



Institut für Kernphysik

***Auslegung eines Orbitkorrektursystems
für den Hochenergie Speicherring HESR
im Projekt FAIR***

Dominic Markus Welsch

***Auslegung eines Orbitkorrektursystems
für den Hochenergie Speicherring HESR
im Projekt FAIR***

Dominic Markus Welsch

Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 4241

ISSN 0944-2952

Institut für Kernphysik Jül-4241

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek, Verlag
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

☎ 02461/61-5220 · Telefax: 02461/61-6103 · e-mail: zb-publikation@fz-juelich.de

Vollständig frei verfügbar im Internet auf dem Jülicher Open Access Server (JUWEL)
unter <http://www.fz-juelich.de/zb/juwel>

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen, die mich bei der Entstehung dieser Diplomarbeit unterstützt haben, bedanken. Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Rudolf Maier für die Möglichkeit, meine Arbeit im Forschungszentrum Jülich zu verfassen und für die ausgezeichnete Unterstützung, die ich durch ihn in jeder Hinsicht erfahren habe.

Weiterhin danke ich Herrn Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert für die Übernahme des Koreferats.

Sowohl Herrn Maier als auch Herrn Hillert gilt mein Dank dafür, dass sie mich durch ihre interessanten Lehrveranstaltungen auf die Beschleunigerphysik aufmerksam gemacht haben.

Bei Herrn Dr. Andreas Lehrach bedanke ich mich für die hervorragende Betreuung, die vielen anregenden Diskussionen und die gute Zusammenarbeit.

Weiterhin danke ich den Herren Dr. Bernd Lorentz, Dr. Hans-Joachim Stein, Dr. Dieter Prasuhn, Dr. Siegfried Martin, Dr. Raimund Tölle, Dr. Hans Stockhorst, Dr. Yuri Senichev und Priv.-Doz. Dr. Dr. h.c. Jürgen Dietrich für ihre Mithilfe, die vielen Gespräche, Anregungen und Informationen, die mir das Erstellen dieser Arbeit erleichtert haben.

Außerdem bedanke ich mich bei allen weiteren Mitarbeitern des Instituts für Kernphysik am Forschungszentrum Jülich.

Prof. Dr. Frank Hinterberger danke ich für das Stellen der richtigen Fragen und seinem Interesse an meiner Arbeit.

Dr. Dag Reistad möchte ich für seine Unterstützung und seine hilfreichen Informationen bzgl. des Elektronenkühlers danken.

Weiterhin gilt Prof. Dr. Volker Ziemann mein Dank für die Anregungen und Diskussionen bzgl. des Korrekturverfahrens.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
2	Grundlagen der Strahldynamik	11
2.1	Lorentzkraft	11
2.2	Koordinatensysteme	11
2.3	Strahltransport	12
2.3.1	Strahlfokussierung	13
2.4	Multipolentwicklung der magnetischen Felder	14
2.5	Bewegungsgleichung geladener Teilchenstrahlen	15
2.6	Lineare Strahldynamik	16
2.6.1	Matrixformalismus	16
2.7	Optische Funktionen und Emittanz	17
2.8	Dispersion und Chromatizität	19
2.9	Übergangsenergie	20
2.10	Strahlenvelope	21
2.11	Beeinflussung des Orbits durch das Magnetsystem des Elektronenkühlers	21
2.12	Die Orbitresponsematrix	22
2.12.1	Herleitung der Orbitresponsematrix	22
2.12.2	Orbitkorrektur mit der Orbitresponsematrix	24
2.13	Lokale Orbitbeulen	24
3	Beschleunigeranlagen in FAIR	26
3.1	FAIR-Projekt	26
3.1.1	Physik mit FAIR	26
3.1.2	Besonderheiten von FAIR	26
3.2	Hochenergie Speicherring HESR	28
3.2.1	Auslegung und Aufbau des HESR	28
3.2.2	Strahlparameter	30
3.2.3	Strahlkühlung	32
3.2.4	Ionenoptische Eigenschaften	33
3.2.5	Strahlausdehnung	36
4	Ergebnisse der Strahlsimulation	37
4.1	Beeinflussende Feld- und Positionierungsfehler der Magnete	37
4.1.1	Feldfehler der Magnete	37
4.1.2	Positionierungsfehler	39
4.2	Simulation des resultierenden Orbits	40
4.3	Verwendete Korrekturlemente	40
4.3.1	Genauigkeit der BPMs und Korrekturdipole	40

4.3.2	Positionierung der BPMs und Korrekturdipole	40
4.3.3	Korrektur Elemente in den Bögen	42
4.3.4	Korrektur Elemente in den Geraden	43
4.4	Globale Orbitkorrektur	45
4.5	Ergebnisse der Orbitkorrektur	45
4.6	Sensitivität der Orbitkorrektur gegenüber defekten BPMs	47
4.7	Lokale Orbitbeulen	47
4.7.1	Orbitbeule am Target	48
4.7.2	Orbitbeulen an den Orten der Injektion	49
4.7.3	Orbitbeulen an stochastischen Pickups und Kickern	50
4.7.4	Orbitbeule am Elektronenkühler	50
4.8	Diskussion der Ergebnisse	52
5	Zusammenfassung und Ausblick	53

Kapitel 1

Einleitung

In der Kern- und Teilchenphysik haben sich Experimente mit Teilchenbeschleunigern als geeignetes Instrument zur Untersuchung der Struktur und Wechselwirkung der Materie erwiesen. Die Streuprodukte, die durch Streuung von Teilchen und Kernen entstehen und in speziellen Detektoren nachgewiesen werden, liefern Rückschlüsse über die erfolgten Reaktionen und dienen zum tieferen Verständnis der Prozesse im subatomaren Bereich.

Die Teilchensorte wie auch die benötigte Teilchenenergie sind vom entsprechenden Experiment abhängig. Es kommen sowohl primäre Teilchen (z.B. Protonen, Elektronen oder Ionen) als auch sog. sekundäre Teilchen (z.B. Antiprotonen) in Frage.

Im Jahr 2001 hat die **G**esellschaft für **S**chwer-**I**onenforschung mbH (GSI) ein Projekt vorgeschlagen: **F**acility for **A**ntiproton and **I**on **R**esearch (FAIR). Für FAIR wird die bestehende Beschleunigeranlage der GSI ausgebaut. Zusammen mit den neuen Beschleunigern des FAIR-Projekts wird eine Vielzahl von verschiedenen Teilchensorten für vielfältige wissenschaftliche Experimente zur Verfügung stehen [1]. Ein Teilprojekt von FAIR ist der Hochenergie Speicherring HESR (**H**igh **E**nergy **S**torage **R**ing), in dem Antiprotonen in einem Impulsbereich von 1,5 bis 15 GeV/c für interne Experimente mit dem PANDA-Detektor [2] angeboten werden. Das Institut für Kernphysik des Forschungszentrum Jülich hat die Auslegung für den HESR übernommen und wird für die Inbetriebnahme und den späteren Strahlbetrieb verantwortlich sein.

Diese Diplomarbeit befasst sich mit Feld- und Positionierungsfehlern der supraleitenden Magnete beim HESR und deren Auswirkungen auf die Teilchentrajektorien, den sog. *Orbit*, des umlaufenden Strahls. Die Strahlachse (Referenztrajektorie) ist durch die Anordnung der strahlführenden Elemente (Dipol- und Quadrupolmagnete) festgelegt. Weil Magnete nicht beliebig genau positioniert werden können, führen Positionierungsfehler in Ort und Winkel zur Abweichung des Orbits von der Referenztrajektorie. Die Auswirkungen der Fehler der Magnetfelder auf den Orbit werden ebenfalls untersucht. Die Position des Orbits kann mit Strahllagemonitoren vermessen und mit Korrekturdipolen korrigiert werden. In der vorliegenden Arbeit wird ein geeignetes Orbitkorrektursystem für den HESR entwickelt.

Kapitel 2 dieser Arbeit beschreibt die theoretischen Grundlagen der Strahldynamik. Dabei wird besonders auf das verwendete Korrekturverfahren eingegangen. Zur Korrektur des Orbits wird ein spezielles Verfahren (Orbitresponsematrix) verwendet.

In Kapitel 3 wird die Beschleunigeranlage des FAIR-Projekts vorgestellt. Insbesondere wird der HESR und die für die Orbitkorrektur relevante Magnetanordnung beschrieben.

Kapitel 4 beinhaltet die Untersuchung der Auswirkungen der Feld- und Positionierungsfehler auf den Orbit. Es wird zunächst der Orbit mit den angenommenen Fehlern simuliert. Unter Berücksichtigung des vorhandenen Platzes im HESR und dessen ionenoptischen Eigenschaften wird ein Orbitkorrektursystem bestehend aus Strahllagemonitoren und Korrekturdipolen entwickelt.

Abschließend werden in Kapitel 5 die Ergebnisse dieser Arbeit diskutiert und ein Ausblick gegeben.

Kapitel 2

Grundlagen der Strahldynamik

Dieses Kapitel beschreibt die Grundlagen der Strahldynamik in Kreisbeschleunigern. Die Herleitungen der benötigten Formeln sind, wenn nicht anders gekennzeichnet, aus [3] entnommen. Die Orbitresponsematrix, die die Grundlage des benutzten Korrekturverfahrens darstellt, wird ebenfalls hergeleitet.

2.1 Lorentzkraft

Die Kräfte, die elektromagnetische Felder auf geladene Teilchen ausüben, werden durch die *Lorentzkraft* $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}$ beschrieben

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right), \quad (2.1)$$

wobei \mathbf{E} und \mathbf{B} die elektrischen bzw. die magnetischen Felder, \mathbf{v} die Geschwindigkeit und q die Ladung der Teilchen darstellen.

Die *Lorentzkraft* gilt unabhängig von dem betrachteten Koordinatensystem.

2.2 Koordinatensysteme

Die Referenztrajektorie des Teilchenstrahls wird durch die Anordnung der elektromagnetischen Felder ohne Feld- und Positionierungsfehler bestimmt.

Abweichungen der Teilchenbewegung von der Referenztrajektorie lassen sich im rechtshändigen, orthogonalen Laborsystem nur in komplizierten Formen darstellen. Daher wird ein geeigneteres Koordinatensystem ausgewählt. Dieses ebenfalls rechtshändige, orthogonale Koordinatensystem (x, y, s) ist aus Sicht des Laborsystems mitbewegt, wobei x und y die transversalen und s die longitudinalen Abweichungen von der Referenztrajektorie des Sollteilchens darstellen. Weil Beschleunigeranlagen üblicherweise planar gebaut werden, wird die (x,s) -Ebene als die Horizontale definiert. Die zeitlichen Abhängigkeiten der transversalen Komponenten lassen sich in örtliche (bzgl. s) überführen, da

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{v}_s \cdot t \quad (2.2)$$

gilt, wobei \mathbf{v}_s den Geschwindigkeitsvektor und t die Referenzzeit des Sollteilchens darstellen. Ein einzelnes Teilchen folgt gewöhnlich einer anderen als der Referenztrajektorie. Diese wird mit σ bezeichnet und der Bewegung ist ein eigener Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v}_σ zuzuordnen. Die „Teilchenzeit“ τ ist gegeben durch:

$$\tau = \frac{\sigma}{v_\sigma}. \quad (2.3)$$

Der Biegevektor κ für ein einzelnes Teilchen ist durch die *Lorentzkraft* eindeutig bestimmt und durch

$$\kappa = -\frac{d^2\mathbf{S}(s)}{ds^2} = \begin{pmatrix} -x'' \\ -y'' \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

definiert, wobei \mathbf{S} der Ortsvektor des Teilchens ist. Drückt man die *Lorentzkraft* durch Impulsänderung in der Teilchenzeit aus, erhält man:

$$\mathbf{F}_{Lorentz} = \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \frac{q}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]. \quad (2.5)$$

Ausgehend von *paraxialen*¹ Teilchenbahnen gilt näherungsweise

$$p_s = p\sqrt{1 - x'^2 - y'^2} \approx p \quad (2.6)$$

$$ds \approx d\sigma = c\beta d\tau, \quad (2.7)$$

wobei β die Geschwindigkeit des Teilchens im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit c darstellt. Insgesamt ergibt sich:

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = m\gamma \frac{d^2\mathbf{S}}{d\tau^2} = m\gamma v_\sigma^2 \frac{d^2\mathbf{S}}{d\sigma^2} = \frac{q}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (2.8)$$

wobei m der Masse des Teilchens und γ der Teilchenenergie in Einheiten der Ruhemasse entsprechen. Zusammen mit Gleichung 2.4 erhält man:

$$\kappa = -\frac{d^2\mathbf{S}}{ds^2} \approx -\frac{q}{cp} \left[\frac{\mathbf{v}}{v} \times \mathbf{B} \right]. \quad (2.9)$$

Die Biegeradien ρ_x und ρ_y ergeben sich aus obiger Gleichung zu

$$\kappa = \begin{pmatrix} -x'' \\ -y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho_x} \\ -\frac{1}{\rho_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \frac{q}{cp} B_y \right| \\ -\left| \frac{q}{cp} B_x \right| \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Die Referenztrajektorie ist einzig und allein durch den Ort und die Stärke der Ablenkmagnete mit den entsprechenden Biegeradien bestimmt.

2.3 Strahltransport

Die Anordnung der verwendeten Magnete für die Referenztrajektorie wird als magnetische Struktur (engl. *lattice*) bezeichnet. Die Ablenkung und damit auch die Strahlführung wird mit so genannten Dipolmagneten realisiert [4].

Die magnetische Feldverteilung wird nicht bei allen Magnetarten auf die gleiche Weise erzeugt: Bei normalleitenden Magneten sind es die Polflächen des umwickelten Eisenjoches, die die magnetische Feldverteilung bestimmen. Beim HESR werden supraleitende Magnete eingesetzt. Bei dieser Art von Magnet wird die Verteilung der magnetischen Felder im Wesentlichen durch die geometrische Anordnung der Spulen/Wicklungen bestimmt [5].

Der Einfachheit halber wird an dieser Stelle angenommen, dass alle magnetischen Felder orthogonal auf der Bewegungsrichtung stehen, also nur transversale Komponenten besitzen.

¹Die einzelnen Teilchentrajektorien verlaufen unter vernachlässigbar kleinem Winkel

Aus dem Biegeradius

$$\frac{1}{\rho} = \left| \frac{q}{cp} \mathbf{B} \right| = \left| \frac{q}{\beta E} \mathbf{B} \right| \quad (2.11)$$

lässt sich die so genannte magnetische Strahlsteifigkeit $B\rho$ bestimmen:

$$B\rho = \frac{cp}{q}. \quad (2.12)$$

In praktischeren Einheiten stellt sich dies in folgender Form dar:

$$B\rho [\text{Tesla m}] = \frac{10}{2,998} \beta E [\text{GeV}] \quad (2.13)$$

2.3.1 Strahlfokussierung

Auftretende Divergenzen weiten den Teilchenstrahl transversal auf. Wie in der Optik herkömmlicher Lichtstrahlen werden zur Kompensation von Divergenzen Linsen benutzt. Bei Teilchenbeschleunigern sind es ionenoptische Linsen aus so genannten Quadrupolmagneten [4].

Der Ablenkwinkel α einer Linse ist in der geometrischen Optik als

$$\alpha = -\frac{r}{f} \quad (2.14)$$

definiert, wobei r der Abstand von der Mittelachse und f die Brennweite ist. In der Ionen-Optik ist der Ablenkwinkel durch

$$\alpha = -\frac{l}{\rho} = -\frac{q}{\beta E} \int B_\varphi ds \approx -\frac{q}{\beta E} g r l \quad (2.15)$$

gegeben, wobei l die Weglänge der Teilcentrajektorie im Magnetfeld B_φ und $g = \frac{dB_\varphi}{dr}$ der Feldgradient sind. Die Näherung gilt nur für den Fall, dass sich der Abstand von der Mittelachse r nicht signifikant innerhalb der Strecke l ändert.

Im Allgemeinen wird eine energieunabhängige Fokussierstärke k durch

$$k = \frac{q}{cp} g = \frac{q}{\beta E} g = \frac{q}{B\rho} g \quad (2.16)$$

definiert, womit sich

$$\alpha = -k r l \stackrel{(2.14)}{\implies} \frac{1}{f} = k l \quad (2.17)$$

ergibt.

Das magnetische Feld eines Quadrupolmagneten kann in kartesischen Koordinaten vom skalaren Potential

$$V = -gxy \quad (2.18)$$

zu

$$-\nabla V = \begin{pmatrix} gy \\ gx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

abgeleitet werden.

Setzt man dies in Gleichung 2.1 ein, erhält man für die *Lorentzkraft* in beiden Fokussierebene:

$$F_x \propto gx \quad (2.20)$$

$$F_y \propto -gy. \quad (2.21)$$

Die beiden Gleichungen verdeutlichen, dass ein Quadrupol in einer Ebene (horizontal oder vertikal) fokussiert und in der anderen defokussiert. Der Gradient g ist für einen horizontal fokussierenden Quadrupolmagneten positiv definiert. Zur Kompensation der auftretenden Defokussierung werden normalerweise zwei Quadrupole, ein horizontal fokussierender und ein vertikal fokussierender Quadrupolmagnet, verwendet. Die Gesamtwirkung eines solchen Quadrupol-Dupletts ist eine sowohl horizontal wie vertikal fokussierende ionenoptische Linse. Es können auch mehr als zwei Quadrupolmagnete genutzt werden, um eine Fokussierung in beiden transversalen Richtungen zu erhalten.

2.4 Multipolentwicklung der magnetischen Felder

Wie bereits angesprochen sind bestimmte Konfigurationen magnetischer Felder für spezifische Strahlmanipulationen erforderlich. In der Realität ist es nicht möglich, einen Magneten so auszulegen und zu bauen, dass er nur die gewünschte Feldkonfiguration (z.B. ein Dipolfeld) besitzt. Wie stark andere Feldekompenten (z.B. Quadrupolanteile, Sextupolanteile etc.) auftreten, lässt sich durch eine Multipolentwicklung des magnetischen Feldes bestimmen.

Als Koordinatensystem wird das Laborsystem (x, y, z) gewählt und eventuell auftretende Ablenkungen wie z.B. in Dipolmagneten werden vernachlässigt.

Ausgehend von der ladungsfreien *Laplacegleichung*

$$\Delta V \equiv 0 \quad (2.22)$$

eines Potentials $V(x, y, z)$ wird auf Grund der auftretenden Symmetrie eine zylindersymmetrische Darstellung gewählt:

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \equiv 0. \quad (2.23)$$

Das Potential $V(x, y, z)$ ist in ein Potential $V(r, \varphi, z)$ transformiert worden. Es wird ein Ansatz mittels einer *Taylorentwicklung* um den Ursprung ($r \equiv 0$) gewählt.

$$V(r, \varphi, z) = -\frac{cp}{e} \sum_{n>0} \frac{1}{n!} A_n(z) r^n e^{in\varphi}. \quad (2.24)$$

Die Einschränkung $n > 0$ wird gemacht um nicht-physikalische Singularitäten für $r \rightarrow 0$ zu vermeiden. Die Feldkoeffizienten A_n sind aus der *Laplacegleichung* abzuleiten.

Die Komponenten des transversalen, zweidimensionalen Potentials ergeben sich in kartesischen und in zylindrischen Koordinaten zu:

$$V_n(x, y) = -\frac{cp}{e} \frac{1}{n!} A_n (x + iy)^2 \quad (2.25)$$

$$V_n(r, \varphi) = -\frac{cp}{e} \frac{1}{n!} A_n r^n e^{in\varphi}. \quad (2.26)$$

Sowohl der reale als auch der imaginäre Anteil stellen jeweils eine Lösung dar. Die beiden Lösungen unterscheiden sich lediglich in einer Drehung um die Mittelachse des Magneten. Da Teilchenbeschleuniger in der Regel planar gebaut werden, werden Magnete als aufrecht (engl. *upright*; imaginärer Anteil der Lösung) oder gedreht (engl. *skewed*; realer Anteil der Lösung) bezeichnet.

Häufig werden die „harmonischen“ Anteile des Feldes angegeben [6, 7]. Diese werden mit b_n und a_n bezeichnet und spiegeln die obigen Feldkoeffizienten A_n wider. Die b_n entsprechen den A_n der imaginäre Lösung und die a_n den A_n der realen Lösung. Die harmonischen Anteile werden auf die Feldkomponente, die erzeugt werden soll, normiert.

