

Jülich Supercomputing Centre (JSC)

Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen zur Beschreibung von Fußgängerdynamik

Mohcine Chraibi

Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen zur Beschreibung von Fußgängerdynamik

Mohcine Chraibi

Berichte des Forschungszentrums Jülich; 4289
ISSN 0944-2952
Jülich Supercomputing Centre (JSC) Jül-4289

Vollständig frei verfügbar im Internet auf dem Jülicher Open Access Server (JUWEL) unter
<http://www.fz-juelich.de/zb/juwel>

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek, Verlag
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland
☎ 02461 61-5220 · Telefax: 02461 61-6103 · e-mail: zb-publikation@fz-juelich.de

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen	3
1 Einleitung	5
2 Was sind Fußgängermodelle und warum braucht man sie?	7
2.1 Welche Arten von Fußgängermodellen gibt es?	8
2.1.1 Raumdiskrete Modelle (Cellular Automata)	10
2.1.2 Raumkontinuierliche Modelle	12
2.1.3 Hybride Modelle	15
2.2 Gütemaße für Fußgängermodelle	16
3 Das Zentrifugalkräfte-Modell	18
3.1 Formale Definition des Zentrifugalkräfte-Modells	18
3.2 Konfliktlösung (<i>Collision Detection Technique</i>)	21
3.3 Analytische Wertung	24
4 Numerische Schwierigkeiten	27
4.1 Beobachtungen von Standard-Lösern der MATLAB ODE-Suite	27
4.1.1 Durchdringungen	27
4.1.2 Schwingungen in der Bewegung der Fußgänger	35
4.2 Sind die Fußgängermodelle steif?	37
4.2.1 Was sind steife Probleme?	37
4.2.2 Fußgängerprobleme sind nicht steif!	38

4.2.3	Kurzreichweitige Kräfte können von Standardlösern „übersehen“ werden.	42
4.2.4	Probleme und Beobachtungen	43
5	Modifikationsvorschläge	45
5.1	Modifikation 1: Volumenausschluss einführen	45
5.2	Modifikation 2: Zielrichtung bestimmen	47
5.3	Modifikation 3: Anpassung der Wunschgeschwindigkeit nach Dichte	49
5.4	Modifikation 4: Die Wunschgeschwindigkeit ohne Kraftansatz implementiert	49
5.5	Modifikation 5: Variation der abstoßenden Kräfte	50
6	Vorschläge zur Verbesserung der numerische Lösung	56
6.1	Informationsstruktur	56
6.2	An die Fußgängerdynamik adaptierten Löser	59
7	Zusammenfassung und Ausblick	62

Abbildungsverzeichnis

2.1	Kategorisierung des menschlichen Verhaltens	9
2.2	CA: Von-Neumann-Nachbarschaft vs. Moor-Nachbarschaft	11
2.3	Zellmodelle mit Kraftgetriebenen Schritten über mehrere Zellen	12
3.1	Die Richtung der abstoßenden Kraft zwischen zwei Fußgänger	19
3.2	Ablaufdiagramm zum Algorithmus der Konfliktlösung	22
3.3	Fall: Konfliktlösung	23
3.4	Zwei Testszenarien für die numerische Simulation	24
3.5	Anwendung der Maple-Funktion <code>dsolve()</code>	26
4.1	Schaltbilder aus Simulink [®] für die Simulation von verschiedenen Testsze- narien	28
4.2	Der Verlauf von dem Nenner und Zähler der abstoßenden Kraft bei CFM. .	29
4.3	Durch de l'Hospital erweiterte Lösung	30
4.4	Keine Durchdringung nach der de l' Hospital-Approximation	31
4.5	Testszenario 1: Die Trajektorie der simulierten Fußgänger und Verlauf der Kräfte	32
4.6	Testszenario 2: Trajektorien der simulierten Fußgänger und Verlauf der Geschwindigkeiten.	33
4.7	Testszenario 2: Verlauf der Kräfte	34
4.8	Testszenario 2a: Keine Kollision.	36
4.9	Eigenwerte der Jacobi-Matrix.	39
4.10	Schrittweitensteuerung bei <i>ode23s</i> und <i>ode45</i> , $N = 5$	40

4.11	Schrittweitensteuerung bei <i>ode23s</i> und <i>ode45</i> , $N = 10$	41
4.12	Gedankenexperiment: Zwei entkoppelte Systeme, die von einander getrennt behandelt werden können.	44
5.1	Aufbau des Simulationsexperimentes	46
5.2	Fluß durch die Engstelle für verschiedene Versionen des CFM	48
5.3	Fluß durch die Engstelle für das CFM mit der CDT	48
5.4	Die Wunschgeschwindigkeit ohne Kraftansatz	51
5.5	Trajektorien und Kräfteverläufe für verschiedene Kräfte-Formulierungen . .	52
5.6	Szenario 2: Trajektorien Geschwindigkeits- und Kräfteverläufe für verschie- denen Kräfte-Formulierungen	53
5.7	Verlauf der Eigenwerte der Jacobi-Matrix	55
6.1	Raum-Diskretisierung	58
6.2	Diskontinuität der abstoßenden Kraft	59
6.3	Ablaufdiagramm zur Ereignisorientierten Integration	61

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

Funktionen und Skalare

Die aufgeführten Skalaren Größen und Funktionen können von den einzelnen Fußgängern abhängen und bedürfen einer Indizierung. Hier wird darauf verzichtet und in dem Text darauf aufmerksam gemacht.

N	Anzahl der Fußgänger
y	Zustandsvariable
D	Durchmesser des Fußgängers
t	Zeit [s]
x	Ort [m]
v	Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
a	Beschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
J	Fluß [s^{-1}]
ρ	Dichte [m^{-2}]
τ	Zeitkonstante [s]
F	Kraft [N]
F^{drv}	Treibende Kraft [N]
F^{rep}	Abstoßende Kraft [N]
f	Rechte Seite einer Differentialgleichung
J_f	Jacobi-Matrix der rechten Seite f
λ	Eigenwert

Abkürzungen

<i>ODE</i>	Gewöhnliche Differentialgleichung (engl. <i>Ordinary differential equation</i>)
<i>SFM</i>	Das Sozialkräfte-Modell (engl. <i>Social Force Model</i>)
<i>CA</i>	Zellulären Automaten (engl. <i>Cellular automata</i>)
<i>CFM</i>	Das Zentrifugalkräfte-Modell (engl. <i>Centrifugal Force Model</i>)
<i>CDT</i>	Konfliktlösung (engl. <i>Detection Collision Technique</i>)
<i>FD</i>	Fundamentaldiagramm

Mathematische Bezeichnungen

$ \cdot $	Betrag in $\mathbb{R}$
$\ \cdot\ $	Euklidische Norm in $\mathbb{R}^2$

Kapitel 1

Einleitung

In seiner wegweisenden Arbeit über *Field Theory in Social Science* [24] hat Kurt Lewin das Verhalten des Individuums (Fußgängers) als das Korrelat aller Änderungen in seinem „Lebensraum“ (life-space) und der wahrgenommenen Situation definiert. Der Begriff „Lebensraum“ bezieht sich auf den Weltausschnitt des Individuums (Personen und Gegenstände in seiner Umgebung).

Auf dieser Theorie basierend sind verschiedene Modelle entwickelt worden. Das erste, das in der Literatur zu verzeichnen ist, ist das diskrete Zellmodell von Gipps und Marksjö aus dem Jahr 1985 [9]. In diesem Modell wurde eine Kostenfunktion eingeführt, welche die individuelle Bewegung, abhängig von den Fernwirkung der Umgebung („Lebensraum“) sowie von dem treibenden Wunsch zur Fortbewegung, bestimmt.

Helbing und Molnár haben im Jahr 1995 eine mathematische Beschreibung der verschiedenen auf das Individuum wirkenden Kräfte formuliert, die sein Verhalten (Bewegung) in einer bestimmten Situation beeinflussen [15]. In dem so entstandenen Modell, genannt *Social Force Model*, kurz SFM, wird angenommen, dass die Bewegung des Fußgängers zu jedem Zeitpunkt eine Funktion von verschiedenen Kräften ist.

Das SFM ist in Fachkreisen der Fußgängerdynamik ein übergeordneter Begriff für verschiedene kontinuierliche Modelle zur Simulation von Fußgängerdynamik, wie u.a. das Zentrifugalkräfte-Modell von Yu u.a. [46].

Diese mathematische Beschreibung der Fußgängerdynamik führt zu einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen (ODE). Die explizite Form dieses Systems ist folgende:

$$y' = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0 \tag{1.1}$$

wobei $y(t)$ ein N -dimensionaler Vektor und f eine Funktion von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^N$ nach $\mathbb{R}^N$ ist. N ist die Anzahl der Fußgänger. t bezeichnet die Zeit.

Die Ziele dieser Arbeit bestehen darin, sowohl zu untersuchen, ob diese Modelle die Dynamik der Fußgänger realistisch beschreiben, als auch zu analysieren, welche Schwierigkeiten bei ihrer numerischen Berechnung auftreten.

Gegenstand dieser Untersuchungen ist das Zentrifugalkräfte-Modell, wie in [46] beschrieben. Im Anschluß an diese Untersuchungen werden Ansätze zur Verbesserung der Modellierungsgüte mit Hinblick auf die numerische Simulation vorgeschlagen.

Kapitel 2

Was sind Fußgängermodelle und warum braucht man sie?

In einem Zeitalter, wo Metropole und dicht besiedelte Gebiete eine Normalität sind, haben die Studien der Fußgängerdynamik an Bedeutung gewonnen. Diese Studien haben als Ziel, Antworten auf Fragen zu geben, die von großer Bedeutung und oft lebenswichtig sind, z.B.: Wieviel Zeit dauert die Evakuierung eines Gebäudes, Bahnhofs, oder Stadiums, wo sich eine große Menge von Menschen aufhält? Wie sind die Fluchtwege optimal zu gestalten, um möglichst einen maximalen Fußgängerfluß und folglich eine schnelle Evakuierung zu ermöglichen? Welche Breite der (Not-)Ausgangstüren ist nötig um einen maximalen Fluß bei einer eventuellen Evakuierung zu gewährleisten? Unter welchen Umständen entstehen bei einer sich bewegenden Menschenmasse Stauwellen? Welche Konsequenzen auf die Sicherheit der Fußgänger haben sie?

Um zuverlässige Antworten auf diese Fragen (und andere) zu geben, braucht man ein tiefgründiges Verständnis der Fußgängerdynamik. Diese Erkenntnisse gewinnt man durch Experimente, Aufnahmen von realen Szenarien im Alltag (U-Bahnstationen, Bahnhöfe, Flughäfen, ...), sowie zuverlässige mathematische Modelle, die mit den empirischen Daten konforme Ergebnisse ergeben.

Ein Aspekt der Fußgängerdynamik liegt auf der Sicherheit der Menschen. Heutzutage ist es üblich, dass sich große Mengen an Menschen in relativ kleinen Einrichtung befinden. Das erhöht die Gefahr von Massenunglücken. Bedauerlicherweise hat man in den letzten Jahrhunderten erlebt, wie dieses Risiko zur Realität wurde: Schadenereignisse im Zusammenhang mit großen Personenzahlen mit hunderten von Opfern, als Resultat. In jüngster Vergangenheit gab es 148 Tote im nordindischen Bundesstaat Himachal Pradesh bei einem Unglück in einem Hindu-Tempel. Ein weiteres Beispiel sind die Vorfälle bei der jährlichen Wallfahrt nach Mekka, bei der im Jahr 2006 345 Pilger ums Leben kamen [3].

Über weitere Unglücke wurde in [40] (Vortrag: „Massenpanic“. Was ist das und wie kann sie verhindert werden?) berichtet.

Um eine Basis für eine erfolgreiche Evakuierung und Gewährleistung der Sicherheit der Personen in großen Verkehrsinfrastrukturen zu legen, ist ein optimiertes Design dafür notwendig. Auch im Freien ist die Kontrolle von Fußgängerströmen nicht weniger bedeutungsvoll. Wichtig in diesem Zusammenhang ist die Maximierung der Kapazität von Gehwegen, Fußgängerzonen, Kreuzungen, etc. Darauf aufbauend, werden Planungskonzepte bei der Stadtplanung konzipiert.

Bezüglich dieser Verkehrsinfrastrukturen ist es wichtig die Wartezeiten für Pendler und Reisende mit verschiedenen Umsteigemöglichkeiten in Bahnhöfen und Flughäfen zu reduzieren.

Verschiedene kommerzielle Software, die sich in manchen der oben genannten Aufgaben spezialisiert haben, sind bereits auf dem Markt erhältlich. Z.B. VISSIM [41] und SIMWALK [35] für das Design von Fußgängeranlagen in großen Verkehrsinfrastrukturen, die auf die raumkontinuierlichen Modelle basieren. Auf raumdiskrete Modelle basierende Software ist z.B. die Evakuierungssoftware PedGo [27].

In [29] wird eine detaillierte Untersuchung der Güte dieser Software gemacht. Diese Untersuchung lässt die Frage der Glaubwürdigkeit und Zuverlässigkeit der Modelle, auf die diese Simulationssoftware basieren, offen. Z.B.: diese Programme liefern für ein gegebenes Szenario jeweils unterschiedliche Ergebnisse von bis zu einem Faktor von Vier. Diese Diskrepanzen sind auf die unterschiedlichen Modelle, auf die sie aufbauen, sowie auf die Güte dieser, zurückzuführen.

2.1 Welche Arten von Fußgängermodellen gibt es?

Das menschliche Verhalten kann man in drei wichtige Ebenen unterteilen:

- Die strategische Ebene: Hier werden langfristige Entscheidungen getroffen, z.B. die Aktivitäten, die durchgeführt werden sollen. Z.B.: Zum Bahnhof, Einkaufen gehen.
- Die taktische Ebene: Hier werden mittel- bis kurzfristige Entscheidungen getroffen, basierend auf den in der darüber liegenden Ebene getroffenen Entscheidungen, z.B. das Vorziehen des kürzesten Wegs zwischen Zwischenzielen, wie der Ticketautomat und das Gleis.
- Die operative Ebene: Hier wird die Bewegung der Fußgänger ausgeführt und dabei intuitive Ausweichmanöver vollendet um bewegliche Objekte zu vermeiden.

Siehe Abbildung (2.1).

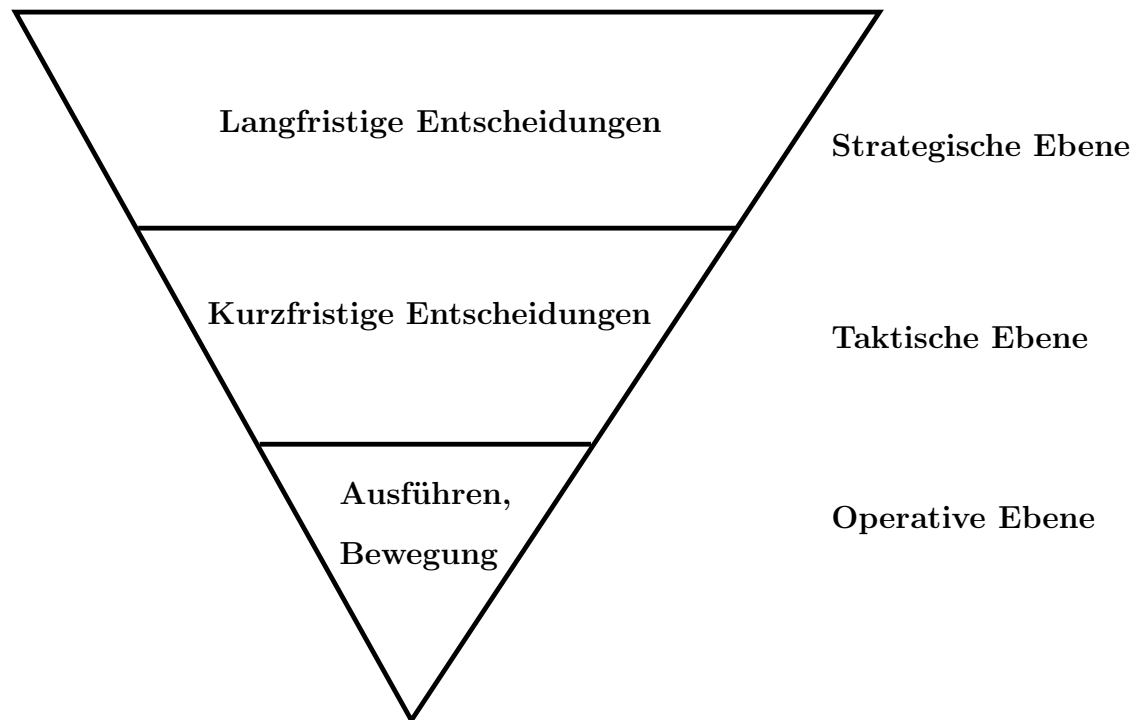


Bild 2.1: Die verschiedenen Komponenten des menschlichen Verhaltens nach [30, 38]. Die Entscheidungen, die in einer Phase getroffen werden, sind von den Entscheidungen aus der darüber liegenden Phase abhängig.

Dieses Muster ist dem Schachspielen ähnlich, wo der Schachspieler langfristige strategische Überlegungen und Pläne zu schmieden pflegt. Das führt zu taktischen Überlegungen, die der aktuellen Situation am Brett sowie den in der strategischen Phase festgesetzten Zielen entsprechen. Als letztes wird abhängig von diesen verschiedenen Überlegungen ein Zug gemacht, und dabei analysiert welche Zugmöglichkeit jede Schachfigur hat.

Um das Verhalten von Fußgängern zu modellieren, muß man also annehmen, dass es gewisse Regularitäten aufweist.

Die zwei ersten Ebenen sind schwer modellierbar, da es sich um interne Zustandsänderungen handelt, die von vielen Umständen beeinflusst werden. Im weiteren werden die Modelle, die sich mit den verschiedenen Aspekten der dritten Ebene beschäftigen und teilweise mit den der zweiten, klassifiziert und erläutert.

Fußgängermodelle können nach beliebigen Kriterien klassifiziert werden. Die *mikroskopischen* Modellen beschreiben das Verhalten jedes einzelnen Fußgängers. Die gesamte Dynamik der Einzelpersonen produziert makroskopische Eigenschaften der Gruppe. Im Gegensatz dazu stehen die *makroskopischen* Modelle, die den Zustand des Systems durch kontinuierliche Dichten beschreiben. Besonders bei großen Dichten ist die Dynamik der

Menschenmasse der Dynamik von Gasen und Flüssigkeiten, ähnlich. In [16, 17] wird ein Versuch beschrieben, der die Dynamik der Fußgänger mit der Maxwell-Boltzmann Gas Theorie modelliert. In [13] ist ein ähnliches Modell entwickelt worden, allerdings ohne die Annahme der Impuls- und Energieerhaltung, die wenig Sinn bei der menschlichen Dynamik macht.

Ein weiteres Kriterium zur Unterscheidung von Fußgängermodellen ist die Natur der Hauptvariablen jedes Modells, nämlich: Zeit, Ort und Zustandsvariablen (Ort, Geschwindigkeit, $\dots$). Je nachdem ob diese Variablen ganzzahlig ($\in \mathbb{N}$) oder reell ($\in \mathbb{R}$) sind, spricht man von diskreten und kontinuierlichen Modellen.¹

In den nächsten Unterabschnitten werden mikroskopische Modelle kurz eingeführt und erläutert.

2.1.1 Raumdiskrete Modelle (Cellular Automata)

Zelluläre Automaten (engl. Cellular Automata, abgekürzt CA) sind eine mathematische Idealisierung von physikalischen Systemen, bei denen Raum, Zeit und physikalische Größen diskrete Werte annehmen [44]. Unter Zellmodellen versteht man Modelle, die diskret, sowohl in der Zeit, Raum als auch bezüglich der Zustandsvariablen sind. Die fundamentale Idee der Zellmodelle ist komplexe Phänomene durch endlich viele einfache Regeln zu beschreiben. Jeder Zellulär Automat wird formal definiert als ein 4-Tupel $\{\mathcal{R}, \mathcal{N}, \mathcal{Z}, \mathcal{F}\}$ [42]:

- $\mathcal{R}$: (Raum) meist definiert durch ein zweidimensionales Feld.
- $\mathcal{N}$: Endliche Nachbarschaft. Jede Zelle besitzt endlich viele Nachbarn. Es wird zwischen Moor-Nachbarschaft und Von-Neumann-Nachbarschaft unterschieden. Siehe Abbildung (2.2).
- $\mathcal{Z}$: Zustandsmenge.
- $\mathcal{F}$: eine Übergangsfunktion oder die Menge der Regeln, die den nächsten Zustand, abhängig vom aktuellen Zustand und der Nachbarschaft definiert.

Wie wird modelliert? In diesen Modellen wird der Raum durch ein zweidimensionales Gitter diskretisiert und es werden Regeln definiert, die das Verhalten der Fußgänger simulieren sollen.

¹Eine Kombination der Natur der verschiedenen Hauptvariablen ist möglich. In einem Modell könnte man z.B. die Geschwindigkeit kontinuierlich modellieren, die Zeit aber diskret annehmen.

