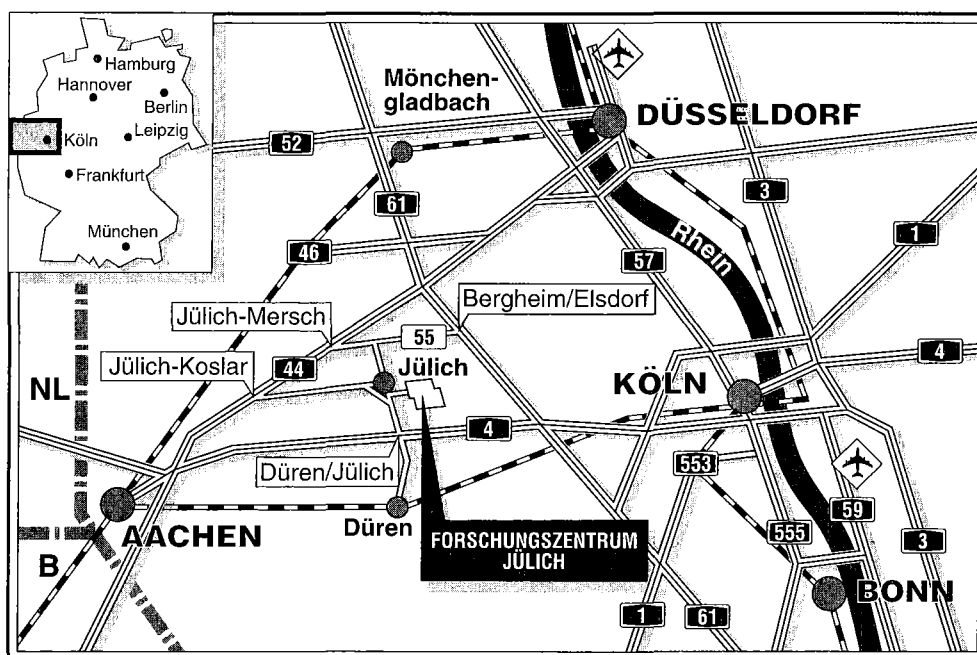


Institut für Kernphysik

**Mesonen im Nukleon und ihre
Auswirkungen in elastischer und
tief-inelastischer Streuung**

Harald Holtmann



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 3166

ISSN 0944-2952

Institut für Kernphysik Jül-3166

D5 (Diss. Universität Bonn)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon: 02461/61-61 02 · Telefax: 02461/61-61 03 · Telex: 833 556-70 kfa d

Mesonen im Nukleon und ihre Auswirkungen in elastischer und tief-inelastischer Streuung

Harald Holtmann

Abstract

New experiments have shown that the structure of the nucleon is much more complicated than previously expected. The measurement of the Gottfried Sum Rule leads to the unexpected conclusion that the customarily assumed symmetry among the sea quarks of the nucleon, $\bar{u}(x) = \bar{d}(x)$, is not fulfilled. This symmetry is a direct consequence of perturbation theory; thus in the explanation of this symmetry breaking non-perturbative physics must be involved. In this report the well-known notion of a mesonic cloud surrounding the nucleon is used. For the description of this mesonic cloud all mesons which are of importance for NN scattering are considered, i.e. the π , η , ρ and ω . To be able to analyse effects of components carrying strangeness the K and K^* mesons are also included. The remaining nucleonic core can be a N , Δ , Σ , Λ or Σ^* . All parameters needed for practical calculation are taken from the NN - and YN -potentials and from the high energy inclusive n , Λ and Δ^{++} -production cross section in pp -scattering.

The value obtained for the Gottfried Sum Rule using these parameters is consistent with the experimental result. Furthermore, we analyse what kind of experiments are suitable for the extraction of the Bjorken- x dependence of the $\bar{u} - \bar{d}$ asymmetry. One of the best candidates is the Drell-Yan asymmetry. The first measurement of this quantity agrees very well with the prediction of the model presented here.

Moreover, we present a novel method for measuring the structure functions of the pion. An intrinsic factorization property of the semi-inclusive neutron production cross section needed for this measurement gives good control over all model assumption needed for the extraction of the pion structure function.

In the remaining part of this report we analyse the influence of the mesonic cloud on the electromagnetic properties of the nucleon. In contrast to earlier calculations we do not use any simplifying assumptions in treating the recoil of the nucleon when emitting a meson. Thus we can calculate the influence of the mesonic cloud up to quite high momentum transfers reliably. Indeed the contributions from the mesonic cloud survive up to a momentum transfer of $10 - 15 \text{ GeV}^2$.

Übersicht

Neuere Experimente haben gezeigt, daß die Struktur des Nukleons komplizierter ist, als man erwartet hatte. So hat die Messung der Gottfried-Summenregel gezeigt, daß die üblicherweise verwendete Annahme der Symmetrie der Seequarks untereinander, $\bar{u}(x) = \bar{d}(x)$, nicht erfüllt ist. Da diese Symmetrie eine unmittelbare Folge der Störungstheorie ist, muß die Ursache in nicht-störungstheoretisch motivierter Physik liegen. Der hier verfolgte Ansatz verwendet die wohlbekannte Idee, daß das Nukleon von einer Mesonwolke umgeben ist. Zur Beschreibung dieser Wolke werden alle Mesonen verwendet, welche für die Beschreibung der Nukleon-Nukleon Streuung wichtig sind, d.h. das π , η , ρ bzw. ω . Um Strangeness tragende Komponenten untersuchen zu können, wird das K bzw. K^* in die Analyse mit eingeschlossen. Der verbleibende nukleonische Kern kann ein N , Δ , Σ , Λ oder Σ^* sein. Die für die Rechnungen benötigten Parameter werden den NN , YN -Potentialen bzw. durch die hochenergetische n , Λ und Δ^{++} Produktion in der pp -Streuung bestimmt.

Es zeigt sich, daß der experimentell gewonnene Wert der Gottfried-Summenregel reproduziert werden kann. Weiterhin wird untersucht, welche anderen Experimente geeignet sind, die Bjorken- x Abhängigkeit der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie genauer zu untersuchen. Am besten ist hierfür die Drell-Yan Asymmetrie geeignet, die sehr sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ist. Die erste Messung dieser Asymmetrie stimmt sehr gut mit den Vorhersagen des in dieser Arbeit entwickelten Modelles überein.

Desweiteren wird eine neue Methode, die Strukturfunktion des Pions bei sehr kleinen Bjorken- x zu messen, vorgestellt. Durch eine intrinsische Faktorisierungseigenschaft des semi-inklusive Neutronproduktionswirkungsquerschnitt, der für diese Meßmethode benötigt wird, sind die Modellannahmen zur Bestimmung der Pionstrukturfunktion überprüfbar.

Im letzten Teil der Arbeit wird der Einfluß der Mesonwolke auf die elektromagnetischen Eigenschaften des Nukleons untersucht. In Gegensatz zu früheren Rechnungen werden keinerlei Näherungen zur Behandlung des Rückstoßes bei der Emmission eines Mesons verwendet; die Rechnung ist also auch bei sehr hohen Impulsüberträgen zuverlässig. In der Tat zeigt es sich, daß die Mesonen bis zu einem Impulsübertrag von $Q^2 = 10 - 15 \text{ GeV}^2$ einen wichtigen Beitrag zur den elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons liefern.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Mesonen im Nukleon — Das Mesonwolkenmodell	7
2.1	Tief-inelastische Streuung	7
2.1.1	Kinematik	7
2.1.2	Das Quark-Parton-Modell	9
2.1.3	Skalierungsverletzungen	10
2.2	Mesonische Komponenten	10
2.2.1	Auswirkungen höherer Fockzustände in der tief-inelastischen Streuung	10
2.2.2	Berechnung der Amplituden ϕ_{BM}	13
2.2.3	Bemerkungen zur Renormierung	15
2.2.4	Formfaktoren	16
2.2.5	Bestimmung aller Modellparameter	17
2.2.6	Meson-Baryon-Verteilungsfunktionen	18
2.2.7	Korrekturen höherer Ordnung	19
3	Die Flavourstruktur des Nukleons	24
3.1	Die Gottfried-Summenregel	24
3.2	Die nackten Quarkverteilungsfunktionen	30
3.3	Die Strangeness-Asymmetrie	35
3.4	Drell-Yan-Prozesse	37
3.4.1	Kinematik	37
3.4.2	Vergleich mit unseren Quarkverteilungsfunktionen	39
3.4.3	Drell-Yan-Prozesse an Kernen	39
3.4.4	Die Rapiditätsverteilung	41
3.4.5	Die Drell-Yan-Asymmetrie	42
4	Eine neue Methode, die Strukturfunktion des Pions zu messen	47

5	Elektromagnetische Eigenschaften des Nukleons	53
5.1	Die Beiträge zum elektromagnetischen Strom	54
5.1.1	Die elektromagnetischen Matrixelemente des Nukleons	54
5.1.2	Die elektromagnetischen Matrixelemente der Δ -Resonanz . . .	56
5.1.3	Der $N\Delta$ Übergangstrom	57
5.1.4	Die elektromagnetischen Matrixelemente der Mesonen	59
5.1.5	Mesonische Korrekturen zu den Nukleon-Formfaktoren	60
5.2	Die statischen elektromagnetischen Eigenschaften des Nukleons	61
5.2.1	Magnetische Momente	61
5.2.2	Elektromagnetische Radien	63
5.3	Die elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons	64
5.4	Die magnetischen Momente der Oktett-Baryonen	72
5.5	Seltsame Formfaktoren	74
6	Zusammenfassung und Ausblick	77
A	Konventionen	81
B	Lagrangedichten und $SU(3)$-Kopplungen	83
B.1	Verwendete Lagrangedichten	83
B.2	$SU(3)$ -Darstellungen	83
B.3	$SU(3)$ -Kopplungen	85
C	Die Lichtkegelamplituden	87
D	Beiträge von $N\pi$ zu den elektromagnetischen Formfaktoren	90
E	Bestimmung der elektromagnetischen Formfaktoren der Mesonen	92
F	QCD-Evolution	95
	Literaturverzeichnis	98

Kapitel 1

Einleitung

Nach dem heutigen Verständnis sind alle der starken Wechselwirkung unterliegenden Teilchen, die Hadronen, aus Quarks und Gluonen aufgebaut. Daher ist es heute eines der vordringlichsten Probleme der Teilchen- und Mittelenenergiephysik, die Eigenschaften der Hadronen – wie Massen, Zerfallsbreiten, elektromagnetische und axiale Eigenschaften – direkt aus der unterliegenden Wechselwirkung der Quarks und Gluonen untereinander – der Quantenchromodynamik (QCD) – heraus zu verstehen. In der QCD tragen die Quarks eine Farbladung und ihre Wechselwirkung wird durch die Gluonen vermittelt. Die Gluonen können wegen des nicht-abelschen Charakter der QCD ebenfalls untereinander wechselwirken. Hierdurch bedingt besitzt die QCD die Eigenschaft der asymptotischen Freiheit; daß heißt der Tatsache, daß die Wechselwirkung der Quarks untereinander bei steigendem Impulsüberträgen schwächer wird. In der Tat lassen sich hochenergetische, hadronische Reaktionen sehr gut durch die QCD mit Hilfe der Störungstheorie beschreiben. Bei niedrigen Energien gilt dies nicht mehr, da die Wechselwirkung der Quarks bei geringen Impulsüberträgen sehr stark wird; so stark, daß die Störungstheorie nicht mehr verwendet werden kann. Desweiteren tritt in diesem Energiebereich das 'Confinement' auf, das das Auftreten von freien, farbigen Teilchen verhindert. Da es bislang technisch nicht möglich ist, die QCD im niederenergetischen Bereich direkt anzuwenden, ist es sinnvoll, effektive Theorien zu benutzen, die die gleichen grundlegenden Symmetrien und Eigenschaften wie die QCD haben. Es ist zu erwarten, daß es in Zukunft durch die vermehrte Rechenleistung moderner Computer möglich sein wird, mit Hilfe der Gittereichtheorien das Verhalten der QCD bei niedrigen Energien zu simulieren. Trotzdem werden effektive Theorien wichtig sein, die QCD nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ zu verstehen.

Dem modernen Verständnis nach, besteht ein Hadron aus einem 'Kern' bestehend aus Valenzquarks, welcher von einer Wolke aus Gluonen und Quark-Antiquarkpaaren umgeben ist. Wegen des Confinements ist anzunehmen, daß bei niederenergetischen Prozessen (bis $\sim 1 \text{ GeV}$) ein großer Teil der Dynamik der Quarks vernachlässigt werden kann [1, 2], so daß diese Wolke im wesentlichen durch korrelierte, farblose Quark-Antiquarkpaare, die wir als Mesonen kennen, beschrieben werden kann. Dies ist die Grundlage für den Erfolg der Mesontauschmodelle in der Mittel-

energiephysik, bei denen die betrachtenden Freiheitsgrade nicht die Quarks und Gluonen sondern Baryonen und Mesonen sind.

Die tief-inelastische Streuung von Elektronen ist eins der besten Werkzeuge die Struktur des Nukleons zu erforschen. Hierbei kann man im Bjorken-Limes direkt die Quarkverteilungsfunktionen im Nukleon messen. Die Beobachtung, daß die Quarkverteilungsfunktionen sich mit der Größe des übertragenen Impulses leicht verändern, ist bis heute der beste Tests für die Gültigkeit der QCD. Trotzdem sind viele nicht-störungstheoretisch behandelbare Aspekte der tief-inelastischen Streuung kaum untersucht worden. Neuere Experimente deuten darauf hin, daß solche Effekte wesentlich für die Struktur des Nukleons sein können. So hat die NMC-Kollaboration festgestellt, daß die Gottfried-Summenregel [3] nicht erfüllt ist [4]. Diese Verletzung deutet darauf hin, daß es eine unterschiedliche Anzahl von $\bar{u}$ und $\bar{d}$ Quarks im Nukleon gibt. Störungstheoretisch ist $\bar{u}(x) = \bar{d}(x)$ zu erwarten, da Quark-Antiquarkpaare nur durch radiativen Zerfall von Gluonen entstehen können. Experimentelle Parametrisierungen von Quarkverteilungsfunktionen neueren Datums, die alle verfügbaren Daten von tief-inelastischen und Drell-Yan Prozessen benutzen, deuten ebenfalls auf diese Asymmetrie hin [5, 6].

Die virtuelle Pion-Wolke spielt eine entscheidene Rolle für die langreichweitige Struktur des Nukleons. So wurde bereits in den '50 Jahren erkannt, daß der Prozeß $n \rightarrow p\pi^-$ den langen negativen Ausläufer der Ladungsverteilung des Neutrons sehr gut erklären kann. 1972 hat Sullivan gezeigt [7], daß dieser Prozeß auch wichtig in der tief-inelastischen Streuung ist. Diese Beiträge wurden später von Thomas [8], Frankfurt et al. [9] und Hwang et al. [10], die versucht hatten, die Cut-Off Parameter der unterliegenden Baryon-Meson Formfaktoren festzulegen, genauer untersucht.

Die Vorstellung, daß das Proton eine Komponente beinhaltet, die aus einem π^0 und einem nackten Proton bzw. einem π^+ und einem nackten Neutron besteht, gibt eine natürliche Erklärung für die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie [11]. In Folge wurden Erweiterungen dieses Modells vorgeschlagen. So wurden die $N\Delta\pi$ -Komponente von Kumano [12, 13] und anderen [14, 15] mit in das Modell eingeschlossen. Das entscheidende Problem blieb die richtige Behandlung der Formfaktoren beziehungsweise deren Bestimmung. Zoller [16] hatte nun die Idee, diese Baryon-Meson Formfaktoren der n , Λ und Δ^{++} Produktion aus der hochenergetischen Proton-Proton Streuung zu entnehmen.

Wir haben diesen Ansatz aufgegriffen und haben darüberhinaus Vektormesonen in die Analyse mit eingeschlossen [17, 18]. Zusätzlich haben wir auch alle relevanten Teilchen mit Strangeness (K , K^* , Λ , Σ , Σ^*) berücksichtigt.

Formal läßt sich in diesem Bild das Nukleon als eine Superposition von einem 'nackten' Nukleon mit einer Anzahl von Zwei-Teilchen-Fock-Zuständen, in dem das Nukleon aus einem Baryon und einem Meson besteht, darstellen. Über die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie hinausgehend, ermöglicht dieser Ansatz die Berechnung weiterer Prozesse.

Wir erweitern die Analyse unseres Modells, indem wir weitere Experimente, wie Drell-Yan Reaktionen oder die tief-inelastische Neutrino-Streuung betrachten. Die Ergebnisse dieser Experimente hängen teilweise recht stark von der Form der Quarkverteilungsfunktionen ab, so daß sie zu weiteren Tests unseres Modells verwendet werden können. Speziell ist hier das neueste Resultat der NA51-Kollaboration [19] zu nennen, da hier erstmals die x -Abhängigkeit der Asymmetrie zwischen $\bar{u}$ und $\bar{d}$ Quarks direkt gemessen wurde.

Ein wichtige, traditioneller Methode, die Struktur des Nukleon aufzuklären, ist die Untersuchungen seiner elektromagnetischen Eigenschaften. So wurde bereits früh erkannt (s. Ref. [20]), daß das Nukleon eine ausgedehnte Struktur hat, und daß es möglich ist, die Struktur der Ladungsverteilungen und die Verteilung des magnetischen Momentes des Nukleons direkt zu messen. Formal werden diese Verteilungen durch die Formfaktoren des Photon-Nukleon Vertex ausgedrückt. Durch die unterliegenden Quarkstruktur des Nukleons ist die Ausdehnung des Nukleons gut zu verstehen. In der Tat ist es möglich, die raumartigen elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleon bei kleinen Q^2 ($< 0.5 \text{ GeV}^2$) mit nicht-relativistischen Quarkmodellen zu beschreiben. Zu höheren Q^2 gelangt man durch den Einsatz von relativistischen Modellen [21, 22, 23, 24]. Hier kann man eine grobe Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreichen. Es ist jedoch recht schwierig, alle statischen Eigenschaften des Nukleon mit nur einem Parametersatz zu beschreiben [24]. Um ein konsistentes Bild des Nukleon zu erhalten, sollten alle Eigenschaften innerhalb des gleichen Modells, mit gleichen Freiheitsgraden und Parametern analysiert werden. Um diesen Ansatz zu folgen, werden wir den Formalismus entwickeln, der zur Berechnung der mesonischen Korrekturen für die elektromagnetischen Formfaktoren notwendig ist. Wir werden alle in unserem Modell verwendeten Teilchenarten hierbei berücksichtigen. Ein anderes Modell, in dem bereits Auswirkungen einer Pionwolke berücksichtigt wurden, ist das Cloudy-Bag-Modell (CBM) [25, 26]. Der wesentliche Unterschied zu unserem Modell ist, daß im CBM der Rückstoß auf das Nukleon bei der Emission eines Pions vernachlässigt wurde. Dies erlaubt eine zuverlässige Berechnung der Korrekturen zu den elektromagnetischen Formfaktoren bei nur kleinen Q^2 . In unserem Modell wird dieser Rückstoß mit berücksichtigt, so daß unsere Rechnung auch bei hohen Q^2 sinnvoll ist.

In Kapitel 2 werden wir den für die Rechnungen nötigen Formalismus erläutern und eine kurze Einführung zur tief-inelastischen Streuung geben. Desweiteren werden wir die formalen Details unseres Modells erläutern und alle für die weitere Rechnung notwendigen Parameter festlegen. In Kapitel 3 werden wir unser Modell zur Untersuchung der Flavourstruktur des Nukleon verwenden. Im Vordergrund steht hierbei die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie. Wir werden verschiedene Verfahren, die Asymmetrie experimentell zu bestimmen, auf ihre Nützlichkeit hin untersuchen. Weiterhin werden wir den Aufbau des Quarksees im Nukleon diskutieren und Unterschiede zwischen der

$\bar{s}$ und s Quarkverteilung analysieren. In Kapitel 4 stellen wir eine neue Methode vor, beruhend auf unserem Formalismus, die Pionstrukturfunktion bei sehr kleinen (Bjorken-) x zu messen, und untersuchen inwieweit hierbei Untergrundprozesse eine Rolle spielen können. In Kapitel 5 untersuchen wir die Konsequenzen der Mesonwolke in der elastischen Elektronstreuung. Hierzu entwickeln wir den entsprechenden Formalismus und analysieren die Auswirkungen der Mesonen für die magnetischen Momente und elektromagnetischen Radien des Nukleons. Desweiteren beschreiben wir die Q^2 Abhängigkeit der elektromagnetischen Formfaktoren. Wir werden ebenfalls die seltsamen Formfaktoren des Nukleons untersuchen.

Kapitel 2

Mesonen im Nukleon — Das Mesonwolkenmodell

2.1 Tief-inelastische Streuung

Die tief-inelastische Streuung ist seit 25 Jahren ein wichtiges Werkzeug zur Aufklärung der Struktur des Nukleon, indem sie Aufschluß über die Verteilung von Quarks innerhalb des Nukleon liefert. In diesem Abschnitt werden wir kurz auf die theoretischen Grundlagen der tief-inelastischen Streuung eingehen und die Notation, die im weiteren Verlauf der Arbeit benötigt wird, entwickeln. Einen vollständigeren Überblick findet man z.B. in [27, 28].

2.1.1 Kinematik

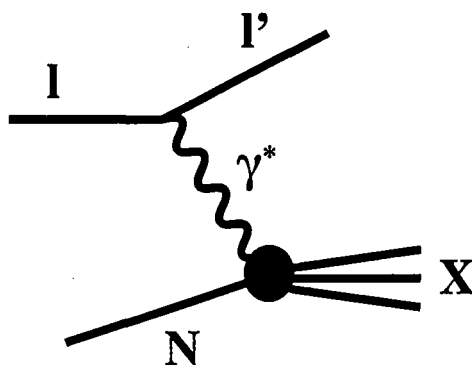


Abbildung 2.1: Die tief-inelastische Streuung eines Lepton an einem Nukleon.

Der uns interessierende Prozeß ist in Abb. 2.1 gezeigt, bei dem ein geladenes Lepton (l) mit der Energie E an einem Nukleon streut. Nach der Streuung findet man das gestreute Lepton l' und Bruchstücke des Nukleons (X). Die Observablen sind die Energie des gestreuten Lepton (E') und der Streuwinkel des Leptons (θ). Praktischer ist es, das Quadrat des übertragenen Vierimpulses auf das Nukleon ($Q^2 \equiv -q^2 \simeq 4EE' \sin^2 \theta$, falls $m_l \ll E, E'$), und die Bjorken-Skalen-Variable $x = Q^2/2p \cdot q$ ($= Q^2/2m_N \nu$ im Targetruhesystem, mit der übertragenen Energie $\nu = E - E'$) zu

benutzen. In diesen Variablen ist der differentielle, inklusive Wirkungsquerschnitt im Targetruhesystem durch

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{\pi\alpha^2}{Q^2 E^2 m_N x^2} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

gegeben, mit der elektromagnetischen Feinstrukturkonstanten α . Da wir primär an der unpolarisierten tief-inelastischen Streuung interessiert sind, können wir über alle vorkommenden Spinpolarisationen mitteln. Der leptonische Tensor $L_{\mu\nu}$, der die Compton-Vorwärtsstreuung am Lepton beschreibt, berechnet sich unter Zuhilfenahme der Quantenelektrodynamik zu

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} \text{Tr} [(\not{l}' + m_l) \gamma_\mu (\not{l} + m_l) \gamma_\nu] \\ &= 2 \left(l'_\mu l_\nu + l'_\nu l_\mu + g_{\mu\nu} \frac{q^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Hierbei ist l_μ (l'_μ) der Viererimpuls der einlaufenden (auslaufenden) Leptons und $q_\mu = l_\mu - l'_\mu$ ist der Viererimpuls des ausgetauschten Photons. Der entsprechende hadronische Tensor [29]

$$W_{\mu\nu} = \sum_X (2\pi)^3 \delta^4(p + q - p_X) \langle N(p) | J_\mu^{em}(0) | X(p_X) \rangle \langle X(p_X) | J_\nu^{em}(0) | N(p) \rangle \quad (2.3)$$

enthält die gesamte Information über die Struktur des Nukleons. Die Summe läuft über alle möglichen hadronischen Zwischenzustände X , die sich durch Photoabsorption am Nukleon erzeugen lassen. Über das optische Theorem wird ein Zusammenhang zwischen der Compton-Vorwärtsstreuung und der tief-inelastischen Streuung hergestellt. Da die Struktur des Nukleons nicht bekannt ist, kann $W_{\mu\nu}$ nicht direkt berechnet werden. Allerdings läßt sich die funktionale Form des Tensor durch Symmetrieüberlegungen einschränken. Da wir nur die unpolarisierte Streuung betrachten und da dann der entsprechende leptonische Tensor symmetrisch in seinen Indizes ist, braucht nur der symmetrische Teil des hadronischen Tensors betrachtet zu werden. Unter Verwendung der Parität, der Zeitumkehrinvarianz, der Lorentzinvarianz, der elektromagnetischen Eichinvarianz sowie der elektromagnetischen Ladungserhaltung ($q^\mu W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu} q^\nu = 0$) erhält man die folgende allgemeine Form

$$W_{\mu\nu} = W_1 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{m_N^2} \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right). \quad (2.4)$$

Hierbei sind W_1 , W_2 skalare Funktionen, genannt Strukturfunktionen, die von den kinematischen Variablen x und Q^2 abhängen. W_1 und W_2 können durch die tief-inelastische, elektromagnetische Streuung von Elektronen bzw. Myonen gemessen werden. Ein wesentliches theoretisches Resultat, das von Bjorken erzielt wurde [30, 31], ist, daß diese Strukturfunktionen im Limes $Q^2 \rightarrow \infty$, $x = \text{const}$, genannt

Bjorken-Limes, skalieren, d.h. nur noch von der Variable x abhängen. Es ist üblich, die Strukturfunktion im Bjorken-Limes dimensionslos zu definieren

$$\begin{aligned} F_1(x) &= m_N W_1(x), \\ F_2(x) &= \nu W_2(x). \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.1.2 Das Quark-Parton-Modell

Die grundlegende Hypothese des Parton-Modells ist, daß die tief-inelastischen Streuung am Nukleon als elastische Streuung an punktförmigen Konstituenten, den Partonen, angesehen werden kann. Feynman [32] hat vorgeschlagen, daß man zur Beschreibung der Photon-Nukleon Wechselwirkung in das Infinite-Momentum-Frame (IMF) Bezugssystem übergeht, welches durch den Limes $|\vec{p}| \rightarrow \infty$ ($\vec{p}$ ist der Impuls des Nukleons) definiert ist. In diesem System sind die Wechselwirkungen unter den Partonen stark durch die Zeitdilatation verlangsamt; damit können die Partonen während der Wechselwirkung mit dem Photon näherungsweise als wechselwirkungsfrei angesehen werden. Hieraus folgen sofort die Skalierungseigenschaften der Strukturfunktionen. Eine genaue Untersuchung der Kinematik (im IMF) der Photon-Parton-Streuung ergibt, daß nur Partonen mit einem Impuls von $\vec{k} = x\vec{p} + \vec{k}_\perp$ ($\vec{p} \cdot \vec{k}_\perp = 0$) mit dem Photon wechselwirken können. Somit entspricht die Bjorken-Variable x dem longitudinalen Impulsbruchteil des Parton im Vergleich zum Nukleonimpuls. Desweiteren folgt aus der Annahme, daß die Partonen Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen sind, die Callen-Gross-Beziehung [33]

$$F_2(x) = 2xF_1(x). \quad (2.6)$$

Die experimentelle Beobachtung, daß die Nukleonstrukturfunktionen in der Tat skalieren und daß die Callen-Gross-Relation gilt [34, 35], war ein wesentlicher Schritt zum heutigen Verständnis vom Aufbau des Nukleons. Es war nun naheliegend, die Partonen als Quarks zu identifizieren. Somit können die Strukturfunktionen als Summen von Quarkverteilungsfunktionen $q(x)$ angesehen werden,

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 q(x), \\ F_2(x) &= x \sum_q e_q^2 q(x), \end{aligned} \quad (2.7)$$

welche die Anzahl der Quarks im Nukleon mit einem longitudinalen Impulsbruchteil zwischen x und $x+dx$ angeben. Diese Funktionen erfüllen eine Reihe von Summenregeln. So folgen aus dem Quarkmodell die folgenden Relation über die Gesamtanzahl von Quarks im Proton

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2, \quad \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1, \quad \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0. \quad (2.8)$$

Falls die Quarks die einzigen Partonen wären, würde ebenfalls die Impulssummenregel (unter Vernachlässigung der schwereren Quarkarten)

$$\int_0^1 x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] dx = 1 \quad (2.9)$$

gelten. Experimentell stellte es sich jedoch heraus, daß die Quarks nur etwa 50% des Nukleonimpulses tragen. Der verbleibende Impuls wird den ladungslosen Gluonen zugerechnet.

2.1.3 Skalierungsverletzungen

Wie schon früh bemerkt worden ist, treten bei der tief-inelastischen Streuung schwache Abweichungen vom Skalierungsverhalten auf. Mit wachsendem Q^2 ändern sich die Quarkverteilungsfunktionen des Nukleons und entsprechend die Strukturfunktionen. Im Rahmen der QCD ist dieses Verhalten zu erwarten, denn durch die Vergrößerung der experimentellen Auflösung (Q^2) kann eine feinere Substruktur des Nukleons sichtbar gemacht werden. Diese Verfeinerung kann in der Störungstheorie dadurch erklärt werden, daß ein Quark Gluonen emittieren kann, die ihrerseits Quark-Antiquarkpaare bilden. Formal ist dieser Prozeß eine Folge der Renormierungsgruppengleichung der QCD und kann durch die QCD-Evolutionsgleichungen beschrieben werden. In dieser Arbeit beschränken wir uns auf Korrekturen führender Ordnung (Details in Anhang F).

2.2 Mesonische Komponenten

2.2.1 Auswirkungen höherer Fockzustände in der tief-inelastischen Streuung

Aufgrund des Heisenberg'schen Unschärfeprinzipes wissen wir, daß die langreichweitige Struktur des Nukleons eine Pionwolke beinhalten muß, da das Pion effektiv an das Nukleon koppeln kann. Dies ist ebenfalls eine Konsequenz aus der chiralen Symmetrie [36].

Daß das Konzept der Pionwolke möglicherweise in Hochenergieprozessen, wie der tief-inelastischen Streuung, von Bedeutung sein könnte, hat zuerst Sullivan in den frühen '70 Jahren [7] erkannt. Er hatte gezeigt, daß die Beiträge zum inklusiven virtuellen Photon-Nukleon-Wirkungsquerschnitt, welche durch einen Pion-Austausch zwischen Photon und Nukleon verursacht werden (vgl. Abb. 2.2a), im Bjorken-Limes skalieren. Der Grund hierfür ist, daß im Gegensatz zur exklusiven Pion-Produktion, die durch $O(1/Q^2)$ unterdrückt ist, hier die tief-inelastische Struktur des Pion selbst beiträgt.

Formal läßt sich diese Idee so darstellen, daß das Nukleon als Superposition eines nackten Nukleonzustandes, später auch Kern genannt, mit weiteren Baryon-Meson-Fockzuständen angesehen werden kann:

$$|N\rangle = \frac{1}{\sqrt{Z}} \left[|N\rangle_{\text{nackt}} + \sum_{BM} \sum_{\lambda\lambda'} \int dy d^2k_{\perp} \phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_{\perp}) |B, \lambda, y, \vec{k}_{\perp}; M, \lambda', 1-y, -\vec{k}_{\perp}\rangle \right]. \quad (2.10)$$

$\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_{\perp})/\sqrt{Z}$ ist also die Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür, daß man ein physikalische Nukleon mit Helizität $+1/2$ bestehend aus einem virtuellen Baryon B mit einem longitudinalen Impulsanteil y des Nukleonimpulses, einem transversalen Moment $\vec{k}_{\perp}$ und Helizität λ , sowie aus einem virtuellen Meson M , welches einen longitudinalen Impulsbruchteil $1-y$, einen transversalen Impuls $-\vec{k}_{\perp}$ und die Helizität λ' trägt, findet. Die Helizitäten von Baryon und Meson brauchen sich nicht zur Nukleonhelizität aufzuaddieren; ein zusätzlicher Drehimpuls zwischen den beiden Konstituenten ist möglich. $1/Z$ ist die übliche Wellenfunktionsrenormierungskonstante. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, ein nacktes Nukleon innerhalb des physikalischen zu finden.

Unsere grundlegende Annahme ist, daß das nackte Nukleon eine wesentlich einfachere Struktur als das physikalische Nukleon hat, da ansonsten Mesoneffekte und Effekte, die vom nackten Nukleon verursacht werden, nicht zu trennen sind. Unser Bild vom nackten Nukleon ist, daß es als drei (Konstituenten-)Quark-System im statischen Limes angesehen werden kann. Natürlich hat auch das nackte Nukleon im tief-inelastischen Bereich, bei höheren Q^2 , zusätzlich auch einen Quarksee (und Gluonsee) störungstheoretischer Natur.

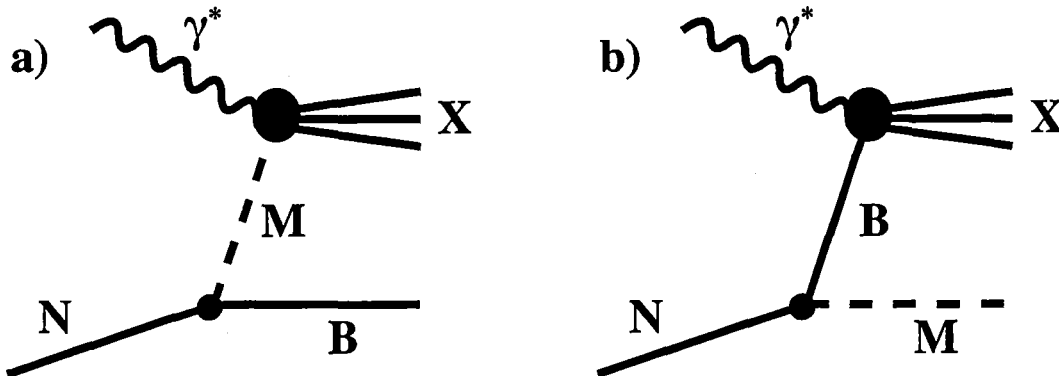


Abbildung 2.2: Sullivan Beiträge zur tief-inelastischen Streuung: a) von der Streuung am Meson, b) von der Streuung am intermediären Baryon.

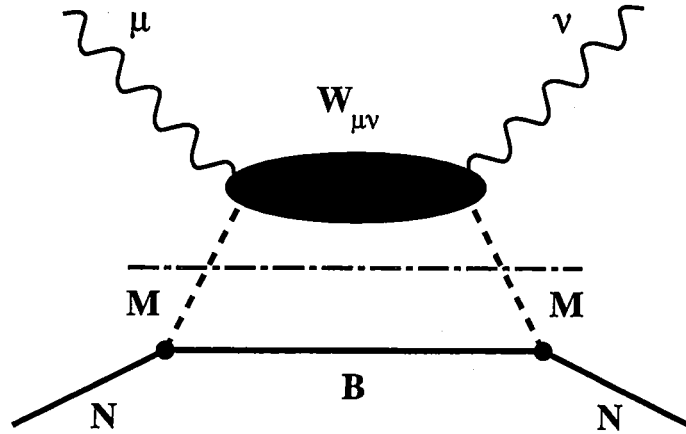


Abbildung 2.3: Die Compton-Vorwärtsstreuung an einem Nukleon in einem Zwei-Teilchen Fock-Zustand.

Um die Konsequenzen der zusätzlichen Fock-Zuständen in der Nukleonwellenfunktion auswerten zu können, benutzen wir das sogenannte Faltungsmodell. Dessen wesentliche Annahme ist, daß keine Wechselwirkung unter den Baryonen und Meson während der Photon-Parton-Wechselwirkung stattfindet (für eine detaillierte Diskussion s. [37, 17]). Diese Annahme wird in Abb. 2.3 illustriert. Folglich ist eine Trennung zwischen den Baryon-Meson Vertizes (unterer Teil von Abb. 2.3) und der Compton-Vorwärtsstreuung (oberer Teil von Abb. 2.3) möglich. Dies erlaubt, den Beitrag eines BM -Fockzustandes zu Nukleonstrukturfunktion F_2^N entweder der Strukturfunktion des reagierenden Baryons F_2^B oder Mesons F_2^M zuzuordnen (s. Abb. 2.2):

$$\delta_M F_2^N(x) = \int_x^1 dy f_{MB/N}(y) F_2^M\left(\frac{x}{y}\right), \quad (2.11)$$

$$\delta_B F_2^N(x) = \int_x^1 dy f_{BM/N}(y) F_2^B\left(\frac{x}{y}\right). \quad (2.12)$$

Diese Faltungsformeln können ebenfalls mit Hilfe der Quarkverteilungsfunktionen geschrieben werden

$$q_N(x) = \frac{1}{Z} \left[q_{N,bare}(x) + \sum_{BM} \left\{ \int_x^1 f_{MB/N}(y) q_M\left(\frac{x}{y}\right) \frac{dy}{y} + \int_x^1 f_{BM/N}(y) q_B\left(\frac{x}{y}\right) \frac{dy}{y} \right\} \right]. \quad (2.13)$$

Die wesentlichen Bestandteile dieser Formeln sind die Faltungskerne $f_{MB/N}(y)$ und $f_{BM/N}(y)$, im folgenden Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen genannt, die mit den Amplituden ϕ_{BM} wie folgt zusammenhängen

$$f_{BM/N}(y) = \int_0^\infty d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda \lambda'} |\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda \lambda'}(y, \vec{k}_\perp)|^2, \quad (2.14)$$

$$f_{MB/N}(y) = \int_0^\infty d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda \lambda'} |\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda \lambda'}(1-y, \vec{k}_\perp)|^2. \quad (2.15)$$

Diese Funktionen können als Wahrscheinlichkeiten (nach Multiplikation mit $1/Z$) gedeutet werden, das physikalische Nukleon in einem Fockzustand BM zu finden, wobei entweder das Baryon oder das Meson den longitudinalen Impulsbruchteil y trägt. Da die Beschreibung des Nukleon als Summe von Fockzuständen unabhängig vom Reaktionsmechanismus ist, folgt sofort

$$f_{MB/N}(y) = f_{BM/N}(1 - y). \quad (2.16)$$

Diese Relation drückt legendlich aus, daß das Baryon den verbleibenden Impuls tragen muß, wenn ein Nukleon in einem BM -Fockzustand ist, in dem das Meson den longitudinalen Impuls y trägt. Diese Relation garantiert automatisch die globale Ladungserhaltung

$$\langle f_{MB/N} \rangle = \langle f_{BM/N} \rangle \quad (2.17)$$

sowie die Impulserhaltung

$$\langle x f_{MB/N} \rangle + \langle x f_{BM/N} \rangle = \langle x f_{BM/N} \rangle, \quad (2.18)$$

wobei $\langle f \rangle$ und $\langle x f \rangle$ das erste bzw. zweite Moment von f bezeichnen. Der Grund, diese Fakten genauer zu untersuchen, ist, daß in vielen älteren Modellen Gl. (2.16) nicht erfüllt wurde [7, 38, 37]. Die Ursache hierfür ist, daß die Vertexformfaktoren (s. Abschnitt 2.2.4) nicht als Teil der Nukleonstruktur sondern als Teil des Reaktionsmechanismus angesehen wurden. Unsere Darstellung vermeidet diese Mehrdeutigkeiten, insbesondere ermöglicht sie es, das Nukleonmodell auch auf andere Reaktionsmechanismen anzuwenden (s. z.B. Kapitel 5).

In dieser Notation ist die Wellenfunktionsrenormierungskonstante durch

$$Z = 1 + \sum_{BM} \langle f_{BM/N} \rangle \quad (2.19)$$

gegeben.

