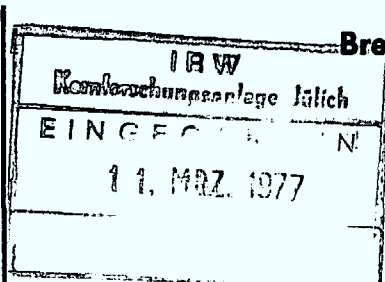




KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

Zentralabteilung
Brannelement- und Bestrahlungstechnologie



Neutronenflußdichten und Temperaturfelder in einem Stahlblock

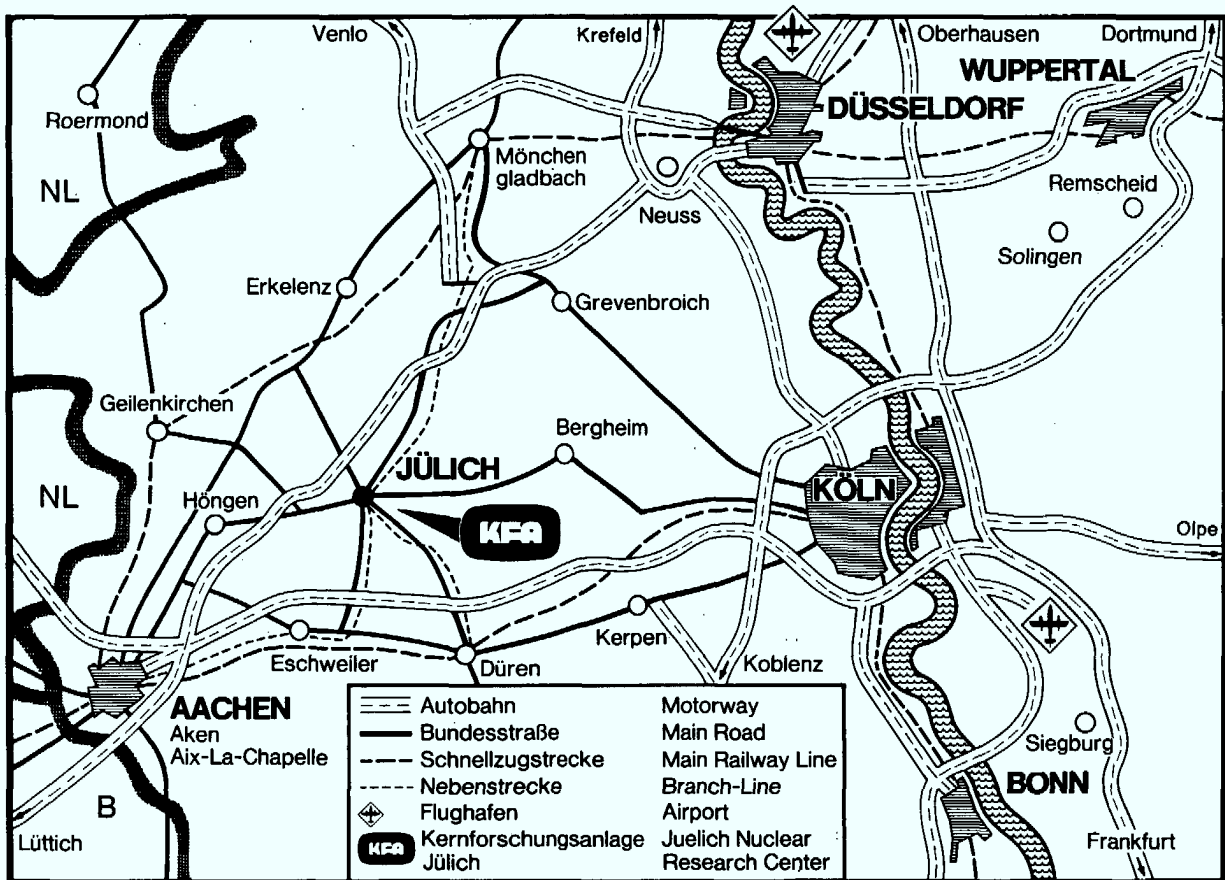
Vorversuche für das Forschungsprojekt
„Reaktor-Komponentensicherheit“ des BMFT

von

G. Borchardt, H. Lang, W. Schneider, A. Sievers,
F. Stelzer, L. Weise und R. Welzel

Jül - 1344
Oktober 1976

Als Manuskript gedruckt



Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 1344

Zentralabteilung Brennelement- und Bestrahlungstechnologie Jül - 1344

Im Tausch zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,
Jülich, Bundesrepublik Deutschland

Neutronenflußdichten und Temperaturfelder in einem Stahlblock

**Vorversuche für das Forschungsprojekt
„Reaktor-Komponentensicherheit“ des BMFT**

von

G. Borchardt, H. Lang, W. Schneider, A. Sievers*,
F. Stelzer*, L. Weise und R. Welzel*

*KFA-Zentralabteilung Allgemeine Technologie

Zusammenfassung

Für die im Forschungsprogramm "Reaktor-Komponentensicherheit" des BMFT vorgesehenen Stahl-Großprobenbestrahlungen wurden in einem Vorversuch die Auslegungsdaten ermittelt. Zwei übereinander angeordnete 4"-CT-Stahlproben wurden so an den Rand des Kerns des Forschungsreaktors FRJ-1 gesetzt, daß die Strahlung von der Breitseite her einfiel.

In den Stahlblöcken waren 180 Aktivierungssonden zur Bestimmung der Flußdichteverteilungen schneller und epithermischer Neutronen angebracht, ferner 44 Thermoelemente zur Messung der Temperaturfelder, ein Paket aus 10 Aktivierungssonden zur Ermittlung des Neutronenspektrums und 2 Ionisationskammern zur Gamma-Dosisleistungsbestimmung.

Bei einer zweiten Bestrahlung wurden die Stahlblöcke an drei Seiten mit einer Bleiabschirmung umgeben und deren Einfluß auf die Temperaturen und Flußdichten in der Probe gemessen. Dabei ergab sich ein wesentlich flacheres Temperaturprofil in der Rißebeine. Die maximale Temperaturdifferenz betrug mit Bleiabschirmung ca. 7 K, ohne Bleiabschirmung jedoch 23 K. Die Profile der Neutronenflußdichten wurden durch die Abschirmung nur unwesentlich beeinflusst.

Aus den gemessenen Flußdichtewerten ergibt sich, daß bei einer Reaktorleistung von 10 MW am gewählten Bestrahlungsort in der Mittelachse zwischen den Einkerbungen der Stahlproben die Fluenz $\phi_{Ni}^f \approx 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2}$ nach 56 Tagen erreicht wird, falls die Proben zur Erzielung einer möglichst gleichmäßigen Fluenzverteilung nach der halben Bestrahlungszeit um 180° gedreht werden. Die Fluenz an den Breitseiten der Blöcke liegt dann um etwa 35 % höher als in der Blockmitte.