Die magnetischen Felder werden für die Harmonischen nach folgender Form entwickelt [7]:

$$B_y + \imath B_x = 10^{-4} B_{R_0} \sum_{n=0}^{\infty} [b_n + \imath a_n] e^{m\varphi} \left(\frac{r}{R_0} \right)^n, \quad (2.27)$$

wobei R_0 den Referenzradius der Entwicklung angibt. In dieser Form entspricht der Index n einer Multipolkomponente mit $(2n - 2)$ Polen, d.h. $n = 1$ entspricht einem Quadrupolmagneten.

2.5 Bewegungsgleichung geladener Teilchenstrahlen

Die realen Trajektorien der einzelnen Teilchen im Teilchenstrahl haben normalerweise einen Versatz zur Referenztrajektorie. Deshalb werden die durch Dipole hervorgerufenen Ablenkungen auch unterschiedliche Radien für verschiedene Teilchen innerhalb des abgelenkten Teilchenstrahls aufweisen.

Betrachtet wird eine einzelne Trajektorie mit einem transversalen Abstand u von der Referenztrajektorie. Die bei einer Dipolablenkung auftretenden Winkel sind

$$d\varphi_0 = \kappa_0 ds \quad (\text{Referenztrajektorie}) \quad (2.28)$$

$$d\varphi = \kappa d\sigma \quad (\text{spezifische Teilchentrajektorie}). \quad (2.29)$$

In linearer Näherung lässt sich $d\sigma$ durch ds in folgender Form darstellen:

$$d\sigma = (1 + \kappa_0 u) ds + O(2). \quad (2.30)$$

Unter Verwendung der Gleichung

$$u'' = - \left(\frac{d\varphi}{ds} - \frac{d\varphi_0}{ds} \right) \quad (2.31)$$

lässt sich die Bewegungsgleichung des Teilchens im Teilchenstrahl durch Einsetzen von Gleichung 2.30 herleiten:

$$u'' = -(1 + \kappa_0 u)\kappa + \kappa_0. \quad (2.32)$$

Die Bewegungsgleichung von geladenen Teilchen in elektromagnetischen Feldern lässt sich durch Kombination der Differentialgleichung (2.32) und der *Lorentzkraft* (2.9) ableiten. Es wird eine rein horizontale, nur durch vertikale magnetische Felder erzeugte Ablenkung betrachtet: Es müssen u durch x und κ durch κ_x ersetzt werden.

Die Feldkomponenten des benutzten magnetischen Feldes werden in einer Reihenentwicklung dargestellt:

$$\kappa_x = \frac{e}{cp} B_y = \frac{e}{cp} \left[B_{y0} + gx + \frac{1}{2} s (x^2 - y^2) + \dots \right] \quad (2.33)$$

Da ein Teilchenstrahl nie monochromatisch² sein kann, muss der Impuls p des Teilchens um den Impuls p_0 des Sollteilchens entwickelt werden:

$$\frac{1}{cp} = \frac{1}{cp_0(1+\delta)} \approx \frac{1}{cp_0} (1 - \delta + \delta^2 + \dots). \quad (2.34)$$

Setzt man die beiden obigen Gleichungen in Gleichung 2.32 ein und behält nur die in $\delta = \frac{p-p_0}{p_0} = \frac{\Delta p}{p_0}$, x und y linearen und quadratischen Terme bei, erhält man die gewünschte Bewegungsgleichung geladener Teilchen im magnetischen Dipolfeld:

$$\begin{aligned} x'' + (k_0 + \kappa_{x0}^2) x &= \kappa_{x0} (\delta - \delta^2) + (k_0 + \kappa_{x0}^2) x \delta \\ &\quad - k_0 \kappa_{x0} x^2 - \frac{1}{2} m_0 (x^2 - y^2), \end{aligned} \quad (2.35)$$

wobei k_0 die auf die magnetische Steifigkeit normierte Quadrupolstärke und m_0 die ebenfalls normierte Sextupolstärke darstellen. Die Dipolstärke ist durch κ_{x0} gegeben.

Die Bewegungsgleichung für eine Ablenkung in y -Richtung lässt sich analog durch Ersetzen von u durch y und κ durch κ_y herleiten:

$$\begin{aligned} y'' - (k_0 - \kappa_{y0}^2) y &= \kappa_{x0} (\delta - \delta^2) - (k_0 - \kappa_{y0}^2) y \delta \\ &\quad - k_0 \kappa_{y0} y^2 + m_0 x y. \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.6 Lineare Strahldynamik

In der linearen Strahldynamik wird nur von paraxialen Teilchentrajektorien ausgegangen. Die Störungsterme in Gleichung 2.35 werden in der linearen Strahldynamik als kleine, vernachlässigbare Störungen behandelt. Daher werden nur Dipol- und Quadrupolfelder berücksichtigt. Obwohl die meisten Störungsterme gültige Lösungen der Laplacegleichung höherer Ordnung sind, verschwinden viele bereits auf Grund der generellen Nähe zur Referenztrajektorie ($x'' \ll 1$ und $y'' \ll 1$).

2.6.1 Matrixformalismus

Jedes Strahltransportsystem hat eine eigene magnetische Struktur. Deshalb kann es keine allgemeine Lösung geben, die auf jedes beliebige Strahltransportsystem anwendbar ist. Jede Lösung wird von der spezifischen Anordnung der benutzten Magnete abhängen.

Eine Beschreibung der Teilchentrajektorie durch eine Anordnung von Driften³, Dipolen und Quadrupolen kann mittels Matrixformalismus erreicht werden, wenn die Stärke des Magnetfeldes in den einzelnen Magneten als konstant angenommen wird. Eine solche Beschreibung durch eine Rechteckfunktion (engl. *hard edge model*) vereinfacht die Bewegungsgleichung und die Lösungen bestehen lediglich aus trigonometrischen Funktionen. In der Realität treten Streufelder auf und benachbarte Magnete beeinflussen sich gegenseitig; auch fallen die magnetischen Felder am Rand nicht abrupt ab. Für eine Beschreibung, die die reale Magnetstruktur besser widerspiegelt, ist eine genauere Betrachtung zu wählen oder Korrekturterme hinzuzufügen.

Unter der Annahme, dass der Krümmungsradius ρ_0 und der Gradient k konstant sind und Störungen unberücksichtigt bleiben, geht die Bewegungsgleichung in die eines harmonischen Oszillators über:

$$u'' + Ku = 0, \quad \text{wobei } K = \frac{1}{\rho_0^2} + k_0 = \text{const.} \quad (2.37)$$

²Alle Teilchen in einem Teilchenstrahl besitzen den Impuls des Sollteilchens

³Bezeichnung des feldfreien Bereiches zwischen den Magneten

In Matrixdarstellung stellt sich die allgemeine Lösung als

$$\begin{bmatrix} u(s) \\ u'(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(s) & S(s) \\ C'(s) & S'(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

dar, wobei wieder für u die entsprechende Richtung x oder y einzusetzen ist und die Funktionen $C(s)$, $C'(s)$, $S(s)$ und $S'(s)$ durch die Fokussierstärke K gegeben sind. Weil Phasenraumkopplungen⁴ nicht berücksichtigt werden, ist die Darstellung der 4x4-Matrix für beide transversalen Richtungen aus blockdiagonalen Matrizen zusammengesetzt:

$$\begin{bmatrix} x(s) \\ x'(s) \\ y(s) \\ y'(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x(s) & S_x(s) & 0 & 0 \\ C'_x(s) & S'_x(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_y(s) & S_y(s) \\ 0 & 0 & C'_y(s) & S'_y(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ y_0 \\ y'_0 \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Bei gewissen Anwendungen kann es von Interesse sein, nicht nur die transversalen Teilchenbewegungen zu betrachten, sondern auch die longitudinale. Deswegen wird die 4-dimensionale Darstellung auf eine 6-dimensionale erweitert. Die 5. Komponente entspricht den longitudinalen Abweichungen von der Referenztrajektorie und die 6. Komponente der relativen Impulsabweichung.

Die Gesamtlösung einer Sektion mit mehreren Magneten, etc. erhält man durch Multiplikation der entsprechenden Matrizenrepräsentation M_i der einzelnen Elemente:

$$M_{Gesamt} = M_n \cdot M_{n-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1, \quad (2.40)$$

wobei Driften zwischen den einzelnen Magneten beachtet werden müssen.

Die Matrixdarstellungen der einzelnen Elemente lassen sich durch Einsetzen der Fokussierstärke K erhalten [3, 8].

2.7 Optische Funktionen und Emittanz

Die Darstellung der Elemente als Matrizen und deren Multiplikation zur Darstellung gewisser Anordnungen von Strahltransportelementen liefern in der Regel nicht alle Eigenschaften der Teilcentrajektorien. Für ein tieferes Verständnis muß die Bewegungsgleichung analytisch betrachtet werden. Man geht von der differentiellen Bewegungsgleichung⁵

$$u'' + K(s)u = 0 \quad (2.41)$$

aus, wobei u für eine Richtung (x oder y) steht und $K(s)$ die ortsabhängigen Eigenschaften der fokussierenden Elemente innerhalb der Strahlführung beschreibt. Da die Form dieser Differentialgleichung der eines harmonischen Oszillators gleicht, wird für u folgenden Ansatz gewählt [9]:

$$u(s) = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_u(s)} \cos(\psi_u(s) - \psi_{u,0}). \quad (2.42)$$

Die Integrationskonstanten ϵ und ψ_0 sind durch das Problem eindeutig bestimmt. Bildet man die zweite Ableitung von u

$$\begin{aligned} u'' = & + \sqrt{\epsilon} \frac{\beta_u \beta_u'' - \frac{1}{2} \beta_u'^2}{2\beta_u^{\frac{3}{2}}} \cos(\psi_u - \psi_{u,0}) - \sqrt{\epsilon} \frac{\beta_u'}{\sqrt{\beta_u}} \sin(\psi_u - \psi_{u,0}) \psi_u' \\ & - \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_u} \sin(\psi_u - \psi_{u,0}) \psi_u'' - \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_u} \cos(\psi_u - \psi_{u,0}) \psi_u'^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

⁴So wird die gegenseitige Beeinflussung der beiden Richtungen x und y bezeichnet

⁵Diese Bewegungsgleichung wird für periodische Systeme wie Ringbeschleuniger auch *Hill'sche* Differentialgleichung genannt

und setzt diese in die Glg. 2.41 ein, so muss für beliebige Phasen in den Sinus- und Kosinusfunktionen die Gleichung jeweils erfüllt sein. D.h. die Summen der entsprechenden Koeffizienten müssen verschwinden:

$$\frac{1}{2}(\beta_u \beta_u'' - \frac{1}{2} \beta_u'^2) - \beta_u^2 \psi_u'^2 + \beta_u^2 k = 0 \quad (2.44)$$

$$\beta_u' \psi_u' + \beta_u \psi_u'' = 0. \quad (2.45)$$

Aus Glg. 2.45 erhält man mittels Integration

$$\beta_u \psi_u' = \text{const} = 1. \quad (2.46)$$

Die Integrationskonstante wird auf 1 normiert, so dass für die Funktion der Phase ψ_u gilt:

$$\psi_u(s) = \int_0^s \frac{d\bar{s}}{\beta_u(\bar{s})} + \psi_{u,0}. \quad (2.47)$$

Die Phasendifferenz zweier Orte wird als Phasenvorschub bezeichnet. Die sog. optischen Funktionen umfassen neben β_u zwei weitere Funktionen:

$$\alpha_u = -\frac{1}{2} \beta_u' \quad \text{und} \quad (2.48)$$

$$\gamma_u = \frac{(1 + \alpha_u^2)}{\beta_u} \quad (2.49)$$

Die Bewegung der Teilchen um die Referenztrajektorie, die so genannte Betatronschwungung, wird durch die optischen Funktionen beschrieben. Bei einem Kreisbeschleuniger wird die Anzahl der Betatronschwüngen in einer Richtung pro Umlauf als Arbeitspunkt Q_u bezeichnet:

$$Q_u = \frac{\psi_{u,\text{Ring}}}{2\pi}, \quad (2.50)$$

wobei $\psi_{u,\text{Ring}}$ den Phasenvorschub für eine Richtung bei einem Umlauf darstellt.

Durch Einführung der optischen Funktionen kann man die Glg. 2.44 in vereinfachter Form schreiben:

$$\beta_u'' + 2k\beta_u - 2\gamma_u = 0 \Leftrightarrow k\beta_u - \gamma_u = \alpha_u' \quad (2.51)$$

Ausgehend von der Lösung der Differentialgleichung u und deren Ableitung u' kann man die Phase eliminieren und die so genannte *Courant-Snyder-Invariante* finden, welche zugleich die Invariante der Bewegungsgleichung ist:

$$\gamma_u u^2 + 2\alpha_u u u' + \beta_u u'^2 = \epsilon. \quad (2.52)$$

Gleichung 2.52 entspricht einer Ellipsengleichung mit dem Flächeninhalt $\pi\epsilon$. ϵ ist die invariante Emittanz. Zwar ändern sich die Parameter (α_u , β_u , γ_u , u , und u') abhängig vom Ort s , jedoch besagt der Satz von *Liouville*, dass der Flächeninhalt der Ellipse, also ϵ , konstant bleibt. Eine solche Phasenraum-Beschreibung verdeutlicht, dass die Emittanz eine Invariante der Bewegung ist. Abbildung 2.1 zeigt die Phasenraumellipse der Teilchenbewegung [3].

Da für jedes einzelne Teilchen in einem Teilchenstrahl eine eigene Emittanz bestimmt werden kann, wird eine obere Grenze für alle Teilchen im Strahl definiert und als Strahlemittanz ϵ bezeichnet. Die Glg. 2.52 geht dann in eine Ungleichung über:

$$\gamma_u u^2 + 2\alpha_u u u' + \beta_u u'^2 \leq \epsilon. \quad (2.53)$$

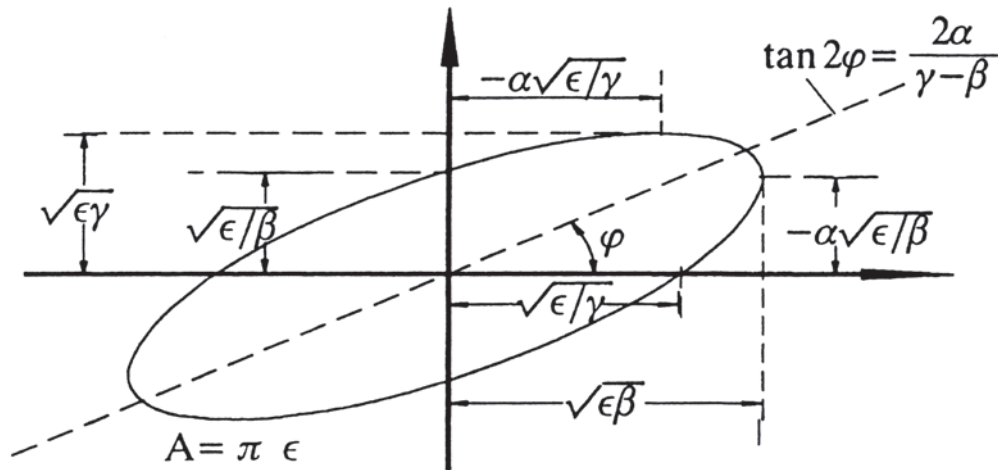


Abbildung 2.1: Phasenraumellipse der Teilchenbewegung

Für verschiedene Teilchenenergien ändert sich die invariante Emittanz, auch geometrische Emittanz genannt. Daher führt man die so genannte normierte Emittanz ein, die unabhängig von der Teilchenenergie gilt:

$$\epsilon_{\text{normiert}} = \beta\gamma\epsilon. \quad (2.54)$$

2.8 Dispersion und Chromatizität

Für einen nicht-monochromatischen Teilchenstrahl $\frac{\Delta p}{p} \neq 0$, verändert sich die Stärke einer Strahlablenkung in Abhängigkeit von seiner Impulsabweichung.

Die Störung ist durch $\frac{\delta}{\rho}$ gegeben, wobei die Näherung $\delta \ll 1$ gilt. Es werden alle quadratischen Terme und Terme höherer Ordnung in δ vernachlässigt. Man erhält folgende Differentialgleichung:

$$u'' + K(s)u = \frac{1}{\rho}(s)\delta. \quad (2.55)$$

Die Lösung ist von der Form

$$u(s) = a C(s) + b S(s) + \delta D(s), \quad (2.56)$$

wobei $D(s)$ Dispersion genannt wird. Die Dispersion, die durch

$$D(s) = \int_0^s \frac{1}{\rho_0}(\tilde{s}) [S(s)C(\tilde{s}) - C(s)S(\tilde{s})] d\tilde{s} \quad (2.57)$$

$$= S(s) \int_0^l \frac{1}{\rho}(\tilde{s}) C(\tilde{s}) d\tilde{s} - C(s) \int_0^l \frac{1}{\rho}(\tilde{s}) S(\tilde{s}) d\tilde{s} \quad \text{für } s > l, \quad (2.58)$$

gegeben ist, führt zu einer Verschiebung der Teilchenbahn um $\delta D(s)$ gegenüber der Referenztrajektorie. Die Länge des ablenkenden Magneten ist mit l und der Ablenkradius mit ρ bzw. ρ_0 gekennzeichnet.

Der durch eine Impulsabweichung auftretende Effekt zweiter Ordnung wird Chromatizität ξ genannt. Aus den Gleichungen 2.35 und 2.36 lassen sich die Änderungen

der Fokussierstärke in zweiter Ordnung bestimmen. Diese Änderungen beeinflussen die Phasenvorschübe, wodurch sich der Arbeitspunkt in Ringbeschleunigern ändert. Die natürliche Chromatizität ξ_0 , die nur durch die Veränderung der Quadrupolstärken auftritt, ist durch

$$\xi_0 = \frac{\Delta Q}{\delta} = -\frac{1}{4\pi} \oint k(s)\beta(s)ds \quad (2.59)$$

gegeben.

2.9 Übergangsenergie

Durch Abweichungen des Impuls der Teilchen von dem Sollimpuls ändert sich die Weglänge L einer Teilchentrajektorie. Der so genannte *momentum compaction factor*

$$\alpha_c = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p} = \frac{1}{L} \oint \frac{D(s)}{\rho(s)} ds \quad (2.60)$$

gibt die relative Längenänderung $\Delta L/L$ der Teilchentrajektorie im Verhältnis zur relativen Abweichung vom Sollimpuls an. Während die Umlaufzeit eines Teilchens durch

$$\tau = \frac{L}{c\beta} \quad (2.61)$$

gegeben ist, verändert sie sich durch eine andere Weglänge nach

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta\beta}{\beta}, \quad (2.62)$$

wobei $\Delta\tau/\tau$ die relative Änderung der Umlaufzeit darstellt. Dies lässt sich als

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = -\left(\frac{1}{\gamma^2} - \alpha_c\right) \frac{\Delta p}{p} \quad (2.63)$$

schreiben. Die Umlaufzeit bzw. die Umlauffrequenz und die beschleunigende Hochfrequenz müssen aufeinander angepasst sein. Die Phase muss so eingestellt sein, dass Teilchen, die eine größere Umlaufzeit als das Sollteilchen besitzen, eine höhere Spannung als das Sollteilchen erfahren und umgekehrt. Dies bewirkt eine longitudinale Fokussierung des Teilchenstrahls, die Phasenfokussierung. An der sog. Übergangsenergie (engl. *transition energy*) gilt

$$\gamma_{\text{Transition}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c}}, \quad (2.64)$$

wodurch die Phasenfokussierung verschwindet. Dadurch kann der Strahl longitudinal über die Akzeptanz des Ringbeschleunigers hinauswachsen, was zu Teilchenverlusten führt. Das Kreuzen der Übergangsenergie sollte daher bei der Beschleunigung nach Möglichkeit vermieden werden.

2.10 Strahlenvelope

Die Strahlenvelope⁶ $E(s)$, die den Teilchenstrahl als Ganzes beschreibt und sämtliche Teilchen berücksichtigt, gibt die Strahlbreite an. Sie ist durch

$$E(s) = \pm \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_u(s)} \quad (2.65)$$

gegeben. Das doppelte Vorzeichen deutet an, dass die Enveloppe die Grenzen des Teilchenstrahls zu beiden Seiten des Strahlschwerpunktes angibt.