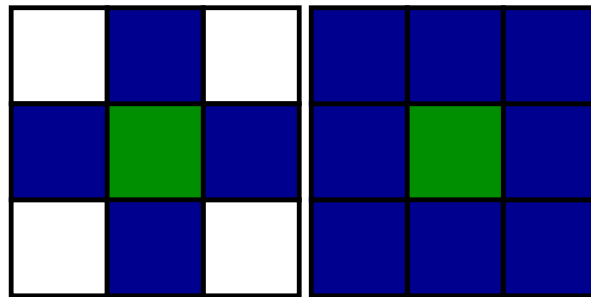


Bild 2.2: Links: Die Von-Neumann-Nachbarschaft. Zwei Zellen sind benachbart, wenn sie eine gemeinsame Kante haben.

Rechts: Die Moor-Nachbarschaft. Zwei Zellen sind benachbart wenn sie mindestens eine gemeinsame Ecke haben.

Jeder Fußgänger besetzt eine Zelle². In den meisten Varianten der Zellmodelle sind Fußgänger Teilchen, die sich zu einer der benachbarten Zellen mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit bewegen, die von verschiedenen Faktoren wie z.B.: gewünschte Richtung, Interaktionen mit ihrem Umfeld, etc., abhängen.

Vorteile In der Regel sind Zellmodelle effizienter hinsichtlich der Rechenzeit als die kontinuierlichen Modelle. Dies ist u.a. auf zwei Gründen zurückzuführen: Erstens werden bei CA keine Differentialgleichungen gelöst und der rechnerische Aufwand ist deutlich geringer. Zweitens ist die Zeitschrittlänge abhängig von der Zellgröße (in der Regel ca. 0.4 m) vergleichsweise größer als bei kontinuierlichen Modelle. Darüber hinaus basieren Zellmodelle auf sehr einfachen Update-Regeln, die die Entscheidungsprozesse im menschlichen Hirn intuitiv wiedergeben und zur Schnelligkeit der Simulation beitragen.

Nachteile Die Menge der Übergangsfunktionen $\mathcal{F}$ ist groß und reich an verschiedenen Möglichkeiten. Allerdings könnte sich diese Vielfalt problematisch erweisen.

Zellmodelle sind anisotropisch: Diagonale Bewegungen sind nur durch mehrere Schritte in den erlaubten Hauptrichtungen (jeweils abhängig von der gewählten Nachbarschaft) zu realisieren. Eine Abbildung des Euklidischen Raums ist nicht möglich.

Nicht zuletzt sind bei Zellmodellen die Diskretisierungsfehler nicht vermeidbar (liegt in der Natur der Sache). In [22] werden diese Diskretisierungseffekte ausführlich diskutiert.

²Varianten in denen mehrere Fußgänger eine Zelle mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit gleichzeitig besetzen oder ein Fußgänger gleichzeitig mehrere Zellen belegt sind auch möglich [45].

Zellmodelle über mehrere Zellen

Traditionell werden simulierte Agenten bei Zellmodellen (ob Fußgänger oder Ameisen) von einer Zelle zu einer durch die gewählte Nachbarschaft benachbarten Zelle bewegt. Eine Bewegung der Agenten über mehrere Zellen zwischen „Start“ und „Ziel“ ist auch möglich. Siehe Abbildung (2.3).

In [9, 4] wurden diese Art der CA diskutiert und implementiert. Der Algorithmus für die Wegbestimmung soll laut [9] bestimmte Kriterien respektieren:

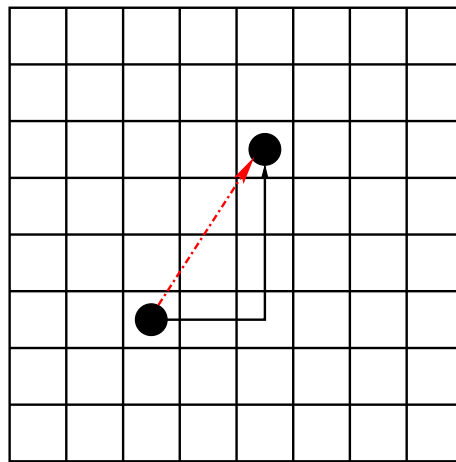


Bild 2.3: Ein mögliche Route in Von-Neumann-Nachbarschaft zwischen Start- und Zielzelle über mehrere Zellen in einem Zeitschritt. Diese Route ist nicht eindeutig und hängt von den Regeln des Modells ab.

1. Die Route muß dem kürzesten Weg zwischen „Start“ und „Ziel“ entsprechen.
2. Die Route darf nicht zu Kollisionen mit Hindernissen führen.
3. Die Route muß glatte Kurven erzeugen: Minimale Richtungswechsel.
4. Die Route muß den Fußgängern einen Anreiz geben.
5. Die Route darf nicht zu nah an Wänden heranzuführen.

2.1.2 Raumkontinuierliche Modelle

Kontinuierliche Modelle basieren auf der Feldtheorie von Kurt Lewin [24], die besagt, dass das Verhalten des Individuums von seinem aktuellen Zustand und seiner Umgebung abhängig ist. In diesen Modellen werden Interaktionen zwischen Fußgängern durch *soziale* Kräfte modelliert. Die in der Literatur zu findenden, kontinuierlichen Modelle sind die

Sozialkräfte-Modelle [15, 20, 26]. Im Modell [38] werden die abstoßenden Kräfte nicht wie im originalen Sozialkräfte-Modell explizit formuliert, sondern durch ein Potentialfeld implementiert. Und zuletzt das Zentrifugalkräfte-Modell von Yu u.a. [46].

Andere kontinuierlichen Modelle definieren statt Kräfte einen Satz von Geschwindigkeiten (aus dem könnte man natürlich Kräfte ableiten), die die Bewegung der Fußgänger bestimmen [25, 6].

Wie wird modelliert? Fußgänger werden als Kugeln, Kreise oder einfache Gegenstände, die einen gewissen Volumenausschluss haben, modelliert. Dieser Volumenausschluss symbolisiert „die Privatsphäre“ der Menschen. Jede Kunstperson bewegt sich unter dem Einfluss eines Kraftfeldes, ausgeübt von seiner Außenwelt (Wände, Stühle, andere Fußgänger, ...). Die abstoßenden Kräfte veranlassen, dass jeder Fußgänger sich von den anderen bzw. von den Objekten in seiner Umgebung fernhält bzw. nicht in deren Richtung läuft. Die treibenden Kräfte bestimmen die Geschwindigkeit und Richtung der beabsichtigten Bewegung.

Formale Beschreibung Die Bewegungsgleichung eines Fußgängers „ i “ mit Masse m_i nimmt folgende allgemeine Form an:

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = m_i \frac{dv_i}{dt} = F_i = F_i^{drv} + F_i^{rep} + \xi \quad (2.1)$$

mit:

F_i^{drv} : Treibende Kraft, die den Wunsch ein bestimmtes Ziel zu erreichen ausdrückt.

F_i^{rep} : Abstoßende Kraft, die von der Außenwelt ausgeübt wird.

ξ : Rauschen um Abweichungen des realen Verhaltens des Fußgängers von dem modellierten zu berücksichtigen.

Vorteile Die einfache mathematische Beschreibung durch Newtonsche Gleichungen für die Bewegung eines einzelnen Individuums ermöglicht eine realistische Beschreibung der Dynamik der Fußgänger mit einer sehr guten Auflösung und die Beschreibung eines Modells in einem Kontinuum. Außerdem profitieren diese Methoden von der breiten Theorie der Differentialgleichungen und dem reichen Schatz an numerischen Lösern.

Die Analogie zur Newtonschen Dynamik läßt diesen Kräfteansatz vorteilhaft erscheinen, allerdings ergeben sich konzeptionelle Probleme z.B.: Die Impulserhaltung sowie das

Wechselwirkungsprinzip (actio-reactio) sind im Allgemeinen für die Dynamik der Bewegung nicht bestimmend [30].

Nachteile Bei den so genannten Sozialkräfte-Modellen ist es nicht auszuschließen, dass die Gehgeschwindigkeit eines Fußgängers durch kollektive Kraftwirkungen negativ wird, was im Widerspruch zu den Erwartungen steht aber im Einklang mit dem Reaktionsprinzip von Newton ist. Außerdem übersteigt die Gehgeschwindigkeit u.U. den maximalen Wunschwert für die Geschwindigkeit, wenn die abstoßenden Kräfte in Richtung der Bewegung gerichtet sind. Die Bewegungsgleichung (2.1) kann nicht ohne weiteres die richtige Fußgängerdynamik beschreiben. Der Zusammenhang dieser zur Newtonschen Dynamik ist noch unerforscht und bleibt weiterhin unklar.

Diese Unklarheiten führen dazu, dass das komplizierte menschliche Verhalten nur sehr schwer (wenn überhaupt) durch allgemeingültige Kräfte mit endlich vielen Parametern zu beschreiben ist. Je Situation, wird ein angepasster Kräftesatz mit verschiedenen Parametern aufgestellt. Diese Parameter sind experimentell nicht zugänglich und müssen durch verschiedene heuristische Methoden geschätzt werden. Deswegen bleibt die strategische Phase (Abbildung (2.1)) für die Modellierung weiterhin unzugänglich.

Normalerweise achten Fußgänger darauf, dass sie nicht auf die Füße der anderen treten. Aber was für eine Wirkung üben die nicht unmittelbar benachbarten Fußgänger auf einander? Neben der richtigen Formulierung der Kräfte, ist es auch schwierig zu wissen wie weit die Wirkung der Kräfte reichen soll. In [20, 46] wird *ad-hoc* eine Obergrenze für die Reichweite der Kräfte gesetzt. In [15] wird eine unendliche Reichweite der Kräfte suggeriert. Hier bleibt die Frage offen, ob es realistisch ist, die Wirkung von zwei Fußgängern, die von einander über viele Meter entfernt sind, in Betracht zu ziehen. Abgesehen davon, dass diese Vorgehensweise die Effizienz des Modells beeinträchtigt ($O(N^2)$ – Problem).

Überdies, optimieren die Fußgänger ihre Wege. So benutzen sie z.B.: die weniger genutzten Ausgänge, gehen sie an bestimmten Orten vorbei (z.B. Schaufenstern). Diese gewisse Intelligenz, die das menschliche Verhalten in seiner operativen und teilweise taktischen Ebene kennzeichnet, kann mit einer einfachen mathematischen Gleichung mit endlich vielen Parametern nur ansatzweise formuliert werden.

Das Vernachlässigen der Modellierung des menschlichen Verhaltens in seiner strategischen und zum größten Teil in der taktischen Ebene führt zu einem Scheitern der aktuellen Kräfteformulierungen, die Dynamik realistisch zu beschreiben. Dies wird deutlich durch die notwendige Einführung einer Konfliktlösung, um Durchdringungen zwischen simulierten Fußgängern bzw. mit Hindernissen zu verhindern. Eine einfache Lösung dieses Problems ohne die künstliche Konfliktlösung ist die Einführung von singulären Kräften

[15, 20, 33], die Durchdringungen „unmöglich“³ machen. Diese Lösung erweist sich aber als numerisch ungünstig. Siehe dazu die Diskussion in [23] über die durch dieses Potential verursachte Steifigkeit. Andererseits, sind negative Geschwindigkeiten eine unmittelbare Folge dieses Potentials.

Eine weitere unrealistische Auswirkung der *sozialen* Kräfte ist die oszillatorische Bewegungen der simulierten Fußgänger. Siehe die Abbildung (2) in [37].

Im Unterabschnitt (4.1.2) wird auf dieses Phänomen weiter eingegangen.

Ereignis-gesteuerte Schrittmethoden

Bei dieser Kategorie von Modellen, werden die Positionen und Geschwindigkeiten der Fußgänger zu diskreten Zeitpunkten aktualisiert. Die Zeitschrittlänge wird hier im Gegensatz zum „Diskrete Schritt Modell“ nicht festgelegt, sondern berechnet. Diese Zeitpunkte, sind die Zeiten, an denen bestimmte, wohldefinierte Ereignisse auftreten. Ein Ereignis bezeichnet eine Änderung in den *sozialen* Kräften.

Als Beispiel werden in [6] drei verschiedene Ereignisse definiert:

1. der Zeitpunkt, in dem eine Testperson seine Geschwindigkeit reduziert, um eine bevorstehende Kollision zu vermeiden.
2. der Zeitpunkt, in dem eine Testperson, die sich in der Bremsphase befindet, seine Geschwindigkeit wieder erhöhen kann, ohne Gefahr zu laufen, Teil von Kollisionen zu werden.
3. der Zeitpunkt, in dem eine Testperson ganz stehen bleiben muß (gleichbedeutend mit dem Auftreten einer Kollision).

2.1.3 Hybride Modelle

Das sind Modelle, in denen versucht wird, Eigenschaften der kontinuierlichen Modelle mit den Eigenschaften der Zellmodelle zu kombinieren. In [36, 10, 11] ist ein CA-Modell konzipiert worden, mit Sozialkraft-gesteuerter Bewegung über einen diskretisierten zweidimensionalen Raum. Diese Kombination könnte eine Lösung für das $O(N^2)$ – Problem des SFM sein, indem die Reichweite der Kräfte auf die benachbarten Zellen beschränkt wird.

³Diese macht die Annahme, dass eine exakte analytische Lösung der Differentialgleichung zweiter Ordnung (2.1) existiert. Diese Existenz ist i.a. nicht gesichert.

Die Hauptschwierigkeit bei diesen Modellen ist die Updatereihenfolge bei dem sequentiellen Update. Je nachdem wie man diese Reihenfolge festlegt, entstehen verschiedene (oft widersprüchliche) Simulationsergebnisse. In [29] wurde dieser Nebeneffekt bei verschiedenen kommerziellen Simulationsprogrammen beobachtet und dokumentiert. Man kann dieses Update-Problem auf zwei Weisen beheben. Entweder wählt man den Zeitschritt so klein, dass der Einfluss der Reihenfolge vernachlässigbar wird (aufwändig, nicht effizient) oder man führt bei großen Zeitschritten eine Stochastik ein und es müssen dann stochastische Differentialgleichungen gelöst werden.

2.2 Gütemaße für Fußgängermodelle

Die Simulationsergebnisse der Fußgängermodelle sollten je Anwendung in einem gewissen Maß der Realität entsprechen. Aber was sind die Merkmale eines „guten“⁴ Fußgängermodells?

Um Aussagen über die Güte eines Modells zu treffen, müssen die Simulationsergebnisse verschiedene Kriterien erfüllen. Man unterscheide zwischen zwei Beurteilungsmaßstäben:

1. **Die Qualitative** Beschreibung der Realität:

Empirische Beobachtungen deuten auf kollektive Phänomene hin, wie Bildung von Linien, Dichtewellen, Oszillationen bei Engstellen, etc. Ein „gutes“ Fußgängermodell sollte in der Lage sein, solche Phänomene zu reproduzieren.

Die qualitative Reproduktion dieser Phänomene ist ein notwendiges Kriterium für die Validierung und Zuverlässigkeit eines Modells, ist aber nicht hinreichend um präzise Prognosen über wichtige Größen wie Evakuationszeiten, Breite von Notausgangstüren, etc. zu machen.

2. **Die Quantitative** Beschreibung der Realität:

Es ist wichtig genaue Aussagen über die Messgrößen, die man aus dem Modell gewinnen kann, zu machen. Die wichtigste Größe neben der Geschwindigkeit v und der Dichte ρ ist der Fluß J , der die Anzahl der Fußgänger angibt, die eine bestimmte Linie pro Zeiteinheit überquert haben:

$$J = \frac{1}{\langle \Delta t \rangle}, \text{ mit } \langle \Delta t \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (t_{i+1} - t_i) \quad (2.2)$$

wobei N die Anzahl der Fußgänger ist.

⁴„gut“ in Bezug auf die an dem Modell gestellten Anforderungen.

Anhand des Fundamentaldiagramms (FD) stellt man eine empirische Beziehung zwischen Fluß und Dichte oder Dichte und Geschwindigkeit auf. Das meist zitierte empirische Fundamentaldiagramm ist in [43] aus Daten aus 25 verschiedenen Quellen erstellt worden.

Das Problem bei der quantitativen Validierung der Modelle, die leider in der Literatur oft vernachlässigt wird, ist das Fehlen einer widerspruchsfreien Datenbasis. Über diese empirische Datenbasis, die als Referenz für die Richtigkeit von Modellen dienen sollte, herrscht Unklarheit. Als direktes Resultat dieses Mangels ist eine Mehrdeutigkeit des FD. In [30] Abbildung (3) ist eine Übersicht über mehrere FDs gegeben.

Die Dichten, bei denen die Geschwindigkeit null wird variieren zwischen 3.8m^{-2} und 10m^{-2} . Der maximale Fluß ($\in [0.72\text{s} \quad 1.08\text{s}]$) wird bei Dichten erreicht, die von 1.75m^{-2} bis zu 7m^{-2} variieren.

Versuche diese beträchtlichen Unterschiede zu erklären wurden vorgenommen z.B. diese Diskrepanzen auf kulturelle Unterschiede zurückzuführen. Eine ausführlichere Diskussion dieses Aspekts ist ebenfalls in [30] zu finden.

Ein „gutes“ Modell soll dem Sparsamkeitsprinzip (Ockhams Rasiermesser [28]) in dem Sinne genügen, dass sich das Modell auf die minimale Anzahl von Parametern beschränkt. Das sind die Parameter, die einen physikalischen Sinn machen. Das Modell sollte dann sinnvoll auf jede Parameteränderung reagieren. Dennoch sollte das Modell einfach zu modifizieren und zu verfeinern sein.

Ein weiteres Kriterium für die Güte eines Modells ist die Glätte der produzierten Trajektorien. Die Fußgänger ändern die Richtung nicht abrupt um einen großen Winkel, sondern der Winkelwechsel der Fortbewegung ist relativ klein. Ein Beispiel für ein Modell, das unrealistische Wege liefert ist in der Abbildung (7) in [38] zu sehen.

Es sei zu bemerken, dass ein Modell, das die Bewegung der Fußgänger in einer bestimmten Situation beschreibt, unfähig sein kann, die Dynamik in einer anderen Situation zu beschreiben. Gibt es ein „universelles Modell“, dass für alle Szenarien funktionsfähig ist?

Kapitel 3

Das Zentrifugalkräfte-Modell

Das Zentrifugalkräfte-Modell (engl. *centrifugal force model*) gehört zu der Klasse der mikroskopischen, kontinuierlichen Modelle. Es versucht die Bewegung der Fußgänger durch eine Superposition von abstoßenden und anziehenden Kräften zu beschreiben. In dieser Hinsicht handelt es sich um ein Sozialkräfte-Modell. Der Einfachheit halber wird im Weiteren das Zentrifugalkräfte-Modell als CFM bezeichnet.

Das Hauptmotiv zur Entwicklung des CFM ist der Versuch einen verbesserten Ausdruck der abstoßenden Kraft in (2.1) zu konzipieren. Diese hängt sowohl von dem Abstand zweier Fußgänger als auch von ihrer relativen Geschwindigkeit ab. Die Formulierung der treibenden Kraft, die schon in [15] eingeführt wurde, bleibt unberührt.

In dieser Arbeit wird eine Analyse des CFM, das in [46] eingeführt wurde, durchgeführt.

3.1 Formale Definition des Zentrifugalkräfte-Modells

Ein Fußgänger ist ständig bemüht einen gewissen Abstand zu seinem Nachbarn zu halten. Dieses Verhalten ist durch eine abstoßende Kraft, die umgekehrt proportional zum Abstand ist, zu modellieren. Je kürzer der Abstand zur nächsten Person, desto stärker oder dringender ist der Wunsch zu bremsen. Diese Kraft sollte auch in Betracht ziehen, dass dieser „Wunsch“ auch von der relativen Geschwindigkeit zur nächsten Person abhängt. Siehe Abbildung (3.1).

Eine dimensionslose Abhängigkeit der abstoßenden Kraft vom Abstand und der relativen Geschwindigkeit ist folgendermaßen formuliert:

$$\| \overrightarrow{F_{ij}^{rep}} \| \sim m_i \frac{V_{ij}^2}{\| \overrightarrow{R_{ij}} \|}, \quad (3.1)$$

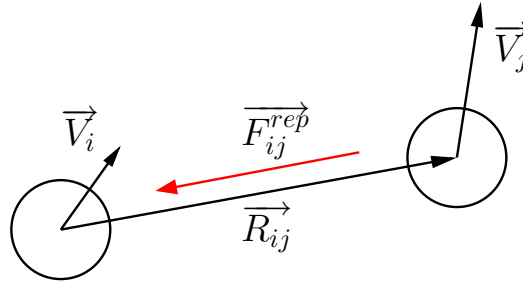


Bild 3.1: Die abstoßende Kraft zwischen zwei Fußgängern: Diese Kraft ist in der Richtung der Achse, die beide Fußgänger verbindet und ist der Bewegung des ersten Fußgängers entgegengesetzt.

$$\vec{R}_{ij} = \vec{R}_j - \vec{R}_i, \quad (3.2)$$

$$\vec{e}_{ij} = \frac{\vec{R}_{ij}}{\|\vec{R}_{ij}\|}, \quad (3.3)$$

$$V_{ij} = (\vec{V}_i - \vec{V}_j) \cdot \vec{e}_{ij}, \quad (3.4)$$

wobei:

- $\vec{F}_{ij}^{rep}$: Die Kraft des Fußgängers „j“ auf den Fußgänger „i“
- V_{ij} : Die relative Geschwindigkeit von dem Fußgänger „i“ zu dem Fußgänger „j“
- $\vec{R}_{ij}$: Der Abstand von dem Fußgänger „i“ zu dem Fußgänger „j“

$\|\cdot\|$ bezeichnet die Euklidische Norm in $\mathbb{R}^2$ und $|\cdot|$ den Betrag in $\mathbb{R}$.