Die Ermittlung des Neutronenspektrums zeigt, daß die reale Neutronenfluenz oberhalb 1 MeV in Blockmitte ca. 85 % größer ist als die oben angegebene fiktive spaltspektrumsäquivalente Fluenz ϕ_{Ni}^f oberhalb 1 MeV, die sich aus der Ni-Aktivierung ergibt. Die erhebliche Abweichung des Neutronenspektrums im Stahl gegenüber dem Spektrum im Moderator in gleicher Reaktorposition erfordert bei der Monitierung solcher Stahlbestrah-

lungen die Messung von Neutronen bereits oberhalb 0,1 MeV. Die Ergebnisse der Temperaturmessungen wurden als Stützwerte in ein Gleichungssystem für ein dreidimensionales Temperaturfeld eingegeben. Daraus wurden die räumliche Wärmequellenverteilung und die Randbedingungen des Wärmeübergangs sowie die Temperaturverteilung an den 605 Knotenpunkten des Zollrasters im Block berechnet.

Die gemessenen und gerechneten Temperaturfelder zeigten gute Übereinstimmung. Demnach ist von dem erstellten Rechenmodell zu erwarten, daß es in der Lage ist, Auslegungshinweise für Stahlbestrahlungskapseln in anderen Temperaturfeldern zu liefern.

Neutron flux densities and temperature fields in a steel block
- A test experiment for the research project "Reactor Components' Safety" of the German Federal Ministry of Science and Technology

Abstract

For irradiations of large steel specimens which are planned in the framework of a research programme ("Reactor Components' Safety", projected by the German Federal Ministry of Science and Technology), the construction data have been evaluated in a test experiment. Two 4"-CT steel specimens arranged one upon another were put at the core edge of the research reactor FRJ-1 in such a manner that the radiation entered laterally. In the steel blocks 180 activation detectors have been placed for flux density determination of fast and epithermal neutrons, further 44 thermocouples for measurement of the temperature fields, one arrangement of 10 activation detectors to evaluate the neutron spectrum and 2 ionization chambers indicating the gamma-ray dose rate.

In a second irradiation the steel blocks were surrounded from three sides by a lead shield, to measure its influence on the temperatures and flux densities within the specimens. The result was a decidedly flatter temperature profile in the cracking plane. The maximum temperature difference was 7 K with, resp. 23 K without the lead shield. The profiles of the neutron flux densities are not essentially influenced by the shield.

It results from the measured flux density values that a fluence $\phi_{Ni}^f \sim 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2}$ will be reached after 56 days at the chosen irradiation position in the central axis between the notches of the steel specimens, referring to a reactor power of 10 MW, if the specimens are rotated by 180° after one half of the irradiation time. Then the fluence will be about 35 % higher at the broadsides of the blocks than in the block centre.

The resulting neutron spectrum shows that the real neutron fluence above 1 MeV in the block centre is about 85 % higher than the above mentioned fictitious fission spectrum equivalent

IV

fluence Φ_{Ni}^f above 1 MeV which was obtained by the Nickel activation. The considerable deviation of the neutron spectrum in the steel compared with the spectrum in the moderator at the same reactor position demands the measurement of neutrons already above 0.1 MeV for the monitoring of such steel irradiations.

The results of the temperature measurements have been introduced as input values into an equation system for a three-dimensional temperature field. From that the spatial distribution of heat sources, the boundary conditions of the heat transition and the temperature distribution has been calculated, the latter one in 605 nodal points of an inch-by-inch network of the block. The measured and calculated temperature fields are in a good agreement. So the calculation model may be expected to give useful directions for the construction of steel irradiation capsules in different temperature fields.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
Verzeichnis der Tabellen und Abbildungen	2
1. Aufgabenstellung	4
2. Meßtechnische und rechnerische Methoden	6
2.1. Neutronenflußdichtebestimmungen	6
2.2. Neutronenspektrumsbestimmung	9
2.3. Gammadosisleistung und Temperaturfeld (Meßtechnische Bestimmung)	10
2.4. Rechnerische Bestimmung der Aufheizung und des Temperaturfeldes	11
3. Experimentelle Durchführung	26
3.1. Anordnung und Bestrahlungsdaten	26
3.2. Neutronenflußdichtemessungen	29
3.3. Ermittlung des Neutronenspektrums	31
3.4. Bestimmung der Gammadosisleistung	34
3.5. Temperaturmessung	34
4. Ergebnisse	37
4.1. Neutronenflußdichten	37
4.2. Neutronenspektrum	40
4.3. Gammadosisleistung	47
4.4. Temperaturen	47
4.5. Diskussion	49
Schlußwort	52
Anhang I. Elementmatrizen zur Lösung der stationären Wärmeleitungsgleichungen (zu Abschnitt 2.4)	53
Anhang II. Weitere Tabellen ⁺⁾	64
Anhang III. Weitere Tabellen ⁺⁾	71
Literaturverzeichnis	87

⁺⁾ Umfangreiche Tabellen und Reihen-Abbildungen sind hier zusammengestellt, während die übrigen an den zugehörigen Textstellen gebracht werden (s. Verzeichnis der Tabellen und Abbildungen)

Verzeichnis der Tabellen

	Im Berichts- abschnitt:
Tab. 1 Zur Neutronenflußdichtemessung verwendete Aktivierungs- sonden	2.1
Tab. 2 Zur Ermittlung des Neutronenspektrums im Paket bestrahlte Aktivierungs- sonden	3.3
Tab. 3 Vergleich gemessener und berechneter Aktivierungsraten des Sondenpakets	4.2
Tab. 4 Neutronenflußdichten integriert für $E \geq 0,1$ MeV über das ermittelte Neu- tronenspektrum	4.2
Tab. 5 Gemessene Gammadosisleistungen im oberen Stahlblock	4.3
Tab. 6 Berechnete Übertemperatur im (oberen) Stahlblock (mit Bleiabschirmung) über der mittleren Wasser-Umgebungstemperatur	Anhang II
Tab. 7 Spektrale Neutronenflußdichten ausge- wertet in SAND-Gruppenstruktur	Anhang II

Verzeichnis der Abbildungen

Abb. 1 Die 11 Knotenschichten des Rechenmodells	2.4
Abb. 2 Berechnete Temperaturverläufe in der Mittelflucht der Schicht 10 nach Abb. 1 (im Stahlblock mit Bleiabschirmung)	2.4
Abb. 3 Berechnete Verteilung der Wärmequellen- ergiebigkeit im Stahlblock (mit Bleiabschirmung)	2.4
Abb. 4 Draufsicht auf die Stahlblock- anordnung	2.4
Abb. 5 Berechnetes Temperaturfeld im oberen Stahl- und block mit Bleiabschirmung, in den 11 Kno- Abb. 6 tenschichten nach Abb. 1, verglichen mit einzelnen Meßergebnissen	2.4