Falls der Teilchenstrahl eine Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p_0}$ aufweist, enthält die Formel der Strahlenveloppenhälfte einen weiteren Summanden:

$$E(s) = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_u(s)} + D \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (2.66)$$

Nicht-konservative, dissipative Kräfte können zu einer Größenänderung der Strahlmittanz führen, da in diesem Fall der Satz von *Liouville* verletzt ist. Eine Strahlaufweitung kann z.B. durch Streuung an einem Target [10] bewirkt werden. Durch so genannte Strahlkühlung kann dem Emittanzwachstum entgegengewirkt werden, z.B. Elektronenkühlung [11] und stochastische Kühlung [12].

2.11 Beeinflussung des Orbits durch das Magnetsystem des Elektronenkühlers

Zur Realisierung der Elektronenkühlung muss ein Elektronenstrahl in den umlaufenden Teilchenstrahl ein- und wieder ausgelenkt werden. Das dazu benötigte Magnetsystem besteht aus Solenoid- und Toroidmagneten. Diese Magnete wirken nicht nur auf den Elektronenstrahl, sondern beeinflussen auch den Orbit des umlaufenden Teilchenstrahls. Im Wesentlichen müssen dabei die Toroidfelder und die zur Kompensation der Zentrifugalkraft des Elektronenstrahls benötigten Dipolfelder in den Toroiden beachtet werden.

Aus rein geometrischen Überlegungen lässt sich die Formel für den Winkel y' des umlaufenden Teilchenstrahls herleiten, der nur durch das Toroidfeld hervorgerufen wird [13]:

$$y' = -\frac{B_0 R_e}{B \rho} \ln \cos(\varphi_{\text{Toroid}}), \quad (2.67)$$

wobei B_0 die Toroidfeldstärke auf dem Referenzradius R_e der Elektronen und φ_{Toroid} der Winkel des Toroiden sind.

Der horizontale Effekt ist sowohl durch das Toroidfeld als auch das Dipolfeld verursacht. Der Winkel x' ergibt sich somit als Summe der beiden Teileffekte:

$$x' = \frac{\int B_{\perp} ds + \int B_{\text{dip}} ds}{B \rho}, \quad \text{mit} \quad (2.68)$$

$$\int B_{\perp} ds = \int_0^{\varphi_{\text{Toroid}}} -\frac{B_0^2 R^2}{B \rho} \ln(\cos \varphi) d\varphi \quad \text{und} \quad (2.69)$$

$$B_{\text{dip}} = \frac{\sqrt{T_e (2E_e + T_e)}}{E_0 \cdot qcR}, \quad (2.70)$$

wobei E_e die Ruheenergie der Elektronen und T_e deren kinetische Energie sind.

⁶Einhüllende aller Teilchenbahnen

2.12 Die Orbitresponsematrix

Die Orbitresponsematrix ist ein Hilfsmittel zur Korrektur des Orbits [14]. Ihre Einträge liefern eine Relation zwischen der Stärke eines Korrekturdipols und der resultierenden Veränderung der Strahlablage am Ort eines Strahllagemonitors⁷ (BPM) [15], der die Abweichung von der Referenztrajektorie misst.

2.12.1 Herleitung der Orbitresponsematrix

Im Folgenden kennzeichnet der Index d alle Symbole, die sich auf einen entsprechenden Strahllagemonitor beziehen. Der Index a bezieht sich auf Korrekturdipole.

Entscheidend ist die Anzahl der vorhandenen Korrektur Elemente, sowohl BPMs als auch Korrekturdipole. Der Orbit ist um so besser zu korrigieren, je mehr Korrektur Elemente zur Verfügung stehen. Für eine gute Optimierung sollte die Anzahl der BPMs zumindest gleich groß sein.

In der folgenden Herleitung der Orbitresponsematrix wird ein Beschleunigerring ohne Phasenraumkopplung vorausgesetzt. Man betrachtet ein störendes Element verschwindender Länge, welches sich nur vertikal auswirkt. Der Einfachheit halber soll sich diese auftretende Störung mittig im störenden Element und im Ursprung befinden und dort im t -ten Umlauf eine Ablenkung Δp_y des Strahls verursachen. Die y -Richtung für die Herleitung der Orbitresponsematrix auszuwählen ist willkürlich. Eine Formulierung für die x -Richtung lässt sich analog dazu herleiten.

Die Gleichung

$$\begin{pmatrix} y \\ p_y - \Delta p_y/2 \end{pmatrix}_{t+1} = \begin{pmatrix} C_y + \alpha_y S_y & \beta_y S_y \\ -\gamma_y S_y & C_y - \alpha_y S_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ p_y + \Delta p_y/2 \end{pmatrix}_t \quad (2.71)$$

stellt eine Transformation eines gegebenen Teilchenstrahls bei einem Umlauf dar, wobei die Matrix die entsprechende „one-turn map“ angibt. C_y und S_y stehen in diesem Zusammenhang für den Cosinus bzw. den Sinus des Phasenvorschubs ψ_y bei einem kompletten Umlauf, also $C_y = \cos(Q_y \cdot 2\pi)$ und $S_y = \sin(Q_y \cdot 2\pi)$. Die Gleichung kann man invertieren und somit den Übergang von Umlauf t zu $t - 1$ erhalten:

$$y_{t+1} = (C_y + \alpha_y S_y)y_t + \beta_y S_y(p_y + \Delta p_y/2)_t \quad (2.72)$$

$$y_{t-1} = (C_y - \alpha_y S_y)y_t - \beta_y S_y(p_y - \Delta p_y/2)_t. \quad (2.73)$$

Durch Summation der beiden Gleichungen 2.72 und 2.73 erhält man

$$y_{t+1} - 2C_y y_t + y_{t-1} = \beta_y S_y \Delta p_{yt}. \quad (2.74)$$

Ist dies für y_t gelöst, kann man auch p_{yt} berechnen, indem man Gleichung 2.73 von Gleichung 2.72 subtrahiert:

$$p_{yt} = \frac{y_{t+1} - y_{t-1} - 2\alpha_y S_y y_t}{2\beta_y S_y}. \quad (2.75)$$

Weil man nur konstante Ablenkungen betrachten möchte, hängt Δp_{yt} nicht von der Zeit ab. Dies wird durch den Wegfall des Index t zu Δp_y ausgedrückt. Bei Gleichung 2.74 handelt es sich um eine inhomogene, lineare Gleichung. Die Lösung der homogenen Gleichung entspricht der freien Betatronschwingung und wird zur Herleitung der Orbitresponsematrix im Folgenden gleich Null gesetzt.

⁷engl. *beam position monitors*

Eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung ist

$$y = \beta_y \frac{S_y/2}{1 - C_y} \Delta p_y, \quad (2.76)$$

woraus

$$p_y = -\alpha_y \frac{S_y/2}{1 - C_y} \Delta p_y \quad (2.77)$$

abgeleitet werden kann. Das störende Element verursacht eine Winkeländerung.

Man kann das obige Ergebnis in den Startvektor von Gleichung 2.71 einsetzen und statt der Matrix für einen Umlauf des Beschleunigers eine Matrix wählen, die den Startvektor zu einer beliebigen Position im Beschleunigerring transformiert. Diese Matrix wird so gewählt, dass sie die Strahlparameter von der Störstelle zu einem BPM transformiert. Man erhält diese Matrix durch Multiplikation der folgenden Matrizen:

$$\begin{pmatrix} \beta_d^{\frac{1}{2}} & 0 \\ -\alpha_d \beta_d^{-\frac{1}{2}} & \beta_d^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C(d, i) & S(d, i) \\ -S(d, i) & C(d, i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_i^{-\frac{1}{2}} & 0 \\ \alpha_i \beta_i^{-\frac{1}{2}} & \beta_i^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_i \frac{S_y/2}{1 - C_y} \\ -\alpha_i \frac{S_y/2}{1 - C_y} + \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.78)$$

wobei $C(d, i)$ den Cosinus und $S(d, i)$ den Sinus des Phasenvorschubs zwischen Störstelle und BPM darstellen. Da der Phasenvorschub positiv sein muss, ist dessen Betrag zu benutzen. Ausmultiplizieren der Matrizen führt zu

$$\frac{y_d}{\sqrt{\beta_d}} = \left[\frac{S_y}{1 - C_y} C(d, i) + S(d, i) \right] \sqrt{\beta_i} \Delta p_i / 2 \quad (2.79)$$

$$\frac{y_d}{\Delta p_i} = \frac{\cos(\mu/2 - \phi_{di})}{2 \sin \frac{\mu}{2}} \sqrt{\beta_d \beta_i}, \quad (2.80)$$

wobei ϕ_{di} der Betrag der Phasendifferenz zwischen beiden Orten ist.

Der Dipolfehler Δp_i ist als einfacher Ablenkfehler angenommen worden. Ein Korrekturdipol bewirkt ebenfalls eine Ablenkung, weshalb man Δp_i als Ablenkwinkel des entsprechenden Korrekturdipols i betrachten kann. Die Einträge der Orbitresponsematrix spiegeln, wie am Anfang diesen Abschnitts schon diskutiert, die Änderung der Strahlablage am Ort der BPMs in Abhängigkeit der Ablenkstärke der eingesetzten Korrekturdipole wider. Gleichung 2.80 liefert die Formel zur Berechnung der Matrixelemente $R_{di} = \frac{y_d}{\Delta p_i}$ der Orbitresponsematrix.

Die Orbitresponsematrix bzw. deren Einträge hängen „nur“ vom Arbeitspunkt Q_y , der Betafunktion an den bestimmten Ort sowie der Phasendifferenz der entsprechenden Orte ab. D.h. man kann die Orbitresponsematrix aus einem Modell des betrachteten Ringbeschleunigers gewinnen.

Es ist zu erwarten, dass ein Modell von dem realen Beschleuniger abweicht. Misst man die Orbitresponsematrix des Beschleunigers und vergleicht diese mit dem Modell, kann man zusätzliche Informationen gewinnen um das Modell zu verbessern oder Rückschlüsse für Verbesserungen des Beschleunigers ziehen [16].

Gleichung 2.76 zeigt, dass die Amplitude der Betatronschwingung in y beliebig groß werden kann, wenn sich der vertikale Arbeitspunkt Q_y nahe einer ganzen Zahl befindet. Diese so genannte ganzzahlige (optische) Resonanz ist die stärkste. Analoge, aber schwächere Resonanzen treten durch Quadrupolfehler (halbzahlige Resonanzen), durch Sextupolfehler (drittelzahlige Resonanzen) usw. auf.

2.12.2 Orbitkorrektur mit der Orbitresponsematrix

Um eine Orbitkorrektur durchzuführen, muss man die benötigten Korrekturstärken der Korrekturdipole bestimmen. Im einfachsten Fall, kann man die Orbitresponsematrix R invertieren. Es ist dann möglich, den Vektor $\bar{\mathbf{S}}$, der die Strahllagen an den Orten der BPMs enthält, auf die invertierte Orbitresponsematrix R^{-1} zu multiplizieren. Das Ergebnis ist ein Vektor Θ , dessen Komponenten die benötigten Korrekturdipolstärken enthalten:

$$\Theta = R^{-1} \cdot \bar{\mathbf{S}}. \quad (2.81)$$

Unterscheidet sich die Zahl von Korrekturdipolen und BPMs, ist die Orbitresponsematrix nicht quadratisch und nicht invertierbar. Selbst wenn die Orbitresponsematrix quadratisch ist, ist sie nicht zwangsläufig invertierbar.

Es gibt verschiedene Methoden, um die Orbitresponsematrix dennoch benutzen zu können. Eine Möglichkeit ist die Erzeugung einer pseudo-inversen Orbitresponsematrix R^{-1} z.B. mittels *SVD*⁸. Diese Methode wurde beispielsweise am CELSIUS Ring in Uppsala angewendet [13].

Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung der nicht-invertierten Orbitresponsematrix. Dazu wird der Korrekturstärkenvektor Θ auf die Orbitresponsematrix multipliziert. Man erhält so die resultierende Strahlblage $\bar{\mathbf{S}}$:

$$\bar{\mathbf{S}} = R \cdot \Theta. \quad (2.82)$$

Variiert man den Korrekturstärkenvektor Θ , ändert sich der Vektor $\bar{\mathbf{S}}$, der die resultierenden Strahlblagen an den BPMs enthält. Durch Differenzbildung des Strahlblagenvektors und der realen Strahlblagen an den BPMs kann man den Orbit mittels einer χ^2 -Minimierung verbessern. Der negative Korrekturstärkenvektor von Θ enthält dann die benötigten Korrekturstärken.

2.13 Lokale Orbitbeulen

Mit einer geeigneten Anordnung von Korrekturdipolen kann man die Strahlage des Teilchenstrahls mittels einer Orbitbeule an bestimmten Orten einstellen. Bei einer geschlossenen Orbitbeule wird die Strahlage des Teilchenstrahls nur am Ort der Orbitbeule verändert und beeinflusst den Orbit an anderen Stellen im Beschleuniger nicht.

Es gibt drei verschiedene Arten von geschlossenen Orbitbeulen. Die Art hängt von der Anzahl der verfügbaren Korrekturdipole ab. Die einfachste geschlossene Orbitbeule benötigt zwei Korrekturdipole. Das Problem ist dabei, dass der Phasenvorschub zwischen den beiden exakt π betragen muss. Ansonsten ist sie nicht geschlossen. Daher wird diese Art der Orbitbeule eher selten verwendet.

Die zweite Art benötigt drei Korrekturdipole. Bei dieser ist der Phasenvorschub zwischen den Korrekturdipolen beliebig. Sie ermöglicht es entweder den Winkel oder die Strahlage an einem bestimmten Ort im Ring einzustellen.

Die geplanten Orbitbeulen im HESR sind nur von der dritten Art, die vier Korrekturdipole erfordert. Mit ihr kann man nicht nur die Strahlage an einem bestimmten Ort verändern, sondern gleichzeitig auch den Winkel einstellen. Der Ort der veränderten Strahlage liegt zwischen den inneren beiden Korrekturdipolen. Damit ist diese Art der

⁸*Singular Value Decomposition*

Orbitbeule universell einsetzbar. Hierbei ergeben sich die benötigten Dipolstärken u.a. in Abhängigkeit von der gewünschten Strahlage nach [8]:

$$\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{\beta_1\beta_p}} \frac{\cos(\psi_p - \psi_2) - \alpha_p \sin(\psi_p - \psi_2)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} x_p - \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_1}} \frac{\sin(\psi_p - \psi_2)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} x'_p \quad (2.83)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{\sqrt{\beta_2\beta_p}} \frac{\cos(\psi_p - \psi_1) - \alpha_p \sin(\psi_p - \psi_1)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} x_p + \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_2}} \frac{\sin(\psi_p - \psi_1)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} x'_p \quad (2.84)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{\sqrt{\beta_3\beta_p}} \frac{\cos(\psi_4 - \psi_p) + \alpha_p \sin(\psi_4 - \psi_p)}{\sin(\psi_4 - \psi_3)} x_p - \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_3}} \frac{\sin(\psi_4 - \psi_p)}{\sin(\psi_4 - \psi_3)} x'_p \quad (2.85)$$

$$\theta_4 = \frac{1}{\sqrt{\beta_4\beta_p}} \frac{\cos(\psi_3 - \psi_p) + \alpha_p \sin(\psi_3 - \psi_p)}{\sin(\psi_4 - \psi_3)} x_p + \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_4}} \frac{\sin(\psi_3 - \psi_p)}{\sin(\psi_4 - \psi_3)} x'_p, \quad (2.86)$$

wobei θ_i der benötigte Winkel des i -ten Korrekturdipols ist, um an der Stelle p die Strahlage x_p und den Winkel x'_p zu erreichen; ψ_i ist die Phase und α_i und β_i sind die bereits bekannten optischen Funktionen am Ort i .

Kapitel 3

Beschleunigeranlagen in FAIR

In diesem Kapitel wird ein Überblick des FAIR-Projektes und der Beschleunigeranlagen von FAIR im Allgemeinen sowie des HESR im Speziellen gegeben [1, 17, 18].

3.1 FAIR-Projekt

Das FAIR-Projekt ist 2001 von der GSI vorgeschlagen worden. Die bestehenden Beschleuniger der GSI, wie z.B. der SIS18 [19], werden erweitert und in FAIR integriert. Ein Lageplan der bestehenden und zukünftigen Beschleunigeranlage ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

3.1.1 Physik mit FAIR

Das FAIR-Projekt mit seiner Beschleunigeranlage dient dazu, ein umfassenderes Verständnis von Materie und ihrer Eigenschaften bzgl. starker und schwacher Kraft zu erlangen. Die Viel-Teilchen-Aspekte von Materie werden ebenso untersucht. Es sind Experimente in verschiedenen Forschungsbereichen geplant:

- Untersuchung von Strahlen kurzlebiger Radionuklide, auch im Hinblick auf die Astrophysik (z.B. Verständnis der Synthese von Nukleonen in Supernovae)
- Untersuchung im Bereich hadronischer Materie, besonders das *confinement* von Quarks und die Zusammensetzung von hadronischer Masse
- Untersuchung von verdichteter, hadronischer Materie mittels Kollision von Nukleonen bei hohen Energien
- Untersuchungen der Physik hochverdichteter Plasmen
- Untersuchung in der Quantenelektrodynamik (QED), z.B. Effekte starker Felder

3.1.2 Besonderheiten von FAIR

Die verschiedenen Beschleuniger ermöglichen eine große Bandbreite von verschiedenen Ionenstrahlen, von Antiprotonen bis hin zu Ionen schwerster Elemente wie Uran. Gemessen an den Intensitäten, die die Beschleunigeranlage der GSI bislang liefern kann, werden primäre Strahlen schwerer Ionen bis zu 100 mal und sekundäre radioaktive Teilchenstrahlen bis zu einem Faktor 10.000 intensiver sein. Eine Energieerhöhung um den Faktor 20 für schwere Ionen ist geplant [17].

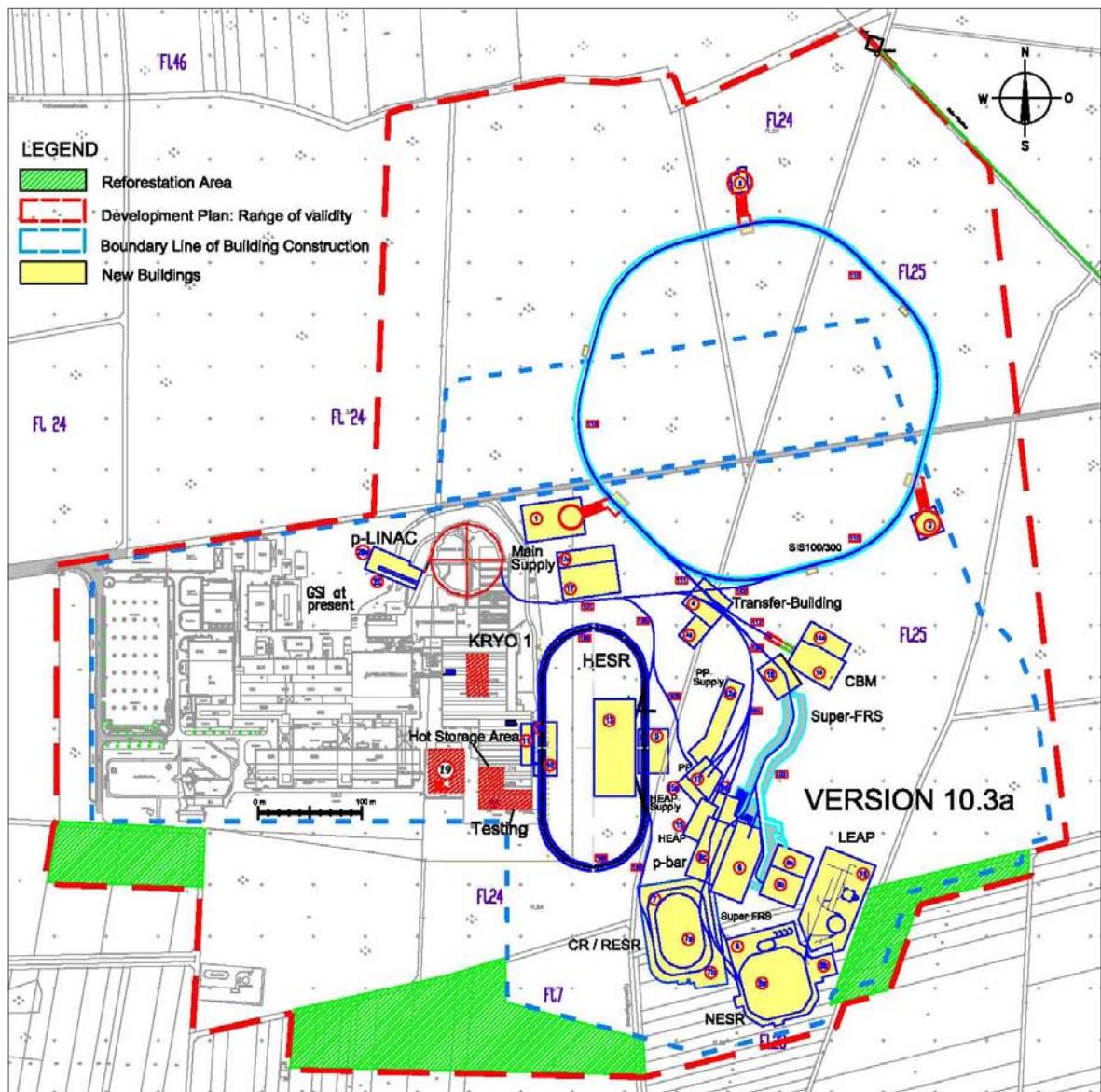


Abbildung 3.1: Lageplan der Beschleunigeranlagen in FAIR. Zusätzlich zu existierenden Beschleunigern wie z.B. der SIS18 (rot) sind weitere geplant: SIS100/300 (hellblau), HESR (dunkelblau) sowie Experimentier- und Akkumulaterringe

Im Zuge des FAIR-Projekts werden zwei neue, große Synchrotrone¹ gebaut: SIS100 und SIS300 (SIS = Schwer-Ionen Synchrotron), die eine magnetische Steifigkeit $B\rho$ von 100 Tm bzw. 300 Tm besitzen. Sie sind in demselben Tunnel geplant und haben jeweils einen Umfang von mehr als 1 km. Neben diesen Beschleunigerringen sind weitere Experimentier- und Akkumulaterringe geplant [1], u.a. der Hochenergie Speicherring HESR für Antiprotonen.

