



**KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH**

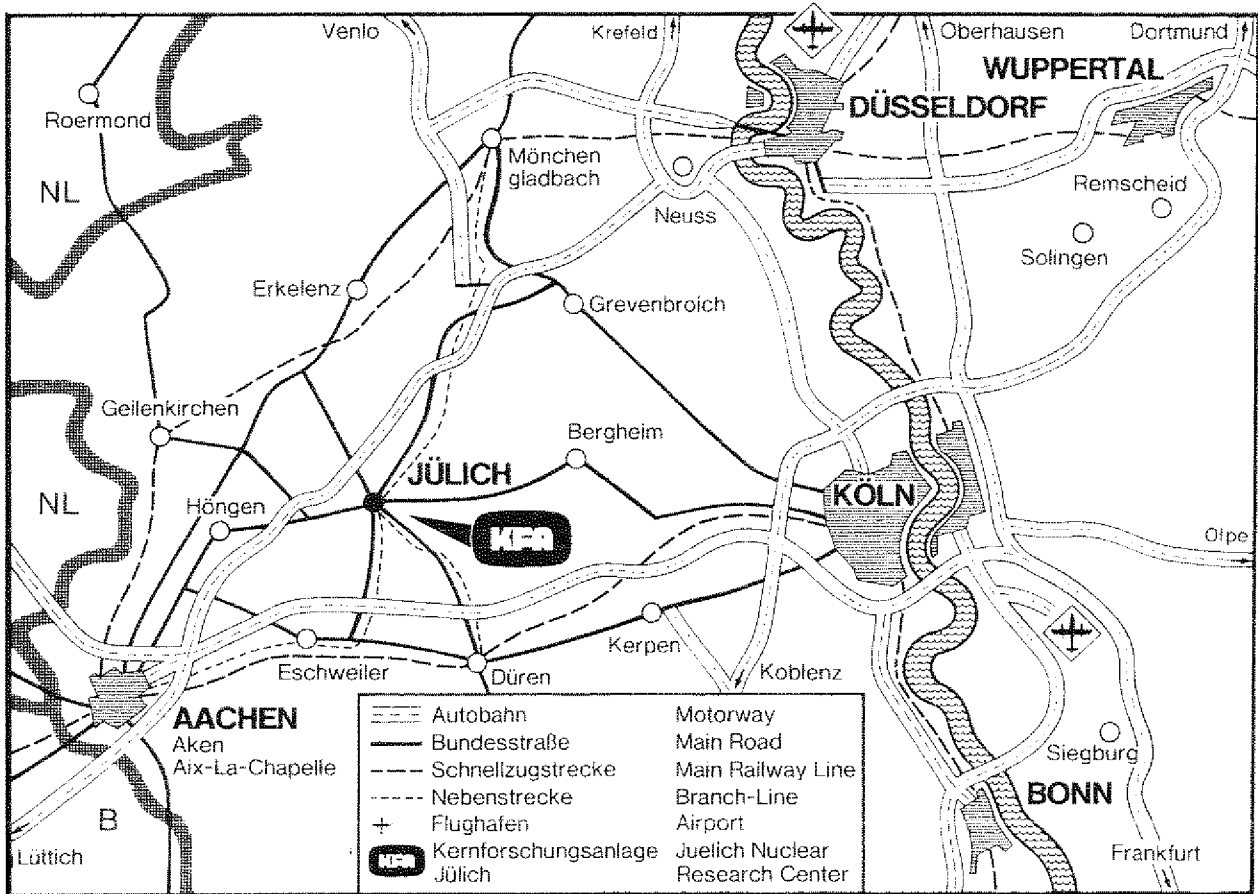
**Institut für Reaktorbauelemente**

**Der Druckverlust in Schüttungen  
aus zylindrischen Körpern**

von

H. Barthels

**Jüli - 1544**  
**Oktober 1978**  
ISSN 0366-0885



Als Manuskript gedruckt

**Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 1544**

Institut für Reaktorbauelemente Jül - 1544

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,  
Jülich, Bundesrepublik Deutschland

# **Der Druckverlust in Schüttungen aus zylindrischen Körpern**

von

H. Barthels

# PRESSURE DROP IN PACKED BEDS OF CYLINDRICAL BODIES

by

H. Barthels

## Abstract:

From the theoretical point of view of the flow mechanism in packed beds of cylindrical bodies, a generally valid equation for the pressure drop was derived. Its general validity concerning the influence of the void fraction  $\epsilon$ , the body dimension  $d_i/d_a$  and the tube wall  $D_h$  was investigated by pressure drop measurements. The semi-empirical relation obtained between the dimensionless pressure drop, the Reynolds number and the geometry data is valid for  $10^2 < Re < 10^5$ ,  $0,34 < \epsilon < 0,82$ ,  $0 \leq d_i/d_a < 0,85$ ,  $6 < D_h/d_v < 24$ .

Measured data for the void fraction of packed beds of solid and hollow cylinders are given. The influence of the uncertainty in the void fraction on the pressure drop is represented quantitatively by means of an error calculation.

## DER DRUCKVERLUST IN SCHÜTTUNGEN AUS ZYLINDRISCHEN KÖRPERN

von

H. Barthels

### Kurzfassung:

Aus der theoretischen Betrachtung des Strömungsvorganges in Schüttungen aus zylindrischen Füllkörpern wurde eine allgemeingültige Druckverlustgleichung abgeleitet, deren allgemeine Gültigkeit hinsichtlich des Einflusses des Lückengrades  $\epsilon$ , der Füllkörper-Abmessungen  $d_i/d_a$  und der Rohrwand  $D_h$  durch Druckverlust-Messungen untersucht wurde. Die gewonnene halbempirische Beziehung zwischen dem dimensionslosen Druckverlust, der Reynolds-Zahl und den Geometriedaten gilt für  $10^2 < Re < 10^5$ ,  $0,34 < \epsilon < 0,82$ ,  $0 \leq d_i/d_a < 0,85$ ,  $6 < D_h/d_v < 24$ .

Es werden gemessene Werte für den Lückengrad von Schüttungen aus Voll- und Hohlzylindern angegeben. Der Einfluß der Unsicherheit im Lückengrad auf den Druckverlust wird anhand einer Fehlerrechnung quantitativ dargestellt.



## 1. Aufgabenstellung:

Eine große technische Bedeutung haben Füllkörperschüttungen in Rohren für die thermische und katalytische Zerlegung von fluiden Phasen, die durch die Schüttung strömen. Derartige Füllkörperrohre bieten eine große Grenzfläche zwischen den am Trennverfahren oder am Reaktionsprozeß beteiligten Phasen und auch die Möglichkeit der Wärmezufuhr oder -abfuhr durch ein im Mantelrohr strömendes Heiz- oder Kühlmittel.

Für die Auslegung von Füllkörperrohren ist der Druckverlust, den die fluide Phase in der Schüttung erleidet, eine wichtige Größe. Wegen der Vielzahl der in der Praxis verwendeten Füllkörper-Geometrien ist es jedoch schwierig, allgemeingültige Formeln für den Druckverlust anzugeben.

Ziel dieser Arbeit war, genaue Berechnungsunterlagen für die strömungstechnische Auslegung von größeren Reaktionsrohren für die Methan-Reformierung mit Katalysator-Schüttungen aus keramischen Hohlzylinder-Körpern bereitzustellen. Ein Vergleich der Literatur zeigte, daß nur wenige Untersuchungen an Füllkörperrohren mit einem relativ kleinen Verhältnis von Rohr- zu Füllkörperdurchmesser und mit einem großen Verhältnis von Schüttungshöhe zu Schüttungsdurchmesser gemacht wurden. In Ergänzung zu den Versuchen von Sonntag /1/, Brauer /2/ und Reichelt /3/, bestand die Aufgabe darin, die einzelnen Einflußgrößen möglichst genau zu erfassen, um die Unsicherheit in der genauen Bestimmung des Druckverlustes durch die zu große Streubreite der bisherigen Meßergebnisse zu verringern. Insbesondere galt es, den Einfluß von Ringspaltrohren als Mantelrohre für Schüttungen zu erfassen und die Untersuchung auf den unbekanntem Bereich hoher Reynolds-Zahlen auszudehnen ( $Re > 5 \cdot 10^3$ ).

Es sollten weiter Schüttversuche mit den verschiedensten Abmessungen von Füllkörpern und Schüttrohren (Zylinder und Ringspalt) zur Bestimmung der Abhängigkeit des mittleren Lückengrades von Rohr- und Füllkörperdurchmesser durchgeführt werden.

## 2. Ableitung der Druckverlustgleichung

Von großen Reaktionsrohren wird gefordert, daß sie mit großen Gasdurchsätzen betrieben werden können und daß bei der Durchströmung möglichst geringe Druckverluste auftreten. Die Struktur der Füllkörperschüttung wird im wesentlichen durch die Form und die Abmessungen der Füllkörper selbst sowie durch deren Verteilung innerhalb der Schüttung beschrieben. Die Verteilung läßt sich mittels des Lückengrades und des fluiddynamischen Durchmessers der für das Fluid verfügbaren Strömungskanäle kennzeichnen. Die Ausgangsform der Füllkörper ist der Vollzylinder. Der daraus entwickelte einfachste Hohlzylinderkörper ist der Raschig-Ring, dessen Höhe gleich seinem äußeren Durchmesser ist. Der Vorteil der Hohlzylinderkörper gegenüber dem Vollzylinder ist der geringere Druckverlust des Fluids und die größere Oberfläche für den Reaktions-Prozeß.

Die strömungstechnischen Vorgänge in Füllkörperschüttungen sind wegen der Schüttungsgeometrie sehr verwickelt. Zur Herleitung von Gleichungen für die Druckverlustberechnung mit Füllkörperschüttungen geht man zweckmäßig von Modellvorstellungen aus, wie sie von Brauer /2/ und Sonntag /1/ vorgeschlagen wurden. Die Anwendung der Ähnlichkeitsgesetze der Strömungslehre führt zunächst zur Herleitung der allgemein gültigen Druckverlustgleichung:

$$\Delta p = \psi \frac{H}{d_h} \cdot \frac{\rho w_0^2}{2} \quad (1)$$

Es bedeuten  $\Delta p$  der Druckverlust des Fluids,  $\psi$  der dimensionslose Widerstandsbeiwert,  $d_h$  der hydraulische Durchmesser der durchströmten Schüttung,  $H$  die Strömungslänge der Schüttung,  $\rho$  die Dichte des Fluids und  $w_0$  die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Fluids in den Lücken.