Der Fußgänger „j“ übt keine abstoßende Kräfte auf den Fußgänger „i“ aus, wenn dieser langsamer als der Fußgänger „j“ ist. Im umgekehrten Fall, nimmt der Betrag der abstoßenden Kraft zu. Um diesen Sachverhalt auszudrücken, wird die Gleichung (3.4) umgeschrieben in:

$$V_{ij} = \frac{1}{2}[(\vec{V}_i - \vec{V}_j) \cdot \vec{e}_{ij} + |(\vec{V}_i - \vec{V}_j) \cdot \vec{e}_{ij}|]. \quad (3.5)$$

Ein weiterer Punkt, den es zu beachten gilt, ist der Blickwinkel der Fußgänger. Dieser beträgt maximal 180° . Alle Fußgänger, die sich nicht im Blickwinkel befinden, haben

keinen Einfluss und werden nicht beachtet. Diese Tatsache wird durch den folgenden Term ausgedrückt:

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\vec{V}_i \cdot \vec{e}_{ij} + |\vec{V}_i \cdot \vec{e}_{ij}|}{\|\vec{V}_i\|} \right]. \quad (3.6)$$

Die entgültige Form der abstoßenden Kraft zwischen zwei Fußgängern nimmt dann die folgende Gestalt an:

$$\vec{F}_{ij}^{rep} = -m_i K_{ij} \frac{V_{ij}^2}{\|\vec{R}_{ij}\|} \vec{e}_{ij}. \quad (3.7)$$

Dieselbe Vorgehensweise wurde auch gewählt um die abstoßende Kraft der Gegenstände/Hindernisse auf einem Fußgänger „ i “ zu formulieren:

$$\vec{F}_{iB}^{rep} = -m_i K_{iB} \frac{V_{iB}^2}{\|\vec{R}_{iB}\|} \vec{e}_{iB}, \quad (3.8)$$

wobei $\vec{R}_{iB}$ der Abstand der Person „ i “ zum nächsten Hindernis und V_{iB} die relative Geschwindigkeit¹ des Fußgängers zur Wand ist.

Die treibende Kraft ist gegeben durch:

$$\vec{F}_i^{drv} = m_i \frac{V_i^0 - \|\vec{V}_i\|}{\tau_i} \vec{e}_i^0, \quad (3.9)$$

mit einer gewissen Relaxationszeit τ_i , eine Wunschgeschwindigkeit V_i^0 und eine Wunschrichtung $\vec{e}_i^0$.

Damit ist die Definition des CFM vollständig und lautet:

$$\vec{F}_i = \sum_{i \neq j}^{\tilde{N}} \vec{F}_{ij}^{rep} + \sum_B \vec{F}_{iB}^{rep} + \vec{F}_i^{drv} = m \vec{a}_i, \quad (3.10)$$

wobei die Definition der Kräfte $\vec{F}_{ij}^{rep}$, $\vec{F}_{iB}^{rep}$ und $\vec{F}_i^{drv}$ in den Gleichungen (3.7), (3.8) und (3.9) erfolgte. $\tilde{N}$ ist die Anzahl der Fußgänger, die sich im Moment der Integration von (3.10) in einem Umkreis von 5m zur Person „ i “ befinden.

Die Relaxationszeit τ_i wurde für alle Fußgänger gleich genommen. Die Masse der Fußgänger wird auf Eins gesetzt. Dies ist zwar im Kontext der Newtonsche Dynamik nicht verständlich, denn die Masse drückt die Trägheit eines Gegenstandes aus, in der

¹In diesem Fall reduziert sich die relative Geschwindigkeit auf die Geschwindigkeit des Fußgängers.

Fußgängerdynamik ist aber die Trägheit der Menschen für ihre Bewegung und Interaktionen irrelevant, denn ein Fußgänger ist in der Regel in der Lage, unabhängig von seiner Masse, allein durch Muskelkraft auf der Stelle zu stoppen.

3.2 Konfliktlösung (*Collision Detection Technique*)

Die Dynamik der simulierten Fußgänger wird in CFM nicht allein durch die Gleichung (3.10) bestimmt, sondern auch durch ein externer Mechanismus für die Behandlung von Konflikten. Konflikte sind Situationen, in denen simulierte Fußgänger sich mit Hindernissen oder anderen Fußgängern überlappen. Der Zweck der Konfliktlösung ist also diese unrealistischen Situationen zu unterbinden und einen kollisionsfreien Lauf der Simulation zu garantieren. Diese Konfliktlösung wird in der Literatur der kontinuierlichen Modelle oft benutzt [23, 33] (meistens nicht explizit erwähnt).

In der originalen Arbeit [46] wurde die Bewegung der Personen an einer Engstelle simuliert. Allerdings, wurde eine „Konfliktlösungsmethode“ benutzt, welche die entstehenden Konflikte behebt. Der Bedarf an dieser künstlichen Konfliktlösung deutet darauf hin, dass die Bewegung der Fußgänger allein durch die Gleichung (2.1) nicht korrekt beschrieben wird. Diese Beobachtung ist nicht eine exklusive Eigenschaft von CFM, sondern typisch für alle dem Autor bekannten Sozialkräfte-Modelle. Eine Ausnahme ist in [26] zu finden, wo Kollisionen und leichte Durchdringungen erlaubt sind und durch abstoßende und dissipative *granuläre* Kräfte aufgehoben werden.

Dies bringt die Frage in den Vordergrund, ob es möglich ist, die Bewegung einer Menschenmasse durch eine autonome² Newtonsche Dynamik zu beschreiben.

Das in CFM eingesetzte Algorithmus zur Konfliktlösung prüft nach jedem Integrations-schritt der Gleichung (3.10), ob es zu Kollisionen gekommen ist. Dann falls vorhanden verwirft es den gemachten Integrationsschritt, behandelt die aufgetretenen Kollisionen und integriert die Gleichung (3.10) weiter. Siehe das Ablaufdiagramm (3.2).

Diese „Notlösung“ ändert grundlegend die Dynamik des Systems. Diese wird nun nicht mehr nur von der Gleichung (3.10) sondern auch von einem zusätzlichen Algorithmus bestimmt. Außerdem ist es nicht klar, ob die Reihenfolge der Konfliktlösung parallel oder sequenziell ausgeführt werden muß. Wenn sequenziell, in welcher Reihenfolge müssen die Kollisionen abgehandelt werden?

In der Abbildung 3.3 ist eine Kollision zwischen zwei Fußgänger, die während einer Si-

²autonom bedeutet in diesem Kontext, dass die Dynamik allein durch die Kräfte bestimmt wird und keine zusätzliche Konfliktlösung nötig ist.

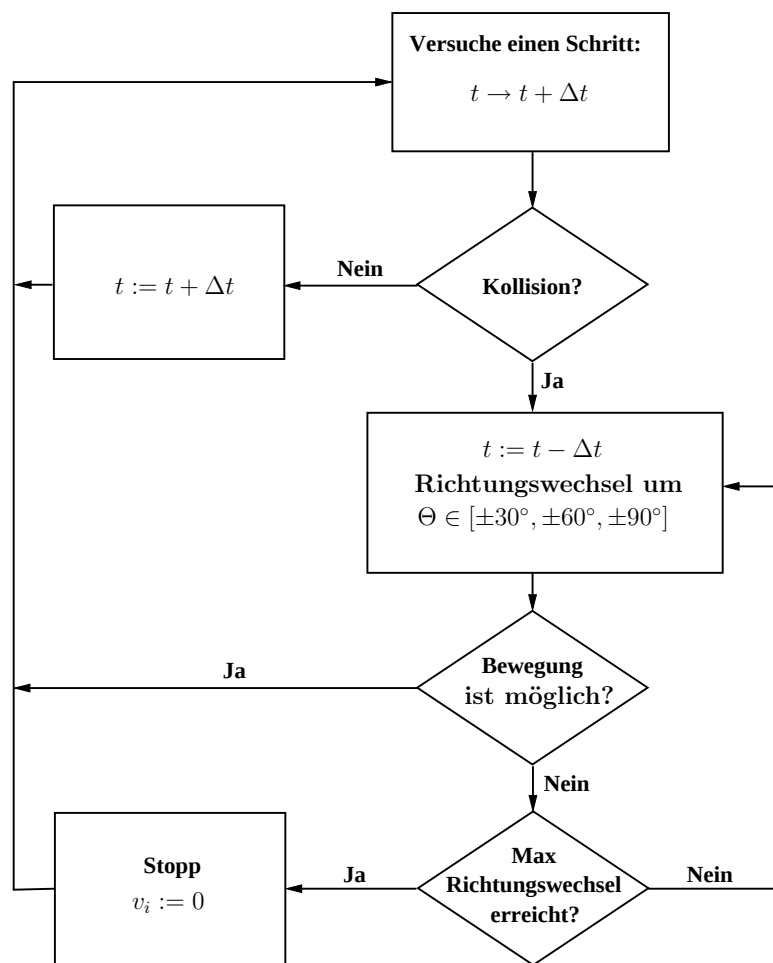


Bild 3.2: Ablaufdiagramm zum Algorithmus der Konfliktlösung.

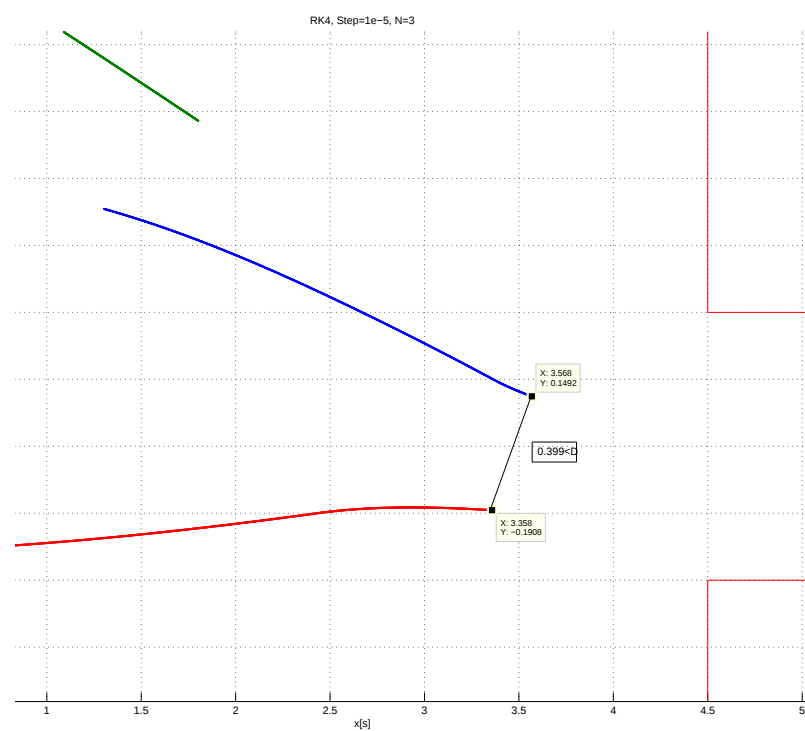


Bild 3.3: Ein Konflikt, der während einer Simulation aufgetreten ist. Es ist unklar, in welcher Reihenfolge dieser Konflikt abgehandelt werden kann.

mulation entstanden ist. In welcher Reihenfolge wird dieser Konflikt abgehandelt? Es ist klar, dass die Reihenfolge der Konfliktlösung für die Dynamik mitbestimmend ist.

Warum ist das CFM nicht im Stande die Dynamik der Fußgänger ohne Hilfe einer Konfliktlösung zu beschreiben? In dieser Arbeit wird versucht dieser Frage nachzugehen.

3.3 Analytische Wertung

Für die Untersuchung des CFM wurden verschiedene elementare Szenarien geprüft. Bei den hier durchgeführten Simulationen wurde Simulink® genutzt.

Das erste Testszenario ist ein Fußgänger, der rechtwinklig auf eine Wand läuft. Das zweite Testszenario beschreibt zwei Fußgänger, die sich auf einander zubewegen. Siehe Abbildung (3.4).

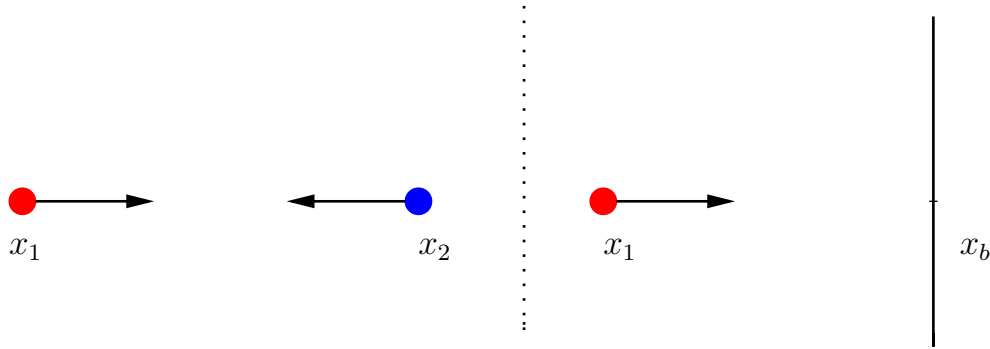


Bild 3.4: Links: Zwei Fußgänger, die gegeneinander laufen. Rechts: Ein Fußgänger, der rechtwinklig auf eine Wand läuft.

Selbst in diesen „*trivialen*“ Fällen wird festgestellt, dass das CFM Schwierigkeiten hat die Bewegung der Fußgänger realistisch zu beschreiben.

Die Gleichung (3.10) reduziert sich in dem ersten Testszenario zu:

$$\ddot{x} + \frac{\dot{x}^2}{x_b - x} + \frac{\dot{x}}{\tau} - \frac{v^0}{\tau} = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1, \quad (3.11)$$

mit: x_b die Position der Wand und v^0 die Wunschgeschwindigkeit des Fußgängers.

Im zweiten Testszenario ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\ddot{x}_1 + \frac{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2}{|x_2 - x_1|} + \frac{\dot{x}_1}{\tau} - \frac{v_1^0}{\tau} = 0, \quad (3.12)$$

$$\ddot{x}_2 + \frac{(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2}{|x_2 - x_1|} + \frac{\dot{x}_2}{\tau} - \frac{v_2^0}{\tau} = 0. \quad (3.13)$$

wobei v_1^0 und v_2^0 jeweils die Wunschgeschwindigkeiten von der ersten Person und zweiten Person sind.

Wir stellen die Frage nach der Existenz eines „geschlossenen“ Lösungsausdrucks der Gleichung (3.11). Eine „geschlossene“ Lösung einer gewöhnlichen Differentialgleichung ist ein Ausdruck aus endlich vielen geschachtelten „einfachen“ Funktionen. Man spricht dann von exakt lösbaren gewöhnlichen Differentialgleichungen. Die Existenz solcher „geschlossenen“ Lösungen ist nicht immer gesichert. Zudem ist ihre Auswertung meist aufwändiger als die numerische Lösung [8].

Wir zeigen, dass die Gleichung (3.11) nicht exakt lösbar ist. Diese Gleichung lässt sich allgemein formulieren als:

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x}^2 + g(x)\dot{x} + h(x) = 0 \quad (3.14)$$

mit:

$$f(x) = \frac{1}{x_b - x}, \quad g(x) = \frac{1}{\tau} \quad \text{und} \quad h(x) = -\frac{v^0}{\tau}$$

Durch die Transformation $y(x) = \dot{x}(t)$ entsteht:

$$y\dot{y} + f(x)y^2 + g(x)y + h(x) = 0 \quad (3.15)$$

welche eine abelsche Differentialgleichung zweiter Art ist:

$$(y + s)dy + (p + qy + ry^2)dt = 0 \quad (3.16)$$

In diesem Fall mit: $s = 0$

Für:

$$u = yE, \quad E = \exp\left(-\int f(y)dy\right) = \frac{1}{x_b - y}$$

hat die Gleichung (3.15) die folgende Gestalt:

$$u\dot{u} = g(y)\frac{1}{x_b - y}u + h(y)\frac{1}{(x_b - y)^2} \quad (3.17)$$

Weiter für

$$Y = u(y) + F(y), \quad \text{mit: } F(y) = \int g(y)\frac{1}{x_b - y}dy = \frac{1}{\tau} \int \frac{1}{x_b - y}dy = -\frac{1}{\tau} \ln(x_b - y)$$

ergibt sich:

$$(Y - \frac{1}{\tau} \ln(x_b - y))\dot{Y} = \frac{v^0}{\tau} \frac{1}{(x_b - y)^2} \quad (3.18)$$

Für weitere Details siehe [21].

In [1] wird die Gleichung (3.16) auf die Form gebracht:

$$zdz + (P + Qz)dx = 0; \quad (3.19)$$

mit:

$$P = (p - qs + rs^2)e^{2\int r dx} \quad \text{und} \quad Q = (q - 2rs - \frac{ds}{dx})e^{\int r dx} \quad (3.20)$$

welche eine Lösung hat wenn

$$(p - qs + rs^2) = 0 \quad \text{oder} \quad (q - 2rs - \frac{ds}{dx}) = 0.$$

Dies ist in diesem Fall nur dann erfüllt, wenn

$$h(x) = 0 \quad \text{oder} \quad g(x) = 0,$$

was nicht gegeben ist. Also wenn die Gleichung (3.16) nicht exakt lösbar ist, hat die Gleichung (3.11) auch keine „geschlossene“ Lösung.

Um dies zu bestätigen wurde das Mathematik-Tool Maple genutzt: Die Maple-Funktion zur Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichungen `dsolve()` liefert für die Gleichung (3.18) eine implizite analytische Lösung, die für numerische Zwecke nicht geeignet ist. Siehe Abbildung (3.5).

Man ist also auf den numerischen Ansatz angewiesen.

```
> restart;

> infolevel[dsolve]:=1;
      infolevel_dsolve := 1

> ode:=y(t)-2*log(4-y(t))*diff(y(t),t)-2/(4-y(t))^2=0;
      ode := y(t) - 2 ln(4 - y(t)) \frac{d}{dt}y(t) - 2(4 - y(t))^{-2} = 0

> dsolve(ode,y(t));
      t - \int^{y(t)} 2 \frac{(-4 + _a)^2 \ln(4 - _a)}{16 _a - 8 _a^2 + _a^3 - 2} d _a + _C1 = 0
-
```

Bild 3.5: Anwendung der Maple-Funktion `dsolve()` auf Gl. (3.18): Das Integral in der impliziten Lösung lässt sich zwar analytisch auswerten, ist aber für die numerischen Zwecke ungeeignet.

Kapitel 4

Numerische Schwierigkeiten

4.1 Beobachtungen von Standard-Lösern der MATLAB ODE-Suite

Für die Simulation des CFM wurde die MATLAB ODE-Suite benutzt. Die MATLAB ODE-Suite ist ein Paket von Routinen für die Lösung von Anfangswertproblemen für gewöhnliche Differentialgleichungen. Eine Einführung mit Beispielen ist in [34, 2] zu finden.

Bei der Lösung der Differentialgleichung (3.10) wurden numerische Artefakte beobachtet. Diese Schwierigkeiten waren der Grund, eine algorithmische Verbesserung¹ bei der numerischen Integration vorzunehmen. Sie werden in den folgenden Unterabschnitten diskutiert.

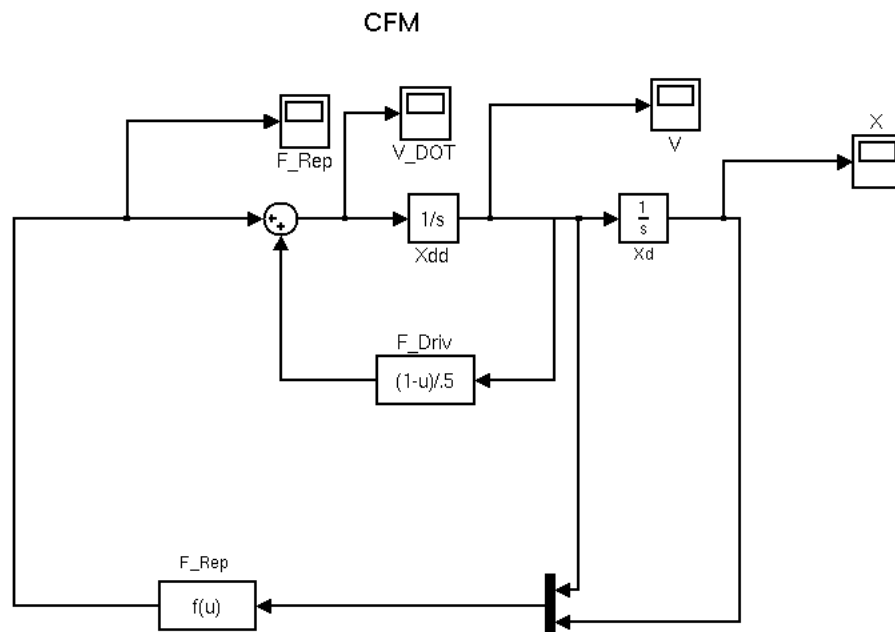
4.1.1 Durchdringungen

Die Singularität der Gleichung (3.11) lässt deutlich erkennen, dass die Lösung $x(t) = x_b$ ausgeschlossen ist. Die Hoffnung ist, dass die abstoßende Kraft zu einem Stoppen der Testperson vor der Wand führt. Die numerische Lösung der Gleichung (3.11) zeigt aber, dass die verschiedenen numerischen Löser in einer gewissen Umgebung der Singularität ein instabiles Verhalten zeigen.