Zur Produktion der Antiprotonen werden Protonen in einer Ionenquelle erzeugt und im Proton-Linac, der ebenfalls innerhalb des FAIR-Projektes entstehen wird, auf 50

¹Beschleunigerringe, bei denen die elektromagnetischen Felder synchron zum Teilchenimpuls bzw. Teilchenenergie verändert werden

MeV beschleunigt. In SIS18 werden $5 \cdot 10^{12}$ Protonen pro Zyklus auf maximal 4,5 GeV vorbeschleunigt. SIS100 wird in 4 bis 5 Zyklen von SIS18 mit insgesamt $2 - 2,5 \cdot 10^{13}$ Protonen gefüllt. In ihm wird der Protonenstrahl auf 26 GeV beschleunigt und danach auf eine Länge von 50 ns komprimiert. Nach der Extraktion wird er auf ein Antiprotonen-Produktionstarget gelenkt. Das Target wird aus Iridium, Wolfram oder einem ähnlichen Material bestehen [17]. Die erzeugten Antiprotonen besitzen eine Impulsverschmierung von ca. 3%. Daher müssen sie im CR und RESR bei 3,8 GeV/c gekühlt und akkumuliert werden. Vom RESR wird der 200 m lange Antiprotonenstrahl bei 3,8 GeV/c mit einer transversalen Emittanz von 1 mm mrad (normiert, RMS) und einer Impulsverschmierung von $1 \cdot 10^{-3}$ (normiert, RMS) in den HESR injiziert, wobei die angegebenen Werte für $3,5 \cdot 10^{10}$ Antiprotonen gelten.

3.2 Hochenergie Speicherring HESR

Der HESR ist ein Antiprotonenspeicherring. Der Antiprotonenstrahl wird in einem Impulsbereich von 1,5 bis 15 GeV/c mit hoher Strahlqualität zur Verfügung stehen. Dazu wird der Teilchenstrahl im HESR beschleunigt oder auch abgebremst [18].

Das Spektrum der Untersuchungsmöglichkeiten ist sehr breit gefächert und reicht von der Quantenchromodynamik (QCD) bis hin zu fundamentalen Symmetrien. Insbesondere die Spektroskopie von Charmonium, die hadronische Struktur und die Quark-Gluon-Dynamik in diesem Energiebereich werden untersucht.

Zur Durchführung dieser Experimente werden an den HESR besondere Anforderungen gestellt:

- hohe Effizienz bzgl. Injektion und Akkumulation von Antiprotonen
- hohe Genauigkeit und Stabilität der Strahlparameter
- guter Strahl-Target-Überlapp zwischen umlaufendem Strahl und Target
- große dynamische Apertur²

Eine weitere Besonderheit des HESR ist eine wirkungsvolle Strahlkühlung bei gleichzeitiger Nutzung von internen Targets mit hoher Dichte.

3.2.1 Auslegung und Aufbau des HESR

Einen schematischen Aufbau des HESR zeigt Abbildung 3.2. Der HESR besteht aus zwei Bögen und zwei Geraden. Er besitzt einen Umfang von 574 m, wobei die Geraden jeweils eine Länge von 132 m haben. Der HESR besitzt eine magnetische Steifigkeit von $B\rho = 50$ Tm. Um dies mit dem geplanten Umfang realisieren zu können, ist es nötig, den HESR mit supraleitenden Magneten auszuliegen. Weil die Leiteranordnung des gewählten Magnettyps eine $\cos\theta$ -Verteilung [5] aufweist, wird ein kreisrundes Strahlrohr verwendet. Die geometrische Apertur des Strahlrohrs hat über den gesamten Ring einen Radius von 44,5 mm, außer im Bereich von PANDA [23].

Eine der beiden Geraden enthält den Experimentierbereich mit dem PANDA-Detektor. Als internes Target ist ein gefrorenes H₂ Pellet-Target bzw. ein Ultraschall-H₂-Gas-Jet vorgesehen [18]. Das Target befindet sich in einem Solenoid, das Teil des PANDA-Detektors ist [2]. Ein zweites Solenoid, das sich aus Flugrichtung der Antiprotonen

²Gibt den Bereich der stabilen Bewegung bzw. regulären, nicht-chaotischen Dynamik an

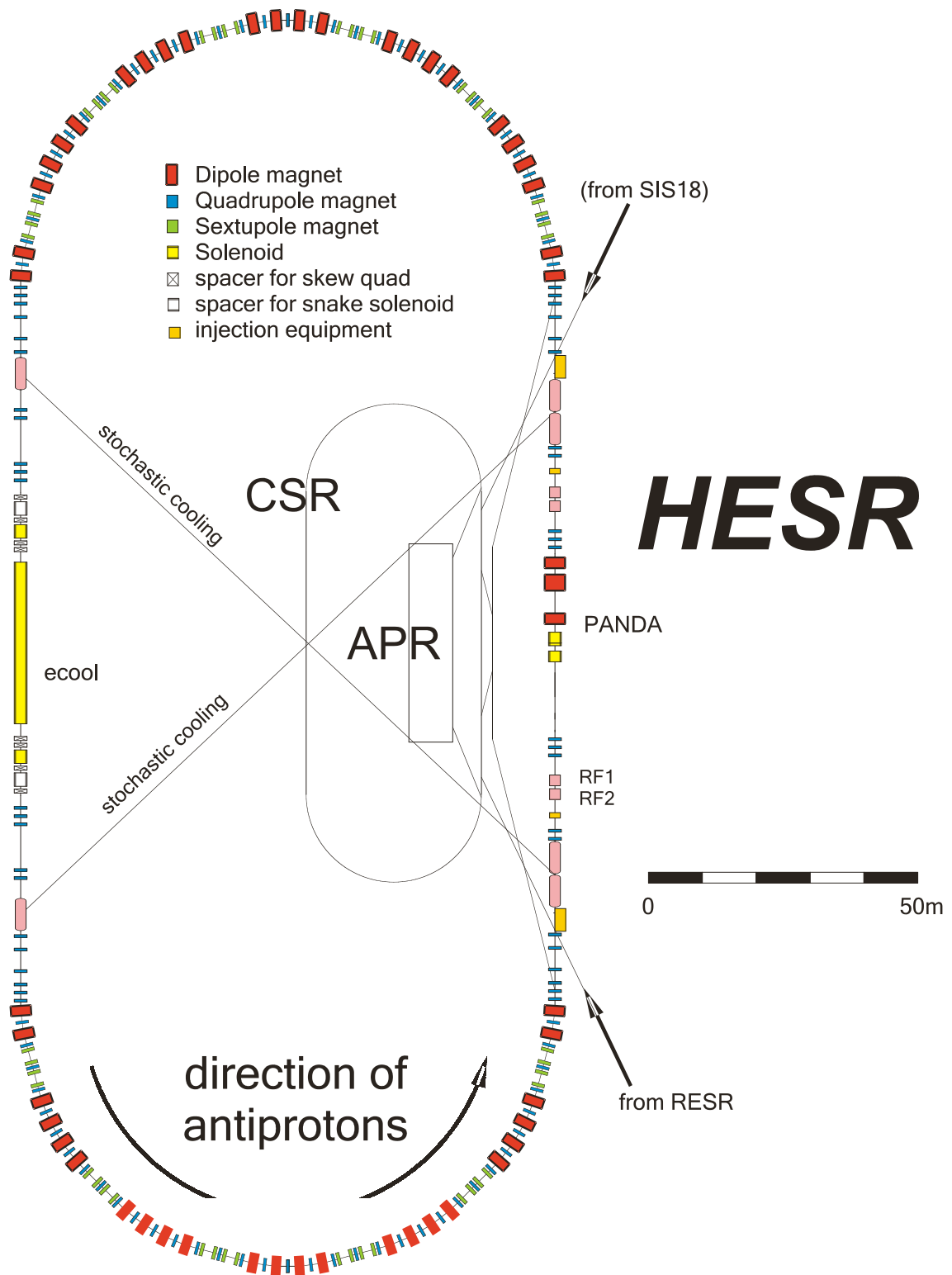


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des HESR. Die Positionen des PANDA-Detektors, der Strahlkühlung (Elektronkühlung und stochastische Kühlung), sowie Injektion sind angedeutet. Weiterhin zu sehen sind mögliche Erweiterungen des HESR für Experimente mit polarisiertem Strahl [20, 21, 22].

gesehen davor befindet, dient zur Kompensation der durch das PANDA-Solenoid auftretenden Phasenraumkopplung. Ebenfalls zu PANDA gehört eine Magnetschikane aus 3 Dipolen. Außerdem sind in dieser Geraden die Injektionselemente (Injektionssepta und -kicker) vorgesehen. In der gegenüberliegenden Geraden ist der Elektronenkühler [11] geplant. Die stochastische Kühlung [12] wird in beiden Geraden untergebracht sein.

Die beiden Bögen setzen sich aus 6 gleichen Einheitszellen zusammen. Jede dieser Einheitszellen weist eine Spiegelsymmetrie auf, so dass jede Einheitszelle zwei Halbzellen umfasst. Die magnetische Struktur der Halbzellen ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

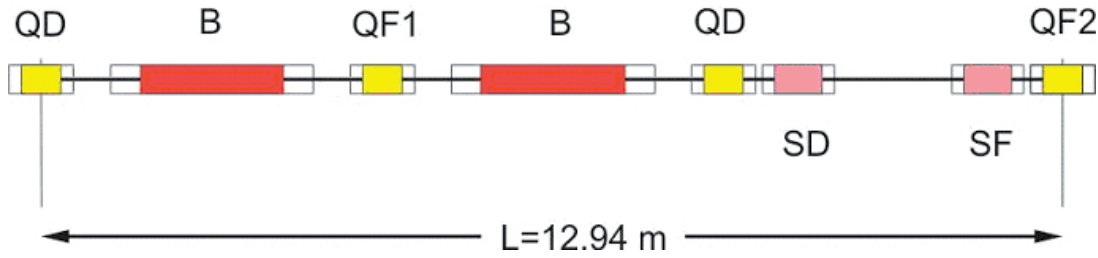


Abbildung 3.3: *Magnetische Struktur einer Halbzelle. Die Symmetrieachse der Einheitszelle befindet sich im QF2. Es werden drei Familien von Quadrupolen in den Bögen verwendet: QF1, QF2, QD. Die mit QF bezeichneten Quadrupole sind dabei horizontal fokussierend; QD entsprechend defokussierend. Die Dipole werden mit B gekennzeichnet. Der Platz zwischen den Sextupolen (SD, SF) ist überwiegend für Installationen wie Vakuumschieber und Vakuumpumpen reserviert.*

Weil die Magnete supraleitend ausgelegt werden, befinden sich die meisten Elemente in Kryostaten. Dabei finden normalerweise mehrere Elemente in einem Kryostaten Platz. Da sich aber nicht alle Elemente in Kryostaten befinden, existieren Kalt-Warm-Übergänge. Die Abbildung 3.4 zeigt eine Übersicht aller geplanten Kalt-Warm-Übergänge.

3.2.2 Strahlparameter

In Tabelle 3.1 sind die Injektionsparameter, die Strahlanforderungen der Experimente mit dem PANDA-Detektor und die Eigenschaften der beiden definierten Betriebsmodi aufgelistet [24]. Die in der Tabelle angegebene transversale Emittanz ϵ_{\perp} und relative Impulsabweichung $\frac{\Delta p}{p}$ skalieren mit der injizierten Teilchenzahl N [18]:

$$\epsilon_{\perp} \propto N^{\frac{4}{5}} \quad (3.1)$$

$$\frac{\Delta p}{p} \propto N^{\frac{2}{5}}. \quad (3.2)$$

Es sind zwei Injektionspunkte vorgesehen: Die Antiprotonen werden wie bereits besprochen vom RESR in den HESR injiziert. Darüber hinaus können Protonen vom SIS18 direkt in den HESR injiziert werden. Diese Injektion bietet die Möglichkeit, auf Grund der gegenläufigen Bewegungsrichtung von Protonen und Antiprotonen, den HESR mit gleicher Polarität der Magnete zu betreiben und mit Protonen in Betrieb zu nehmen. Protonen können auch wie die Antiprotonen über den RESR in den HESR injiziert werden. Dies bietet die Möglichkeit, den Elektronenkühler in Betrieb zu nehmen.

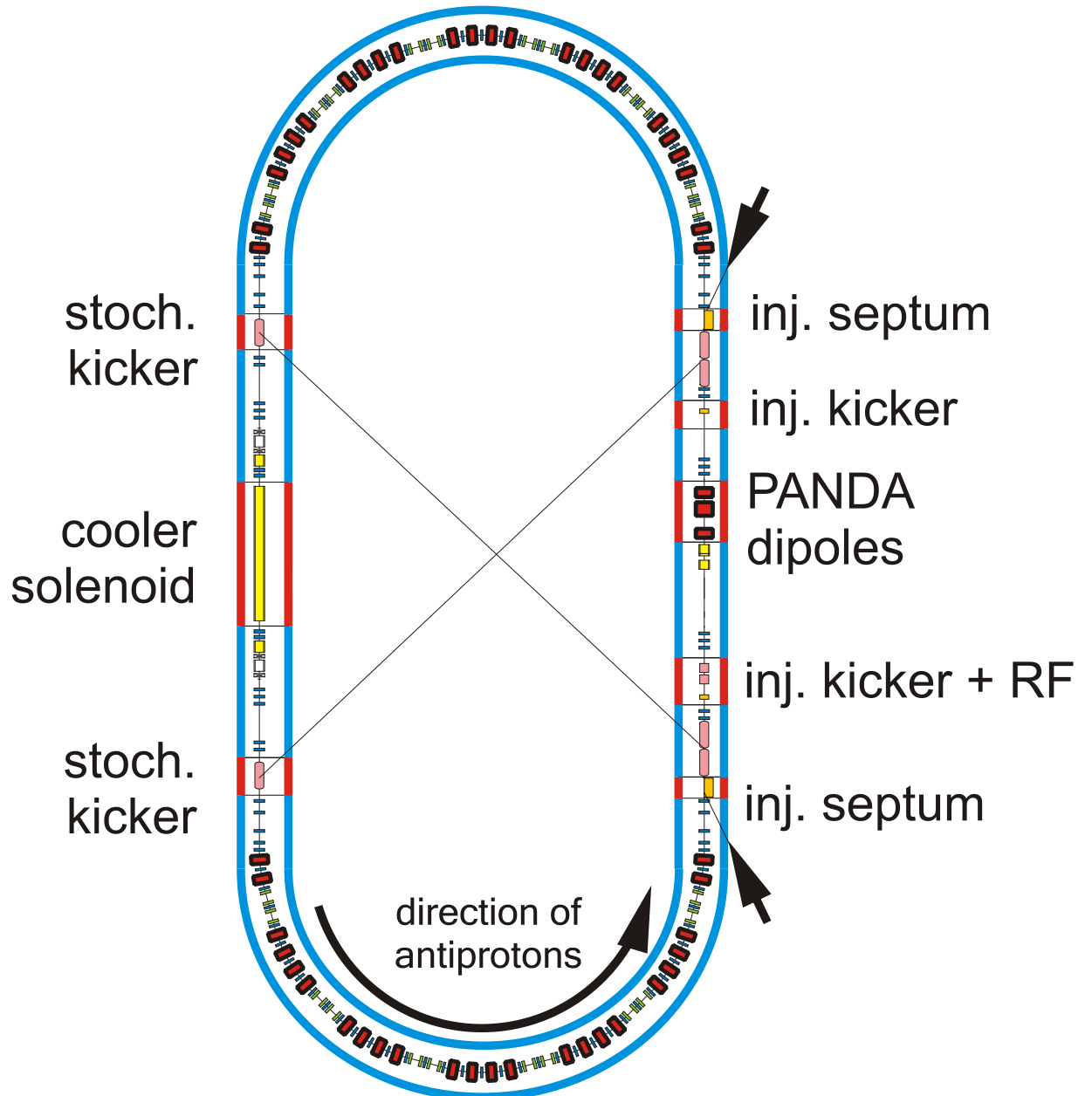


Abbildung 3.4: Lage der Kryostaten im HESR. Die blaue Umrandung gibt die Lage der kalten Sektionen an. Warme Sektionen (rote Umrandung) sind an den stochastischen Kickern und Pickups, dem Elektronenkühler, den Injektionskickern und -septa und den PANDA-Dipolen geplant.

Strahlparameter bei Injektion	
Transversale Emittanz	1 mm mrad (normiert, RMS) bei $3,5 \cdot 10^{10}$ Teilchen
Relative Impulsabweichung	$1 \cdot 10^{-3}$ (normiert, RMS) bei $3,5 \cdot 10^{10}$ Teilchen
Bunch Länge	200 m
Impuls bei Injektion	3,8 GeV/c
Injektionstyp	Kicker-Injektion
Strahlanforderungen der Experimente	
Ionenart	Antiprotonen
Produktionsrate	$2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$
Impuls- bzw. Energiebereich	1,5 bis 15 GeV/c bzw. 0,83 bis 14,1 GeV
Teilchenzahl	10^{10} bis 10^{11}
Flächendichte des Targets	$4 \cdot 10^{15}$ Atome/cm ²
Betafunktion am Target	1 m
Betriebsmodi	
Hohe Auflösung	Luminosität von $2 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ für $10^{10} \bar{p}$, Impulsabweichung (RMS) $\sigma_p/p \sim 10^{-5}$, Impulsbereich 1,5 bis 9 GeV/c, Elektronenkühlung
Hohe Luminosität	Luminosität von $2 \cdot 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ für $10^{11} \bar{p}$, Impulsabweichung (RMS) $\sigma_p/p \sim 10^{-4}$, Impulsbereich 1,5 bis 15 GeV/c, Stochastische Kühlung oberhalb von 3,8 GeV/c

Tabelle 3.1: *Strahlparameter, Strahlanforderungen der Experimente, Betriebsmodi*

Durch den Überlapp des Elektronenstrahls mit dem Protonenstrahl kann durch Rekombination atomarer Wasserstoff gebildet werden. Dieser wird mittels einer H^0 -Diagnose nachgewiesen [18]. Profil und Zählrate des H^0 -Signals geben Aufschluss über die Lage der beiden Strahlen zu einander, und somit auch über die Effektivität der Strahlkühlung.

Darüber hinaus können die Funktion des PANDA-Detektors mit Protonen überprüft und die einzelnen Detektorkomponenten kalibriert werden.