Die Druckverlustgleichung (1) läßt sich auch auf die Durchströmung von Schüttungen anwenden, wenn man  $w_0 = w/\epsilon$  durch die Geschwindigkeit  $w$  des Fluids im leeren Rohrquerschnitt ersetzt,  $H$  gleich der Schütthöhe setzt,  $\epsilon$  als Lückengrad (Lückenvolumen bezogen auf das Gesamtvolumen) einführt und den hydraulischen Durchmesser in Analogie zur Kanalströmung

$$d_h = \frac{4 V}{\phi} \quad (2)$$

schreibt. Dabei ist  $V$  das freie durchströmte Volumen der Schüttung und  $\phi$  die benetzte Oberfläche. Unter Berücksichtigung des Lückengrades kann man dann den hydraulischen Durchmesser einer Schüttung

$$d_h = \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_v \quad (3)$$

schreiben, dabei ist

$$d_v = 6 \frac{V_F}{\phi_F} = \frac{3 h}{1 + 2 \frac{h}{d_a}} \quad (4)$$

der vergleichbare Durchmesser eines Füllkörpers, wenn  $V_F$  das Volumen und  $\phi_F$  die Oberfläche des Füllkörpers sind.

Streng genommen gilt Gleichung (4) nur für Kugeln und Vollzylinder, wenn die Zylinderlänge  $h$  gleich dem Durchmesser  $d_a$  ist. Der Zahlenwert  $2/3$  in Gleichung (3) kann hier vernachlässigt werden, da er die funktionelle Abhängigkeit nicht beeinflusst. Bei Hohlzylinderkörpern (Raschig-Ringen) wird das Hohlvolumen, das in die Berechnung des Lückengrades einer Schüttung eingeht, nicht vollständig durchströmt. Es müssen also für Hohlzylinderkörper andere Zusammenhänge bestehen als für Vollzylinder.

Durch Einführung eines neuen kennzeichnenden Durchmessers für Hohlzylinderkörper versuchte Brauer durch den Ansatz

$$d_r = d_v E^n \quad (5)$$

den Einfluß des Ringhohlraumes auf den Druckverlust zu erfassen. Die Hohlraumfunktion  $E$  berücksichtigt die geometrischen Unterschiede zwischen Hohlzylinderkörper und Vollzylinder gleicher äußerer Abmessung

$$E = \frac{V_R \phi_v}{\phi_R V_v} \quad (6)$$

dabei ist  $V_R$  und  $\phi_R$  das Volumen bzw. die Oberfläche des Hohlzylinders  $V_v$  und  $\phi_v$  Volumen bzw. Oberfläche des gleichgroßen Vollzylinders.

Mit  $\psi = (d_i/d_a)^2$  kann man die Hohlraumfunktion

$$E = \frac{1 - \psi}{1 + \sqrt{\psi} \cdot \frac{1 - 0,5 d_i/h}{1 + 0,5 d_a/h}} \quad (7)$$

schreiben und es ergeben sich für  $E$  stets Werte kleiner als 1 (Abb. 1). Wird der Exponent  $n > 1$ , so bedeutet dies, daß für die Druckverlustberechnung ein kleinerer rechnerischer Füllkörperdurchmesser anzusetzen ist, als nach Gleichung (4).

Brauer gibt an, daß Druckverlustmessungen in Hohlzylinder-Schüttungen durch die Beziehung von Ergun /4/ für den Widerstandsbeiwert

$$\psi = \frac{150}{Re} + 1,75 \quad (8)$$

im Reynolds-Zahl-Bereich  $1 < Re < 2500$  darstellbar sind, wenn für den Exponenten  $n$  in Gleichung (5) der Wert 1,9 eingesetzt wird.

Die Untersuchungen von Reichelt und Blaß /5/ im Bereich  $1,6 < D_h/d_v < 25$ ;  $0,56 < \epsilon < 0,97$ ;  $10 < Re < 10^4$  zeigen, daß die Meßergebnisse nicht mit einem konstanten Exponent  $n = 1,9$  darstellbar sind. Es ist zu berücksichtigen, daß in der Nähe der Rohrwand ein größerer Lückengrad auftritt als in der Kernzone der Schüttung. Diese Tatsache macht sich vor allem bei kleinen Verhältnissen von Rohrdurchmesser  $D_h$  zu Füllkörperabmessungen  $d_v$  bemerkbar, insbesondere ist dann die durch das Fluid benetzte Oberfläche um die Rohrwandoberfläche zu erweitern. Da der Lückengrad eine Funktion von  $D_h/d_v$  und  $d_i/d_a$  ist, muß zwangsläufig der Exponent  $n$  ebenfalls eine Funktion dieser Geometriegrößen sein.

Reichelt und Blaß konnten mit Hilfe der Ergun'schen Gleichung (8) ihre ermittelten Exponenten  $n$  in der Form

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{D_h}{d_i} = f \left( \frac{\varepsilon D_h^2}{d_i^2} \right) \quad (9)$$

darstellen.

### 3. Messungen und Ergebnisse:

In der Tabelle 1 sind die Abmessungen der verwendeten Füllkörper, die Lückengrade der Schüttungen, der Reynolds-Zahl-Meßbereich und der hydraulische Durchmesser des Schüttungs-Rohres aufgeführt. Die Schüttung hatte eine effektive Länge von  $H = 500$  mm. Die zylindrische Länge  $h$  eines Füllkörpers war bei allen Abmessungen gleich dem Außendurchmesser  $d_a$ . Der Lückengrad  $\varepsilon$  wurde sorgfältig durch Ausliterung bestimmt. Die Füllkörper bestanden aus keramischem Material und waren sehr maßhaltig. Das Schüttungs-Rohr hatte einen Innendurchmesser von  $120,2$  mm. Alle Füllkörper-Abmessungen wurden auch in einer Ringspalt-Schüttung mit einem hydraulischen Durchmesser von  $D_h = 66,2$  mm ( $D_a = 120,2$ ;  $D_i = 54$  mm) untersucht. Neben den Schüttungen aus Hohlzylindern wurden auch solche aus Vollzylinder untersucht.

Als Fluid diente Luft, die hochverdichtet (60 bar) aus einem großen Vorratsbehälter durch die Versuchsstrecke strömte. Mit Hilfe von Druck- und Temperaturmessungen am Ein- und Austritt der Schüttung, sowie einer Luftmengenmessung mittels geeichter Blenden, konnte der Druckverlust in der Schüttung in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit gemessen werden.

Die Auswertung der Meßergebnisse wurde wie folgt durchgeführt: Eine Vollzylinder-Schüttung mit jeweils 3 verschiedenen Abmessungen wurde im Rohr  $D_h = 120,2$  mm und im Ringspalt  $D_h = 66,2$  mm untersucht. Die Ergebnisse sind in der Form  $\psi = f(\text{Re})$  in der Abbildung 3 dargestellt.

Die Berechnung des Widerstandsbeiwertes  $\Psi$  wurde für jeden Meßpunkt mit den Gleichungen (1), (3), (4), (5) und (7) durchgeführt. Für Vollzylinderschüttungen ist  $d_i = 0$  und damit die Hohlraumfunktion  $E = 1$ . Der kennzeichnende Durchmesser  $d_r$  ergibt sich daher für die Vollzylinder-Schüttung mit  $h = d_a$  zu  $d_r = d_v = d_a$ .

Der Widerstandsbeiwert läßt sich dann für die Vollzylinder-Schüttung mit der Gleichung

$$\Psi^1 = \frac{\Delta p \varrho F^2}{H G^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{1 - \varepsilon} d_v \quad (10)$$

berechnen, dabei ist  $G$  der Luftdurchsatz,  $\varrho$  die Luftdichte und  $F$  der freie Rohrquerschnitt der Schüttung. Die Definitionsgleichung für die Reynolds-Zahl lautet

$$Re = \frac{\varrho w_0 d_h}{\eta} \quad (11)$$

Mit den Gleichungen (3), (4) und (5) erhält man

$$Re^1 = \frac{\varrho w}{\eta} \cdot \frac{d_v E^n}{1 - \varepsilon} \quad (12)$$

oder

$$Re^1 = \frac{G}{F \eta} \cdot \frac{d_v E^n}{1 - \varepsilon}$$

und speziell für Vollzylinder-Schüttungen

$$Re^1 = \frac{G}{F \eta} \cdot \frac{d_v}{1 - \varepsilon} \quad (13)$$

Die Ausgleichskurve aller Versuche in Vollzylinder-Schüttungen läßt sich durch die Korrelation

$$\psi' = \frac{57}{Re^{0,67}} + 1,28 \quad (14)$$

beschreiben (siehe Abb. 3). Die maximale Abweichung der Meßpunkte von der Ausgleichskurve beträgt 18%, der Gültigkeitsbereich  $10^2 < Re < 10^5$ . Vergleicht man die gefundene Beziehung mit der Gleichung (8) von Ergun, so stellt man eine zufriedenstellende Übereinstimmung nur im Bereich  $Re < 3 \cdot 10^3$  fest. Im Bereich größerer Reynolds-Zahlen divergieren die Kurven sehr stark und für  $Re = 10^5$  liegen die  $\psi$ -Werte nach der Ergun-Gleichung sogar um 35% höher (vergleiche Abb. 3).

Die Auswertung der Meßergebnisse für Hohlzylinder-Schüttungen erfolgte nun so, daß zunächst von jedem Meßpunkt mit Hilfe der Gleichung (10) unter Einbeziehung des Brauer'schen Ansatzes

$$\frac{\Delta p \rho F^2}{H G^2} = \psi' \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \frac{1}{d_v E^n} \quad (15)$$

und der Gleichungen (12) und (14) der Exponent  $n$  berechnet wurde.

Die Exponenten einer Schüttung wurden über den gesamten  $Re$ -Bereich gemittelt ( $\bar{n}$ ). Die maximalen Abweichungen  $\Delta \bar{n}$  lagen je nach Versuch zwischen  $\pm 1,2$  und  $\pm 8\%$  (siehe Tabelle). Diese geringen Abweichungen innerhalb eines großen  $Re$ -Bereiches zeigen, daß der Exponent  $n$  unabhängig von der  $Re$ -Zahl ist.

Vergleicht man die berechneten Exponenten  $\bar{n}$  mit der von Reichelt und Bläß aufgestellten Korrelation (Gl. 9), so zeigt die graphische Darstellung in Abbildung 2 erhebliche Abweichungen (bis zu 80%). Dies ist nicht verwunderlich, denn für ihren Meßbereich bis  $Re = 10^4$  benutzen Reichelt und Bläß die Gleichung (8) von Ergun, die für  $Re > 3 \cdot 10^3$  eindeutig zu hohe  $\psi$ -Werte liefert (siehe Abb. 3).

Eine bessere Darstellung der eigenen Meßwerte gelingt über den Ansatz

$$n = a \cdot \ln \frac{D_h}{d_v} + b \left( \frac{d_i}{d_a} \right)^c$$

Die funktionale Abhängigkeit des Exponenten  $n$  vom Lückengrad  $\epsilon$  ist durch die Quotienten  $D_h/d_v$  und  $d_i/d_a$  gegeben. Durch Rektifikation der obigen Gleichung wurden die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  aus den experimentellen Daten (siehe Tabelle ) ermittelt und es gilt die Gleichung

$$n = 0,177 \cdot \ln \frac{D_h}{d_v} + 1,54 \left( \frac{d_i}{d_a} \right)^{0,31} \quad (16)$$

im Bereich  $0,2 \leq \frac{d_i}{d_a} \leq 0,8$  und  $6 \leq D_h/d_v \leq 24$ .