2.2.2 Berechnung der Amplituden ϕ_{BM}

Die wesentlichen Bestandteile unseres Modells sind die Amplituden $\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_\perp)$. Wir berechnen diese Größen unter Verwendung der zeitgeordneten Störungstheorie ('old-fashioned' perturbation theory, time-ordered perturbation theory, TOPT) [39, 40], da sie den Vorteil besitzt, direkt die intermediären Fockzustände zu benutzen (siehe auch [17, 41]). Üblicherweise werden die Amplituden ϕ_{BM} durch einen Vergleich der Compton-Vorwärtsstreuung mit, bzw. ohne Berücksichtigung des BM -Fockzustandes berechnet [17, 42]. Wir wollen hier, um darzustellen, daß diese Amplituden unabhängig von der tief-inelastischen Streuung sind, den anderen Weg bestreiten. Hierzu benutzen wir den Hamilton-Formalismus. Die Wellenfunktion hat somit die Eigenwertgleichung

$$H\Psi = E_N\Psi, \quad \text{mit } H = H_0 + H_{int} \quad (2.20)$$

und

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_N & 0 \\ 0 & E_B + E_M \end{pmatrix}, \quad H_{int} = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{V}^* \\ \tilde{V} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

zu erfüllen. Wir haben den gesamten betrachteten Fock-Raum in zwei Teile aufgeteilt: in einen Einteilchenraum und einen Zweiteilchenraum. $\tilde{V}$ ist also der Vertex einschließlich aller Normierungsfaktoren für die Kopplung des BM Zustandes an das Nukleon. Für die Wellenfunktion Ψ gilt somit:

$$\Psi = \begin{pmatrix} |N\rangle \\ \phi_{BM}|BM\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Hierbei haben wir, genauso wie in Gl. (2.20), sämtliche Impulsabhängigkeiten im Zweiteilchensektor unterdrückt. Damit die Zweiteilchenkomponente Gl. (2.20) erfüllt, muß

$$\phi_{BM} = \frac{\tilde{V}}{E_N - E_B - E_M} \quad (2.23)$$

gelten. Die verbleibende Gleichung im Einteilchensektor führt, nach Einführung der Massenrenormierung, auf die übliche Massenrenormierungsgleichung. Falls man nun die Impuls- und Helizitätsabhängigkeiten explizit berücksichtigt, erhält man

$$\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(\vec{p}, \vec{k}, \vec{q} = \vec{p} - \vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} N_N N_B N_M \frac{V(\vec{p}, +1/2; \vec{k}, \lambda; \vec{q}, \lambda')}{E_N - E_M - E_B}. \quad (2.24)$$

Diese Formel gibt die Amplitude, ein Nukleon (mit Impuls $\vec{p}$) in einem Fockzustand mit einem Baryon B mit Impuls $\vec{k}$, Helizität λ und einem Meson M mit Impuls $\vec{q} = \vec{p} - \vec{k}$, Helizität λ' zu finden, an. Die Faktoren N_N (N_B) sind die üblichen Fermionnormierungen ($N_N = \sqrt{m_N/E_N}$, $N_B = \sqrt{m_B/E_B}$), bzw. Bosonnormierungen $N_M = 1/\sqrt{2E_M}$. Die wesentliche Eigenschaft der TOPT ist, daß alle intermediären Teilchen auf ihrer Massenschale sind, d.h. für die Energien gilt

$$E_N = \sqrt{m_N^2 + \vec{p}^2}, \quad E_B = \sqrt{m_B^2 + \vec{k}^2}, \quad E_M = \sqrt{m_M^2 + \vec{q}^2}. \quad (2.25)$$

Dies gilt nicht für die übliche, kovariante Störungsrechnung. Also können alle Vertexfunktionen V unter Verwendung von On-Shell-Spinoren, bzw. -Vektoren berechnet werden, so wie es die korrespondierende Langrangedichte angibt. So gilt z.B. für die pseudoskalare $NN\pi$ -Kopplung (s. Gl. B.1)

$$V_{ps}(\vec{p}, \vec{k}, \vec{q}) = \bar{u}_N(\vec{p}) i\gamma_5 u_B(\vec{k}). \quad (2.26)$$

Die für das Faltungsmodell wichtige Annahme, daß die Baryonen bzw. Mesonen nicht während der Photon-Parton-Reaktion untereinander wechselwirken, ist nur im Infinite-Momentum-Frame (IMF) erfüllt [41], welches durch den Limes $p = |\vec{p}| \rightarrow \infty$ definiert ist. Im IMF-Limes parametrisieren wir die Impulse durch y und $\vec{k}_\perp$

$$\vec{k} = y\vec{p} + \vec{k}_\perp, \quad \vec{k}_\perp \cdot \vec{p} = 0, \quad \vec{q} = (1-y)\vec{p} - \vec{k}_\perp. \quad (2.27)$$

In diesem Limes folgt für den Propagator

$$E_N = p + \frac{m_N^2}{2p}, \quad E_B = |y|p + \frac{m_B^2 + k_\perp^2}{2|y|p}, \quad E_M = |1 - y|p + \frac{m_M^2 + k_\perp^2}{2|1 - y|p}, \quad (2.28)$$

somit

$$E_N - E_B - E_M = \begin{cases} 2yp + O(\frac{1}{p}) & \text{für } y < 0 \\ 2(1 - y)p + O(\frac{1}{p}) & \text{für } y > 1 \\ \frac{1}{2p}[m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_\perp^2)] + O(\frac{1}{p}) & \text{für } y \in [0, 1] \end{cases} \quad (2.29)$$

Im IMF-Limes werden daher alle Zustände mit $y \notin [0, 1]$ unterdrückt [41]. Hierbei ist M_{BM}^2 die quadrierte invariante Masse des BM -Fockzustandes

$$M_{BM}^2(y, k_\perp^2) = \frac{m_B^2 + k_\perp^2}{y} + \frac{m_M^2 + k_\perp^2}{1 - y}. \quad (2.30)$$

Weiterhin ergibt es sich [41], daß die Antiteilchenbeiträge, die wir in Gl. (2.20) nicht eingeschlossen hatten, ebenfalls im IMF-Limes verschwinden. Dies ist sehr wichtig, da ansonsten die Hamilton-Gleichung Gl. (2.20) wesentlich komplizierter ist.

Für die Amplituden ϕ_{BM} ergibt sich

$$\phi_{BM}(y, \vec{k}_\perp) = \frac{1}{4\pi^{\frac{3}{2}}\sqrt{y(1-y)}} \frac{\sqrt{m_N m_B} V_{IMF}(y, \vec{k}_\perp)}{m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_\perp^2)}, \quad (2.31)$$

wobei V_{IMF} die Vertexfunktion im IMF-Limes ist. Da ϕ_{BM} eine Amplitudendichte ist, haben wir in der obigen Formel den Faktor $1/\sqrt{|\vec{p}|}$ unterdrückt, da er durch die Jacobi-Determinante der Transformation Gl. (2.27) aufgehoben wird. Alle in dieser Arbeit benötigten Amplituden haben wir in Anhang C tabelliert.

Falls eine benutzte Vertexfunktion keine Ableitung des Meson-Feldes enthält, führt die kovariante Störungstheorie auf die gleichen Resultate wie die TOPT [17, 37]. Im umgekehrten Fall ist dies nicht richtig, wie in [17] gezeigt wurde. Der Grund hierfür ist, daß es zwei Möglichkeiten gibt, die nullte Komponente des Mesonimpulses zu definieren: entweder $q_0 = E_M$ oder $q_0 = p_0 - k_0 = E_N - E_B$. In dieser Arbeit wird immer die zweite Möglichkeit benutzt, da sie physikalisch sinnvoller erscheint [17].

2.2.3 Bemerkungen zur Renormierung

In Arbeiten anderer Gruppen (s. z.B. [42]) wird häufig ein anderes Renormierungsschema verwendet, in dem, im Gegensatz zu unserem Schema, die nackte Kopplungskonstante anstatt der physikalischen verwendet wird ¹:

$$|N\rangle = \sqrt{Z} \left[|N\rangle_{\text{nackt}} + \sum_{BM} \int dy d^2 k_\perp g_0 \phi_{BM} |BM\rangle \right] \quad (2.32)$$

¹In diesem Abschnitt ziehen wir die Kopplungskonstante, die ansonsten immer in den Amplituden eingeschlossen sind, explizit heraus.

Es wird nun behauptet, daß man durch Vertexkorrekturen an den BBM -Vertex die Form

$$|n\rangle = \sqrt{Z}|N\rangle_{\text{nackt}} + \sum_{BM} \int dy d^2 k_{\perp} g \phi_{BM} |BM\rangle \quad (2.33)$$

erzielen kann. Z ist dann durch

$$Z = 1 - \sum_{MB} \langle f_{BM} \rangle \quad (2.34)$$

gegeben. Das Problem mit dieser Art der Renormierung ist, daß, falls man weitere Meson-Baryon-Fock-Zustände in die Rechnung einschließt bzw. die Formfaktoren verändert, die Wellenfunktionsrenormierungskonstante Z negativ werden kann, was ihrer Interpretation als Wahrscheinlichkeit widerspricht. Weiterhin wurde angenommen, daß die Vertexkorrektur und die Wellenfunktionsrenormierung mit der gleichen Konstante möglich ist ($g = \sqrt{Z}g_0$). Dies ist jedoch nicht wahr. So ergibt sich für die $N\pi$ -Komponente folgender Beitrag zu Z

$$\langle f_{N\pi} \rangle = \frac{3g^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y^2(1-y)} \int dk_{\perp}^2 |\Gamma_{BM}(y, k_{\perp}^2)|^2 \frac{m_N^2(1-y)^2 + k_{\perp}^2}{[m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_{\perp}^2)]^2}, \quad (2.35)$$

während man für den entsprechenden Beitrag zur Vertexkorrektur

$$\frac{3g^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2 \vec{k}_{\perp} \frac{|\Gamma_{BM}(y, k_{\perp}^2)|^2}{[m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_{\perp}^2)]} \quad (2.36)$$

erhält.

2.2.4 Formfaktoren

Die Symmetrierelation Gl. (2.16) ist automatisch im Fall punktförmiger Teilchen erfüllt. Da aber alle Hadronen eine ausgedehnte Struktur haben, muß man phänomenologische Vertexformfaktoren $\Gamma(y, k_{\perp}^2)$ einführen, die unbekannte mikroskopische Effekte parametrisieren. Aus diesem Grund ersetzen wir die Vertexfunktion $V(y, \vec{k}_{\perp})$ durch $V'(y, \vec{k}_{\perp}) = \Gamma(y, k_{\perp}^2)V(y, \vec{k}_{\perp})$. Gl. (2.16) ist nun eine schwerwiegende Restriktion für die Gestalt der Formfaktoren

$$\Gamma_{BM}(y, k_{\perp}^2) = \Gamma_{MB}(1-y, k_{\perp}^2). \quad (2.37)$$

Die Formfaktoren, die üblicherweise in Mesonaustausch- und Faltungsmodellen verwendet werden, sind Funktion nur in t , dem Viererimpulsquadrat des Mesonimpulses, und erfüllen Gl. (2.37) nicht. t kann durch die IMF Variablen y und $k_{\perp}^2$ ausgedrückt werden (Der Vollständigkeit halber, zeigen wir auch u , dem Viererimpulsquadrat des intermediären Baryons)

$$t = -\frac{k_{\perp}^2}{y} - (1-y)\left(\frac{m_B^2}{y} - m_N^2\right), \quad (2.38)$$

$$u = -\frac{k_{\perp}^2}{1-y} - y\left(\frac{m_M^2}{1-y} - m_N^2\right). \quad (2.39)$$

Also sind alle nur t abhängigen Formfaktoren für das Faltungsmodell nicht verwendbar. Eine einfache Methode, Formfaktoren mit der richtigen Symmetrie zu erzeugen, ist den t abhängigen Formfaktor mit einem u -abhängigen gleicher Form zu multiplizieren

$$\Gamma_{sym}(t, u) = \Gamma(t, m_M) \Gamma(u, m_B). \quad (2.40)$$

Die Bedeutung, solche symmetrischen Formfaktoren zu verwenden, wurde erst vor kurzem bemerkt [16]. Ein anderer in der Literatur verfolgter Ansatz, die Cut-Off Parameter der Formfaktor so zu bestimmen, daß sie die globale Ladungserhaltung (Gl. 2.17) garantieren (s. [37, 43]), ist unserer Meinung nach nicht sinnvoll, da die Impulserhaltung (Gl. 2.18) dann nicht automatisch garantiert werden kann.

2.2.5 Bestimmung aller Modellparameter

Für die praktische Durchführung von Berechnungen in unserem Modell müssen alle relevanten Parameter festgelegt werden: die Fock-Zustände, welche zur Nukleonstruktur beitragen, und deren zugehörigen Lagrangedichten, Kopplungskonstanten und Formfaktoren. Wir berücksichtigen in unserem Modell alle Hadronen, die üblicherweise in Mesonaustausch-Modellen zur Beschreibung der niederenergetischen Nukleon-Nukleon und Nukleon-Hyperon Streuung verwendet werden [44, 45], also das $SU(3)$ -Oktett des Nukleons (N, Λ, Σ, Ξ), das erste $SU(3)$ -Dekuplett ($\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$), das erste pseudoskalare und vektorielle Mesonoktett ($\pi, \eta, K; \rho, \omega, K^*$) sowie das ϕ . Andere Hadronen spielen für die Nukleonstruktur keine Rolle, da sie entweder nur sehr schwach an das Nukleon koppeln oder so schwer sind, daß der Energienenner in Gl. (2.31) ihre Amplitude stark unterdrückt. Die zu diesen Teilchen gehörigen Lagrangedichten und Kopplungskonstanten werden in Anhang B diskutiert.

Alle Vertexformfaktoren parametrisieren wir in der exponentiellen Form

$$\Gamma_{BM}(y, k_{\perp}^2) = \exp \left[\frac{m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_{\perp}^2)}{2\Lambda_{BM}^2} \right]. \quad (2.41)$$

Dieser Formfaktor ², der zuerst in Ref. [16] benutzt wurde, erfüllt die notwendige Symmetrierelation Gl. (2.16).

Die Cut-Off Parameter Λ_{BM} wurden bereits in Ref. [17, 18] bestimmt. Hierzu haben wir die inklusive n, Λ bzw. Δ^{++} Produktion in der hochenergetischen pp Streuung (vgl. Abb. 2.4) betrachtet, die eine der tief-inelastische Streuung ähnliche Kinematik besitzt. Dieser Prozeß läßt sich in zwei unabhängige Teile unterteilen, den Vertex, an

²Formfaktoren, die nur von der invarianten Masse abhängen, könnten ebenfalls dazu verwendet werden die Anzahl der freien Parameter in Modellen für die NN - und $N\bar{N}$ -Streuung [45] zu verringern, bei denen zur Zeit noch unterschiedliche Formfaktoren für den Meson- bzw. Baryonaustausch erforderlich sind.

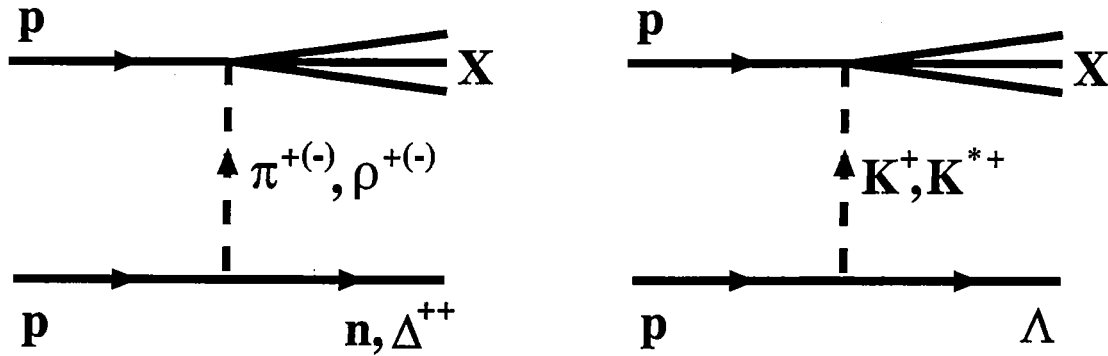


Abbildung 2.4: Die inklusive n , Λ und Δ^{++} Produktion in der hochenergetischen pp Streuung, in wir zum Festlegen der Cut-Off Parameter verwenden.

dessen Formfaktor wir interessiert sind (unterer Teil von Abb. 2.4) und einer inelastischen πN -Streuung (oberer Teil), welche durch den totalen πN -Wirkungsquerschnitt beschrieben werden kann. Aus diesen Analysen ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Lambda_{N\pi} = \Lambda_{N\rho} = \Lambda_{\Lambda K} = \Lambda_{\Lambda K^*} &= 10.8 \pm 0.05 \text{ GeV} \\ \Lambda_{\Delta\pi} = \Lambda_{\Delta\rho} &= 0.98 \pm 0.05 \text{ GeV}\end{aligned}\quad (2.42)$$

Da die Cut-Off-Parameter für den $N\pi$ ($N\rho$) und den ΛK (ΛK^*) Vertex gut übereinstimmen, ist es sinnvoll anzunehmen, daß eine Art Universalität gilt, d.h. daß alle Cut-Off Parameter für die Kopplung zweier $SU(3)$ -Multipletts an das Nukleon identisch sind. Hieraus folgt, daß wir $\Lambda_{N\pi}$ für alle Fockzustände, die ein Baryon aus dem Nukleon-Oktett beinhalten, verwenden und $\Lambda_{\Delta\pi}$ für alle anderen.

Um einen Vergleich mit herkömmlichen Formfaktoren durchzuführen, haben wir die Neutron-Produktionsdaten mit einem herkömmlichen Monopolformfaktor getestet:

$$\Gamma(y, k_{\perp}^2) = \left(\frac{\Lambda^2 - m_M^2}{\Lambda^2 - t} \right) \quad (2.43)$$

(s. Gl. 2.39). Falls man $\Lambda = 0.9 \text{ GeV}$ verwendet, welches in etwa dem üblichen Resultat in Pion-Nukleon Formfaktorrechnungen (s. z.B. [46]) entspricht, ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten bei niedrigen transversalen Impulsen. Bei höheren Impulsen beschreibt unser exponentieller Formfaktor die Daten besser. Für praktische Anwendungen ist dieser Formfaktor wegen der fehlenden Symmetrieeigenschaft Gl. (2.37) jedoch nicht geeignet.

2.2.6 Meson-Baryon-Verteilungsfunktionen

Mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt besprochenen Formfaktoren können wir nun die Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen berechnen. Wie man in Abb. 2.5 sieht, sind die Verteilungsfunktionen für die unterschiedlichen Fock-Zustände recht ähnlich. Das

wesentliche Charakteristikum ist, daß bei allen Verteilungsfunktionen das Maximum bei etwa $y \sim 0.5 - 0.6$ liegt. Also tragen im Mittel das Baryon und das Meson einen etwa gleichen Impuls. Außerdem werden die Verteilungsfunktionen für $y \rightarrow 0$ bzw. $y \rightarrow 1$ stark unterdrückt, was durch die Wahl des Formfaktors verständlich wird. Desweiteren ist gut zu sehen, daß die Massen der beteiligten Teilchen recht ausschlaggebend für die Größe der Verteilungsfunktionen sind.

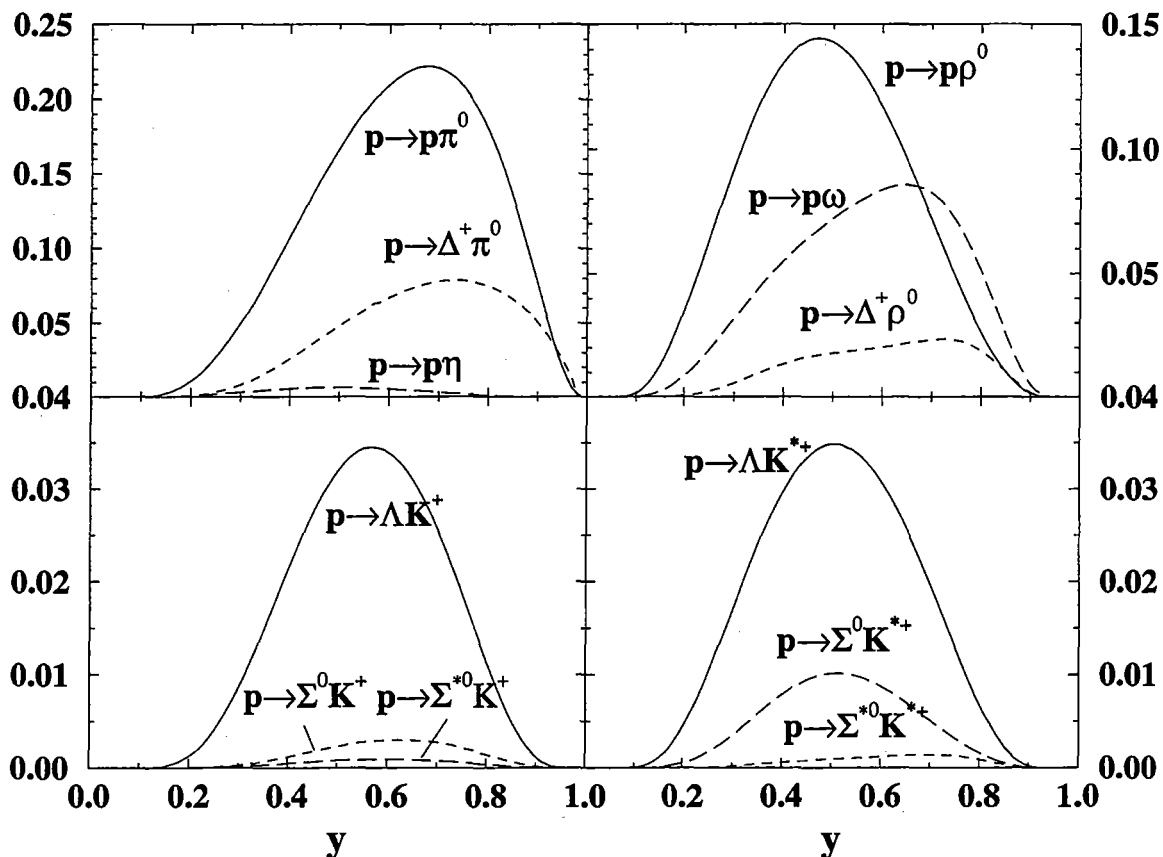
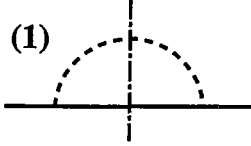


Abbildung 2.5: Die Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen $f_{BM}(y)$ für unterschiedliche Fock-Zustände.

2.2.7 Korrekturen höherer Ordnung

Es ist interessant zu wissen, inwieweit Prozesse höherer Ordnung für unsere Rechnung wichtig sind. Diese Prozesse zeichnen sich dadurch aus, daß mehr als ein Meson in der Mesonwolke enthalten ist. Wir wollen diese Fragestellung am Beispiel der $N\pi$ -Komponente in diesem Abschnitt untersuchen. Insgesamt erhält man in der zweiten Ordnung Störungstheorie alle Diagramme wie sie in Abb. 2.6 dargestellt werden. δm ist hierbei so definiert, daß sich der Pol der Nukleonpropagators durch Kopplung an das Pionfeld nicht verschiebt. Die entstehende wohlbekannte Definitionsgleichung

1. Ordnung



2. Ordnung

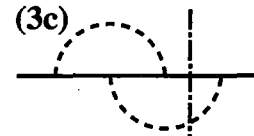
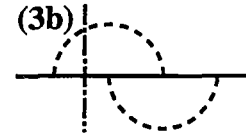
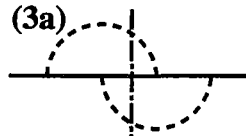
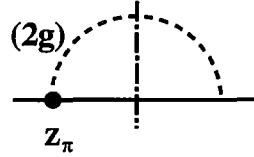
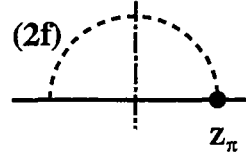
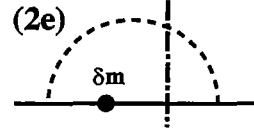
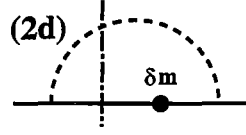
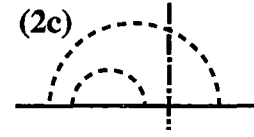
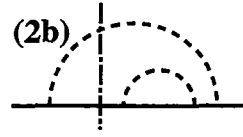
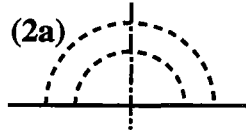


Abbildung 2.6: Alle Diagramme bis einschließlich der zweiten Ordnung in der Störungstheorie. Die senkrechten Linien stellen den Ort dar, an dem die Photon-Vorwärtsstreuamplitude zur Berechnung der tief-inelastischen Beiträge dieser Diagramme eingefügt werden muß.

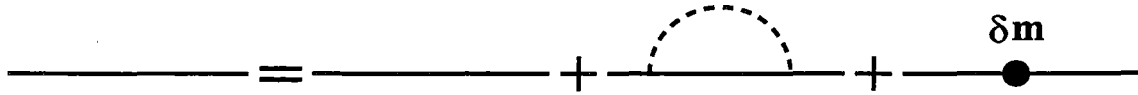


Abbildung 2.7: Diagrammatische Darstellung der Massenrenormierung.

von δm ist diagrammatisch in Abb. 2.7 gezeigt. Es ergibt sich:

$$\delta m = -\frac{3g_{pp\pi^0}^2}{16\pi^3} \int d^2\vec{k}_\perp \int_0^1 dy \frac{|\Gamma(y, k_\perp^2)|^2}{y^2(1-y)} \frac{(1-y)^2 m_N^2 + k_\perp^2}{[m_N^2 - M_{N\pi}^2(y, k_\perp^2)]}. \quad (2.44)$$

Z_π ist der Counter-Term der $NN\pi$ -Kopplung, der dafür sorgt, daß die Stärke des $NN\pi$ -Vertex (bei N -Vorwärtsstreuung) auch in der zweiten Ordnung der Störungstheorie mit der gemessenen Kopplungskonstante übereinstimmt. Es ergibt sich:

$$Z_\pi = -\frac{3g_{pp\pi^0}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{|\Gamma_{BM}(y, k_\perp^2)|^2}{[m_N^2 - M_{BM}^2(y, k_\perp^2)]}. \quad (2.45)$$

Für die Diagramme zweiter Ordnung ergeben sich die folgenden Verteilungsfunktionen, das Baryon mit einem longitudinalen Impulsbruchteil x zu finden (der hochgestellte Index bezeichnet das entsprechende Diagramm):

$$f^{(1)}(x) = \frac{3g_{pp\pi^0}^2}{16\pi^3} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{|\Gamma(x, k_\perp^2)|^2}{x^2(1-x)} \frac{(1-x)^2 m_N^2 + k_\perp^2}{[m_N^2 - M_{N\pi}^2(x, k_\perp^2)]^2}, \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} f^{(2a)}(x) &= F[2, 2, \delta(x - yz)], \\ f^{(2b)}(x) = f^{(2c)}(x) &= F[3, 1, \delta(x - y)], \end{aligned} \quad (2.47)$$

mit

$$\begin{aligned} F[n_1, n_2, X] &= \frac{9g_{pp\pi^0}^4}{256\pi^6} \int d^2\vec{k}_\perp d^2\vec{l}_\perp \int_0^1 dy dz \frac{|\Gamma(y, k_\perp^2)|^2 |\Gamma(z, l_\perp^2)|^2}{y^2(1-y)z^2(1-z)} X \\ &\times \frac{[(1-y)^2 m_N^2 + k_\perp^2][(1-z)^2 m_N^2 + l_\perp^2]}{[m_N^2 - M_{N\pi}^2(x, k_\perp^2)]^{n_1}} \\ &\times \left[m_N^2 - \frac{m_N^2 + (y\vec{k}_\perp + \vec{l}_\perp)^2}{yz} - \frac{m_\pi^2 + k_\perp^2}{1-y} - \frac{m_\pi^2 + ((1-y)\vec{k}_\perp - \vec{l}_\perp)^2}{y(1-z)} \right]^{-n_2}, \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$f^{(2d)}(x) = f^{(2e)}(x) = \delta m \frac{3g_{pp\pi^0}^2}{16\pi^3} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{|\Gamma(x, k_\perp^2)|^2}{x^2(1-x)} \frac{(1-x)^2 m_N^2 + k_\perp^2}{[m_N^2 - M_{N\pi}^2(x, k_\perp^2)]^3}, \quad (2.49)$$

$$f^{(2f)}(x) = f^{(2g)}(x) = Z_\pi \frac{3g_{pp\pi^0}^2}{16\pi^3} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{|\Gamma(x, k_\perp^2)|^2}{x^2(1-x)} \frac{(1-x)^2 m_N^2 + k_\perp^2}{[m_N^2 - M_{N\pi}^2(x, k_\perp^2)]^2}, \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} f^{(3a)}(x) &= G[1, 2, 1, \delta(x - y - z + 1)], \\ f^{(3b)}(x) &= G[2, 1, 1, \delta(x - y)], \\ f^{(3c)}(x) &= G[1, 1, 2, \delta(x - z)] \end{aligned} \quad (2.51)$$

mit

$$\begin{aligned} G[n_1, n_2, n_3, X] &= \frac{-3g_{pp\pi^0}^4}{256\pi^6} \int d^2\vec{k}_\perp d^2\vec{l}_\perp \int_0^1 dy dz X \Theta(y + z - 1) \\ &\times \left| \Gamma\left(\frac{y+z-1}{y}, (\vec{l}_\perp + \frac{1-z}{y}\vec{k}_\perp)^2\right) \right| \left| \Gamma\left(\frac{y+z-1}{z}, (\vec{k}_\perp + \frac{1-y}{z}\vec{l}_\perp)^2\right) \right| \\ &\times \frac{|\Gamma(y, k_\perp^2)| |\Gamma(z, l_\perp^2)|}{yz(y+z-1)^2(1-x)(1-y)} \\ &\times \left\{ m_N^4 \frac{(1-y)(1-z)}{yz} + m_N^2 \vec{k}_\perp \vec{l}_\perp \frac{(1-y)(1-z)}{yz} (y+z+2yz) \right. \\ &+ m_N^2 k_\perp^2 \frac{(1-z)^2}{yz} (1-y-yz) + m_N^2 l_\perp^2 \frac{(1-y)^2}{yz} (1-z-yz) \\ &+ k_\perp^2 l_\perp^2 \frac{(1-y)(1-z)}{yz} + \left(\frac{1-y}{z} l_\perp^2 + \frac{1-z}{y} k_\perp^2 \right) \vec{k}_\perp \vec{l}_\perp \\ &\left. + 2(\vec{k}_\perp \vec{l}_\perp)^2 - k_\perp^2 l_\perp^2 \right\} \\ &\times [m_N^2 - M_{N\pi}^2(y, k_\perp^2)]^{-n_1} [m_N^2 - M_{N\pi}^2(z, l_\perp^2)]^{-n_3} \\ &\times \left[m_N^2 - \frac{m_N^2 + (\vec{k}_\perp + \vec{l}_\perp)^2}{y+z-1} - \frac{m_\pi^2 + k_\perp^2}{1-y} - \frac{m_\pi^2 + l_\perp^2}{1-z} \right]^{-n_2}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

$M_{N\pi}^2$ ist hierbei die invariante Masse der $N\pi$ -Fock-Zustandes (s. Gl. 2.30), und $\Theta(x)$ ist die Heavyside'sche Stufenfunktion. Die Faktoren vor den Kopplungskonstanten sind Isospinfaktoren.

Eine numerische Auswertung der ersten Momente dieser Verteilungsfunktionen ergibt:

$$\begin{aligned}
 \langle f^{(1)} \rangle &= 0.307, & \langle f^{(2a)} \rangle &= 0.0109, \\
 \langle f^{(2b)} + f^{(2c)} \rangle &= 0.053, & \langle f^{(2d)} + f^{(2e)} \rangle &= -0.140, \\
 \langle f^{(2f)} + f^{(2g)} \rangle &= 0.0980, & \langle f^{(3a)} + f^{(3b)} + f^{(3c)} \rangle &= -0.0029.
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

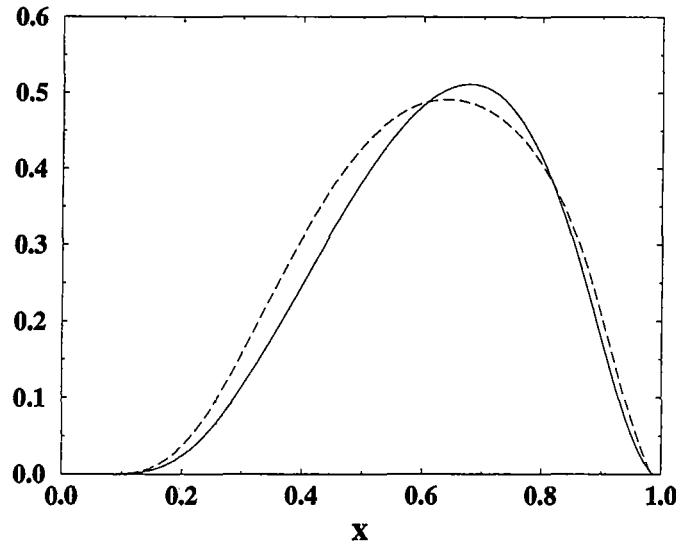


Abbildung 2.8: Die Wahrscheinlichkeit ein Nukleon mit longitudinalen Impuls x im Proton zu finden; mit nur einem Pion (ausgezogene Linie), bzw. bis zu zwei Pionen (gestrichelte Linie)

Also haben die Terme zweiter Ordnung eine Größe von etwa 10% im Vergleich zu den Termen erster Ordnung. Dies ist einiges kleiner als man naiv erwarten würde — das man die Größe der Terme der zweiten Ordnung durch $\langle f^{(1)} \rangle^2 \simeq 0.1$ abschätzen kann. Interessant ist nun der Vergleich der resultierenden Wahrscheinlichkeiten, in erster bzw. zweiter Ordnung, ein Nukleon mit einem longitudinalen Impulsbruchteil x im Proton zu finden. Die oben gezeigten Verteilungsfunktionen müssen hierzu noch richtig normiert werden. Die Renormierungskonstanten sind

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= 1 + \langle f^{(1)} \rangle, \\
 Z_2 &= 1 + \langle f^{(1)} \rangle + \langle f^{(2)} \rangle + \langle f^{(3)} \rangle,
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

wobei $f^{(2)}$ bzw. $f^{(3)}$ dies Summen aller entsprechenden Verteilungsfunktionen sind. Das Resultat ist in Abb. 2.8 gezeigt. Man erkennt, daß Korrekturen zweiter Ordnung nur eine kleine Verschiebung und Verbreiterung zu kleineren x bewirkt, die durch das zweite emittierte Pion verursacht wird. Die ersten Momente beider Verteilungsfunktionen sind annähernd gleich. Durch die Renormierung wird also der schon kleine Effekt der zweiten Ordnung noch weiter verringert.

Wir erwarten, daß durch eine Erweiterung dieser Rechnung durch den Einschluß weiterer Fock-Zustände dieses Ergebnis sich nicht wesentlich ändern wird. Zwar gibt es in der zweiten Ordnung mannigfaltige Kombinationsmöglichkeiten zwischen verschiedenen Fock-Zuständen, ihr numerischer Beitrag wird aber wohl recht klein sein.

Kapitel 3

Die Flavourstruktur des Nukleons

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit den Konsequenzen unseres Modells für die Flavourstruktur des Nukleons. Hier sind einige interessante Effekte zu erwarten, da die Valenzquarkstruktur der Mesonen und Baryonen in den Zwei-Teilchen-Fock-Zuständen anders ist als die im Nukleon. So stellt man z.B. fest, daß, wenn man nur den $N\pi$ -Fock-Zustand berücksichtigt, das $\bar{d}$ -Quark häufiger vorkommt (in der $p\pi^0$ und $n\pi^+$ Komponente) als das $\bar{u}$ -Quark (nur in der $p\pi^0$ Komponente). Dies erzeugt einen Überschuß an $\bar{d}$ -Quarks, der, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, durch die Messung der Gottfried-Summenregel nachgewiesen werden kann. In Abschnitt 3.2 extrahieren wir die Quarkverteilungsfunktionen des nackten Nukleons, welche im weiteren Verlauf der Rechnung benötigt werden und besprechen den Aufbau des Quarksees im physikalischen Nukleon. Auf dieser Grundlage können wir in Abschnitt 3.3 den sich in unserem Modell ergebenden Unterschied zwischen s und $\bar{s}$, der analog zu dem Unterschied zwischen $\bar{u}$ und $\bar{d}$ entsteht, berechnen. Abschließend diskutieren wir in Abschnitt 3.4 verschiedene Möglichkeiten, die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie das Drell-Yan-Experimenten zu extrahieren, und vergleichen unser Modell mit einem neuen experimentellen Ergebnis der NA51-Kollaboration.

3.1 Die Gottfried-Summenregel

Die Gottfried-Summenregel [3] (GSR) ist durch das Integral der Differenz der $F_2(x)$ -Strukturfunktionen des Protons bzw. des Neutrons gegeben:¹

$$\int_0^1 [F_2^p(x) - F_2^n(x)] \frac{dx}{x} = \int_0^1 \frac{4}{9} [u_p^v(x) - u_n^v(x)] + \frac{1}{9} [d_p^v(x) - d_n^v(x)] + 2 \left\{ \frac{4}{9} [\bar{u}_p(x) - \bar{u}_n(x)] + \frac{1}{9} [\bar{d}_p(x) - \bar{d}_n(x)] \right\} dx, \quad (3.1)$$

wobei $q_p^v(x) \equiv q_p(x) - \bar{q}_p(x)$ die Valenzquarkverteilungen sind. Wenn man nun die Anzahl der Quarks im Nukleon (Gl. 2.8) berücksichtigt, erhält man:

$$S_G = \frac{1}{3} + \int_0^1 \frac{8}{9} [\bar{u}_p(x) - \bar{u}_n(x)] + \frac{2}{9} [\bar{d}_p(x) - \bar{d}_n(x)] dx \quad (3.2)$$

¹Die Strukturfunktionen $F_2(x)$ und die Quarkverteilungsfunktionen $q(x)$ sind selbstverständlich ebenfalls Funktionen in Q^2 . Diese Abhängigkeit werden wir jedoch, um die Formeln einfach zu halten, im folgenden unterdrücken.

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \int_0^1 [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] dx = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} A_{\bar{u}-\bar{d}}.$$

Wie man in Gl. (3.2) erkennen kann, tragen die Valenzquarks nichts zu dem Wert der Gottfried-Summenregel bei; sie sind jedoch sehr wichtig für die Gestalt des Integranden. Wenn man zusätzlich noch Ladungssymmetrie für die Seequarks annimmt, d.h. $\bar{u}_p(x) = \bar{d}_n(x)$, und die übliche Annahme $\bar{u}_p(x) = \bar{d}_p(x)$ hinzufügt, welche von der Idee herrührt, daß der See im Nukleon störungstheoretischer Natur ist, erhält man den klassischen Wert $1/3$. Das NMC-Experiment [4], bei dem die relevanten Strukturfunktionen im Bereich von $0.004 \leq x \leq 0.8$ gemessen worden sind, findet durch Extrapolation nach $0 \leq x \leq 1$ den Wert

$$\int_0^1 [F_2^p(x) - F_2^n(x)] \frac{dx}{x} = 0.24 \pm 0.016, \quad (3.3)$$

bei $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$.

Der Integrand der Gottfried-Summenregel wurde aus dem Verhältnis $R = F_2^n/F_2^p$ und der Deuteronstrukturfunktion F_2^d gewonnen:

$$F_2^p(x) - F_2^n(x) = 2F_2^d(x) \frac{1 - R(x)}{1 + R(x)}. \quad (3.4)$$

In der ersten Auswertung der Gottfried-Summenregel wurde die Deuteronstrukturfunktion von einem globalen Fit zu früheren Experimenten verwendet. Inzwischen kann die NMC-Kollaboration jedoch auf eigene, genaue Daten, insbesondere bei kleinen x zurückgreifen [47]. Der alte Wert der Gottfried-Summenregel [4] wurde aktualisiert [48] auf

$$\int_0^1 [F_2^p(x) - F_2^n(x)] \frac{dx}{x} = 0.235 \pm 0.026. \quad (3.5)$$

Der Gesamtfehler ist hier größer als in Gl. (3.3), da die systematischen Fehler hier wesentlich gründlicher untersucht worden sind. Kerneffekte wie Shadowing oder Antishadowing wurden nicht in den systematischen Fehler eingeschlossen.

Im allgemeinen ist nicht nur die sogenannte $SU(2)_Q$ -Ladungssymmetrie [49] verletzt, sondern auch die $SU(2)_I$ -Isospinsymmetrie zwischen Proton und Neutron. In diesem Fall können die Proton- und Neutron- Antiquarkverteilungen folgendermassen aufgebaut sein:

$$\begin{aligned} \bar{u}_p(x) &= \bar{q}(x) - \frac{1}{2}\Delta_Q(x) - \frac{1}{2}\Delta_I(x), \\ \bar{d}_p(x) &= \bar{q}(x) + \frac{1}{2}\Delta_Q(x) - \frac{1}{2}\Delta_I(x), \\ \bar{u}_n(x) &= \bar{q}(x) + \frac{1}{2}\Delta_Q(x) + \frac{1}{2}\Delta_I(x), \\ \bar{d}_n(x) &= \bar{q}(x) - \frac{1}{2}\Delta_Q(x) + \frac{1}{2}\Delta_I(x). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die Vorzeichen vor $\Delta_Q(x)$ und $\Delta_I(x)$ wurden so gewählt, daß $\Delta_Q(x)$ und $\Delta_I(x)$ positiv sein müssen, um die experimentell gefundene Asymmetrie zu beschreiben. Mit der Parametrisierung Gl. (3.6) kann die Gottfried-Summenregel als

$$S_G = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\Delta_Q - \frac{10}{9}\Delta_I \quad (3.7)$$

geschrieben werden. Der Faktor $10/9$ zeigt die Empfindlichkeit der GSR auf $SU(2)_I$ -Symmetrieverletzungen. Der beobachtete Wert der Gottfried-Summenregel erfordert einen Wert von $\Delta_Q = 0.14 \pm 0.03$, falls nur die $SU(2)_Q$ -Symmetrie gebrochen ist. Der umgekehrte Fall, in dem nur die $SU(2)_I$ -Symmetrie gebrochen ist, erfordert $\Delta_I = 0.08 \pm 0.02$.