Für den HESR sind zwei Betriebsmodi definiert worden. Der erste Modus bietet eine höhere Impulsauflösung, der sog. *high resolution mode*; der zweite Modus eine höhere Luminosität. Dieser wird daher als *high luminosity mode* bezeichnet.

Diese beiden Modi sind lediglich als Spezifikation zu verstehen. Die tatsächlichen Strahlanforderungen hängen stark von den Experimenten ab und sollten sich irgendwo zwischen diesen beiden definierten Betriebsmodi befinden.

3.2.3 Strahlkühlung

Durch die Wechselwirkung des umlaufenden Strahls mit dem internen Target kommt es zu Emittanzwachstum des Teilchenstrahls. Um diesem entgegen zu wirken, werden im HESR zwei Strahlkühlmethoden verwendet: Elektronenkühlung und stochastische Kühlung.

Elektronenkühlung

Bei der Elektronenkühlung [11] wechselwirkt der umlaufende Teilchenstrahl mit einem Elektronenstrahl durch die *Coulomb*-Wechselwirkung. Bei Begrenzung der Beschleunigungsspannung des Elektronenkühlers auf 4,5 MeV kann der umlaufende Teilchenstrahl nur in einem Impulsbereich von 1,5 bis 8,9 GeV/c gekühlt werden. Die Aufrüstbarkeit auf 8 MeV ist vorgesehen, so dass bei Bedarf über den kompletten Impulsbereich des HESR die Elektronenkühlung zur Verfügung steht. Abbildung 3.5 zeigt eine Hälfte des symmetrischen Aufbaus des Magnetsystems des Elektronenkühlers. Die so genannte Kühlstrecke, also der Bereich des HESR in dem sich Elektronenstrahl und umlaufender Teilchenstrahl überlappen, befindet sich in einem 24 m langen Solenoidfeld.

In den Toroiden, die zur Ein- und Auslenkung des Elektronenstrahls benötigt werden, werden zusätzlich Dipolfelder erzeugt, um die Zentrifugalkraft des umgebogenen Elektronenstrahls zu kompensieren. Diese Felder wirken auch auf den Antiprotonenstrahl, so dass eine Orbitkorrektur erforderlich ist.

Stochastische Kühlung

Die stochastische Kühlung [12] ist eine weitere Methode den Teilchenstrahl zu kühlen. Dabei werden Divergenzen der Teilchen im umlaufenden Strahl an speziellen Signalaufnehmern (engl. *Pickup*) gemessen, verarbeitet und als Korrektursignal in Signalgebern (engl. *Kicker*) wieder dem Strahl aufgeprägt. Der Strahl wird so über viele Umläufe gekühlt. Das stochastische Kühlsystem des HESR ist für den Impulsbereich oberhalb von 3,8 GeV/c ausgelegt [26].

Wichtig ist im Kontext dieser Arbeit die Ablenkung des umlaufenden Teilchenstrahls im Magnetsystem des Elektronenkühlers, sowie mögliche Strahlablagen an den Orten der Pickups und Kicker der stochastischen Kühlung.

3.2.4 Ionenoptische Eigenschaften

Die magnetische Struktur in den Bögen ist einer F0D0-Struktur ähnlich. Eine reguläre F0D0-Zelle besteht aus Quadrupolen mit alternierenden Gradienten, in deren Zwischenräumen sich die Dipole befinden [8]. Im Fall des HESR ergäbe sich mit einer regulären F0D0-Struktur eine Übergangsenergie im Energiebereich der Antiprotonen. Um dies



Abbildung 3.5: Eine Hälfte des Magnetsystems des Elektronenkühlers. Die Achse der Spiegelsymmetrie befindet sich am linken Bildrand in der Mitte des Kühlersolenoids (gelb). Zur Ein- und Auslenkung des Elektronenstrahls werden Toroide benötigt (grün), deren Einfluss auf den Teilchenstrahl mit Korrekturdipolen (rot) kompensiert wird. Das mittlere Solenoid (gelb) dient zur Kompensation der Phasenraumdrehung durch das Kühlersolenoid. Das rechte (äußere) Solenoid (gelb) ist mit den gedrehten Quadrupolen (weiß, gekreuzt) als Option für eine Sibirische Schlange [25] vorgesehen.

zu vermeiden wird die F0D0-Struktur verändert. Wie bereits besprochen sind in den Bögen zwei Familien horizontal fokussierender Quadrupole (QF1, QF2) geplant, deren Stärke unterschiedlich eingestellt werden kann. Weiterhin werden an einigen Stellen Dipole weggelassen (engl. *missing dipole*). Mit Hilfe dieser Veränderung ist es möglich, die horizontale Dispersion in den Bögen zu modifizieren und die Bögen in der Horizontalen durch geeignete Wahl der Quadrupolstärken als Achromaten zu betreiben. Letzteres setzt einen ungeraden und ganzzahligen horizontalen Arbeitspunkt in den Bögen voraus. Vorteil der verwendeten Bogenstruktur ist, dass eine imaginäre Übergangsenergie eingestellt (z.B. $\gamma_{Transition} = 6,5t$) und gleichzeitig die Dispersion in den Geraden unterdrückt werden kann [27].

In den Geraden muss die Betafunktion am Ort der stochastischen Kühlung und am Elektronenkühler angepasst werden, weil die Strahlkühlung von den Strahlenveloppen abhängt. Darüber hinaus ist es erforderlich die Betafunktion am Target anzupassen, um einen guten Strahl-Target-Überlapp zu gewährleisten. Verschiedene optische Einstellungen sind vorgesehen. Eine Anpassung der Betafunktion für die gleichzeitige Verwendung beider Kühlarten ist problematisch, da die Chromatizität sehr groß wird und Werte über $\xi_0 = -50$ erreicht. Dies erfordert sehr starke Sextupolkorrekturen. Daher sind zwei verschiedene ionenoptische Einstellungen geplant, bei denen die Betafunktion entweder auf den Elektronenkühler oder auf die stochastische Kühlung angepasst wird.

Abbildung 3.6 zeigt den Fall, dass die Betafunktionen auf die stochastische Kühlung und die Elektronenkühlung angepasst und die Betafunktionen am Ort des Targets in beiden Richtungen auf 1 m eingestellt sind.

Die Fokussierung der Betafunktionen auf 1 m am Target führt zu großen Betafunktionen in den umliegenden Quadrupol-Triplets. In Abbildung 3.6 erkennt man ein Anwachsen der Betafunktionen auf über 540 m. Dies ist eine Konsequenz des Abstandes dieser beiden Triplets. Dieser Abstand kann nicht verringert werden, weil der PANDA-Detektor inklusive seiner Magnetschikane diesen Platz benötigt.

Diese optische Einstellung, deren Arbeitspunkte bei $Q_x = 12,88$ und $Q_y = 12,79$ liegen, dient als Grundlage der Berechnungen in dieser Arbeit, da große Betafunktionen den Orbit durch Positionierungsfehler der Magnete besonders stark beeinflussen. Werden jedoch größere Werte der Betafunktion am Target zugelassen, werden die maximalen Betafunktionen geringer. Tabelle 3.2, die die Größe der maximalen Betafunktion in Abhängigkeit von dem Wert der Betafunktion am Target aufzeigt, spiegelt dies wider.

Betafkt. am Target [m]	Max. Betafkt. [m] (x)	Max. Betafkt. [m] (y)
1	541	451
2	255	205
4	175	148
8	70	85

Tabelle 3.2: Abhängigkeit der maximalen Betafunktion von dem Wert der Betafunktion am Ort des Targets

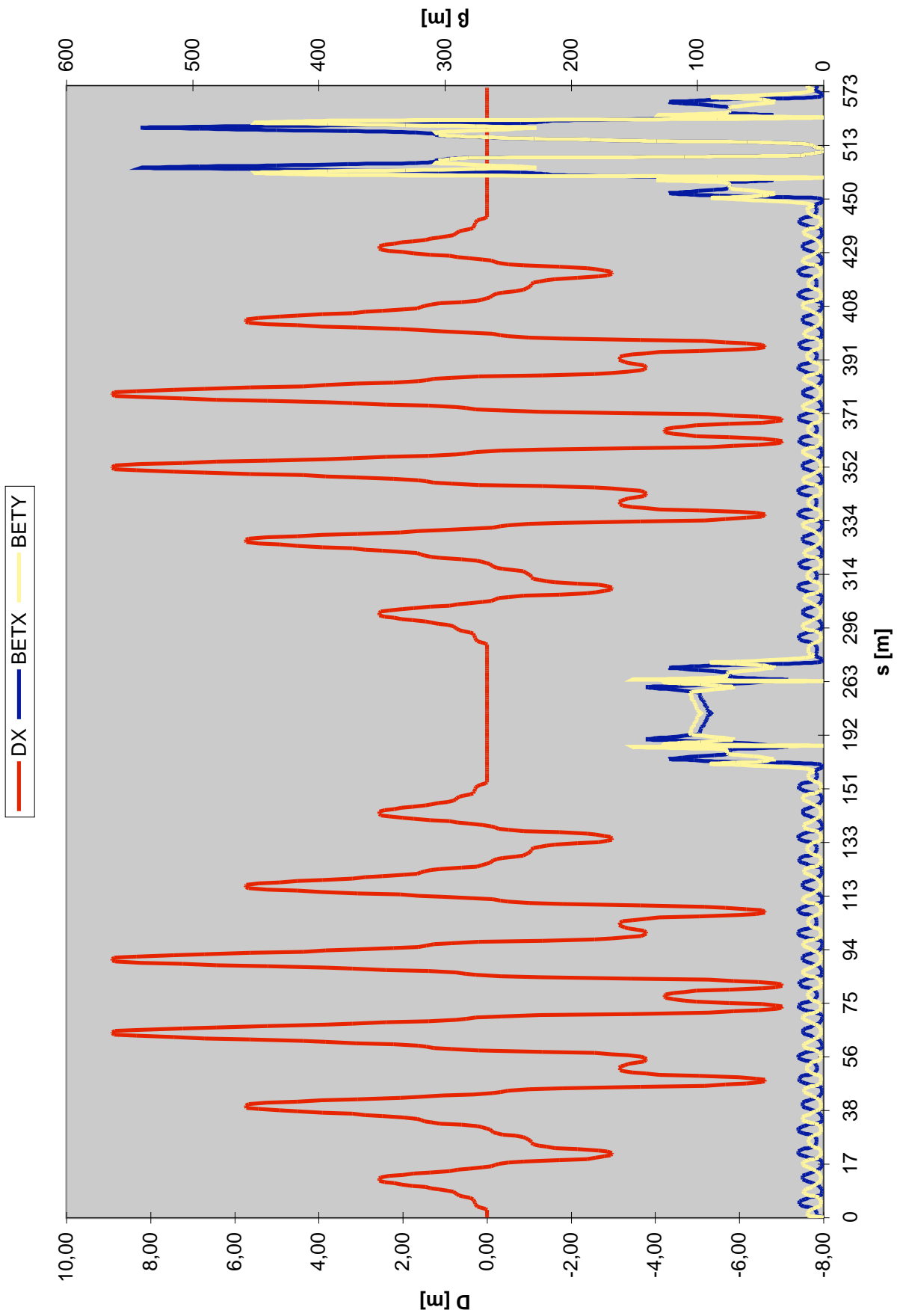


Abbildung 3.6: Verlauf der Betafunktionen in x - und y -Richtung (BETX bzw. BETY) und Dispersion in x -Richtung (DX). Gut zu erkennen ist die Dispersionsfreiheit der Geraden. In der ersten Geraden befindet sich der Elektronenkühler im Bereich von $s=215$ m. Das Target ist bei $s=508$ m positioniert.

3.2.5 Strahlausdehnung

Die Enveloppe ist beim HESR mit der beschriebenen Optik besonders zu beachten, da die Betafunktionen zum Teil sehr groß sind. Berechnet man die Enveloppe ohne den dispersiven Anteil in den Geraden, so ergibt sich für die Emittanz bei Injektion von 1 mm mrad (normiert, RMS), was einer geometrischen Emittanz von 0,25 mm mrad (RMS) bei 3,8 GeV/c und einer Teilchenzahl von $3,5 \cdot 10^{10}$ entspricht, eine σ -Strahlbreite von mehr als 11,6 mm in x -Richtung (y -Richtung: 10,59 mm). Bei einem Strahlrohrradius von 44,5 mm entspricht das ungefähr 4 σ -Strahlbreiten. Zu dieser Enveloppe müssen noch etwaige Strahlablagen hinzuaddiert werden.

Wegen der großen Enveloppen ist eine separate Injektionsoptik eingeführt worden, deren Betafunktion 209 m [18] nicht übersteigt. Dies wird dadurch erreicht, dass die starke Fokussierung der Betafunktionen am Target auf 3 m angehoben wird. Wenn der Strahl in den HESR injiziert ist, kann er weiter gekühlt werden, so dass kleinere Emittanzen möglich sind.

In den Bögen sind die Betafunktionen deutlich kleiner, jedoch wirkt in den Dipolen die Sagitta³ als Akzeptanzbeschränkung. Bei einem Ablenkwinkel der Dipole von 130,9 mrad und einer Länge von 1,82 m ergibt sich eine Sagitta von 14,41 mm zu beiden Seiten der Referenztrajektorie. D.h. bei einem Strahlrohrradius von 44,5 mm und einer Sagitta von 14,41 mm bleiben dem Strahl im Strahlrohr zu beiden Seiten der Referenztrajektorie noch ca. 30 mm. Der dispersive Anteil der Strahlenveloppe beträgt 9 mm bei einer maximalen Dispersion von 9 m und einer relativen Impulsabweichung von $\frac{\Delta p}{p} = 10^{-3}$. Weil die maximalen Betafunktionen in den Bögen nur etwa 20 m betragen, passen mehr als 9 σ -Strahlbreiten in das Strahlrohr. Eine 1σ -Strahlbreite beträgt in den Bögen weniger als 2,24 mm.

³Rein geometrie-bedingter Akzeptanzverlust durch Strahlkrümmung in Strahlrohren

Kapitel 4

Ergebnisse der Strahlsimulation

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie die Feld- und Positionierungsfehler simuliert und die resultierenden Abweichungen von der Referenztrajektorie korrigiert werden. In diesem Zusammenhang wird ein Orbitkorrektursystem entwickelt.

Für die Strahlsimulation wurde primär MAD-X¹ [28] verwendet. Dieses am CERN entwickelte Programm liest Magnetstrukturen ein und berechnet ihre Eigenschaften wie z.B. die Betatronfunktionen und Arbeitspunkte. Weiterhin hat man mit diesem Programm die Möglichkeit Fehler der Magnetstruktur zu simulieren.

4.1 Beeinflussende Feld- und Positionierungsfehler der Magnete

Es gibt zwei Arten von Fehlern, die den Orbit des umlaufenden Teilchenstrahls beeinflussen. Zum einen sind es fabrikations- und auslegungsbedingte Feldfehler und zum anderen Positionierungsfehler der Magnete.

Sämtliche Fehler wurden mit einem separaten, selbstgeschriebenen Programm in einem MAD-X-konformen Format erzeugt, um diese für spätere, weitere Benutzung jederzeit einlesen und austauschen zu können.

4.1.1 Feldfehler der Magnete

Eine Möglichkeit, die Feldfehler von Magneten zu bestimmen, ist eine Berechnung der Magnetfeldkonfiguration mit entsprechenden Feldsimulationsprogrammen. Man kann die berechneten Felder in die einzelnen Multipolkomponenten entwickeln und erhält somit die Abweichungen von der gewünschten Feldkonfiguration. Die Feldfehler der Magnete können auch durch Feldmessung existierender Magnete gewonnen werden.

Um die Entwicklungskosten zu reduzieren, wurden bereits existierende Magnete als Grundlage für die Magnetentwicklung beim HESR verwendet. Als Grundlage dieser Entwicklung wurden RHIC Dipole und Quadrupole der Typen **D0 dipole** und **130mm aperture insertion quadrupole** verwendet [6]. Der wesentliche Unterschied zu den HESR-Magneten ist ihre magnetische Länge. Der RHIC-D0 Dipol hat eine Länge von 3,6 m und der kürzeste dieser RHIC-Quadrupole eine Länge von 1,44 m. Die Auslegung des HESR verwendet Dipole mit einer magnetischen Länge von 1,82 m und Quadrupole von 0,5 m Länge. Die Apertur der RHIC-D0 Dipole von 100 mm wird übernommen, wohingegen die Apertur der Quadrupole von 130 mm auf 100 mm reduziert wird. Die

¹Methodical Accelerator Design, Version 10

	Dipol		Quadrupol	
b ₁	0,00	± 0,57		
b ₂	2,33	± 1,27	0,14	± 0,44
b ₃	-0,03	± 0,12	-0,14	± 0,44
b ₄	0,65	± 0,24	0,02	± 0,25
b ₅	0,01	± 0,03	2,15	± 0,59
b ₆	0,22	± 0,07	0,03	± 0,22
b ₇	0,00	± 0,01	-0,14	± 0,18
b ₈	-0,01	± 0,02	0,02	± 0,05
b ₉	0,00	± 0,00	-0,10	± 0,17
b ₁₀	-0,12	± 0,01	0,00	± 0,02
a ₁	-0,64	± 2,03		
a ₂	-3,24	± 0,29	-0,23	± 0,56
a ₃	0,00	± 0,46	-0,02	± 0,25
a ₄	0,48	± 0,04	-0,08	± 0,29
a ₅	0,03	± 0,13	-0,74	± 0,12
a ₆	-0,25	± 0,01	0,2	± 0,29
a ₇	0,01	± 0,03	-0,04	± 0,08
a ₈	0,04	± 0,01	-0,02	± 0,05
a ₉	0,00	± 0,01	0,18	± 0,02
a ₁₀	-0,02	± 0,00	0,01	± 0,02

Tabelle 4.1: *Gemessene, für die Berechnungen verwendete Feldfehler der RHIC Magnete. Der Dipol entspricht dem RHIC D0 Dipolmagnet; der Quadrupol dem 130 mm aperture insertion quadrupole. Die Werte a_n und b_n sind in den typischen Einheiten von 10^{-4} angegeben.*

RHIC-Feldfehler für beide Typen, die in dieser Arbeit verwendet werden, sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Die angegebenen Fehler sind *gauß*verteilt.

Reale Magnetfelder haben Streufeldanteile an den Magnetenden. Dadurch können sich die Felder benachbarter Magnete überlagern. Die in der Tabelle aufgelisteten Multipolkomponenten sind integrierte Feldfehler, das heißt sie beinhalten alle Felder über das gesamte Magnetfeld gemittelt, also auch die Streufelder. Der relative Anteil der Streufelder an den Multipolkomponenten wird größer für kürzere Magnete. Die HESR-Feldfehler sind auf Grund der Streufelder verglichen mit den RHIC-Feldfehlern größer.

4.1.2 Positionierungsfehler

Jedes Objekt im 3-dimensionalen Raum besitzt sechs Freiheitsgrade, wenn diese nicht durch Symmetrien des Objektes verringert werden. Diese sechs Freiheitsgrade setzen sich aus drei Dreh- und drei Translationsmöglichkeiten zusammen.

Weil sich nahezu alle Elemente des HESR in Kryostaten befinden, werden sie zunächst in den Kryostaten eingemessen, bevor diese im HESR positioniert werden. Um die Positionierungsfehler dennoch im Bereich weniger hundert Mikrometer zu halten, ist es im FAIR -Projekt geplant, die Magnete mittels so genannter *fiducialization* einzumessen [17]. Bei dieser Einmesstechnik wird die Achse des Magneten im Kryostaten durch Feldmessung bestimmt. Zusätzlich tritt das Problem der kühlbedingten Verschiebungen auf. Gemeint ist die Tatsache, dass die Elemente beim Abkühlen der Kryostaten sich gegeneinander verschieben können. Deshalb sind die Standardabweichungen σ größer gewählt als man bei Beschleunigern mit normaleitenden Magneten annehmen würde.

Je nachdem wie man die Elemente einmisst, muss eine andere Fehlerverteilung zur Simulation benutzt werden: Misst man mit einem bestimmten Grenzwert ein, werden die Positionierungsfehler gleichverteilt sein. Optimiert man die Positionierungsgenauigkeit, ist eine *Gauß*-verteilung zu erwarten. Daher wurden sowohl eine Gleichverteilung, als auch eine *Gauß*-verteilung verwendet, um die Ergebnisse vergleichen zu können. Bei der *Gauß*-verteilung ist es in diesem Zusammenhang sinnvoll, die Breite der Verteilung zu begrenzen. Erfahrungsgemäß sind $2,5 \cdot \sigma$ ein guter Wert [29].

