

- /40/ H. Eggers,
"Synthese zweidimensionaler Folgen mit guten Autokorrelations-
eigenschaften", Dissertation , RWTH Aachen, 1986

- /41/ L. Bömer,
"Sequenzen und Arrays mit guten aperiodischen und periodischen
Autokorrelationsfunktionen", Dissertation RWTH Aachen, VDI-Verlag
Düsseldorf, 1991

- /42/ S.W. Golomb, H. Taylor,
"Two-dimensional synchronization patterns for minimum ambiguity", IEEE
Trans., Vol. 28, (1982), S. 600-604

- /43/ C.M. Brown,
"Multiplex Imaging and Random Arrays", Dissertation, Univ. of Chicago,
1972

- /44/ H.D. Lüke,
"Signalübertragung", Springer Verlag, 1983

- /45/ J. Laumann,
"Untersuchung der Korrelationseigenschaften von Empfangsfiltern für
inkohärente Sendearrays bei bildgebenden Meßverfahren", Dipl.-Arbeit
RWTH Aachen, 1993

- /46/ G. Maess,
"Vorlesung über numerische Mathematik I Lineare Algebra", UTB Große
Reihe, ISBN 3-7643-1675-6, 1988

- /47/ P. Laudet, J.P. Roques,
"Iterative algorithm to improve the separating power on coded aperture images", Applied Optics, Vol. 28, No. 4, (Feb. 1989), S. 755-758
- /48/ S. Bronstein,
"Taschenbuch der Mathematik", Verlag Harri Deutsch, 1979
- /49/ E.E. Fenimore, T.M. Cannon,
(Los Alamos Sci. Lab., Univ. of California, Los Alamos, NM, USA)
"Coded aperture imaging: many holes make light work", Optical Engineering, Vol. 19, No. 3, (1980), S. 283-289
- /50/ C.E. Shannon,
"A Mathematical Theory of Communication", Bell Syst. Techn. J., Vol. 27, (1948), S. 379 - 423
- /51/ W. Becker,
"Dekodierungsverfahren für zweidimensionale Signale unter Einsatz von Neuronalen Netzen", Diplomarbeit Forschungszentrum Jülich, 1993
- /52/ A.M. Klein, M.T. Fujita,
"Detection performance of hard-limited phase-coded signals", IEEE Trans., Vol. 15, (1979), S. 795-802
- /53/ D.F. Albanese, A.M. Klein,
"Pseudorandom code waveform design for CW-Radar", IEEE Trans., Vol. 15, (1979), S. 67-75
- /54/ T.T. Ha, R.C. Robertson,
"Geostationary satellite navigation systems.", IEEE Trans., Vol 23, (1987), S. 247-253
- /55/ B.W. Parkinson, S.W. Gilbert,
" NAVSTAR: Global positioning system.", Proc. IEEE Vol. 71, (1983), S. 1177-1186
- /56/ D.L. Schilling, R.L. Pickholtz, L.B. Milstein,
"Spread spectrum goes commercial", IEEE Spectrum, (1990), S. 40-45

- /57/ A. Schmitz, M. Vorländer,
"Messung von Außenohrstoßantworten mit Maximalfolgen-Hadamard-Transformationen und deren Anwendung bei Inversionsversuchen",
Acustica, Vol. 71, (1990), S. 257-268

- /58/ S. Hermann, U. Martin, R. Reng, H.W. Schuessler, K. Schwarz,
"High resolution channel measurement for mobile radio", Proc. Eusipco
1990, Barcelona, (1990), S. 1903-1906

- /59/ H.A. Barker,
"Choice of pseudorandom binary signals for system identification",
Electron. Lett., Vol. 3, (1967); S. 524-526

- /60/ F. Hoßfeld, R. Amadori,
"Theory of multivariable statistical choppers utilizing uncorrelated
pseudorandom sequences", Proc. Symp. on Neutron inelastic scattering,
IAEA, Vienna, (1972), S. 747

- /61/ F. Hoßfeld,
"An improvement of the correlation time-of-flight method by source
pulsing", Nuclear Instrumentation and Methods, Vol. 148, (1977), S. 381-
387

- /62/ H. Kuttruff, H.P. Quadt,
"Elektroakustische Schallquellen mit ungebündelter Schallabstrahlung",
Acustica, Vol. 41, (1978), S. 1-10

- /63/ J.C. Curlander, R.N. McDonough,
"Synthetic Aperture Radar" John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991