In Ref. [50] wurde diskutiert, daß es sehr schwierig ist, die Effekte des asymmetrischen Antiquark-Sees bzw. der Isospinsymmetriebrechung zu unterscheiden, da beide zu einem sehr ähnlichem Verhalten in der x -Abhängigkeit sowohl bei der tief-inelastischen Streuung als auch bei Drell-Yan-Prozessen führen können. Eine sorgfältige Analyse in Ref.[49] – basierend auf dem σ -Term und der Skalen-Ward-Identität – deutet auf $\Delta_Q \gg \Delta_I$ hin. Demzufolge werden wir in der weiteren Untersuchung den Effekt der Isospinsymmetriebrechung vernachlässigen.

Da die üblichen QCD-Evolutiongleichung (s. Anhang F) immer die gleiche Anzahl von $\bar{u}u$ und $\bar{d}d$ Quarks erzeugen, ist es zu erwarten, daß die Gottfried-Summenregel nur schwach von der Q^2 -Skala abhängt. In der Tat ergibt es sich, daß die Zwei-Loop-Evolution nur zu einem vernachlässigbaren Effekt führt [51]. Das Pauli-Prinzip führt zu einigen Interferenzphänomenen, deren Größe jedoch ebenfalls klein ist [51].

Die Ursache der Verletzung der Gottfried-Summenregel liegt vermutlich in komplizierterer, nicht-perturbativer Physik. Die Anwesenheit einer Pion-Wolke um das Nukleon liefert eine natürliche Erklärung des Überschusses von $\bar{d}$ Quarks zu $\bar{u}$ Quarks. Diese Art von Modell wurde bereits in einer Reihe von Arbeiten [11, 14, 15, 12, 10, 16, 38] verwendet, wobei der jeweilige Wert der GSR stark von den Details der Modelle abhängt, insbesondere von den verwendeten Vertex-Formfaktoren. In diesen frühen Rechnungen wurde jedoch häufig der Einfluß der Wellenfunktionsrenormierung nicht beachtet; auch wurden die Formfaktoren häufig in einer Form verwendet, die der Impulserhaltung widerspricht (s. Diskussion in Abschnitt 2.2.4).

In unserem Modell läßt sich die Gottfried-Summenregel einfach berechnen, da hierzu nur die ersten Momente der diversen Quarkverteilungsfunktion benötigt werden. Wenn man außerdem annimmt, daß alle nackten Teilchen eine einfachere Struktur als die physikalischen Teilchen besitzen, d.h. ihre Seequarkverteilungen nur störungstheoretischem Ursprungs sind, fließen nur die Anzahl der Valenzquarks der von uns verwendeten Teilchen und die ersten Momente der Meson-Baryon-Verteilungsfunk-

	Z	$\langle \bar{u} - \bar{d} \rangle$	S_G
nackt	1	0	0.333
$+\pi N$	1.324	-0.141	0.239
$+\pi \Delta$	1.434	-0.106	0.263
alle	1.723	-0.142	0.238

Tabelle 3.1: Die Gottfried-Summenregel mit unterschiedlichen berücksichtigten Fock-Zuständen ($S_G^{exp} = 0.235 \pm 0.026$). In jeder Zeile werden die angegebenen Fock-Zustände der Rechnung hinzugeführt.

nackt	$N-\pi, \eta$	$\Lambda, \Sigma-K$	$N-\rho, \omega$	$\Lambda, \Sigma-K^*$	$\Delta-\pi$	Σ^*-K	$\Delta-\rho, \omega$	Σ^*-K^*
58.1	18.0	0.8	13.1	1.5	6.2	0.2	2.0	0.1

Tabelle 3.2: Wahrscheinlichkeiten (in %) das physikalische Nukleon in einem bestimmten Fock-Zustand zu finden.

tionen in die Rechnung ein:

$$A_{\bar{u}-\bar{d}} = \frac{1}{Z} \left[-\langle f_{n\pi^+/p} \rangle - \langle f_{n\rho^+/p} \rangle - \langle f_{\Delta^0\pi^+/p} \rangle - \langle f_{\Delta^0\rho^+/p} \rangle + \langle f_{\Delta^{++}\pi^+/p} \rangle + \langle f_{\Delta^{++}\rho^+/p} \rangle + 2\langle f_{int} \rangle \right]. \quad (3.8)$$

Da die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie eine isovektorielle Größe ist, ist es möglich, daß Interferenzen zwischen isoskalaren und isovektoriellen Teilchen auftreten. Im einzelnen ergibt sich:

$$\langle f_{int} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle f_{(\pi^0\eta)p/p} \rangle + \langle f_{(\pi^0\omega)p/p} \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle f_{(\rho^0\eta)p/p} \rangle + \langle f_{(\rho^0\omega)p/p} \rangle. \quad (3.9)$$

Die Terme, bei denen das p durch ein Δ^+ ersetzt ist, existieren nicht, da das η bzw. ω nicht an das Δ koppeln. Die Interferenzterme sind durch

$$\langle f_{(M_1 M_2)B/N} \rangle = \int_0^1 dy \int d^2 \vec{k}_\perp \phi_{BM_1/N}(y, \vec{k}_\perp) \phi_{BM_2/N}^*(y, \vec{k}_\perp) \quad (3.10)$$

definiert. In früheren Arbeiten wurden diese Interferenzterme nicht berücksichtigt. Dies ist jedoch keine schwerwiegende Unterlassung, da diese Terme insgesamt recht klein sind. So ergibt sich mit unseren Parametern $\langle f_{int} \rangle = 0.0081$. Der Grund, daß die Interferenzterme so klein sind, ist im wesentlichen, daß die $NN\eta$ Kopplung sehr klein ist, bzw. daß bei $NN\omega$ die Tensorkopplung verschwindet.

In Tabelle 3.1 zeigen wir unsere Resultate für die Gottfried-Summenregel. Bereits nur durch den Einschluß der $N\pi$ -Fock-Komponenten stimmt unser Modell mit dem Resultat der NMC-Arbeitsgruppe überein. Falls man weiterhin die $\Delta\pi$ -Zustände hinzunimmt, wird diese Übereinstimmung wieder gestört. Dieses Verhalten tritt ebenfalls bei vielen früheren Modellen auf. Durch Einschluß der Vektormesonen wird

die Übereinstimmung zum Experiment wieder hergestellt. Dies zeigt, daß die Vektormesonkomponenten recht wichtig für die Struktur des Nukleons ist. Um dies zu illustrieren, zeigen wir in Tabelle 3.2 die Wahrscheinlichkeiten der unterschiedlichen Fock-Zustände. Die mit Abstand wichtigsten Komponenten sind $N\pi$, $N\rho$ und $\Delta\pi$, alle weiteren sind recht klein. Die Komponenten mit Strangeness sind aufgrund ihrer hohen Masse sehr klein. Es bleibt zu bemerken, daß die $N\rho$ -Komponente in unserem Modell im Vergleich zu [38, 42] recht groß ist, welches in einem anderem Formalismus begründet liegt.

In der Literatur werden auch andere Ursachen für die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie diskutiert. Eine interessante Idee wurde von Ball et al. vorgeschlagen [52], nach der die Pionen direkt an die (Konstituenten-)Quarks ankoppeln. Als Konsequenz verändert sich die Größe des Pion-Beitrages durch eine erweiterte QCD-Evolutionsgleichung. An dem unterschiedlichen Verhalten in Q^2 (unserer Modell folgt den üblichen QCD-Evolutionsgleichungen) können diese beiden Ansätze unterschieden werden. Zur Zeit liegen jedoch noch nicht genug Daten für die Q^2 -Abhängigkeit der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie vor.

Andere Autoren versuchen die Verletzung der GSR durch Kerneffekte in der tiefinelastischen Streuung am Deuteron zu erklären. So ist bekannt, daß Shadowing-Effekte [53, 16] den Wert der GSR verringern und daß Anti-Shadowing-Effekte genau die entgegengesetzte Wirkung haben [54, 55]. Es ist jedoch sehr schwierig, eine genaue quantitative Auswertung dieser Effekte durchzuführen. Die Rechnungen, die bislang durchgeführt worden sind, deuten darauf hin, daß die Kerneffekte insgesamt recht klein sind.

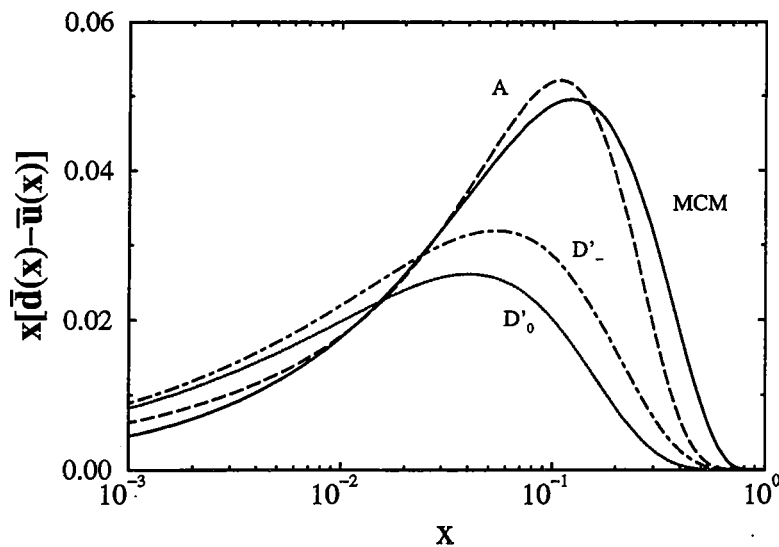


Abbildung 3.1: Die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie in unserem Modell (durchgezogene Linie) und in verschiedenen Parametrisierungen: $MSR(A)$ [56] und $MSR(D'_0)$, $MSR(D'_-)$ [6].

Ein besonderes Problem der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ist, daß sie nur schwer aus den üblichen tief-inelastischen Strukturfunktionsdaten (s. hierzu [56]) zu extrahieren ist. Aus solchen Analysen ist es noch nicht einmal klar, in welchem Bereich von x die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie wichtig ist. Dies ist gut in Abb. 3.1 zu sehen. Alle dort gezeigten experimentellen Parametrisierungen beschreiben die Strukturfunktionsdaten sehr gut, trotzdem ist der Verlauf der Asymmetrie sehr unterschiedlich. In Abschnitt 3.4 werden wir Methoden untersuchen, die es erlauben, die Asymmetrie sicher bestimmen zu können. Wenn wir unser Modell anwenden, stellt es sich heraus, daß die x -Abhängigkeit der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie nur von den diversen Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen sowie dem Valenzanteil der π - bzw. ρ -Strukturfunktion abhängt. Die Pionstrukturfunktion ist im Bereich $x > 0.15$ experimentell recht gut bekannt [57] und es ist naheliegend anzunehmen, daß $F_\rho^2(x) = F_\pi^2(x)$ gilt, so daß wir die x -Abhängigkeit der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ohne weitere Modellannahmen berechnen können. Das Ergebnis ist in Abb. 3.1 gezeigt. In unserem Modell stammt also der wesentliche Beitrag zur Verletzung der Gottfried-Summenregel aus dem Bereich größerer x . Es ist sehr befriedigend festzustellen, daß unser Modell recht nahe an dem neuesten Welt-Fit $MSR(A)$ [56] der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie, der alle verfügbaren tief-inelastische und Drell-Yan-Daten verwendet, liegt.

Der Aufbau der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ist in Abb. 3.2 gezeigt. Die Gesamtbetrag der einzelnen Beiträge wurde oben besprochen. Die Form der unterschiedlichen Beiträge ist eine direkte Konsequenz der Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen. So liegt z.B. das Maximum des $N\rho$ -Beitrages bei größeren x als das des $N\pi$ -Beitrages, da der entsprechenden $N\rho$ -Verteilungsfunktion das Maximum ebenfalls bei größeren x als bei der $N\pi$ -Verteilungsfunktion liegt (s. Abb. 2.5).

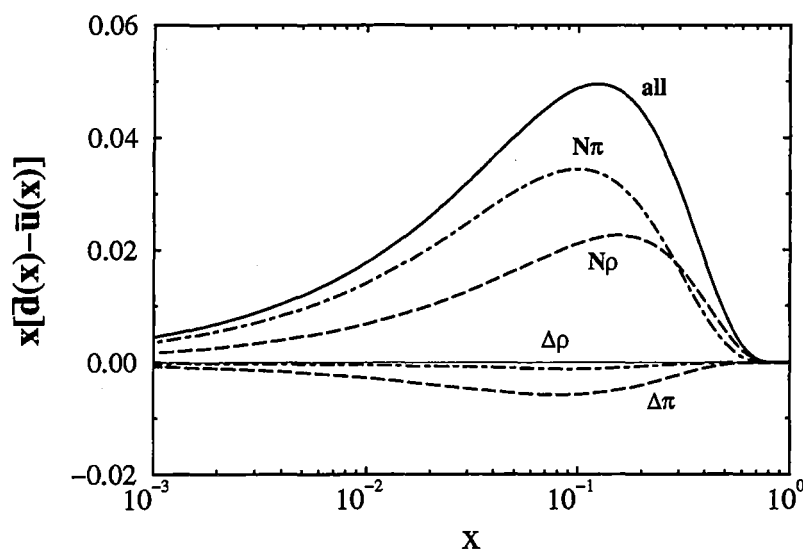


Abbildung 3.2: Der Aufbau der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie in unserem Modell.

3.2 Die nackten Quarkverteilungsfunktionen

Um z.B. Untersuchungen zum Aufbau der Seequarkverteilungen durchführen zu können, müssen die Quarkverteilungsfunktionen des nackten Nukleon bekannt sein. Üblicherweise [10, 38] wurden hierzu als nackte Seequarkverteilungen eine mit einem zu bestimmenden Faktor multiplizierte experimentelle Parametrisierung verwendet. Dieses Verfahren ist zwar nicht konsistent, die resultierenden Fehler sind jedoch nicht sehr groß. Anders ist die Situation bei den Valenzquarkverteilung, da durch die Faltung das Maximum der Verteilung verschoben wird. Um Größen, die direkt von den Valenzquarkverteilungen abhängen, konsistent berechnen zu können, müssen die nackten Quarkverteilungsfunktionen parametrisiert werden, und unter Einschluß der Effekte von höheren Fock-Zuständen an die verfügbaren Daten angepaßt werden. Wir werden zum Anpassen der Parametrisierungen die folgenden Daten verwenden, die für $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ bestimmt wurden:

- (a) $F_2^p(x, Q^2) - F_2^n(x, Q^2)$ [48],
- (b) $F_2^n(x, Q^2)/F_2^p(x, Q^2)$ [48],
- (c) $F_3^{\nu N}(x, Q^2)$ [58],
- (d) $\bar{q}(x, Q^2) = \bar{u}(x) + \bar{d}(x) + \bar{s}(x)$ [59].

$F_3^{\nu N}$ ist hierbei als Summe der F_3 -Strukturfunktion in der tief-inelastischen Neutrino-Proton- bzw. Antineutrino-Proton-Streuung definiert und entspricht somit der gesamten Valenzquarkverteilung:

$$F_3^{\nu N} = u_V(x) + d_V(x) \text{ mit } q_V(x) = q(x) - \bar{q}(x). \quad (3.11)$$

Wir parametrisieren die Quarkverteilungsfunktionen im Nukleon wie folgt:

$$\begin{aligned} x u_{V,nackt}(x) &= N_u x^{\alpha_1} (1-x)^{\beta_1} (1+\gamma_1 x), \\ x d_{V,nackt}(x) &= N_d x^{\alpha_2} (1-x)^{\beta_2} (1+\gamma_2 x), \\ x S_{nackt}(x) &= A_S (1-x)^\eta \end{aligned} \quad (3.12)$$

mit

$$S_{nackt} = u_{see,nackt} = \bar{u}_{see,nackt} = d_{see,nackt} = \bar{d}_{see,nackt} = 2s_{see,nackt} = 2\bar{s}_{see,nackt}. \quad (3.13)$$

Die Normalisierungsfaktoren N_u, N_d ergeben sich aus den Normalisierungsbedingungen

$$\int_0^1 u_V(x) dx = 2 \quad \text{und} \quad \int_0^1 d_V(x) dx = 1. \quad (3.14)$$

Wir nehmen an, daß der nackte Strangequarksee um 50% in Vergleich zum Non-Strangequarksee unterdrückt ist. Dieser Unterdrückungsfaktor ist notwendig, da die CCFR-Kollaboration [60] diese Unterdrückung experimentell beobachtet hat. Wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, kann unser Modell diese Unterdrückung nicht vollständig erklären, daher führen wir sie bereits für die nackten Quarkverteilungsfunktionen ein.

Bevor wir mit der praktischen Bestimmung all dieser Parameter beginnen können, müssen noch die Quarkverteilungsfunktionen aller, über das Nukleon hinaus, verwendeten Teilchen festgelegt werden. Wir benutzten hierzu die $SU(6)$ -Symmetrie, da es zu erwarten ist, daß z.B. die Quarkverteilungsfunktionen des Δ 's nicht allzu verschieden von den Nukleon-Quarkverteilungsfunktionen sind. Selbst eine merkbare Brechung der $SU(6)$ -Symmetrie führt nicht zu großen Fehlern, da die Quarkverteilungsfunktionen anderer Teilchen als des Nukleons nur eine untergeordnete Rolle spielen. Für das π verwenden wir Quarkverteilungsfunktionen aus [57], welche durch einen globalen Fit an alle verfügbaren Daten über die tief-inelastische Struktur des π 's gewonnen wurden. Die Strukturfunktionen aller weiteren Mesonen werden wiederum durch die $SU(6)$ -Symmetrie erzeugt. Ein Problem ist, daß der Seequarkanteil des Pions im wesentlichen nicht bekannt ist, da bislang die Pion-Strukturfunktion nur für $x > 0.2$ gemessen wurde. In diesem Bereich sind die Seequarkverteilungsfunktionen jedoch sehr klein und sind daher schwer von dem Valenzanteil zu trennen. Dies hat zur Folge, daß wir nicht genau wissen, wie groß der Seequarkanteil im nackten Nukleon sein muß, denn eine Veränderung dieses Anteiles kann leicht durch die Veränderung des Seequarksanteils in der Pionstrukturfunktion aufgefangen werden. Daher betrachten wir zwei Fälle: Den Fit mit verschwindenden nackten Seequarkanteil und hohem Seequarkanteil in der Pionstrukturfunktion (40% vom Impuls werden durch Seequark getragen, bei $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$), in Folge Fit II genannt, sowie mit einem kleineren Seequarkanteil in der Pionstrukturfunktion (20% Seequarkanteil) und nichtverschwindenden nackten Seequarkverteilungsfunktionen im nackten Nukleon (Fit I).

Die Ergebnisse unserer Fits sind in Tab. 3.3 gezeigt. Die Fits selber sind in Abb. 3.3 zu sehen und die entsprechenden Quarkverteilungsfunktionen in Abb. 3.4. Wie es zu erwarten war, hängt die Form der Valenzquarkverteilungen nur sehr schwach von der Behandlung des Quarksees ab (Fit I oder II). In Abb. 3.4 sind einige interessante Resultate zu sehen. So ist z.B. die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie gut zu sehen. Bei den Valenzquarkverteilung ist deutlich der Effekt der höheren Fock-Zuständen zu sehen: aufgrund der Faltung verschiebt sich das Maximum der Valenzquarkverteilungen zu kleineren x . Dieser Effekt ist beim u -Quark wesentlich ausgeprägter als beim d -Quark.

	I	II
α_1	0.37	0.38
α_2	0.10	0.12
β_1	2.5	2.5
β_2	4.7	4.7
γ_1	11	11
γ_2	102	68
A_S	0.11	—
η	15.8	—

Tabelle 3.3: Die Ergebnisse unserer Fits. Fit I benutzt eine Pionstrukturfunktion mit 20% Seequarkanteil, für Fit II wird angenommen, daß die nackten Seequarkverteilungsfunktionen verschwinden; außerdem wird eine Pionstrukturfunktion mit 40% Seequarkanteil verwendet.

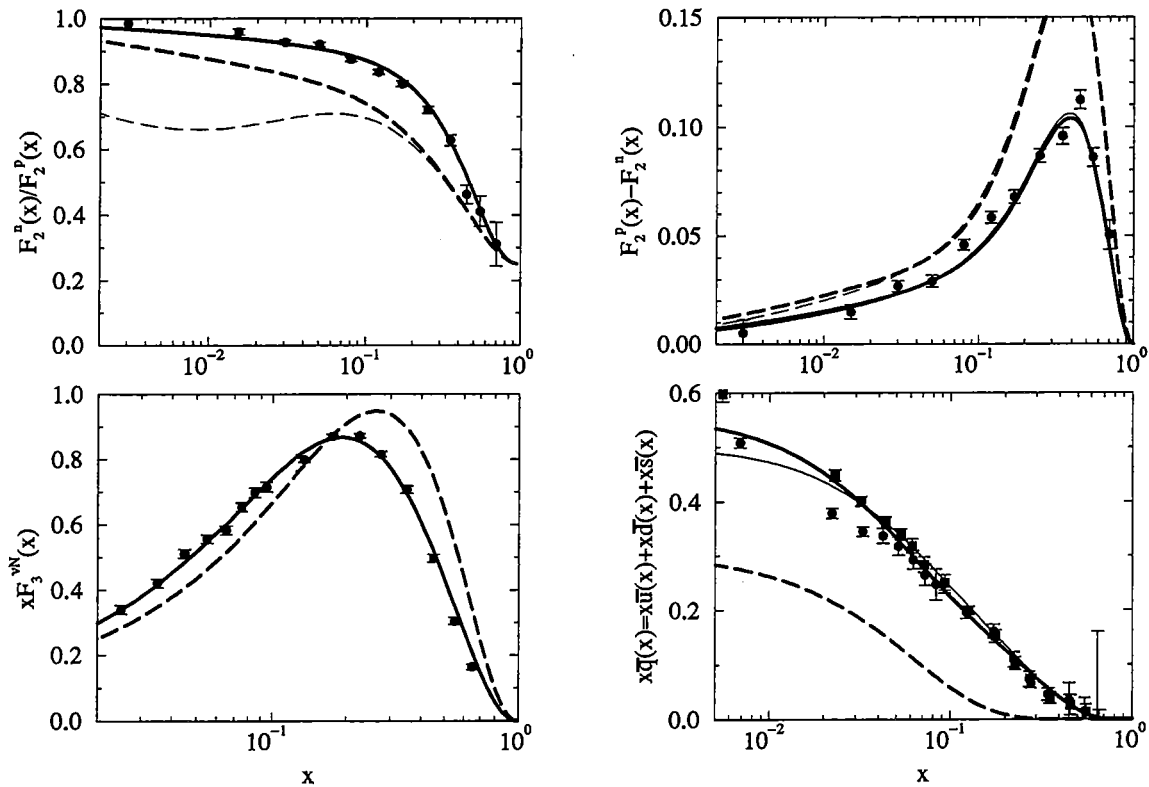


Abbildung 3.3: Der Fit an die experimentellen Daten bei $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$. Mit den gestrichelten Linien sind die nackten Größen gekennzeichnet und mit den durchgezogenen Linien die entsprechenden physikalischen Größen. Die dicken Linien gehören zu Fit I, die dünnen zu Fit II (s. Text). Die Skala der zu $\bar{q}(x)$ gehörigen experimentellen Daten [59] ist nicht $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$, sondern $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$ (Kreise) bzw. $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ (Quadrate).

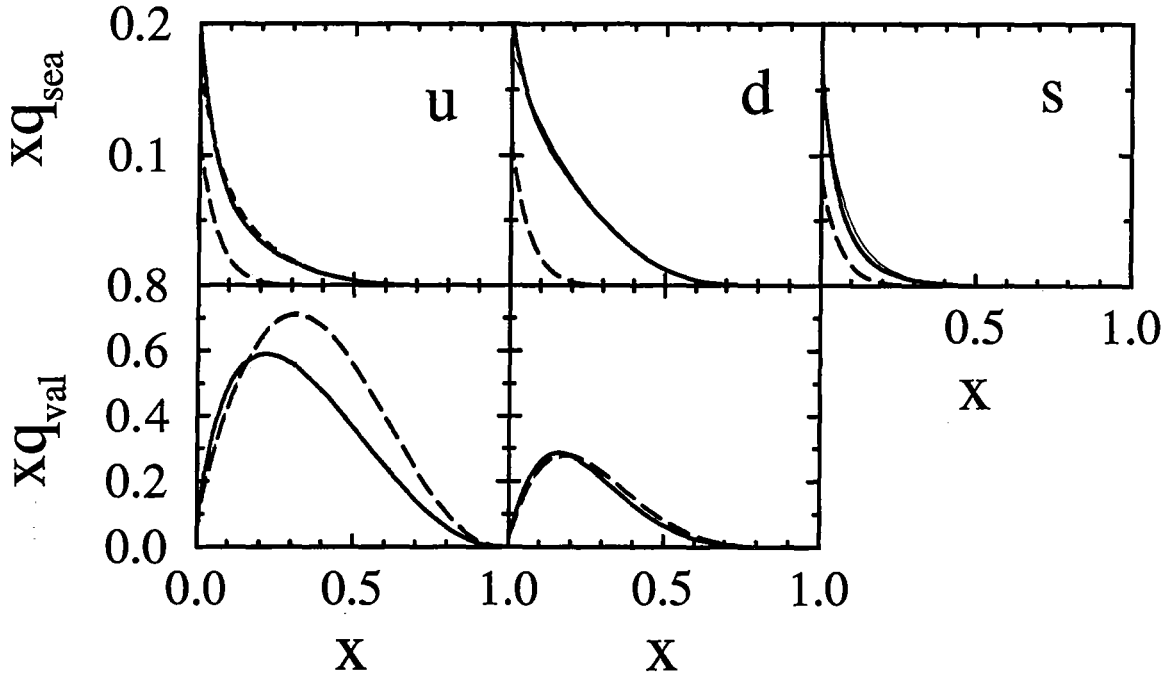


Abbildung 3.4: Die Quarkverteilungsfunktion aus unseren Fits. Die Linien haben die gleiche Bedeutung wie in Abb. 3.3.

Es existieren weitere Daten, mit denen wir unseren Modell überprüfen können. So hat die CCFR-Kollaboration die folgenden Verhältnisse von Quarkimpulsanteilen gemessen [60]:

$$\begin{aligned}
 \kappa &= \frac{2\langle xs \rangle}{\langle x\bar{u} \rangle + \langle x\bar{d} \rangle} = 0.44^{+0.09+0.07}_{-0.07-0.02}, \\
 \eta_s &= \frac{2\langle xs \rangle}{\langle xu \rangle + \langle xd \rangle} = 0.057^{+0.010+0.007}_{-0.008-0.002}, \\
 R_Q &= \frac{\langle x\bar{u} \rangle + \langle x\bar{d} \rangle + \langle x\bar{s} \rangle}{\langle xu \rangle + \langle xd \rangle + \langle xs \rangle} = 0.153 \pm 0.034.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Die Messungen wurden bei einem mittleren Impulsübertrag von $Q^2 = 16.85(\text{GeV}/c)^2$ durchgeführt. $\langle xq \rangle$ ist das zweite Moment der Quarkverteilungsfunktion $q(x)$. Da diese Daten bei einer anderen als der bislang verwendeten Skala ($Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$) gemessen wurden, müssen wir unsere Quarkverteilungsfunktionen mit Hilfe der QCD-Evolutionsgleichungen (s. Anhang F) umskalieren. Hierzu fehlt uns bislang jedoch noch eine Größe, die Gluonverteilungsfunktionen bei $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$. Hierzu verwenden wir

$$xg(x) = A_g(1-x)^{\eta_g} \quad \text{mit } \eta_g = 5.3. \tag{3.16}$$

Den Parameter η_g haben wir [61] entnommen. Dieser Wert hat sich auch in neueren Analysen kaum geändert [56]. A_g wird so angepaßt, daß der gesamte Impuls des Nukleons durch Quarks und Gluonen getragen wird.

Mit dieser Gluonverteilungsfunktion ergibt sich:

$$\begin{aligned} \text{Fit I :} \quad & \kappa = 0.46, \quad \eta_s = 0.069 \quad \text{und } R_Q = 0.176, \\ \text{Fit II :} \quad & \kappa = 0.54, \quad \eta_s = 0.081 \quad \text{und } R_Q = 0.182, \end{aligned} \quad (3.17)$$

Wir erreichen also eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Wesentlich hierfür ist die bereits in den nackten Seequarkverteilungsfunktionen benutzte Unterdrückung des nackten Strangequarksees. Ohne diese Unterdrückung, mit oder ohne höheren Fock-Zuständen, ist es nicht möglich, die Daten Gl. (3.15) vernünftig zu beschreiben.

Wie man in Gl. (3.17) sehen kann, erzeugt Fit II einen sehr starken Strangeness-See im Nukleon. Dies ist erst einmal verwunderlich, da, wie in Tab. 3.2 zu sehen ist, die Fock-Zustände mit Strangeness nur eine sehr kleine Wahrscheinlichkeit haben. Dies wird jedoch durch den sehr großen Quarksee im K und K^* mehr als ausgeglichen.

Insgesamt betrachten wir Fit I als realistischer, denn für Fit II wird eine Pionstrukturfunktion benötigt, in der 40% vom Impuls des Pions von Seequarks getragen wird. Zusammen mit den Valenzquarks, welchen etwa 45% des Impulses tragen, tragen die Gluonen also nur einen Impulsanteil von 15%. Verglichen mit dem Nukleon, in dem etwa 50% des Impulses von Gluonen getragen wird, ist dies sehr wenig. Desweiteren treten in allen Modellen (s. etwa [62, 63]), mit denen Quarkverteilungsfunktionen berechnet werden können, bei $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ bereits Seequarks auf; die Q^2 -Skala bei denen keine Seequarks präsent sind, liegt wesentlich niedriger. Im Folgenden werden wir nur die Ergebnisse von Fit I weiter verwenden.

Es ist interessant, nun die Struktur des nukleonischen Quarksees zu untersuchen. Wie in dem linken, oberen Teil ($x\bar{u}(x)$) der Abb. 3.5 zu sehen ist, entspricht das Verhältnis der verschiedenen Beiträge zum Quarksee nicht den Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Fock-Zustände (vgl. Tab. 3.2). Der Grund hierfür ist, daß zu $\bar{u}(x)$ nicht nur der Seeanteil der π^- 's und ρ^- 's betragen, sondern ebenfalls deren Valenzquarkverteilungen (aus π^0 , η , ρ^0 und ω). Dies bewirkt in den von uns betrachteten Bereich von $x > 0.01$ einen nackten Quarkseeanteiles von nur etwa 30%. Dieser Sachverhalt tritt ebenfalls für $\bar{d}(x)$ auf. Hier ist dieser Effekt jedoch noch wesentlich stärker, da die Fock-Zustände mit einem π^+ oder ρ^+ aufgrund der Isospinsymmetrie wesentlich wahrscheinlicher als Zustände mit einem π^0 oder ρ^0 sind. Auch ist die Form der gesamten $x\bar{d}(x)$ -Verteilung anders als die der $x\bar{u}(x)$ -Verteilung, was ebenfalls an dem größeren Valenzquarkanteil liegt.

Bei den Strangeness-Verteilungen fällt auf, daß die Beiträge der Fock-Zustände mit Strangeness ebenfalls nur einen geringen Einfluß haben. Nur im Bereich großer x dominieren die Valenzanteile der Strange-Baryonen (in $s(x)$) bzw. der Strange-Mesonen ($\bar{s}(x)$), während bei kleinen x der Strange-Quarksee im wesentlichen durch die Non-Strange-Fock-Zustände gegeben wird.

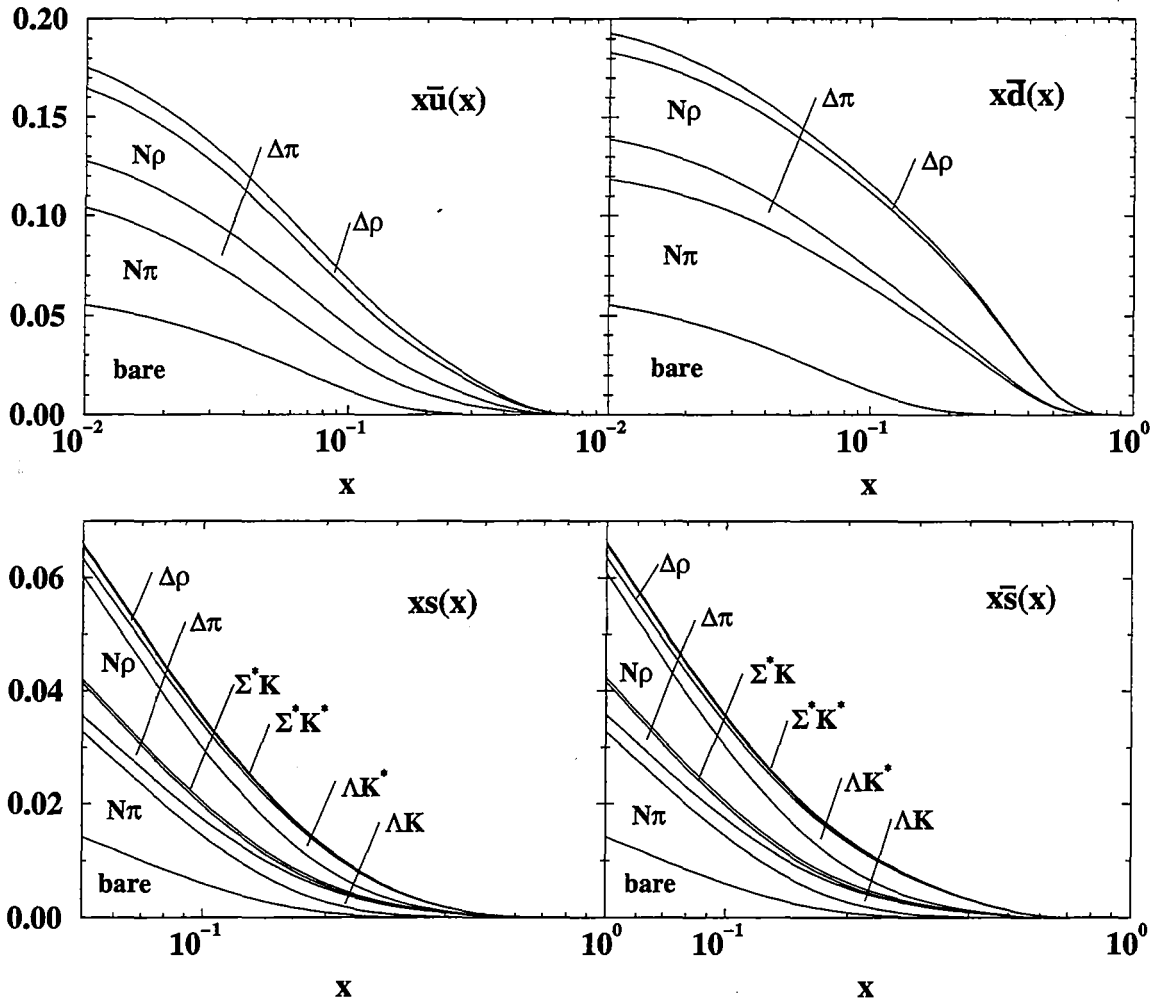


Abbildung 3.5: Der Aufbau des nukleonischen Quarksees. Die Flächen kennzeichnen den jeweiligen Anteil der entsprechenden Fock-Zustände an dem gesamten See. Für den $\bar{u}$ bzw. $\bar{d}$ Aufbau wurden die Anteile der Strangeness tragenden Fock-Zustände nicht eingezeichnet, da deren Beiträge sehr klein ist.

3.3 Die Strangeness-Asymmetrie

Das Nukleon trägt keine Strangeness. Dies impliziert sofort

$$\int_0^1 s(x) = \int_0^1 \bar{s}(x). \quad (3.18)$$

Bei der Parametrisierung von Quarkverteilungsfunktion wurde bislang immer $s(x) = \bar{s}(x)$ angenommen. Es gibt keinerlei prinzipielle Gründe für diese Beziehung, sie ist nur eine unmittelbare Konsequenz der Störungstheorie. In diesem Abschnitt wollen wir die nicht-perturbativen Effekte aufgrund der höheren Fock-Zuständen untersuchen. Abweichungen von $s(x) = \bar{s}(x)$ wurden bereits früher untersucht, so z.B. in dem chiralen Gross-Neven Modell [64], welches leider keine absolute Normierung dieses Effektes zuläßt. Auch das Bag-Modell wurde zur Berechnung dieser Größe herangezogen [65], das Resultat hing jedoch sehr stark vom Bag-Radius ab. Da zur

Zeit Experimente in Planung sind, die Abweichungen zwischen $s(x)$ und $\bar{s}(x)$ zu messen [66], berechnen wir nun diese Größe in unserem Modell. Hier sind Abweichung durch die Anwesenheit von (strange Meson)-(strange Baryon) Fock-Zustände in der nukleonischen Wellenfunktion zu erwarten, da $\bar{s}$ -Valenzquarks in K , K^* bzw. s -Valenzquarks in Λ , Σ , Σ^* vorkommen. Im Unterschied zu Ref. [64] sind wir in der Lage, die Größe des Effektes genau anzugeben; da wir alle Parameter unseres Modells bereits festgelegt haben. Wie im Falle der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie hängt die $s - \bar{s}$ Asymmetrie nur von den Valenzquarkverteilungen ab

$$s(x) - \bar{s}(x) = \frac{1}{Z} \left[\sum_B \int_x^1 f_{BM/N}(y) s_{val}^B \left(\frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} - \sum_M \int_x^1 f_{MB/N}(y) \bar{s}_{val}^M \left(\frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} \right]. \quad (3.19)$$

Gl. (3.19) zeigt, daß die Form der Asymmetrie sowohl von der Form der Verteilungsfunktionen f als auch der Valenzquarkverteilung in Mesonen bzw. Baryonen abhängt. Tatsächlich lassen sich zwei konkurrierende Effekte beobachten: (a) $f_{BM/N}(y)$ hat sein Maximum bei $y > 0.5$, (b) das Maximum der Mesonvalenzquarkverteilungen liegt bei größeren x als die Baryonvalenzquarkverteilungen (2 im Vergleich zu 3 Valenzquarks). Wie in Abb. 3.6 zu sehen ist, überwiegt Effekt (b). Da beide Effekte gegeneinander wirken, kann die $s - \bar{s}$ -Asymmetrie nicht sonderlich genau berechnet werden; eine leichte Änderung der Parameter ändert ihre Form. Nur die Größenordnung der Symmetriebrechung ist verlässlich in unserem Modell berechenbar. Sie ist so klein, daß sie experimentell wohl kaum nachgewiesen werden kann. In der Tat hat die CCFR-Kollaboration eine nur geringfügige, mit Null konsistente Verletzung der $s - \bar{s}$ Symmetrie beobachtet [67].

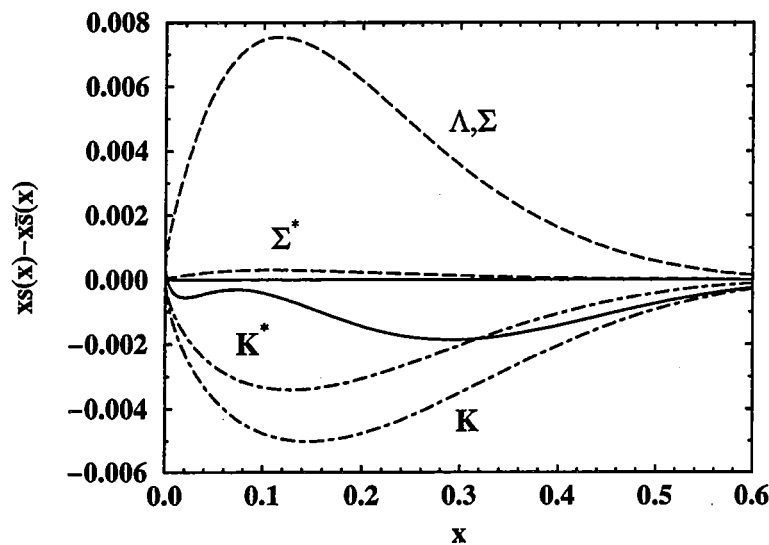


Abbildung 3.6: Die $xs(x) - x\bar{s}(x)$ Asymmetrie in unserem Modell (durchgezogene Linie). Die weiteren Kurven zeigen die Beiträge der unterschiedlichen Teilchen zur Asymmetrie.

3.4 Drell-Yan-Prozesse

In diesem Abschnitt wollen wir Drell-Yan-Prozesse daraufhin untersuchen, inwieweit sie Information über die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie liefern können.

3.4.1 Kinematik

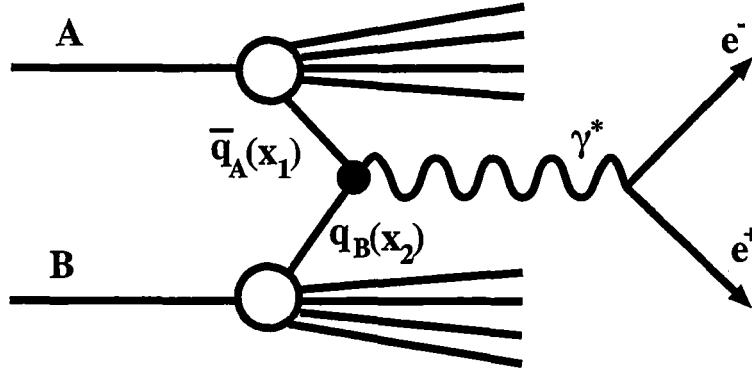


Abbildung 3.7: Der Drell-Yan-Prozeß: ein Antiquark (Quark) aus dem Strahl (A) annihiliert mit einem Quark (Antiquark) aus dem Target (B) und erzeugt ein Lepton Paar.