Wertet man nun die Meßdaten nach Gleichung (15) und (16) aus und trägt sie in der Form  $\psi' = f(Re')$  auf, so erhält man die Darstellung in Abb. 4. Wie man sieht, gruppieren sich die Werte der einzelnen Hohlzylinderkörper um die Kurve der Gleichung (14) für Vollzylinderkörper.

Die maximale Abweichung der  $\psi'$ -Werte von der Vollzylinder-Kurve (Gl. 14) liegt im Bereich  $Re > 3 \cdot 10^3$  bei  $\pm 10\%$ . Die Abbildung 5 zeigt eine Auswertung der eigenen Meßwerte mit der  $n$ -Korrelation von Reichelt unter sonst gleichen Bedingungen. Die maximale Abweichung beträgt über den gesamten  $Re$ -Bereich ca.  $\pm 33\%$  vom Mittelwert.

Mit Hilfe des einfachen empirischen Exponentialansatzes von Brauer ist man in der Lage, den Druckverlust von Hohlzylinderkörpern in einem relativ weiten Parameterbereich zu berechnen. Jedoch lassen sich mit diesem Ansatz die Geometrieinflüsse nur pauschal erfassen. Einen besseren physikalischen Einblick in die Vorgänge des Druckverlustes bekommt man, wenn man versucht, die einzelnen Effekte getrennt zu betrachten, insbesondere die Einflüsse der Innenräume der Hohlzylinder und der Rohrwandfläche. Die Messungen wurden daher mit einer modifizierten Modellvorstellung von Sonntag /1/ ausgewertet, in der der Gesamt-Lückengrad  $\epsilon$  in einen inneren  $\epsilon_i$  und einen äußeren Teil  $\epsilon_a$  aufgeteilt ist. Da man davon ausgeht, daß der Einfluß des inneren Lückenvolumens eines Hohlzylinders geringer ist als der des äußeren Lückenvolumens, wird der innere Lückengrad  $\epsilon_i$  mit einem Faktor gewichtet und der wirksame Lückengrad durch den Ausdruck

$$\varepsilon_w = \varepsilon_n + m \varepsilon_i \quad (17)$$

definiert.

Analog dazu wird der hydraulische Durchmesser nicht mit der gesamten Füllkörperoberfläche gebildet, sondern mit der Summe aus der äußeren und der mit dem gleichen Faktor  $m$  gewichteten inneren Oberfläche der Füllkörper. Der Einfluß der Rohrwandfläche kann ebenfalls im Ansatz für den hydraulischen Durchmesser erfaßt werden:

$$d_{hw}^* = \frac{4V}{z(\phi_n + m\phi_i) + \phi_w} \quad (18)$$

hier ist

$$V = \varepsilon_w \frac{\pi}{4} (D_n^2 - D_i^2) \cdot H \quad (19)$$

das durchströmte Volumen der Schüttung in einem Ringspalt-Rohr.

$$\phi_w = \pi (D_n + D_i) H \quad (20)$$

ist die Rohrwandoberfläche.  $z$  ist die Zahl der Füllkörper,  $D_n$  die äußere und  $D_i$  die innere Oberfläche eines Füllkörpers:

$$z(\phi_n + m\phi_i) = \frac{(1-\varepsilon) \frac{\pi}{4} (D_n^2 - D_i^2) H}{\frac{\pi}{4} h (d_n^2 - d_i^2)} \left[ \left( \phi_v - \frac{\pi}{2} d_i^2 \right) + m \pi d_i h \right] \quad (21)$$

dabei ist  $\phi_v$  die Oberfläche eines Vollzylinderkörpers. Mit  $\varphi = \left(\frac{d_i}{da}\right)^2$  und  $d_v = 6 V_v / \phi_v$  (siehe Gl. (4)) erhält man

$$z(\phi_n + m\phi_i) = \frac{(1-\varepsilon) \frac{\pi}{4} (D_n^2 - D_i^2) H}{\frac{1}{6} (1-\varphi)} \left[ \frac{\phi_v}{6 \frac{\pi}{4} d_n^2 h} - \frac{\frac{\pi}{2} d_i^2}{6 \frac{\pi}{4} d_n^2 h} + \frac{m \pi d_i h}{6 \frac{\pi}{4} d_n^2 h} \right]$$

$$z(\phi_n + m\phi_i) = \frac{3}{2} \frac{(1-\varepsilon) \frac{\pi}{4} (D_n^2 - D_i^2) H}{(1-\varphi) h} \left[ \frac{h}{d_v} - \frac{1}{3} \varphi + \frac{2}{3} \sqrt{\varphi} \frac{h}{d_n} m \right] \quad (22)$$

Den hydraulischen Durchmesser erhält man jetzt unter Einbeziehung der Gleichungen (4), (17), (19), (20), (22) zu

$$d_{hw}^* = \frac{D_h \cdot \varepsilon_w}{1 + \frac{3}{2} (1-\varepsilon) \frac{D_h}{h} \left[ \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{h}{d_n} (1 + m\sqrt{\varphi} - \frac{1}{3}\varphi)}{1-\varphi} \right]} \quad (23)$$

Dabei ist  $D_h$  der hydraulische Durchmesser des Rohres oder Ringspaltrohres. Für den Fall, daß  $h = d_a = d_v$ ,  $d_i = 0$  und  $D_h \gg d_a$  ist, was gleichbedeutend mit der Vernachlässigung des Rohrwandinflusses ist, erhält man aus Gleichung (23)

$$d_{hw}^* = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_v$$

d.h. in diesem speziellen Fall ist Gleichung (23) mit Gleichung (3) identisch. Da vereinbarungsgemäß in Gleichung (3) der Zahlenwert  $2/3$  vernachlässigt wurde, ist die Gleichung (23) noch mit  $3/2$  zu multiplizieren, um eine vergleichende Basis zu bekommen.

Der wirksame Lückengrad einer Hohlzylinder-Schüttung – definiert nach Gleichung (17) mit  $\varepsilon_w = \varepsilon_n + m\varepsilon_i$  – läßt sich als Funktion des Durchmesser- verhältnisses  $\varphi$  und des Gesamtlückengrades  $\varepsilon$  schreiben

$$\varepsilon_w = 1 - (1-\varepsilon) \frac{1-m\varphi}{1-\varphi} \quad (24)$$

Will man nun den Einfluß der Rohrwand bzw. der Randzone der Schüttung und der Ringinnendurchströmung auf den Druckverlust getrennt erfassen, so läßt

sich dies näherungsweise durch eine Druckverlustmessung an Vollzylinder gleicher äußerer Abmessung durchführen. Ein Druckverlustgesetz für Vollzylinder-Schüttungen enthält dann angenähert alle Einflüsse der Rohrwand. Wendet man dieses Druckverlustgesetz dann auf Hohlzylinder-Schüttungen an, so muß der Anteilfaktor  $m$  gerade alle Abweichungen der Druckverluste in Hohlzylinder-Schüttungen von dem genannten Gesetz kompensieren.

Die Versuchswerte an Vollzylinder-Schüttungen lassen sich mit der bereits vorgestellten Korrelation (Gleichung (14))

$$\psi = \frac{57}{Re^{0,67}} + 1,28$$

beschreiben, wenn man für die Berechnung der  $\psi$  - und  $Re$ -Werte den hydraulischen Durchmesser  $d_{hw}^*$  entsprechend Gleichung (23) - multipliziert mit Faktor  $3/2$  - einsetzt.

Die Streuung der Meßpunkte erreicht über den ganzen  $Re$ -Bereich ( $10^2 - 10^5$ ) ein Minimum von  $\pm 5\%$  von obiger Korrelation, wenn der Zahlenwert  $\frac{2}{3}$  in Gleichung (23) auf  $0,2$  verringert wird (siehe Abb. 6). Die abgewandelte Gleichung (23) für den hydraulischen Durchmesser lautet somit endgültig:

$$d_{hw} = \frac{\varepsilon_w D_h}{0,2 + (1-\varepsilon) \frac{D_h}{h} \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{h}{d_m} \frac{(1+m\sqrt{\psi}) - \frac{1}{3}\psi}{1-\psi} \right]} \quad (25)$$

Mit der modifizierten Korrelation

$$\psi'' = \frac{57}{Re''^{0,67}} + 1,28 \quad (26)$$

$$Re'' = \frac{G}{F \eta \varepsilon_w} d_{hw} \quad (27)$$

für den Widerstandskoeffizient und mit der Ausgangsgleichung 1 für den Druckverlust erhält man die Gleichung

$$\frac{\Delta p F^2 g}{G^2 H} = \psi'' \frac{1}{\epsilon_w^2 d_{hw}} \quad (28)$$

für die Berechnung des Druckverlustes in Hohl- und Vollzylinder-Schüttungen.

Aus den Meßdaten der Versuchsreihen an Hohlzylinder-Schüttungen wurde mittels vorstehender Gleichung (28) der Anteilfaktor  $m$  iterativ berechnet. Die Mittelwerte von  $m$  sind für den untersuchten  $Re$ -Bereich und für die jeweilige Hohlzylinderabmessung in der Tabelle aufgeführt und in Abbildung 7 aufgetragen. Sie können näherungsweise durch die Gleichung

$$m = 0,83 \left( 1 - \frac{d_i}{d_a} \right) \quad (29)$$

korreliert werden. Eine Abhängigkeit des Anteilfaktors vom Verhältnis  $D_h/d_v$  konnte nicht festgestellt werden.

Die genannten Meßdaten für Voll- und Hohlzylinder-Schüttungen wurden nun mit den Gleichungen (24) bis (29) ausgewertet und in Abbildung 8 in der Darstellung  $\psi'' = f(Re'')$  aufgetragen. Die maximale Abweichung der Meßdaten von der Korrelationsgleichung  $\psi'' = f(Re'')$  beträgt, abhängig vom  $Re$ -Bereich, 10 bis 14%. Im gesamten untersuchten Bereich von  $10^2 < Re < 10^5$  ist die Streuung der Meßwerte in der Darstellung  $\psi'' = f(Re'')$  wesentlich geringer als in der Darstellung  $\psi' = f(Re')$  (siehe Abbildung 4).

#### 4. Zusammenfassung:

Die Druckverluste in Hohlzylinder-Schüttungen lassen sich in befriedigender Weise sowohl mit dem Ansatz von Brauer (Hohlraumfunktion  $E^n$ ) als auch mit dem modifizierten Modell von Sonntag (Anteilfaktor  $m$ ) berechnen, wenn man in beiden Fällen die experimentell gefundene Gleichung für Vollzylinder-Schüttungen

$$\psi = \frac{57}{Re^{0,67}} + 1,28$$

mit der entsprechend definierten Re-Zahl  $Re'$  bzw.  $Re''$  einsetzt. Für den Grenzfall  $d_i = 0$ ,  $h = d_a$  und  $D_h/d_a \gg 1$  wird  $Re' = Re''$  und damit  $\psi' \hat{=} \psi''$ , die Druckverlustgleichungen 15 und 28 sind dann identisch. Der Modell-Ansatz von Sonntag zeigt infolge der geringeren Streuung der Versuchswerte, daß die Einzelvorgänge der Strömung in der Schüttung physikalisch besser erfaßt werden, als mit der Hohlraum-Funktion. Es ist daher empfehlenswert, die Druckverluste mit den Gleichungen (24) bis (29) zu berechnen.