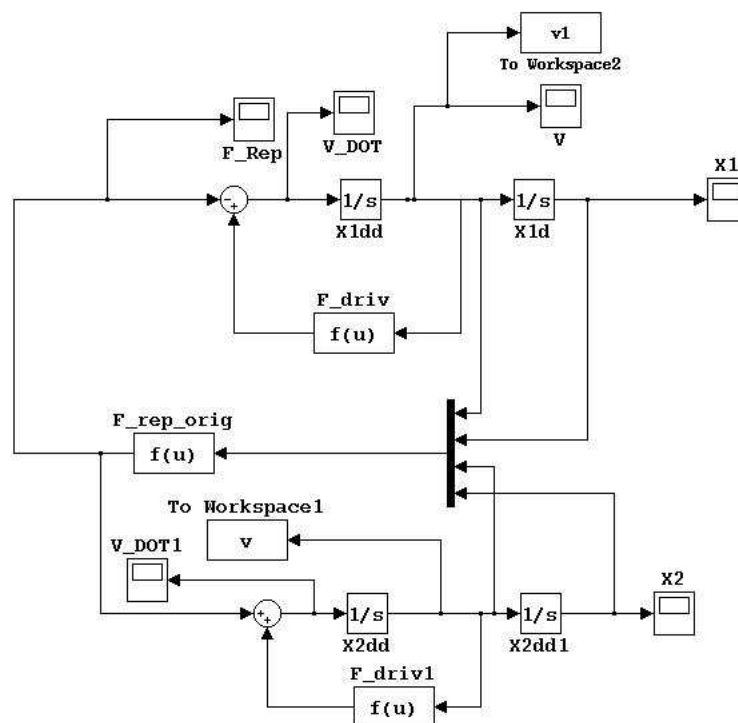
Um dies zu verdeutlichen wurden mehrere Simulationen mit Simulink[®] gemacht, um die Ursache dieser unerwarteten Schwierigkeiten zu verstehen. Die Schaltbilder in Abbildung (4.1) stellen die Gleichungen (3.11), (3.12) und (3.13) graphisch dar, wobei die Wunschgeschwindigkeit v^0 der Einfachheit halber auf Eins gesetzt wurde und der Fußgänger in

¹Damit ist das Algorithmus der Konfliktlösung im Abschnitt (3.2) gemeint.

einer Entfernung von 4 m von der Wand mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 1 m/s in Richtung Wand startet.



(a) Schaltbild für Testszenario 1



(b) Schaltbild für Testszenario 2

Bild 4.1: Schaltbilder aus Simulink[®] für die Simulation von verschiedenen Testszenarien.

Szenario 1: Person gegen Wand.

Sei $\varepsilon \in \mathbb{R}$ eine positive Zahl. Eine punktierte ε -Umgebung von x_b sei definiert als:

$$\mathcal{U}_\varepsilon(x_b) = \{x \in \mathbb{R}, \quad 0 < x_b - x \leq \varepsilon\} \quad (4.1)$$

Das zeitliche Verhalten des Nenners und Zählers der abstoßenden Kraft, siehe Abbildung (4.2), deutet darauf hin, dass für alle reellen Zahlen in $\mathcal{U}_\varepsilon(x_b)$ sowohl der Nenner als auch der Zähler des Quotienten

$$\frac{\dot{x}^2}{x_b - x}$$

in der Gleichung (3.11) von sehr kleinem Betrag sind. Um diese numerische „0/0-Situation“ zu beseitigen, wird der oben genannte Quotient in $\mathcal{U}_\varepsilon(x_b)$ nach der Regel von de l’Hospital approximiert:

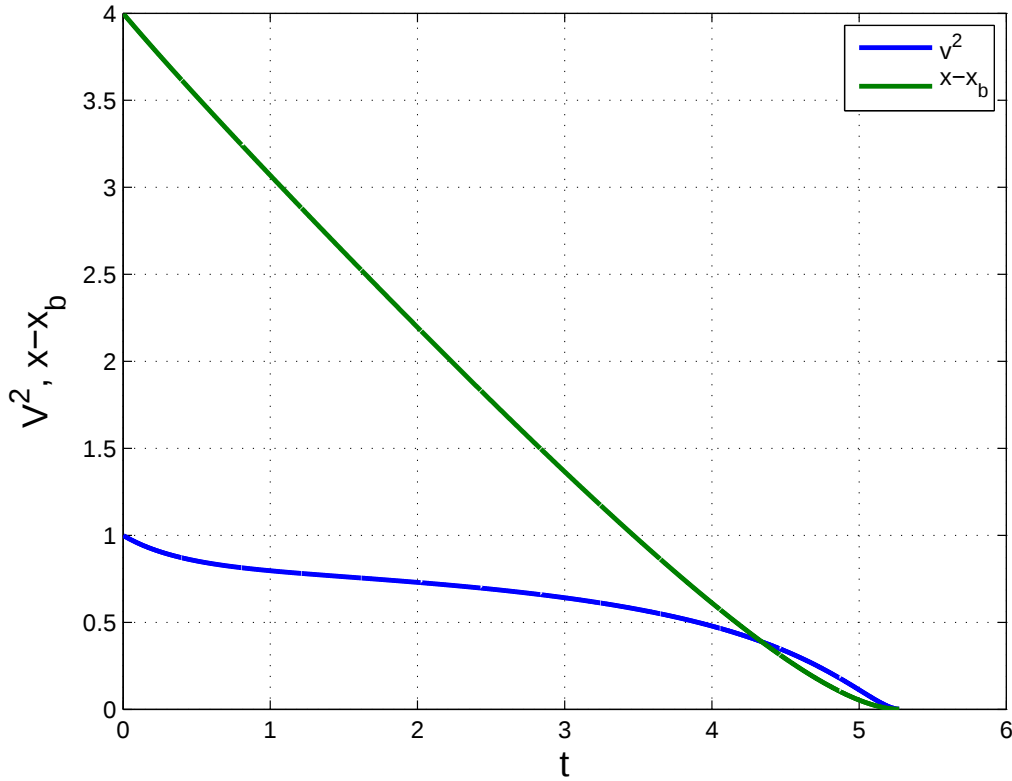


Bild 4.2: Zähler und Nenner der abstoßenden Kraft in CFM werden klein, je näher der Fußgänger der Wand kommt. Eine „0/0-Situation“ entsteht.

$$\forall x \in \mathcal{U}_\varepsilon(x_b) : \quad \frac{\dot{x}^2}{x_b - x} \simeq \frac{2\dot{x}\ddot{x}}{-\dot{x}} = -2\ddot{x} \quad (4.2)$$

Als Folge wird die Gleichung (3.11) in der Umgebung $\mathcal{U}_\varepsilon(x_b)$ durch die folgende Differentialgleichung ersetzt:

$$\ddot{x} - \frac{\dot{x}}{\tau} + \frac{v^0}{\tau} = 0, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1 \quad (4.3)$$

Die Differentialgleichung (3.11) wird also in $\mathbb{R} \setminus \mathcal{U}_\varepsilon(x_b)$ gelöst und dann um die Lösung der Differentialgleichung (4.3) in $\mathcal{U}_\varepsilon(x_b)$ erweitert.

Siehe dazu die Veranschaulichung ² in Abbildung (4.3).

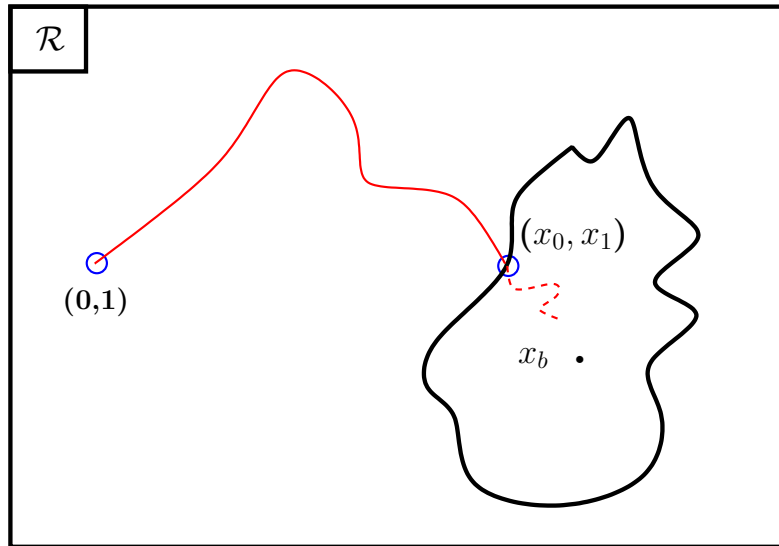


Bild 4.3: Lösung des Systems (3.11) zusammengesetzt aus zwei Lösungen in unterschiedlichen Bereichen.

Das Ergebnis dieser Methode, siehe die Abbildung (4.4), zeigt deutlich, dass die Singularität x_b nicht erreicht wird. Das Versagen der direkten Methode ist eindeutig auf die Auslöschung zurückzuführen, die bei der naiven Auswertung des Quotients

$$\frac{\dot{x}^2}{x_b - x}$$

auftritt.

Der Ansatz der abstoßenden Kraft, sollte bewirken, eine auf den Fußgänger abstoßende Wirkung zu realisieren. Diese nimmt zu, je näher dieser dem Hindernis kommt³. Dieser beabsichtigte Verlauf wird vom Quadrat der Geschwindigkeit im Zähler annulliert und führt bei einer numerischen Lösung zu unrealistischem Verhalten (Durchdringung der Wand).

²Das System ist zwar eindimensional, aber der Anschaulichkeit wegen ist das Bild zweidimensional wiedergegeben.

³Dabei hat man darauf geachtet, dass diese Kraft auch von der relativen Geschwindigkeit abhängt, was sich in dem Fall von statischen Hindernissen auf die Gehgeschwindigkeit der Person beschränkt und somit das Konzept der relativen Geschwindigkeiten zunichte gemacht.

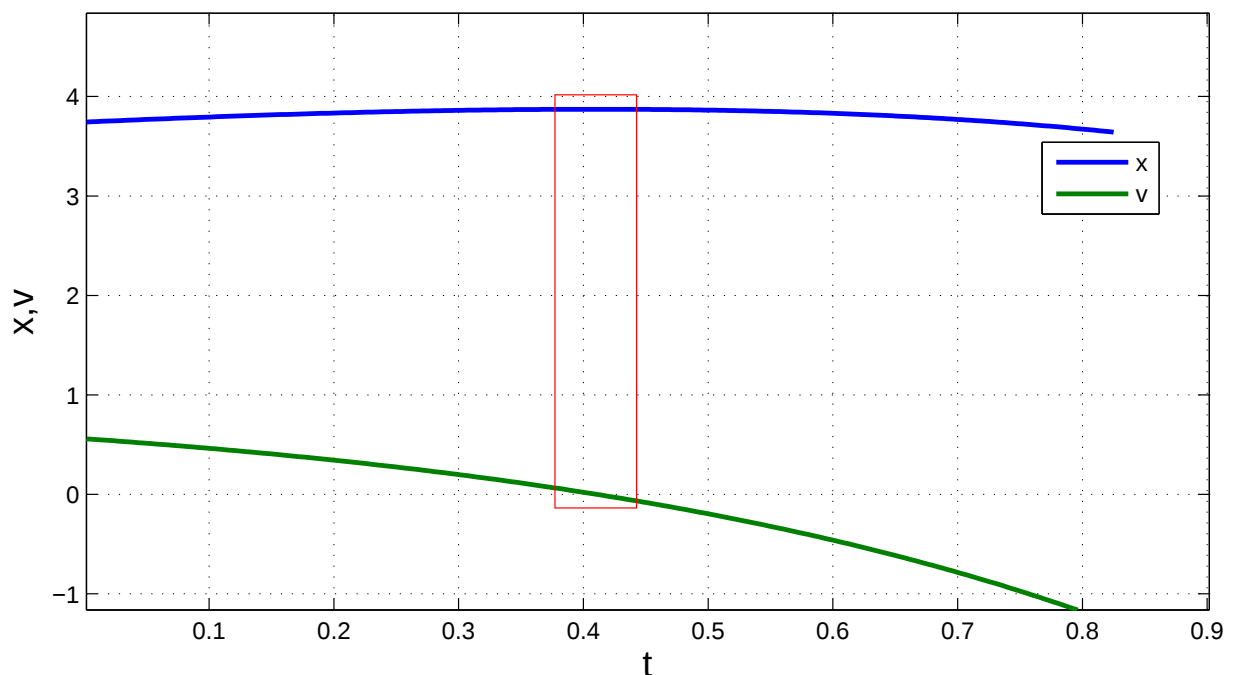


Bild 4.4: In dem Bereich im roten Rechteck wird gezeigt wie die Geschwindigkeit Null wird bevor $x_b - x$ verschwindet. Der Fußgänger kommt tatsächlich vor der Wand zum Stillstand.

In Abbildung (4.5) kann man erkennen, dass die abstoßende Kraft die antreibende Kraft nicht früh genug kompensieren kann. Erst ca. eine Sekunde vor der Kollision nimmt diese Kraft an Stärke zu. Dies ist unzureichend um den Fußgänger rechtzeitig zu bremsen, was zu einer „Wanddurchdringung“ führt.

In dem Abschnitt (5.5) wird versucht dieses Problem zu „entschärfen“.

Szenario 2: Zwei Personen in gegenseitige Laufrichtung. Der Effekt der Durchdringung der Wand, den man in dem ersten Testszenario beobachtet hat, wiederholt sich auch im zweiten Testszenario: Die abstoßende Kraft gibt nicht die gewünschte Wirkung wieder. Die Trajektorien beider Personen verschmelzen und die Personen „durchdringen sich“. Siehe Abbildung (4.6).

In Abbildung (4.7) wurde der Verlauf der Kräfte sowie deren Summe skizziert. Man kann erkennen, dass die Fußgänger zwar eine negative Beschleunigung erhalten, allerdings ist das zu gering, um zum Stillstand zu führen.

Die Abbremsung ($a < 0$) reicht dann nicht, um die bevorstehende „Kollision“ zu verhindern und die Personen zum Stillstand zu bringen.

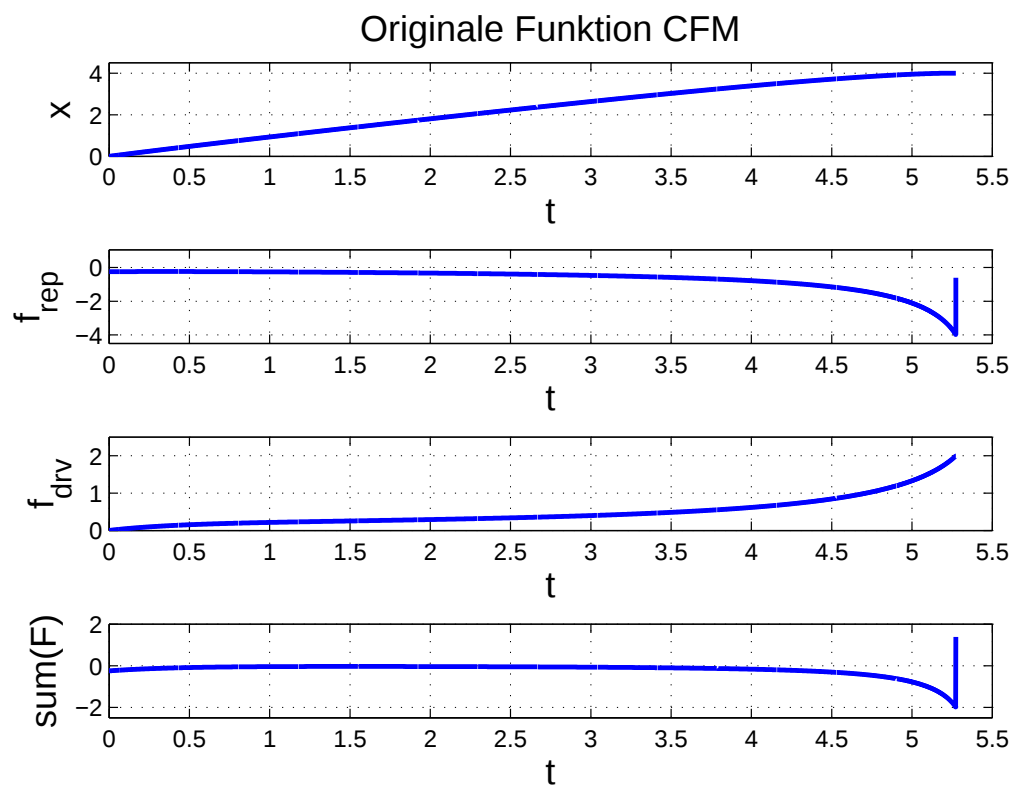


Bild 4.5: Simulation von Testszenario 1: Die Trajektorien der simulierten Fußgänger und Verlauf der Kräfte. Der Fußgänger erreicht die Wand bei 4m, trotz der negativen Beschleunigung.

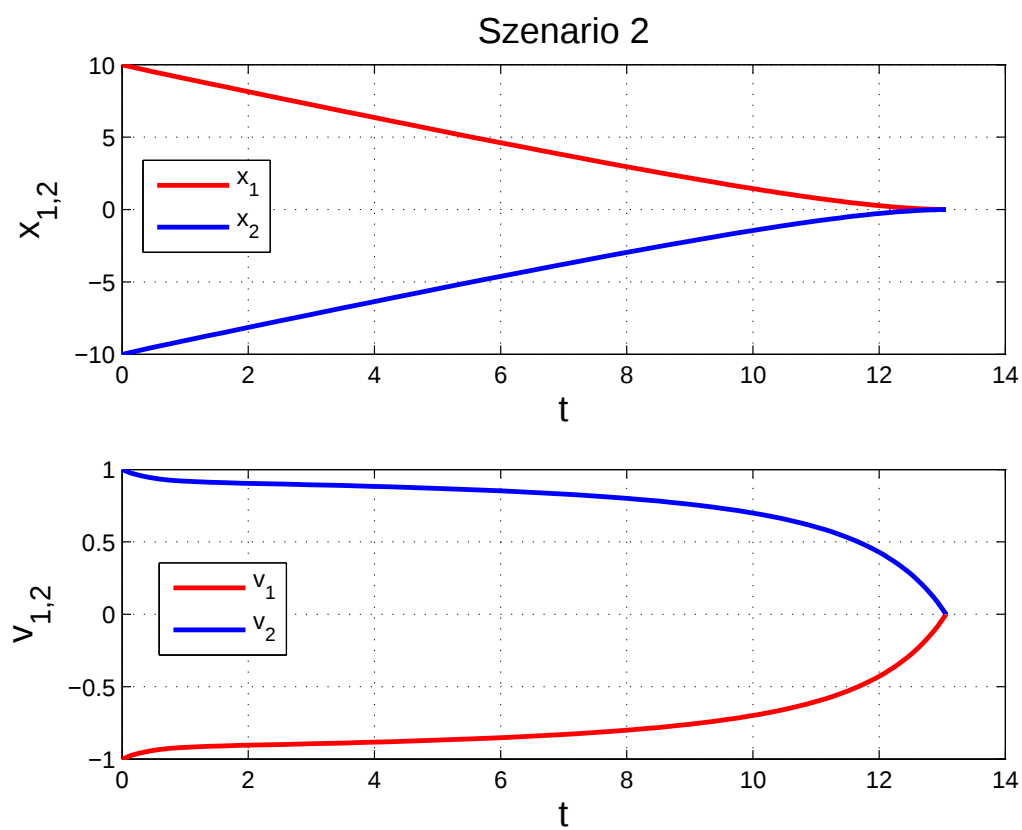


Bild 4.6: Trajektorien der simulierten Fußgänger und Verlauf der Geschwindigkeiten. Die 2 Fußgänger kollidieren.