Es wurden für beide Verteilungsformen verschiedene Standardabweichungen σ gewählt (Tabelle 4.2).

Positionierungsfehler	<i>Gauß</i> verteilt	Gleichverteilt
Winkel [mrad]	0.55	1.1
Translation [mm]	0.5	1.0
BPM Meßgenauigkeit	<i>Gauß</i> verteilt	
Skalierung	0.1	
Offset [mm]	0.1	

Tabelle 4.2: Gewählte Verteilungsbreiten für die Positionierungsfehler und Messgenauigkeiten der Elemente im HESR. Winkel- und Positionierungsfehler gelten für alle Elemente und sind gauß- oder gleichverteilt; Meßgenauigkeit der BPMs bzgl. Skalierung und Offset sind gaußverteilt.

Neben den strahlführenden Elementen (Dipole, Quadrupole etc.) werden in den durchgeführten Simulationen allen anderen Elemente im HESR die Positionierungsfehler ebenfalls aufgeprägt, also auch BPMs und Korrekturdipolen.

4.2 Simulation des resultierenden Orbits

die Simulationsrechnungen haben wie erwartet gezeigt, dass die Fehlaufstellungen gegenüber den Magnetfeldfehlern für den Orbit des HESR dominant sind. Dazu wurden entweder nur Fehlaufstellungen oder nur Magnetfehler zur Orbitsimulation zugelassen. Ein Beispiel ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Die zehn Orbits wurden mit verschiedenen *gauß*-verteilten Positionierungsfehlern generiert. Die resultierenden maximalen Strahlablagen sind groß und überschreiten im Bereich der maximalen Betafunktion 0,8 m. Im Rest des HESR liegt der maximale Orbit im Bereich um 0,3 m. Dies zeigt, dass es insbesondere in den Geraden zu sehr großen Strahlablagen kommen kann. Das liegt vor allem an der schlechteren Einmessbarkeit der Elemente in den Kryostaten. Ein Beispiel ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Diese Orbits wurden mit der auf $2,5 \cdot \sigma$ begrenzten *Gauß*-verteilung erzeugt.

Bei gleichverteilten Positionierungsfehlern liegen die maximalen Strahlablagen in der gleichen Größenordnung.

Die Ergebnisse zeigen, dass der HESR ein effizientes Orbitkorrektursystem benötigt.

4.3 Verwendete Korrekturlemente

4.3.1 Genauigkeit der BPMs und Korrekturdipole

Die BPMs haben neben den obligatorischen Positionierungsfehlern auch Messfehler. Dabei gibt es zwei Arten von Fehlern, die die Messergebnisse beeinflussen: relative Skalierungsfehler und absolute Auslesefehler der Strahlablage (engl. *offset*). Die verwendeten Werte [30] befinden sich ebenfalls in Tabelle 4.2. Da es sich um simulierte Messfehler handelt, wird eine *Gauß*-verteilung zugrunde gelegt.

Die Korrekturdipole sind ebenfalls mit Positionierungsfehlern versehen. Einflüsse anderer Art, z.B. Fehler in der Kalibration des Magneten (Eichkurve für den Korrekturwinkel), müssen nicht berücksichtigt werden, da ein konvergierendes, iteratives Verfahren zur Orbitkorrektur verwendet wird.

4.3.2 Positionierung der BPMs und Korrekturdipole

Alle BPMs im HESR messen den Orbit sowohl in vertikaler als auch horizontaler Richtung. Eine Überlegung bezüglich der Platzierung der BPMs in den HESR geht dahin, diese in die Quadrupole zu integrieren. Dies vereinfacht die Definition der Strahlachse (Definition durch Quadrupole oder BPMs), und zudem verändert sich die relative Lage von Quadrupolen und BPMs während der Abkühlung im Kryostaten nicht. Ein weiterer Vorteil ist, dass die Strahlablagen auf Grund der Betafunktion in den Quadrupolen maximal sind. Die Effektivität der Korrekturdipole und der BPMs skaliert mit der Wurzel der Betafunktion, wie an den Einträgen der Orbitresponsematrix (Gleichung 2.80) abzulesen ist.

Da der Platz zwischen den Magneten begrenzt ist und bei supraleitenden Magneten Platz für Anschlüsse und Übergänge der Kryotechnik vorgesehen werden muss, muss eine kompakte Bauweise der BPMs und Korrekturdipole gewählt werden.

Das einfachste Konzept für ein Orbitkorrektursystem ist, jeden Quadrupol mit einem BPM und einem Korrekturdipol zu versehen. Für den HESR bedeutet dies eine Anzahl von jeweils etwa 108 Korrekturlementen. Dies erlaubt die effizienteste Orbitkorrektur, ist aber kosten- und platzintensiv.

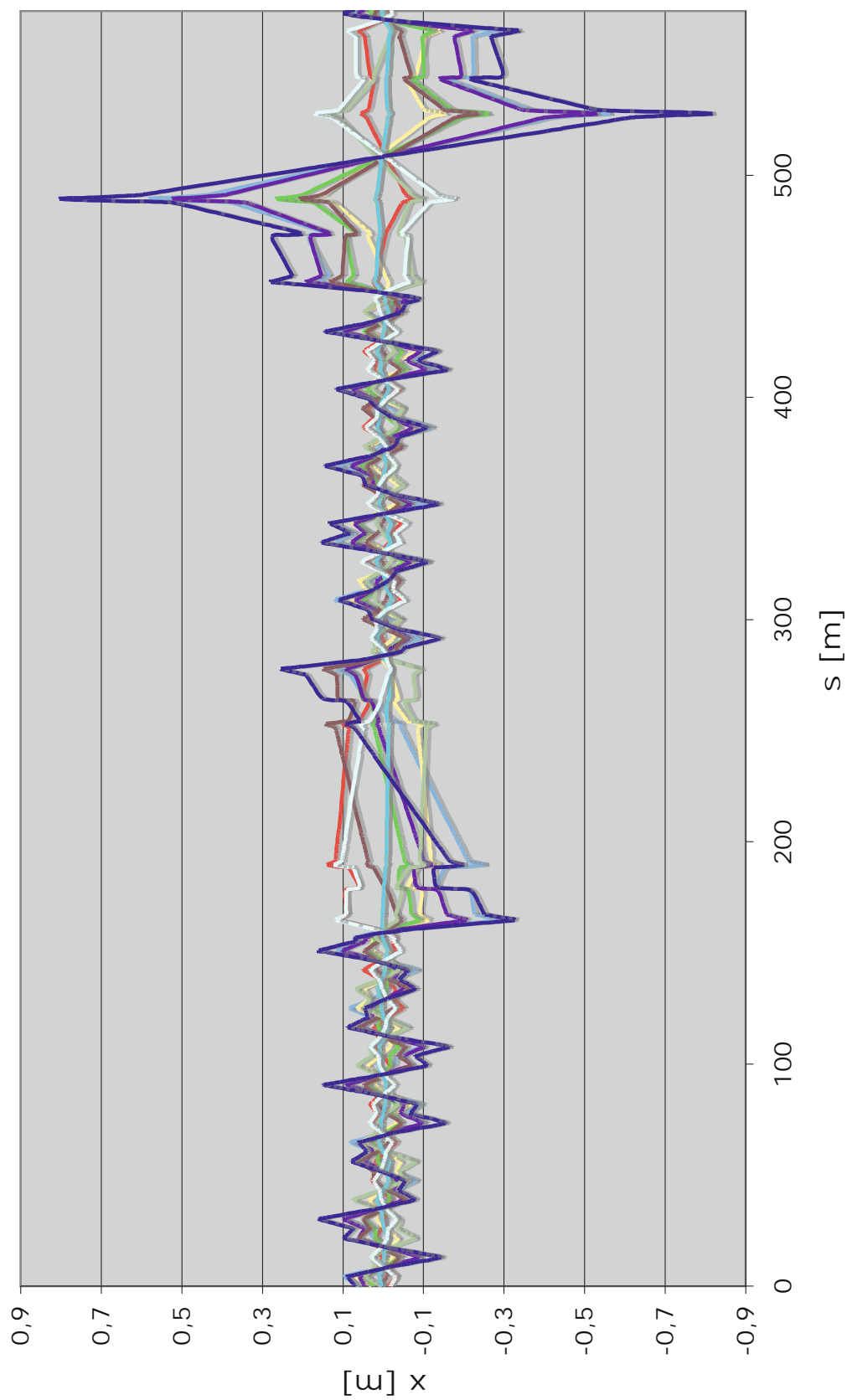


Abbildung 4.1: Zehn gewürfelte, nicht-korrigierte Orbits (nur x -Richtung). Die Positionierungsfehler sind gaußverteilt. Die Geraden befinden sich im Bereich von 155 bis 287 m und 442 und 574 m

Bezüglich der genauen Platzierung der Korrektur Elemente im HESR kann man die Geraden und die Bögen getrennt betrachten.

4.3.3 Korrektur Elemente in den Bögen

Häufig werden BPMs so platziert, dass vier BPMs eine Betatronschwingung abdecken. Die Anzahl der Betatronschwingungen in den Bögen ist $Q_{Bogen} \approx 5$. Man erhält somit die nötigen Informationen, um den Orbit zu interpolieren. Die Bögen besitzen jedoch eine 6er Symmetrie, so dass es ebenfalls sinnvoll ist, die Korrektur Elemente in die identischen Einheitszellen zu integrieren, um die Symmetrie zu erhalten.

Um von einer gleichen Anzahl von BPMs und Korrekturdipolen auszugehen, werden die verfügbaren Plätze in der Einheitszelle gleichmäßig aufgeteilt. Folgende Randbedingungen sind bei der Verteilung der Korrektur Elemente zu beachten:

1. Der Platz zwischen Hauptmagneten (Dipolen und Quadrupolen) kann nicht mit zwei Korrektur Elementen belegt werden
2. Gleichartigen Korrektur Elemente sollen nicht um Hauptmagneten angeordnet sein (z.B. 2 BPMs um QF2)

Demnach existieren in einer Einheitszelle jeweils sechs verfügbare Plätze für BPMs und Korrekturdipole.

Als Grundlage für weitere Überlegungen dient der Verlauf der Betafunktionen der Einheitszelle. In Abbildung 4.2 sind die Betafunktionen der ersten Einheitszelle im Bogen dargestellt. Gut zu erkennen ist die Phasendifferenz der beiden Betafunktionen in den Bögen von 180° . Das bedeutet, dass die Orte der Korrekturdipole, die sich für ei-

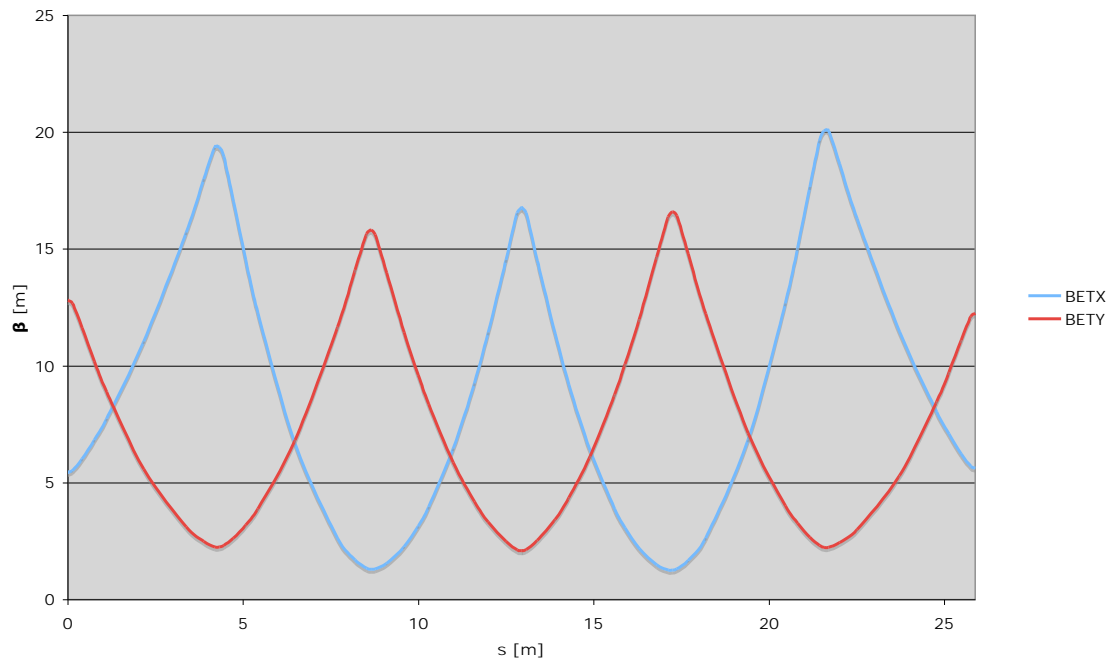


Abbildung 4.2: Betafunktionen in einer Einheitszelle. Es sind abgebildet: Die Betafunktion in x-Richtung (BETX, blau) und in y-Richtung (BETY, rot).

ne Richtung besonders eignen, für die andere Richtung ungünstig sind. Die Wahl fällt daher auf Korrekturdipole mit einer einzigen Korrekturrichtung (x oder y).

In einer Halbzelle gibt es von den drei möglichen Positionen der Korrekturdipole eine, die für die x -Richtung besonders gut geeignet ist. In y -Richtung sind es zwei geeignete Stellen. Hier wird die etwas bessere ausgewählt. Demnach befinden sich in einer Einheitszelle sechs BPMs und vier Korrekturdipole. Die endgültige Positionierung der Korrekturlemente ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

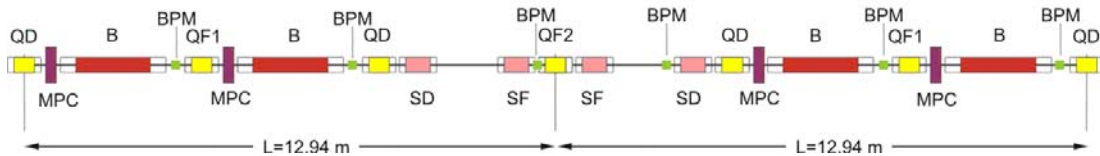


Abbildung 4.3: *Position der Korrekturlemente innerhalb der Einheitszelle. Die Bezeichnung der abgebildeten Elemente entspricht der aus Abbildung 3.3.*

Da hier die Anzahl der BPMs pro Einheitszelle die der Korrekturdipole um zwei übersteigt, werden die Auswirkungen bei gleicher Anzahl (vier pro Einheitszelle) ebenfalls untersucht und die Ergebnisse gegenübergestellt. Bei der vorhandenen 6er Symmetrie bedeutet das: 36 BPMs oder 24 BPMs pro Bogen.

4.3.4 Korrekturlemente in den Geraden

In den Geraden haben die Betafunktionen in x - und y -Richtung einen ähnlichen Verlauf, so dass Korrekturdipole verwendet werden, die zur Korrektur des Orbits in beiden transversalen Ebenen verwendet werden können.

Der Platz in den Bereichen, in denen die Quadrupole weit auseinander liegen, wird für weitere Einbauten wie z.B. Injektion und Strahlkühlung benötigt. Daher stehen für die Korrekturlemente nur Plätze zwischen benachbarten Quadrupolen zur Verfügung.

Wie bereits erwähnt, gibt es verschiedene optische Einstellungen für die Geraden. Dies hat zur Folge, dass sich die Maxima der Betafunktionen verschieben und auch in der Größe variieren (s. Abbildung 4.4). Um dies zu berücksichtigen, werden BPMs nahe der Maxima und Minima platziert, so dass sich in den Randbereichen der Geraden, wo die Betafunktionen klein sind, die BPMs immer nahe eines Maximums der Betafunktionen befinden. Die Korrekturdipole werden in den Bereichen zwischen den Maxima und Minima platziert, so dass die resultierenden Betafunktionen an den Orten der Korrekturdipole für beide Richtungen akzeptabel sind. Damit ergeben sich sechs BPMs und vier Korrekturdipole pro Gerade.

Da der Antiprotonenstrahl über Orbitbeulen auf das Target ausgerichtet werden soll, werden zwei zusätzliche BPMs benötigt, um die Strahlablage und den Winkel am Target zu messen. Damit die Orbitbeule am Target unabhängig von der Strahlablage an den Orten der stochastischen Kühlung einstellbar ist, werden zwei weitere Korrekturdipole benötigt (s. Kapitel 4.7.1). Die zusätzlichen BPMs und Korrekturdipole werden ebenfalls zur Orbitkorrektur verwendet.

Die Störung des Orbits durch das Magnetsystem des Elektronenkühlers wird durch eine lokale Orbitbeule kompensiert und später betrachtet.

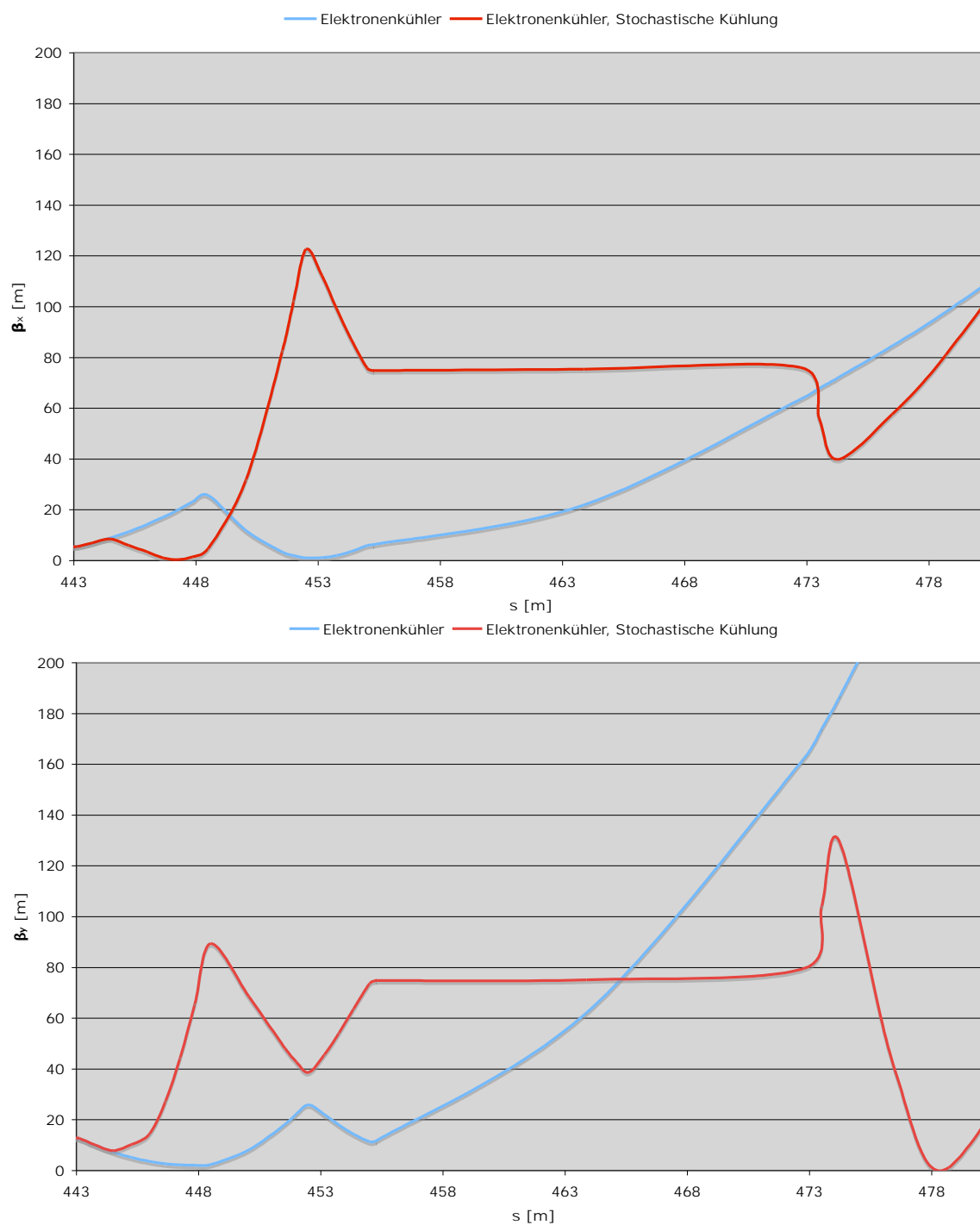


Abbildung 4.4: Betafunktion bei verschiedenen optischen Einstellungen. Dargestellt ist der Verlauf der Betafunktionen (x oben, y unten) am Beginn der Targetgeraden. Ein Teil des stochastischen Kühlsystems befindet sich im Bereich von $s=463$ m. Der Verlauf der Betafunktionen zeigt eine optimierte Einstellung für stochastische Kühlung (rot) bzw. ohne (blau). Ebenso zeigen die beiden Abbildungen den Versatz der Betafunktionen in x - und in y -Richtung. BPMs befinden sich bei $s=447$ m, $s=453$ m; ein Korrekturdipol bei $s=451$ m.