Der Einfluß der inneren Hohlräume der Zylinder und der Rohrwand auf den Druckverlust läßt sich gesondert betrachten, wenn man beide Seiten der Druckverlustgleichungen (15) und (28) mit  $d_v$  multipliziert. Die rechten Seiten der Gleichungen erscheinen dann als dimensionslose Ausdrücke, die bei einer bestimmten Re-Zahl nur noch von den Geometriegrößen  $d_i/d_a$ ,  $D_h/d_v$  und  $\varepsilon$  abhängen.

Die dimensionslosen Ausdrücke

$$\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot E^{-n} \quad (30)$$

und

$$\frac{d_v}{d_{hw}} \cdot \frac{1}{\varepsilon_w^2} \quad (31)$$

sind unter sonst konstanten Bedingungen dann direkt proportional dem Druckverlust  $\Delta p$  und sind in Abbildung 9 in Abhängigkeit des Durchmesserverhältnisses  $d_i/d_a$  dargestellt. Der Gesamtlückengrad  $\varepsilon$  der Schüttung wurde der Abbildung 10 entnommen. Er wurde vor jedem Versuch sorgfältig gemessen. Die Ergebnisse der Lückengradmessungen können der Tabelle und der Abbildung 9 entnommen werden. Der Verlauf der Kurven in Abbildung 9 zeigt, daß der Druckverlust generell stark vom Verhältnis  $d_i/d_a$  und  $D_h/d_v$  abhängt. Es genügt bereits ein Hohlzylinder von  $d_i/d_a > 0,6$ , um den Druckverlust gegenüber einem Vollzylinder um etwa die Hälfte zu verringern. Eine darüber hinausgehende Steigerung von  $d_i/d_a$  bringt nur noch eine unwesentliche Verringerung. Eine kleine Bohrung des Hohlzylinders  $d_i/d_a < 0,1$  ist ohne Einfluß auf den Druckverlust.

Durch ein kleines Verhältnis  $D_h/d_v$  läßt sich der Druckverlust ebenfalls reduzieren. Hier ist bei kleinen Rohrdurchmessern bzw. bei großen Füllkörperdurchmessern  $d_v$  oder in Ringspalt-Rohren der größere Lückengrad (siehe Abbildung 10) für die Reduzierung des Druckverlustes verantwortlich. Dies macht sich bei Vollzylinder-Schüttungen stärker bemerkbar als bei Hohlzylinder-Schüttungen. Der Verlauf der Kurven in Abbildung 9 ist für  $d_i/d_a > 0,85$  nicht durch das Experiment belegt. Es wurde deshalb auf eine vollständige Auftragung verzichtet.

Die experimentellen Untersuchungen wurden an zylindrischen Füllkörpern mit einem Verhältnis  $h/d_a = 1$  gemacht. Die Gleichungen wurden generell für  $h/d_a = 1$  und  $h/d_a \neq 1$  abgeleitet, allerdings fehlt der Nachweis der Gültigkeit für stark von eins abweichende  $h/d_a$ -Verhältnisse.

#### 5. Fehlerbetrachtung:

Bei der Berechnung des Druckverlustes in Schüttungen ist noch zu beachten, daß auf Grund der besonderen geometrischen und strömungstechnischen Verhältnisse erhebliche Fehler auftreten können. Den entscheidenden Einfluß übt dabei der als Potenzfunktion (siehe Gleichung (15))

$$\Delta p \sim \psi' \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (32)$$

in die Rechnung eingehende Lückengrad aus. Der lückengradabhängige Widerstandskoeffizient läßt sich für bestimmte Bereiche der Re-Zahl ebenfalls als Potenzfunktion in der Form

$$\psi' \sim \frac{1}{Re^k} \sim \text{const.} (1-\varepsilon)^k \quad (33)$$

angeben; dabei ist entsprechend der Gleichung (14)  $k = 0,37$  im Bereich  $Re = 10^2$  und  $k = 0,03$  im Bereich  $Re = 10^5$ .

Durch die Differentiation der Gleichung

$$\Delta p \sim \frac{(1-\varepsilon)^{1+k}}{\varepsilon^3} \quad (34)$$

erhält man dann nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz den relativen Fehler des Druckverlustes

$$\frac{d \Delta p}{\Delta p} = \frac{3 - \varepsilon(2 - k)}{1 - \varepsilon} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \quad (35)$$

als Funktion des Lückengrades und seiner Unsicherheit  $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ . Die graphische Darstellung der vorstehenden Fehlerfunktion in Abbildung 11 zeigt, daß mit zunehmendem Lückengrad die Unsicherheit in der Berechnung des Druckverlustes immer größer wird. Für  $\varepsilon > 0,8$  muß die Lückengrad-Bestimmung schon sehr genau erfolgen, um den Druckverlustfehler in Grenzen zu halten. Der Fehler ist bei kleinen Re-Zahlen stets größer als bei großen.

Bemerkungen:

Der Verfasser dankt Herrn Wilhelm für die gewissenhafte Vorbereitung und Durchführung der Messungen.

Bezeichnungen:

$\Delta p$	Druckverlust
H	Höhe der Schüttung
$\Psi$	Widerstandsbeiwert
$\rho$	Dichte des Fluids
$w_0$	mittlere Fluidgeschwindigkeit in der Schüttung
w	mittlere Fluidgeschwindigkeit im leeren Rohrquerschnitt
$\epsilon$	Lückengrad
$\epsilon_w$	wirksamer Lückengrad nach Gleichung (24)
h	Länge eines Füllkörpers
$d_a$	äußerer Durchmesser eines Füllkörpers
$d_i$	innerer Durchmesser eines Füllkörpers
$d_v$	vergleichbarer Durchmesser eines Füllkörpers
$d_h$	hydraulischer Durchmesser des Füllkörpers
$d_{hw}$	wirksamer hydraulischer Durchmesser des Füllkörpers nach Gl. (25)
$D_h$	hydraulischer Durchmesser des Schüttungs-Rohres
E	Hohlraum-Funktion
n	Exponent nach Gleichung (16)
$\varphi$	$(d_i/d_a)^2$
Re	Reynolds-Zahl
G	Fluid-Durchsatz in der Schüttung
F	Querschnittsfläche des leeren Schüttungs-Rohres
$\eta$	Zähigkeit des Fluids
$\varnothing$	Oberfläche
m	Anteilmfaktor nach Gleichung (29)
k	Exponent nach Gleichung (33)

Literaturverzeichnis:

- /1/ G. Sonntag  
Über den Einfluß des Lückenvolumens auf den Druckverlust in  
gasdurchströmten Füllkörpersäulen.  
Wiss. Zeitschrift der T.H. Dresden 7 (1957/58) Heft 3,  
S. 487/502
- /2/ H. Brauer  
Druckverlust in Füllkörpersäulen bei Einphasenströmung.  
Chem.-Ing.-Techn. 29 Jahrg. (1957), Nr. 12,  
S. 785/90.
- /3/ W. Reichelt  
Strömungstechnische Untersuchungen an mit Raschigringen  
gefüllten Füllkörperrohren und -säulen.  
Diss. T.U. Clausthal 1970
- /4/ S. Ergun  
Chem. Eng. Progr. 48, 89/94 (1952)
- /5/ W. Reichelt, E. Blaß  
Strömungstechnische Untersuchungen an mit Raschig-Ringen  
gefüllten Füllkörperrohren und -säulen.  
Chem.-Ing.-Techn. 43 Jahrg. 1971, Nr. 17
- /6/ H. Barthels  
Druckverlust in Kugelschüttungen.  
Brennstoff-Wärme-Kraft 24 (1972) Nr. 6  
S. 233-236

Meßpunkt Nr.	Symbol	$d_i$ mm	$d_a$ mm	$\frac{d_i}{d_a}$	$D_h$ mm	$\frac{D_h}{d_a}$	$\epsilon$	$\bar{n}$	$\Delta \bar{n}$ %	Re-Bereich	$\bar{m}$	Re-Bereich
1 - 64	○	3,97	10,02	0,396	120,2	12	0,470	1,62 1,45	5 5,5	$10^3 - 4 \cdot 10^4$ $1,4 \cdot 10^2 - 10^3$	0,46	$10^3 - 5 \cdot 10^4$
199 - 295	⊕	8,00	10,06	0,795	66,2	6,6	0,785	1,82 1,75	2,7 1,7	$10^3 - 3 \cdot 10^4$ $1,5 \cdot 10^2 - 10^3$	0,15	$2 \cdot 10^3 - 10^5$
296 - 376	⊕	3,97	10,02	0,396	66,2	6,6	0,484	1,50	3,3	$3 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10^4$	0,52 0,64	$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^4$ $2 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^4$
378 - 484	○	2,00	10,03	0,199	66,2	6,6	0,405	1,80	8,0	$8 \cdot 10^2 - 7 \cdot 10^4$		
599 - 747	●	8,00	10,06	0,795	120,2	12	0,783	1,81	7,0	$4 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^4$	0,17 0,15	$3 \cdot 10^2 - 1,2 \cdot 10^3$ $1,2 \cdot 10^3 - 10^5$
748 - 851	⊖	2,00	10,03	0,199	120,2	12	0,383	1,34	7,5	$2 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10^4$	0,60	$3 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^4$
399 - 512	◐	6,14	9,88	0,621	120,2	12	0,611	1,82	2,7	$2 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$	0,42 0,37	$< 10^3$ $10^3 - 7 \cdot 10^4$
513 - 609	◻	2,00	5,09	0,393	120,2	23,6	0,455	1,50 1,69	10 2,3	$10^2 - 1,7 \cdot 10^3$ $1,7 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$	0,53 0,43	$10^2 - 10^3$ $10^3 - 3 \cdot 10^4$
611 - 717	◼	3,55	4,99	0,711	120,2	24,1	0,690	1,66 1,92	6,6 5	$30 - 5 \cdot 10^2$ $5 \cdot 10^2 - 8 \cdot 10^3$	0,24	$< 2 \cdot 10^3$ $2 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$
718 - 853	△	4,05	16,60	0,244	120,2	7,2	0,442	1,31	6	$4 \cdot 10^2 - 9 \cdot 10^4$	0,45 0,65	$< 2 \cdot 10^3$ $2 \cdot 10^3 - 9 \cdot 10^4$
854 - 1080	▲	7,98	16,67	0,478	120,2	7,2	0,531	1,52	2	$5 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^4$	0,62	$8 \cdot 10^3 - 10^5$
1081 - 1177	▼	12,55	17,25	0,727	120,2	6,9	0,709	1,67 1,55	1,8 4	$3 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^4$ $3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$	0,43	$7 \cdot 10^2 - 10^5$
1178 - 1262	▽	14,28	16,84	0,848	120,2	7,1	0,819	1,48 1,58	4 1,3	$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$ $3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$	0,42	$8 \cdot 10^2 - 10^5$
1370 - 1471	⊙	6,14	9,88	0,621	66,2	6,7	0,623	1,60 1,71	5 1,2	$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$ $3 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^4$	0,44	$< 8 \cdot 10^4$
195 - 398	■	0	5,05	0	120,2	23,8	0,343					
263 - 369	◆	0	5,05	0	66,2	13,1	0,358					
1 - 194	▲	0	17,18	0	120,2	6,99	0,407					
472 - 554	▼	0	17,18	0	66,2	3,85	0,520					
127 - 181	●	0	10,00	0	120,2	12,02	0,353					
298 - 463	⊖	0	10,00	0	66,2	6,62	0,377					