Der Drell-Yan-Prozeß (s. Abb. 3.7) beinhaltet die elektromagnetische Annihilation eines Quarks (Antiquarks) eines Strahlbaryons A und eines Antiquarks (Quarks) eines Targets baryons B. Das resultierende virtuelle Photon materialisiert sich in ein Dilepton-Paar ($\ell^+\ell^-$), wobei Myonen experimentell am einfachsten nachzuweisen sind.

Der Wirkungsquerschnitt eines Drell-Yan-Prozesses ist durch

$$\frac{d\sigma^{AB}}{dx_1 dx_2} = \frac{4\pi\alpha^2}{9sx_1x_2} K(x_1, x_2) \sum_f e_f^2 \left[q_A^f(x_1) \bar{q}_B^f(x_2) + \bar{q}_A^f(x_1) q_B^f(x_2) \right] \quad (3.20)$$

gegeben. Hierbei ist s das Quadrat der Schwerpunktsenergie und x_1 bzw. x_2 sind die longitudinalen Impulsbruchteile, die von Quarks mit Flavour f getragen werden. $q_A(x_1)$ ($\bar{q}_A(x_1)$) bzw. $q_B(x_2)$ ($\bar{q}_B(x_2)$) sind die (Anti-)Quarkverteilungen des Strahls bzw. des Targets. Der Faktor $K(x_1, x_2)$ berücksichtigt QCD-Korrekturen, welche für den betrachteten Prozeß relevant sind. Sein typischer Wert über dem experimentell zugänglichen kinematischen Bereich ist 1.5. Die Werte von x_1 bzw. x_2 können aus dem Experiment mittels

$$M^2 = s x_1 x_2 \approx 2P_{\ell^+} P_{\ell^-} (1 - \cos \theta_{\ell^+ \ell^-}), \quad (3.21)$$

extrahiert werden. M ist hier die Masse des Dilepton-Paares, P_{ℓ^+} und P_{ℓ^-} die Ruhesystemimpulse der Leptonen, die einen Winkel $\theta_{\ell^+ \ell^-}$ zwischen sich bilden. Der

gesamte longitudinale Impuls, den das Lepton-Paar trägt, legt $x_1 - x_2$ fest

$$x_1 - x_2 \equiv x_F = \frac{2(P_{\ell^+} + P_{\ell^-})_L}{s} - 1. \quad (3.22)$$

Um zusätzliche Beträge zum Drell-Yan-Wirkungsquerschnitt durch Vektormesonproduktion zu verhindern, werden üblicherweise alle Messungen in dem Bereich $M < 4 \text{ GeV}$ (J/Ψ) und $9 \leq M \leq 11 \text{ GeV}$ (Υ) bei der Analyse ausgeschlossen.

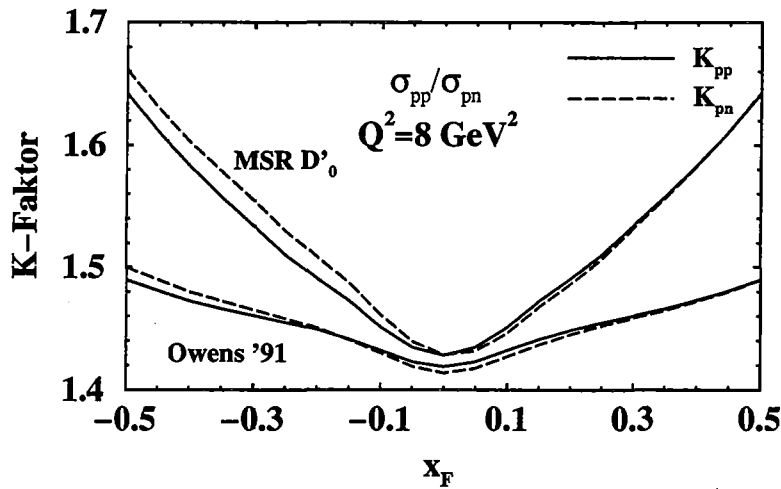


Abbildung 3.8: Die K -Faktoren für die Dilepton-Produktion in pp (durchgezogene Linie) und pn (gestrichelte Linie) Kollisionen für zwei Quarkverteilungsfunktionen in führender Ordnung [61, 6].

Der absolute Wert des Drell-Yan-Wirkungsquerschnittes wird durch Unsicherheit der Extrapolation von zeit- zu raumartigen Werten von Q^2 beeinflusst. Diese Extrapolation beinhaltet den Faktor K (s. Gl. 3.20). Um diese Unsicherheit zu vermeiden, ist es vorteilhafter Verhältnisse von Drell-Yan Wirkungsquerschnitten zu betrachten [68, 69, 70] anstatt der absoluten Werte. Wesentlich hierfür ist, daß die K -Faktoren für die pp - bzw. pd -Streuung übereinstimmen. Dies kann man durch die Berechnung von höheren QCD-Korrekturen überprüfen. In Abb. 3.8 sind die K -Faktoren, die mit Hilfe des in Ref. [57] entwickelten Formalismus berechnet worden sind, für zwei verschiedene Quarkverteilungsparametrisierungen [61, 6] abgebildet. Obwohl der K -Faktor sowohl von den Quarkverteilungsfunktionen, als auch von x_1 und x_2 abhängt, ist sein Wert im wesentlichen identisch für Proton-Proton- und Proton-Neutron-Kollisionen. Die annähernde Gleichheit von K_{pp} und K_{pn} erlaubt es uns, höhere Korrekturen zu vernachlässigen, und die Rechnungen nur in führender Ordnung durchzuführen.

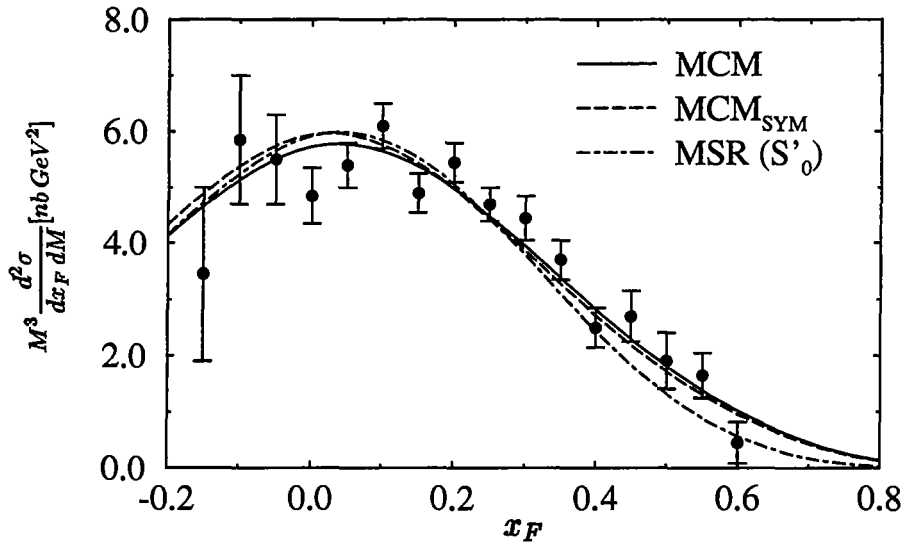


Abbildung 3.9: Der differentielle Dilepton-Produktionswirkungsquerschnitt $M^3 d^2 \sigma / dx_F dM$ in der Proton-Deuteron-Kollision. Gezeigt ist der Fit des K -Faktor für unterschiedliche Quarkverteilungsfunktionen an die experimentellen Daten [71].

3.4.2 Vergleich mit unseren Quarkverteilungsfunktionen

Die Quarkverteilungsfunktionen, welche wir in Abschnitt 3.2 bestimmt hatten, lassen sich nun weiter durch den Vergleich mit den Daten der E772-Kollaboration [71] für den differentiellen Dilepton-Produktionswirkungsquerschnitt $M^3 d^2 \sigma / dx_F dM$ in der $p + d$ Reaktion testen. Hierzu muß man den K -Faktor bestimmen, um die Rechnung mit den Daten vergleichen zu können. Um die Empfindlichkeit der Drell-Yan-Daten auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie zu testen, haben wir die gleiche Rechnung mit symmetrisiertem See durchgeführt:

$$\bar{u}_{sym}(x) = \bar{d}_{sym}(x) = \frac{\bar{u}(x) + \bar{d}(x)}{2}. \quad (3.23)$$

In Abb. 3.9 zeigen wir das Ergebnis für unser Modell (durchgezogene Linie, $\chi^2/N = 1.15$) und das Ergebnis unter Verwendung des symmetrisierten Sees (gestrichelte Linie, $\chi^2/N = 1.42$). Obwohl man einen gewissen Einfluß der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie beobachten kann, kann der Effekt leicht durch eine Änderung der Normierung ausgeglichen werden. Zum Vergleich zeigen wir ebenfalls das Resultat, welches sich durch die Verwendung der $MSR(S'_0)$ -Quarkverteilungsfunktionen [6] ergibt (strichpunktierte Linie, $\chi^2/N = 1.84$).

3.4.3 Drell-Yan-Prozesse an Kernen

Die augenblicklich verfügbaren experimentellen Daten für Drell-Yan-Prozesse in der NN -Streuung haben eine vergleichsweise schlechte Statistik. Demzufolge ist man gegenwärtig gezwungen, theoretische Rechnungen ebenfalls mit Daten aus der Proton-

Kern-Streuung zu vergleichen. Das Problem hierbei ist, daß Kerneffekte bei Drell-Yan-Experimenten bislang kaum theoretisch behandelt werden können. In erster Näherung, unter Ausschluß sämtlicher Kerneffekte, ist der Dilepton-Produktionswirkungsquerschnitt in der Proton-Kern wie folgt durch die elementaren pp und pn Prozesse gegeben:

$$\sigma_{pA}^{DY} = Z\sigma_{pp}^{DY} + N\sigma_{pn}^{DY} \quad (3.24)$$

Hier ist, wie üblich, Z die Ladungszahl des Kernes und N die Neutronenanzahl ($A = Z + N$). Es wurde demonstriert [72, 70], daß das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für die Streuung an Kernen mit $N - Z \neq 0$ zu isoskalaren Kernen wie z.B. Deuterium, sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Differenz ist. Verhältnisse dieser Art wurden von der E772-Kollaboration bei FNAL für Kohlenstoff, Kalzium, Eisen und Wolfram gemessen. Man erhält:

$$R_{DY} = \frac{2\sigma^{DY}(p+A)}{A\sigma^{DY}(p+d)} = \frac{2Z}{A} + \frac{N-Z}{A} \frac{2\sigma^{pn}(x_1, x_2)}{\sigma^{pp}(x_1, x_2) + \sigma^{pn}(x_1, x_2)} \quad (3.25)$$

Im Grenzwert großer x_2 (target) nimmt dieses Verhältnis eine sehr einfache Form an [71]

$$R_{DY}(x) = \frac{2Z}{A} + \frac{N-Z}{A} \frac{\bar{d}(x) - \bar{u}(x)}{\bar{d}(x) + \bar{u}(x)}, \quad (3.26)$$

was zeigt, daß die Drell-Yan-Prozesse mit nicht-isoskalaren Kernen sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie sein können.

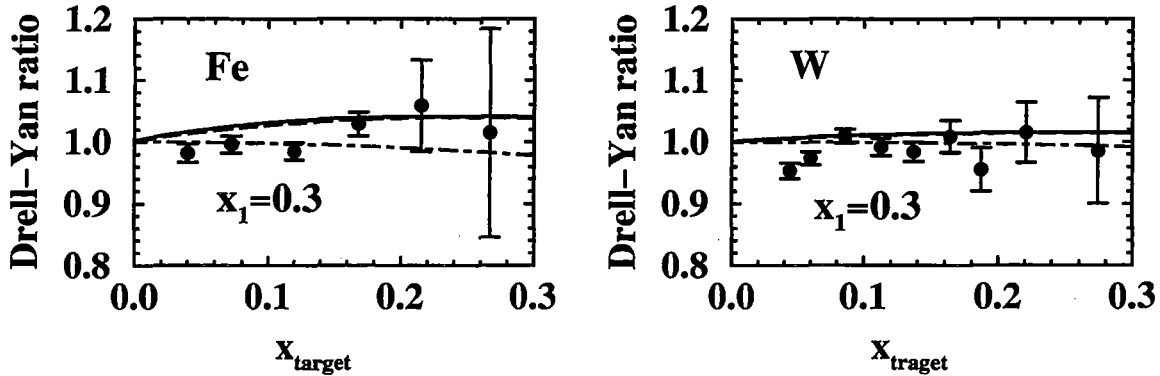


Abbildung 3.10: Das Drell-Yan-Verhältnis definiert durch Gl. (3.25) für Eisen und Wolfram. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis unseres Modells, die gestrichelte die $MSR(A)$ -Parametrisierung, die strichpunktierte Linie die $MSR(S'_0)$ -Parametrisierung.

Es ergibt sich jedoch, daß die experimentellen Verhältnisse mit symmetrischen Quarkverteilungsfunktionen [71, 72] verträglich sind (s. Abb. 3.10), welches diese Daten ungeeignet für die Bestimmung der Asymmetrie macht. Darüberhinaus hat die Verwendung von asymmetrischen Quarkverteilungsfunktionen (durchgezogene und gestrichelte Linie) einen nur sehr kleinen Effekt auf die Verhältnisse. Das Verhältnis,

welches sich durch die Verwendung der neuen $MRS(A)$ Quarkverteilungsfunktionen ergibt, stimmt nahezu überein mit dem Resultat aus unserem Modell.

3.4.4 Die Rapiditätsverteilung

Eine andere Idee, die Asymmetrie zu untersuchen, wurde vor mehr als einer Dekade von Ito et al. [73] vorgeschlagen. Ihre Idee war es, die logarithmische Ableitung der Rapiditätsverteilung zu untersuchen,

$$S(\sqrt{\tau}) = \frac{d}{dy} \ln \frac{d^2\sigma}{dM dy} \bigg|_{y=0}, \quad \text{mit } \tau = x_1 x_2, \quad (3.27)$$

wobei $y = \ln(x_1/x_2)/2$ die Rapidität ist. Diese Größe besitzt ebenfalls die gewünschte Eigenschaft, das sie von K unabhängig ist. Diese Ableitung kann mit Hilfe der Quarkverteilungsfunktionen wie folgt berechnet werden:

$$S(x) = \frac{x^2}{X(x, x)} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} X(x_1, x) \bigg|_{x_1=x} - \frac{\partial}{\partial x_2} X(x, x_2) \bigg|_{x_2=x} \right), \quad (3.28)$$

mit

$$\begin{aligned} X(x_1, x_2) = & \frac{4}{9} \left\{ u(x_1) \left[\frac{Z}{A} \bar{u}(x_2) + \frac{N}{A} \bar{d}(x_2) \right] + \bar{u}(x_1) \left[\frac{Z}{A} u(x_2) + \frac{N}{A} d(x_2) \right] \right\} \\ & + \frac{1}{9} \left\{ d(x_1) \left[\frac{Z}{A} \bar{d}(x_2) + \frac{N}{A} \bar{u}(x_2) \right] + \bar{d}(x_1) \left[\frac{Z}{A} d(x_2) + \frac{N}{A} u(x_2) \right] \right\} \\ & + \frac{1}{9} \left\{ s(x_1) \bar{s}(x_2) + \bar{s}(x_1) s(x_2) \right\}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Wir zeigen den Effekt der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie in Abb. 3.11. Hierbei haben wir die asymmetrischen Quarkverteilungsfunktionen der $MSR(A)$ -Parametrisierung [56] verwendet und die Quarkverteilungsfunktionen von unserem Modell (durchgezogene Linien). Die gestrichelten Linien wurden mit Hilfe der zugehörigen symmetrisierten Quarkverteilungsfunktionen (s. Gl. 3.23) berechnet. Die Pfeile zeigen den Effekt der Symmetrisierung, welche die Ableitung stark verkleinert. In dieser und allen folgenden Rechnungen haben wir die QCD-Korrekturen aufgrund der QCD-Skalenabhängigkeit ($Q^2 = s x_1 x_2$) durch die QCD-Evolutionsgleichungen (s. Anhang F) berücksichtigt. Es zeigte sich jedoch, daß diese Korrekturen recht klein sind.

Die Steigung der Rapiditätsverteilung Gl. (3.27) ist eine Größe, welche nicht nur sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ist sondern auch auf die Valenzquarkverteilungen. In Abb. 3.12 zeigen wir die Steigung der Rapiditätsverteilung für unterschiedliche Valenzquarkverteilungen. Diese Abbildung zeigt deutlich, daß eine vernünftige Beschreibung der Daten sowohl mit asymmetrischen als auch symmetrischen Quarkverteilungsfunktionen erreicht werden kann und daher nicht zur Extraktion der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie taugt.

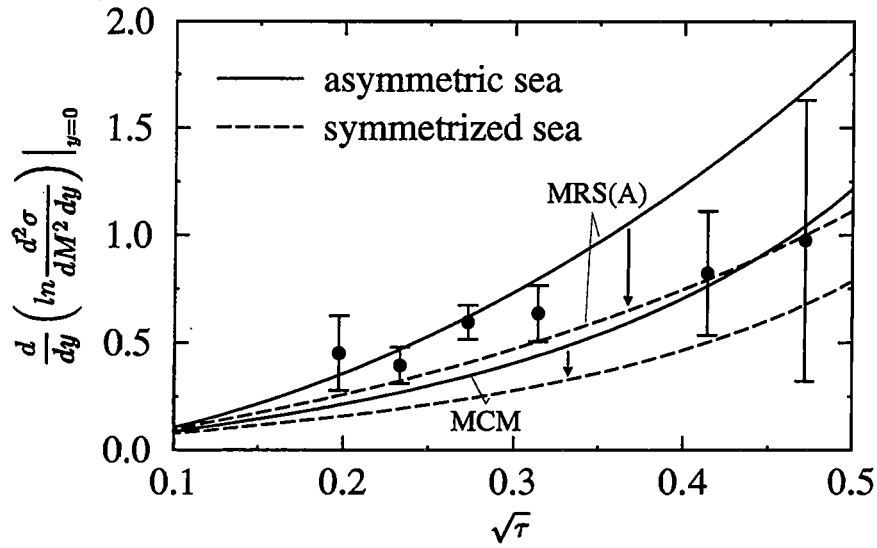


Abbildung 3.11: Der Effekt der $\bar{u} = \bar{d}$ Asymmetrie auf die Steigung der Rapidity-Verteilung (Daten aus [73]). Die beiden durchgezogenen Linien wurden mit den asymmetrischen Quarkverteilungsfunktionen der MRS(A)-Parametrisierung [56] bzw. aus unserem Modell berechnet. Die gestrichelten Linien entstanden durch die Symmetrisierungsvorschrift Gl. (3.23). Die Pfeile deuten den Effekt der Symmetrisierung an.

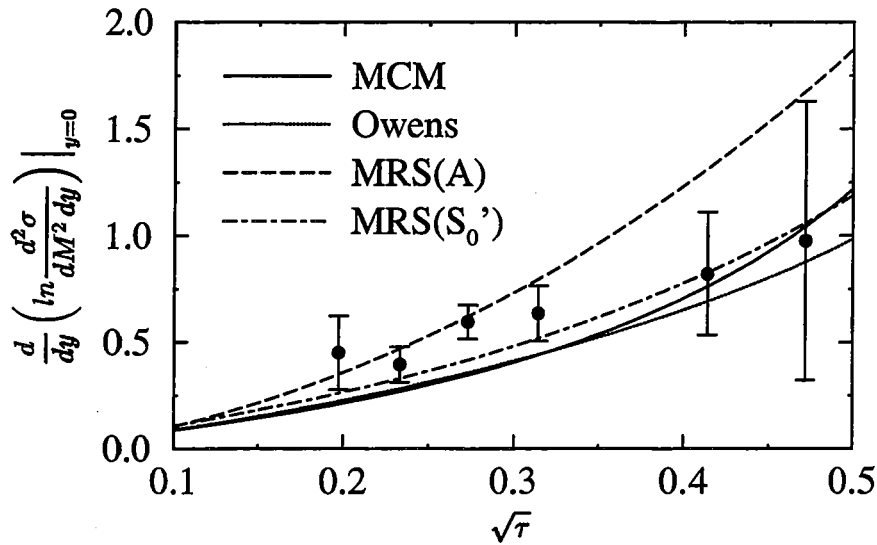


Abbildung 3.12: Die Steigung der Rapidity-Verteilung in unterschiedlichen Parametrisierungen.

3.4.5 Die Drell-Yan-Asymmetrie

Eine weitere Größe, die sich ebenfalls direkt aus dem Experiment gewinnen läßt, ist

$$A_{DY}(x_1, x_2) = \frac{\sigma_{pp}(x_1, x_2) - \sigma_{pn}(x_1, x_2)}{\sigma_{pp}(x_1, x_2) + \sigma_{pn}(x_1, x_2)}, \quad (3.30)$$

welche wir im folgenden 'Drell-Yan-Asymmetrie' nennen wollen. In Gl. (3.30) sind σ_{pp} und σ_{pn} die Dilepton-Produktionswirkungsquerschnitte in der Proton-Proton

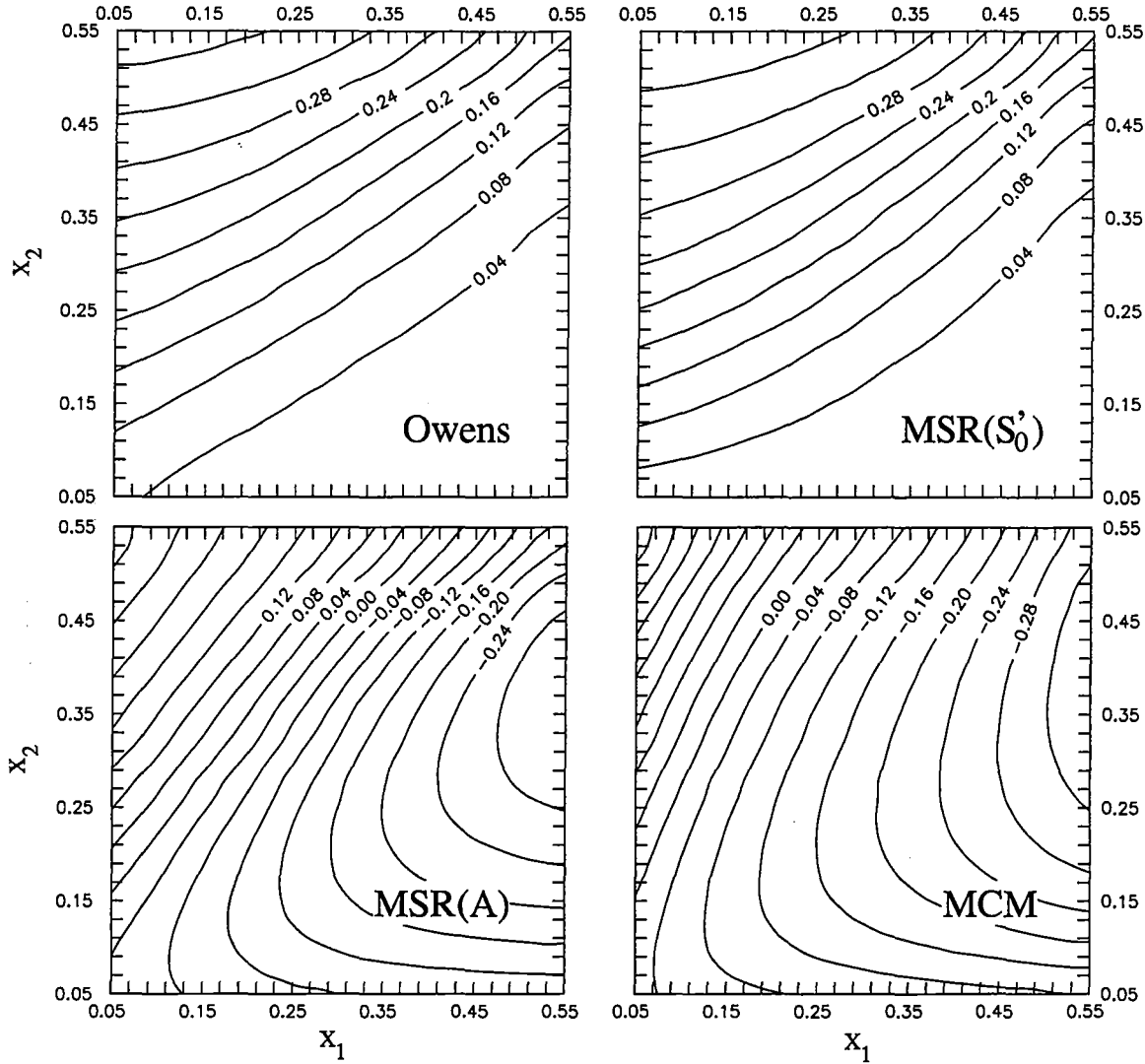


Abbildung 3.13: Die Drell-Yan-Asymmetrie in Abhängigkeit von x_1, x_2 für diverse Quarkverteilungsparametrisierungen: ohne Asymmetrie Owens [61], $MSR(S'_0)$ [6]; mit Asymmetrie $MSR(A)$ [56], unser Modell (MCM).

bzw. Proton-Neutron Streuung. Die Drell-Yan-Asymmetrie kann mit Hilfe der Größen

$$\bar{q} = \frac{\bar{u} + \bar{d}}{2}, \quad \Delta = \bar{d} - \bar{u} \quad (3.31)$$

wie folgt geschrieben werden

$$A_{DY}(x_1, x_2) = \frac{[u(x_2) - d(x_2)][3\bar{q}(x_1) - 5/2\Delta(x_1)] - [4u(x_1) - d(x_1)]\Delta(x_2)}{[u(x_2) + d(x_2)][5\bar{q}(x_1) - 3/2\Delta(x_1)] + [4u(x_1) + d(x_1)]2\bar{q}(x_2)}. \quad (3.32)$$

Im Fall eines Flavour-symmetrischen Sees ($\Delta = 0$) ist $A_{DY} > 0$ zu erwarten, da $u > d$ gilt. Das Vorzeichen von A_{DY} kann jedoch durch die Flavour-Asymmetrie ($\Delta > 0$) wechseln. Um dies zu demonstrieren, zeigen wir in Abb. 3.13 die Drell-Yan-Asymmetrie als Funktion von x_1 und x_2 . Die Ergebnisse, die wir mit der symmetrischen Owens-Parametrisierung und der symmetrischen $MSR(S'_0)$ -Parametrisierung

erhalten haben, sind sehr ähnlich. Dies zeigt, daß A_{DY} die gesuchte Größe ist – sie ist insensitiv auf die Valenzquarkverteilungsfunktionen. Weiterhin ist A_{DY} positiv für all x_1, x_2 . Wie die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie die Drell-Yan-Asymmetrie beeinflusst, ist aus den unteren beiden Teilabbildungen zu sehen. Diese unterscheiden sich wesentlich von den beiden anderen, da hier A_{DY} das Vorzeichen wechselt. Dies sollte eine eindeutige experimentelle Überprüfung der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie ermöglichen. Es ist unserer Meinung nach nicht zufällig, daß das Ergebnis von unserem Modell sehr ähnlich zu denen unter Verwendung von an die experimentellen Daten angepaßten Parametrisierungen ist. Der wesentliche Grund hierfür ist, daß A_{DY} ziemlich unempfindlich auf die nackten Quarkverteilungsfunktionen ist; der wesentliche Beitrag ist die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie, welche im wesentlichen durch die Pionvalenzquarkverteilungsfunktionen gegeben ist.

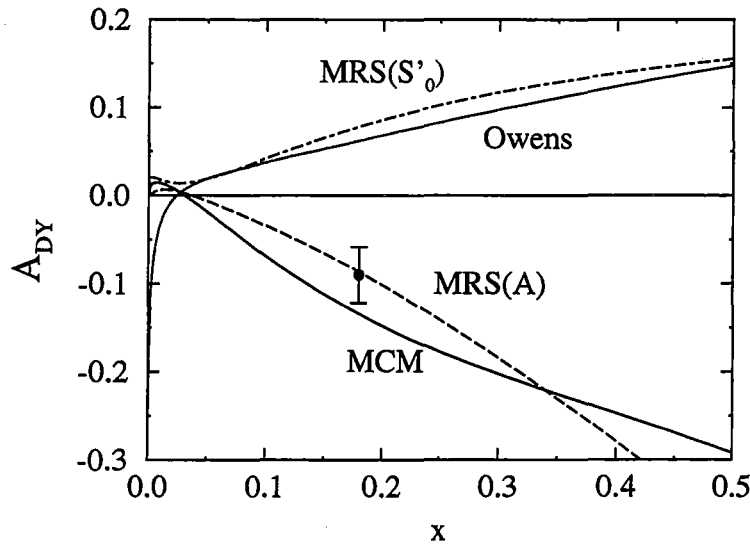


Abbildung 3.14: Die Drell-Yan-Asymmetrie entlang der $x_1 = x_2$ Diagonale. Die Bedeutung der Linien ist die gleiche wie in Abb. 3.12. Der experimentelle Datenpunkt ist das neue Resultat der NA51-Kollaboration bei CERN [19].

Ellis und Sterling haben gezeigt, daß man aus der Drell-Yan-Asymmetrie das Verhältnis $\bar{d}_p(x)/\bar{u}_p(x)$ bestimmen kann [69]. Hierzu wird A_{DY} bei $x = x_1 = x_2$ benötigt und als Funktion von $\lambda_V = u_{val}(x)/d_{val}(x)$ und $\lambda_S = \bar{u}(x)/\bar{d}(x)$ ausgedrückt:

$$A_{DY} = \frac{(4\lambda_V - 1)(\lambda_S - 1) + (\lambda_V - 1)(4\lambda_S - 1)}{(4\lambda_V + 1)(\lambda_S + 1) + (\lambda_V + 1)(4\lambda_S + 1)}. \quad (3.33)$$

Die Terme, welcher der Annihilation von Seequarks im Target und im Strahl entsprechen, wurden vernachlässigt. Da das Verhältnis $\lambda_V(x)$ durch experimentelle Parametrisierungen bekannt ist, kann man λ_S extrahieren. Dieser Idee folgend, hat die NA51-Kollaboration bei CERN vor kurzem A_{DY} entlang der Diagonale $x_1 = x_2$

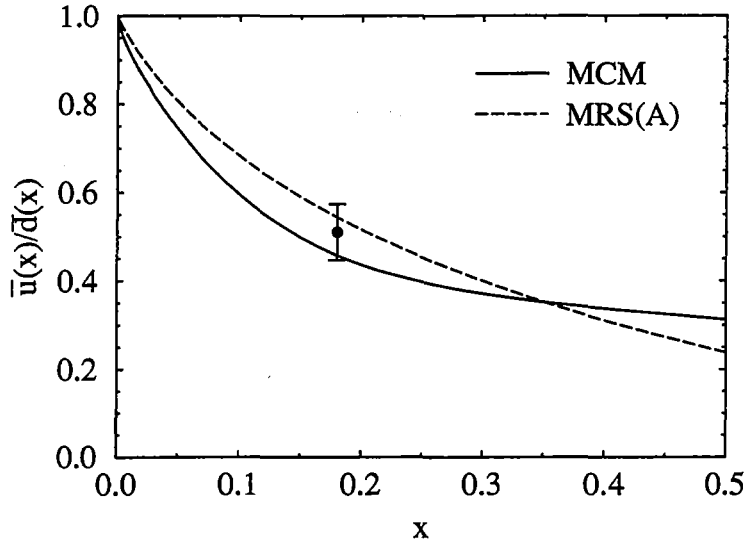


Abbildung 3.15: Das Verhältnis $\bar{u}/\bar{d}$ in unserem Modell (durchgezogene Linie) und in der $MSR(A)$ -Parametrisierung (gestrichelte Linie) im Vergleich zu dem NA51-Datenpunkt.

gemessen [19]. Aufgrund von niedriger Zählraten konnte A_{DY} nur für einen Wert von x bestimmt werden:

$$A_{DY} = -0.09 \pm 0.02 \pm 0.025 \quad \text{bei } x = 0.18. \quad (3.34)$$

In Abb. 3.14 zeigen wir ihr experimentelles Resultat zusammen mit den Ergebnissen unter Verwendung unterschiedlicher Quark-Parametrisierung. Das Resultat unseres Modells stimmt recht gut mit dem gemessenen Datenpunkt überein. In Abb. 3.14 ist zu beachten, daß die Parametrisierung $MSR(A)$ explizit an den neuen NA51-Datenpunkt angepaßt wurde, während für unsere Rechnung alle Parameter schon vorher bekannt waren. Um dieses Resultat besser im Hinblick auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie verstehen zu können, drücken wir A_{DY} durch Quarkverteilungsfunktionen aus. Unter Annahme von Isospinsymmetrie und $x = x_1 = x_2$ erhält man:

$$A_{DY} = \frac{5(u - d)(\bar{u} - \bar{d}) + 3(u\bar{u} - d\bar{d})}{5(u + d)(\bar{u} + \bar{d}) + 3(u\bar{u} - d\bar{d}) + 4(s\bar{s} + 4c\bar{c})}. \quad (3.35)$$

Wir betrachten zuerst den Fall $\bar{u} = \bar{d}$. Für eine grobe Abschätzung vernachlässigen wir die See-See Terme (welche nur bei kleinen x eine Rolle spielen) und nehmen $u_{val}(x) = 2d_{val}(x)$ an, woraus $A_{DY} = 1/11$ folgt. Die gleiche Abschätzung im Falle von asymmetrischen Quarkverteilungsfunktionen führt mit der Benutzung von Gl. (3.31) auf

$$A_{DY} = \frac{-19\Delta + 6\bar{q}}{-9\Delta + 66\bar{q}}. \quad (3.36)$$

Dies zeigt die starke Abhängigkeit von sowohl der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie als auch der absoluten Normierung des Quarksees. Die Abwesenheit von Valenzquarkverteilung in Gl. (3.36) erklärt schwache Valenzquarkabhängigkeit in der exakten Asymmetrie

Gl. (3.35). Der im NA51-Experiment gefundene negative Wert $A_{DY} = -0.09 \pm 0.02 \pm 0.025$ impliziert automatisch $\bar{d} > \bar{u}$, zumindest bei $x = 0.18$ (vorausgesetzt, daß die Proton-Neutron-Isospinsymmetrieverletzung klein ist.). Für das Verhältnis $\bar{u}/\bar{d}$ erhält die NA51-Kollaboration den Wert

$$\frac{\bar{u}(x)}{\bar{d}(x)} = 0.51 \pm 0.04 \pm 0.05 \text{ bei } x = 0.18, \quad (3.37)$$

was die Präsenz der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie deutlich macht. In Abb. 3.15 vergleichen wir diesen Wert mit dem Ergebnis unseres Modells.

Ein weitergehende Untersuchung der x -Abhängigkeit der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie erfordert weitere Experimente. Es ist zu erwarten, daß die geplanten Experimente bei Fermilab [74] diese x -Abhängigkeit bis zu $x = 0.4$ aufklären kann.

Kapitel 4

Eine neue Methode, die Strukturfunktion des Pions zu messen

Bis zum heutigen Tag ist die einzig verfügbare Methode, die Pionstrukturfunktion zu messen, Drell-Yan-Ereignisse bei der Wechselwirkung eines π -Strahls beim Auftreffen auf ein Target zu benutzen. Die Nachteile dieser Methode sind, daß die so erreichbaren Luminositäten nur sehr klein sind, und daß nur der Valenzanteil der Pionstrukturfunktion bei größeren x ($\gtrsim 0.2$) [57] untersucht werden kann. In diesem Kapitel stellen wir eine neuartige Methode vor, die Pionstrukturfunktion zu messen (siehe auch [75]). Sie beruht auf dem in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Konzept, nach dem das Nukleon eine Mesonwolke besitzt. Falls nun das Proton, z.B. in einem $n\pi^+$ -Fock-Zustand ist, kann das virtuelle Photon in einer tief-inelastischen Leptonstreuung mit dem π reagieren, wobei zusätzlich ein schnelles Neutron auftritt, das nicht an der tief-inelastischen Streuung teilnimmt (s. Abb. 4.1b). Falls man nun dieses schnelle Neutron vermißt, ist die gesamte Kinematik des Pions bekannt. Da, wie wir in den vorherigen Kapiteln gesehen haben, die Struktur des Baryon-Meson-Vertizes nur eine Eigenschaft der Nukleonwellenfunktion ist, und demnach unabhängig von dem weiteren Reaktionsmechanismus ist, können wir alle dort gefundenen Resultate direkt anwenden. Dies gilt insbesondere, da die hochenergetische Neutronproduktion in der Proton-Proton-Streuung (s. Abb. 4.1a), die wir benutzt hatten um die Vertexformfaktoren festzulegen, in dem gleichen kinematischen Bereich wie die tief-inelastische Streuung liegt.

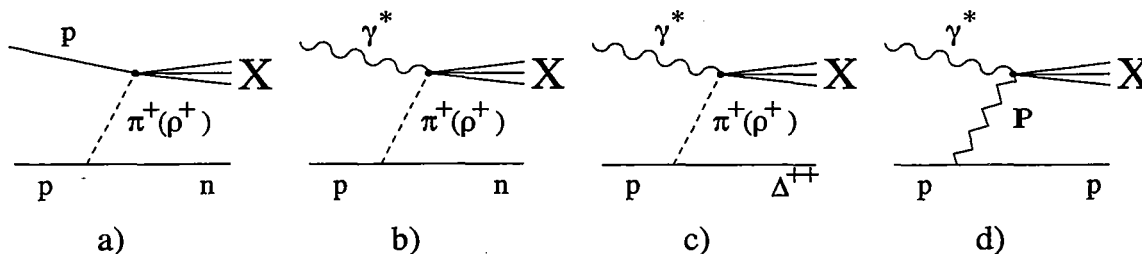


Abbildung 4.1: Die Pion(Rho)-austauschbeiträge zur inklusiven Neutronproduktion in (a) der pp -Streuung und (b) der Neutron- bzw. (c) Δ^{++} Produktion in der tief-inelastischen Streuung. Abbildung (d) zeigt die diffraktive Anregung von N^* , ... durch Pomeron-austausch.

Formal ergibt sich der folgende semi-inklusive Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma(ep \rightarrow e'nX)}{dx dQ^2 dz dp_\perp^2} = f_{n\pi^+/p}(z, p_\perp^2) K(x, Q^2) F_2^{e\pi}(x_\pi, Q^2). \quad (4.1)$$

Hierbei ist $F_2^{e\pi}$ die Pionstrukturfunktion und $x_\pi = x/(1-z)$ die zugehörige Bjorken Variable mit der offensichtlichen Beschränkung $0 < x < 1-z$. z ist der longitudinale Impulsbruchteil des auslaufenden Neutrons in Bezug auf das Proton und $\vec{p}_\perp$ der entsprechende transversale Impuls. $K(x, Q^2)$ ist ein kinematischer Faktor, welcher im Zusammenhang mit der tief-inelastischen Streuung auftritt:

$$K(x, Q^2) = \frac{4\pi\alpha}{Q^4} \frac{1}{x} [1 - y + \frac{1}{2}y^2], \quad y = \frac{Q^2}{xs}. \quad (4.2)$$

Falls nun alle kinematischen Variablen bekannt sind, kann Gl. (4.1) invertiert werden und die Pionstrukturfunktion aus dem gemessenen semi-inklusive Wirkungsquerschnitt berechnet werden. Für HERA bedeutet dies, daß man bis in den Bereich sehr kleiner $x_\pi \gtrsim 10^{-4}$ vorstoßen kann. Dies ist eine enorme Erweiterung des bisher zugänglichen Bereiches. Darüberhinaus wird eine solche Bestimmung der Pionstrukturfunktion bei HERA es ermöglichen, Skalierungsverletzung in den weiten Bereich von x und Q^2 zu untersuchen.

Eine wesentliche Eigenschaft von Gl. (4.1) ist, daß der differentielle semi-inklusive Wirkungsquerschnitt in die Verteilungsfunktion $f_{n\pi^+/p}$ und in die Pionstrukturfunktion faktorisiert. Diese Eigenschaft ermöglicht eine weitgehende experimentelle Überprüfung unseres Modells, in dem man prüft, ob $f_{n\pi^+/p}$ wirklich nicht von x_π abhängt. Auch kann die gleichzeitig meßbare z -Abhängigkeit von $f_{n\pi^+/p}(z)$ mit unseren Modellvorhersagen verglichen werden.

Experimentell wurde die hier vorgeschlagene semi-inklusive Reaktion $ep \rightarrow e'nX$ bereits von der ZEUS-Arbeitsgruppe durch den Aufbau eines Test Forward-Neutron-Calorimeter (FNC) durchgeführt [76]. Dieses Kalorimeter wurde mit Neutronen aus inklusiven Proton-Strahlrohrgasatom Ereignissen getestet. Es ist eine gute Übereinstimmung mit der in diesem Kapitel entwickelten Theorie festgestellt worden.