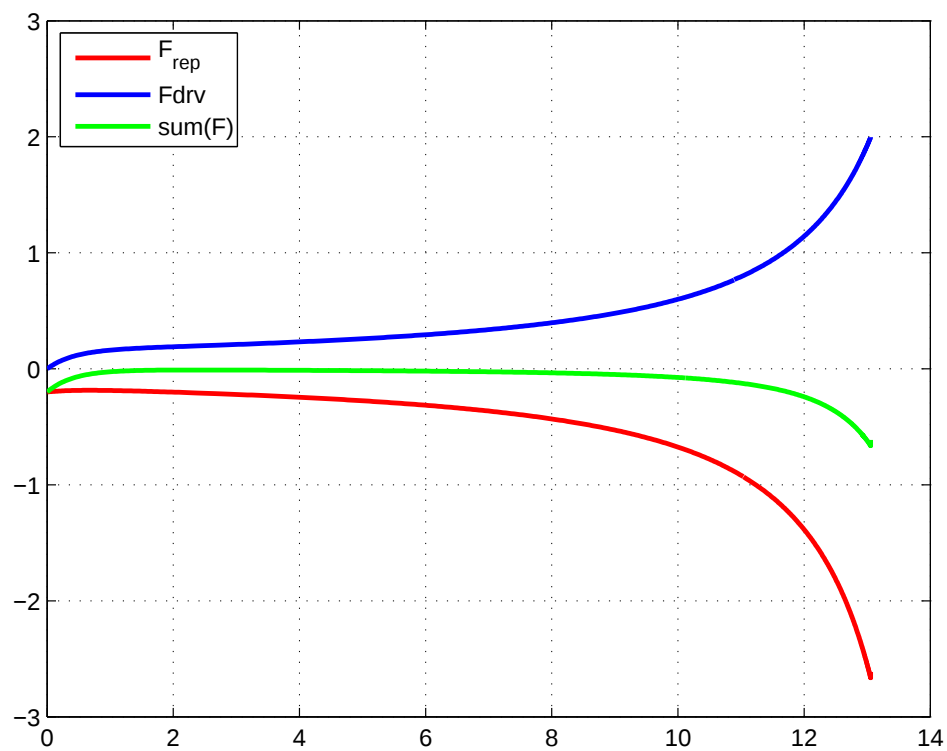


Bild 4.7: Testszenario 2: Verlauf der Kräfte. Die abstoßende Kraft macht sich bemerkbar und führt zu einer negativen Beschleunigung. Allerdings erst in der letzten Phase, kurz vor der Wand.

Wie bereits in dem Testszenario 1 festgestellt wurde, ist die Ursache dieser unzureichenden Abbremsung auf den Term der relativen Geschwindigkeiten im Zähler von Gleichungen (3.12) und (3.13) zurückzuführen. Die abstoßende Kraft wird so geändert, dass das Abklingen dieses Terms geschwächt wird. Siehe Abschnitt (5.5).

Diese kurze Untersuchung lässt folgende Schlussfolgerung zu: Trotz der Einfachheit der Testszenarien, hat man unrealistische Phänomene beobachten können. Dies ist die Konsequenz der in CFM beschriebenen Kräfte, die zwar auf vernünftigen Beobachtungen basieren, aber nicht ausreichend gut die Bewegung der Fußgänger beschreiben.

Im nächsten Kapitel wird das CFM auf einer makroskopischen Ebene untersucht und anhand von Flussmessungen beurteilt. Modifikationen des CFM sollten dann auf Basis dieser Untersuchungen vorgeschlagen werden.

4.1.2 Schwingungen in der Bewegung der Fußgänger

In dem Abschnitt 2.1.2 auf Seite 12 wurde diese Nebenwirkung bei den raumkontinuierlichen Modellen erwähnt. Schwingungen in der Bewegung der Fußgänger treten auf, wenn die Geschwindigkeit des Fußgängers auf Grund starker Dämpfung aperiodische Oszillationen ausführt.

Wenn die abstoßenden Kräfte in dem CFM, durch ein hohes Potential, so erweitert werden, dass Durchdringungen ausgeschlossen werden, dann werden Oszillationen in den Trajektorien die direkte Konsequenz davon sein. Das liegt in erster Linie an der Form der abstoßenden Kraft, denn diese können nicht zur Vermeidung von Kollisionen beitragen. So betreten die kollidierenden Fußgänger das Feld des hohen Potentials, das die treibende Kraft deutlich übersteigt. Das Resultat ist eine negative Beschleunigung. Konsequenterweise vollführen die kollidierenden Fußgänger eine Rückwärtsbewegung, die der Anfang einer Oszillierenden Bewegung darstellt.

Betrachten wir nochmal das Testszenario 2 . Diesmal wird die Position der Fußgänger geringfügig um ε^4 in y – Richtung versetzt.

Es finden keine Durchdringung der beiden Fußgänger statt. Stattdessen, kommt es zu starken Schwingungen in den Trajektorien beider Fußgänger. Siehe Abbildung (4.8).

Das oszillierende Verhalten der Geschwindigkeit wird produziert, wenn die abstoßenden Kräfte so stark werden, dass eine Bewegung nach hinten möglich wird. In dem Unterabschnitt (5.5) werden Oszillationen in der Bewegung der Fußgänger bei einer anderen Form der abstoßenden Kräfte beobachtet.

⁴in MATLAB[®] ist $\varepsilon = 2.2204e - 16$

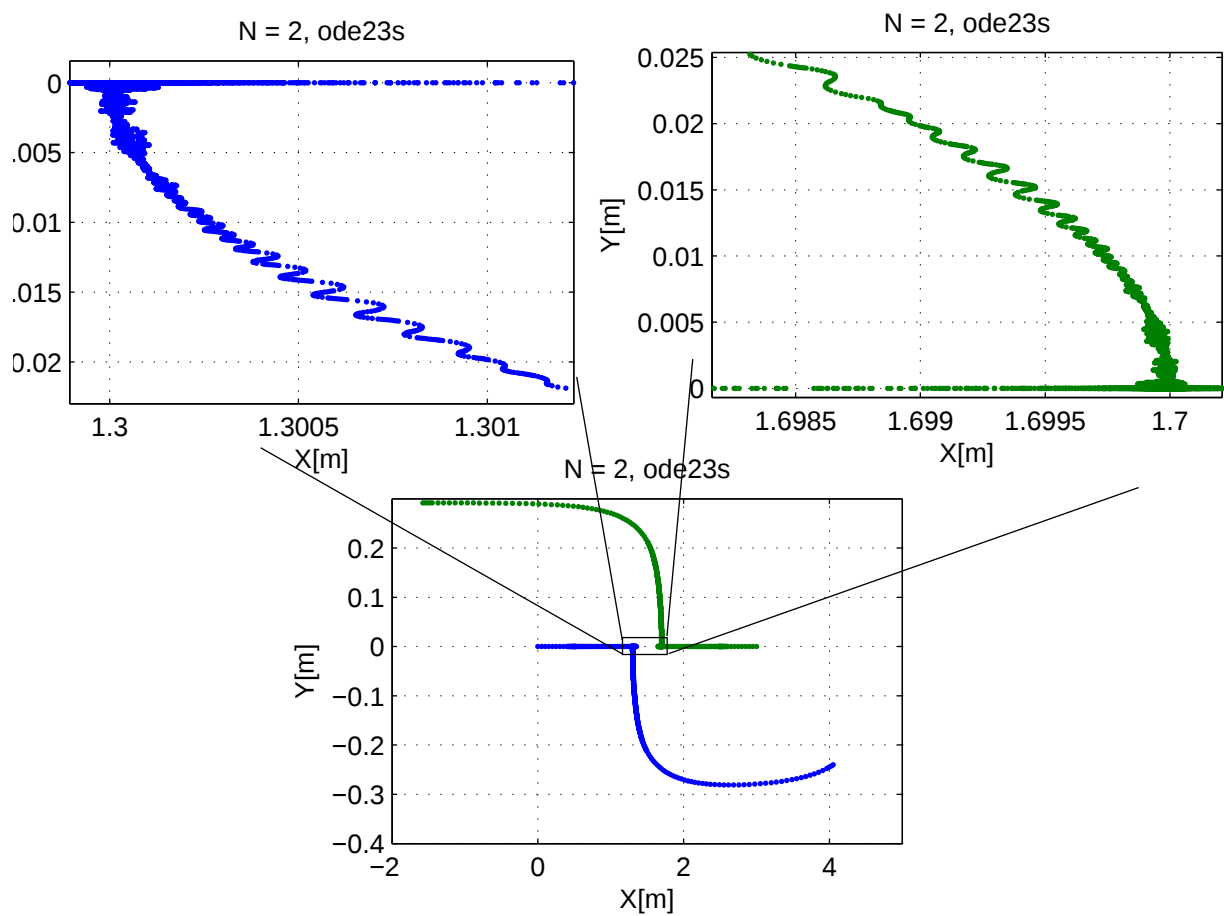


Bild 4.8: Testszenario 2a: Um ε in y – Richtung versetzte Fußgänger. Starke Oszillationen werden produziert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die abstoßenden Kräfte die Fußgänger zum Stoppen bringen müssen, aber nicht die treibenden Kräfte übersteigen dürfen.

4.2 Sind die Fußgängermodelle steif?

In [23] wurde berichtet, dass das SFM mit einer abstoßenden Kraft, die sich umgekehrt proportional zum Abstand zweier Fußgänger zueinander verhält [14, 32, 33], steif ist.

Dies ist begründet durch die Tatsache, dass die Simulationen, die dort unternommen wurden, bei den expliziten Verfahren länger dauerten als bei den impliziten Verfahren. Diese Unterschiede in dem Verhalten der Löser reduzieren sich erheblich, wenn man ein Algorithmus der Konfliktlösung einführt. Deswegen wurde weiterhin auf das explizite Verfahren zurückgegriffen. Dies scheint in Widerspruch zu der vorhin angenommenen Steifigkeit des SFM zu sein.

In diesem Abschnitt wird der Begriff „Steifigkeit“ definiert und anhand dieser Definition gezeigt, ob das CFM steife Systeme verursacht. Anschließend werden die Ursachen untersucht, die für die numerischen Probleme der raumkontinuierlichen Fußgängermodelle verantwortlich sind.

4.2.1 Was sind steife Probleme?

Der Begriff „Steifigkeit“ tauchte zum ersten mal in [7] in einer Studie über die chemische Reaktionskinetik auf. Seitdem ist dieser Begriff eher intuitiv definiert als mathematisch. In Hairer und Wanner [12] wurden steife Probleme definiert als „die Probleme, bei denen die expliziten Methoden nicht funktionieren“. Steifigkeit tritt im Allgemeinen auf, wenn die Zeitschrittlänge nicht mehr durch Genauigkeitsanforderungen bestimmt ist, sondern durch Stabilitätsanforderungen [18, 2]. Das heißt, wenn die Schrittlänge, welche die Genauigkeitsanforderung erfüllt, für eine stabile Lösung zu groß ist.

Obwohl es keine einheitliche mathematische Definition der Steifigkeit gibt, lassen sich typische Eigenschaften der steifen Probleme herausstellen. Für das System (1.1) sei die $N \times N$ Jacobi-Matrix:

$$J_f = \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)_{i=1,\dots,N; j=1,\dots,N}, \quad (4.4)$$

vorausgesetzt die Funktion f sei differenzierbar. Angenommen J besitzt N verschiedene Eigenwerte mit negativen Realteilen:

$$\Re \lambda_N \leq \dots \leq \Re \lambda_2 \leq \Re \lambda_1 \leq 0 \quad (4.5)$$

Mit diesen Notationen ist der Steifheitsquotient r definiert als:

Definition: Der Steifheitsquotient des Systems (1.1) ist die positive Zahl

$$r = \frac{\Re \lambda_N}{\Re \lambda_1}$$

[2].

Für lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten:

$$\dot{y} = Ay \quad A \in \mathbb{R}^{N \times N}, \quad (4.6)$$

werden in der Gleichung (4.5) die Eigenwerte von A statt die von J berücksichtigt.

Das Konzept des Steifheitsquotienten ist im Allgemeinen ein brauchbares Indiz für die Steifigkeit eines Problems. Im Fall nicht-linearer Systeme ist dies nicht immer zutreffend [19]. Siehe auch die Diskussion in [18], in der eine neue Charakterisierung der Steifigkeit basierend auf Pseudospektra und nicht auf Eigenwerte eingeführt wird.

Ein großer Steifheitsquotient ⁵ könnte zwar ein Hinweis auf die Steifigkeit eines Systems sein, ist aber nicht eine notwendige Bedingung dafür. Für verschiedene Systeme sind die Eigenwerte der Jacobi-Matrix teilweise positiv oder null und somit ist deren Steifheitsquotient nicht definiert und es kann keine direkte Aussage über die eventuelle Steifigkeit des Systems gemacht werden.

Zusammenfassend kann man sagen, dass es kein *Steifheitstheorem* der Art gibt, „wenn Bedingung $\dots$, dann Steifigkeit.“.

4.2.2 Fußgängerprobleme sind nicht steif!

In dem einfachen Testszenario aus Gleichung (3.11), Abschnitt (3.3) hat das System einen Steifheitsquotient von $r = \frac{-32.940}{-0.025} = 1.30 \times 10^3$. Aus der Abbildung (4.9) entnimmt man, eine relevante Steigung von r in der letzten Phase der Simulation, unmittelbar vor der Kollision. In dieser Phase nehmen die abstoßenden Kräfte zu.

Dieses unbeschränkte Zunehmen ist auf den problematischen Ausdruck der abstoßenden Kraft in dem CFM zurückzuführen. In Abschnitt (5.5) werden Modifikationen an dieser Kraft unternommen, die zu einem System mit $r = 11.85$ führen.

⁵Der größte bekannte Steifheitsquotient ist von der Gleichung, die den kosmologischen Big Bang beschreibt und beträgt 10^{31} [19].

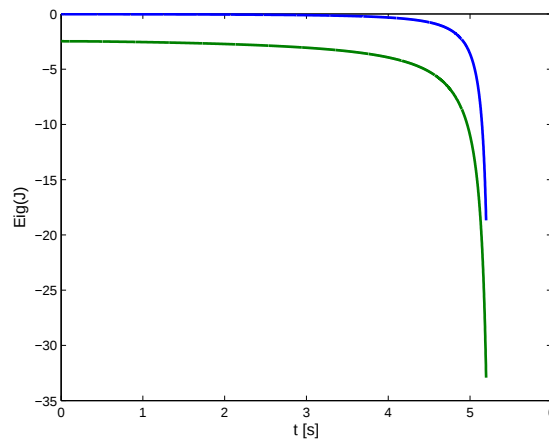


Bild 4.9: Eigenwerte der Jacobi-Matrix der rechten Seite des Systems aus Gleichung (3.11). Kurz vor der Kollision ist eine relevante Steigung der Eigenwerte zu registrieren.

Weitere Simulationstests wurden mit verschiedenen Anzahlen von Fußgängern mit zwei verschiedenen Lösern aus der MATLAB-ODE-Suite durchgeführt. Der erste Löser ist *ode45* für nicht steife Probleme und der zweite Löser ist *ode23s* für steife Probleme.

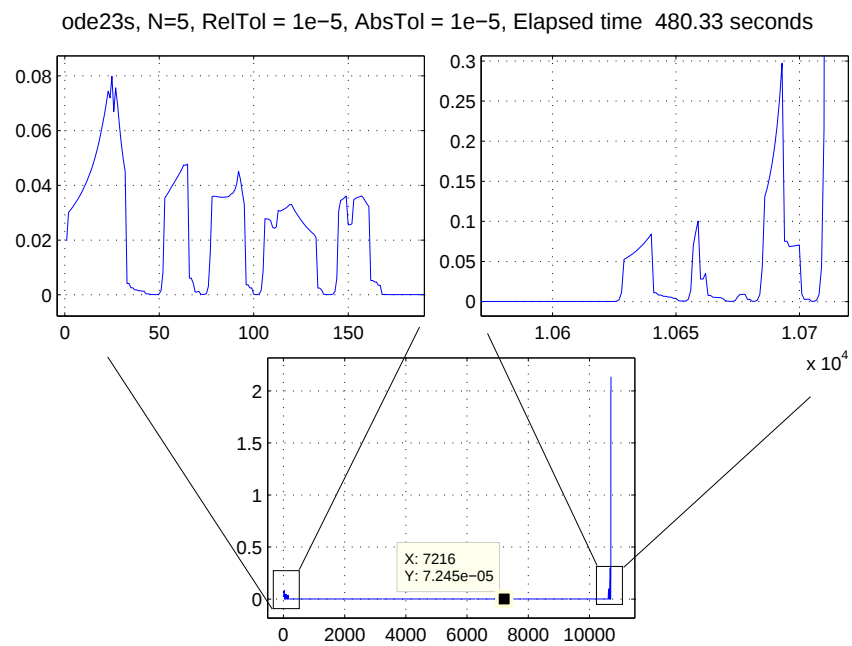
Der Löser *ode45* ist eine Implementierung der eingebetteten Runge-Kutta Formeln mit dem Formelpaar von Dormand-Prince (4,5), das für große Genauigkeiten ($10^{-5} - 10^{-7}$) geeignet ist. Der Löser *ode23s* ist ein steifer Löser, der auf eine modifizierte Version der Rosenbrocksformeln basiert. Weitere mathematische Beschreibungen und Details über die von MATLAB[®] angebotenen Löser für gewöhnliche Differentialgleichungen findet man in [34].

In den Abbildungen (4.10) und (4.11) wird die Schrittweitensteuerung, die von diesen Lösern unternommen wird, skizziert:

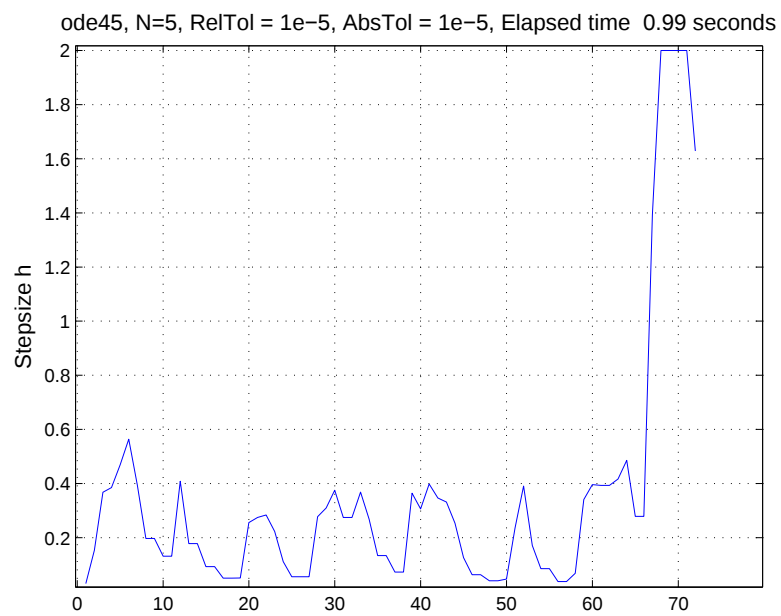
Man merke, dass der Löser *ode23s* die Simulation in einer erheblich längeren Zeit mit kleinen Schrittlängen durchführt. Im Gegenteil dazu ist die Integrationszeit bei *ode45* kürzer.

Nach der Definition von Hairer und Wanner lässt sich daraus schließen, dass kein Hinweis auf die Steifigkeit des CFM vorliegt.

Zur Untersuchung der abstoßenden Kräfte eignen sich steife Löser nicht. Aus Abbildung (4.9) ist ersichtlich, dass die betragsmäßig großen negativen Eigenwerte der Jacobi-Matrix (4.4) der rechten Seite steigen, je näher die Person zur Wand kommt. Diese zunehmenden treibenden Kräfte sind erwünscht um eine eventuelle Durchdringung der Wand zu vermeiden. Gleiches gilt für ein System von zwei Personen und im Allgemeinen für $N > 2$ Personen. Steife Löser versuchen die Einflüsse dieser steigenden Eigenwerte zu dämpfen

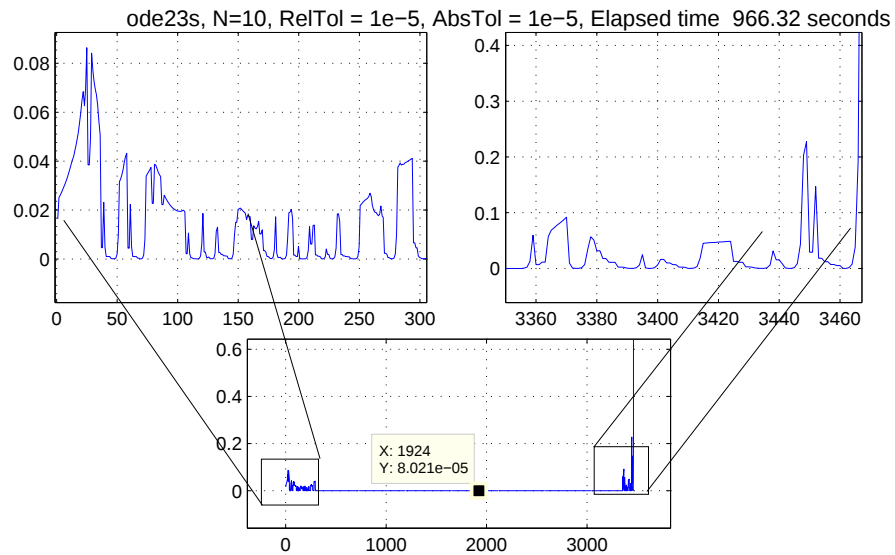


(a)
ode23s

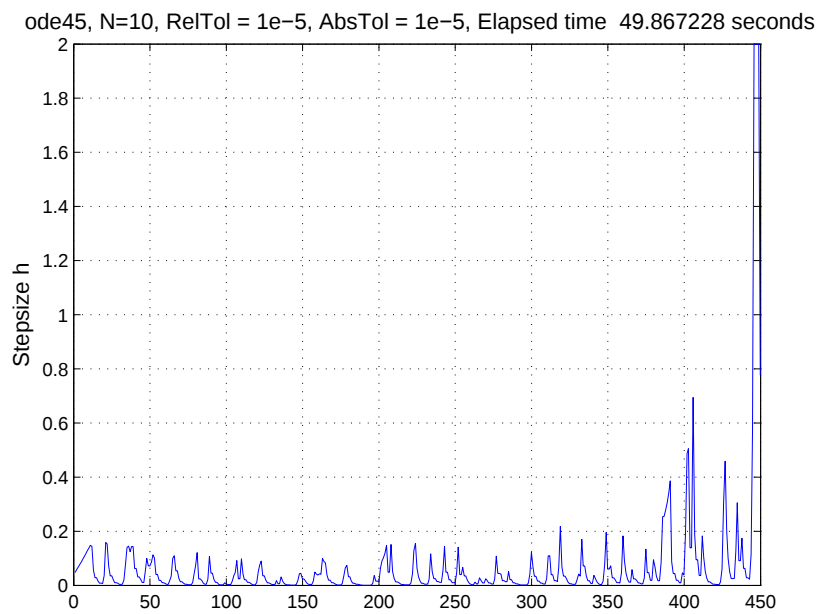


(b)
ode45

Bild 4.10: Schrittweitensteuerung bei *ode23s* und *ode45*, $N = 5$



(a)
ode23s



(b)
ode45

Bild 4.11: Schrittweitensteuerung bei *ode23s* und *ode45*, $N = 10$

und somit die Einflüsse der abstoßenden Kräfte auszublenden. In dieser Hinsicht, macht die Nutzung der steifen Löser keinen Sinn.