Tabelle 1

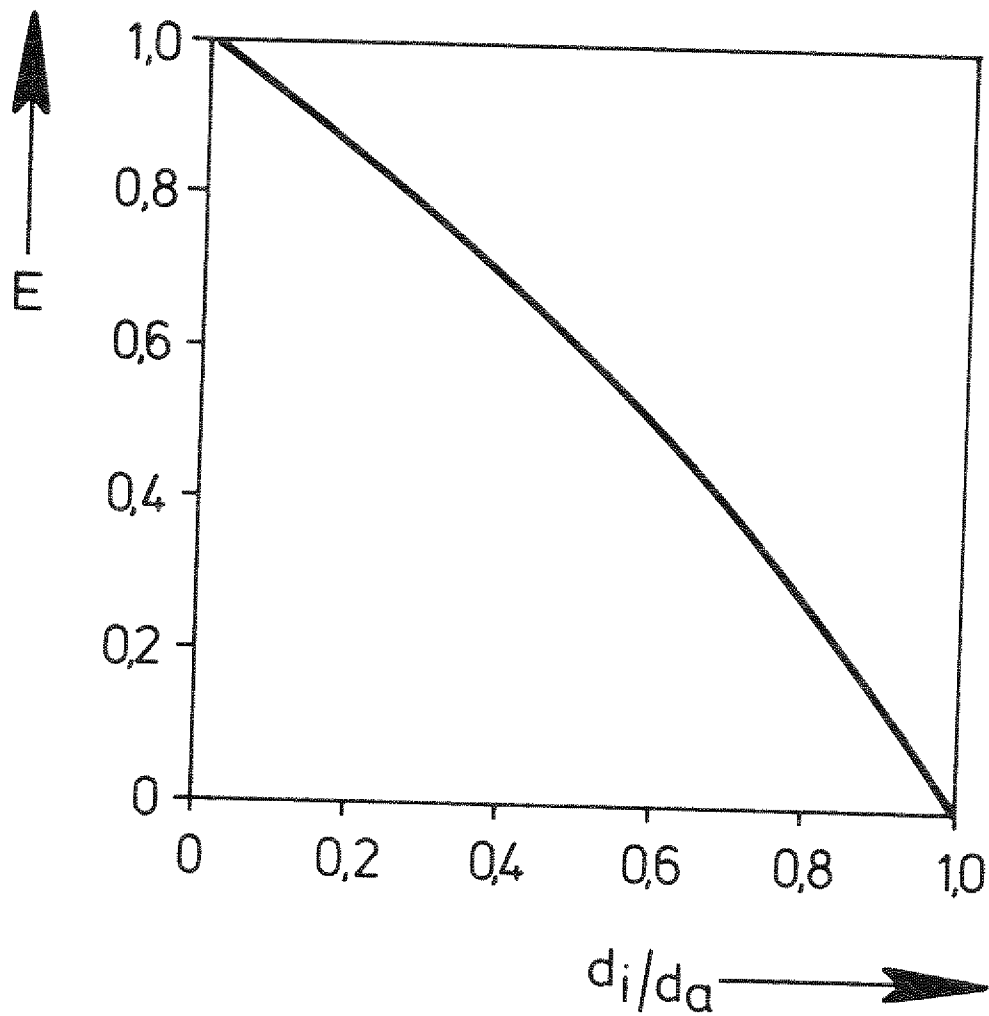


Abb. 1

Hohlraumfunktion  $E$  nach Gl. 7  
für  $h = d_a$

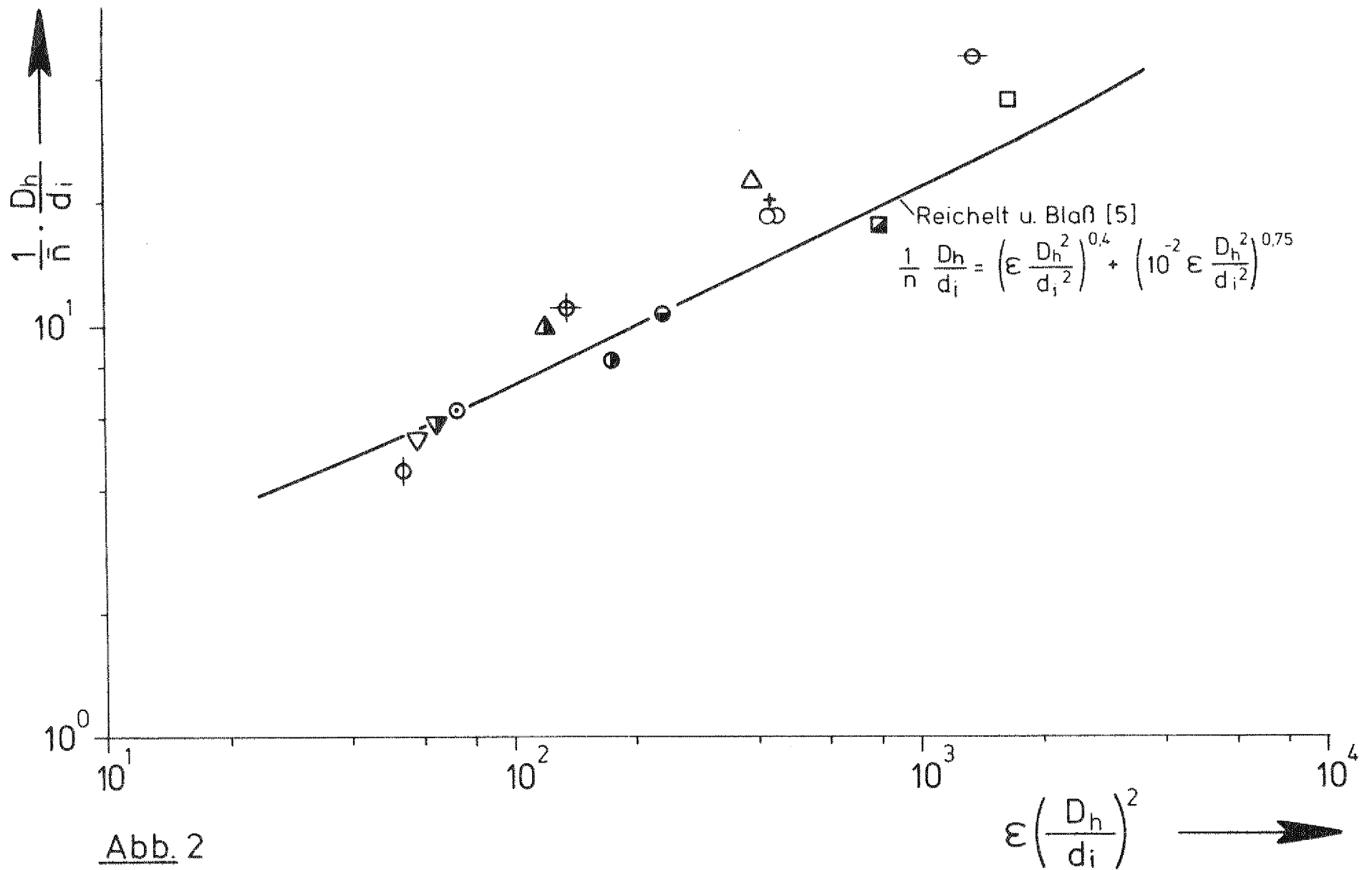


Abb. 2

Vergleich der Exponenten  $\bar{n}$  nach Tabelle 1 mit der Gleichung nach Reichelt u. Blas (Symbole siehe Tab. 1)

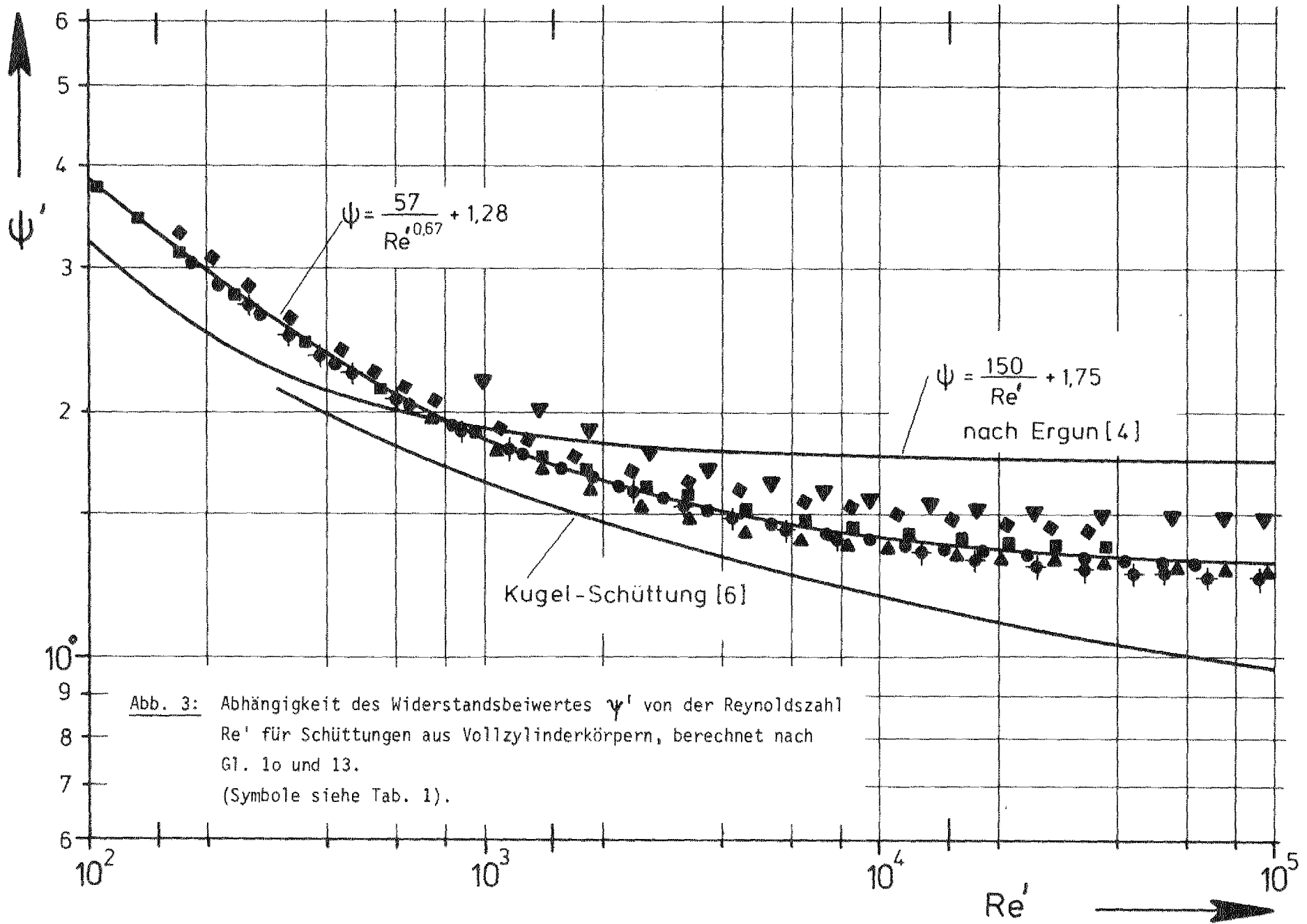


Abb. 3: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes  $\psi'$  von der Reynoldszahl  $Re'$  für Schüttungen aus Vollzylinderkörpern, berechnet nach Gl. 10 und 13. (Symbole siehe Tab. 1).