Abb. 7	Anordnung des Experiments im Reaktor FRJ-1	3.1
Abb. 8	Horizontal-Positionierung des Experiments am Reaktorkernrand	3.1
Abb. 9	Ebenen zur Messung der Flußdichte schneller Neutronen	3.2
Abb.10	Anordnung der Gamma-Ionisationskammern im (oberen) Stahlblock	3.4
Abb.11	Ebenen zur Temperaturmessung	3.5
Abb.12	Flußdichteprofil schneller Neutronen in der Rißebe	4.1
Abb.13	Abfall der epithermischen Neutronenfluß- dichte in x-Richtung mitten in Ebene 6 nach Abb. 9	4.1
Abb.14	Neutronenspektrum im Stahlblock im Ver- gleich mit 3 anderen Neutronenspektren	4.2
Abb.15	Temperaturprofil in der Rißebe	4.4
Abb.16	Fluenzprofil schneller Neutronen nach 56 Tagen Bestrahlungszeit, wobei der Stahl- block nach der halben Zeit um 180° ge- dreht wurde	4.5
Abb.17 bis 26	Flußdichteprofile schneller Neutronen in den Ebenen 1 bis 10 nach Abb. 9	Anhang III
Abb.27 bis 31	Temperaturprofile in den Ebenen 1 bis 5 nach Abb.11	Anhang III

1. Aufgabenstellung

Zweck des Versuchs war die Ermittlung von Auslegungsdaten für Stahlbestrahlungseinrichtungen in einem Forschungsreaktor unter möglichst originalgetreuen Bedingungen mittels Messungen und ergänzenden Rechnungen. Derartige Einrichtungen sind zu erstellen für Bestrahlungsexperimente mit Stahl-Großproben, die im Rahmen des "Reaktor-Druckbehälter- und -Komponenten-Sicherheitsprogramms" des Bundesministeriums für Forschung und Technologie (BMFT-Vorhaben RS 192) vorgesehen sind. Bei diesem durch die Materialprüfanstalt der Universität Stuttgart (Direktor: Prof. Dr. Kußmaul) initiierten Programm sind die Forschungszentren GKSS Geesthacht und KFA Jülich sowie die Firma Kraftwerk Union Erlangen und Kahl mitbeteiligt.

Ein wesentlicher Gesichtspunkt dieses Programms ist die Verwendung von "Großproben". Das sind solche, die in ihren Abmessungen der Reaktordruckbehälter-Wandstärke entsprechen - im Gegensatz zu den bisher für mechanische Werkstoffprüfungen von Stählen benutzten wesentlich kleineren DIN-Proben. Dazu ist zu sagen, daß die bisherige Kleinprobenbestrahlung die Anforderungen der Bruchmechaniker nur unvollkommen befriedigen konnte. Denn ein dreiachsiger Spannungszustand ist nur in Großproben sinnvoll verifizierbar, weil die Rißausbreitung nur in ansgedehnten Materialbezirken studiert werden kann. Darauf sowie auf das oben erwähnte Forschungsprogramm im allgemeinen kann hier nicht weiter eingegangen werden.

Für Stahl-Großproben mit den Abmessungen $244 \times 254 \times 101,6 \text{ mm}^3$, um die es sich hier handelt, sind gegenüber den kleineren DIN-Proben erheblich andere meßtechnische Verhältnisse zu erwarten, und zwar hinsichtlich:

der Verteilung energieintegraler Neutronenflußdichten,
des Neutronenspektrums und
der (durch Gamma-Aufheizung bedingten) Temperaturverteilung

in der Probe. Da Neutronenflußdichten und Temperaturwerte die Entstehung von Materialeigenschaftsänderungen beim Stahl im Reaktor entscheidend beeinflussen, mußten vor dem eigentlichen

Bestrahlungsprogramm sowohl die absoluten Beträge wie die relativen Verteilungen jener Meßgrößen bekannt sein, wobei man die Verteilungen - jedenfalls in der Rißebeine - möglichst homogen wünscht.

Der Einfluß des Neutronenspektrums auf die Entstehung von Materialeigenschaftsänderungen wird seit einigen Jahren zunehmend in seiner Bedeutung erkannt. Eine unterschiedliche Neutronen-Energieverteilung kann unterschiedliche Eigenschaftsänderungen bewirken, da die Wahrscheinlichkeit für Schädigungen im Material von der Neutronenenergie abhängt /1//2/.

Bei dem im folgenden beschriebenen Vorversuch wurden zwei übereinander am Kernrand des Reaktors FRJ-1 angeordnete Proben der genannten Art kurzzeitig bestrahlt, in denen in einem räumlichen Zollraster folgende Detektoren angebracht waren: 180 Aktivierungssonden für schnelle und epithermische Neutronen, ein Sondenpaket zur Neutronenspektrumsermittlung, 44 Temperaturfühler und 2 Miniatur-Gamma-Ionisationskammern.

Um nun das gesamte Temperaturfeld - auch unter abgewandelten Bedingungen - erfassen zu können, wurde ein Berechnungsansatz erarbeitet, der durch Vorgabe variiertter Randbedingungen gewünschte Temperaturfelder präzise vorherzusagen gestatten soll. Damit sollen dem Konstrukteur einer Bestrahlungskapsel Angaben über Gasspaltweiten und Begleitheizungen zum Erreichen bestimmter Temperaturen an bestimmten Stellen im Großblock gegeben werden. Die Ergebnisse der Temperaturmessungen wurden als Stützwerte in ein vorbereitetes Gleichungssystem des dreidimensionalen Großblock-Temperaturfelds eingegeben. Damit wurden die Temperaturen an allen 605 Knotenpunkten des Zollrasters bestimmt, einschließlich der mit Meßfühlern versehenen Knotenpunkten. Die mit Ionisationskammern gemessenen Gamma-Dosisleistungen waren als Vergleichspunkte für die über das Temperaturfeld berechnete Wärmequellenverteilung vorgesehen.

Abgesehen von der genauen Kenntnis des Strahlen- und Temperaturfeldes in den Proben sollte der Vorversuch Erfahrungen beim Hantieren und der Ausführung von Messungen an einem solchen Stahlblock im Reaktor vermitteln, auch bezüglich eventueller

Auswirkungen auf den Reaktor. Die Bestrahlungen der im Block zusammengeschlossenen Großproben fanden mit und ohne Bleiabschirmung zwischen ihnen und dem Reaktorkern statt, um die Einflüsse der Abschirmung auf die Profile der Neutronenflußdichten und der Temperaturen zu studieren.

2. Meßtechnische und rechnerische Methoden

2.1. Neutronenflußdichtebestimmung

Sie erfolgte mit den in Tab.1 zusammengestellten Aktivierungsdetektoren. Gemessen wurden nur die integralen Flußdichten schneller und epithermischer Neutronen. Auf die Ermittlung thermischer Neutronen wurde verzichtet, weil langsame Neutronen in Reaktorkernnähe keinen merklichen Beitrag zur Schädigung im Stahl liefern; außerdem wäre sonst eine zusätzliche Bestrahlung notwendig gewesen, da die thermische Flußdichte durch die Gadolinium-Kapselung für die epithermischen Detektoren gestört wird.