Somit können 86 BPMs (72 in Bögen, 14 in Geraden) bzw. 62 BPMs (48 in Bögen, 14 in Geraden) und 58 Korrekturdipole (48 in Bögen, 10 in Geraden) für die globale Orbitkorrektur verwendet werden.

4.4 Globale Orbitkorrektur

Es gibt verschiedene Methoden, eine Korrektur des Orbits über den gesamten Ring durchzuführen, z.B. eine globale Orbitkorrektur mittels lokaler Orbitbeulen. Eine solche Methode wird zur Korrektur des Orbits an RHIC genutzt [31].

Eine andere Methode verwendet die bereits eingeführte Orbitresponsematrix, die z.B. beim LHC am CERN vorgesehen ist [32].

Das hier verwendete Verfahren basiert auf der nicht-invertierten Orbitresponsematrix. Um die Optimierung des Orbits zu beschleunigen, wird die aus dem Modell des HESR gewonnene ideale Orbitresponsematrix benutzt. Diese Orbitresponsematrix wird als ideal bezeichnet, weil deren Berechnung ohne Berücksichtigung von Feld- und Positionierungsfehlern erfolgt. Die Benutzung der idealen Orbitresponsematrix ist nur möglich, weil ein iteratives Verfahren eingesetzt wird, um den Orbit schrittweise zu verbessern.

Ein weiterer Vorteil dieser Methode ist die Berücksichtigung von Randbedingungen:

1. Maximaler Strahlablage² des korrigierten Orbits unter 5 mm [31, 33]
2. Maximale benutzte Korrekturstärke³ nicht größer als 1 mrad.

4.5 Ergebnisse der Orbitkorrektur

Für einen anschaulichen Vergleich wurden die in Abbildung 4.1 gezeigten, simulierten Orbits korrigiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Man erkennt bereits an der Skalierung der Ordinate, dass die maximalen Strahlablagen der korrigierten Orbits etwa zwei Größenordnungen kleiner sind. Die statistischen Ergebnisse der Orbitkorrekturen sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst. Dabei wurden der Maximalwert oder der RMS-Wert der einzelnen Orbitkorrekturen berechnet. Tendenziell sind die Orbits mit Fehlersätzen, bei denen die Gleichverteilung genutzt wurde, schlechter zu korrigieren. Es fällt zudem auf, dass der Einfluss der Anzahl der BPMs auf das Orbitkorrektursystem nicht unerheblich ist. Die Reduktion von 36 auf 24 BPMs pro Bogen führt zu einer deutlichen Anhebung der maximalen Strahlablagen. In x -Richtung verdoppelt sie sich sogar. Der Unterschied in y -Richtung ist nicht ganz so gravierend, weil die Betafunktion an den Orten der nicht benutzten BPMs in x -Richtung größer sind. Die Tabelle zeigt bei 36 BPMs pro Bogen eine maximale Strahlablage von über 5 mm bei der Gleichverteilung. Dies ist zwar jenseits der angestrebten Marke von 5 mm, jedoch sieht man am Durchschnittswert und der Standardabweichung, dass die meisten Orbits innerhalb der gesetzten Grenzen liegen. Bei der auf 24 pro Bogen reduzierten Anzahl der BPMs übersteigen fast alle Durchschnittswerte die gesetzten 5 mm. Es ist davon auszugehen, dass diese Orbits durch Ausrichtung der strahlführenden Elemente mittels Strahlvermessung, das sog. *beam based alignment*, weiter verbessert werden können.

²Der Wert wurde gewählt, da Strahlablagen (korrigiert) in Hadronenbeschleunigern typischerweise im Bereich von wenigen Millimetern liegen

³Dies ist ein typischer Wert für die Korrekturstärken (s. SIS100/300 [17])

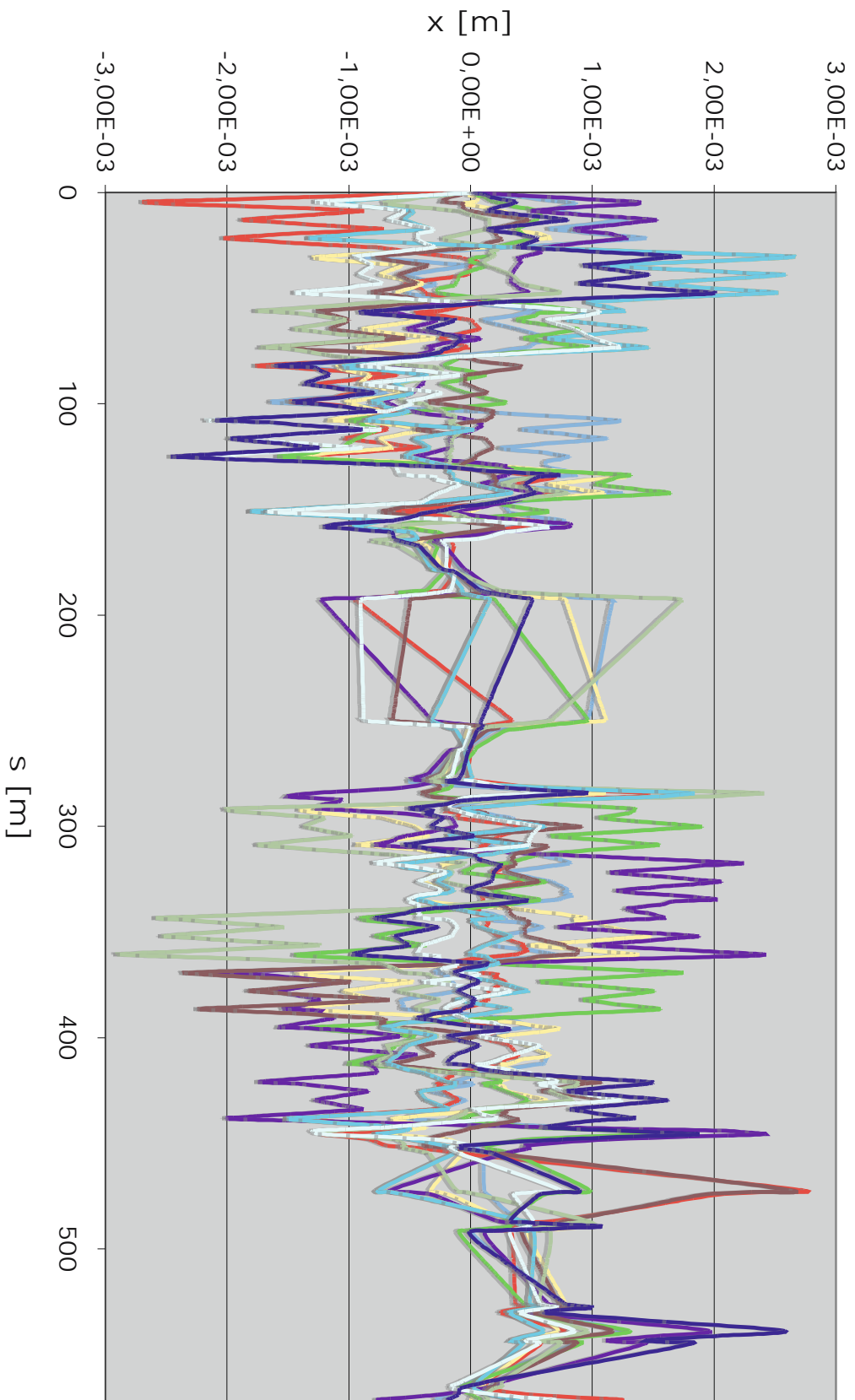


Abbildung 4.5: Zehn gewürfelte und korrigierte Orbits (nur x -Richtung)

		36 BPMs pro Bogen		24 BPMs pro Bogen	
		<i>Gaußv.</i>	Gleichv.	<i>Gaußv.</i>	Gleichv.
X (max)	Maximum [mm]	2,91	3,88	7,15	7,88
	Durchschnitt [mm]	$2,64 \pm 0,38$	$2,70 \pm 0,43$	$5,56 \pm 1,31$	$5,64 \pm 0,91$
Y (max)	Maximum [mm]	4,67	5,48	6,66	7,43
	Durchschnitt [mm]	$3,36 \pm 0,71$	$3,63 \pm 0,63$	$4,71 \pm 1,05$	$5,03 \pm 0,83$
X (RMS)	Maximum [mm]	0,93	1,07	1,38	1,74
	Durchschnitt [mm]	$0,73 \pm 0,09$	$0,87 \pm 0,10$	$1,08 \pm 0,16$	$1,31 \pm 0,18$
Y (RMS)	Maximum [mm]	1,08	1,21	1,26	1,40
	Durchschnitt [mm]	$0,85 \pm 0,17$	$0,97 \pm 0,14$	$0,97 \pm 0,19$	$1,12 \pm 0,16$

Tabelle 4.3: *Statistische Übersicht der Ergebnisse der Orbitkorrekturen. Die Tabelle zeigt vergleichend die Orbitkorrektur mit verschiedener Anzahl von BPMs in den Bögen. Zu beachten ist, dass die Werte X (max) bzw. Y (max) sich auf die maximalen Strahlblagen und X (RMS) und Y (RMS) sich auf die RMS-Werte beziehen. Aus diesen Werten wurde für alle Orbitkorrekturen das Maximum und der Durchschnitt bestimmt.*

4.6 Sensitivität der Orbitkorrektur gegenüber defekten BPMs

Da sich fast alle Elemente des HESR in Kryostaten befinden, ist zur Behebung von Störungen mitunter ein größerer zeitlicher Aufwand erforderlich. In diesem Abschnitt werden daher die Auswirkungen auf die Orbitkorrektur bei unvollständiger Anzahl der BPMs untersucht: Zur Bestimmung der Sensitivität wurden für einen Satz von Feld- und Positionierungsfehlern jeweils ein BPM zufällig ausgewählt und zur Orbitkorrektur nicht verwendet. Auf diese Weise wurden zehn Orbitkorrekturen mit verschiedenen BPMs durchgeführt. Die statistischen Ergebnisse sind in Tabelle 4.4 angegeben, wobei auch die Vergleichskorrektur mit allen verfügbaren BPMs dargestellt ist.

Die maximale Strahlblage hat sich im Durchschnitt durch den Wegfall eines BPMs nur geringfügig vergrößert. Besonders auffällig ist der Wert der maximalen Strahlblage in x -Richtung der *Gauß*-verteilung mit 36 BPMs pro Bogen. Bei diesem Orbit ist ein BPM in der Kühlgeraden nicht zur Orbitkorrektur verwendet worden. Dieser befindet sich an einer Stelle mit großer Betafunktion. Die maximale Strahlblage hat sich bei der Orbitkorrektur mit 24 BPMs pro Bogen in y -Richtung im Durchschnitt durch Ausfall eines BPMs verbessert. Durch Ausfall eines BPMs ändert sich die Optimierungsfunktion, so dass sich in Einzelfällen eine bessere Einstellung für die Korrekturdipole finden lässt.

4.7 Lokale Orbitbeulen

Nach Möglichkeit sollten die lokalen Orbitbeulen nicht mehr als 1 mrad an zusätzlicher Korrekturdipolstärke benötigen, so dass die Korrekturdipole in den Geraden nicht mehr als 2 mrad Korrekturwinkel liefern müssen.

Folgende Orte im HESR wurden untersucht: Target, Injektion, stochastische Kühlung und Elektronenkühlung.

		36 BPMs pro Bogen		24 BPMs pro Bogen	
		<i>Gaußv.</i>	Gleichv.	<i>Gaußv.</i>	Gleichv.
X (max) [mm]	alle BPMs	2,58	2,60	5,44	5,99
	Maximum	6,93	4,79	7,07	6,81
	Durchschnitt	$3,11 \pm 1,37$	$3,12 \pm 0,78$	$5,65 \pm 0,50$	$6,03 \pm 0,31$
Y (max) [mm]	alle BPMs	1,57	5,47	2,02	5,57
	Maximum	1,64	6,55	2,06	6,18
	Durchschnitt	$1,59 \pm 0,05$	$5,70 \pm 0,43$	$2,03 \pm 0,02$	$5,45 \pm 0,46$
X (RMS) [mm]	alle BPMs	0,78	1,03	1,15	1,57
	Maximum	1,00	1,07	1,33	1,71
	Durchschnitt :	$0,80 \pm 0,07$	$1,04 \pm 0,02$	$1,18 \pm 0,05$	$1,59 \pm 0,05$
Y (RMS) [mm]	alle BPMs	0,46	1,11	0,51	1,21
	Maximum :	0,47	1,18	0,52	1,24
	Durchschnitt	$0,46 \pm 0,00$	$1,14 \pm 0,02$	$0,51 \pm 0,05$	$1,22 \pm 0,01$

Tabelle 4.4: *Statistische Übersicht der Orbitkorrekturen bei einem defektem BPM. Die Tabelle zeigt vergleichend die Orbitkorrektur mit verschiedenen BPMs. Zu beachten ist, dass die Werte X (max) bzw. Y (max) sich auf die maximalen Strahlablagen und X (RMS) und Y (RMS) sich auf die RMS-Werte beziehen. Aus diesen Werten wurde für alle Orbitkorrekturen das Maximum und der Durchschnitt bestimmt. Zum Vergleich sind die Orbitkorrekturen mit allen BPMs angegeben (alle BPMs).*

4.7.1 Orbitbeule am Target

Für eine entsprechend große Anzahl an Wechselwirkungen zwischen den Teilchen des umlaufenden Strahls und der Targetmaterie ist ein guter Strahl-Target-Überlapp unabdingbar. Dies macht eine variable Strahllage nötig, insbesondere falls sich die Lage des Targets nach Veränderung der Targetkonfiguration (z.B. Wechsel des Targetmaterials) ändert. Man kann den Strahl-Target-Überlapp optimieren, indem man mit der geplanten Orbitbeule die Strahllage so weit verändert, bis die Anzahl der Wechselwirkungen maximal ist. Zur Messung der Strahllage werden zwei BPMs in der Nähe des Targets benötigt. Um die Orbitbeule auf den Targetbereich zu begrenzen und um weder die Injektion noch die stochastische Kühlung nachteilig zu beeinflussen, werden zwischen Target und Injektionskickern bzw. den betroffenen Teilen der stochastischen Kühlung jeweils zwei Korrekturdipole benötigt. Von diesen vier Korrekturdipolen werden zwei für die globale Orbitkorrektur bereits benötigt. Die anderen beiden Korrekturdipole werden zusätzlich platziert.

Um die Möglichkeit eines solchen Verfahrens zu testen, kann man die variable Orbitbeule simulieren. Der Strahl wird mit einem Winkel von 0° und einer Strahlablage von $+5$ mm bis -5 mm variiert. In Abbildung 4.6 wird dies exemplarisch in x -Richtung und für $+5, 0, -5$ mm dargestellt.

Die Simulationen zeigen, dass diese Orbitbeulen nicht mehr als 1 mrad Ablenkwinkel der Korrekturdipole benötigen.

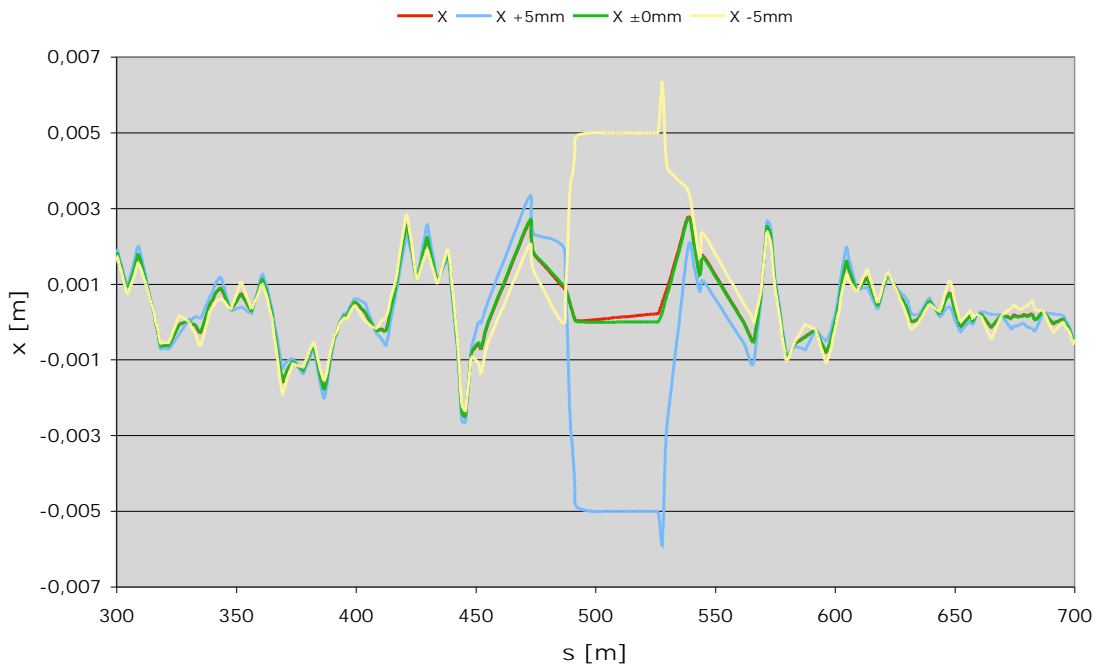


Abbildung 4.6: Ursprünglicher Orbit und Orbitbeulen mit verschiedenen Strahlablagen am Target. Es sind dargestellt: Ursprüngliche Orbit ohne Orbitbeule (rot), Orbitbeule mit 5 mm Strahlablage (gelb), mit -5 mm Strahlablage (blau) und mit 0 mm Strahlablage (grün), wobei der Strahlwinkel der Orbitbeulen jeweils auf 0° eingestellt ist.

4.7.2 Orbitbeulen an den Orten der Injektion

An den Orten der Injektionskicker müssen sowohl Strahlablage als auch -winkel so gut wie möglich einstellbar sein. Wird der Strahl nicht sauber in den HESR injiziert, führt das zu einer Fehlanpassung zwischen dem umlaufenden und dem injiziertem Strahl und damit zu Emittanzwachstum. Man kann eine von zwei Möglichkeiten wählen, dies zu verhindern:

1. Man passt die globale Orbitkorrektur an
2. Man benutzt eine Orbitbeule, um den Strahl am Injektionskicker auszurichten.

Der zweite Weg ist eindeutig vorzuziehen, da eine Veränderung der globalen Orbitkorrektur auf die Strahlablage und -winkel im gesamten Ring Einfluss nimmt.

Die Simulationen der Orbitbeulen mit verschiedenen fehlerbehafteten Orbits (inklusive Orbitbeulen am Target) zeigen, dass mit den beiden zusätzlichen in die Targetsektion eingefügten Korrekturdipolen unabhängige Orbitbeulen an den Orten der Injektionskicker möglich sind. Die für die Orbitbeulen vorgesehene Vergrößerung des Korrekturwinkels um 1 mrad wird dabei nicht überschritten.

4.7.3 Orbitbeulen an stochastischen Pickups und Kickern

Die für die stochastische Kühlung benötigten Pickups und Kicker reagieren sensitiv auf Strahlablagen. Berechnungen der globalen Orbitkorrektur an diesen Stellen haben gezeigt, dass die maximalen Strahlablagen innerhalb weniger Millimeter liegen. Weil dies ausreichend ist [34], sind keine separaten Orbitbeulen an den Orten der stochastischen Kühlung geplant. Es ist jedoch zu beachten, dass sich zwei der vier Einbauten der stochastischen Kühlung, nämlich genau die in der Targetgeraden, innerhalb der Orbitbeulen der Injektion befinden. Dies sollte die stochastische Kühlung nicht beeinflussen, weil sie während der Injektion nicht benutzt wird.