Theoretisch bleibt noch zu klären, in welchen kinematischen Bereich der Pionenaustausch gemäß Abb. 4.1b wirklich dominant ist. Zuerst betrachten wir hierzu die Ladungsaustauschreaktion $p \rightarrow n$ mit einem über $\vec{p}_\perp$ integrierten Wirkungsquerschnitt. Der entsprechende Neutronfluß $f_{n\pi^+/p}(z)$ ist in Abb. 4.2 gezeigt. Die wesentliche Eigenschaft dieses Flusses ist, daß die meisten Neutronen sehr schnell sind ($z \sim 0.6 - 0.8$). Diese Eigenschaft wird durch die Tatsache, daß die schwereren Nukleonen einfacher einen höheren Impuls als die leichten Pionen tragen können, verständlich. Die durch diese Prozesse zu erwartenden Zählraten können durch die Anzahl der Pionen im Nukleon abgeschätzt werden: $n_\pi(\pi N) \simeq 0.18$. Dies zeigt, daß die in der inklusiven tief-inelastischen Streuung zu erwartenden Zählraten nur etwa eine Größenordnung unter jenen der üblichen tief-inelastischen Streuung liegen.

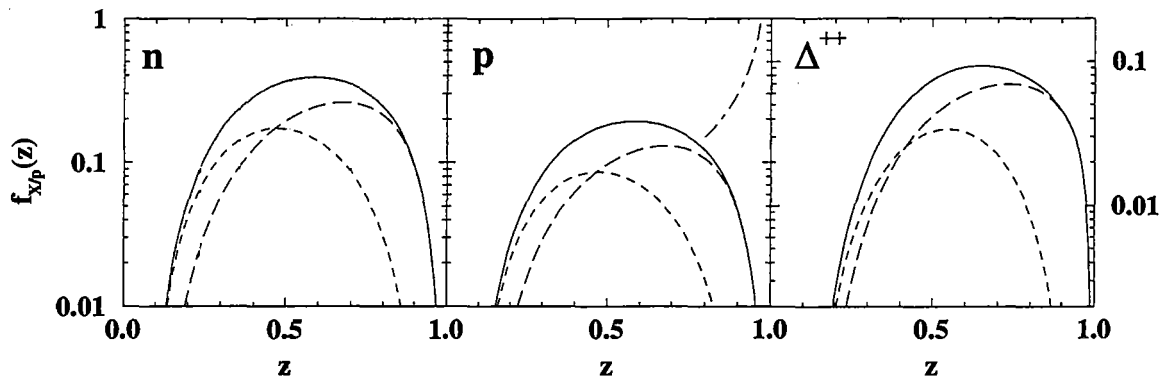


Abbildung 4.2: Die longitudinalen Impulsverteilungen des (a) Neutron, (b) Protons und (c) des Δ^{++} . Die Beiträge des π bzw. ρ Austausches werden durch die geschrichelten, bzw. gepunkteten Linien dargestellt. Ihre Summe wird durch die durchgezogene Linie angezeigt. Der Beitrag des Pomeron-austausches in der $p \rightarrow p$ Fragmentierung ist durch die strich-punktierte Linie gegeben.

Der Untergrund zu den reinen Pion-Austauschprozessen kommt von der Wechselwirkung mit anderen Fock-Zuständen des Nukleons, welche schwerere Mesonen (K , ρ , ω , ...) enthalten. Wegen der schwereren Mesonen werden solche Prozesse erst bei kleineren z wichtig, wie man die Abb. 4.2 erkennen kann¹. Demzufolge kann ein großer Anteil des $N\rho$ -Untergrundes allein durch Beschränkung auf $z \sim 0.6 - 0.8$ eliminiert werden. Eine weitere Verbesserung kann durch die Betrachtung der $p_{\perp}^2$ -Abhängigkeit erreicht werden. Wie man Abb. 4.3 sieht, ist die $p_{\perp}^2$ -Verteilung des ρ -Austausches wesentlich breiter als die des π -Austausches. Falls man nun nur Ereignisse mit $p_{\perp}^2 < 0.1 (\text{GeV}/c)^2$ zur Auswertung benutzt, wird unter einem nur geringen Verlust an Wirkungsquerschnitt der Anteil des ρ -Austausches stark unterdrückt (s. Abb. 4.4).

Wir möchten noch bemerken, daß der ρ -Austausch an sich kein richtiger Untergrund ist, denn es ist zu erwarten, daß die Strukturfunktion des π und des ρ sich nicht stark unterscheiden. Wegen der unterschiedlichen Spinstruktur treten keine Interferenzeffekte auf, sodaß der totale semi-inklusive Wirkungsquerschnitt zu

$$f_{n\pi^+/p}(z)F_2^{\pi}(x_{\pi}, Q^2) + f_{n\rho^+/p}(z)F_2^{\rho}(x_{\pi}, Q^2) \simeq [f_{n\pi^+/p}(z) + f_{n\rho^+/p}(z)]F_2^{\pi}(x_{\pi}, Q^2) \quad (4.3)$$

proportional sein wird. Also wird Gl. (4.1) in einem größeren z -Bereich gültig sein, falls die $N\rho$ -Effekte eingeschlossen werden. Wir meinen aber, daß es sicherer ist, sich auf den dominanten Bereich $z \sim 0.6 - 0.8$ des semi-inklusiven Wirkungsquerschnittes zu beschränken.

Bislang haben wir nur die elastische Fragmentierung eines Protons in ein Neutron betrachtet. Darüberhinaus ist es möglich, daß das Proton in angeregte oder Kon-

¹Wir werden den Bereich $1 - z \ll 1$, in welchem Regge-Effekte wichtig werden, in dieser Arbeit vernachlässigen.

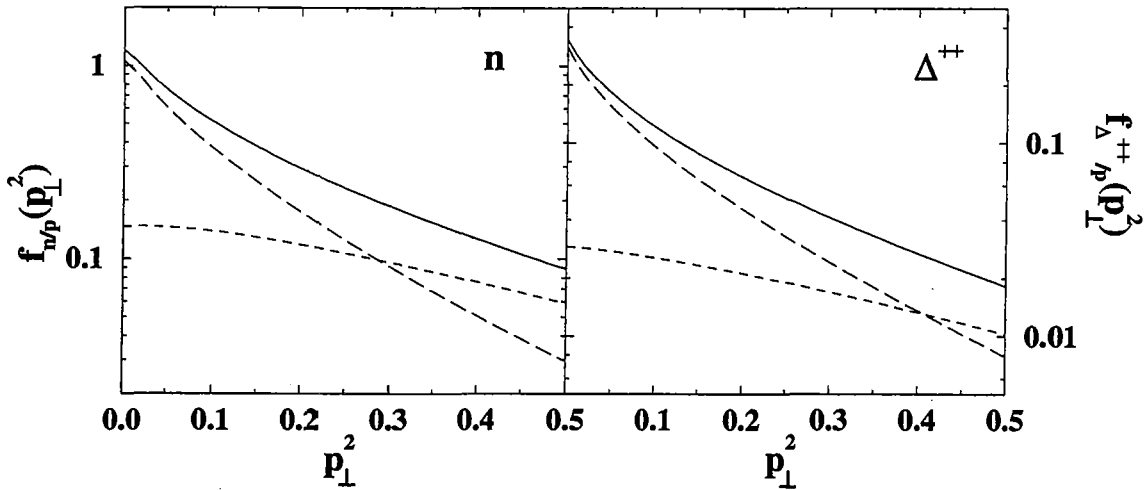


Abbildung 4.3: Die inklusive, transversale Impulsverteilung für (a) Neutronen und (b) Δ^{++} . Die Beiträge des π bzw. ρ Austausches werden durch die geschrichelten, bzw. gepunkteten Linien dargestellt. Ihre Summe wird durch die durchgezogene Linie angezeigt.

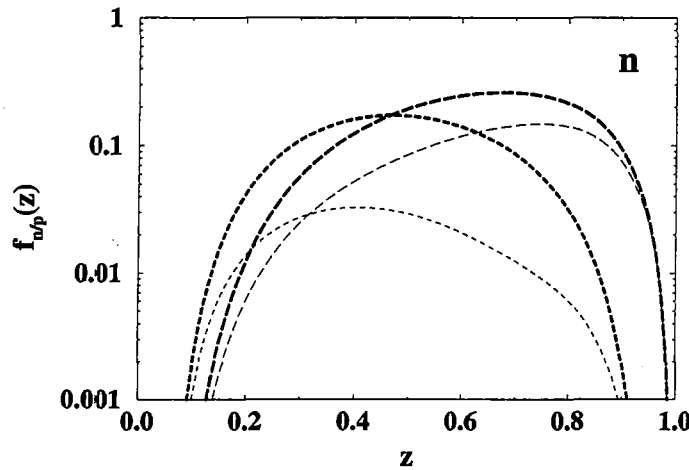


Abbildung 4.4: Die longitudinale Impulsverteilungen der Neutronen (vgl. Abb. 4.2a) mit der Zusatzbedingung $p_{\perp}^2 < 0.1 (\text{GeV}/c)^2$ (dünne Linien), bzw. ohne Beschränkungen (dicke Linien). Der π -Austausch ist durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet, der ρ -Austausch durch die gepunktete.

tinuumszustände übergeht, welche später u.a. in ein Neutron zerfallen. Der wichtigste solcher Prozesse ist die Anregung von Δ -Zuständen, welche ebenfalls dominant durch π (bzw. ρ) Austausch hervorgerufen wird. Diesen Prozeß werden wir später genauer betrachten. Ein anderer Prozeßtyp ist die diffraktive Anregung des Protons in N^* und/oder leichten $N\pi$, $N\pi\pi$, ... Kontinuumszuständen, dessen Zerfall schnelle Neutronen mit großen z hervorbringen kann. Diese Zustände tragen $\simeq 100\%$ des gesamten Protonimpulses. Der zugrundeliegende Mechanismus ist der Pomeron($\mathbb{P}$)-Austausch (s. Abb. 4.1d), in welchem das Pomeron mit den Photon wechselwirkt. Der relative Anteil der Pomeron- und Pion-Austauschreaktionen wird

sich kaum zwischen dem Energiebereich der pp -Streuung und dem der tief-inelastischen Streuung ändern. In der pp -Streuung ist der totale Wirkungsquerschnitt der diffraktiven N^* -, $N\pi$ - und $N\pi\pi$ -Anregung $\lesssim 1 \text{ mb}$ [77], was wesentlich kleiner als der totale Wirkungsquerschnitt der direkten Ladungsaustauschreaktion durch π -Austausch ($\sigma \sim 10 \text{ mb}$) ist. Also ist der Untergrund aufgrund diffraktiver Reaktionen vernachlässigbar klein. Ebenfalls unterscheiden sich die Rapiditätsverteilung der sekundären Hadronen wesentlich. Bei π -Austauschreaktionen ist der Rapiditätsunterschied zwischen dem beobachteten Neutron und den hadronischen Resten der $\gamma^*\pi$ -Kollision recht klein ($\Delta\eta \sim \log(1/(1-z)) \sim 1$), während bei den diffraktiven Pomeron-Austauschreaktionen dieser Unterschied wesentlich größer sein wird. Dies erlaubt eine experimentelle Trennung der beiden Reaktionsmechanismen.

Die gesamte obige Diskussion ist auch auf den Fall der Δ^{++} -Produktion (s. Abb. 4.1c) anwendbar. Die entsprechenden Verteilungen in z und $p_{\perp}^2$ sind in Abb. 4.2c und Abb. 4.3b zu finden. Wie im Fall der Neutronproduktion kann die π - und ρ -Austauschreaktion sicher getrennt werden. Eine Messung der Δ^{++} -Produktion bei HERA erfordert eine gute experimentelle Auflösung der p - und π^+ -Spuren, die aus dem Zerfall des Δ^{++} resultieren. Hierzu ist eine Mehrspurenerkennung in einem Leading-Proton-Spectrometer (LPS) notwendig. Die ZEUS-Arbeitsgruppe bei HERA verfügt über ein solches Instrument [78]. Die Messung der Δ^{++} -Produktion ist wichtig, um den Anteil des Zwei-Stufen-Prozesses $p \rightarrow \Delta^0 \rightarrow n\pi$ an der Neutronproduktion genau angeben zu können. Es ist zu erwarten, daß dieser zusätzliche Untergrund klein ist ($n_{\pi}(\pi\Delta) \simeq 0.06$). Unter Benutzung der Isospinsymmetrie erkennt man, daß der $\Delta\pi$ -Anteil bei der Neutronproduktion mit $n_{\pi}(\pi\Delta)/(3n_{\pi}(\pi N)) \simeq 0.1$ wesentlich kleiner als der der Protonproduktion ($7n_{\pi}(\pi\Delta)/(9n_{\pi}(\pi N)) \simeq 0.3$) ist. Das Leading-Proton-Spectrometer der ZEUS Gruppe erlaubt die Messung von Protonen in dem uns interessierenden Bereich von $z \sim 0.6 - 0.8$. In diesem Bereich spielen allerdings noch Beiträge aufgrund des Pomeron-Austausches (s. Abb. 4.1d) eine Rolle. Die wesentliche Eigenschaft des Pomeron austausches ist die näherungsweise gültige Faktorisierbarkeit des Wirkungsquerschnittes bei großen Massen

$$\frac{1}{\sigma_{tot}(ap)} \left. \frac{d\sigma(ap \rightarrow Xp)}{M^2 dt} \right|_{t=0} \simeq \frac{A_{3\mathbb{P}}}{M^2 + Q^2}. \quad (4.4)$$

Hierbei ist $A_{3\mathbb{P}} \simeq 0.16 \text{ GeV}^{-2}$ [79] die sogenannte Triple-Pomeron-Konstante, welche in etwa für sowohl bei hadronische Reaktionen als auch bei der reellen Photoproduktion und in der tief-inelastischen Streuung gleich sein muß [80, 81]. Die Reaktion in Abb. 4.1d kann als Faltung des Pomeronflusses in dem $p\mathbb{P}$ -Systems mit der Pomeronstrukturfunktion angesehen werden. Die Normierung sowohl des Pomeronflusses als auch der Pomeronstrukturfunktion sind konventionsabhängig. Die Analyse in [80, 81, 82] hat gezeigt, daß der (Anti-)Quark- und Gluoninhalt des Pomeron dem des π^0 ähnlich ist. Falls wir nun die gleiche Normierung für die Pomeronstrukturfunk-

tion und der Pionstrukturfunktion verwenden, kann der beobachtbare Pomeronfluß durch

$$f_{\mathbf{IP}/p}(z) = \frac{1}{1-z} \frac{A_{3\mathbf{IP}}}{B_{3\mathbf{IP}}} \quad (4.5)$$

abgeschätzt werden. Hier ist $B_{3\mathbf{IP}} \simeq 6 \text{ (GeV/c)}^{-2}$ [79] der Diffraktions-Dissoziations-Steigungsparameter. Wie in Abb. 4.2 zu sehen ist, kann hierdurch eine einigermaßen vernünftige Trennung der Pionenaustausch- und Pomeronenaustauschreaktionen erreicht werden.

Kapitel 5

Elektromagnetische Eigenschaften des Nukleons

Die elektromagnetischen Eigenschaften des Nukleons lassen sich vollständig durch die Angabe zweier elastischer Formfaktoren beschreiben. Üblicherweise benutzt man hierfür die Sachs-Formfaktoren $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$, welche bei verschwindenden Impulsübertrag durch das Photon ($Q^2 = 0$) die elektrische Ladung bzw. das magnetische Moment angeben. Im diesem Kapitel untersuchen wir den Einfluß höherer Fock-Zustände auf die Q^2 -Abhängigkeit dieser Formfaktoren. Es ist bekannt, daß sich die Daten bei niedrigen Q^2 gut im Rahmen des Vektor-Dominanz-Modelles (siehe z.B. [83]) beschreiben lassen, in welchem die Kopplung eines Photon an ein Nukleon im wesentlichen durch ein intermediäres Vektormeson gegeben wird. Bei größeren Q^2 hingegen wechselwirkt das Photon direkt mit einem Valenzquark, so daß die perturbative QCD das richtige asymptotische Verhalten angeben sollte. Gari und Krümpelmann [84] haben eine nützliche Interpolationsformel für den Übergang zwischen der Mesondynamik bei niedrigen Q^2 zur Quarkdynamik bei hohen Q^2 angegeben. Es wurde festgestellt, daß dieser Übergang im Bereich mittlerer Q^2 ($1-20 \text{ GeV}^2$) stattfindet. Hier sind also sowohl Meson-, als auch Quark-Effekte wichtig. Unser Modell ist durch seinen hybriden Charakter sehr gut geeignet diesen Übergang quantitativ besser zu verstehen. Es wurde bereits früher versucht, Effekte einer pionischen Wolke zu berechnen. Als prominentes Beispiel ist das Cloudy-Bag-Modell [25, 26] zu nennen. Diese Modelle haben jedoch den Nachteil, daß sie den Rückstoß des Nukleons bei der Emission einer Pions vernachlässigen, so daß sie nur bei sehr kleinen Q^2 sinnvoll anwendbar sind. Unser Modell behandelt diesen Rückstoß korrekt und wir können es daher sicher bei höheren Q^2 anwenden.

Falls das Nukleon sich in einem Zwei-Teilchen-Fock-Zustand befindet, kann das Photon ein eines dieser beiden Teilchen koppeln. Zur Verkürzung der Schreibweise machen wir diese Situation bereits in der Benennung der Fock-Zustände deutlich. So ist der $N\pi(\pi N)$ -Beitrag, der Betrag der sich ergibt, das wenn das Nukleon im $N\pi$ -Fock-Zustand ist, das Photon an das Nukleon bzw. Pion koppelt. Weiterhin sollte noch bemerkt werden, daß zur weiteren Verkürzung der Schreibweise der $X\pi$ bzw. $X\rho$ Fock-Zustand ebenfalls die Beiträge von $X\eta$ bzw. $X\omega$ mit beinhaltet.

Das Kapitel gliedert sich wie folgt: Zuerst betrachten wir den für die Rechnung notwendigen Formalismus (Abschnitt 5.1) und anschließend untersuchen wir die Kon-

sequenzen für die statischen Eigenschaften, d.h. der magnetischen Momente sowie dem Ladungs- bzw. dem magnetischen Radius des Nukleons (Abschnitt 5.2), sowie für die Q^2 -Abhängigkeit der beiden nukleonischen Formfaktoren (Abschnitt 5.3). Dann wenden wir uns der Beschreibung der magnetischen Momente aller Oktettbaryonen (N , Λ , Σ und Ξ) zu (Abschnitt 5.4). Wir beenden dieses Kapitel mit einer Untersuchung der Strangeness Formfaktoren des Nukleons.

5.1 Die Beiträge zum elektromagnetischen Strom

$$\frac{N}{F_1} = \frac{1}{Z} \left(\frac{N}{F_1} + \sum_{BB', M} \frac{N}{F_1} + \sum_{BB', M} \frac{N}{F_2} + \sum_{MM', B} \frac{N}{B} \right)$$

$$\frac{N}{F_2} = \frac{1}{Z} \left(\frac{N}{F_2} + \sum_{BB', M} \frac{N}{F_1} + \sum_{BB', M} \frac{N}{F_2} + \sum_{MM', B} \frac{N}{B} \right)$$

Abbildung 5.1: Diagramme zur Berechnung der elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons

Die Verwendung der Wellenfunktion Gl. (2.10) führt sofort auf ein Berechnungsschema, wie es in Abb. 5.1 gezeigt wird. Für die praktische Durchführung dieser Rechnung benötigen wir noch einige Ingredienzien wie die Struktur der diversen elektromagnetischen Ströme aller in dieser Arbeit verwendeten Teilchenarten sowie die Definition der jeweiligen Formfaktoren.

5.1.1 Die elektromagnetischen Matrixelemente des Nukleons

Die allgemeinste Form des elektromagnetischen Stromes eines Nukleon (oder allgemein: eines Spin-1/2 Teilchens) ist:

$$\langle p', \lambda' | J^\mu | p, \lambda \rangle = \bar{u}(p', \lambda') \left[\gamma^\mu F_1^N(Q^2) + \frac{i}{2m_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2^N(Q^2) \right] u(p, \lambda), \quad (5.1)$$

welcher durch die sogenannten Dirac- (F_1), bzw. Pauli- (F_2) Formfaktoren parametrisiert wird. Hierbei ist p bzw. p' der Nukleonimpuls im Anfangs- bzw. Endzustand. Der Photonimpuls ist demzufolge $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$. In diesem Kapitel werden wir die folgende Normalisierung aller Teilchenzustände verwenden: $\langle p' | p \rangle = 16\pi^3 \delta^3(p - p')$.

In dem Breit'schen Lichtkegel Bezugssystem, welches wir hier verwenden werden, hat das Photon einen nur transversalen Viererimpuls $q = (0, \vec{q}_\perp, 0)$, $Q^2 = -q^2$ [85].



Abbildung 5.2: Diagramme, die im Breit'schen Lichtkegel-Bezugssystem unterdrückt werden.

Diese Wahl garantiert die Unterdrückung von Diagrammen, in welchen Teilchen und Antiteilchen produziert oder vernichtet werden [41, 86] (s. Abb. 5.2), was eine wesentliche Vereinfachung der Rechnung zur Folge hat. In diesem Bezugssystem ist der Impuls im Anfangs- bzw. Endzustand durch

$$p = (E, -\vec{q}_\perp/2, p_3), \quad p' = (E, \vec{q}_\perp/2, p_3) \quad (5.2)$$

gegeben. Für unsere Rechnung ist es ausreichend, nur die sogenannten 'guten' Ströme [41, 87]

$$\langle p' | J^+ | p \rangle = \bar{u}(p') [\gamma^+ F_1^N(Q^2) + T^+ F_2^N(Q^2)] u(p), \quad (5.3)$$

mit

$$\gamma^+ = (\gamma^0 + \gamma^3)/2, \quad T^+ = (T^0 + T^3)/2 \quad \text{und} \quad T^\mu = \frac{i}{2m_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \quad (5.4)$$

zu verwenden. Alle anderen Matrixelemente lassen sich aus den Matrixelementen von J^+ berechnen.

Um die Beiträge von höheren Fock-Zuständen zu den elektromagnetischen Formfaktoren sicher trennen zu können, benötigen wir die Matrixelemente

$$M_{i,NN}^{\lambda'\lambda} = \langle N, \lambda'; y, \vec{k}_\perp + \frac{\vec{q}_\perp}{2} | J_i^+ | y, \vec{k}_\perp - \frac{\vec{q}_\perp}{2}; N, \lambda \rangle. \quad (5.5)$$

Hierbei ist J_i der Strom, dessen zugehöriger Formfaktor F_i ist. λ bzw. λ' ist die Helizität des Nukleons im Anfangs- bzw. Endzustand. Diese Matrixelemente können durch Verwendung von Gl. (5.3) und der expliziten Form der Spinoren (s. Anhang A) berechnet werden:

$$\begin{aligned} M_{1,NN}^{+1/2,+1/2} &= 2 & M_{2,NN}^{+1/2,+1/2} &= 0 \\ M_{1,NN}^{+1/2,-1/2} &= 0 & M_{2,NN}^{+1/2,-1/2} &= 2\sqrt{\tau_N^R} \end{aligned} \quad (5.6)$$

mit $\tau_N^{L,R} = (q_1 \mp iq_2)^2/4m_N^2$. Die verbleibenden Matrixelemente erhält man durch die Beziehung

$$M_{i,BB}^{\lambda\lambda'} = (-1)^{\lambda-\lambda'} M_{i,BB}^{-\lambda-\lambda',*}, \quad (5.7)$$

die durch Zeitumkehr und Reflexion an einer Ebene senkrecht zur z -Achse folgt [88]. Daß die Matrixelemente nicht von y bzw. $\vec{k}_\perp$ abhängen, wird durch deren Invarianz unter Lorentztransformationen verständlich.

Demzufolge erhält der erste Summand in Gl. (5.3) die Helizität des Nukleons, während der zweite Summand diese verändert. Also können wir die Formfaktoren F_1, F_2 leicht aus den elektromagnetischen Matrixelementen extrahieren:

$$F_1(Q^2) = \frac{1}{2} \langle +\frac{1}{2}, p' | J^+ | +\frac{1}{2}, p \rangle \quad (5.8)$$

bzw.

$$F_2(Q^2) = \frac{1}{2\sqrt{\tau_N^R}} \langle -\frac{1}{2}, p' | J^+ | +\frac{1}{2}, p \rangle. \quad (5.9)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit sind wir eher an den Sachs Formfaktoren interessiert. Ihre Besonderheit ist, daß sie im Breit'schen Bezugssystem ($p = -q/2, p' = q/2$) den bekannten nicht-relativistischen Multipol-Formfaktoren entsprechen. Sie ergeben sich aus den Dirac- bzw. Pauli-Formfaktoren durch

$$G_E^N = F_1 - \tau_N F_2, \quad G_M^N = F_1 + F_2 \quad (5.10)$$

mit $\tau_N = Q^2/4m_N$.

5.1.2 Die elektromagnetischen Matrixelemente der Δ -Resonanz

Wegen des Spin-3/2 Charakters des Δ 's sind die elektromagnetischen Eigenschaften des Δ 's etwas komplizierter als die des Nukleons. Der elektromagnetische Strom des Δ 's ist

$$\langle p', \lambda' | J^\mu | p, \lambda \rangle = \bar{u}_\alpha(p', \lambda') \mathcal{O}^{\alpha\mu\beta} u_\beta(p, \lambda) \quad (5.11)$$

mit den Rarita-Schwinger-Spinoren $u_\alpha(p, \lambda)$. Der Tensor $\mathcal{O}^{\alpha\mu\beta}$ muß die üblichen Eigenschaften wie der Lorentzinvarianz, der Zeitumkehrinvarianz, der Paritätserhaltung sowie der Eichinvarianz erfüllen. Die allgemeinste Form, welche diese Anforderungen erfüllt, ist

$$\mathcal{O}^{\alpha\mu\beta} = g^{\alpha\beta} \left[a_1 \gamma^\mu + \frac{a_2}{2m_\Delta} P^\mu \right] + \frac{q^\alpha q^\beta}{(2m_\Delta)^2} \left[c_1 \gamma^\mu + \frac{c_2}{2m_\Delta} P^\mu \right] \quad (5.12)$$

mit $P^\mu = p^\mu + p'^\mu$.

Die uns interessierenden Multipol-Formfaktoren G_{E0}^Δ (Ladung), G_{M1}^Δ (magnetischer Dipol), G_{E2}^Δ (elektrischer Quadrupol) und G_{M3}^Δ (magnetischer Oktupol) ergeben sich als Linearkombination der obigen Formfaktoren $a_{1,2}, c_{1,2}$ [89]:

$$\begin{aligned} G_{E0}(Q^2) &= (1 + \frac{2}{3}\tau_\Delta) [a_1 + (1 + \tau_\Delta)a_2] - \frac{1}{3}\tau_\Delta(1 + \tau_\Delta) [c_1 + (1 + \tau_\Delta)c_2], \\ G_{M1}(Q^2) &= [a_1 + (1 + \tau_\Delta)a_2] - \frac{1}{2}(1 + \tau_\Delta) [c_1 + (1 + \tau_\Delta)c_2], \\ G_{E2}(Q^2) &= (1 + \frac{4}{5}\tau_\Delta)a_1 - \frac{2}{5}\tau_\Delta(1 + \tau_\Delta)c_1, \\ G_{M3}(Q^2) &= a_1 - \frac{1}{2}(1 + \tau_\Delta)c_1, \end{aligned} \quad (5.13)$$

mit $\tau_\Delta = Q^2/4m_\Delta^2$. Wir nehmen im folgenden an, daß das nackte Δ ebenso wie das nackte Nukleon ein einfaches Objekt ist, das im wesentlichen durch drei Quarks beschrieben werden kann. Dieser einfache Aufbau hat zur Folge [90], daß sowohl das elektrische Quadrupol als auch der magnetische Oktupol Formfaktor identisch verschwindet. Dies hat (s. Gl. 5.13)

$$c_1 = \frac{a_1}{\frac{1}{2}(1 + \tau_\Delta)}, \quad c_2 = \frac{a_2}{\frac{1}{2}(1 + \tau_\Delta)}, \quad a_1 = G_{M1}^\Delta \text{ und } a_2 = \frac{G_{E0}^\Delta - G_{M1}^\Delta}{1 + \tau_\Delta} \quad (5.14)$$

zur Folge. Somit vereinfacht sich der Tensor $\mathcal{O}^{\alpha\mu\beta}$ zu

$$\mathcal{O}^{\alpha\mu\beta} = G^{\alpha\beta}(q) \left[\gamma^\mu F_1^\Delta(Q^2) + \frac{i}{2m_\Delta} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2^\Delta(Q^2) \right], \quad (5.15)$$

mit

$$G^{\alpha\beta}(q) = g^{\alpha\beta} + \frac{q^\alpha q^\beta}{(2m_\Delta)^2} \frac{2}{1 + \tau_\Delta} \quad (5.16)$$

und

$$G_{M1}^\Delta = F_1^\Delta + F_2^\Delta, \quad G_{E0}^\Delta = F_1^\Delta - \tau_\Delta F_2^\Delta. \quad (5.17)$$

Es ist bemerkenswert, daß die Struktur des $\Delta\Delta$ -Stromes im wesentlichen mit der Struktur des NN -Stromes übereinstimmt.

Eine explizite Berechnung der elektromagnetischen Matrixelemente unter Benutzung von Gl. (5.15) ergibt

$$\begin{aligned} M_{1,\Delta\Delta}^{+3/2,+3/2} &= \frac{2}{1 + \tau_\Delta} & M_{2,\Delta\Delta}^{+3/2,+3/2} &= 0 \\ M_{1,\Delta\Delta}^{+3/2,+1/2} &= -\frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\tau_\Delta^R}}{1 + \tau_\Delta} & M_{2,\Delta\Delta}^{+3/2,+1/2} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\tau_\Delta^R}}{1 + \tau_\Delta} \\ M_{1,\Delta\Delta}^{+3/2,-1/2} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\tau_\Delta^R}{1 + \tau_\Delta} & M_{2,\Delta\Delta}^{+3/2,-1/2} &= -\frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\tau_\Delta^R}{1 + \tau_\Delta} \\ M_{1,\Delta\Delta}^{+3/2,-3/2} &= 0 & M_{2,\Delta\Delta}^{+3/2,-3/2} &= \frac{2(\tau_\Delta^R)^{3/2}}{1 + \tau_\Delta} \\ M_{1,\Delta\Delta}^{+1/2,+1/2} &= \frac{2}{3} \frac{3 - 2\tau_\Delta}{1 + \tau_\Delta} & M_{2,\Delta\Delta}^{+1/2,+1/2} &= \frac{8}{3} \frac{\tau_\Delta}{1 + \tau_\Delta} \\ M_{1,\Delta\Delta}^{+1/2,-1/2} &= -\frac{8}{3} \frac{\sqrt{\tau_\Delta^R}}{1 + \tau_\Delta} & M_{2,\Delta\Delta}^{+1/2,-1/2} &= -\frac{2\sqrt{\tau_\Delta^R}}{3} \frac{3\tau_\Delta - 2}{1 + \tau_\Delta} \end{aligned} \quad (5.18)$$

mit $\tau_\Delta^{L,R} = (q_1 \mp iq_2)^2/4m_\Delta^2$. Die hier nicht gezeigten Matrixelemente können durch die Beziehung Gl. (5.7) berechnet werden.

5.1.3 Der $N\Delta$ Übergangstrom

Die allgemeinste Form des $N\Delta$ Übergangstromes unter Berücksichtigung der üblichen Invarianzen ist [91]

$$\langle \Delta, p', \lambda' | J^\mu | N, p, \lambda \rangle = i \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 0 \middle| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right) \bar{u}_\alpha(p', \lambda') \mathcal{O}^{\alpha\mu} u(p, \lambda) \quad (5.19)$$

mit dem Tensor

$$O^{\alpha\mu} = G_1(q^\alpha\gamma^\mu - \not{q}g^{\alpha\mu})\gamma_5 + G_2(q^\alpha P^\mu - (P \cdot q)g^{\alpha\mu})\gamma_5 + G_3(q^\alpha q^\mu - q^2 g^{\alpha\mu})\gamma_5 \quad (5.20)$$

und $P_\mu = (p_\mu + p'_\mu)/2$. $(1/2, 1/2, 1, 0|3/2, 3/2) = \sqrt{3/2}$ ist ein Clebsch-Gordan Faktor, der durch die Isospinsymmetrie auftritt. Die Formfaktoren G_1 , G_2 und G_3 können in die konventionellen magnetischen, elektrischen und skalaren Formfaktoren umgerechnet werden [92]:

$$\begin{pmatrix} G_M^{N\Delta}(Q^2) \\ G_E^{N\Delta}(Q^2) \\ G_C^{N\Delta}(Q^2) \end{pmatrix} = \frac{m_N}{3(m_\Delta + m_N)} \begin{pmatrix} \sigma + 2\Sigma & \sigma & -Q^2 \\ \sigma & \sigma & -Q^2 \\ 4m_\Delta^2 & 4m_\Delta^2 & \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1(Q^2)/m_\Delta \\ G_2(Q^2) \\ 2G_3(Q^2) \end{pmatrix}, \quad (5.21)$$

mit $\sigma = m_\Delta^2 + m_N^2 - Q^2$ und $\Sigma = (m_N + m_\Delta)^2 + Q^2$. Wenn wir wiederum den Vorhergesagten des einfachen Quarkmodells folgen, verschwinden die Formfaktoren $G_E^{N\Delta}$ und $G_C^{N\Delta}$ identisch [93]. In Hinblick auf die angenommene einfache Struktur des Nukleons sowie des Δ 's ist diese Annahme sinnvoll. Durch Invertierung der Relation Gl. (5.21) erkennt man, daß das Matrixelement von $G_M^{N\Delta}$ nicht von dem Matrixelement von G_3 abhängt,

$$M_{M,N\Delta}^{\lambda\lambda'} = \frac{3(m_\Delta + m_N)}{2m_N} \frac{1}{(m_N + m_\Delta)^2 + Q^2} (m_\Delta M_{1,N\Delta}^{\lambda\lambda'} - M_{2,N\Delta}^{\lambda\lambda'}), \quad (5.22)$$

so daß dieses in unser Rechnung nicht benötigt wird.

Es ergibt sich für die elektromagnetischen $N\Delta$ Übergangsmatrixelemente:

$$\begin{aligned} M_{1,N\Delta}^{+1/2,+3/2} &= -\sqrt{2}q^L & M_{2,N\Delta}^{+1/2,+3/2} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(m_N - m_\Delta)q^L \\ M_{1,N\Delta}^{+1/2,+1/2} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{|\vec{q}_\perp|^2}{m_\Delta} & M_{2,N\Delta}^{+1/2,+1/2} &= +\frac{1}{\sqrt{6}}|\vec{q}_\perp|^2 \\ M_{1,N\Delta}^{+1/2,-1/2} &= -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m_N}{m_\Delta} q^R & M_{2,N\Delta}^{+1/2,-1/2} &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(m_N - m_\Delta)q^R \\ M_{1,N\Delta}^{+1/2,-3/2} &= 0 & M_{2,N\Delta}^{+1/2,-3/2} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(q^R)^2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

mit $q^{L,R} = q_1 \mp iq_2$. Die weiteren Übergangsmatrixelemente können durch die Beziehung

$$M_{i,N\Delta}^{\lambda\lambda'} = (-1)^{\lambda+\lambda'} M_{i,N\Delta}^{-\lambda-\lambda',*}, \quad (5.24)$$

berechnet werden. Das in Vergleich zu Gl. (5.7) andere Verhalten erklärt sich durch die Verwendungen von Rarita-Schwinger Spinoren, da der Axialvektoranteil dieser Spinoren das Verhalten unter der Paritätstransformation ändert.

Die Übergangsmatrixelemente $M_{i,\Delta N}$ sind natürlich eng mit den $M_{i,N\Delta}$ verwandt. Durch komplexe Konjugation und der Substitution $\vec{q} \rightarrow -\vec{q}$ ergibt sich

$$M_{i,\Delta N}^{\lambda\lambda'} = (-1)^{\lambda-\lambda'} M_{i,N\Delta}^{\lambda'\lambda,*}. \quad (5.25)$$

5.1.4 Die elektromagnetischen Matrixelemente der Mesonen

Die elektromagnetischen Strom des Pions ist sehr einfach aufgebaut:

$$\langle \pi, p' | J^\mu | p, \pi \rangle = (p^\mu + p'^\mu) F_\pi(Q^2). \quad (5.26)$$

Somit folgt sofort

$$M_{\pi\pi} = 2. \quad (5.27)$$

Im Falle der Vektormesonen ist der Strom etwa komplizierter. Die allgemeinste Form des vektoriellen elektromagnetischen Stromes ist

$$\langle \rho, p' | J^\mu | p, \rho \rangle = \varepsilon_\alpha^* \mathcal{O}^{\alpha\mu\beta} \varepsilon_\beta \quad (5.28)$$

mit dem Tensor

$$\mathcal{O}^{\alpha\mu\beta} = -g^{\alpha\beta} P^\mu \frac{F_1}{2m_\rho} - (g^{\beta\mu} q^\alpha - g^{\alpha\mu} q^\beta) \frac{F_2}{2m_\rho} + q^\alpha q^\beta P^\mu \frac{F_3}{4m_\rho^3}. \quad (5.29)$$

Die zugehörigen Multipol-Formfaktoren ergeben sich wie folgt [94]:

$$\begin{aligned} G_E(Q^2) &= (1 + \frac{2}{3}\tau_\rho) G_1(Q^2) - \frac{2}{3}\tau_\rho G_2(Q^2) + \frac{2}{3}\tau_\rho(1 + \tau_\rho) G_3(Q^2) \\ G_M(Q^2) &= G_2(Q^2) \\ G_Q(Q^2) &= G_1(Q^2) - G_2(Q^2) + (1 + \tau_\rho) G_3(Q^2) \end{aligned} \quad (5.30)$$

mit $\tau_\rho = Q^2/4m_\rho^2$. Da so gut wie nichts über den magnetischen (G_M) oder Quadrupol- (G_Q) Formfaktor von Vektormesonen bekannt ist, verwenden wir hier nur den elektrischen Formfaktor (G_E). Seine Matrixelemente sind:

$$\begin{aligned} M_{\rho\rho}^{+1,+1} &= \frac{2}{1 + \tau_\rho} & M_{\rho\rho}^{+1,0} &= -\frac{2\sqrt{2\tau_\rho^R}}{1 + \tau_\rho} \\ M_{\rho\rho}^{+1,-1} &= 2\frac{(\tau_\rho^R)^2}{1 + \tau_\rho} & M_{\rho\rho}^{0,0} &= 2\frac{1 - \tau_\rho}{1 + \tau_\rho}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Die weiteren Matrixelementen ergeben sich, wie üblich, aus Gl. (5.7).