Die Auswertung der Flußdichten φ aus den gemessenen Aktivitäten A der bestrahlten Detektoren geschieht nach folgenden Beziehungen /3/:

Im Energiebereich schneller Neutronen wird die spaltspektrumsäquivalente Neutronenflußdichte φ^f gemessen mit Ni-Detektoren für Neutronenenergien $E > 1 \text{ MeV}$ wie folgt erhalten:

$$\bar{\varphi}_{\text{Ni}}^f (E > 1 \text{ MeV}) = \frac{[A/N \tau]_{\text{Ni}}}{\bar{\sigma}_{\text{Ni},(f)}^{E > 1 \text{ MeV}}} \quad (2.1.1)$$

Dabei ist der Wirkungsquerschnitt:

$$\bar{\sigma}_{\text{Ni},(f)}^{E > 1 \text{ MeV}} = \frac{\int_0^{\infty} \sigma_{\text{Ni}}(E) \chi_E^f dE}{\int_{1 \text{ MeV}}^{\infty} \chi_E^f dE} \quad (2.1.2)$$

Tab.1- Zur Neutronenflußdichtemessung verwendete Aktivierungs-
detektoren mit den zur Auswertung benutzten Daten

Kurzbezeichnung	Co	Ni
Meßgröße	φ_{ep}	φ^f
Detektor	Co-Draht	Ni-Draht
Material-Reinheit	99,9975 %	99,97 %
Maße	$\varnothing$ 0,1x5 mm	$\varnothing$ 0,5x5 mm
Kapselung	Zy-Gd/7/ in Stahlröhrchen	Graphitkapsel in Stahlröhrchen
Meßreaktion	$^{59}\text{Co}(n,\gamma)^{60}\text{Co}$	$^{58}\text{Ni}(n,p)^{58}\text{Co}$
Masse des Gramm- atoms g	58,9332	58,71
Isotopenhäufigkeit	100 %	67,88 %
Aktivierungsquerschnitt 10^{-24}cm^2	$I_{res} =$ 70	$\bar{\sigma} > 1 \text{ MeV} =$ $\sigma_{Ni(f)} =$ 0,16334
Halbwertszeit	5,272 a	70,78 d
1 σ -Fehler der Meß- größenangabe	$\pm 13,3 \%$	$\pm 2,7 \%$

und χ_E^f die auf $\int_0^\infty \chi_E^f dE = 1$ normierte Spaltneutronenflußdichte nach B.E.Watt /4/:

$$\chi_E^f = 0,484 e^{-E} \sinh \sqrt{2E} \quad (2.1.3)$$

mit E in MeV. In Gleichung (2.1.1) ist N die Anzahl von Atomen des Ausgangsnuklids der Meßreaktion (hier: Ni-58) im Detektor. Bezüglich des Zeitkorrekturfaktors τ (für die Bestrahlungszeit, die Meßzeit und die dazwischen liegende Wartezeit) muß auf die Literatur verwiesen werden.

Im Energiebereich epithermischer Neutronen wird die auf die Lethargie bezogene epithermische Neutronenflußdichte $\mathcal{J}_{ep}$ ausgewertet:

$$\mathcal{J}_{ep} = \frac{[A(E > E_{Gd}) / N \tau] Co}{I_{res} K_{ep}} \quad (2.1.4)$$

$[A/N \tau]$ ist (hier für Co-Detektoren) definiert wie in Gleichung (2.1.1). Das Resonanzintegral über den Aktivierungsquerschnitt $\sigma(E)$ des Meßnuklids lautet unter Voraussetzung einer mit E^{-1} verlaufenden spektralen Flußdichte:

$$I_{res} = \int_{E_g}^{\infty} \sigma(E) \frac{dE}{E} \quad (2.1.5)$$

Bei I_{res} nach /5/ wird $E_g = 0,55$ eV als untere Grenzenergie benutzt. Die untere Abschneidegrenze für Messung im Gd-Filter beträgt /6/:

$$E_{Gd} = 0,1222 \text{ eV} \quad (2.1.6)$$

Der Unterschied zwischen E_{Cd} und E_g wirkt sich auf I_{res} nicht merklich aus. Für die Flußdichteabschirmung im Detektormaterial (die für schnelle Neutronen keine Rolle spielt) berichtigt der Korrekturfaktor K_{ep} ; er beträgt $K_{ep} \approx 0,6$ für unsere Co-Detektoren.

Die in Tab.1 angegebenen detektorseitigen 1σ -Fehler sind hauptsächlich durch Fehler im Wirkungsquerschnitt - für epithermische Neutronen auch durch die Flußabschirmung - bedingt.

2.2 Neutronenspektrumsbestimmung

Zur Bestimmung des Neutronenspektrums wird ein Satz von Aktivierungs-sonden mitbestrahlt und anschließend das System der Aktivierungsgleichungen

$$A_i = \int_0^{\infty} \sigma_{act\ i}(E) \varphi_E(E) dE \quad (2.2.1)$$

nach der spektralen Neutronenflußdichte $\varphi_E(E)$ entfaltet, wobei für die durch den Index i gekennzeichneten Aktivierungsreaktionen die Aktivierungen pro Absorberkern A_i durch Messung gegeben und die spektralen Aktivierungsquerschnitte $\sigma_{act\ i}(E)$ der Literatur zu entnehmen sind. Die Rechnung erfolgt mit dem Spektralcode SAND-MX2 /8/, der eine in Jülich erstellte Version des bekannten amerikanischen Codes SAND II ist. Dieses Programm modifiziert in einer Reihe von Iterationsschritten eine eingegebene Eingangsnäherung des Neutronenspektrums so lange, bis die mit dem erhaltenen Neutronenspektrum berechneten Aktivierungen von den vorgegebenen gemessenen Aktivierungen sämtlich um weniger als ein gewisser kleiner definierter Fehlbetrag abweichen. Zu diesem Zweck werden nach dem j -ten Iterationsschritt unter Benutzung der durch die Rechnung erhaltenen spektralen Neutronenflußdichte $\varphi^j(E)$ die Aktivierungen

$$A_i^j = \int_0^{\infty} \sigma_{act\ i}(E) \varphi^j(E) dE \quad (2.2.2)$$

berechnet. Wenn nun für sämtliche Werte des Index i , das

heißt für alle Aktivierungsreaktionen, die Differenz $A_i - A_i^j$ dem Betrag nach geringer als ein definiertes kleines Mehrfaches der Standardabweichung der gemessenen Aktivierung A_i ist, so wird die Iterationsrechnung abgebrochen und die erhaltene letzte Iterationslösung $\varphi^j(E)$ als Ergebnisspektrum ausgegeben. Bei diesem Verfahren geht jeweils die (j+1)-te Iterationslösung des Neutronenspektrums aus der j-ten Iterationslösung desselben durch Multiplikation der letzteren mit einem sinnvoll gewählten Gewichtungsfaktor, der die berechneten und die gemessenen Aktivierungen enthält, hervor:

$$\varphi^{j+1}(E_k) = W_j(E_k; A_i, A_i^j) \cdot \varphi^j(E_k) , \quad (2.2.3)$$

wobei das Symbol E_k die verschiedenen diskreten Neutronenenergien charakterisiert (620 Werte in der hier verwendeten SAND II-Gruppenstruktur). Der Faktor W_j ist relativ kompliziert, weshalb wir auf seine Angabe hier verzichten wollen.