4.7.4 Orbitbeule am Elektronenkühler

Die Strahlablagen und die Winkel von Elektronen- und umlaufendem Teilchenstrahl innerhalb des Elektronenkühlersolenoids sind für die Elektronenkühlung wesentlich. Aus diesem Grund sind vom Konzept her bereits mehrere BPMs in dieses Solenoid integriert. Diese werden zur Korrektur der Orbitbeule verwendet.

Der Elektronenstrahl wird am Anfang der Kühlstrecke des Elektronenkühlers in die Bahn des umlaufenden Antiprotonenstrahl ein- und am Ende der Kühlstrecke wieder herausgelenkt. Die Auswirkungen des Magnetsystems des Elektronenkühlers auf den Antiprotonenstrahl wurde bei der Untersuchung der Orbitbeule berücksichtigt. Da der Elektronenkühler einen spiegelsymmetrischen Aufbau hat, werden die Berechnungen vereinfacht.

In Abbildung 3.5 ist eine Hälfte des Magnetsystems des Elektronenkühlers dargestellt. Die Position des am Toroid gelegenen Korrekturdipols ist extrem wichtig, da die durch die Toroide hervorgerufenen Ablenkungswinkel so früh wie möglich korrigiert werden müssen, um die entstehenden Strahlablagen nicht zu groß werden zu lassen. Für die Berechnungen wird diese Position als direkt an die Toroide anschließend angenommen. Sollte jedoch dazwischen ein Abstand eingeplant werden, so werden die aus den Winkeln resultierenden Strahlablagen entsprechend größer sein. Die inneren Korrekturdipole befinden sich in einer warmen Sektion oder in der Nähe eines Kalt-Warm-Übergangs.

Die Berechnungen wurden mit *Mathematica* und *Maple* durchgeführt. Dazu werden zunächst die Winkel berechnet, die aus den Toroidfeldern und den Dipolfeldern für den Elektronenstrahl resultieren. Mit den bekannten Parametern der Toroide aus Tabelle 4.5 betragen sie bei 1,5 GeV/c 2,55 mrad in x -Richtung und 23,01 mrad in y -Richtung. Mit diesen Winkeln ist man in der Lage, die nötigen Korrekturwinkel der Korrekturdipole zu berechnen. Das zusätzliche Magnetsystem der Sibirischen Schlange wird bei diesen Überlegungen nicht betrachtet.

Mit den Randbedingungen, dass im Kühlersolenoid und nach den äußeren Korrekturdipolen der Orbit geschlossen sein soll, lässt sich ein Gleichungssystem aufstellen und lösen. Die freien Parameter des Gleichungssystems entsprechen den Korrekturdipolstärken.

Bahnradius des Elektronenstrahls R_0	4 m
Magnetfeldstärke auf Bahnradius B_0	0,2 T
Winkel der Toroide φ_0	30°

Tabelle 4.5: *Parameter der Toroide [18].*

	innere Korrektoren	äußere Korrektoren
x'	-3,31 mrad	1,20 mrad
y'	-28,67 mrad	0,04 mrad

Tabelle 4.6: *Benötigte Korrekturwinkel der Korrekturdipole am Elektronenkühler. Innere Korrektoren sind die an die Toroide anschließenden Korrekturdipole.*

Die Berechnungen liefern die notwendige Stärke der Korrekturdipole, um den Orbit im Kühlersolenoid zu korrigieren. Insbesondere die Korrekturdipole, die direkt an die Toroide anschließen, müssen sehr stark sein. Eine Übersicht der Korrektorstärken ausgehend von der Referenztrajektorie sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die Korrekturwinkel für die inneren Korrekturdipole sind sehr groß, jedoch nur etwa halb so groß wie die benötigten Korrekturwinkel am COSY-Elektronenkühler [35].

Der Verlauf des Orbits durch das Magnetsystem des Elektronenkühlers ist in Abbildung 4.7 dargestellt. In der vertikalen Richtung ergibt sich eine maximale Strahlablage von 23 mm; in der Horizontalen von 8 mm. Zusätzlich zur maximalen Strahlablage von 23 mm muss man die Strahlausdehnung betrachten, die bei minimalem Impuls von 1,5 GeV/c maximal sein wird. Mit einer Betafunktion von etwa 100 m und einer normierten transversalen Emittanz von 1 mm mrad ergibt sich eine 1σ -Strahlausdehnung von 8 mm. Demnach passen mehr als 2,5 σ -Strahlbreiten in das Strahlrohr.

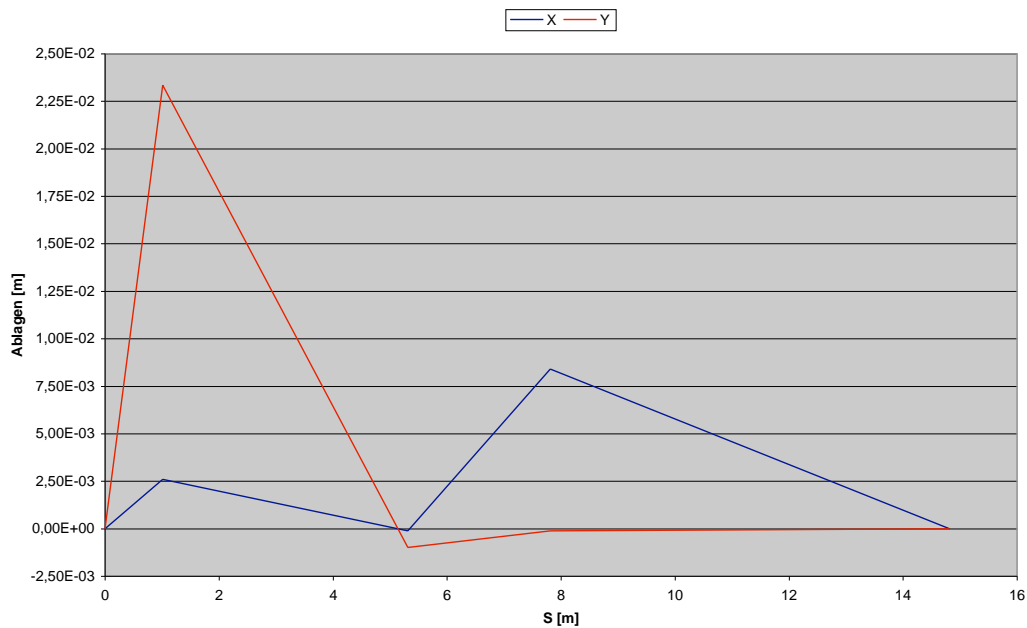


Abbildung 4.7: *Berechnete Orbitablagen im Magnetsystem des Elektronenkühlers. Im Ursprung befindet sich der extrapolierte Ort der Toroidwirkung auf den umlaufenden Strahl. Am Ort des ersten Maximums befindet sich der innere Korrekturdipol. Am Ende befindet sich der äußere Korrekturdipol. In der Mitte befindet sich das Kompensations-Solenoid.*

4.8 Diskussion der Ergebnisse

Das vorgeschlagene Orbitkorrektursystem für den HESR umfasst insgesamt 64 Korrekturdipole, von denen sich 48 in den Bögen befinden und die nur eine Richtung korrigieren, und 16 in den Geraden, die beide Richtungen korrigieren können. Weiterhin sind 62 bzw. 86 BPMs eingeplant, die die Strahlablagen in beiden Richtungen messen können. Von diesen befinden sich 48 bzw. 72 in den Bögen und 14 in den Geraden, wobei 2 von diesen für die Orbitbeule am Target benötigt werden.

Die Simulationen der Orbitkorrektur haben gezeigt, dass sich die angenommene *Gauß*-verteilung besser korrigieren ließ als die Gleichverteilung. Weiterhin konnten die maximalen Strahlablagen der Orbits bei 36 BPMs pro Bogen von zum Teil über 800 mm auf größtenteils unter 5 mm korrigiert werden. Der durchschnittliche RMS-Wert liegt unterhalb von 1 mm. Bei 24 BPMs pro Bogen sind korrigierte maximale Strahlablagen um 7 mm aufgetreten. Der durchschnittliche RMS-Wert liegt im Bereich zwischen 1 und 1,3 mm. Für die globale Orbitkorrektur reicht ein Korrekturwinkel von 1 mrad aus.

Die Sensitivität gegenüber Ausfall eines BPMs ist vernachlässigbar, solange sich der ausgefallene BPM nicht in einer Geraden befindet. Dies liegt insbesondere an den großen Betafunktionen in den Geraden. Weiterhin sind bestimmte BPMs in den Geraden für die geplanten Orbitbeulen unerlässlich. Bei den Ausfällen eines BPMs in einem der Bögen sind die Werte der maximalen Strahlablagen insgesamt nur geringfügig größer geworden. Dies zeigt, dass unter Umständen auch mehrere BPMs in den Bögen ausfallen dürften ohne den Orbit allzu negativ zu beeinflussen. Dies könnte sich ändern, falls die Positionierungsfehler in den Bögen größer sind als erwartet oder mehrere Ausfälle in einem lokal begrenzten Bereich auftreten.

Am Target, an der Injektion und am Elektronenkühler sind lokale Orbitbeulen geplant. Bis auf die Orbitbeule am Elektronenkühler reicht eine Erhöhung des Korrekturwinkels der Korrekturdipole um 1 mrad aus. Am Elektronenkühler werden durch die starke Ablenkung des umlaufenden Teilchenstrahls stärkere Korrekturdipole benötigt, die zum Teil fast 30 mrad Korrekturwinkel bei 1,5 GeV/c benötigen. Dies war auf Grund der Erfahrung an anderen Beschleunigern mit Elektronenkühlung zu erwarten. Für die Anforderung der stochastischen Kühlung bzgl. Strahlablage hat sich die globale Orbitkorrektur als ausreichend erwiesen.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die erste Aufgabe dieser Diplomarbeit war die Frage nach den Auswirkungen der Feld- und Positionierungsfehler auf den Orbit des HESR. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass eine gute Orbitkorrektur im HESR unabdingbar ist. Die Untersuchungen bzgl. der Feldfehler und der Positionierungsfehler haben gezeigt, dass die Orbitabweichungen durch die Positionierungsfehler dominiert sind. Ein nicht-korrigierter Orbit wäre mit den angenommenen Fehlern größer als die Strahlrohrbegrenzung.

Die Anzahl der BPMs und Korrekturdipole hat sich von dem einfachsten Konzept, um jeden Quadrupol einen BPM und einen Korrekturdipol zu platzieren, bis hin zum vorgeschlagenen Korrektursystem deutlich verringert. Orbitkorrekturen unter 5 mm maximaler Strahlablage von der Referenztrajektorie unter Benutzung von 36 BPMs pro Bogen bzw. um 7 mm unter Verwendung von 24 BPMs pro Bogen sind mit einem Korrekturwinkel von 1 mrad möglich. Dabei wurde eine Anzahl von 10 Korrekturdipolen und 14 BPMs in den Geraden, sowie 24 Korrekturdipolen pro Bogen verwendet. Die Korrekturdipole in den Geraden sind für beide transversalen Ebenen ausgelegt; die in den Bögen jeweils nur für eine. Das Konzept der Orbitresponsematrix ist ein geeignetes Mittel, um den Orbit des umlaufenden Strahls zu optimieren.

Zur Prüfung auf Sensitivität gegenüber Ausfällen von BPMs lässt sich festhalten, dass der Ort des defekten BPMs entscheidend ist. Fällt ein BPM aus, der für Orbitbeulen (z.B. am Target) vorgesehen ist, wird es nicht möglich sein, Strahlablage und Winkel an diesem Ort einzustellen. Weiterhin sind Ausfälle von BPMs an Orten großer Betafunktion kritisch, da sich die Aufstellungsfehler dort besonders stark auswirken.

Die Untersuchungen der Orbitbeulen haben gezeigt, dass eine Erhöhung des Korrekturwinkels um 1 mrad für Orbitbeulen ausreichend ist. Eine Ausnahme stellt die Orbitbeule zur Kompensation des Magnetsystems des Elektronenkühlers dar. Auf Grund sehr großer Auslenkungen des umlaufenden Strahls werden Korrekturdipole mit Korrekturwinkeln um 30 mrad bei 1,5 GeV/c benötigt. Erfahrungen an anderen Beschleunigern wie z.B. COSY (Forschungszentrums Jülich) oder CELSIUS (The Svedberg Laboratory in Uppsala) bestätigen die Größe des benötigten Korrekturwinkels. Die Anzahl der verwendeten BPMs wird von dem erforderlichen Orbit bestimmt bzw. durch Kosten-Nutzen-Überlegungen entschieden.

Im nächsten Schritt muss ein Konzept erarbeitet werden, um die Korrektur Elemente in die supraleitende Magnetstruktur des HESR zu integrieren. Dazu zählt auch die Auslegung aller Korrektur Elemente. Bis auf die erwähnten Korrekturdipole für den Elektronenkühler befinden sich alle anderen Korrektur Elemente in Kryostaten. Auf Grund des

limitierten Platzes zwischen den strahlführenden Magneten in den Kryostaten ist eine kompakte Bauweise zwingend erforderlich.

Neben der in dieser Arbeit verwendeten idealen Responsematrix aus dem Modell des HESR kann auch eine nicht-ideale Orbitresponsematrix unter Berücksichtigung von Feld- und Positionierungsfehlern der Magnete als Grundlage dienen. Interessant in diesem Zusammenhang ist die Anzahl und Dauer der einzelnen Iterationsschritte. Die Verwendung anderer Optimierungsfunktionen zur Vermeidung lokaler Minima kann ebenfalls untersucht werden. Das Verfahren der Orbitresponsematrix kann darüber hinaus auch mit anderen Orbitkorrekturverfahren verglichen werden.

Im Hinblick auf die Inbetriebnahme des HESR ist eine Messung der Orbitresponsematrix zur Anpassung des Modells des HESR hilfreich. Dadurch können fehlerhafte Strahllagemonitore und Korrekturdipole identifiziert werden. Weiterhin erlaubt der Vergleich von gemessener und berechneter Orbitresponsematrix Rückschlüsse auf ionenoptische Einstellungen des HESR.

Tabellenverzeichnis

3.1	Strahlparameter, Strahlanforderungen der Experimente, Betriebsmodi . . .	32
3.2	Abhängigkeit der maximalen Betafunktion von dem Wert der Betafunktion am Ort des Targets	34
4.1	Gemessene, für die Berechnungen verwendete Feldfehler der RHIC Magnete	38
4.2	Gewählte Verteilungsbreiten für die Positionierungsfehler und Messgenauigkeiten der Elemente im HESR.	39
4.3	Statistische Übersicht der Ergebnisse der Orbitkorrekturen	47
4.4	Statistische Übersicht der Orbitkorrekturen bei einem defektem BPM . .	48
4.5	Parameter der Toroide	50
4.6	Benötigte Korrekturwinkel der Korrekturdipole am Elektronenkühler . .	51

Abbildungsverzeichnis

2.1	Phasenraumellipse der Teilchenbewegung	19
3.1	Lageplan der Beschleunigeranlage FAIR	27
3.2	Schematischer Aufbau des HESR	29
3.3	Magnetische Struktur einer Halbzelle	30
3.4	Lage der Kryostaten im HESR	31
3.5	Eine Hälfte des Magnetsystems des Elektronenkühlers	33
3.6	Verlauf der Betafunktionen (in x und y) und Dispersion (nur x)	35
4.1	Zehn gewürfelte, nicht-korrigierte Orbits	41
4.2	Betafunktionen in einer Einheitszelle	42
4.3	Position der Korrektur Elemente in der Einheitszelle	43
4.4	Betafunktion bei verschiedenen optischen Einstellungen	44
4.5	Zehn gewürfelte und korrigierte Orbits (nur x -Richtung)	46
4.6	Ursprünglicher Orbit und Orbitbeulen mit verschiedenen Strahlablagen am Target	49
4.7	Berechnete Orbitablagen im Magnetsystem des Elektronenkühlers	51

Literaturverzeichnis

- [1] Conceptual Design Report von FAIR, (November 2001), <http://www.gsi.de/GSI-Future/cdr/>
- [2] PANDA collaboration, *Strong Interaction Studies with Antiprotons*, Letter-of-Intent, (2004)
- [3] H. Wiedemann, *Particle Accelerator Physics I* und *Particle Accelerator Physics II*, Springer-Verlag, (2003), ISBN 3-540-00672-9
- [4] P. Schmüser, *Basic course on accelerator optics*, CERN Accelerator School 87-10
- [5] R. Perin, *Field, forces and mechanics of superconducting magnets*, CERN Accelerator School 96-03
- [6] M. Anerella et al.: *RHIC magnet system*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 499, (2003)
- [7] R. Gupta et al., *RHIC IR quadrupoles and field quality state of the art in superconducting accelerator magnets*, Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York, (1999)
- [8] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, Teubner Studienbücher, (1992), ISBN: 3-519-030-87-X
- [9] M.S. Livingston, J.P. Blewett, *Particle accelerators*, McGraw-Hill, New York, (1962)
- [10] F. Hinterberger, D. Prasuhn, *Analysis of internal target effects in light ion storage rings*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 279, (1989)
- [11] H. Poth, *Electron cooling*, CERN Accelerator School 87-03, Vol. II
- [12] D. Möhl, *Stochastic cooling*, CERN Accelerator School 87-03, Vol. II
- [13] D. Reistad, TSL, private Mitteilung
- [14] R. Talman, *Single particle motion*, Frontiers of Particle Beams; Observation, Diagnosis and Correction, Lecture Notes in Physics, Vol. 343, Springer-Verlag, New York, (1988)
- [15] H. Koziol, *Beam diagnostics for accelerators*, CERN Accelerator School 94-01, Vol. II
- [16] G. Hoffstaetter et al., *Orbit-response matrix analysis at HERA*, Proceedings of EPAC 2002, Paris, France

-
- [17] FAIR Baseline Technical Report, (März 2006), unveröffentlicht
- [18] Technical Report des HESR, Version 16, (Februar 2006), unveröffentlicht
- [19] K. Blasche, B. Franczak, *The heavy ion synchrotron SIS*, Proceedings of EPAC 1992, Berlin, Germany
- [20] ASSIA collaboration, *A Study of SPIN-dependent Interactions with Antiprotons*, Letter-of-Intent, (Januar 2004), <http://www.gsi.de/documents/DOC-2004-Jan-152-1.pdf>
- [21] PAX collaboration, *Antiproton-Proton Scattering Experiments with Polarization*, Letter-of-Intent, (Januar 2004), <http://www.gsi.de/documents/DOC-2004-Jan-1251.pdf>
- [22] F. Rathmann et al., Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 224801
- [23] E. Senicheva et al., *The PANDA insertion impedance in High Energy Storage Ring of FAIR*, Proceedings of EPAC 2006, Edinburgh, Scotland
- [24] A. Lehrach et al., *Beam performance and luminosity limitations in the high-energy storage ring (HESR)*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 561, (2006)
- [25] A. Lehrach et al., *Polarized beams in the high-energy storage ring of the future GSI project*, Proceedings of the 16th International Spin Physics Symposium, SPIN 2004, Trieste, Italy
- [26] H. Stockhorst et al., *Stochastic cooling for the HESR at the GSI-FAIR complex*, Proceedings of EPAC 2006, Edinburgh, Scotland
- [27] Y. Senichev et al., *Lattice design study for HESR*, Proceedings of EPAC 2004, Lucerne, Switzerland
- [28] MAD-X, Methodical Accelerator Design, Version 10, <http://mad.web.cern.ch/mad>
- [29] J. Milutinovic, A.G. Ruggiero, *Closed orbit analysis for RHIC*, (Februar 1989), http://www.agrhichome.bnl.gov/RHIC/RAP/rhic_notes/RHIC-AP-1-106/RHIC-AP-78.pdf
- [30] J. Dietrich, FZJ, private Mitteilung
- [31] V. Ptitsyn et al., *The RHIC orbit control*, Proceedings of EPAC 2002, Paris, France
- [32] J. Wenninger et al., *Prototyping LHC orbit control*, Proceedings of EPAC 2002, Paris, France
- [33] F. Brinker, *Online calculation of the beam trajectory in the hera interaction regions*, Proceedings of EPAC 2004, Lucerne, Switzerland
- [34] H. Stockhorst, FZJ, private Mitteilung
- [35] G. Müller et al., *Design and performance of the Proton Beam correction Steerers for the Cosy Electron Cooler*, KFA-IKP Annual Report 1994

Forschungszentrum Jülich
in der Helmholtz-Gemeinschaft



Jül-4241
Januar 2007
ISSN 0944-2952