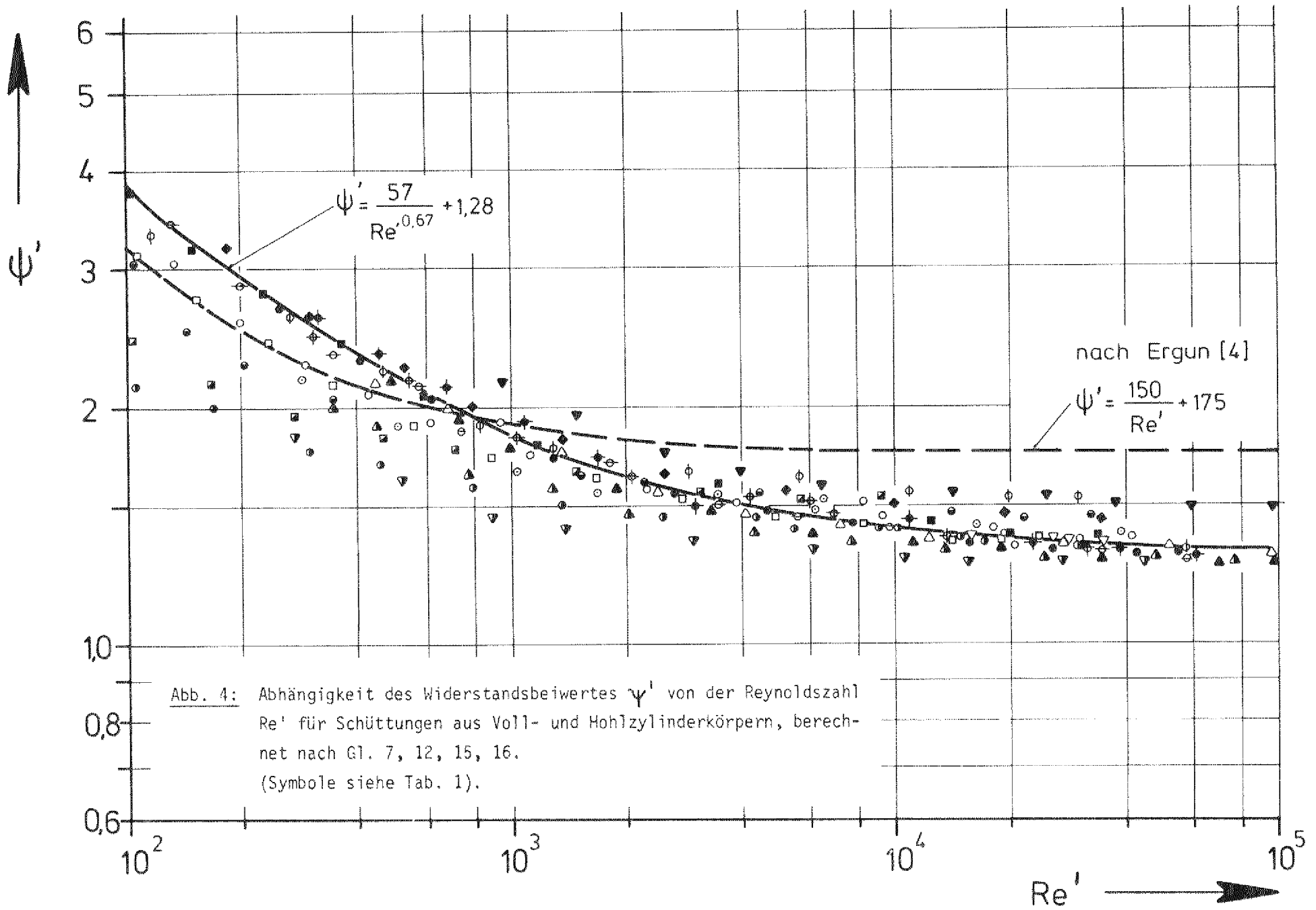


Abb. 4: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes  $\psi'$  von der Reynoldszahl  $Re'$  für Schüttungen aus Voll- und Hohlzylinderkörpern, berechnet nach Gl. 7, 12, 15, 16. (Symbole siehe Tab. 1).

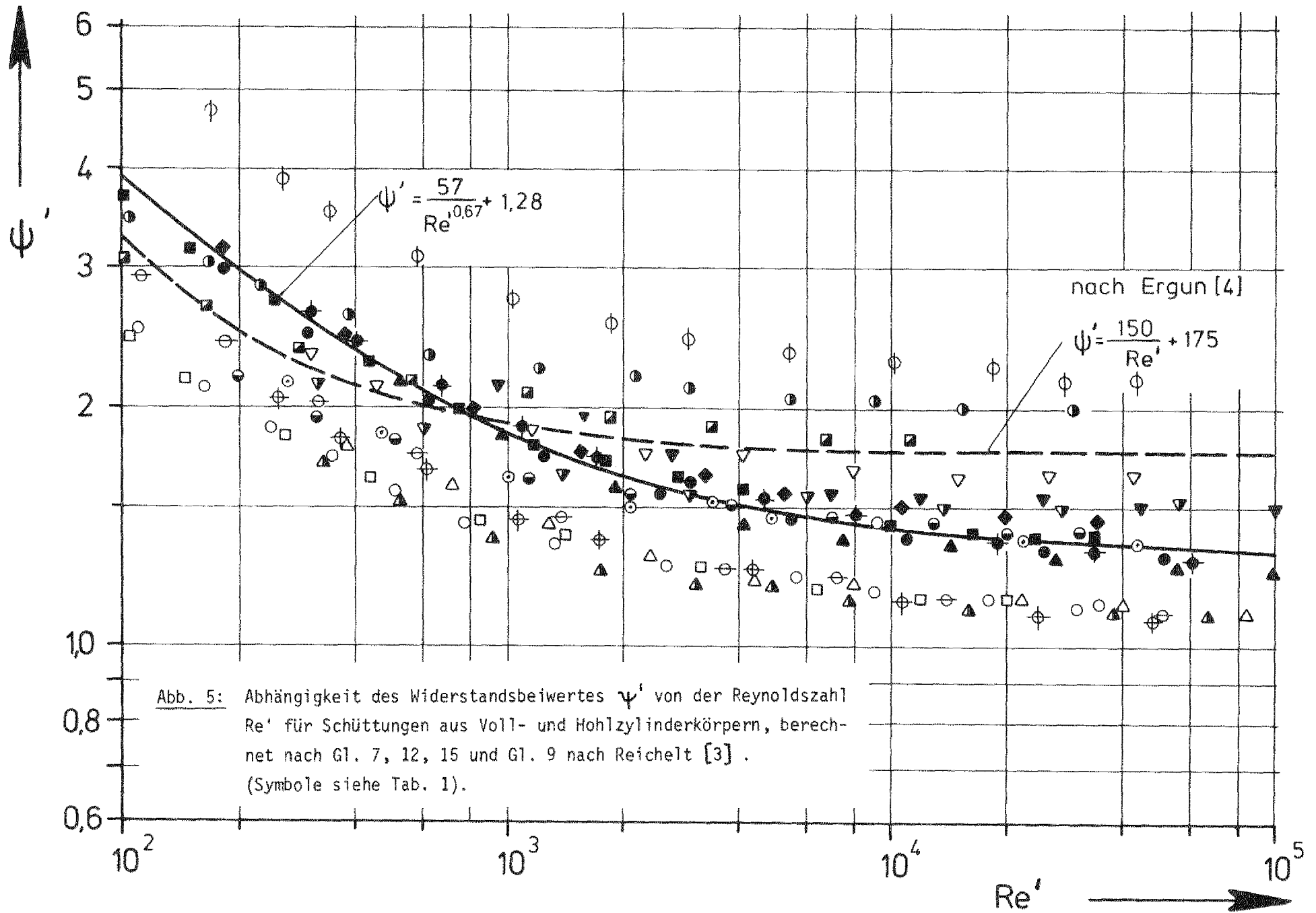
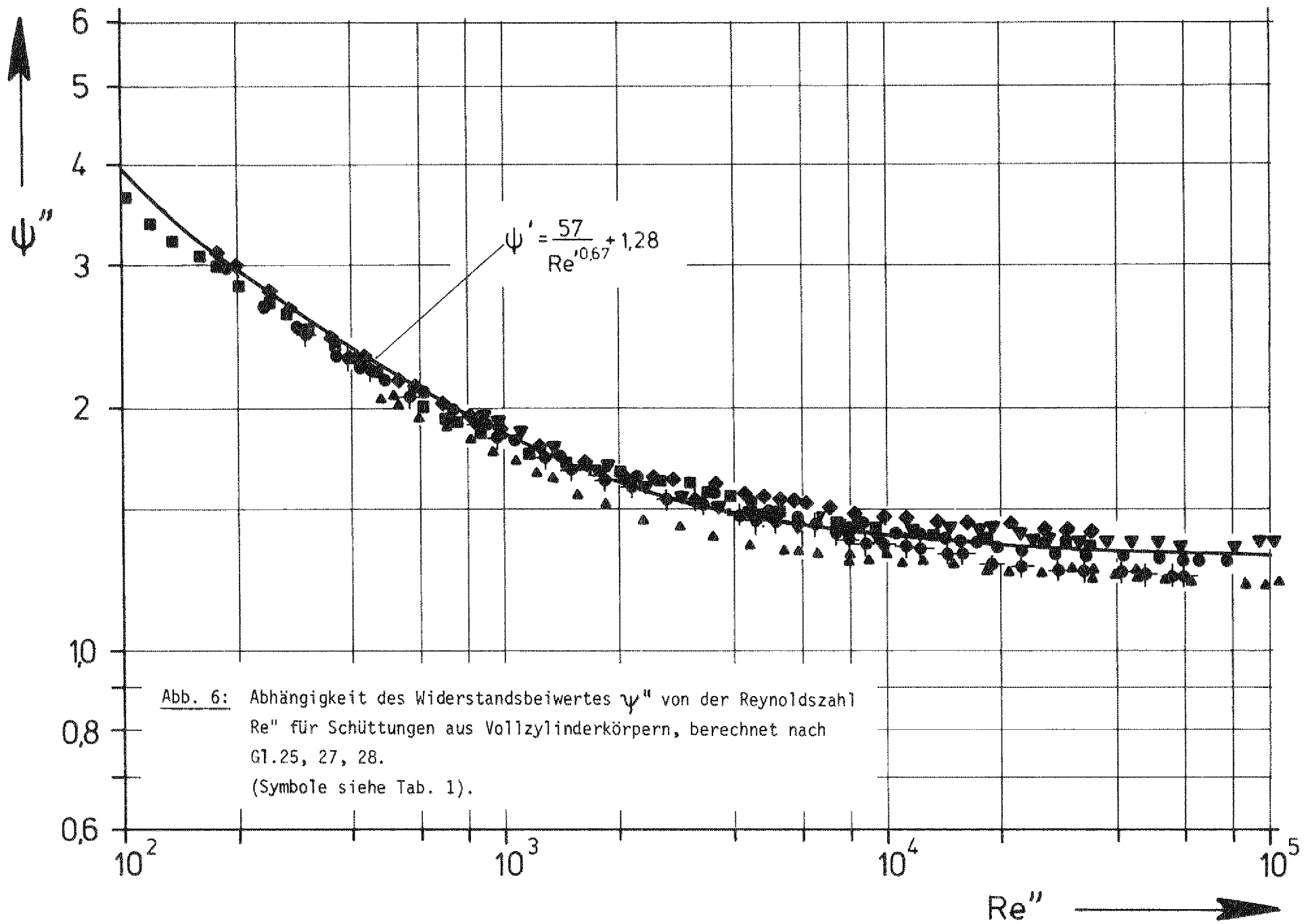