2.3. Gammadosisleistung und Temperaturfeld (Meßtechnische Bestimmung)

Zur Abstützung der rechnerischen Bestimmung der nuklearen Aufheizung des Blocks wurden die Temperaturprofile und die Gammadosisleistung in der Probe gemessen.

Die Gamma-Dosisleistung wurde mit Miniatur-Ionisationskammern bestimmt. Um die Gamma-Empfindlichkeit der Kammern zu ermitteln, wurden sie im Strahlenfeld einer Gamma-Quelle mit bekannter Flußdichte - bzw. Dosisleistungsverteilung sekundär kalibriert. Dabei wurden die mit den Kammern gemessenen Stromstärken mit den Gamma-Dosisleistungsangaben verglichen, die dem Kammermeßort zuzuordnen sind. Diese Vergleichsmessungen erfolgten in verschiedenen Quellabständen längs einer Geraden, um Fehler korrigieren zu können. Benutzt wurde dazu die ^{60}Co -Bestrahlungsanlage der Abteilung Strahlenchemie am Max-Planck-Institut für Kohlenforschung in Mülheim/Ruhr mit einer Gesamtaktivität von ca. 6000 Ci.

Die gesuchte Empfindlichkeit der Ionisationskammer ist definiert als

$$S(x) = \frac{I_Y(x)}{\dot{D}(x)} = \frac{I(x) - K_L}{\dot{D}(x)} \quad (2.3.1)$$

mit I = Kammerstromstärke

$\dot{D}$ = Dosisleistung

K_L = gemessene Leckstromstärke

Für die beiden verwendeten Kammern ergaben sich

$$S_1 = 1,55 \cdot 10^{-13} \text{ A/R/h}; S_2 = 1,56 \cdot 10^{-13} \text{ A/R/h}.$$

Diese Werte sind bei der Benutzung in Reaktorstrahlung mit einem Gesamtfehler von ca. $\pm 15\%$ behaftet, wobei folgende mittlere Fehler angenommen wurden:

Lokalisierungs- und Anzeigefehler $\pm 2\%$, Fehler in der Absolutangabe der ^{60}Co -Quellstärke $\pm 3\%$, Fehler in der Dosisleistungsangabe $\pm 10\%$, Fehler durch das gegenüber der ^{60}Co -Quelle wesentlich breitere Spektrum der Reaktorstrahlung $\pm 10\%$.

Die Temperaturfelder in der Probe wurden mit NiCr-Ni-Mantelthermoelementen gemessen. Ihre Kalibrierung zwischen 48°C und 205°C erfolgte in einem Ölthermostaten und einem Eisbad als Vergleichsstelle. Die Thermospannungen wurden über Meßstellenwähler relativ zu einem Platin-Widerstandsthermometer mit einem Digitalvoltmeter gemessen. Die Temperatur des Ölbad konnte auf $\pm 0,2\%$ geregelt werden. Der Gesamtfehler der Kalibrierung liegt bei $0,2\%$.

Die Spannungswerte der verwendeten Thermoelemente bei gleicher Temperatur wurden gemittelt und durch ein Polynom 3. Grades angenähert (Least-Squares-Fit). Die größte Abweichung des Fits vom Meßwert betrug $0,12\%$.

2.4. Rechnerische Bestimmung der Aufheizung und des Temperaturfelds

Durch Wechselwirkung zwischen Stahl und Reaktorstrahlung werden im Block Wärmequellen induziert. Den Hauptanteil hat dabei

die Gammastrahlung. Auf dem Weg durch den Block verringert sich die Dichte des Photonenstroms aufgrund der Abschirmwirkung. Deswegen muß auch eine Abnahme der Wärmequellenenergiebigkeit in Strahlungsrichtung auftreten, die wiederum die Temperaturverteilung beeinflußt.

Das Temperaturfeld hängt aber auch noch, neben der Wärmeleitfähigkeit, von den Kühlbedingungen auf den Blockoberflächen ab, die als Randbedingungen bezeichnet werden sollen.

Alle diese Einflüsse müssen nun so in die Differential-Gleichung des dreidimensionalen Temperaturfelds eingegeben werden, daß ihre Lösung an den Stellen im Block die Temperaturen liefert, die mit den dort gemessenen übereinstimmen. Sobald diese Lösung existiert, kennt man nicht nur alle anderen, an beliebigen Stellen im Block herrschenden Temperaturen, sondern auch die räumliche Verteilung der Wärmequellen. Man weiß dann auch, welche Wärmeübergangskoeffizienten auf welchen Blockoberflächen geherrscht haben müssen und kann weiterhin auf die Verteilung der Kühlwasserströme im Bestrahlungskasten schließen.

Natürlich sind diese Erkenntnisse sehr wichtig für die Konzeption von Bestrahlungsapparaturen des Großblock-Bestrahlungsprogramms. Um darin an gewünschten Stellen ganz bestimmte Temperaturen zu verifizieren, müssen die Randbedingungen geeignet angepaßt werden, gegeben durch Gasspalte festgelegter Weite und Gas mit bestimmter Wärmeleitfähigkeit. Unser Rechenprogramm zur Lösung des dreidimensionalen Temperaturfelds eignet sich auch für diese Aufgabe.

Zur Lösung der Temperaturfeldgleichung benutzen wir die Finite-Element-Methode. Die Lösung der Differentialgleichung erfolgt elementweise über ein variiertes Funktional, wobei das Ritzsche Verfahren angewendet wird. Die Aufstellung des Elementgleichungssystems erfolgte speziell für die vorliegende Aufgabe. Hierfür entwickelte Matrizen - siehe Anhang I - gestatten die Bestimmung der räumlichen Verteilung der Wärmequellen und der Randbedingungen, in unserem Fall in Form von Wärmeübergangskoeffizienten von Stahl zum Kühlwasser, die während der Bestrahlung geherrscht haben.

2.4.A. Elementunterteilung

Es wird nur ein Stahlblock betrachtet, da sich wegen der Symmetrie der Reaktorstrahlung beiderseits der Kernmittelebene in beiden Blöcken symmetrische Temperaturfelder ergeben müssen. Unserer Rechnung liegt der obere Block zugrunde, der mit einer größeren Zahl von Temperaturfühlern bestückt war.