Es fehlen nun noch die Übergangsmatrixelemente zwischen den pseudoskalaren Mesonen und den Vektormesonen. Hier existiert genau ein magnetischer Formfaktor:

$$\langle \pi, p | J^\mu | p', \rho \rangle = G(Q^2) \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_\nu p_\alpha p'_\beta. \quad (5.32)$$

Seine Matrixelemente können leicht auf die nun bekannte Weise berechnet werden:

$$M_{\pi\rho}^{0,+1} = \frac{q_R}{\sqrt{2}}, \quad M_{\pi\rho}^{0,0} = 0, \quad M_{\pi\rho}^{0,-1} = \frac{q_L}{\sqrt{2}}. \quad (5.33)$$

Die verbleibenden Matrixelemente kann man durch Konjugation und der Substitution $\vec{q}_\perp \rightarrow -\vec{q}_\perp$ gewinnen

$$M_{\rho\pi}^{\lambda,0} = -M_{\pi\rho}^{*,0,\lambda}. \quad (5.34)$$

5.1.5 Mesonische Korrekturen zu den Nukleon-Formfaktoren

Nun haben wir alle Ingredienzien zusammen, um die Korrekturen aufgrund der Zwei-Teilchen-Fock-Zustände zu den elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons berechnen zu können. Generell ergibt sich (vgl. Abb. 5.1):

$$F_{1,2}(Q^2) = \frac{1}{Z} \left[F_{1,2,nackt}(Q^2) + \sum_{BB',M} \sum_i I_{BB',M,i}^{1,2} \cdot F_{i,nackt}^{BB'}(Q^2) + \sum_{MM',B} I_{MM',B}^{1,2} \cdot G^{MM'}(Q^2) \right]. \quad (5.35)$$

In dieser Gleichung sind $F_{i,nackt}^{BB'}$ die Formfaktoren zwischen den nackten Baryonen B und B' . Im Unterschied zu früheren Arbeiten [95, 25, 96], in denen punktförmige Pionen verwendet wurden, berücksichtigen wir mögliche Meson-Meson-Formfaktoren $G^{MM'}$. Die Integrale $I_{BB',M,i}^{1,2}$ werden mit Hilfe der Lichtkegelamplituden ϕ_{BM} berechnet:

$$I_{BB',M,i}^1 = \frac{1}{2} \int_0^1 dy \int d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda\lambda'\sigma} \phi_{B'M}^{1/2 \rightarrow \lambda'\sigma,*}(y, \vec{k}_{\perp,f}) M_{i,B'B}^{\lambda'\lambda} \phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\sigma}(y, \vec{k}_{\perp,i}), \quad (5.36)$$

und

$$I_{BB',M,i}^2 = \frac{1}{2\sqrt{\tau_N}} \int_0^1 dy \int d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda\lambda'\sigma} \phi_{B'M}^{1/2 \rightarrow \lambda'\sigma,*}(y, \vec{k}_{\perp,f}) M_{i,B'B}^{\lambda'\lambda} \phi_{BM}^{-1/2 \rightarrow \lambda\sigma}(y, \vec{k}_{\perp,i}). \quad (5.37)$$

Hierbei läuft λ, λ' bzw. σ über alle möglichen Helizitätszustände von B, B' bzw. M . Für die Definition der $\phi_{MB}^{1/2 \rightarrow \lambda\sigma}$ siehe Gl. (2.31). Da die Lichtkegelamplituden in einem Bezugssystem, in dem für den Nukleonimpuls $p_\mu p^+ = 0, \vec{p}_\perp = \vec{0}$ gilt, definiert ist, verschieben sich die Argumente der Lichtkegelamplituden durch einen Lorentz-Boost gemäß [85]

$$\vec{k}_{\perp,i(f)} = \vec{k}_\perp \pm (1-y) \frac{\vec{q}_\perp}{2}. \quad (5.38)$$

Die Beiträge der mesonische Ströme sind durch die Integrale

$$I_{MM',B}^1 = \frac{1}{2} \int_0^1 dy \int d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda\lambda'\sigma} \phi_{BM'}^{1/2 \rightarrow \sigma\lambda',*}(y, \vec{k}'_{\perp,f}) M_{M'M}^{\lambda'\lambda} \phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \sigma\lambda}(y, \vec{k}'_{\perp,i}). \quad (5.39)$$

und

$$I_{MM',B}^2 = \frac{1}{2\sqrt{\tau_N}} \int_0^1 dy \int d^2 \vec{k}_\perp \sum_{\lambda\lambda'\sigma} \phi_{BM'}^{1/2 \rightarrow \sigma\lambda',*}(y, \vec{k}'_{\perp,f}) M_{M'M}^{\lambda'\lambda} \phi_{BM}^{-1/2 \rightarrow \sigma\lambda}(y, \vec{k}'_{\perp,i}). \quad (5.40)$$

gegeben. Der wesentliche Unterschied zu den Baryonintegralen sind die Argumente der Lichtkegelamplituden. Hier gilt:

$$\vec{k}'_{\perp,i(f)} = \vec{k}_\perp \mp y \frac{\vec{q}_\perp}{2}. \quad (5.41)$$

5.2 Die statischen elektromagnetischen Eigenschaften des Nukleons

In diesem Abschnitt untersuchen wir die Konsequenzen unseres Modells für die statischen Eigenschaften des Nukleons, d.h. den magnetischen Momenten, sowie den Ladungs- bzw. magnetischen Radien. Wie man im vorherigen Abschnitt sehen konnte, erzeugt unser Modell ebenfalls Korrekturen zu Ladungsformfaktoren. Es ist jedoch zu betonen, daß aufgrund der Konstruktion unseres Modells die Ladungserhaltung gewährleistet ist.

5.2.1 Magnetische Momente

Das magnetische Moment des Nukleons ist durch

$$\mu = G_M(0) = F_1(0) + F_2(0) \quad (5.42)$$

definiert. Experimentell findet man [97]:

$$\mu_p = 2.793\mu_N, \quad \mu_n = -1.913\mu_N \quad (5.43)$$

mit dem nuklearen Magneton $\mu_N = e^2/2m_N$. Damit wir unser Modell anwenden können, benötigen wir für die Berechnung der magnetische Momente sämtliche magnetische Momente aller nackten, verwendeten Teilchen. Um die Anzahl dieser Parameter einzuschränken, verwenden wir die $SU(6)$ -Symmetrie:

$$\begin{aligned} G_M^{\Delta^{++}}(Q^2) &= \frac{12}{5}G_M^p(Q^2) + \frac{3}{5}G_M^n(Q^2), \\ G_M^{\Delta^+}(Q^2) &= \frac{9}{5}G_M^p(Q^2) + \frac{6}{5}G_M^n(Q^2), \\ G_M^{\Delta^0}(Q^2) &= \frac{6}{5}G_M^p(Q^2) + \frac{9}{5}G_M^n(Q^2), \\ G_M^{\Delta^-}(Q^2) &= \frac{3}{5}G_M^p(Q^2) + \frac{12}{5}G_M^n(Q^2), \\ G_M^{\Delta^{+p}}(Q^2) &= \frac{2\sqrt{2}}{5}G_M^p(Q^2) - \frac{2\sqrt{2}}{5}G_M^n(Q^2), \\ G_M^{\Delta^{0n}}(Q^2) &= \frac{2\sqrt{2}}{5}G_M^p(Q^2) - \frac{2\sqrt{2}}{5}G_M^n(Q^2). \end{aligned} \quad (5.44)$$

In Tab. 5.1 zeigen wir nun die zum Beschreiben der gemessenen magnetischen Momente benötigten nackten magnetische Momente. Auffallend ist, daß das Verhältnis $R = \mu_n^0/\mu_p^0$ in etwa unabhängig von der Zahl der berücksichtigten Fock-Zustände ist. Desweiteren ist es niedriger, als man aufgrund des naiven Quarkmodells erwarten würde ($R = -2/3$). R stimmt sehr gut mit den Ergebnissen aus Light-Front-

Fock-Zustand	$\mu_p^0[\mu_N]$	$\mu_n^0[\mu_N]$	μ_n^0/μ_p^0
Kern	2.793	-1.913	-0.685
$+N\pi$	2.952	-1.726	-0.585
$+\Delta\pi$	2.642	-1.561	-0.591
$+N\rho, N\Delta$	3.050	-2.105	-0.690

Tabelle 5.1: Die nackten magnetischen Momente, die unter Berücksichtigung von einer zunehmenden Zahl von Fock-Zuständen, zur Beschreibung der experimentellen magnetischen Momente benötigt werden.

Fock Zustand	Ladung $p[e]$	Ladung $n[e]$	$\mu_p[\mu_N]$	$\mu_n[\mu_N]$
Kern	0.580	0.000	1.769	-1.219
$N\pi$	0.062	0.124	0.067	-0.076
$N\rho$	0.067	0.083	0.051	0.150
$\Delta\pi$	0.086	-0.021	0.157	-0.044
$\Delta\rho$	0.027	-0.007	0.033	-0.009
$(N\Delta)\pi$	—	—	0.233	-0.233
$(N\Delta)\rho$	—	—	0.006	-0.006
πN	0.124	-0.124	0.382	-0.382
$\pi\Delta$	-0.021	0.021	0.019	-0.019
ρN	0.083	-0.083	0.080	-0.080
$\rho\Delta$	-0.007	0.007	-0.003	0.003
$(\pi\rho)N$	—	—	-0.000	-0.000
$(\pi\rho)\Delta$	—	—	-0.000	-0.000
gesamt	1	0	2.793	-1.913

Tabelle 5.2: Die Beiträge der einzelnen Fock-Zustände zur Ladung bzw. zum magnetischen Moment. Das Photon koppelt jeweils an das erste Teilchen der Fock-Zustandsbeschreibung. Entsprechend werden durch die Klammerschreibweise Interferenzterme gekennzeichnet. Zur Verkürzung der Schreibweise sind die Beiträge des η bzw. ω nicht extra kenntlich gemacht worden. Sie sind in den Beiträgen des π bzw. ρ eingeschlossen.

Constituent-Quark Modellen überein [98, 99]. Im Cloudy-Bag-Modell ergibt sich $R = -0.77$, welches wesentlich größer als der experimentelle Wert von $R = -0.685$ ist. In Vergleich hierzu sind die typischen Verhältnisse aus Light-Front-Constituent-Quark Modells zu niedrig. Dies deutet darauf hin, daß mesonische Effekte berücksichtigt werden müssen.

Der Einfluß der diversen Fock-Zustände auf die magnetischen Momente (und der Ladung) ist in Tab. 5.2 gezeigt. Überraschenderweise wird ein recht hoher Anteil des

magnetischen Momentes auch von höheren Fock-Zuständen mit nur kleiner Wahrscheinlichkeit getragen. Es ist zu vermuten, daß der größere Spin des Δ 's bzw. der Vektormesonen hier eine wesentliche Rolle spielt. Darüberhinaus ist es auffällig, daß die Δ -Formfaktoren selber nicht sehr wichtig sind, die Interferenzterme sind wesentlich entscheidender.

5.2.2 Elektromagnetische Radien

Der elektrische bzw. magnetische Radius wird durch

$$\langle R^2 \rangle_E^N = -6 \left. \frac{dG_E^N}{dQ^2} \right|_{Q^2=0}, \quad \langle R^2 \rangle_M^N = -6 \left. \frac{dG_M^N}{dQ^2} \right|_{Q^2=0} / G_M^N(0) \quad (5.45)$$

definiert. Die experimentell bekannten Radien sind in Tab. 5.3 zu sehen. Wir wollen nun die nackten elektromagnetischen Radien bestimmen, welche zur Beschreibung der gemessenen Radien benötigt werden. Um die Anzahl der freien Parameter einzuschränken, verwenden wir die $SU(6)$ -Symmetrie. Ihre Auswirkungen für die magnetischen Formfaktoren hatten wir bereits in Gl. (5.44) angegeben. Für die elektrischen Formfaktoren gilt:

$$\begin{aligned} G_E^{\Delta^{++}}(Q^2) &= 2G_E^p(Q^2) - G_E^n(Q^2), \\ G_E^{\Delta^+}(Q^2) &= G_E^p(Q^2), \\ G_E^{\Delta^0}(Q^2) &= G_E^n(Q^2), \\ G_E^{\Delta^-}(Q^2) &= -G_E^p(Q^2) + 2G_E^n(Q^2). \end{aligned} \quad (5.46)$$

Für die elektrischen Radien ist es sehr wichtig, daß die Formfaktoren der Mesonen einen nicht-verschwindenden Radius haben. Experimentell ist bekannt, daß sich der Pionformfaktor recht gut – zumindest im raumartigen Bereich – durch die Monopolform

$$G_\pi(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{m_\rho^2} \right)^{-1} \quad (5.47)$$

beschreiben läßt. Das Auftreten der ρ -Masse wird durch das Vektor-Dominanz-Modell deutlich, nach dem sich das Photon in ein Vektormeson umwandelt, welches daraufhin mit dem π -Strom wechselwirkt. Das Vektor-Dominanz-Modell ist sehr nützlich, um die Formfaktoren der anderen Mesonen festzulegen. Wir diskutieren die Details in Anhang E. Der Radius der Pions ergibt sich zu:

$$\langle R^2 \rangle_\pi = 0.394 \, fm^2. \quad (5.48)$$

Beim Betrachten von Tab. 5.3 fällt auf, daß die nackten Radien etwa 10%–15% unterhalb der physikalischen Radien liegen. Dies deckt sich sehr gut mit der naiven

Fock-Zustand	$\langle R_0^2 \rangle_E^p [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_E^n [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_M^p [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_M^n [fm^2]$
Kern	0.743 ± 0.022	-0.120 ± 0.004	0.736 ± 0.022	0.767 ± 0.077
+ $N\pi$	0.646 ± 0.039	-0.059 ± 0.010	0.668 ± 0.039	0.659 ± 0.129
+ $\Delta\pi$	0.663 ± 0.027	-0.063 ± 0.009	0.652 ± 0.040	0.640 ± 0.165
+ $N\rho, \Delta\rho$	0.616 ± 0.030	-0.092 ± 0.013	0.675 ± 0.042	0.686 ± 0.117
Experiment	0.743 ± 0.022	-0.120 ± 0.004	0.736 ± 0.022	0.767 ± 0.077

Tabelle 5.3: Die nackten elektromagnetischen Radien für unterschiedliche, in der Rechnung berücksichtigte Fock-Zustände. Die experimentellen Daten wurden [100] entnommen.

Vorstellung, daß das nackte Nukleon aufgrund der nicht vorhandenen Mesonwolke ein kleineres Objekt als das physikalische Nukleon ist. Diese Vorstellung wird weiterhin durch die Beobachtung bestärkt, daß diese Reduktion der Radien (mit Ausnahme des elektrischen Neutron-Formfaktors, s.u.) in etwa konstant ist. Desweiteren fällt auf, daß der nackte Radius bei Hinzunahme weiterer höherer Fock-Zustände nicht kleiner wird, wie es zu erwarten gewesen wäre, sondern größer. Der Grund liegt im wesentlichen an der flacheren Q^2 -Abhängigkeit der Beiträge höherer Fock-Zustände, die durch die größeren Massen der beteiligten Teilchen verursacht wird. Hierdurch tragen die höheren Fock-Zustände mit kleineren Korrekturen, als es ihrer Wahrscheinlichkeit entspricht, zu den Radien bei (siehe hierzu Tab. 5.4).

Interessant ist die Situation im Falle des elektrischen Neutron-Formfaktors. Hier überwiegen die Beiträge höherer Fock-Zustände die des nackten Nukleons. Dies war jedoch zu erwarten, da der nackte elektrische Neutron-Formfaktor nur sehr klein ist und da in den Zwei-Teilchen Fock-Zuständen häufig eine Ladungstrennung stattfindet. Unsere Ergebnisse sind also konsistent mit der alten Vorstellung, daß das Pion einen wesentlichen Beitrag zum elektrischen Neutron-Formfaktor liefern sollte.

5.3 Die elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons

Nachdem wir alle statischen Eigenschaften des Nukleons festgelegt haben, können wir die Q^2 -Abhängigkeit der Formfaktoren untersuchen. Um dieses Programm durchführen zu können, müssen wir einige Annahmen über die Formfaktoren des nackten Nukleons treffen. Die experimentellen Daten können recht gut durch die Standard-Dipol-Parametrisierung

$$G_D(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71 \text{ GeV}^2}\right)^{-2} \quad (5.49)$$

Fock-Zustand	$\langle R_0^2 \rangle_E^p [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_E^n [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_M^p [fm^2]$	$\langle R_0^2 \rangle_M^n [fm^2]$
Kern	0.355	-0.053	0.425	0.435
$N\pi$	0.045	0.079	0.018	0.030
$N\rho$	0.051	0.059	0.014	-0.054
$\Delta\pi$	0.058	-0.015	0.039	0.017
$\Delta\rho$	0.020	-0.005	0.009	0.004
$(N\Delta)\pi$	0.009	-0.009	0.061	0.090
$(N\Delta)\rho$	0.002	-0.002	0.001	0.002
πN	0.137	-0.137	0.143	0.209
$\pi\Delta$	-0.019	0.019	0.007	0.010
ρN	0.048	-0.048	0.016	0.023
$\rho\Delta$	-0.004	0.004	-0.001	-0.012
$(\pi\rho)N$	-0.001	-0.001	-0.004	0.005
$(\pi\rho)\Delta$	0.000	0.000	-0.001	0.001
gesamt	0.743	-0.120	0.736	0.767

Tabelle 5.4: Die Beiträge der einzelnen Fock-Zustände zur Ladung bzw. zum magnetischen Moment. Das Photon koppelt jeweils an das erste Teilchen in Fock-Zustandsbeschreibung. Entsprechend werden durch die Klammerschreibweise Interferenzterme gekennzeichnet.

beschrieben werden. Angeregt durch den Erfolg dieser einfachen Parametrisierung, setzen wir

$$\begin{aligned}
 G_E^{p0}(Q^2) &= \left(1 + \frac{Q^2}{(\Lambda_E^p)^2}\right)^{-2} \\
 G_M^{p0}(Q^2) &= G_M^{p0}(0) \left(1 + \frac{Q^2}{(\Lambda_M^p)^2}\right)^{-2} \\
 G_M^{n0}(Q^2) &= G_M^{n0}(0) \left(1 + \frac{Q^2}{(\Lambda_M^n)^2}\right)^{-2}
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

für die nackten Formfaktoren an. Die oben festgestellte annähernde Gleichheit von $\langle R_0^2 \rangle_E^p \approx \langle R_0^2 \rangle_M^p \approx \langle R_0^2 \rangle_M^n$ erlaubt es uns, die Anzahl der freien Parameter zu reduzieren, indem wir nur eine gemeinsame Skala verwenden: $\Lambda_E^p = \Lambda_M^p = \Lambda_M^n \equiv \Lambda_D$. Die Form des nackten, elektrischen Formfaktor des Neutrons bleibt noch festzulegen. Da er bei $Q^2 = 0$ verschwinden muß, parametrisieren wir ihn gemäß:

$$G_E^{n0}(Q^2) = Q^2 \left(1 + \frac{Q^2}{(\Lambda_D)^2}\right)^{-3}. \tag{5.51}$$

Wir haben die Exponenten erhöht, damit dieser Formfaktor das gleiche asymptotische Verhalten hat wie die anderen Formfaktoren. Die Resultate unseres Fits zeigen

Fock-Zustand	$\Lambda_D^2 [GeV^2]$	$\langle R^2 \rangle_M^p [fm^2]$
Kern	0.71	0.655
$+N\pi$	0.78	0.675
$+\Delta\pi$	0.80	0.672
$+N\rho, \Delta\rho$	0.83	0.656

Tabelle 5.5: Die Cut-Off Parameter der nackten Formfaktoren gemäß Gl. (5.51), die zur Beschreibung der experimentell gemessenen elektromagnetischen Formfaktoren benötigt werden. $\langle R^2 \rangle_M^p$ ist der durch die Benutzung der Dipol-Parametrisierung resultierende magnetische Radius des physikalischen Protons.

Fock-Zustand	$\Lambda_1^2 [GeV^2]$	$\Lambda_2^2 [GeV^2]$
Kern	0.36	2.6
$+N\pi$	0.41	2.8
$+\Delta\pi$	0.40	3.2
$+N\rho, \Delta\rho$	0.40	3.4

Tabelle 5.6: Die Parameter der nackten Formfaktoren Gl. (5.54), die zum Beschreiben der experimentellen Formfaktor-Daten benötigt werden.

wir in Tab. 5.5. Diese Werte müssen mit $\Lambda_D^2 = 0.71 GeV^2$ verglichen werden, welches sich aus dem Standard-Dipolfit ohne jegliche Korrekturen ergibt. Wie in Tab. 5.5 zu sehen ist, entspricht das Verhalten von Λ_D bei Hinzunahme von Fock-Zuständen unserer Erwartung: Je mehr Fock-Zustände berücksichtigt werden, desto größer wird Λ_D , d.h. desto kleiner wird die Ausdehnung des nackten Nukleons.

In Abb. 5.3 sind die Ergebnisse unseres Fits zu sehen. Hier und auch später werden wir die Formfaktoren als Verhältnis über der Standard-Dipol-Parametrisierung $G_D(Q^2)$ auftragen. Man erkennt, daß im allgemeinen eine gute Übereinstimmung mit den Daten erreicht wird. Dies liegt jedoch im wesentlichen an der sehr starken Streuung der Daten. Bei dem magnetischen Formfaktor des Proton, welcher bislang am besten gemessen worden ist, ist die Übereinstimmung recht schlecht. So sind die Daten im Bereich von $1-5 GeV^2$ größer als alle Fitresultate und im Bereich $> 5 GeV^2$ fällt der Formfaktor sehr stark ab. Durch die Einführung der Zwei-Teilchen-Fock-Zustände ist ein Trend zur besseren Beschreibung der magnetischen Protondaten zu erkennen, eine vollständige Übereinstimmung kann jedoch nicht erreicht werden. Desweiteren stellt sich heraus, daß die Parametrisierung der nackten Formfaktoren in Dipolform nicht mit den experimentellen Radien verträglich ist, wie in Tab. 5.5 zu sehen ist.

Ein Ausweg ist, wie in der Einleitung zu diesem Kapitel bereits angedeutet wurde,

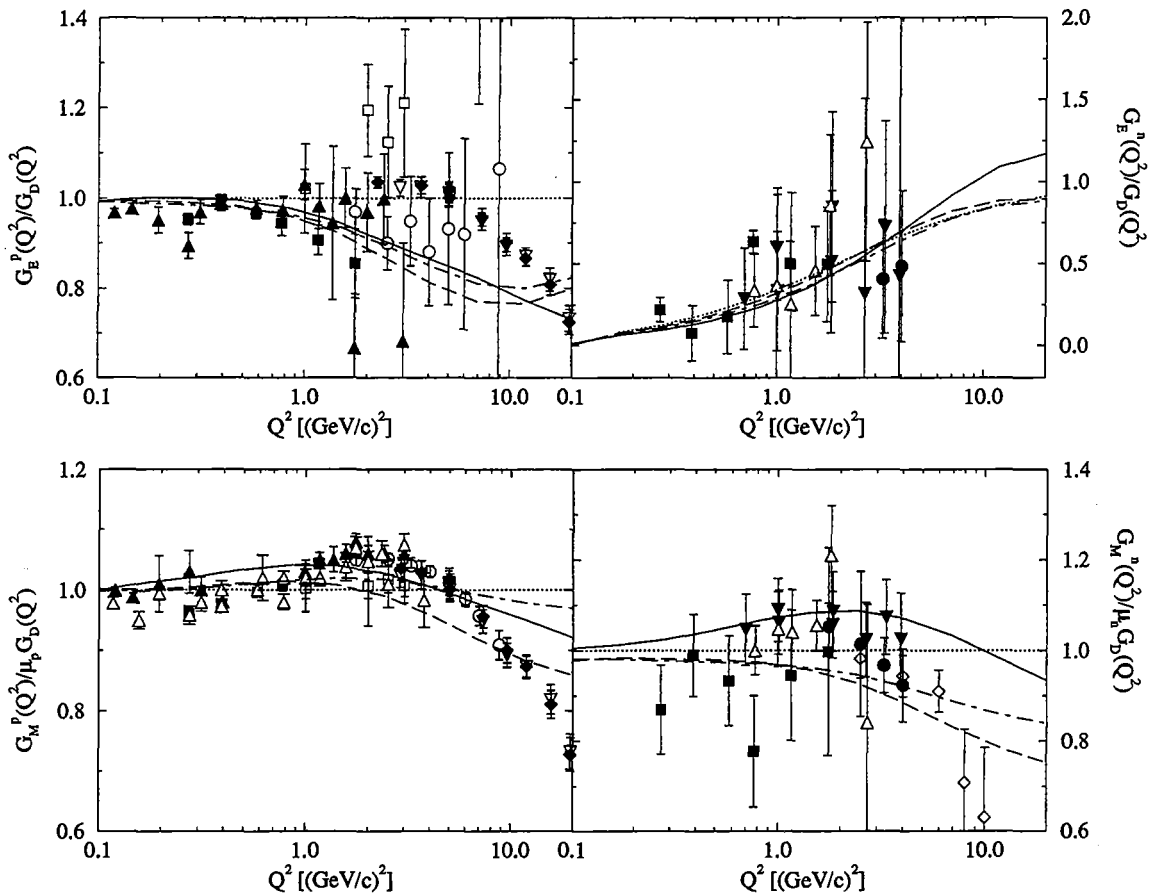


Abbildung 5.3: Unser Fit an die verfügbaren Daten der elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons unter Benutzung der Dipol-Form für die nackten Formfaktoren. Die Linien zeigen das Ergebnis des Fits nur für den Kern (gepunktet), zusätzlich mit dem $N\pi$ Zustand (strich-punktiert), mit dem $\Delta\pi$ -Zustand (gestrichelt) und zusätzlich mit den Zuständen mit Vektormesonen (durchgezogenen). Die Daten wurden [101] (Dreiecke nach oben, gefüllt), [102] (Quadrate, gefüllt), [103] (Quadrate, leer), [104] (Kreise, leer), [105] (Dreiecke nach unten, gefüllt), [106] (Dreiecke nach oben, leer) [107] (Dreiecke nach unten, leer), [108] (Rauten, gefüllt), [109] (Kreise, gefüllt), [110] (Rauten, leer), [111] (Dreiecke nach links, leer) und [112] (Dreiecke nach rechts, leer) entnommen.

die Formfaktoren so zu wählen, daß eine Interpolation zwischen dem Bereich der Mesondynamik bei niedrigen Q^2 und der Quarkdynamik bei hohen Q^2 erreicht wird. Im Bereich der perturbativen QCD, bei sehr großen Q^2 , ist das Verhalten des Dirac- und Pauli-Formfaktors durch die Anzahl der Valenzquark gegeben [113, 114]:

$$F_1(Q^2) \sim \alpha_s^2(Q^2)/Q^4, \quad F_2(Q^2) \sim \alpha_s^2(Q^2)/Q^6. \quad (5.52)$$

Wegen der Q^2 -Abhängigkeit der starken Kopplungskonstanten

$$\alpha_s(Q^2) \sim \frac{1}{\log(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)} \quad (5.53)$$

hängt das Verhalten von F_1 und F_2 teilweise von dem QCD-Skalenparameter Λ_{QCD} ab. Wir modellieren den Übergang zwischen der Meson- und Quarkdynamik mit-

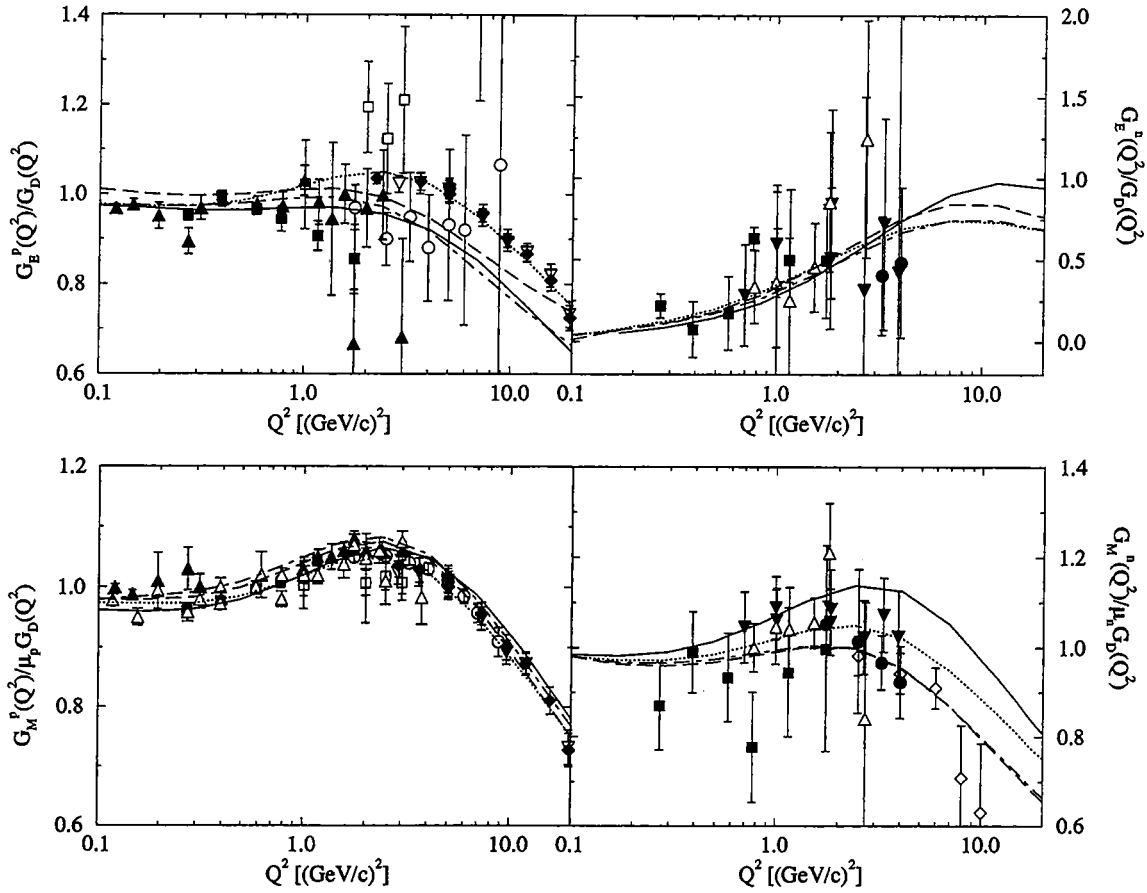


Abbildung 5.4: Unser Fit an die verfügbaren Daten der elektromagnetischen Formfaktoren unter Benutzung der Formfaktoren gemäß Gl. (5.54). Die Linien und Datenpunkte entsprechen jenen aus Tab. 5.3.

tels einer von Gari und Krümpelmann vorgeschlagenen Form [84], die das richtige asymptotische Verhalten gewährleistet:

$$G_E^{p0}(Q^2) = \frac{G_M^{p0}(Q^2)}{G_M^{p0}(0)} = \frac{G_M^{p0}(Q^2)}{G_M^{p0}(0)} = \frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_1^2 + \hat{Q}^2} \frac{\Lambda_2^2}{\Lambda_2^2 + \hat{Q}^2}. \quad (5.54)$$

mit

$$\hat{Q}^2 = Q^2 \log \left(\frac{\Lambda_2^2 + Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right) / \log \left(\frac{\Lambda_2^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right). \quad (5.55)$$

Wir benutzen $\Lambda_{QCD} = 230 \text{ MeV}$ [97]. Die im vorherigen Abschnitt bestimmten nackten Radien können nun benutzt werden, um das Niederenergieverhalten des Formfaktors Gl. (5.54) mittels $\langle R_0^2 \rangle = 6/(1/\Lambda_1^2 + 1/\Lambda_2^2)$ festzulegen. Wir werden Λ_2 vorgeben; mit Hilfe des Radiuses ist Λ_1 dann festgelegt. Hierbei benutzen wir wiederum die Universalität der Radien des nackten Nukleons. Um den elektrischen Formfaktor des nackten Neutron zu modellieren, müssen die Bedingungen $G_N^{n0}(0) = 0$ und $(-6G_E^{n0})'(0) = \langle R^2 \rangle_E^{n0}$ beachtet werden:

$$G_E^{n0}(Q^2) = \frac{aQ^2}{1 + aQ^2} \frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_1^2 + \hat{Q}^2} \frac{\Lambda_2^2}{\Lambda_2^2 + \hat{Q}^2}, \quad (5.56)$$

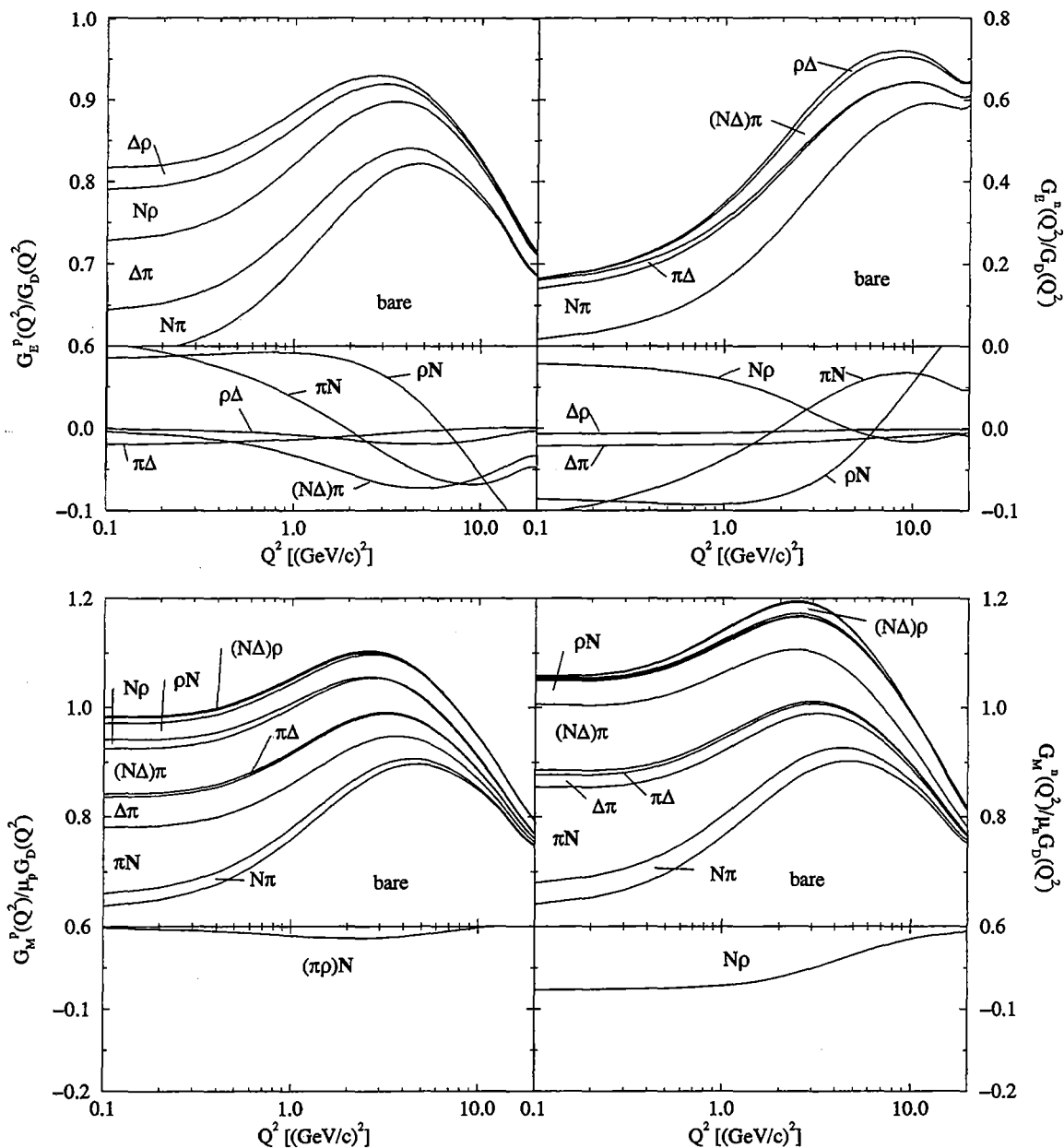


Abbildung 5.5: Die einzelnen Beiträge der einzelnen Fock-Zustände zu den elektromagnetischen Formfaktoren. In den oberen Teil der Abbildungen werden die Beiträge durch Flächen kenntlich gemacht, während im unteren Teil die Beiträge selber dargestellt sind. Alle nicht explizit benannten Beiträge sind so klein, daß sie in dieser Abbildung nicht sichtbar wären. Wie in den Tabellen wird das Teilchen, daß an das Photon koppelt, in der Bezeichnung des Fock-Zustandes zuerst genannt.

welches durch die richtige Wahl von a garantiert werden kann. Diese Form garantiert ebenfalls das richtige asymptotische Verhalten. In Tabelle 5.6 ist das Ergebnis des Fits zu sehen. Man sieht bei Λ_2 das gleiche Verhalten wie im Fall eines nackten Dipol-Formfaktors: Je mehr Zwei-Teilchen-Fock-Zustände benutzt werden, desto größer wird Λ_2 und damit wird die Ausdehnung des nackten Nukleons kleiner. Λ_1 ist in etwa konstant mit $\Lambda_1 \simeq 620 \text{ MeV}$, falls mesonische Korrekturen berücksichtigt

werden. Dieser Wert ist einiges niedriger als von dem einfachen Vektor-Dominanz-Modell zu erwarten ist ($\Lambda_1 \sim m_\rho$). Furuichi und Watanabe haben ein Modell auf Grundlage der Dispersionstheorie entwickelt, welches den Bereich der Mesodynamik und der Quarkdynamik miteinander verbindet [115]. Sie finden den gleichen Wert für die Mesodynamik-Skala (Λ_1) und führen die Verringerung dieses Wertes im Vergleich zum Vektor-Dominanz-Modelles auf den unkorrelierten Zwei-Pion Austausch zurück. Das Resultat unseres Fits ist in Abb. 5.4 gezeigt. Man beobachtet eine gute Übereinstimmung bei dem magnetischen Formfaktor des Protons. Insbesondere werden nun die Abweichung von der Dipolform bei mittleren und hohen Q^2 gut beschrieben. Für den elektrischen Formfaktor des Protons sieht der Fit recht schlecht aus, da er die recht guten Daten aus [107, 108] nicht beschreiben kann. Es ist jedoch zu beachten, daß bei der Analyse der Daten in Ref. [107, 108] angenommen wurde, daß $G_E^p(Q^2) = G_M^p(Q^2)/\mu_p$ gilt. Diese Annahme gilt in unserem Modell jedoch nicht, da die höheren Fock-Zustände unterschiedlich zu den elektrischen und magnetischen Formfaktoren beitragen.

Wesentlich für die Qualität des Fits ist, das man die logarithmischen QCD-Korrekturen (d.h. das man $\hat{Q}^2$ anstatt Q^2 in den Formeln verwendet) berücksichtigt. Ohne diese Korrekturen ist der Abfall des magnetischen Formfaktors des Proton bei hohen Q^2 nur schwer zu beschreiben.

Nachdem wir nun die nackten Formfaktoren festgelegt haben, können wir den Einfluß der höheren Fock-Zustände detaillierter untersuchen (s. Abb. 5.5). Auffällig ist, daß die Korrekturen höherer Fock-Zustände auch bei größeren Q^2 noch eine Rolle spielen. Dies deckt sich gut mit der in der Einleitung erwähnten Feststellung, daß der Übergang zwischen der Meson- und Quarkdynamik bei etwa $1-20 \text{ GeV}^2$ stattfindet. Die Struktur der magnetischen Formfaktoren ist im wesentlichen bereits durch die Stärke der einzelnen Fock-Zustände bei $Q^2 = 0$ (vgl. Tab. 5.2) gegeben, denn das Verhältnis der Größe der einzelnen Fock-Zustände bleibt in etwa konstant. Die einzige Ausnahme ist die ρN -Komponente, falls das Photon an das ρ koppelt. Der Grund hierfür liegt in der flacheren $\vec{k}_\perp$ -Verteilung der $N\rho$ -Komponente in Vergleich zur $N\pi$ -Komponente und der Monopol-Parametrisierung des ρ -Formfaktors. Desweiteren wird der magnetische Formfaktor des Neutrons stärker modifiziert als der des Protons. Der Grund hierfür ist, daß die größten Korrekturen Isospin-unabhängig sind (πN , $(N\Delta)\pi$), der absolute Betrag des magnetischen Momentes ist jedoch für das Proton größer.

Im Falle der elektrischen Formfaktoren ist das Verhalten der Beiträge der Zwei-Teilchen-Fock-Zustände komplizierter. Dies liegt im wesentlichen an der Definition von G_E als Differenz eines Helizitäts-erhaltenden (F_1) und eines Helizitäts-wechselnden (F_2) Formfaktors (vgl. Gl. 5.10). So wechselt z.B. der Beitrag von πN sein Vorzeichen bei mittleren Q^2 , da der Helizität-wechselnde Beitrag zu stark wird. Zusammen mit

dem vorzeichenwechselnden ρN -Beitrag, sowie des $(N\Delta)\pi$ -Beitrages, bewirkt dies, daß der 'Buckel' des nackten, elektrischen Formfaktors bei $Q^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$ vollständig unterdrückt wird. Da diese Unterdrückung von recht vielen Komponenten bewerkstelligt wird und der Effekt auch unabhängig von der Anzahl der benutzten Fock-Zustände ist, wird sich diese Beobachtung bei leichten Variationen unseres Modelles kaum ändern. Sie scheint somit eine Folge der Präsenz von Zwei-Teilchen-Zustände im Nukleon zu sein. Desweiteren macht unser Modell klar, daß die häufig benutzte Annahme

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{G_M^p(0)} = \frac{G_M^n(Q^2)}{G_M^n(0)} \quad (5.57)$$

nicht unbedingt gültig sein muß. So beobachten wir, daß bei großen Q^2 G_E^p – bei Einschluß mesonischer Effekte – immer in etwa 10% kleiner ist als der magnetische Formfaktor G_M^p .

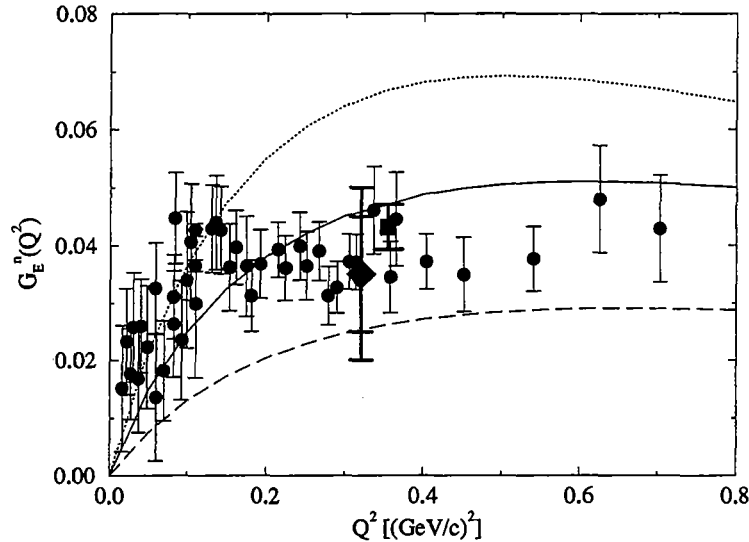


Abbildung 5.6: Der elektrische Formfaktor des Neutrons in unserem Modell. Die durchgezogene Linie ist unser volles Resultat, die gestrichelte Linie ist die Parametrisierung des nackten Neutron-Formfaktors. Die punktierte Linie ist der Formfaktor, der sich ohne Korrekturen von höheren Fock-Zustände ergibt. Die experimentellen Daten stammen aus [116] (Kreise), [117] (Raute) und [118] (Quadrat).