Außerdem ist das Erscheinen der betragsmäßig großen negativen Eigenwerte der Jacobi-Matrix (4.4) der rechten Seite nur kurzfristig. In dem Testszenario aus Abbildung (4.4) sind die Eigenwerte in dem grössten Teil der Simulation klein und erst in den letzten Sekunden steigen sie an. Der Aufwand der steifen Löser in der „ruhigen“ Phase ist nicht gerechtfertigt. Von daher wären explizite Runge-Kutta Verfahren geeigneter, zumindest bis die Wirkung der abstoßenden Kräfte zu spüren ist.

4.2.3 Kurzreichweitige Kräfte können von Standardlösern „übersehen“ werden.

In CFM sind die Kräfte kurzreichweitig implementiert worden. Das ist realistisch, denn nur die unmittelbaren Nachbarn eines Fußgängers beeinflussen seine Bewegung. Zudem ist die Rechenzeit bei kurzreichweitigen Kräften deutlich geringer als bei langreichweitigen, bei denen in jedem Integrationsschritt ein $O(N^2)$ – Problem gelöst werden muß.

Für die numerische Behandlung des gesamten Systems stellen aber die kurzreichweitigen Kräfte ein Problem dar. Bezogen auf einer Person wird zwischen zwei verschiedenen Zuständen unterschieden:

- Zustand 1: Bewegung vor dem Betreten und nach dem Verlassen des Kräftefeldes eines anderen Fußgängers.
In diesem Zustand sind die Eigenwerte der Jacobi-Matrix (4.4) klein und das System ist gutartig. Die Personen sind voneinander entkoppelt und somit könnte das System mit großen Schrittlängen integriert werden. Nach dem Verlassen des Kräftefeldes kehrt das System zu seinem initialen Zustand zurück.
- Zustand 2: Bewegung in dem Kräftefeld eines anderen Fußgängers.
In diesem Zustand treten die kurzreichweitige Kräfte kurz auf. Als Folge dessen nehmen die Eigenwerte der Jacobi-Matrix (4.4) schlagartig zu. Hier muß das gekoppelte System mit (sehr) kleinen Schrittlängen integriert werden.

Wenn der Einsatz von impliziten Verfahren verschwenderisch und wenig Sinn macht so ist der Einsatz von expliziten Verfahren nicht weniger problematisch. In der Tat werden bei diesen zuerst mit großen Schrittlängen integriert. Dies ist durchaus verständlich, wegen der betragsmäßig kleinen negativen Eigenwerte der Jacobi-Matrix (4.4) in dem ersten langen Zustand. Aber, diese nehmen schnell zu sobald die kurzreichweitigen abstoßenden Kräfte spürbar werden (Zustand 2). Als Folge davon wird die Wirkung der Kräfte

„übersehen“ und widersprüchliche Erscheinungen wie Durchdringungen und Kollisionen werden beobachtet.

Alternativ zu expliziten Verfahren mit variablen Schrittlängen sind die expliziten Verfahren mit fester Schrittlänge. Das oben geschilderte Problem könnte gelöst werden, wenn die feste Integrationsschrittlänge „sehr klein“⁶ gewählt wird. Diese Lösung führt unweigerlich zu sehr langen Simulationszeiten. Die Simulation von 60 Personen mit einer Schrittlänge von 10^{-3} dauert z.B. durchschnittlich 1.66 Stunden.⁷ Für Echtzeit-Anwendungen sind die Ergebnisse solcher Simulationen ohnehin unbrauchbar.

Die Schwierigkeit liegt darin den schnellen Übergang zwischen den zwei Zuständen separat und effizient zu behandeln. Wenn das System betrachtet würde, als wäre es in einem homogenen Zustand, müsste ein Kompromiss zwischen Effizienz (variablen Zeitschritten) und Korrektheit (kleinen festen Zeitschritten) gemacht werden.

4.2.4 Probleme und Beobachtungen

Die bereits erläuterte Problematik lässt wichtige Fragen offen: Ist es möglich ein System mit beliebig vielen Fußgängern zuverlässig und effizient zu lösen?

Wie lässt sich zwischen den beiden von den kurzreichweitigen Kräften hervorgerufenen Zuständen unterscheiden?

Ist es möglich das System in verschiedene entkoppelte Untersysteme aufzuteilen?

Lässt sich das System „personenweise“ integrieren?

Betrachtet wird folgendes Gedankenexperiment, wie in Abbildung (4.12) skizziert:

Die Trajektorien der Fußgänger 1 und 2 überschneiden sich, während der dritte Fußgänger unabhängig von den beiden ersten seine Bewegung fortführen kann.

Zu Beginn der Integration sind alle drei Fußgänger von einander unabhängig. Dies bedeutet, dass die Kräftefelder der verschiedenen Fußgänger sich nicht überlappen. In dieser Phase besteht das gesamte System aus drei verschiedenen von einander entkoppelten Untersystemen, jeweils durch folgende Zustandsvariablen beschrieben:

$$sys_1 : (x_1, \dot{x}_1), \quad (4.7)$$

$$sys_2 : (x_2, \dot{x}_2), \quad (4.8)$$

$$sys_3 : (x_3, \dot{x}_3). \quad (4.9)$$

⁶Es ist unklar wie klein „sehr klein“ ist.

⁷Es wurde das explizite Runge-Kutta Verfahren 4-ter Ordnung genutzt.

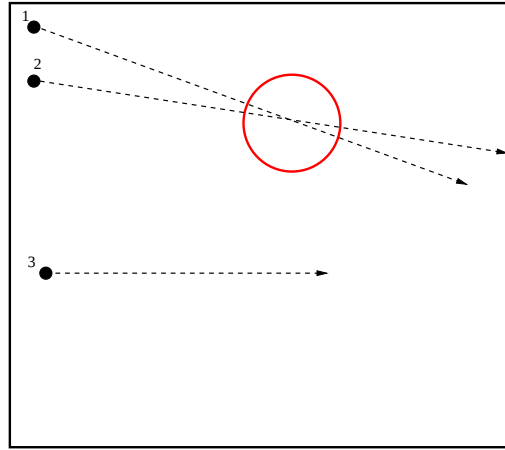


Bild 4.12: Gedankenexperiment: Zwei entkoppelte Systeme, die von einander getrennt behandelt werden können.

In der zweiten Phase -in der Abbildung durch einen roten Kreis gekennzeichnet- überlappen sich die Kräftefelder der zwei ersten Fußgänger, während sich der dritte Fußgänger immer unabhängig von den beiden bewegen kann. Hier besteht das gesamte System aus zwei entkoppelten Untersystemen, die von einander unabhängig integriert werden können:

$$sys_1 : (x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2), \quad (4.10)$$

$$sys_2 : (x_3, \dot{x}_3). \quad (4.11)$$

Während bei der Integration von sys_1 kleine Schrittlängen nötig sind, ist dies bei der Integration von sys_2 nicht der Fall.

Dieses Szenario kann man o.B.d.A auf beliebig viele Fußgänger verallgemeinern. Bisher wurde das System unabhängig von den Interaktionen der Fußgänger mit den Zustandsvariablen

$$sys : (x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, x_3, \dot{x}_3)$$

betrachtet. Diese Vorgehensweise ist unpraktisch, denn eine interagierende Minderheit erdrosselt in der Regel unnötigerweise die Dynamik des ganzen Systems.

Um die Unterteilung des gesamten Systems erfolgreich durchführen zu können, ist es notwendig, dass die Erkennung der unabhängigen Untersysteme effizient und zuverlässig erfolgt. Dieser Prozess beansprucht viel an Rechenzeit und ist für die Richtigkeit der gesamten Integration grundlegend.

Im Kapitel 6 wird auf eine mögliche Realisierung dieses Vorhabens eingegangen.

Kapitel 5

Modifikationsvorschläge

Das CFM, wie es in den Gleichungen (3.1 - 3.10) formuliert wird, soll die Bewegung von Fußgängern in einem zweidimensionalen Raum beschreiben. In dem Abschnitt (4.1) wurde gezeigt, dass durch die Reduzierung um einen Freiheitsgrad, das Modell geschwächt wurde. Die Tatsache, dass die Testpersonen in Testszenario 1 und 2 aus Abschnitt (3.3) keine Ausweichmanöver durchführen können, erzwingt ein Stoppen um eine Kollision/-Durchdringung zu vermeiden. Das unterstreicht das Problem der kräftebasierte raumkontinuierliche Modelle, dass sich im Allgemeinen die treibende und abstoßende Kraft nicht aufheben bei einer Geschwindigkeit gleich Null.

In diesem Teil wird das CFM mit einem praxisnahen Szenario getestet, wofür empirische Daten vorliegen und versucht wird anhand verschiedener Modifikationen dieses Szenario qualitativ zu beschreiben. Zu diesem Zweck wird das CFM schrittweise modifiziert und die Ergebnisse und Beobachtungen der Simulationen mit den empirischen Ergebnissen in [31] verglichen. Es wird das Szenario in Abbildung (5.1) betrachtet, welches dem experimentellen Aufbau in [31] gleicht. Die blau markierte Fläche ist der Aufenthaltsbereich der Testpersonen am Anfang der Simulation. Die Fläche dieses Bereichs ist proportional zur Anzahl der simulierten Personen, sodass eine konstante Anfangsdichte von 3.3 m^{-2} vor der Engstelle garantiert werden kann.

5.1 Modifikation 1: Volumenausschluss einführen

Die Fußgänger werden im Allgemeinen als Kreise mit dem Durchmesser D modelliert. Dieser Volumenausschluss hebt die Existenz einer „Privatsphäre“ hervor. Denn man kann beobachten, dass Menschen sich unwohler fühlen je näher fremde Menschen zu ihnen kommen. Mathematisch formuliert bedeutet das, dass die abstoßende (von anderen Men-

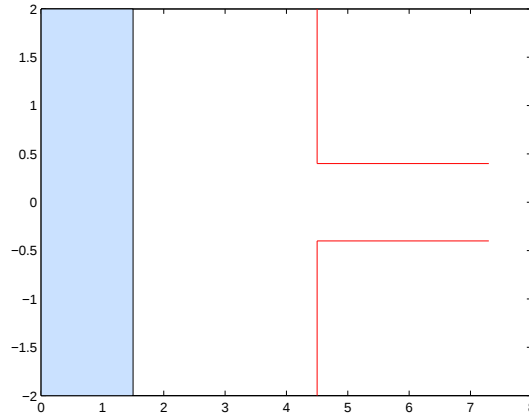


Bild 5.1: Aufbau des Simulationsexperimentes: Die Länge der Engstelle ist 2.8 m. Der blaumarkierte Bereich ist 1.5 m breit wenn die Anzahl der Fußgänger 20 beträgt. Bei doppelt soviel Fußgänger wird die Breite entsprechend verdoppelt. Dieser Bereich befindet sich 3 m vor der Engstelle entfernt.

schen und/oder von Hindernissen) Kraft (3.7) und (3.8) bei kleiner werdendem Abstand zunimmt und ihr Maximum bei dem minimalen Abstand D erreicht.

Bei einer Kollision ist der Abstand zwischen zwei Personen, wie in der Gleichung (3.2) definiert, gleich Null. Das bedeutet, dass sich Personen überlappen und die Wirkung des Volumenausschlusses D ignoriert wird. Dies ist unrealistisch.

Um die Existenz dieses Volumenausschlusses in den Kräften (3.7) und (3.8) zu betonen, werden diese in folgende Form überführt:

$$\overrightarrow{F_{ij}^{rep}} = -m_i K_{ij} \frac{V_{ij}^2}{\|\overrightarrow{R_{ij}}\| - D} \overrightarrow{e_{ij}}, \quad (5.1)$$

und

$$\overrightarrow{F_{iB}^{rep}} = -m_i K_{iB} \frac{V_{iB}^2}{\|\overrightarrow{R_{iB}}\| - D} \overrightarrow{e_{iB}}. \quad (5.2)$$

Bei einer Kollision von zwei Fußgängern beträgt dann ihr Abstand D ($D/2$ bei einem Gegenstand).

Ob die Fußgänger als Punkte (Durchmesser gleich null) oder als Kreise mit einem strikt positiven Durchmesser modelliert werden, wird die Problematik der Durchdringungen nicht beheben, denn die allgemeine Form der abstoßenden Kräfte hat sich nicht geändert, nur die Singularität wurde um den Term D verschoben.

Um die Wirkung dieser Modifikation zu verstehen werden verschiedene Flußmessungen unternommen. Es wird der Fluß durch die Mitte der Engstelle (siehe Abbildung (5.1))

für 60 Simulationspersonen gemessen. Die Breite der Engstelle wurde in der Menge $\{0.8\text{ m}, 0.9\text{ m}, \dots 1.2\text{ m}\}$ variiert. Nach Zehn Abläufen wurde ein Mittelwert aus den Simulationsergebnissen zu den jeweiligen Breiten ermittelt. Für jede Flußmessung wird das CFM wie folgt insgesamt zweimal modifiziert:

1. CFM Ver. 1: CFM nach [46] ohne „Konfliktlösung“
2. CFM Ver. 2: CFM nach [46] mit „Konfliktlösungsmethode“
3. CFM Ver. 3: Modifizierte CFM nach Gleichungen (5.1) und (5.2) ohne „Konfliktlösungsmethode“

Zum Vergleich sind empirische Daten aus [30] als Referenz genommen.

Der gemessene Fluß für das originale CFM ist unrealistisch hoch. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass die abstoßenden Kräfte bei dem CFM die Fußgänger von einander nicht fern halten. So kommt es aufgrund von Durchdringungen zu unrealistisch hohen Dichten mit hohen Geschwindigkeiten und somit zu Flüssen, welche die experimentellen Werte überschreiten. Die Beachtung des Volumenausschlusses in dem modifizierten CFM führt zu einer Reduktion des Flußes. Dieser bleibt trotzdem für empirische Werte zu hoch. Siehe Abbildung (5.2)

Nach dem Einführen der „Konfliktlösungsmethode“ werden realistische Messwerte erreicht¹. Siehe Abbildung (5.3).

Diese „Konfliktlösungsmethode“ beeinflusst erheblich die Dynamik des Systems und hilft nicht diese richtig zu verstehen.

5.2 Modifikation 2: Zielrichtung bestimmen

Beim Start der Bewegung der Menschenmasse in Richtung der Engstelle, hat jeder Fußgänger „ i “ ein Ziel, welches durch den Vektor $\vec{e}_i^0$ in der treibenden Kraft (3.9) festgelegt wird. In der originalen Veröffentlichung zur CFM ist dieses Ziel stets die Mitte des Eingangs zur Engstelle. Die Auswertung der Trajektorien in dem Experiment [31] veranschaulichen das Phänomen der Linienbildung ([31]Abbildung 4). Das führt zu der

¹Diese Messung wurde mit einem modifizierten Programm, das im Rahmen des Proseminars „Modellieren mit Differentialgleichungen“ an dem Institut für numerische Simulation von Herrn Arne Wichmann (arnew@rasentrimmer.org), Herrn Robert Leppert (Robert.Leppert@gmail.com) und Herrn Simon Stoye (stoye@sist.biz) implementiert wurde. Der Autor bedankt sich herzlich für die freundliche Genehmigung.

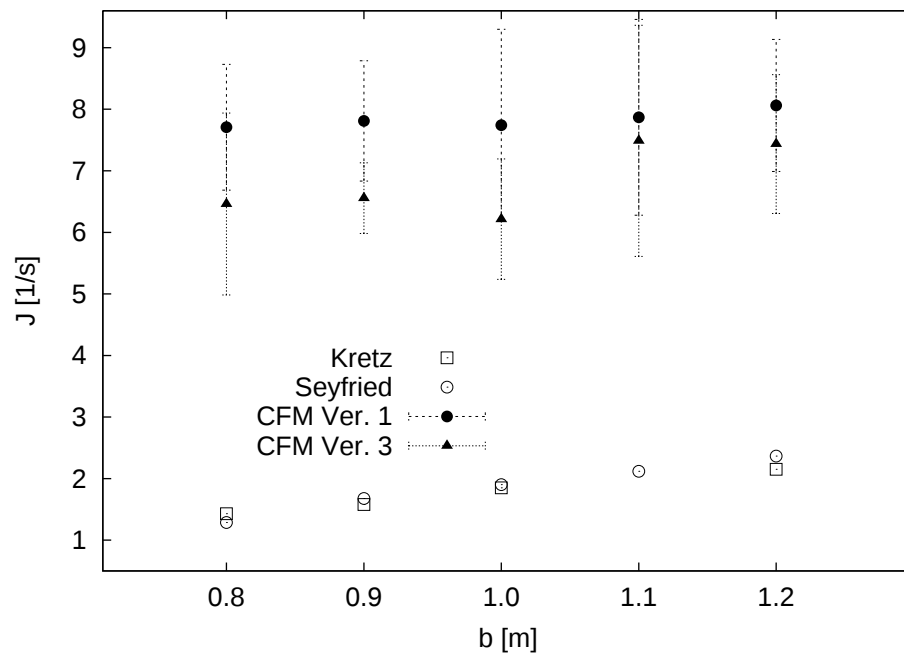


Bild 5.2: Fluß durch die Engstelle für CFM Ver. 1 und CFM Ver. 3. Die Flusswerte werden niedriger, jedoch bleiben sie vergleichsweise mit den empirischen Daten hoch.

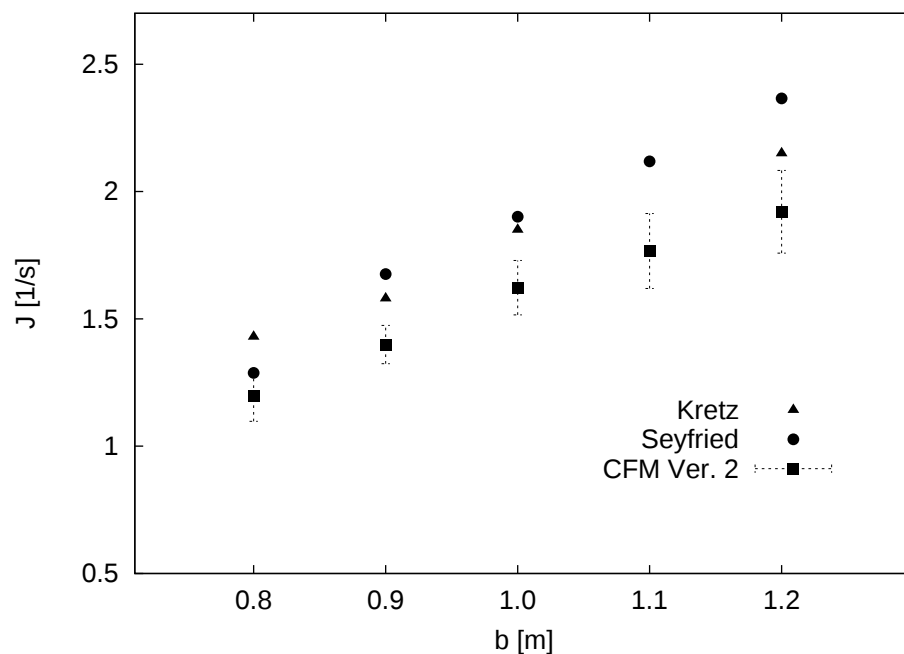


Bild 5.3: Fluß durch die Engstelle für CFM Ver. 2. Die Flusswerte sind realistisch. Dies war zu erwarten, denn durch die CDT sind die Durchdringungen und folglich die hohen Werte ausgeschlossen.

Annahme, dass die Fußgänger stets bemüht sind den kürzesten Weg zum Ausgang zu nehmen. Diese Annahme scheint realistisch zu sein und wird in dem weiteren Verlauf dieser Arbeit verfolgt.

5.3 Modifikation 3: Anpassung der Wunschgeschwindigkeit nach Dichte

Die treibende Kraft in der Gleichung (3.9) ist von der Umgebung eines Fußgängers unabhängig. Das heißt, der aktuelle Zustand der Umgebung eines Fußgängers wird nicht beachtet. Es wird versucht, die festgelegte Wunschgeschwindigkeit zu erreichen, unabhängig davon, wie dicht die Situation vor dem Fußgänger ist. Außerdem ist die Richtung der Wunschgeschwindigkeit stets gen Ausgang gerichtet.