Abb. 5: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes  $\psi'$  von der Reynoldszahl  $Re'$  für Schüttungen aus Voll- und Hohlzylinderkörpern, berechnet nach Gl. 7, 12, 15 und Gl. 9 nach Reichelt [3]. (Symbole siehe Tab. 1).



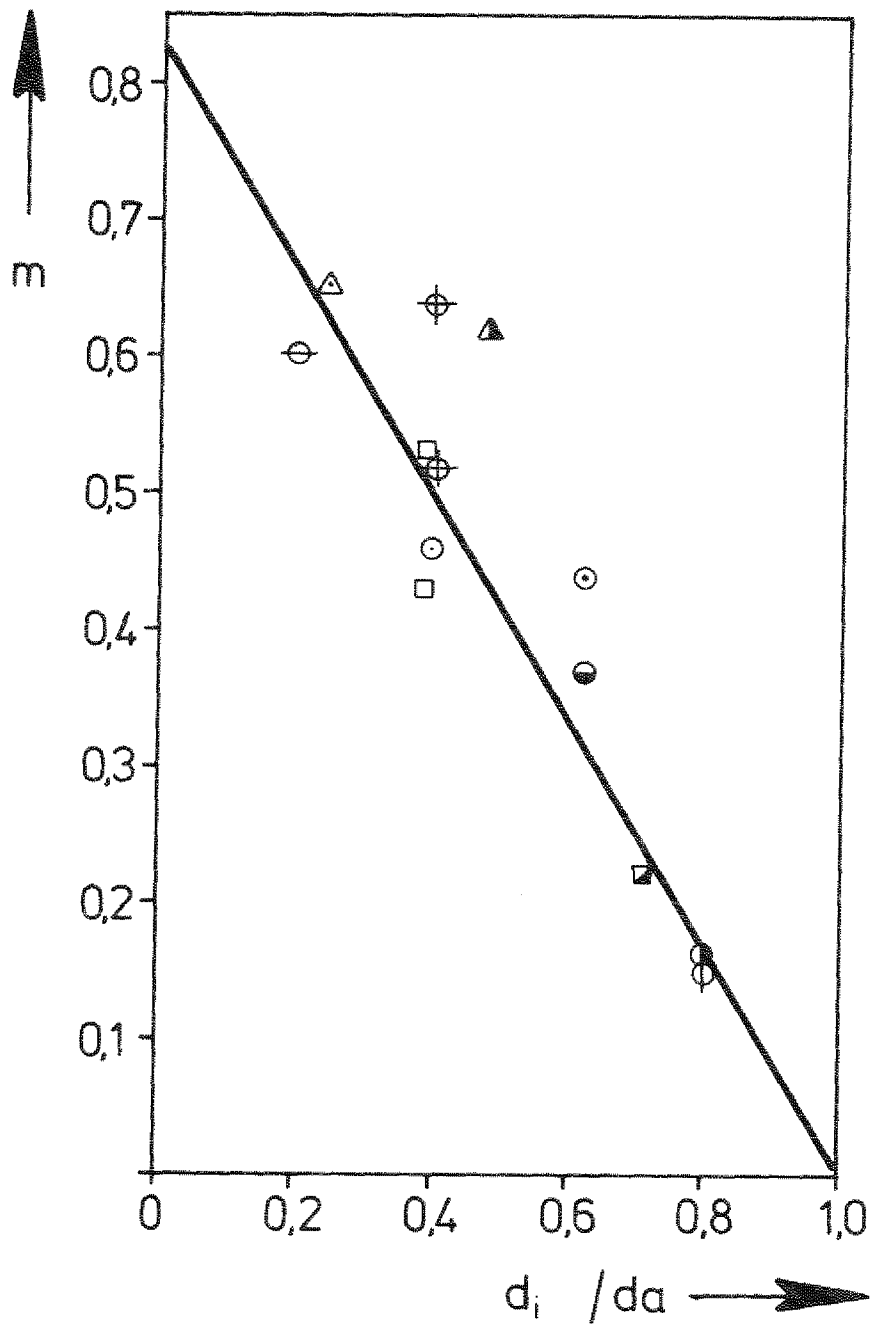
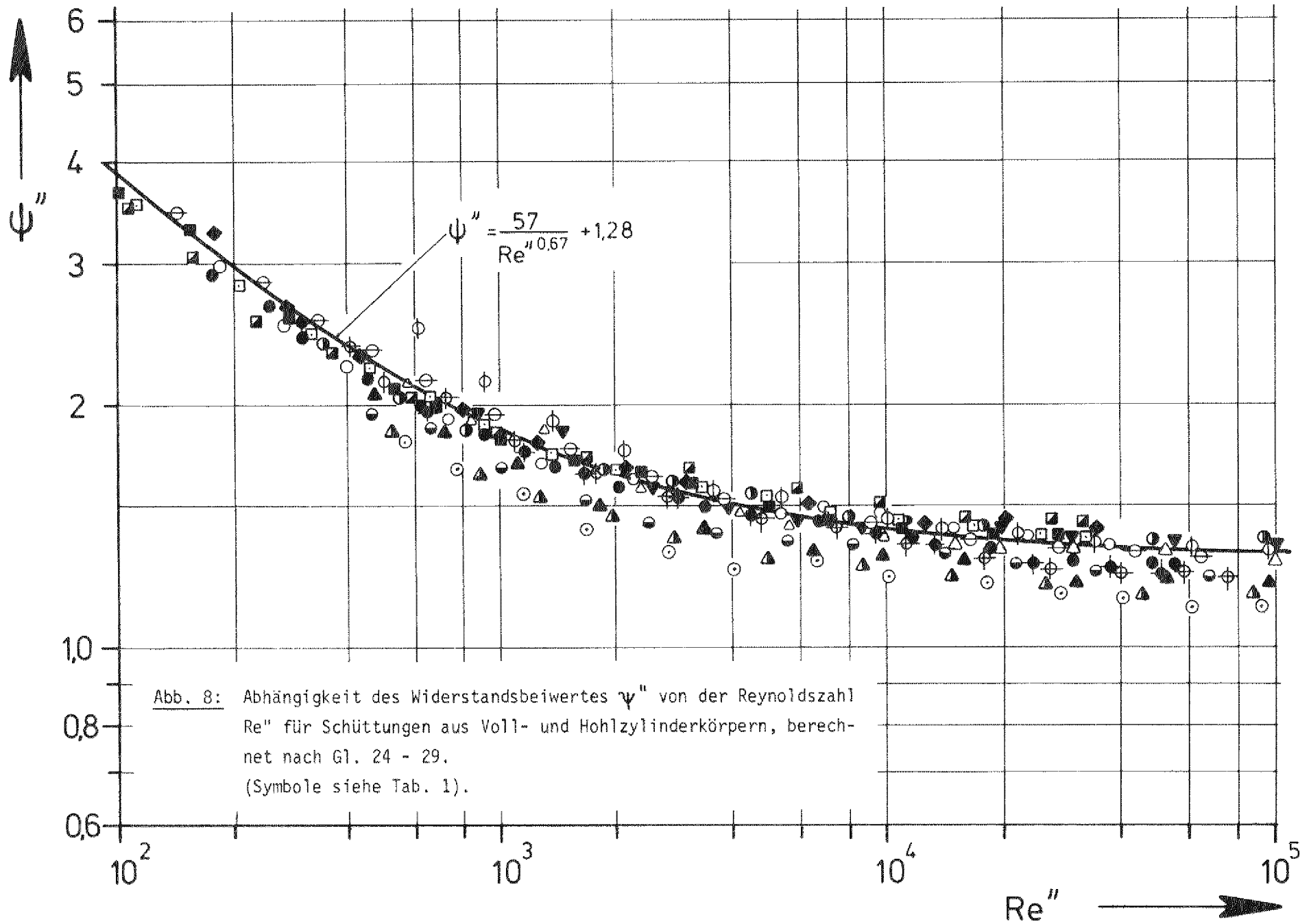
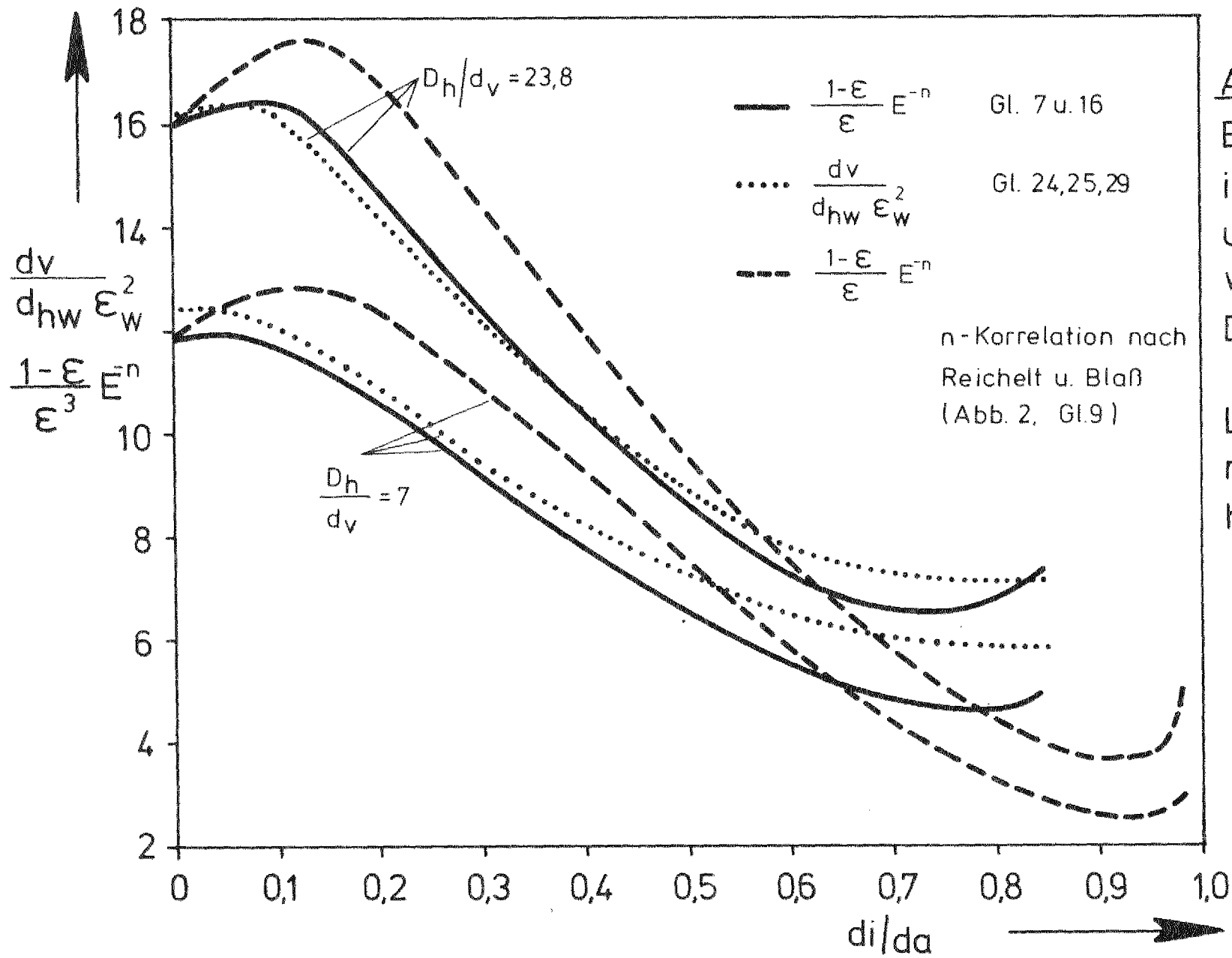