Abschließend wenden wir uns dem elektrischen Formfaktor des Neutrons noch etwas genauer zu. Hier ist der experimentelle Befund noch ein wenig unklar, da der größte Teil der Daten bei niedrigen Q^2 , gemessen am Saclay-Experiment [116], noch schwach von dem zur Auswertung benutzten NN -Potential abhängt. Die Daten in Abb. 5.6, welche mit dem Paris-Potential gewonnen wurden, ergeben einen Radius von $\langle R^2 \rangle_E^n = -0.019 \pm 0.002 \text{ fm}^2$, was sehr gut mit dem Resultat aus der thermischen Elektron-Neutron Streuung ($\langle R^2 \rangle_E^n = -0.0199 \pm 0.003 \text{ fm}^2$ [119]) übereinstimmt. Gut für die Skalierung der Saclay-Daten eignet sich die neuen, absoluten

Messungen an MAMI [117, 118], bei der die quasi-elastische, polarisierte Elektron-Streuung an einem polarisierten ^3He -Target benutzt wird. Da die Messungen fortgeführt werden, ist eine Verbesserung der Fehler in naher Zukunft zu erwarten. Es ist recht bemerkenswert, daß die mesonische Korrekturen zusammen mit einem nackten Formfaktor, der den richtigen nackten magnetischen Radius liefert, die Daten gut beschreiben können, insbesondere da alle weiteren Parameter durch das Verhalten der Formfaktoren bei hohen Q^2 festgelegt wurden. Zum Vergleich haben wir den Formfaktor aufgetragen, der sich aus unserem Fit ohne Korrekturen durch höheren Fock-Zustände ergibt. Dieser kann die Daten nicht beschreiben.

Zusammenfassend ergibt sich ein recht konsistentes Bild. Durch den Berücksichtigung der Effekte von Zwei-Teilchen-Fock-Zuständen sowie der perturbativen QCD, läßt sich die Q^2 -Abhängigkeit aller elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons gut beschreiben. Desweiteren hat es sich ergeben, daß die elektromagnetischen Ausdehnung des nackten Nukleons in etwa 10% bis 15% kleiner ist als die des physikalischen Nukleons.

5.4 Die magnetischen Momente der Oktett-Baryonen

In Abschnitt 5.2.1 hatten wir bereits die magnetischen Momente des nackten Nukleons untersucht. Hier wollen wir die weiteren, Strangeness-behafteten Oktettbaryonen (Λ , Σ , Ξ) mit in die Diskussion aufnehmen. Die Berechnung der Beiträge höherer Fock-Zustände ist vollkommen analog zum Nukleonfall, nur müssen die Massen und Kopplungskonstanten (via $SU(3)$ -Symmetrie) entsprechend angepaßt werden. Desweiteren benötigen wir die nackten magnetischen Momente. Es wurde kürzlich in [120] diskutiert, inwieweit die baryonischen magnetischen Momente mit der Quarkpolarisation im Proton und den effektiven magnetischen Momenten der (Konstituenten-)Quarks zusammenhängen. Die wesentliche Annahme war, daß kein zusätzlicher Drehimpuls zwischen den Quarks auftritt, sodaß sich das totale magnetische Moment als

$$\mu = \mu_u \Delta u + \mu_d \Delta d + \mu_s \Delta s \quad (5.58)$$

(Sehgal-Gleichung) darstellen läßt. Hier ist Δq die Gesamtpolarisation der Quark-Flavour q und μ_q das entsprechende magnetische Moment eines Konstituentenquarks. Wir werden diesen Ansatz für unsere nackten Baryonen verwenden. Um diesen Ansatz weiter zu vereinfachen, verwenden wir die Quarkpolarisationen, die sich durch die Benutzung von $SU(6)$ -Wellenfunktionen ergeben (s. Tab. 5.7). Für die weiteren Baryonen und dem magnetischen Moment des ΔN -Überganges benutzen wir Gl. (5.44) und ihr Analogon für die Baryonen mit Strangeness.

Wir führen die Rechnung auf zwei verschiedene Arten durch. In Fit I bestimmen wir alle drei magnetischen Momente der Quarks unabhängig voneinander, während wir

	p	n	Λ	$\Lambda\Sigma$	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
Δu	4/3	-1/3	0	$1/\sqrt{3}$	4/3	2/3	0	-1/3	0
Δd	-1/3	4/3	0	$-1/\sqrt{3}$	0	2/3	4/3	0	-1/3
Δs	0	0	1	0	-1/3	-1/3	-1/3	4/3	4/3

Tabelle 5.7: Die Quarkpolarisation der Oktettbaryonen im $SU(6)$ -Modell. $\Lambda\Sigma$ bezeichnet das entsprechende Übergangsmatrixelement.

	Fit I				Fit II			
	$\mu_u [\mu_N]$	$\mu_d [\mu_N]$	$\mu_s [\mu_N]$	$\chi^2/5$	$\mu_u [\mu_N]$	$\mu_d [\mu_N]$	$\mu_s [\mu_N]$	$\chi^2/6$
Kern	1.758	-1.004	-0.610	1.70	1.829	-0.914	-0.583	2.01
+ $N\pi$	1.834	-0.883	-0.552	1.99	1.813	-0.907	-0.561	1.67
+ $\Delta\pi$	1.674	-0.828	-0.560	1.38	1.669	-0.834	-0.562	1.14
+ $(N\Delta)\rho$	1.994	-1.037	-0.676	1.65	2.017	-1.009	-0.666	1.41

Tabelle 5.8: Das Ergebnis unserer Fits mit einer unterschiedlichen Anzahl von Fock-Zuständen. χ^2 wurde jeweils durch die Anzahl der Freiheitsgrade geteilt.

in Fit II ausnutzten, daß das u -Quark und das d -Quark in etwa gleich schwer sind. Daraus folgt $\mu_u = -2\mu_d$. In Tab. 5.8 zeigen wir die sich so ergebenden magnetischen Momente der Quarks mit den jeweiligen χ^2 Werten. Um Effekte höherer Ordnung zu berücksichtigen und um einen gleichmäßigeren Fit zu erhalten, haben wir den experimentellen Daten jeweils einen zusätzlichen Fehler von 0.1 hinzugefügt.

Die Beiträge der Zwei-Teilchen-Fock-Zustände bewirken also, daß sich die magnetischen Momente besser durch die einfache Gl. (5.58) beschreiben lassen. Wenn man nur die $N\pi$ Komponenten berücksichtigt, wird der Fit der drei magnetischen Quarkmomente sogar schlechter, erst die weitere Beiträge verbessern dieses Bild deutlich. Durch den Einschluß der Komponenten mit Vektormesonen verschlechtert sich das Fitergebnis etwas. Trotzdem kann ein deutlicher Effekt unseres Modells beobachtet werden. In Tab. 5.9 stellen wir das Resultat unseres Fits für die einzelnen magnetischen Momente dar.

Wenn man annimmt, daß die Konstituentenquarks kein anormales magnetisches Moment tragen, lassen sich die Konstituentenquarkmassen aus den berechneten $\mu_q = e_q/2m_q$ gewinnen. Für Fit I mit allen Fock-Zuständen erhält man $m_u = 313 \text{ MeV}$, $m_d = 301 \text{ MeV}$ bzw. $m_s = 461 \text{ MeV}$. Alle diese Massen sind in einem für Konstituentenquarks sinnvollen Bereich.

	Fit I		Fit II		Experiment
	Kern	alle	Kern	alle	
p	2.68	2.71	2.74	2.72	2.79 ± 0.10
n	-1.92	-1.81	-1.83	-1.79	-1.91 ± 0.10
Λ	-0.61	-0.55	-0.58	-0.54	-0.61 ± 0.10
$\Lambda\Sigma$	1.59	1.51	1.58	1.51	1.61 ± 0.13
Σ^+	2.55	2.61	2.63	2.63	2.42 ± 0.11
Σ^0	0.71	0.66	0.80	0.68	
Σ^-	-1.14	-1.32	-1.02	-1.30	-1.16 ± 0.10
Ξ^0	-1.40	-1.31	-1.39	-1.31	-1.25 ± 0.10
Ξ^-	-0.48	-0.67	-0.47	-0.67	-0.68 ± 0.10

Tabelle 5.9: Die sich aus unseren Fits ergebenden magnetischen Momente. Verglichen werden die Fits ohne Zwei-Teilchen Fock-Zustände (Kern) und mit allen Fock-Zuständen (alle). Die Daten stammen aus [97]. Alle magnetischen Momente werden in nuklearen Magnetonen angegeben.

5.5 Seltsame Formfaktoren

Da das Nukleon global nicht 'seltsam' ist, besitzt es genauso viele Strangequarks wie Antistrangequarks. Diese können aber eine unterschiedliche räumliche Verteilung besitzen, analog zu der Ladungsverteilung im Neutron. Die Frage ist nun, wie man eine solche Verteilung messen kann. Einen Trick, den man hierzu nutzen kann, ist, nicht nur eine Probe zur Untersuchung des Nukleons zu verwenden, sondern deren zwei. Im Falle des Nukleons bietet sich das Photon und das Z_0 an. Das Photon wird in der elastischen Elektronstreuung ausgetauscht, während das Z_0 bei der elastischen Neutrino-Streuung oder der paritätsverletzenden Elektronstreuung auftritt. Kaplan und Manohar haben gezeigt [121], daß man durch eine geeignete Kombination der Vektorformfaktoren beider Prozesse die Strangeness-Formfaktoren extrahieren kann. So können die Vektor-Formfaktoren des Z_0 -Austausches durch die bekannten elektromagnetischen Formfaktoren ausgedrückt werden:

$$F_{1,2}^Z(Q^2) = \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W\right)[F_{1,2}^p(Q^2) - F_{1,2}^n(Q^2)]\tau_z - \sin^2 \theta_W[F_{1,2}^p(Q^2) + F_{1,2}^n(Q^2)] - \frac{1}{2}F_{1,2}^s(Q^2). \quad (5.59)$$

τ_z ist die Isospinprojektion des Nukleons (+1/2 für das Proton, -1/2 für das Neutron). θ_W ist der Weinbergwinkel ($\sin^2 \theta_W = 0.2325$). Zusätzlich zu den bekannten Formfaktoren tritt der gesuchte Strangeness-Formfaktor $F_{1,2}^s(Q^2)$ auf. Diesem Ansatz folgend haben Garvey *et al.* [122] bereits existierende νp -Daten reanalysiert und haben die Strangeness-Formfaktoren für $Q^2 = 0$ bestimmt. Der beste Fit aus

Ref. [122] liefert $F_1^s(0) = 0.53 \pm 0.170$ und $F_2^s(0) = -0.40 \pm 0.72$. Dieses Ergebnis zeigt deutlich, daß neue Experimente zur Verbesserung dieser Werte durchgeführt werden sollten, zumal die Q^2 -Abhängigkeit dieser Formfaktoren gänzlich unbekannt ist. Es gibt z.Z. mehrere Vorschläge zu Experimenten von denen einige bereits durchgeführt werden [123, 124].

Es gibt bereits verschiedene, theoretische Ansätze, die Strangeness-Formfaktoren zu beschreiben. Der erste Ansatz stammt von Jaffe [125], der diese Formfaktoren mit Hilfe dispersionstheoretischer Überlegungen berechnet hat. Weitere Ansätze berechnen diese Formfaktoren in diversen Modellen. Einen guten Überblick über die Resultate unterschiedlichster Modelle findet man in Ref. [126].

Wir wollen nun die Strangeness-Formfaktoren G_E^s und G_M^s , die durch die bekannte Formeln

$$G_E^s(Q^2) = F_1^s(Q^2) - \frac{Q^2}{4m_N^2} F_2^s(Q^2), \quad G_M^s(Q^2) = F_1^s(Q^2) + F_2^s(Q^2) \quad (5.60)$$

definiert sind, in unserem Modell berechnen. In diesem Themengebiet ist es üblich, zurückgehend auf Jaffe [125], daß man dem Strange-Quark (Anti-Strange-Quark) die Strangeness-Ladung $+1$ (-1) zuordnet, im Gegensatz zur Konvention in der Hochenergiephysik. Wir parametrisieren die nackten Strangeness-Formfaktoren in der gleichen Form und mit den gleichen Parametern (s. Tab. 5.6) wie den Proton-Formfaktor mit den Normierungen

$$G_E^{s,\Lambda}(0) = G_E^{s,\Sigma}(0) = G_E^{s,\Sigma^*}(0) = 1 \quad (5.61)$$

und

$$G_M^{s,\Lambda}(0) = \mu_S, \quad G_M^{s,\Sigma}(0) = -\frac{1}{3}\mu_S, \quad G_M^{s,\Sigma^*}(0) = \frac{1}{3}\mu_S. \quad (5.62)$$

Die Koeffizienten von μ_S sind die Polarisierungen des Strange-Quarks in den verschiedenen Teilchen (vgl. Gl. 5.58 und Tab. 5.7). Da wir annehmen, daß das nackte Nukleon keine Strangeness-Komponenten enthält, verschwinden die nackten Strangeness-Formfaktoren aller nicht seltsamen Baryonen und Mesonen. Das nackte magnetische Strangeness-Moment bestimmen wir mit Hilfe des in dem letzten Abschnitt durchgeführten Fits für die magnetischen Momente der Quarks. So erhalten wir $\mu_S = -3\mu_s = 2.028$. Der Faktor -3 kommt durch die unterschiedliche Ladung des Strange-Quarks zustande ($-1/3$ für die elektrische Ladung, $+1$ für die Strangeness-Ladung). Für die Mesonen verwenden wir, wie in den vorherigen Rechnungen, einen Monopolformfaktor, nur diesmal nicht mit der ρ -Masse sondern mit der ϕ -Masse, da nur das ϕ -Meson, im Gegensatz zum ρ und ω Meson, einen Strangeness-Strom tragen kann:

$$G^{s,K}(Q^2) = G^{s,K^*}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{m_\phi^2}\right)^{-1}. \quad (5.63)$$

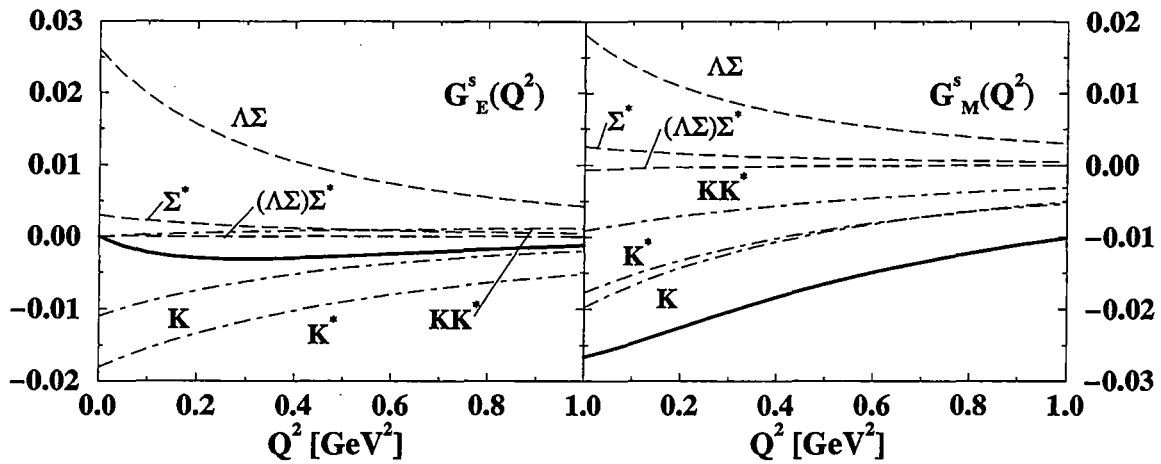


Abbildung 5.7: Die sich aus unserem Modell ergebenden seltsamen Formfaktoren (dicke, ausgezogene Linie). Die Beiträge der Baryonströme sind durch gestrichelte Linien gekennzeichnet; die der Mesonströme durch strichpunktierte.

Mit diesen Bestandteilen lassen sich nun die seltsamen Formfaktoren des Nukleons ausrechnen. Das Ergebnis ist in Abb. 5.7 gezeigt. Wir erhalten ein magnetisches Strangeness-Moment von $\mu_S^p = -0.0266$ und die Radien $\langle r^2 \rangle_E^s = 0.0078$ und $\langle r^2 \rangle_M^s = 0.127$. Da unser Resultat eine Differenz zwischen Baryonbeiträgen bzw. Mesonbeiträgen ist, ist es sehr sensitiv auf Änderungen der Parameter. Insbesondere kann so das Vorzeichen des elektrischen Strangeness-Radius leicht umgekehrt werden. In Abb. 5.7 sind die Beiträge der unterschiedlichen Teilchen zu den Formfaktoren zu sehen. Auffallend ist der größere Beitrag des K^* -Mesons im Vergleich zum K -Meson zum elektrischen Strangeness-Formfaktors, da für die normalen Formfaktoren genau das umgekehrte Verhalten auftritt. Der Grund hierfür ist, daß der Massenunterschied zwischen π und ρ wesentlich stärker ausgeprägt ist als der zwischen K und K^* , und daher das K^* schwächer kinematisch unterdrückt wird als das ρ .

Unser resultierendes magnetische Moment ist recht klein in Vergleich zu anderen Modellen (s. Ref. [126]), welche häufig einen Wert von $\mu_S = -0.1 - -0.3$ ergeben. Dies ist jedoch nicht sehr verwunderlich, da unser Modell eine nur recht kleine Wahrscheinlichkeit ergibt, daß das Nukleon in einem Fock-Zustand mit Strangeness tragenden Teilchen ist.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit haben wir die Konsequenzen mesonischer Freiheitsgrade im Nukleon in der tief-inelastischen und elastischen Elektron-Nukleon-Streuung untersucht. Formal läßt sich die Beimischung mesonischer Freiheitsgrade in der Nukleonwellenfunktionen durch eine Fock-Entwicklung beschreiben. In dieser Arbeit benutzen wir hierzu Ein-Teilchen-Zustände, das nackte Nukleon, und Zwei-Teilchen-Zustände, bei denen das Nukleon aus einem Baryon und einem Meson besteht. Dies hat den Vorteil, daß man so die Struktur des Nukleons unabhängig von dem Reaktionsmechanismus beschreiben kann. Wir haben ebenfalls getestet, inwieweit Zustände mit mehr als zwei Teilchen zur tief-inelastischen Streuung beitragen können. Ihre Beiträge sind vernachlässigbar klein.

Wir haben alle in der Niederenergie-Streuung wichtige Teilchen in unserem Modell berücksichtigt, d.h. das Nukleonoktett (N, Λ, Σ, Ξ), das Δ -Dekuplett (Δ, Σ^*, Ξ^*) sowie das pseudoskalare (π, η, K) und vektorielle (ρ, ω, K^*) Mesonoktett. Die Kopplungskonstanten haben wir den Niederenergie-Nukleon-Nukleon bzw. Nukleon-Hyperon Potentialen entnommen; die Cut-Off Parameter der entsprechenden Formfaktoren wurden mit Hilfe der n, Λ und Δ^{++} Produktion in der hochenergetischen pp Streuung ermittelt.

Den ersten Aspekt, den wir untersucht haben, waren die Konsequenzen für die tief-inelastische Streuung. Die Beiträge der Zwei-Teilchen-Fock-Zustände konnten mit Hilfe des wohlbekannten Faltungsmodell berechnet werden. Hierbei stellte es sich heraus, daß es günstig ist, die zugehörigen Baryon-Meson-Verteilungsfunktionen mit Hilfe der zeitgeordneten Störungstheorie zu berechnen. Desweiteren war es notwendig eine neue Art von Formfaktoren zu verwenden, die nicht, wie in vielen NN -Potentialmodellen üblich, von dem übertragenen Viererimpuls im t - oder u -Kanal abhängen, sondern von der invarianten Masse des Zwei-Teilchen-Systems. Solche Formfaktoren garantieren automatisch die Erhaltung der Ladung und des Impulses in der tief-inelastischen Streuung.

Die Berechnung der Gottfried-Summenregel war ein erster Test unseres Modelles. Zu dieser Rechnung wurden nur die ersten Momente der Meson-Baryon-Verteilungsfunktionen sowie die Anzahl der Valenzquark in den unterschiedlichen Teilchen

benötigt. Unser berechneter Wert von 0.238 stimmt gut mit dem experimentellen Resultat der NMC-Kollaboration von 0.235 ± 0.026 überein. Desweiteren stellte es sich heraus, daß sich für den wesentlichen Anteil der Gottfried-Summenregel, die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie, die Bjorken- x Abhängigkeit ohne zusätzliche Annahmen berechnen läßt, da sie nur von der Valenzquarkverteilung im Pion abhängt, welche experimentell recht gut bekannt ist. Die resultierende $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie hat ihr Maximum bei größeren x (~ 0.1 — 0.2), was im Widerspruch zu vielen älteren experimentellen Parametrisierungen steht, welche ihr Maximum bei viel kleineren x haben. Unser Ergebnis stimmt jedoch sehr gut mit der neuesten $MSR(A)$ Parametrisierung überein, welche durch einen globalen Fit an alle bislang verfügbaren tief-inelastischen und Drell-Yan-Daten gewonnen wurde. Für weitere Rechnungen war es notwendig die Quarkverteilungsfunktionen des nackten Nukleons zu bestimmen. Sie konnten durch einen Fit unter Einschluß der mesonischen Effekte an tief-inelastische Daten ermittelt werden. Mit ihrer Hilfe konnte unter anderem die $s - \bar{s}$ Asymmetrie berechnet werden, die sich jedoch als vernachlässigbar klein herausstellte.

Wesentlich wichtiger war jedoch, daß mit diesen Quarkverteilungsfunktionen verschiedene Verfahren, Informationen über die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie aus Drell-Yan-Experimenten zu gewinnen, überprüft werden konnten. Verschiedene ältere Verfahren, wie der Vergleich von Drell-Yan-Experimenten an unterschiedlichen Kernen oder die Auswertung der Rapiditätsverteilung, haben sich als nicht geeignet erwiesen, da sie kaum sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie sind. Eine andere Größe, die Drell-Yan-Asymmetrie, ist hingegen sehr sensitiv auf die $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie, da sie nur bei Anwesenheit dieser Asymmetrie negativ werden kann. Desweiteren hängt sie nur schwach von den Valenzquarkverteilungen ab. In der Tat hat die NA51-Kollaboration kürzlich diese Drell-Yan-Asymmetrie für einen (Bjorken-) x -Wert gemessen, und es stellte sich heraus, daß unser Modell mit diesem Wert konsistent ist. Diese Messung ist der bislang beste Beweis für die Existenz der $\bar{u} - \bar{d}$ Asymmetrie im Nukleon. Die bereits vorher beobachtete gute Übereinstimmung der $MSR(A)$ Parametrisierung mit dem Ergebnis unseres Modells ist eine Konsequenz der Beschreibung dieses experimentellen Drell-Yan-Punktes. Zu beachten ist jedoch, daß es bei unserer Rechnung keine freien Parameter gibt.

Aufbauend auf unser Modell haben wir eine Methode entwickelt, die Pionstrukturfunktion bei kleinen x zu messen. Dies ist sehr interessant, da die Seequarkverteilungsfunktionen des Pions bis zum jetzigen Zeitpunkt nicht bekannt sind. Die wesentliche Idee ist, wenn das Nukleon in einem $n\pi^+$ -Fock-Zustand ist, das Neutron, welches einen großen Teil des Nukleonimpuls trägt, nachzuweisen und so auf die Strukturfunktion des Pion zurückzuschließen. Durch eine intrinsische Faktorisierungseigenschaft des semi-inklusive tief-inelastischen Wirkungsquerschnittes ist eine experimentelle Überprüfung unseres Modells möglich. Zur Zeit nimmt die ZEUS-Kollaboration bei HERA erste Messungen vor, ihr neues Forward-Neutron-Calori-

meter (FNC) zu testen. Mit diesem Kalorimeter können die von uns vorgeschlagenen Messungen durchgeführt werden. Es ist zu erwarten, daß die Pionstrukturfunktion bis $x \sim 10^{-3}$ gemessen werden kann. Erste Ergebnisse deuten auf die Richtigkeit unseres Modells hin.

Eine weitere Anwendung unseres Modelles sind seine Konsequenzen für die elastische Elektronstreuung, d.h. für die elektromagnetischen Formfaktoren. Hier haben wir einen Formalismus entwickelt, der die Zwei-Teilchen-Fock-Zustände in konsistenter Weise behandelt. Wesentlich für die Berechnung der mesonischer Korrekturen auch bei hohen Q^2 , ist die richtige Behandlung des Rückstoßes des an das Photon koppelnden Teilchen. Frühere Modelle haben diesen Rückstoß vernachlässigt und waren daher in ihrer Aussagekraft auf kleine Q^2 beschränkt. Ein wesentliches Element der Rechnung war die Berechnung der elektromagnetischen Übergangsmatrixelemente im Infinite-Momentum-Frame. Für die weitere Rechnung mußten die statischen Eigenschaften, d.h. die magnetischen Momente sowie die elektrischen und magnetischen Radien, des nackten Nukleons festgelegt werden. Es zeigte sich, daß diese Eigenschaften immer Werte, die um 10% bis 15% kleiner als die des physikalischen Nukleons sind, bevorzugt und daß die Korrekturen zu den elektromagnetischen Formfaktoren kleiner sind als die zur tief-inelastischen Streuung. Dies gilt nicht für den elektrischen Ladungsradius des Neutrons. Hier tragen die mesonischen Komponenten einen wesentlichen Anteil. Weiterhin haben wir getestet, inwieweit eine gute Beschreibung der experimentellen Daten für große Impulsüberträge möglich ist. Überraschenderweise sind die Zwei-Teilchen-Fock-Zustände auch bei sehr großen Impulsüberträgen wichtig. Es stellte sich heraus, daß für eine grobe Beschreibung der Formfaktor-Daten bei höheren Q^2 die häufig benutzte Dipol-Form für die nackten Formfaktoren hinreichend ist. Nur im Bereich hoher Q^2 ($> 10 \text{ GeV}^2$) weicht das Ergebnis wesentlich von den Daten ab. Diese Situation kann durch die Einführung von nackten Formfaktoren, die die Asymptotik der perturbativen QCD berücksichtigen, verbessert werden. So kann eine sehr gute Übereinstimmung mit den Daten erreicht werden. Eine Vorhersage unseres Modelles ist, die im wesentlichen unabhängig von den Details unserer Rechnung ist, das der 'Buckel', den man bei den Daten zum magnetischen Formfaktor des Protons im Bereich von $1\text{-}5 \text{ GeV}^2$ findet, bei dem elektrischen Formfaktor des Protons nicht auftritt. Dies steht im Widerspruch zu der häufig gemachten Annahme, daß diese Formfaktoren einfach proportional zueinander sind. Bessere Experimente sollten es ermöglichen, diese Vorhersage unseres Modelles zu überprüfen. Ein weiteres, interessantes Ergebnis betrifft den elektrischen Formfaktor des Neutrons. Mit den üblichen verwendeten Formfaktoren kann nur schwer eine gute Übereinstimmung im Niederenergie- und Hochenergie-Bereich erreicht werden. Durch die Einführung der mesonischen Korrekturen wird dieses Problem beseitigt.

Wir haben die Analyse der statischen magnetischen Momente auf alle Oktettbaryonen erweitert. Durch den Einschluß mesonischer Komponenten konnte eine wesentlich bessere Beschreibung dieser magnetischen Momente in einem einfachen Quarkmodell erreicht werden. Schließlich haben wir die Strangeness Formfaktoren in unserem Modell untersucht, die auf natürliche Weise durch die Fock-Komponente, welche Teilchen mit nicht-verschwindender Strangeness beinhalten, auftreten. Die sich so ergebenden Formfaktoren sind im Vergleich zu anderen, in der Literatur dokumentierten, Rechnungen recht klein.

Eine logische Erweiterung unserer Arbeit ist die Einführung eines Modells für das nackte Nukleon. Die beste Möglichkeit hierzu bieten die sogenannten 'Light-Front-Constituent-Quark' Modelle, die die drei Konstituentenquarks im Nukleon durch eine Wellenfunktion auf dem Lichtkegel beschreiben. Der besondere Vorteil ist, daß sowohl die tief-inelastischen Strukturfunktionen als auch die elektromagnetischen Formfaktoren einfach und ohne weitere Modellannahmen aus solchen Modellen extrahiert werden können. Erste Rechnungen zeigen, daß Eigenschaften, wie die von uns benötigten nackten magnetischen Momente, leicht von solchen Modellen reproduziert werden können.

Weiterhin ist es noch interessant, mesonische Korrekturen zum elektromagnetischen $N\Delta$ Übergangstrom zu untersuchen, da zur Zeit ein starkes Interesse an der Struktur dieses Stromes besteht. Wichtig ist außerdem, die Form der verwendeten Vertexformfaktoren genauer zu bestimmen. Die Messung der Pionstrukturfunktion bei HERA kann hierzu beitragen, denn in dem gleichen Experiment kann die Pion-Nukleon-Verteilungsfunktion gemessen werden.

Außerdem wäre es wünschenswert, die NN -Streuung (und andere Prozesse wie πN oder $\bar{N}N$) mit dem in dieser Arbeit verwendeten Formalismus zu rechnen, damit man weitere Informationen über die Gestalt der Baryon-Meson-Vertexformfaktoren erhält. Nur so ist eine konsistente Extrapolation von Niederenergie- zu Hochenergieprozessen möglich.

Zusammenfassend haben wir gezeigt, daß das alte Konzept einer Mesonwolke, welche das Nukleon umgibt, auch in der modernen Physik wichtig ist. Sie erzeugt sowohl für die tief-inelastische als auch für die elastische Lepton-Streuung wichtige und interessante physikalische Effekte.

Anhang A

Konventionen

Metrischer Tensor

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Dirac-Matrizen, Pauli Matrizen

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, & \vec{\gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, & \gamma_5 &= \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \\ I &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, & \sigma_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.3})$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]. \quad (\text{A.4})$$

Hier ist $[,]$ der Kommutator, $\{ , \}$ der Antikommutator.

Dirac Spinoren

$$u(\vec{p}, s) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2m}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{E_p + m} \end{pmatrix} \chi_s \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{u}(\vec{p}, s) = u^\dagger(\vec{p}, s) \gamma_0 \quad (\text{A.6})$$

s bezeichnet die Spinprojektion in Bezug auf den Impulsvektor (Helizität). χ_s ist ein Zweierspinor der die Gleichung

$$\frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{|\vec{p}|} \chi_s = s \chi_s \quad (\text{A.7})$$

erfüllt.

Die Spinoren erfüllen folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(\vec{p}, s) u(\vec{p}, s') &= \delta_{ss'} && \text{(Normierung)} \\
 \Lambda^+(\vec{p}) &= \sum_{s=\pm} \bar{u}(\vec{p}, s) u(\vec{p}, s') = \frac{\not{p} + m}{2m} && \text{(Energieprojektor)} \\
 P(p) &= \frac{2m\Lambda^+(\vec{p})}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} && \text{(Propagator)}
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

Vektor-Teilchen

$$\varepsilon^\mu(\vec{p}, \pm 1) = \begin{pmatrix} 0 \\ \mp 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon^\mu(\vec{p}, 0) = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} |\vec{p}| \\ 0 \\ 0 \\ E_p \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

falls $\vec{p} \parallel \vec{e}_z$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^{*\mu}(\vec{p}, s) \varepsilon_\mu(\vec{p}, s) &= -\delta_{ss'} && \text{(Normierung)} \\
 \Lambda_{\mu\nu}^+(\vec{p}) &= \sum_s \varepsilon_\mu(\vec{p}, s) \varepsilon_\nu^*(\vec{p}, s) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} && \text{(Energieprojektor)} \\
 P_{\mu\nu}(p) &= \frac{\Lambda_{\mu\nu}^+(\vec{p})}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} && \text{(Propagator)}
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

Rarita-Schwinger Spinoren

$$u^\mu(\vec{p}, s) = \sum_{s_1 s_2} \langle 1 s_1 \frac{1}{2} s_2 | \frac{3}{2} s \rangle \varepsilon^\mu(\vec{p}, s_1) u(\vec{p}, s_2) \tag{A.11}$$

Die Polarisation s des Rarita-Schwinger Feldes kann hierbei die Werte $\pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{3}{2}$ annehmen.

$$\begin{aligned}
 \bar{u}^\mu(\vec{p}, s) u_\mu(\vec{p}, s) &= -\delta_{ss'} && \text{(Normierung)} \\
 \Lambda_{\mu\nu}^+(\vec{p}) &= \sum_s u_\mu(\vec{p}, s) \bar{u}_\nu(\vec{p}, s) = \\
 &\frac{\not{p} + m}{2m} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{2}{3m^2} p_\mu p_\nu - \frac{1}{3m} (p_\mu \gamma_\nu - \gamma_\mu p_\nu) \right] && \text{(Energieprojektor)} \\
 P_{\mu\nu}(p) &= \frac{2m\Lambda_{\mu\nu}^+(\vec{p})}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} && \text{(Propagator)}
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

Anhang B

Lagrangedichten und $SU(3)$ -Kopplungen

B.1 Verwendete Lagrangedichten

In dieser Arbeit haben wir die folgenden Lagrangedichten verwendet:

$$\mathcal{L}_{BBM} = g_{BBM} \cdot i\bar{\phi}\gamma_5\pi\phi, \quad (\text{B.1})$$

$$\mathcal{L}_{BDM} = f_{BDM} \cdot \bar{\phi}\partial_\mu\pi\psi^\mu + h.c., \quad (\text{B.2})$$

$$\mathcal{L}_{BBV} = g_{BBV} \cdot \bar{\phi}\gamma_\mu\theta^\mu\phi + \frac{f_{BBV}}{4m_N} \cdot \bar{\phi}\sigma_{\mu\nu}\phi(\partial^\mu\theta^\nu - \partial^\nu\theta^\mu), \quad (\text{B.3})$$

$$\mathcal{L}_{BDV} = if_{BDV} \cdot \bar{\phi}\gamma_5\gamma_\mu\psi_\nu(\partial^\mu\theta^\nu - \partial^\nu\theta^\mu) + h.c.. \quad (\text{B.4})$$

Die Buchstaben B , D , M und V bezeichnen die unterschiedlichen $SU(3)$ -Teilchenmultipletts, die in dieser Arbeit verwendet werden. So bezeichnet B das erste Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchenoktett, bestehend aus N , Λ , Σ und Ξ . Die zugehörigen Spin- $\frac{1}{2}$ Felder werden durch ϕ bezeichnet. D ist das erste $SU(3)$ -Dekuplett (Δ , Σ^* , Ξ^* und Ω) dessen Spin- $\frac{3}{2}$ -Felder im Rarita-Schwinger-Formalismus durch den Spinor-Vektor ψ^μ bezeichnet werden. M bzw. V bezeichnen das erste $SU(3)$ -Oktett bestehend aus pseudoskalaren (π , η , K) bzw. Vektormesonen (ρ , ω , ϕ , K^*). Im letzten Fall nehmen wir noch das erste Vektorsingulett hinzu, da es stark mit dem Vektoroktett mischt (s.u.). π bezeichnet ein pseudoskalares Feld, θ^μ ein Vektorfeld.

B.2 $SU(3)$ -Darstellungen

Im $SU(3)$ -Bild gehören alle Hadronen einem $SU(3)$ -Multipllett (einer irreduziblen Darstellung der $SU(3)$) an. Die Fundamentaldarstellung der $SU(3)$ bzw. deren konjugierte (Anti-) Darstellung ist durch folgende Vektoren gegeben:

$$\begin{pmatrix} q^1 \\ q^2 \\ q^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{d} & \bar{s} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Hierbei wurde schon die übliche Interpretation der Basiselemente der Fundamentaldarstellung als (Valenz-)Quarkfelder angegeben. Höhere irreduzible Darstellung

werden durch vollständig symmetrische (jeweils in den ko- bzw. kontravarianten Indizes), spurlose Tensoren realisiert [127].

Die Baryonen aus dem ersten Oktett ($J^P = \frac{1}{2}^+$) werden durch den $SU(3)$ -Tensor

$$B_b^a = N \cdot \varepsilon_{bcd} q^a q^c q^d \quad (B.6)$$

dargestellt. Hier und im Folgenden bezeichnen kleine lateinische Buchstaben $SU(3)$ -Indizes ($a, b, \dots = 1 \dots 3$), und ε_{abc} ist der total antisymmetrische Tensor 3. Stufe ($\varepsilon_{123} = +1$). N ist eine Normierungskonstante, die sicherstellt, daß für den $SU(3)$ -Anteil eines Teilchens T

$$\langle T|T \rangle_{SU(3)} = 1 \quad (B.7)$$

gilt. Die Zuordnung zu den physikalischen Teilchen ist wie folgt:

$$B = \begin{pmatrix} \Sigma/\sqrt{2} + \Lambda/\sqrt{6} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\Sigma^0/\sqrt{2} + \Lambda/\sqrt{6} & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -2\Lambda/\sqrt{6} \end{pmatrix}. \quad (B.8)$$

Die Baryonen aus dem ersten Dukuplett ($J^P = \frac{3}{2}^+$) werden durch den Tensor

$$D^{abc} = N \cdot (q^a q^b q^c + q^a q^c q^b + q^c q^b q^a + q^b q^a q^c + q^b q^c q^a + q^c q^a q^b) \quad (B.9)$$

dargestellt, mit der folgenden Zuordnung zu den physikalischen Teilchen:

$$\begin{aligned} D^{\{111\}} &= \Delta^{++} & \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{112\}} &= \Delta^+ & \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{122\}} &= \Delta^0 & D^{\{222\}} &= \Delta^- \\ \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{113\}} &= \Sigma^{*+} & \frac{1}{\sqrt{6}} D^{\{123\}} &= \Sigma^{*0} & \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{223\}} &= \Sigma^{*-} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{133\}} &= \Xi^{*0} & \frac{1}{\sqrt{3}} D^{\{233\}} &= \Xi^{*-} \\ D^{\{333\}} &= \Omega^- \end{aligned} \quad (B.10)$$

Die geschweiften Klammern symbolisieren die vollständigen Symmetrisierung der Indizes.

Die pseudoskalaren und Vektorenmesonen werden durch den Tensor

$$M_b^a = V_b^a = N \cdot (q^a \bar{q}_b - \text{Tr}(q^a \bar{q}_b)) \quad (B.11)$$

dargestellt, mit den folgenden Zuordnungen zu den physikalischen Teilchen:

$$M = \begin{pmatrix} \pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\pi^0/\sqrt{2} + \eta/\sqrt{6} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -2\eta/\sqrt{6} \end{pmatrix}, \quad (B.12)$$

$$V = \begin{pmatrix} \rho^0/\sqrt{2} + \omega_8/\sqrt{6} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\rho^0/\sqrt{2} + \omega_8/\sqrt{6} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -2\omega_8/\sqrt{6} \end{pmatrix}. \quad (B.13)$$

$g_{pp\pi^0}^2/4\pi$	13.6 ± 0.1	[128]
$g_{pp\rho^0}^2/4\pi$	0.84	[44]
$f_{pp\rho}/g_{pp\rho}$	6.1	[44]
$g_{pp\omega}^2/4\pi$	8.1	[44]
$f_{pp\omega}/g_{pp\omega}$	0	[44]
$f_{p\Delta^{++}\pi^-}^2/4\pi$	12.3 GeV^{-2}	[44]
$f_{p\Delta^{++}\rho^-}^2/4\pi$	34.7 GeV^{-2}	[44]

Tabelle B.1: Die in dieser Arbeit verwendeten Kopplungskonstanten.

N	939	Δ	1232	π	138.0	ρ	767
Λ	1116	Σ^*	1385	K	495.7	ω	782
Σ	1190	Ξ^*	1533	η	547.5	K^*	893
Ξ	1318	Ω	1672			ϕ	1019

Tabelle B.2: Tabelle der verwendeten Massen. Alle Angaben in MeV. Die Daten stammen aus [97].

Eine Besonderheit tritt im Vektoroktett auf, denn dieses Oktett mischt sehr stark mit dem Vektorsingulett (ω_1). Als Folge ist das physikalische ω und ϕ eine Superposition zwischen Oktett- und Singulettzuständen [44]:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_8 + \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \quad \text{und} \quad \phi = -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 = s\bar{s}. \quad (\text{B.14})$$

Diese Art der Mischung wird auch als 'ideale' Mischung bezeichnet. Eine ähnliche Mischung tritt ebenfalls für das η auf, nur ist der Mischungswinkel hier vernachlässigbar klein. Desweiteren kann man auch das pseudoskalare Singulett η' vernachlässigen, da es eine wesentliche höhere Masse als das η hat.