Die Wunschgeschwindigkeit sollte je nach Situation in Betrag und Richtung adaptiert werden. Z.B.: bei einer gegebenen Dichte von 1 person/m² ist die Wunschgeschwindigkeit größer als die Wunschgeschwindigkeit bei einer Dichte von 10 person/m².

Es ist nahliegend die Wunschgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Dichte und der Situation in der unmittelbaren Umgebung zu adaptieren.

5.4 Modifikation 4: Die Wunschgeschwindigkeit ohne Kraftansatz implementiert

Durch die zwei vorherigen Modifikationen, wurde die funktionale Form der Kräfte im CFM nicht variiert. In diesem Teil und im nächsten werden Versuche gemacht, diese Kräfte zu ändern und neue Ansätze zu testen.

Zur Erinnerung wird die Formulierung der Kräfte des CFM genannt:

$$\vec{F}_i = \sum_{i \neq j}^{\tilde{N}} \vec{F}_{ij}^{rep} + \sum_B \vec{F}_{iB}^{rep} + \vec{F}_i^{drv}. \quad (5.3)$$

Der Ausdruck der treibenden Kraft verleiht den Testpersonen eine positive Energie, die diese zu einer Fortbewegung mit einer bestimmten Wunschgeschwindigkeit veranlassen. In [38] wurde eine vereinfachte Implementierung des SFM eingeführt, in der die treibende Kraft und die abstoßende Kraft der Hindernisse durch ein vordefiniertes Potentialfeld ersetzt wurden. Dem entsprechend ist die Geschwindigkeit der Testpersonen in jedem

Zeitschritt im Betrag gleich der Wunschgeschwindigkeit. Die Richtung der Bewegung ist variabel und durch die abstoßenden Kräfte bestimmt.

Um den Effekt eines ähnlichen Ansatzes zu studieren, wird wieder das Testszenario 1 von Abschnitt (3.3) betrachtet. Die Umformulierung der Bewegungsgleichung (3.11) in ein System erster Ordnung ergibt:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{x_2^2}{x_b - x_1} + \frac{v^0 - x_2}{\tau}\end{aligned}$$

Verzichtet man auf den positiven Anteil der Geschwindigkeit in der zweiten Gleichung und gibt man stattdessen eine Zusatzgeschwindigkeit v_0 in der ersten Gleichung an, geht dieses System über in:

$$\dot{x}_1 = x_2 + v_0, \quad (5.4)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\dot{x}_1^2}{x_b - x_1}. \quad (5.5)$$

Abbildung (5.4) zeigt, ein Stoppen des Fußgängers vor der Wand.

Der Term auf der rechten Seite von (5.5) verleiht dem Fußgänger eine negative Beschleunigung. Die daraus resultierende (bei $v(t_0) = 0$ negative) Geschwindigkeit wird mit der Zusatzgeschwindigkeit v_0 zu einem positiven Betrag aufaddiert. Dies ermöglicht eine Fortbewegung und somit eine Zunahme des negativen Anteils der Beschleunigung, bis die zusammenaddierte Geschwindigkeit endlich verschwindet.

Die Beschleunigung wird bei verschwindender Geschwindigkeit Null. Das führt zum Stoppen des Fußgängers bevor die Wand erreicht wird.

Man merke, dass dank der Zusatzgeschwindigkeit v_0 keine „0/0-Situation“ in dem Term der Beschleunigung entsteht.

5.5 Modifikation 5: Variation der abstoßenden Kräfte

In dem Abschnitt (4.1) wurde festgestellt, dass der Ausdruck der abstoßenden Kraft (3.7), zu einer numerischen Auslöschung führt. Um dies zu beseitigen, wird versucht, einen „stabileren“ Ausdruck dieser Kraft zu formulieren.

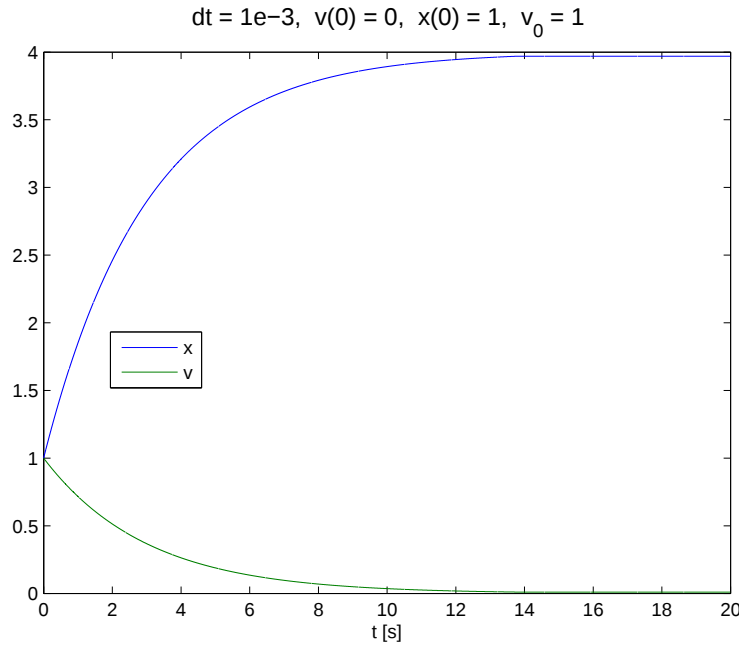


Bild 5.4: Die Wand ist bei 4 m. Der Fußgänger startet mit einer Anfangsgeschwindigkeit von Null 3 m vor der Wand. Die Zusatzgeschwindigkeit ist $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Es ist festzustellen, dass der Fußgänger rechtzeitig vor der Wand zum Stehen kommt.

Um das ungewünschte Verhalten der abstoßenden Kraft zu „entschärfen“, wird der Term im Zähler durch einen langsam abklingenden Term oder gar keinen ersetzt:

$$F^{rep} = -\frac{\log(1000 + v^2)}{x_b - x} \quad (5.6)$$

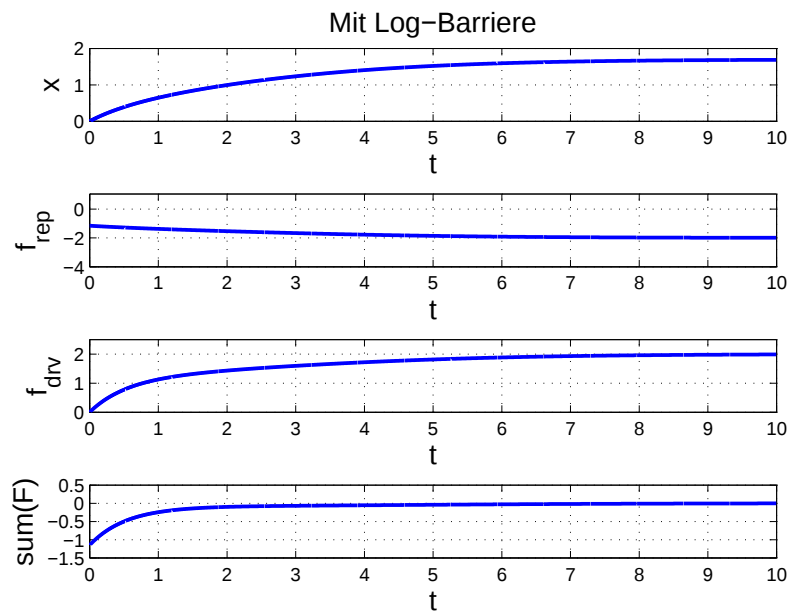
$$F^{rep} = -\frac{1}{x_b - x} \quad (5.7)$$

In Abbildung (5.5) ist das Ergebnis der Änderungen der abstoßenden Kraft wiedergegeben. Die logarithmische Barrierefunktion (Definition: [5]) in dem Ausdruck (5.6) führt zu keinen Oszillationen in den Kräften, was bei der Inverse-Funktion in (5.7) nicht der Fall ist. Das ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass die Kraft (5.7) in der unmittelbaren Umgebung der Wand zu stark ist und die treibende Kraft übersteigt.

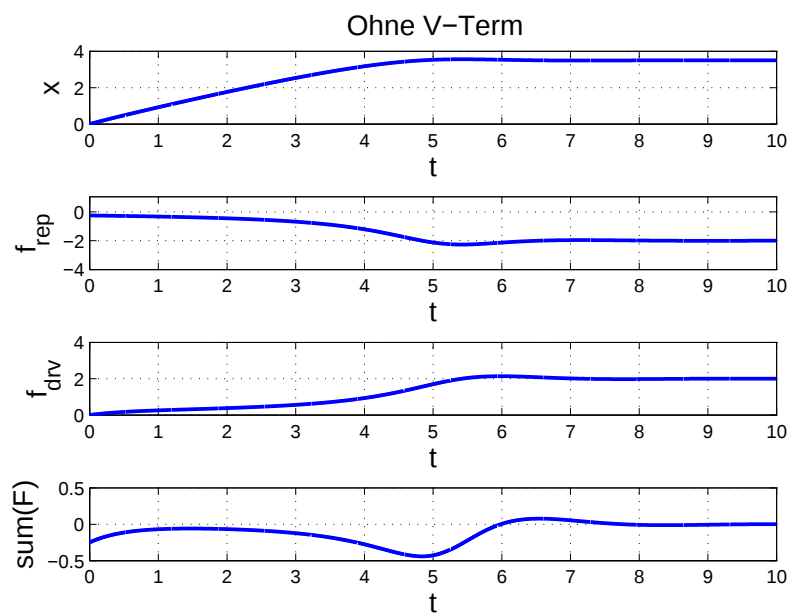
Man stellt in beiden Fällen fest, dass die abstoßende Kraft tatsächlich die treibende Kraft kompensiert und somit der Fußgänger rechtzeitig vor der Wand zum Stillstand kommt.

Diese Änderungen werden auch im Testzenario 2 angewendet:

$$F^{rep} = -\frac{\log(1000 + (v_1 - v_2)^2)}{|x_1 - x_2|}, \quad (5.8)$$



(a) Szenario1: Die Kraft (5.6)

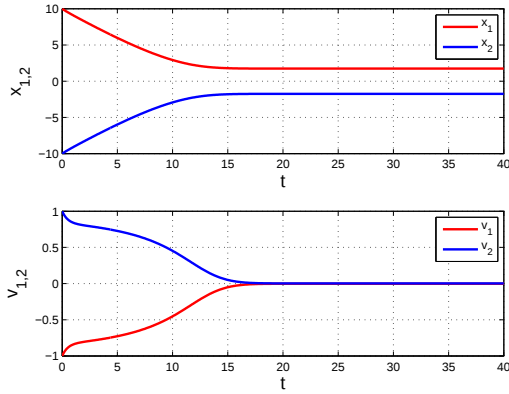


(b) Szenario1: Die Kraft (5.7)

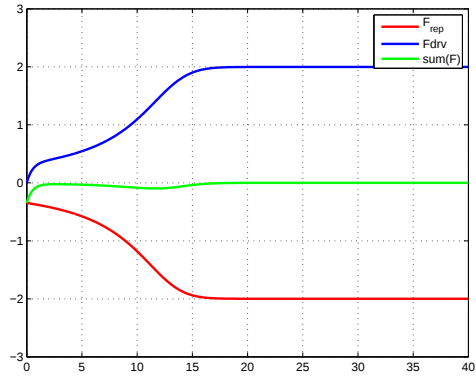
Bild 5.5: Trajektorien und Kräfteverläufe für verschiedene Kräfte-Formulierungen. Die Wand ist bei 4m. In beiden Fälle werden Durchdringungen vermieden. In der zweiten Kraftmodifikation kommt es allerdings zu einem leichten Schwingen.

$$F^{rep} = -\frac{1}{|x_1 - x_2|}. \quad (5.9)$$

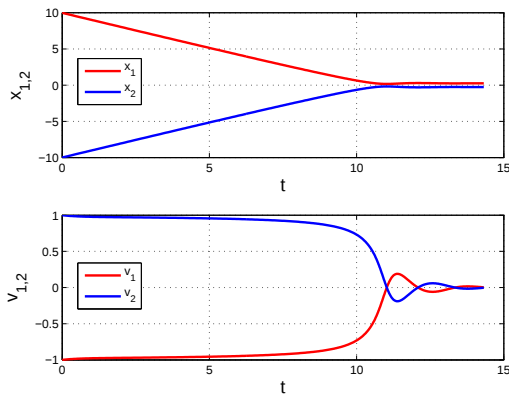
Da die zwei Personen in gegenseitige Richtungen laufen, haben die abstoßenden Kräfte entgegengesetzte Vorzeichen, daher der Betrag im Nenner. Siehe die Simulationsergebnisse in Abbildung (5.6).



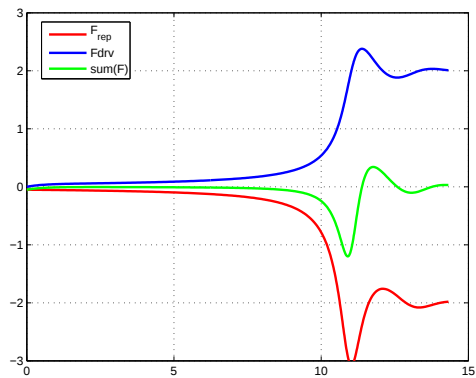
(a) Die Trajektorien und Verlauf der Geschwindigkeit mit der Kraft (5.8)



(b) Der Verlauf der abstoßenden Kraft (5.8) und der treibenden Kraft sowie deren Summe



(c) Die Trajektorien und Verlauf der Geschwindigkeit mit der Kraft (5.9)



(d) Der Verlauf der abstoßenden Kraft (5.9) und der treibenden Kraft sowie deren Summe

Bild 5.6: Szenario 2: Trajektorien Geschwindigkeits- und Kräfteverläufe für verschiedenen Kräfte-Formulierungen. Die Fußgänger kollidieren nicht. Die zweite Modifikation weist Oszillationen in der Geschwindigkeit auf.

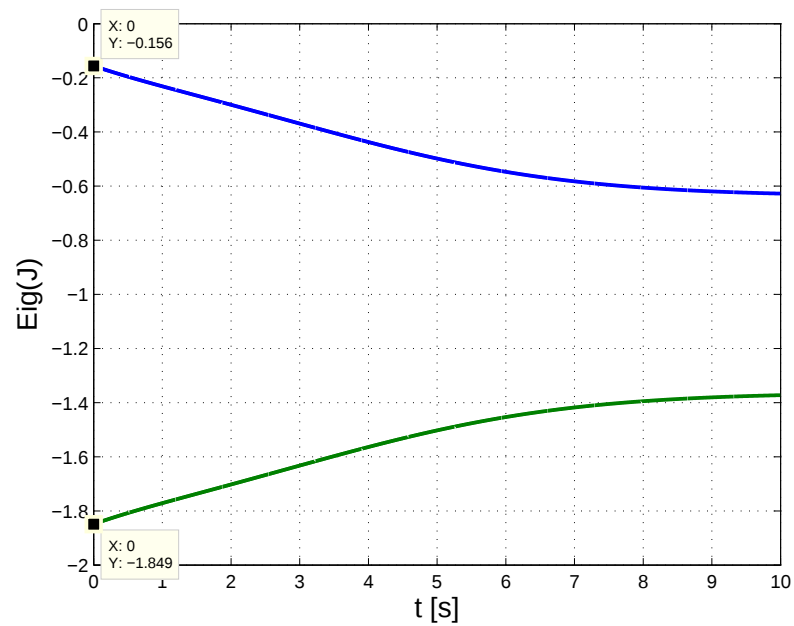
Wiederum ist festzustellen, dass die Kraft (5.9) mit konstantem Zähler zu Oszillationen führt. Im Gegensatz dazu liefert die logarithmische Modifikation, wie im ersten Testszenario ein vernünftiges Verhalten. In beiden Fällen ist eine Kollision beider Fußgänger verhindert worden.

Weitere Simulationen mit verschiedenen Wunsch- und Anfangsgeschwindigkeiten wurden durchgeführt. Das Verhalten der abstoßenden Kraft bleibt immer erhalten: Die Fußgänger legen eine große Strecke zurück ohne dabei eine erwähnenswerte abstoßende Wirkung zu spüren. Kurz vor dem Ende nimmt diese Wirkung abrupt zu. Dieser abrupte Verlauf der abstoßenden Kraft erweist sich als problematisch hinsichtlich der numerischen Behandlung des Problems.

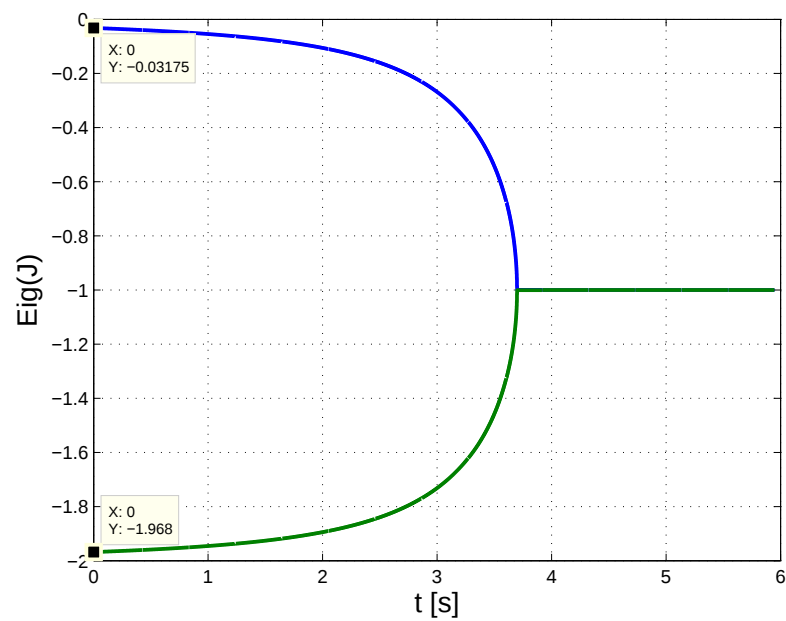
Eine der Ursachen dieser Mängel wurde aufgefunden und durch die Änderungen der abstoßenden Kräfte in den Gleichungen (5.6), (5.7), (5.8) und (5.9) behoben.

Beide Modifikationen der Kräfte beeinflussen positiv den Steifheitsquotient der Jacobi-Matrix (4.4). Siehe Abbildung (5.7)

Die oben gemachte Simulation wurde mit dem Runge-Kutta Verfahren mit einem festen Zeitschritt von $1e - 5s$ durchgeführt. Verschiedene Löser wurden getestet (mit variablen sowie festen Zeitschritten) und hierbei keine signifikante Änderung der Ergebnisse festgestellt.



(a) Die Eigenwerte der Jacobi-Matrix mit der modifizierten abstoßenden Kraft (5.6): $r = 11.85$



(b) Die Eigenwerte der Jacobi-Matrix mit der modifizierten abstoßenden Kraft (5.7): $r = 61.89$

Bild 5.7: Der Verlauf der Eigenwerte der Jacobi-Matrix des durch die Gleichungen (5.6) und (5.7) modifizierten Systems. Man sieht eine deutliche Verbesserung des Steifigkeitsquotienten.

Kapitel 6

Vorschläge zur Verbesserung der numerische Lösung

6.1 Informationsstruktur

Für die Simulation einer Menschenmasse von N Personen muß ein nicht-lineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung von $2N$ Gleichungen gelöst werden:

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= p_2 \\ \dot{p}_2 &= f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2N}) \\ \dot{p}_3 &= p_4 \\ \dot{p}_4 &= f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2N}) \\ &\vdots \\ \dot{p}_{2N-1} &= p_{2N} \\ \dot{p}_{2N} &= f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2N})\end{aligned}$$

wobei f eine Funktion von $\mathbb{R}^{4N}$ nach $\mathbb{R}^2$ und $p = [x \ y]$ der Ortsvektor ist.

In Hinsicht auf die numerische Lösung ist dieses System nicht skalierbar. Im Abschnitt (4.2.4) wurde die Möglichkeit diskutiert, dieses System in kleinere Untersysteme zu entkoppeln und diese von einander separat zu lösen.

Der Prozess der Erkennung der entkoppelten Systeme muß bei jedem Integrationsschritt wiederholt werden. Dieser kritischer Teil der Simulation muß effizient und zuverlässig

implementiert werden, da er viel Zeit in Anspruch nehmen dürfte. Dafür ist eine Diskretisierung des Raumes unabdingbar.

Wie bei Zellulären Modellen, wird der Raum in einem zweidimensionalen Gitter diskretisiert. Die Zellgröße ist durch die Reichweite der Kräfte bestimmt. Die Ortskoordinaten sowie die Geschwindigkeiten der Fußgänger sind weiterhin kontinuierlich. Eine Zelle kann gleichzeitig von mehreren Fußgängern belegt werden. Das „Belegen“ einer Zelle ist definiert durch den Durchschnitt des Kreises (Fußgänger) und der Zelle.

Die Abbildung zwischen den Fußgängern und den Zellen muß bei jedem Simulationsschritt hergestellt bzw. aktualisiert werden. Einem bestimmten Fußgänger werden höchstens 8 Zellen und mindestens eine Zelle zugeordnet. Siehe Abbildung (6.1).

Benachbarte Fußgänger sind diejenigen, die zu derselben Zelle oder zu einer benachbarten Zelle¹ zugeordnet sind.