Wir bilden den Block aus 400 finiten Elementen nach, jedes mit der Länge 2,54 cm, der Breite 2,44 cm und der Höhe 2,54 cm. Das entspricht etwa dem Zollraster des Blocks. 40 Elemente repräsentieren eine Blockschicht; 10 Schichten sind also vorhanden. Die Eckpunkte der Elementquader werden als Knoten bezeichnet. Im Innern des Blocks ist ein Knoten jeweils 8 Elementen gemeinsam, auf den Oberflächen 4, auf den Kanten 2. Die äußeren Eckknoten gehören nur zu einem Element. Im ganzen sind 605 Knoten in 11 Knotenschichten vorhanden, siehe Abb.1. Die Lösung wird jedem Knoten eine Temperatur zuordnen, während die Wärmequelleneigenschaft elementweise ausgegeben wird, auf die Elementmitte bezogen.

2.4.B. Randbedingungen

Die Unterseite des oberen Blockes ruht auf der Oberseite des unteren Blockes, so daß in dieser Ebene keine Wärmeübertragung stattfinden kann. Es ist weder Kühlfluid noch ein Temperaturgefälle vorhanden. Infolgedessen herrscht hier Adiabasie. Das wird als Randbedingung für die Flächen der Elemente (Schicht 11) eingeführt, die in dieser Ebene liegen.

Auf den übrigen Oberflächen des Blocks herrscht Wärmeübergang zum Kühlwasser, gekennzeichnet durch Wärmeübergangskoeffizienten. Es ist damit zu rechnen, daß diese auf den 5 verbleibenden Oberflächen verschieden sind, weil die wasserdurchströmten Spalte verschiedene Geometrie haben. Bekanntlich bevorzugt die Strömung Parallelkanäle mit geringem Strömungswiderstand, so daß dort mit der intensivsten Kühlung zu rechnen ist. Für die außen liegenden Elementoberflächen werden die entsprechenden Ansätze eingeführt, mit $\alpha_1 \dots \alpha_5$, als den zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizienten.

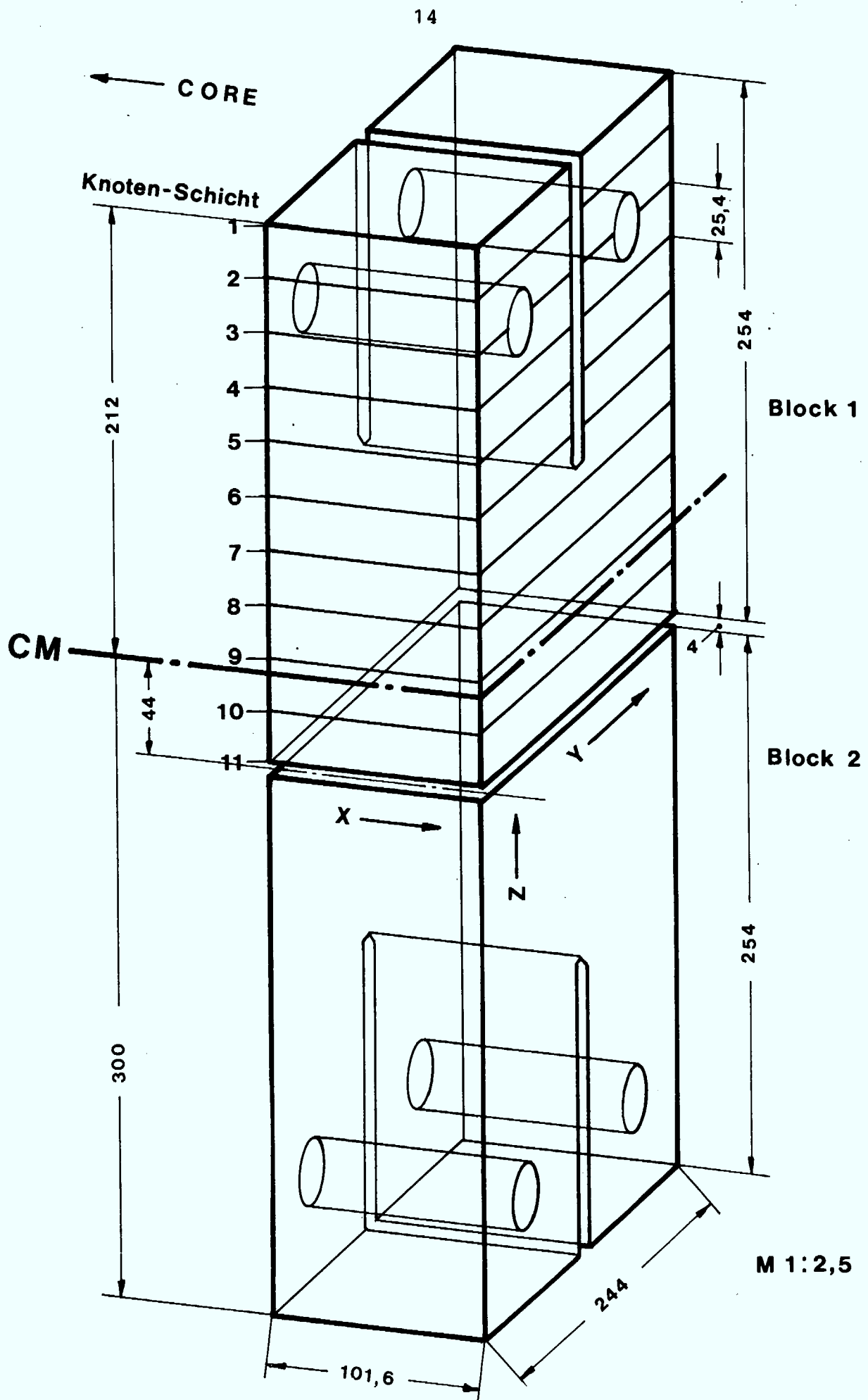


Abb. 1 Die 11 (Knoten -) Schichten des Rechenmodells

Ansatz für die Wärmequellenverteilung

Die Abnahme der Strahlenflußdichte in einer Abschirmung folgt in der Regel einer Exponentialfunktion mit negativem Exponenten. Ein analoges Gesetz wird deswegen auch für die Abnahme der Wärmequellenenergiebigkeit in Strahlungsrichtung (x-Richtung der Abb.1) zweckmäßig sein:

$$q(x) = q_0 e^{-k x} , \quad (2.4.1)$$

$q(x)$ Wärmequellenenergiebigkeit am Ort x

q_0 " bei $x = 0$ in dem Element, das dem Reaktorkern am nächsten liegt

k Faktor im Exponenten, der die Abnahme der Wärmequellen in x-Richtung angibt.

Aber auch in vertikaler Richtung (z-Koordinate), die sich von der Kernmittelebene entfernt, ist mit einer Abnahme der Quellenenergiebigkeit zu rechnen. Wir wollen das durch einen linearen Ansatz erfassen. Da in y-Richtung keine Veränderungen erwartet werden, gilt

$$q(x,z) = (m - nz) q_0 e^{-k x} . \quad (2.4.2)$$

Unbekannte sind darin m , n , q_0 und k , die die Rechnung liefern soll.