Abb.7 Anteilfaktor  $m$  für Hohlzylinder -  
Schüttungen (Symbole siehe Tab.1)

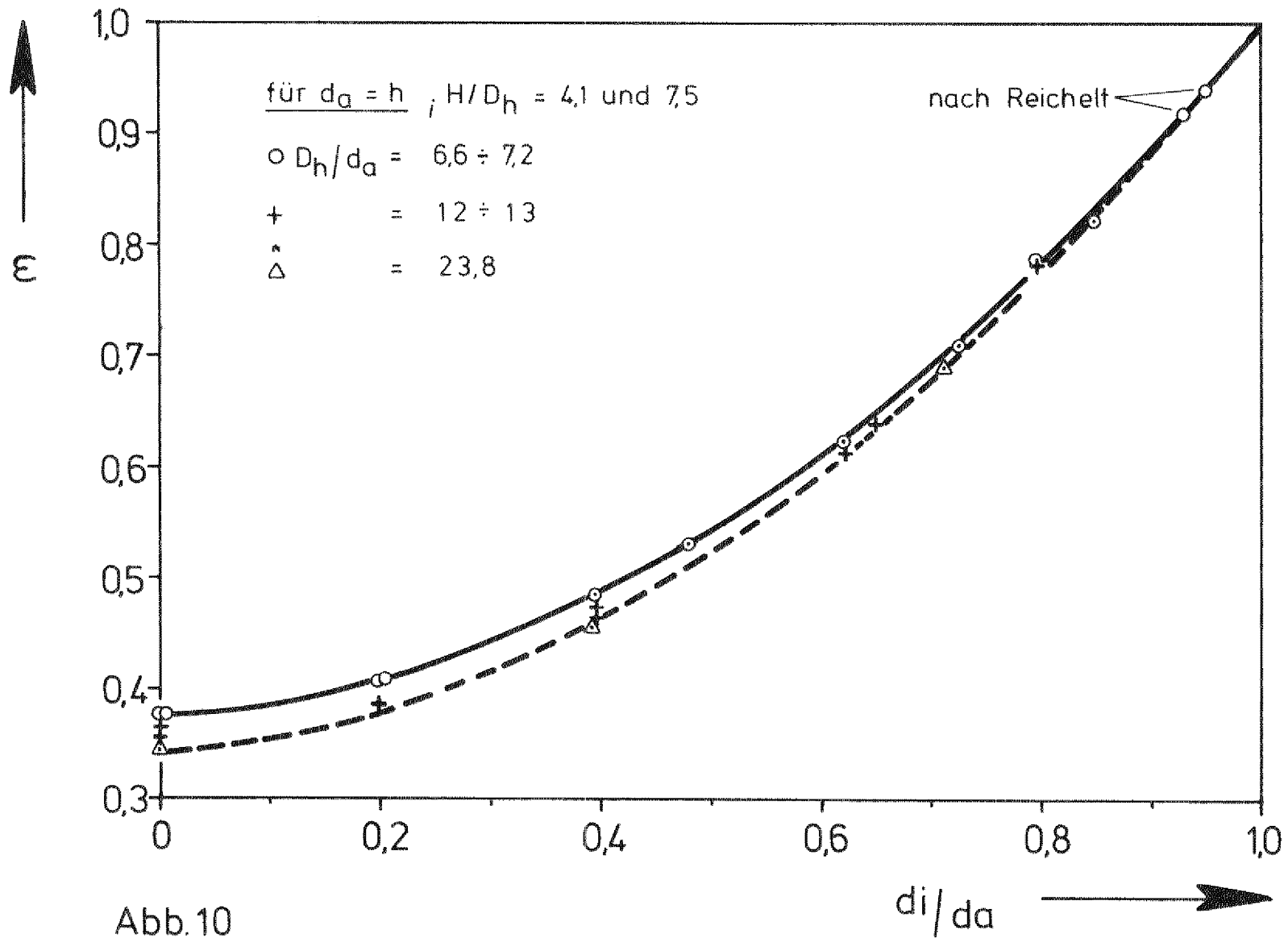




**Abb. 9**

Einfluß der inneren Hohlräume und der Rohrwand auf den Druckverlust

Lückengrad  $\epsilon$  nach Abb. 10  
 $h = d_a$



Lückengrad in Schüttungen aus zylindrischen Füllkörpern

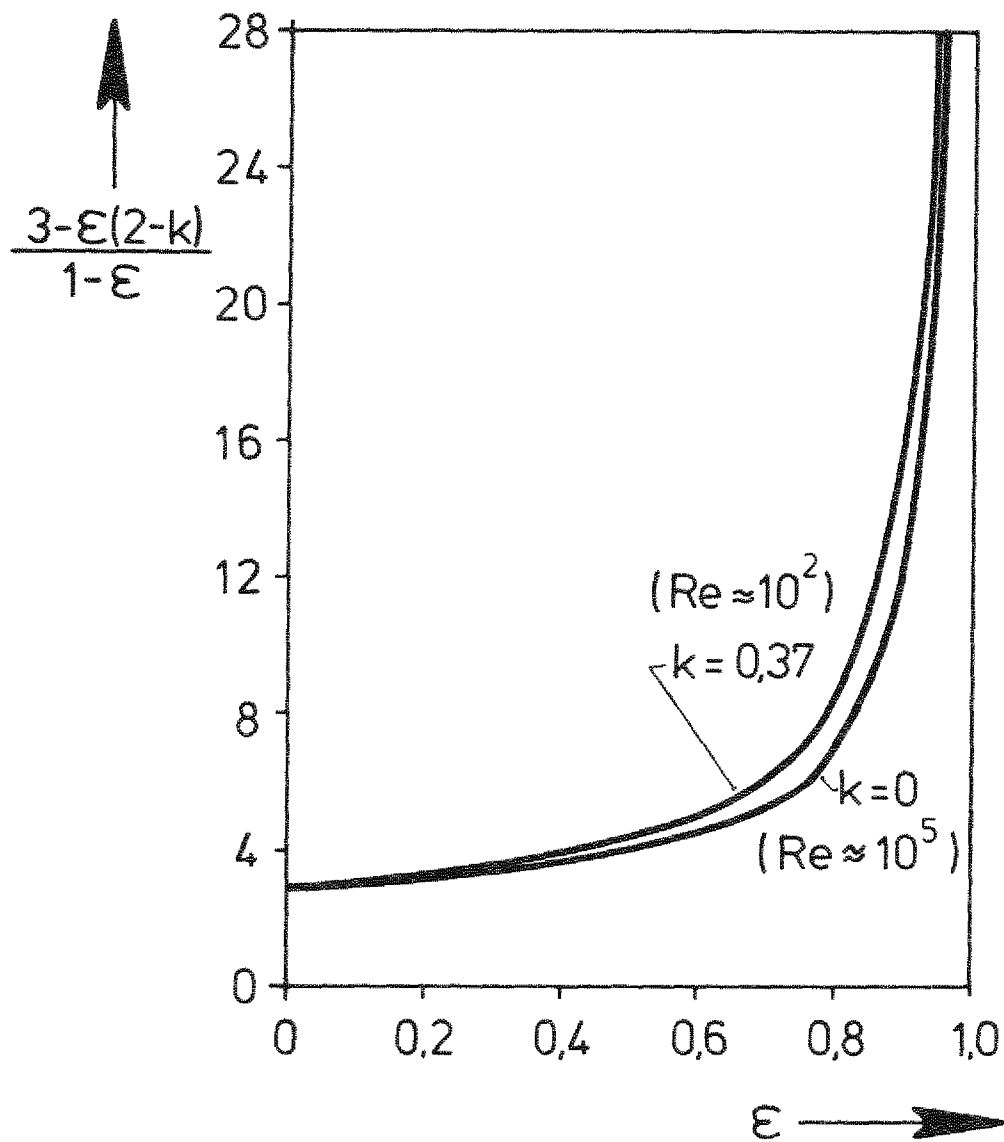


Abb.11 Fehlerfunktion des Druckverlustes  $\Delta P$  in Abhängigkeit vom Lücken-grad  $\varepsilon$ .

$$\frac{d \Delta p}{\Delta p} = \frac{3 - \varepsilon(2 - k)}{1 - \varepsilon} \cdot \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon}$$