Die Vorteile von dieser Raum-Diskretisierung sind offensichtlich:

- Erstens, das $O(N^2)$ – Problem wird theoretisch auf ein $O(N \log(N))$ – Problem reduziert, vorausgesetzt das System ist homogen und die Anzahl der benachbarten Fußgänger zu jedem Simulationsschritt ist konstant.
- Zweitens, es ist einfach festzustellen welche Untersysteme mit einander gekoppelt sind und welche nicht, und somit ist eine Personen bzw. Gruppen bezogene Integration möglich.

Zu jedem Zeitpunkt muß die Abbildung zwischen den Fußgängern und den Zellen wohldefiniert sein. Es werden zwei Konstrukte definiert, jeweils für einen Fußgänger und eine Zelle, die mit den nötigen Informationen versehen sind. Mit Hilfe dieser (Schlüssel-)Informationen soll eine schnelle Identifikation der Zugehörigkeit eines bestimmten Fußgängers „ i “ zu einer bestimmten Zelle „ c “ gewährleistet werden.

In Pseudocode können diese Konstrukte folgendermaßen aussehen:

```

1 Struct
2 {
3   x,           // x-Koordinate des Ortes;
4   y,           // y-Koordinate des Ortes;
5   v_x,         // x-Koordinate der Geschwindigkeit;
6   v_y,         // y-Koordinate der Geschwindigkeit;
7   PID,         // identifikationsnummer;

```

¹Moore-Nachbarschaft.

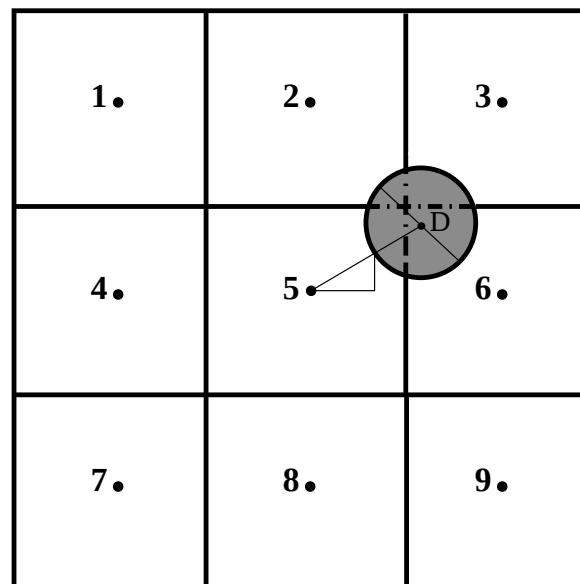


Bild 6.1: Ein Fußgänger kann gleichzeitig mehrere Zellen belegen. Die Zugehörigkeit zu einer Stelle lässt sich durch das Dreieck bestimmen. Dies ist der Fall wenn die Länge der Gegenkathete und die der Ankathete des Dreiecks kleiner ist als die Länge der Seite des Quadrats.

```

8  Zell-ID [4]:           // Tabelle aus 4 Elemente;
9                          // Positiv —> Belegt.
10                         // Negativ bzw. Null —> Nicht belegt.
11 }
12 PEDESTRIAN ped;
```

Über $ped.Zell-ID[i]$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ hat man Zugriff auf die Identifikationsnummer der i^{ten} belegten Zelle. Die benachbarten Fußgänger sind definiert als die Fußgänger, die diese Zelle belegen.

```

1 Struct
2 {
3   x,           // x-Koordinate des Schwerpunktes des Quadrats;
4   y,           // y-Koordinate des Schwerpunktes des Quadrats;
5   PID,         // identifikationsnummer;
6   *Ped-ID:     // Liste der Fussgaenger;
7 }
8 CELL zell;
```

$zell.Ped-ID$ ist eine Liste mit allen Identifikationsnummern der Fußgänger, die die Zelle $zell.PID$ belegen.

Wichtige Aspekte, die man bei dieser Methodik beachten muß sind:

- Die Reichweite der Kräfte: Der Einfluss eines Fußgängers wird auf die unmittelbar benachbarten Zellen begrenzt. Dies garantiert eine maximale Anzahl der Nachbarn eines Fußgängers.
- Die Komplexität der Geometrie: Einrichtungen wie Stadien, Bahnhöfe, Flughäfen haben eine komplizierte Geometrie, die nur schwer in einem diskreten Gitter einzubetten sind.

6.2 An die Fußgängerdynamik adaptierten Löser

Die auf einem Fußgänger „ i “ wirkenden abstoßenden Kräfte sind anfänglich Null solange die Liste seiner Nachbarn leer ist. Der Übergang von diesem Zustand zu einem, in dem die Nachbarschaftsliste nicht leer ist, ist nicht glatt und findet sprunghaft statt. Dieser Übergang ist in CFM (und in bestimmten Versionen von SFM [20]) durch einen Mindestabstand von $5D$ realisiert worden, wobei D der Durchmesser des simulierten Fußgängers ist. Das führt zu einer nicht-differenzierbaren rechten Seite des Problems (1.1). Siehe Abbildung (6.2)

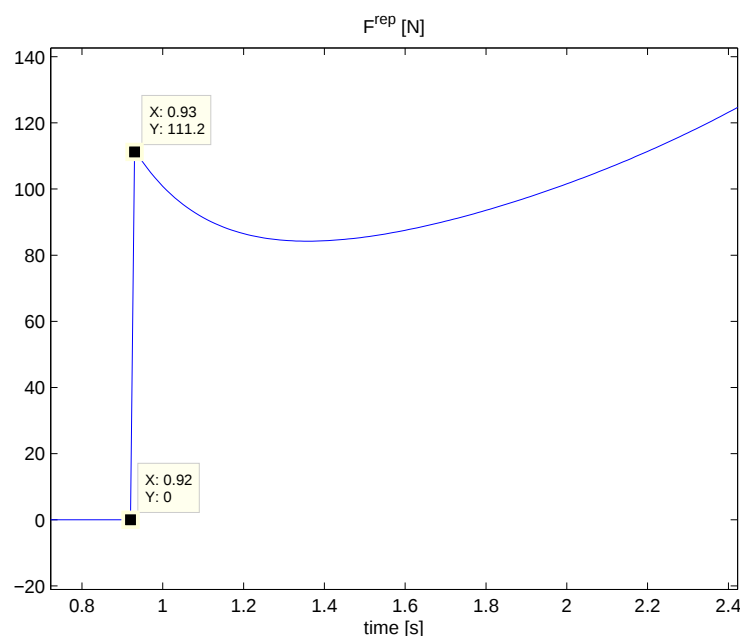


Bild 6.2: Die abstoßende Kraft ist stets Null solange die Nachbarschaftsliste leer ist. Sobald der Abstand zu einem Fußgänger kleiner ist als ein Mindestabstand, nimmt die Kraft einen nichtverschwindenden Wert an.

Bei den Lösern in der MATLAB-ODE-Suite werden zur Berechnung der Näherung y_{n+k} der Lösung von (1.1) die bereits ermittelten Näherungen $y_{n+k-1}, y_{n+k-2}, \dots, y_n$ verwendet. Bei nicht-differenzierbaren Funktionen, wie bei den kurzreichweitigen Kräften, können diese Zwischenwerte vor und nach dem Zeitpunkt der Diskontinuität berechnet werden. Dies ist problematisch, denn diese Evaluationen der Ableitung von beiden Seiten der Diskontinuität produzieren unbrauchbare Resultate.

Um dieses Problem zu lösen wird ein Löser gebraucht, der imstande ist auf diesen Diskontinuitäten der Kräfte zu reagieren. Diese Löser muß folgende Kriterien erfüllen:

- Das Modell darf während des Integrationsschrittes seinen Zustand nicht ändern.
- Während eines Integrationsschrittes dürfen keine Werte vor und nach der Diskontinuität gleichzeitig benutzt werden.

Diese ereignisorientierte Integration setzt voraus, dass der Löser das Erkennen und Behandeln von sprunghaften Änderungen in den Kräften zuverlässig ausführen kann.

In [39] wurde bereits ein ereignisorientierter Löser mit fester Schrittlänge entworfen, implementiert und für die Simulation und Modellierung von hybriden Systemen in der Regelungstechnik benutzt.

Im folgenden Struktogramm wird der Algorithmus der ereignisorientierten Integration skizziert:

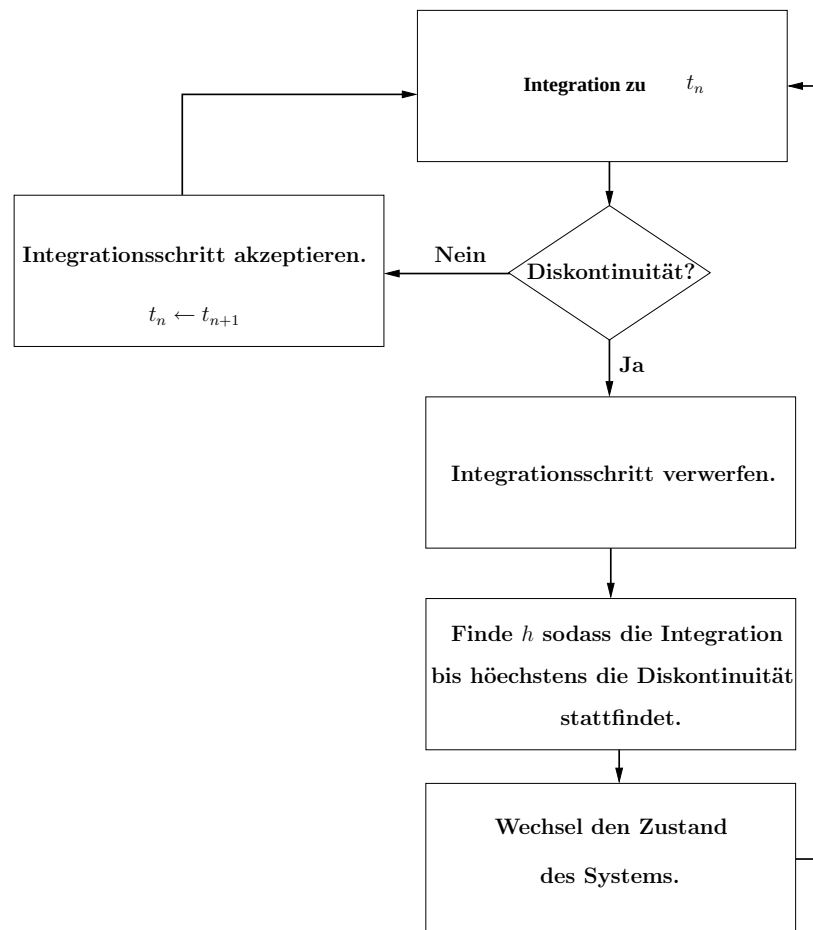


Bild 6.3: Nach jedem Integrationsschritt wird geprüft, ob eine Diskontinuität aufgetreten ist. In diesem Fall, wird der Schritt verworfen und mit einer kleineren Schrittlänge bis zur Diskontinuität fortgefahren. Dann wird das System nach der Diskontinuität weiter integriert.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Modellierungsaspekte der Fußgängerdynamik behandelt.

Eine Klasse der kontinuierlichen Modelle sind die *Sozialkräfte*-Modelle basierend auf Kurt Lewins feldtheoretischem Ansatz. Dieser besagt, dass das Verhalten eines Individuums zu einem Zeitpunkt von seiner unmittelbaren Umgebung abhängig ist. Solch eine Abhängigkeit lässt sich in Form von treibenden und abstoßenden Kräften ausdrücken.

Das Zentrifualkräfte-Modell wurde als Vertreter dieser Modelle studiert und auf seine Fähigkeit hin untersucht, die Dynamik der Fußgänger quantitativ und qualitativ zu beschreiben. Es wurde festgestellt, dass die Formulierung der Kräfte im CFM zu numerischen Schwierigkeiten bei der Integration der Bewegungsgleichung führt. Als Folge sind unrealistische Erscheinungen beobachtet worden, wie Durchdringungen von benachbarten Fußgängern oder von Wänden. Der Versuch eine stärkere konstante abstoßende Kraft einzuführen, um diese Durchdringungen auszuschließen, ist gescheitert, da hierdurch Schwingungen in den Trajektorien der Fußgänger resultieren.

Um diese Mängel zu kompensieren, wird in [46] das CFM mit einem Algorithmus für die „Kollisionsbehandlung“ erweitert. Diese technische Lösung verursacht lange Simulationszeiten, da hierfür zwischen einem Integrationsschritt und dem nächsten die „Kollisionsbehandlung“ für alle „kollidierenden“ Fußgänger mehrmals ausgeführt werden muß. Zudem wird der Einfluss der Kräfte auf die Dynamik der Fußgänger nicht mehr klar erkennbar.

In Widerspruch zu [23] wurde gezeigt, dass es kein Indiz gibt, welches auf die Steifigkeit der Fußgängermodelle mit einer Singularität in der abstoßenden Kraft, hinweist. Daher sind die beobachteten numerischen Probleme auf andere Phänomene zurückzuführen.

Im Zentrifualkräfte-Modell wird durch eine spezielle Definition der abstoßenden Kräfte eine numerische „0/0-Situation“ geschaffen. Um die daraus resultierenden Probleme zu

beseitigen, wurden verschiedene Modifikationen vorgenommen. Diese Modifikationen haben vor allem in den einfachen Szenarien, in denen das CFM versagt hat, gute Ergebnisse gezeigt. Diese Modifikationen sind somit gute Kandidaten für weitere Modellentwicklungen.

Darüber hinaus haben die Auswertungen ergeben, dass sich treibende und abstoßende Kräfte bei einer Geschwindigkeit gleich Null aufheben müssen.

Zum Schluss wurden Vorschläge gemacht, um die Zuverlässigkeit und Effizienz der numerischen Lösung der Fußgänger-Modelle zu verbessern. Insbesondere eine Diskretisierung des Raums sollte ermöglichen die $O(N^2)$ – Komplexität der Modelle zu reduzieren. Desweiteren, wird die Notwendigkeit einen Löser betont, der an Fußgängermodelle mit kurzreichweitigen Kräften adaptiert ist. Dieser Löser vervollständigt eine ereignisorientierte Integration, um sprunghafte Änderungen in den Kräften korrekt zu behandeln.

Literaturverzeichnis

- [1] N. H. Abel. *Oeuvres complètes*, chapter V. Sur l'équation différentielle $(y + s)dy + (p + qy + ry^2)dx = 0$, (1802 – 1829), page 26. <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2438n>, 1992.
- [2] R. Ashino, M. Nagase, and R. Vaillancourt. Behind and beyond the matlab ode suite. pages 5–6, 2000.
- [3] Hunderte starben bei Massenpanik. http://news.bbc.co.uk/2/hi/middle_east/4606002.stm, 2006.
- [4] V. J. Blue and J. L. Adler. Cellular automata microsimulation for modeling bidirectional pedestrian walkways. *Transportation Research Part B*, 35:293–312, 2001.
- [5] S. Boyd and L. Vandenberghe. *Convex Optimization*, pages 563–564. Cambridge University Press, 2004.
- [6] M. Chraïbi and A. Seyfried. Pedestrian dynamics with event-driven simulation. In *Pedestrian and Evacuation Dynamics 2008*, 2008.
- [7] C. F. Curtiss and J. O. Hirschfelder. Integration of stiff equations. 1951.
- [8] P. Deuffhard and F. Bornemann. *Numerische Mathematik II. Gewöhnliche Differentialgleichungen. Auflage 2*. Walter de Gruyter, 2002.
- [9] P. G. Gipps and B. Marksjö. A micro-simulation model for pedestrian flows. *Mathematics and Computers in Simulation*, 27:95–105, 1985.
- [10] R. Y. Guo and H. J. Huang. A mobile lattice gas model for simulating pedestrian evacuation. *Physica A*, 387(2-3):580–586, jan 2008.
- [11] R. Y. Guo and H.-J. Huang. A modified floor field cellular automata model for pedestrian evacuation simulation. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 41:385104–385116, aug 2008.

- [12] E. Hairer and G. Wanner. *solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer-Verlag, 1991.
- [13] D. Helbing. A fluid-dynamic model for the movement of pedestrians. *Complex Systems*, 6:391–415, 1992.
- [14] D. Helbing, I. J. Farkas, and T. Vicsek. Freezing by heating in a driven mesoscopic system. *Phys. Rev. Lett.*, 84:1240–1243, 2000.
- [15] D. Helbing and P. Molnár. Social force model for pedestrian dynamics. *Phys. Rev. E*, 51:4282–4286, 1995.
- [16] L. F. Henderson. The statistics of crowd fluids. *Nature*, 229:381–383, 1971.
- [17] L. F. Henderson. On the fluid mechanics of human crowd motion. *Transportation Research*, 8:509–515, 1974.
- [18] D. J. Higham and N. T. Lloyd. Stiffness of odes. *BIT*, 1992.
- [19] I. Iserles. *A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations.*, page 56. Cambridge Texts in Applied Mathematics.
- [20] A. Johansson, D. Helbing, and P. K. Shukla. Specification of the social force pedestrian model by evolutionary adjustment to video tracking data. *Advances in Complex Systems (ACS)*, 10(2):271–288, 2007.
- [21] E. Kamke. *Differentialgleichungen. Lösungsmethoden und Lösungen I.*, chapter Nichtlineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung, page 554. 1967.
- [22] A. Kirchner, H. Klüpfel, K. Nishinari, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. Discretization effects and the influence of walking speed in cellular automata models for pedestrian dynamics. *J. Stat. Mech.*, 10, 2004.
- [23] T. I. Lakoba, D. J. Kaup, and N. M. Finkelstein. Modifications of the helbing-molnár-farkas-vicsek social force model for pedestrian evolution. *Simulation*, 81:339–352, 2005.
- [24] K. Lewin. *Field Theory in Social Science*. Harper, 1951.
- [25] A. Nakayama, K. Hasebe, and Y. Sugiyama. Instability of pedestrian flow in 2d optimal velocity model with attractive interaction. *Computer Physics Communications*, 177:162–163, 2007.
- [26] D. R. Parisi and C. O. Dorso. Microscopic dynamics of pedestrian evacuation. *Physica A*, 354:606–618, 2005.

- [27] PedGo HT. <http://www.traffgo-ht.com/en/pedestrians/products/pedgo/>, 2008.
- [28] Ockhams Rasiermesser. http://de.wikipedia.org/wiki/Ockhams_Rasiermesser, 2008.
- [29] C. Rogsch, A. Seyfried, and W. Klingsch. Comparative investigations of the dynamical simulation of foot traffic flow. In *Pedestrian and Evacuation Dynamics 2005*, pages 357–362. Springer, 2006.
- [30] A. Schadschneider, W. Klingsch, H. Kluepfel, T. Kretz, C. Rogsch, and A. Seyfried. Evacuation dynamics: Empirical results, modeling and applications. *Encyclopedia of Complexity and System Science*.
- [31] A. Seyfried, T. Rupperecht, O. Passon, B. Steffen, W. Klingsch, and M. Boltes. New insights into pedestrian flow through bottlenecks. 2007. <http://arxiv.org/abs/physics/0702004>.
- [32] A. Seyfried, B. Steffen, W. Klingsch, and M. Boltes. The fundamental diagram of pedestrian movement revisited. *J. Stat. Mech.*, page P10002, 2005.
- [33] A. Seyfried, B. Steffen, and T. Lippert. Basics of modelling the pedestrian flow. *Physica A*, 368:232–238, 2006.
- [34] L. F. Shampine and M. W. Reichelt. The matlab ode suite. Technical report.
- [35] SIMWALK. <http://www.simwalk.com/>, 2008.
- [36] W. Song, X. Xu, B.-H. Wang, and S. Ni. Simulation of evacuation processes using a multi-grid model for pedestrian dynamics. *Physica A*, 363:492–500, 2006. Keywords: Multi-grid model; Passive factor; Active factor.
- [37] B. Steffen and A. Seyfried. The repulsive force in continuous space models of pedestrian movement. *Journal of Social Physics*.
- [38] A. Steiner, m. Philipp, and A. Schmid. Parameter estimation for a pedestrian simulation model. *Conference paper STRC 2007*.
- [39] J. Taylor. Rigorous handling of state events in matlab. In *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, pages 156 – 161, 1995.
- [40] VdS. Evakuierung und Räumung. Technical report.
- [41] PTV AG. <http://www.ptv.de/traffic/software-und-system-solutions/vissim/>, 2008.

-
- [42] Wikipedia: Zellulärer Automat. http://de.wikipedia.org/wiki/Zellul%C3%A4rer_Automat, 2008.
 - [43] U. Weidmann. Transporttechnik der Fussgänger. Technical Report Schriftenreihe des IVT Nr. 90, Institut für Verkehrsplanung,Transporttechnik, Strassen- und Eisenbahnbau, ETH Zürich, ETH Zürich, 1993. Zweite, ergänzte Auflage.
 - [44] S. Wolfram. Statistical mechanics of cellular automata. 1983.
 - [45] M. Wolki, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. Asymmetric exclusion processes with shuffled dynamics. *J. Phys. A*, 39:33–44, 2006.
 - [46] W. J. Yu, L. Chen, R. Dong, and S. Dai. Centrifugal force model for pedestrian dynamics. *Phys. Rev. E*, 72(2):026112, aug 2005.

Jül-4289
März 2009
ISSN 0944-2952