2.4.C. Bekanntes

In den Schichten 6, 8 und 10 sind an jeweils 10 Stellen Temperaturen gemessen worden, wie in Kapitel 3.5 näher beschrieben wird. In der Schicht 9 wurden weitere 6 Temperaturmessungen durchgeführt, die mehr zu den Rändern bei kleinen und großen y-Werten liegen. An 36 Punkten in einem mehr zur Kernmittelebene gelegenen Gebiet, vgl. Abb.1, sind also die Temperaturen bekannt.

Außerdem sind die Temperaturen des den Block umströmenden Kühlwassers am Eintritt (33.2°C) und am Austritt (37.9°C)

bestimmt worden. Daraus wird das Mittel (35.6°C) als Umgebungstemperatur den folgenden Rechnungen zugrunde gelegt.

Auch die spezifischen Wärmeleistungen wurden gemessen, und zwar mittels Ionisationskammern, die bei $z = 3,7$ cm die x-Koordinaten 1,3 cm und 8,86 cm besetzen.

Im Stahlblock mit Bleiabschirmung, der hier nur betrachtet werden soll, wurden gemessen (s. auch Abschnitt 3.4)

Ort x	Wärmequellenenergiebigkeit
1,3 cm	$0,587 \text{ W/cm}^3$
8,86 "	$0,336 \text{ W/cm}^3$

2.4.D. Ansätze

Aus den gefundenen Quellenenergiebigkeiten bestimmen sich

$$q_0 = 0,643 \text{ W/cm}^3 \quad \text{und}$$

$$k = 0,0697 \text{ cm}^{-1}.$$

Aufgrund des Kühlwasserdurchsatzes und der Geometrie nahmen wir an, mit einem mittleren Wärmeübergangskoeffizienten auf den Oberflächen von

$$\alpha = 0,44 \text{ W/(cm}^2 \text{ K)}$$

rechnen zu können.

Die vertikale Abnahme der inneren Wärmequellen muß proportional der vertikalen Temperaturabnahme im Block sein. Daraus folgten

$$m = 1,0697$$

$$n = 0,0183 \text{ cm}^{-1}.$$

Mit diesen Werten durchgeführte Rechnungen blieben unbefriedigend. Die Übereinstimmung mit den gemessenen Temperaturen konnte nur in kleinen ausgewählten Bezirken erzielt werden.

Aus den gemessenen Temperaturverläufen mußten wir folgende Schlüsse ziehen:

- 1) Die Kühlung auf den Blockoberflächen ist extrem verschieden. Dies ist zu erkennen an den unterschiedlichen Temperaturgradienten normal zu den Oberflächen. Ohne Berücksichtigung der individuellen Wärmeübergangskoeffizienten bleibt das Rechenmodell zur Nachbildung des Temperaturfelds unvollkommen.
- 2) Die zunächst eingeführten Konstanten für Gleichung (2.4.2), q_0 , k , m und n , geben die wirklichen Verhältnisse nur unbefriedigend wieder. Die wirkliche Quellenverteilung muß bei $x = 0$ höher einsetzen (also q_0 größer) und dann schneller abfallen (also auch k größer).

Die Aufgabe bestand nun, sowohl die 5 Wärmeübergangskoeffizienten und auch die 4 Konstanten der Quellengleichung iterativ so lange zu ändern, bis die Ergebnisse der Rechnung mit den Messungen übereinstimmen.

2.4.E. Einkreisung des Lösungsansatzes

Die Problematik drohte auszuufern. Ihre Reduzierung läßt sich durch folgende Überlegungen erreichen.

1. Wir brauchen aus Symmetriegründen nur drei verschiedene Wärmeübergangskoeffizienten zu berücksichtigen, nämlich

α_{vorn}	bei $x = 0$	
α_{hinten}	bei $x = s$	s Blockdicke in x -Richtung
α_{Seite}	bei $y = 0$,	$y = y_{\text{end}}$ und, willkürlich, bei $z = z_{\text{end}}$ (Blockdecke).

2. Es müssen sich q_0 und k mit guter Näherung aus der eindimensionalen analytischen Lösung der Temperaturfeldgleichung bestimmen lassen. Diese Gleichung möge für die Temperatur-Mittelflucht in x -Richtung der Schicht 10 gelöst werden, in der 4 Messungen gemacht worden sind.

Diese Mittelflucht ist durch 5 Zoll Stahl von den wärmeabgebenden Seiten entfernt, während die Gesamtausdehnung des Blocks in x -Richtung, also in Richtung dieser Mittel-

flucht, nur 4 Zoll beträgt. Die Wärmestrom-Leckverluste aus der Mehrdimensionalität müssen demnach sehr klein sein.

3. Wenn die eindimensionale Lösung durch Wahl des richtigen q_0 und k dem gemessenen Temperaturfeld in dieser Schicht angepaßt ist, dann lassen sich aus den Ableitungen der Temperaturfeldgleichung bei $x = 0$ und $x = s$ auch die beiden Wärmeübergangskoeffizienten α_{vorn} und α_{hinten} bestimmen.

2.4.E. Eindimensionale Temperaturfeld-Gleichung

Als Ausgangsgl. benutzen wir /9/

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = - \frac{q_0 e^{-kx}}{\lambda} \quad , \quad (2.4.3)$$

Wärmeleitfähigkeit.

Als Randbedingungen wollen wir einführen

$$\begin{aligned} \text{bei } x = 0 \quad \text{sei } \vartheta &= \vartheta_1 \\ \text{bei } x = s \quad \text{sei } \vartheta &= \vartheta_2 \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

Die Stahloberflächentemperaturen ϑ_1 und ϑ_2 extrapolieren wir mit Hilfe eines Polynoms aus den gemessenen Temperaturen, wie weiter unten noch zahlenmäßig ausgeführt wird.

Integrationen der Gleichung (2.4.3) und Bestimmung der Integrationskonstanten mit den Bedingungen (2.4.4) liefern die Gleichung

$$\vartheta(x) = \frac{x(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{s} + \frac{q_0(1 - e^{-kx})}{k^2 \lambda} + \frac{xq_0(e^{-ks} - 1)}{k^2 \lambda s} + \vartheta_1 \quad (2.4.5)$$

Diese Gleichung dient nun über das Polynom $\vartheta(x)$ zur Bestimmung von q_0 und k .

Für den Wärmeübergang an der Blockstirnseite ($x = 0$) muß gelten

$$-\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = \alpha_{\text{vorn}} (\vartheta_1 - \vartheta_{\text{Wasser}}) \quad (2.4.6)$$

Aus Gleichung (2.4.5) folgt

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{s} + \frac{q_0}{\lambda} + \frac{q_0}{s k \frac{2}{\lambda}} (e^{-k s} - 1) , \quad (2.4.7)$$

so daß in Gleichung (2.4.6) α_{vorn} die einzige Unbekannte bleibt und bestimmt werden kann.

Für die Rückseite wird ein entsprechender Ansatz gemacht, wobei jetzt gilt

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=s} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{s} + \frac{q_0 e^{-k s}}{k \lambda} + \frac{q_0}{s \frac{2}{\lambda}} (e^{-k s} - 1) . \quad (2.4.8)$$

Damit wird α_{hinten} ausgerechnet.