B.3 $SU(3)$ -Kopplungen

Um die Anzahl der Modellparameter zu verringern, verwenden wir die $SU(3)$ Symmetrie. Mit ihrer Hilfe braucht man für die Wechselwirkung dreier Multipletts nur noch eine (bzw. zwei) Kopplungskonstanten festzulegen. Alle in dieser Arbeit relevanten Kopplungstypen werden im Folgenden besprochen. In Tabelle B.1 werden alle benötigten Kopplungskonstanten und ihre experimentellen Werte dargestellt.

$$8 \otimes 8 \otimes 8$$

Dieser Kopplungstyp tritt bei der Kopplung zweier Oktettbaryon und eines (Oktett-) Mesons auf. Es gibt zwei Möglichkeiten drei Oktetts zu einem Singulett zusammenzukoppeln:

$$\begin{aligned} \text{antisymmetrische (F) Kopplung:} & \quad g_F \text{Tr}(\bar{B}[M, B]) \\ \text{symmetrische (D) Kopplung:} & \quad g_D \text{Tr}(\bar{B}\{M, B\}). \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Hierbei ist $[,]$ der Kommutator, $\{ , \}$ der Antikommutator. Demzufolge werden für die Berechnung der BBM - und BBV - Kopplungen jeweils zwei Kopplungskonstanten benötigt. Diese Anzahl läßt sich verringern, falls man die $SU(6)$ Symmetrie verwendet. Für den BBM Vertex folgt

$$\frac{g_F}{g_F + g_D} = \frac{2}{5}, \quad (\text{B.16})$$

während für den BBV Vertex

$$\frac{g_{VF}}{g_{VF} + g_{VD}} = 1, \quad \frac{G_{VF}}{G_{VF} + G_{VD}} = \frac{2}{5} \quad (\text{B.17})$$

gilt [129]. Hierbei ist $G = g + f$ (s. Gl. B.3). Daß die Größe G diejenige ist, welche eine $SU(6)$ -Relation analog zu Gl. (B.16) erfüllen sollte, wird durch den Erfolg des $SU(6)$ -Modells in der Beschreibung der magnetischen Momente von Proton und Neutron nahegelegt, denn die in diesem Zusammenhang relevante Kopplung ist G .

$$8 \otimes 1 \otimes 8$$

Wegen der Oktett-Singulett-Mischung der Vektormeson wird ebenfalls die Kopplung zweier Oktetts zu einem Singulett benötigt. Sie ist durch

$$g_S \text{Tr}(\bar{B}B) \quad (\text{B.18})$$

gegeben. Die Singulettkopplungskonstanten g_{VS} und f_{VS} können aus der $NN\omega$ Kopplung mit Hilfe der Beziehung

$$\begin{aligned} g_{pp\omega} &= \sqrt{\frac{2}{3}} g_{VS} + \frac{1}{\sqrt{3}} g_{pp\omega_8} = \sqrt{\frac{2}{3}} g_{VS} + g_{VF} - \frac{1}{3} g_{VD}, \\ f_{pp\omega} &= \sqrt{\frac{2}{3}} f_{VS} + \frac{1}{\sqrt{3}} f_{pp\omega_8} = \sqrt{\frac{2}{3}} f_{VS} + f_{VF} - \frac{1}{3} f_{VD} \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

bestimmt werden.

$$8 \otimes 8 \otimes 10$$

Die verbleibenden Kopplungen an das Baryondekuplett sind durch

$$g_{10} \epsilon_{abc} \bar{B}_d^a M_e^b D^{cde} + h.c. \quad (\text{B.20})$$

gegeben. Eine analoge Kopplung mit einem Singulettmeson existiert nicht.

Anhang C

Die Lichtkegelamplituden

In diesen Anhang sind alle Formeln für die verwendeten Lichtkegelamplituden $\phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_\perp)$ angegeben. Sie werden allgemein gegeben durch (vgl. Gl. 2.31):

$$\phi_{BM}(y, \vec{k}_\perp) = \frac{1}{16\pi^3} \frac{1}{\sqrt{y(1-y)}} \frac{\sqrt{m_N m_B} V_{IMF, BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_\perp)}{[m_N^2 - M_{BM}^2(y, \vec{k}_\perp)]} \quad (C.1)$$

mit der invarianten Masse

$$M_{BM}^2(y, \vec{k}) = \frac{m_B^2 + \vec{k}_\perp^2}{y} + \frac{m_M^2 + \vec{k}_\perp^2}{1-y}. \quad (C.2)$$

Die $V_{IMF, BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'}(y, \vec{k}_\perp)$ sind die Vertexfunktionen im IMF, mit denen ein Nukleon mit Helizität $1/2$ an ein Baryon B mit longitudinalen Impulsbruchteil y und einem Transversalimpuls $\vec{k}_\perp$ und Helizität λ und einem Meson M mit longitudinalen Impulsbruchteil $1-y$ und einem Transversalimpuls $-\vec{k}_\perp$ und Helizität λ' koppelt. Diese Funktionen können mit Hilfe der in Anhang A gezeigten Spinoren und den Lagrangedichten Gln.(B.1-B.4) berechnet werden. Sie sind im folgenden tabelliert. Hierbei ist m_B (m_M) die Masse des intermediären Baryons (Mesons). g bzw. f sind die in den Lagrangedichten verwendeten Kopplungskonstanten. $k_{L,R}$ ist definiert durch $k_{L,R} = k_x \mp ik_y$. Die Symbole $\oplus$ und $\ominus$ geben das Verhalten der entsprechenden Amplituden unter der Paritätstransformation an: $\oplus : \phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'} = \phi_{BM}^{-1/2 \rightarrow -\lambda, -\lambda'}$ und $\ominus : \phi_{BM}^{1/2 \rightarrow \lambda\lambda'} = -\phi_{BM}^{-1/2 \rightarrow -\lambda, -\lambda'}$. Alle Lichtkegelamplituden sind mit einem Formfaktor $\Gamma_{BM}(y, \vec{k}_\perp)$ zu multiplizieren, der jedoch der Übersicht halber im folgenden unterdrückt wird.

$N\pi, N\eta, \Sigma K, \Lambda K$ Amplituden

$$\lambda = +\frac{1}{2}, \quad \lambda' = 0, \quad \ominus: g \frac{ym_N - m_B}{\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}, \quad \lambda' = 0, \quad \oplus: g \frac{k_L}{\sqrt{y}}$$

$\Delta\pi, \Sigma^*K$ Amplituden

$$\begin{aligned}
\lambda = +\frac{3}{2}, \lambda' = 0, \ominus: & -\frac{f}{\sqrt{2}} \frac{k_R(y m_N + m_B)}{y\sqrt{y}} \\
\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \oplus: & \frac{f}{\sqrt{6}} \frac{(y m_N + m_B)^2 (y m_N - m_B) + k_{\perp}^2 (y m_N + 2 m_B)}{y m_B \sqrt{y}} \\
\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \ominus: & -\frac{f}{\sqrt{6}} \frac{k_L[(y m_N + m_B)(y m_N - 2 m_B) + k_{\perp}^2]}{y m_B \sqrt{y}} \\
\lambda = -\frac{3}{2}, \lambda' = 0, \oplus: & -\frac{f}{\sqrt{2}} \frac{k_L^2}{y\sqrt{y}}
\end{aligned}$$

 $N\rho, N\omega, \Sigma K^*, \Lambda K^*$ Amplituden

$$\begin{aligned}
\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = +1, \ominus: & g\sqrt{2} \frac{k_R}{(1-y)\sqrt{y}} - f2\sqrt{2} \frac{k_R m_N}{\sqrt{y}} \\
\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \oplus: & g \frac{k_{\perp}^2 + m_N m_B (1-y)^2 - y m_M^2}{(1-y) m_M \sqrt{y}} \\
& - f \frac{(y m_N - m_B)(y^2 m_N^2 - y(m_N^2 + m_B^2 + m_M^2) + m_B^2 + k_{\perp}^2)}{y m_M \sqrt{y}} \\
\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = -1, \ominus: & g\sqrt{2} \frac{y k_L}{(1-y)\sqrt{y}} + f2\sqrt{2} \frac{k_L m_B}{\sqrt{y}} \\
\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = +1, \oplus: & -g\sqrt{2} \frac{y m_N - m_B}{\sqrt{y}} \\
& - f2\sqrt{2} \frac{k_{\perp}^2 - (m_N + m_B)(1-y)(y m_N - m_B)}{(1-y)\sqrt{y}} \\
\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \ominus: & -g \frac{k_L(m_N - m_B)}{m_M \sqrt{y}} \\
& - f \frac{k_L(1+y)(y^2 m_N^2 - y(m_N^2 + m_B^2 + m_M^2) + m_B^2 + k_{\perp}^2)}{y(1-y) m_M \sqrt{y}} \\
\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = -1, \oplus: & f2\sqrt{2} \frac{k_L^2}{(1-y)\sqrt{y}}
\end{aligned}$$

$\Delta\rho, \Sigma^* K^*$ Amplituden

$$\lambda = +\frac{3}{2}, \lambda' = +1, \ominus: -f \frac{k_R^2}{y(1-y)\sqrt{y}}$$

$$\lambda = +\frac{3}{2}, \lambda' = 0, \oplus: f\sqrt{2} \frac{k_R m_M}{(1-y)\sqrt{y}}$$

$$\lambda = +\frac{3}{2}, \lambda' = -1, \ominus: f \frac{m_N m_B (1-y)^2 - y m_M^2}{(1-y)\sqrt{y}}$$

$$\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = +1, \oplus: \frac{f}{\sqrt{3}} \frac{k_R [k_\perp^2 - 2(1-y)m_B^2]}{y(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \ominus: -f\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m_M [k_\perp^2 + m_B(1-y)(y m_N - m_B)]}{(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = +\frac{1}{2}, \lambda' = -1, \oplus: \frac{f}{\sqrt{3}} \frac{k_L [y m_M^2 - 2m_N m_B(1-y)]}{(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = +1, \ominus: \frac{f}{\sqrt{3}} \frac{2(1-y)m_B k_\perp^2 + m_N m_M^2 y^3 - (1-y)^2 m_B^3}{y(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = 0, \oplus: f\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_L m_M (y m_N - (1-y)m_B)}{(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}, \lambda' = -1, \ominus: \frac{f}{\sqrt{3}} \frac{k_L^2 m_N}{(1-y)m_B\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{3}{2}, \lambda' = +1, \oplus: f \frac{k_L m_B (1-y)}{y\sqrt{y}}$$

$$\lambda = -\frac{3}{2}, \lambda' = 0, \ominus: 0$$

$$\lambda = -\frac{3}{2}, \lambda' = -1, \oplus: 0$$

Anhang D

Beiträge von $N\pi$ zu den elektromagnetischen Formfaktoren

In diesem Anhang zeigen wir die expliziten Ausdrücke für die Beiträge der $N\pi$ -Komponente zu den elektromagnetischen Formfaktoren des Nukleons (s. Abschnitt 5.1.5). Die Formeln für die anderen verwendeten Fock-Zustände sind wesentlich länger und komplizierter und werden daher nicht explizit gezeigt.

$$I_{\pi\pi,N}^1(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f'^2)}{(M_f'^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i'^2)}{(M_i'^2 - m_N^2)} \times \frac{1}{y} \left[m_N^2(1-y)^2 + k_\perp^2 - y^2 \frac{\vec{q}_\perp^2}{4} \right] \quad (D.1)$$

$$I_{NN,\pi,1}^1(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f^2)}{(M_f^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i^2)}{(M_i^2 - m_N^2)} \times \frac{1}{y} \left[m_N^2(1-y)^2 + k_\perp^2 - (1-y)^2 \frac{\vec{q}_\perp^2}{4} \right] \quad (D.2)$$

$$I_{NN,\pi,2}^1(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f^2)}{(M_f^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i^2)}{(M_i^2 - m_N^2)} \times \frac{-1}{2y} \left[\vec{q}_\perp^2(1-y)^2 \right] \quad (D.3)$$

$$I_{\pi\pi,N}^2(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f'^2)}{(M_f'^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i'^2)}{(M_i'^2 - m_N^2)} \times \frac{2}{y} \left[m_N^2(1-y)y \right] \quad (D.4)$$

$$I_{NN,\pi,1}^2(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f^2)}{(M_f^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i^2)}{(M_i^2 - m_N^2)} \times \frac{-2}{y} \left[m_N^2(1-y)^2 \right] \quad (D.5)$$

$$I_{NN,\pi,2}^2(Q^2) = \frac{g_{N\pi N}^2}{16\pi^3} \int_0^1 \frac{dy}{y(1-y)} \int d^2\vec{k}_\perp \frac{\Gamma_{N\pi}(M_f^2)}{(M_f^2 - m_N^2)} \frac{\Gamma_{N\pi}(M_i^2)}{(M_i^2 - m_N^2)} \\ \times \frac{-1}{y} \left[m_N^2(1-y)^2 - (1-y)^2 \frac{\vec{q}_\perp^2}{4} + k_\perp^2 \cos(2(\phi - \phi_0)) \right] \quad (D.6)$$

In diesen Formeln ist $\vec{k}_\perp$ der transversale Impuls des intermediären Nukleons und y ist sein longitudinaler Impulsbruchteil. ϕ und ϕ_0 sind die Winkel von $\vec{k}_\perp$ und $\vec{q}_\perp$ in einer Ebene senkrecht zur Infinite-Momentum-Frame Achse.

Die benötigten invarianten Massen im Eingangs- bzw. Ausgangszustand sind $M_i^2 = M_{\pi N}^2(y, \vec{k}_\perp, \vec{q}_\perp)$ bzw. $M_f^2 = M_{\pi N}^2(y, \vec{k}_\perp, -\vec{q}_\perp)$ mit

$$M_{\pi N}^2(y, \vec{k}, \vec{q}) = \frac{m_N^2}{y} + \frac{m_\pi^2}{1-y} + \frac{[\vec{k} - (1-y)\vec{q}/2]^2}{y(1-y)}. \quad (D.7)$$

Falls das Photon an das Pion koppelt, ist eine etwas andere Definition erforderlich: $M_i'^2 = M_{\pi N}^{\prime 2}(y, \vec{k}_\perp, \vec{q})$ bzw. $M_f'^2 = M_{\pi N}^{\prime 2}(y, \vec{k}_\perp, -\vec{q})$ mit

$$M_{\pi N}^{\prime 2}(y, \vec{k}, \vec{q}) = \frac{m_N^2}{y} + \frac{m_\pi^2}{1-y} + \frac{[\vec{k} - y\vec{q}/2]^2}{y(1-y)}. \quad (D.8)$$

Anhang E

Bestimmung der elektromagnetischen Formfaktoren der Mesonen

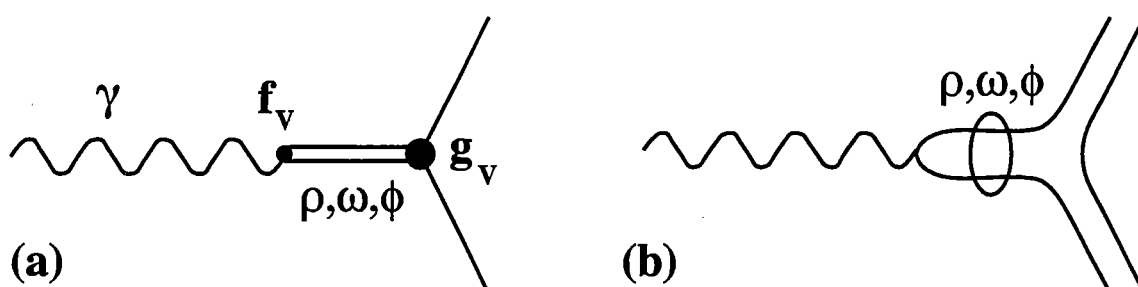


Abbildung E.1: Das Vektor-Dominanz-Modell

In diesem Anhang wollen wir ausgehend von dem elektromagnetischen Formfaktor des Pions

$$G_\pi(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{m_\rho^2}\right)^{-1}, \quad (\text{E.1})$$

die Formfaktoren der anderen verwendeten Mesonen zu bestimmen. Wir verwenden hierzu das Vektor-Dominanz-Modell (VDM) (s. z.B. [83]). Die wesentliche Idee hierbei ist, daß das Photon durch die Ankopplung an die Quarks eine hadronische Komponente beinhaltet. Diese ist vorzugsweise in einem resonanten Zustand; hierbei kommen wegen der Quantenzahlen des Photons nur Vektormesonen in Betracht. Die uns interessierenden Mesonen koppeln vorzugsweise an das ρ , ω und ϕ -Vektormeson. Die grundlegende Annahme des Vektor-Dominanz-Modells ist, daß das Photon vorzugsweise nur mit der hadronischen Komponente an die Mesonen koppelt (s. Abb. E.1a). Dies wird durch die Vorstellung, daß eine Quarklinie 'herausgezogen' wird (Abb. E.1b), deutlich. Die wesentlichen Ingredienzien des VDM sind die Kopplungskonstanten der 3-Meson-Vertizes, sowie die Übergangsraten des Photons in ein Vektormeson (f_v). Für die Formfaktoren ergibt sich:

$$G_{MM'}(Q^2) = g_\rho f_\rho \left(1 + \frac{Q^2}{m_\rho^2}\right)^{-1} + g_\omega f_\omega \left(1 + \frac{Q^2}{m_\omega^2}\right)^{-1} + g_\phi f_\phi \left(1 + \frac{Q^2}{m_\phi^2}\right)^{-1}, \quad (\text{E.2})$$

Strom	ρ	ω	ϕ
$\pi^\pm \pi^\pm$	$\pm\sqrt{2}g_F$	—	—
$\pi^0 \pi^0$	0	—	—
$\eta\eta$	0	—	—
$K^+ K^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$K^0 K^0$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$\rho^\pm \rho^\pm$	$\pm\sqrt{2}g_F$	—	—
$\rho^0 \rho^0$	0	—	—
$\omega\omega$	0	—	—
$\rho^0 \omega$	—	0	0
$K^{*+} K^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$K^{*0} K^{*0}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$\pi^{\pm,0} \rho^{\pm,0}$	—	$\frac{\sqrt{2}}{3}(g_D + g_S)$	$-\frac{2}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$\pi^0 \omega$	$\frac{\sqrt{2}}{3}(g_D + g_S)$	—	—
$K^+ K^{*+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$
$K^0 K^{*0}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(g_F + g_D)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}g_F - \frac{1}{3\sqrt{2}}g_D + \frac{\sqrt{2}}{3}g_S$	$-g_F + \frac{1}{3}g_D + \frac{1}{3}g_S$

Tabelle E.1: Kopplungen der Vektormesonen an Mesonenströme; die Kopplungskonstanten g_F , g_D bzw. g_S entsprechen jenen aus Anhang B.

wobei sich die Q^2 -Abhängigkeit durch den Propagator des Vektormesons ergibt. Die g_V sind die entsprechenden Kopplungen des Mesonstromes MM' an das Vektormeson V (s. Tab. E.1).

Die Normierung der elektromagnetischen Mesonformfaktoren ist durch die des jeweiligen Stromes gegeben. Hieraus folgt $\sqrt{2}g_F f_\rho = 1$ sowie $g_D = 0$. Weitere Informationen lassen sich so nicht mehr gewinnen. Mit Hilfe des Quarkinhaltes der Vektormesonen folgt: $f_\rho : f_\omega : f_\phi = 3 : 1 : -\sqrt{2}$. Hierdurch sind nun alle Formfaktoren festgelegt.

Es verbleiben noch die Übergangsformfaktoren zwischen den pseudoskalaren Mesonen und den Vektormesonen. Die bei der Betrachtung der diagonalen Mesonströme gewonnenen Informationen reichen noch nicht zur Bestimmung der Übergangsformfaktoren aus. Da die Normierung dieser Formfaktoren nicht bekannt ist, muß ein anderer Weg gewählt werden. Hierzu benutzen wir die Beziehungen $g_{\pi\pi\rho} = \sqrt{2}g_F$, $g_{\pi\rho\omega} = \sqrt{2}g_S/3$. Hieraus folgt: $g_S = 3g_F(g_{\pi\omega\rho}/g_{\pi\pi\rho})$. Wir benutzen die Werte von Durso et al. [130]: $g_{\pi\pi\rho} = 5.97$, $g_{\pi\rho\omega} = 12.43 \text{ GeV}^{-1}$. Desweiteren ist bekannt, daß diese Übergangsformfaktoren ein anderes asymptotisches Verhalten als der Pion-

Formfaktor haben. Es gilt [131, 132]:

$$G_{\pi\rho}(Q^2) \sim G_{\pi\omega}(Q^2) \sim Q^{-4}. \quad (\text{E.3})$$

Daher setzen wir die Übergangsformfaktoren in Dipolform an:

$$G_{MM'}(Q^2) = g_\rho f_\rho \left(1 + \frac{Q^2}{m_\rho^2}\right)^{-2} + g_\omega f_\omega \left(1 + \frac{Q^2}{m_\omega^2}\right)^{-2} + g_\phi f_\phi \left(1 + \frac{Q^2}{m_\phi^2}\right)^{-2}. \quad (\text{E.4})$$

Anhang F

QCD-Evolution

In dieser Arbeit werden Quarkverteilungsfunktionen für unterschiedliche Q^2 -Skalen benötigt. Dieser Skalenwechsel kann mit Hilfe der QCD-Evolutionsgleichungen vorgenommen werden. In dem Bereich mittlerer bis größerer x , den wir in dieser Arbeit betrachten, sind die Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Gleichungen [133, 134] anzuwenden. In führender Ordnung (LO) QCD lauten sie:

$$\frac{dq_{NS}(x, Q^2)}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 q_{NS}(x, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} \quad (\text{F.1})$$

für den Non-Singulett Fall, d.h. wenn die Quarkverteilungsfunktion $q_{NS}(x, Q^2)$ nicht mit den Gluonen mischen kann. $\alpha_s(Q^2)$ ist die laufende Kopplungskonstante der QCD. Im Singulettfall erhält man:

$$\frac{dq_S(x, Q^2)}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \left[q_S(x, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} + 2n_f g(x, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right) \right] \frac{dy}{y}, \quad (\text{F.2})$$

$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \left[q_S(x, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) \frac{dy}{y} + g(x, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right) \right] \frac{dy}{y} \quad (\text{F.3})$$

mit der Gluonverteilungsfunktion $g(x, Q^2)$. Die Quark-Gluon-Verteilungsfunktionen sind

$$P_{qq}(x) = \frac{4}{3} \left(\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right), \quad (\text{F.4})$$

$$P_{qg}(x) = 2(x^2 + (1-x)^2), \quad (\text{F.5})$$

$$P_{gq}(x) = \frac{4}{3} \frac{1 + (1-x)^2}{x}, \quad (\text{F.6})$$

$$P_{gg}(x) = 6 \left(\frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1+x}{x} + x(1-x) \right) + \left(\frac{11}{2} - \frac{1}{3} n_f \right) \delta(1-x). \quad (\text{F.7})$$

Hierbei ist n_f die Anzahl der bei der betrachteten Skala aktiven Flavour-Freiheitsgrade. $1/(1-x)_+$ ist eine spezielle Distribution, definiert durch

$$\int_0^1 \frac{f(y)}{(1-y)_+} dy = \int_0^1 \frac{f(y) - f(1)}{1-y} dy. \quad (\text{F.8})$$

Einige wichtige Summenregeln lassen sich aus allgemeinen Erhaltungssätzen gewinnen. So folgt z.B. aus der Erhaltung der Anzahl der Quarks

$$\int_0^1 P_{qq}(y) dy = 0 \quad (\text{F.9})$$

während aus der Impulserhaltung

$$\int_0^1 y(P_{qq}(y) + P_{gq}(y)) dy = 0 \text{ und } \int_0^1 y(2n_f P_{qg}(y) + P_{gg}(y)) dy = 0 \quad (\text{F.10})$$

folgt.

Die Gln. (F.1) bis (F.3) lassen sich vereinfachen, indem man die explizite Form der α_S -Abhängigkeit berücksichtigt. In führender Ordnung gilt

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{4\pi}{(11 - \frac{2}{3}n_f) \log(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}. \quad (\text{F.11})$$

Λ_{QCD} ist der Skalenparameter der QCD. In dieser Arbeit verwenden wir einen Wert von $\Lambda_{QCD} = 230 \text{ MeV}$ [97]. Durch die Variablentransformation

$$t = -\frac{\log \alpha_S(Q^2)}{\frac{11}{2} - \frac{1}{3}n_f} \quad (\text{F.12})$$

vereinfachen sich die Gln. (F.1) bis (F.3) zu

$$\begin{aligned} \frac{dq_{NS}(x, t)}{dt} &= (P_{qq} \star q_{NS})(x, t), \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix} (x, t) &= \left(\begin{pmatrix} P_{qq} & 2n_f P_{qg} \\ P_{gq} & P_{gg} \end{pmatrix} \star \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix} \right) (x, t). \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$

Zur Verkürzung der Schreibweise bezeichnet $\star$ die Faltung. Die sich so ergebenden linearen Differentialgleichungen lassen sich mit den Standardverfahren leicht lösen, mit dem Resultat

$$\begin{aligned} q_{NS}(t) &= \exp[(t - t_0)\mathcal{P}_{qq}]q_{NS}(t_0) \\ \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix} (t) &= \exp \left[(t - t_0) \begin{pmatrix} \mathcal{P}_{qq} & 2n_f \mathcal{P}_{qg} \\ \mathcal{P}_{gq} & \mathcal{P}_{gg} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} q_S \\ g \end{pmatrix} (t_0). \end{aligned} \quad (\text{F.14})$$

Hier ist $\mathcal{P}$ der Faltungsoperator mit der Funktion P : $\mathcal{P}(f) = (P \star f)$.

Aus diesem Resultat läßt sich eine sehr genaue und sehr schnelle Methode die QCD-Evolution durchzuführen extrahieren. Wesentlich hierfür ist es, alle verwendeten Funktionen auf einem exponentiellen Gitter ($x_i = b^i$, $q_i = q(x_i)$, $i = 0, \dots, N-1$) zu diskretisieren. Dann läßt sich die oben immer verwendete Faltung auf eine übliche Faltung zurückführen

$$h(x) = \int_x^1 f(y)g\left(\frac{x}{y}\right)\frac{dy}{y} \implies h_i \simeq -\log b \sum_{j=0}^i f_j g_{i-j} \quad (\text{F.15})$$

Diese Faltung läßt sich nun sehr schnell mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation (FFT) berechnen. Die Exponentialfunktion der Faltung wird, wie bei allgemeinen linearen Operatoren üblich, mit der entsprechenden Taylorreihe berechnet. Bei der Diskretisierung ist bei dem Punkt $x = 1$, $i = 0$ Vorsicht geboten, denn an diesem Punkt müssen sich mehrere Singularitäten von Delta- bzw. $1/(1-x)_+$ Distributionen exakt wegheben, um die Erhaltungssätze Gl. (F.9) und Gl. (F.10) zu garantieren. Der Wert der Verteilungen P_{qq} und P_{gg} bei $i = 0$ ist also so zu wählen, daß diese Erhaltungssätze erfüllt sind. In der Praxis hat es sich bewährt, eine Gitterkonstante von $b = 0.95$ mit $N = 256$ Punkten zu verwenden (Die Anzahl der Punkte sollten eine Potenz von zwei sein, damit der FFT-Algorithmus seine volle Geschwindigkeit erreichen kann.). Desweiteren verwenden wir in der gesamten Arbeit $n_f = 4$. Für die Charm-Verteilungen nehmen wir an, daß sie bei unserer üblichen Anfangsskala ($Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$) verschwinden.

Abschließend sollte noch bemerkt werden, daß die QCD-Evolution und die zur Berücksichtigung höherer Fock-Zustände benötigten Faltungen kommutieren.

Literaturverzeichnis

- [1] E. Witten. *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 57.
- [2] G. 't Hooft. *Nucl. Phys.* **B72** (1974) 461.
- [3] K. Gottfried. *Phys. Rev. Lett.* **18** (1967) 1174.
- [4] P. Amaudruz *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 2712.
- [5] A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 867.
- [6] A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts. *Phys. Lett.* **B306** (1993) 145.
- [7] J.D. Sullivan. *Phys. Rev.* **D5** (1972) 1732.
- [8] A.W. Thomas. *Phys. Lett.* **B126** (1983) 97.
- [9] L.L. Frankfurt, L. Mankiewicz und M.I.Strikman. *Z. Phys.* **A334** (1989) 343.
- [10] W-Y.P. Hwang, J. Speth und G.E. Brown. *Z. Phys.* **A339** (1991) 383.
- [11] E.M. Henley und G.A. Miller. *Phys. Lett.* **B251** (1990) 453.
- [12] S. Kumano. *Phys. Rev.* **D43** (1991) 59.
- [13] S. Kumano. *Phys. Rev.* **D43** (1991) 3067.
- [14] A. Signal, A.W. Schreiber und A.W. Thomas. *Mod. Phys. Lett.* **A6** (1991) 271.
- [15] W. Melnitchouk, A.W. Thomas und A.I. Signal. *Z. Phys.* **A340** (1991) 85.
- [16] V.R. Zoller. *Z. Phys.* **C53** (1992) 443.
- [17] H. Holtmann. *Diplomarbeit*, KFA-IKP (1993) .
- [18] H. Holtmann, A. Szczurek und J. Speth. *Jülich preprint KFA-IKP(TH)-25* (1994) *Nucl. Phys.* **A** in print.
- [19] A. Baldit *et al.* *Phys. Lett.* **B332** (1994) 244.
- [20] R. Hofstadter. *Nuclear and Nucleon Structure* . W.A. Benjamin, New York, 1963.

- [21] H.J. Weber. *Annals of Phys.* **177** (1987) 38.
- [22] Z. Dziembowski. *Phys. Rev.* **D37** (1988) 768.
- [23] Z. Dziembowski. *Phys. Rev.* **D37** (1988) 778.
- [24] P.L. Chung und F. Coester. *Phys. Rev.* **D44** (1991) 229.
- [25] A.W. Thomas, S. Théberge und G.A. Miller. *Phys. Rev.* **D24** (1981) 216.
- [26] S. Théberge, G.A. Miller und A.W. Thomas. *Can. J. Phys.* **60** (1982) 59.
- [27] F. Close. *An Introduction to Quarks and Partons* . Academic Press, London, 1979.
- [28] R. Roberts. *The structure of the proton, Deep Inelastic Scattering* . Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [29] G. S. A. Donnachie. *Electromagnetic Interaction Of Hadrons* . Plenum Press, New York.
- [30] J.D. Bjorken. *Phys. Rev.* **148** (1966) 1467.
- [31] J.D. Bjorken. *Phys. Rev.* **179** (1969) 1547.
- [32] R. Feynman und R. Fields. *Photon Hadron Interactions* . Benjamin, Reading, 1972.
- [33] C.G. Callan,Jr. und D.J. Gross. *Phys. Rev. Lett.* **22** (1969) 156.
- [34] E.D. Bloom *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 930.
- [35] E.D. Bloom *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 935.
- [36] G.E. Brown und M. Rho. *Phys. Lett.* **B82** (1979) 177.
- [37] P.J. Mulders, A.W. Schreiber und H. Meyer. *Nucl. Phys.* **A549** (1992) 498.
- [38] A. Szczurek und J. Speth. *Nucl. Phys.* **A555** (1993) 249.
- [39] S. Weinberg. *Phys. Rev.* **150** (1966) 1313.
- [40] S. Schweber. *An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory* . Row-Peterson, New York, 1961.
- [41] S.D. Drell, D.J. Levy und T.M. Yan. *Phys. Rev.* **D1** (1970) 1035.
- [42] W. Melnitchouk und A.W. Thomas. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 3794.

- [43] V. Dmitrašinović und R. Tegen. *Phys. Rev.* **C46** (1992) 1108.
- [44] B. Holzenkamp, K. Holinde und J. Speth. *Nucl. Phys.* **A500** (1989) 485.
- [45] R. Machleidt, K. Holinde und Ch. Elster. *Phys. Rep.* **149** (1987) 1.
- [46] G. Janßen, J.W. Durso, K. Holinde, B.C. Pearce und J. Speth. *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1978.
- [47] P. Amaudruz *et al.* *Phys. Lett.* **B292** (1992) 159.
- [48] M. Arneodo *et al.* *Phys. Rev.* **D50** (1994) R1.
- [49] S. Forte. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 1842.
- [50] Bo-Qiang Ma, A. Schäfer, W. Greiner. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 51.
- [51] D.A. Ross und C.T. Sachrajda. *Nucl. Phys.* **B149** (1979) 497.
- [52] R.D. Ball, V. Barone, S. Forte, M. Genovese. *Phys. Lett.* **B329** (1994) 505.
- [53] B. Badełek und J. Kwieciński. *Nucl. Phys.* **B370** (1992) 278.
- [54] L.N. Epele, H. Fanchiotti, C.A. Garcia Canal und R. Sassot. *Phys. Lett.* **B275** (1992) 155.
- [55] W. Melnitchouk und A.W. Thomas. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 3783.
- [56] A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts. *Phys. Rev.* **D50** (1994) 6734.
- [57] P.J. Sutton, A.D. Martin, R.G. Roberts und W.J. Stirling. *Phys. Rev.* **D45** (1992) 2349.
- [58] W.C. Leung *et al.* *Phys. Lett.* **B317** (1993) 655.
- [59] S.R. Mishra *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **24** (1992) 3499.
- [60] C. Foudas *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1207.
- [61] J.F. Owens. *Phys. Lett.* **B266** (1991) 126.
- [62] M. Glück, E. Reya und A. Vogt. *Z. Phys.* **C53** (1992) 127.
- [63] F.M. Steffens und A.W. Thomas. *Nucl. Phys.* **A568** (1994) 798.
- [64] M. Burckardt, B.J. Warr. *Phys. Rev.* **D45** (1992) 958.
- [65] A.I. Signal und A.W. Thomas. *Phys. Lett.* **B191** (1987) 205.

- [66] D. von Harrach. *Invited talk at the Mainz Workshop on the European Electron Facility, Mainz, 16-19 October 1992, to be published in the Proceedings.* .
- [67] A.O. Bazarko *et al.* *preprint Nevis R#1502* (1994) .
- [68] M. Ericson und A.W. Thomas. *Phys. Lett.* **B148** (1984) 181.
- [69] J. Ellis und W.J. Stirling. *Phys. Lett.* **B256** (1991) 258.
- [70] A. Szczurek, J. Speth und G.T. Garvey. *Nucl. Phys.* **A570** (1994) 765.
- [71] P.L. McGaughey *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1726.
- [72] D.M. Alde *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 2479.
- [73] A.S.Ito *et al.* *Phys. Rev.* **D23** (1981) 604.
- [74] G.T. Garvey *et al.* *FNAL proposal, P866* (1992) .
- [75] H. Holtmann, G. Levman, N.N. Nikolaev, A. Szczurek und J. Speth. *Phys. Lett.* **B338** (1994) 393.
- [76] S. Bhadra *et al.* 'Test of a forward neutron calorimeter for the ZEUS experiment at HERA', *DESY 94-084*, (1994) submitted to *Nuclear Instruments and Methods*.
- [77] N.N. Zotov und A.V. Zarev. *Sov. Phys. Uspekhi* **51** (1988) 119.
- [78] ZEUS-Collaboration. 'The ZEUS-detector, status report, 1993' .
- [79] T.J. Chapin *et al.* *Phys. Rev.* **D31** (1985) 17.
- [80] N.N. Nikolaev und V.R. Zakharov. *Z. Phys.* **C53** (1992) 331.
- [81] N.N. Nikolaev und B.G. Zakharov. *JETP* **78** (1994) 598.
- [82] V. Barone, M. Genovese, N.N. Nikolaev, E. Predazzi und B.G. Zakharov. *Phys. Lett.* **B321** (1994) 137.
- [83] R. K. Bhaduri. *Models of the Nucleon (From Quarks to Solitons)* . Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1988.
- [84] M. Gari und W. Krümpelmann. *Z. Phys.* **A322** (1985) 689.
- [85] S.D. Drell und T.M. Yan. *Phys. Rev. Lett.* **24** (1970) 181.
- [86] M. Sawicki. *Phys. Rev.* **D46** (1992) 474.

- [87] P.L. Chung, F. Coester, B.D. Keister und W.N. Polyzou. *Phys. Rev.* **C37** (1988) 2000.
- [88] F. Coester. *Phys. Rev.* **89** (1953) 619.
- [89] S. Nozawa und D.B. Leinweber. *Phys. Rev.* **D42** (1990) 3567.
- [90] A. Pais. *Rev. Mod. Phys.* **38** (1966) 215.
- [91] H.F. Jones und M.D. Scadron. *Ann. Phys.* **81** (1973) 1.
- [92] R.C.E. Devenish, T.S. Eizenschitz und J.G. Körner. *Phys. Rev.* **D14** (1976) 3063.
- [93] C. Becci und G. Morpurgo. *Phys. Lett.* **17** (1965) 352.
- [94] S.J. Brodsky und J.R. Hiller. *Phys. Rev.* **D46** (1992) 2141.
- [95] Z. Dziembowski und L. Mankiewicz. *Phys. Rev.* **D36** (1987) 1556.
- [96] G.A. Miller und A.W. Thomas. *Can. J. Phys.* **60** (1982) 59.
- [97] Particle Data Group. *Phys. Rev.* **D45** (1992) 1.
- [98] Z. Dziembowski, T. Dzurak, A. Szczepaniak und L. Mankiewicz. *Phys. Lett.* **B200** (1988) 539.
- [99] F. Schlumpf. *Phys. Rev.* **D47** (1993) 4114.
- [100] O. Dumbrajs *et al.* *Nucl. Phys.* **B216** (1983) 277.
- [101] G. Höhler *et al.* *Nucl. Phys.* **B114** (1976) 505.
- [102] K.M. Hanson *et al.* *Phys. Rev.* **D8** (1973) 753.
- [103] R.C. Walker *et al.* *Phys. Lett.* **B224** (1989) 353.
- [104] P.E. Bosted *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 3841.
- [105] W. Albrecht *et al.* *Phys. Lett.* **26B** (1968) 642.
- [106] W. Bartel *et al.* *Nucl. Phys.* **B58** (1973) 429.
- [107] A.F. Sill *et al.* *Phys. Rev.* **D48** (1993) 29.
- [108] R.G. Arnold *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 174.
- [109] A. Lung *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 718.
- [110] S. Rock *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 1139.

- [111] R.C. Walker *et al.* *Phys. Rev.* **D49** (1994) 5671.
- [112] L. Andivahis *et al.* *SLAC-PUB-6462* (1994) .
- [113] S. Brodsky und G. Farrar. *Phys. Rev.* **D11** (1975) .
- [114] G.P. Lepage und S. Brodsky. *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) .
- [115] S. Furuichi und K. Watanabe. *Prog. Theor. Phys.* **83** (1990) 565.
- [116] S. Platchkov *et al.* *Nucl. Phys.* **A510** (1990) 740.
- [117] M. Meyerhoff *et al.* *Phys. Lett.* **B327** (1994) 201.
- [118] W. Heil. *private Mitteilung* .
- [119] L. Koester *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **36** (1976) 1021.
- [120] G. Karl. *Phys. Rev.* **D45** (1992) 247.
- [121] D.B. Kaplan und A.V. Manohar. *Nucl. Phys.* **B310** (1988) 527.
- [122] G.T. Garvey, W.C. Louis und D.H. White. *Phys. Rev.* **C48** (1993) .
- [123] M.J. Musolf *et al.* *Phys. Rep.* **239** (1994) .
- [124] E.J. Beise und R.D. McKeown. *Comments Nucl. Part. Phys.* **20** (1991) .
- [125] R.L. Jaffe. *Phys. Lett.* **229B** (1989) 275.
- [126] H. Forkel, M. Nielsen, X. Jin und T.D. Cohen. *Phys. Rev.* **C50** (1994) 3108.
- [127] J.J. de Swart und C. Dullemond. *Ann. Phys.* **19** (1962) 458.
- [128] R.G.E. Timmermans, Th.A. Rijken und J.J. de Swart. *Phys. Lett.* **B257** (1991) 227.
- [129] C.B. Dover und A. Gal. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **12** (1984) 171.
- [130] J.W. Durso, G.E. Brown und M. Saarela. *Nucl. Phys.* **A430** (1984) 653.
- [131] G. Farrar und D.K. Jackson. *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) .
- [132] A.I. Vainshtein und V.I. Zakharov. *Phys. Lett.* **B72** (1978) .
- [133] V.N. Gribov und L.N. Lipatov. *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438.
- [134] G. Altarelli und G. Parisi. *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 298.

Danksagung

Für die Unterstützung und Förderung dieser Arbeit danke ich Prof. Dr. J. Speth, der diese Arbeit erst möglich gemacht hat und sie mit zahlreichen Anmerkungen sowie Anregungen begleitete. Mein besonderer Dank gilt Dr. A. Szczurek für die stete Zusammenarbeit und für seine Gastfreundschaft bei meinen Besuchen in Krakau. Außerdem möchte ich Prof. Dr. N. Nikolaev und Prof. Dr. Z. Dziembowski für viele Anregungen für meine Arbeit danken.

Weiterhin möchte ich Prof. A. W. Thomas für freundliche Aufnahme an seinem Institut und für seine Unterstützung während meines Aufenthaltes in Adelaide Ende 1994, der mir durch den Deutschen Akademischen Austauschdienst ermöglicht wurde, danken. Die dortigen Mitarbeiter, zu nennen sind besonders Herr F. Steffens und Dr. G. Piller, waren mir eine große Hilfe, einige Aspekte der Physik besser zu verstehen.

Ich danke Prof. Dr. R. Maschuw für die Aufnahme in das Graduiertenkolleg 'Die Erforschung subnuklearer Strukturen der Materie' der Universität Bonn. Das Kolleg hat mit seinen Veranstaltungen den Grundstein zu einigen interessanten Einblicken in die Physik gelegt. Weiterhin danke ich Prof. Dr. D. Schütte für die Übernahme des Koreferates.

Desweiteren möchte ich den Mitarbeitern und Gästen des Institutes für Kernphysik für Ihre ständige Hilfsbereitschaft bei auftretenden Problemen sowie der freundlichen Arbeitsatmosphäre danken.

Meinen Eltern danke ich für die fortwährende Unterstützung während meiner Studienzeit.

Jül-3166

Januar 1996

ISSN 0944-2952