2.4.G. Zahlenmäßige Bestimmung der Konstanten

Es ist für unsere Rechnung zweckmäßig, die Temperaturen im Block als Übertemperaturen über die Umgebungstemperatur des Wassers einzuführen.

Für die Wärmeleitfähigkeit wurde 0,5 W/(cm K) eingesetzt. Das Polynom, das den gemessenen Temperaturverlauf wiedergibt, lautet

$$\vartheta = \sum_{i=0}^3 a_i \vartheta^i \quad (2.4.9)$$

mit den Koeffizienten

$$a_0 = 11,8588$$

$$a_1 = 5,5170$$

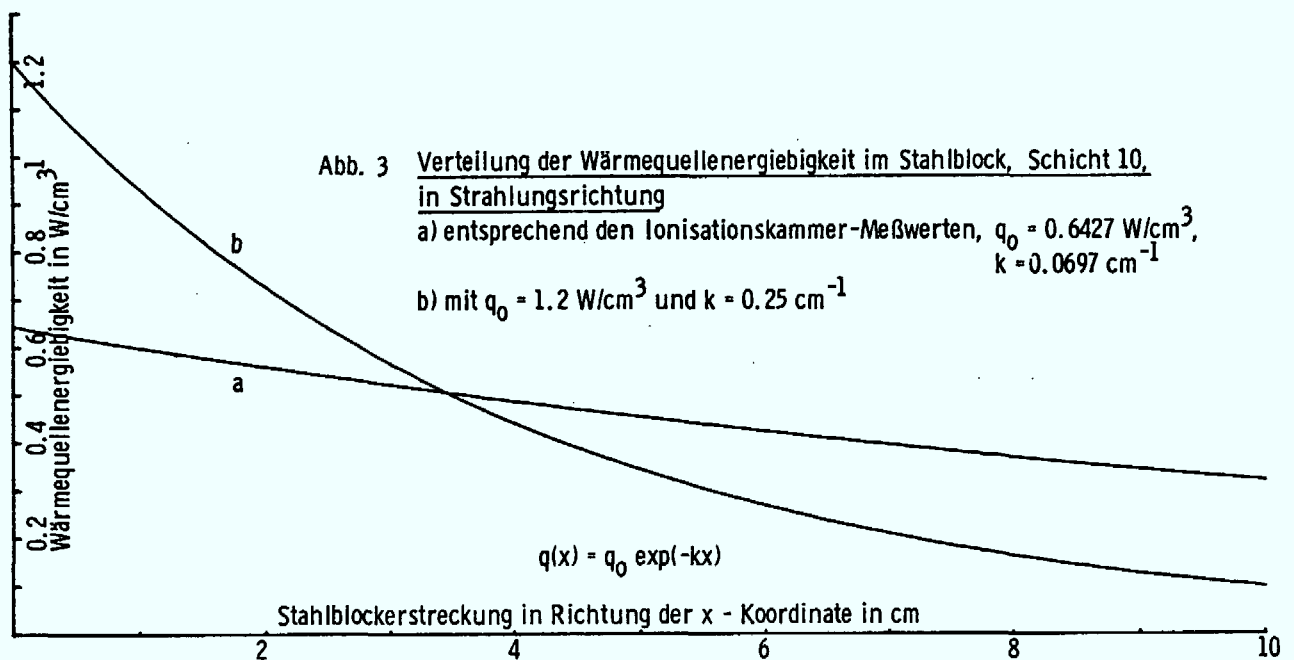
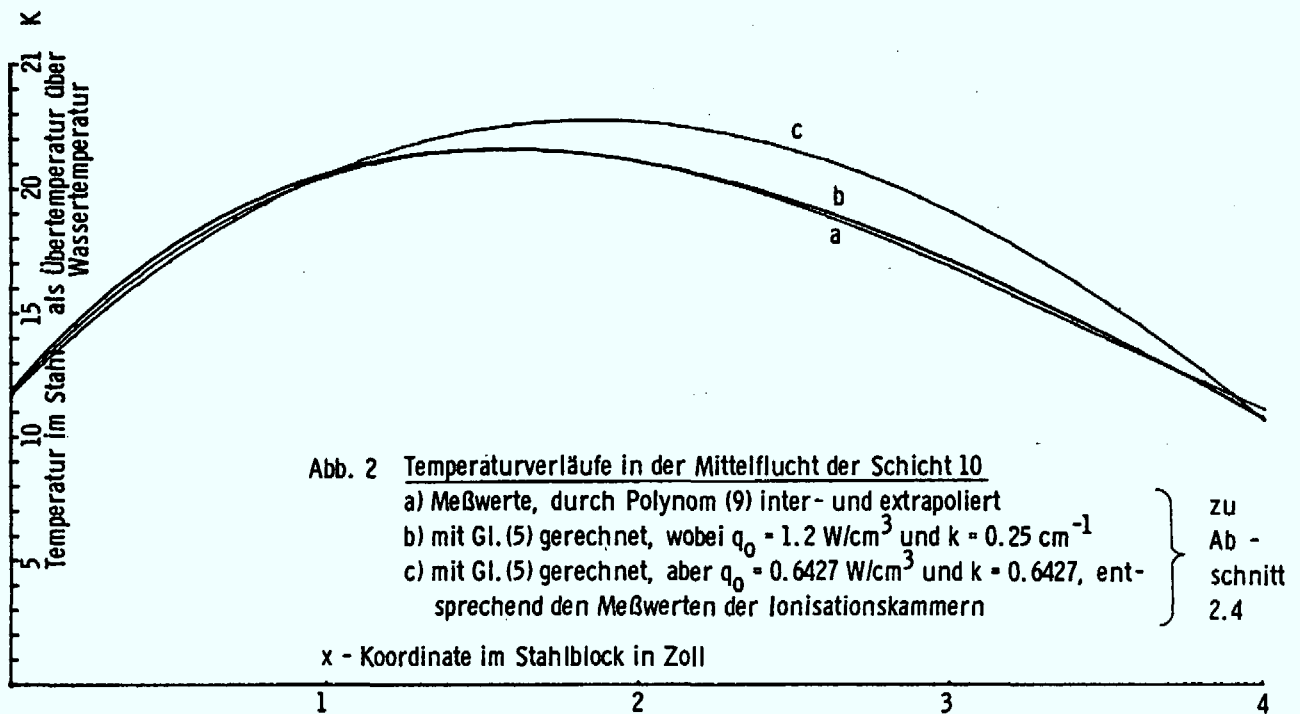
$$a_2 = -0,9112$$

$$a_3 = 0,0352 .$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.4.5) folgen daraus

$$q_0 = 1,2 \text{ W/cm}^3$$

$$k = 0,25 \text{ cm}^{-1}$$



In Abb.2 sind die daraus resultierenden Temperaturverläufe aufgezeichnet. Zusätzlich enthält die Figur den Temperaturverlauf, wie er sich aus dem Quellenfeld ergibt, das mit den Ionisationskammern gemessen worden ist.

Abb.3 zeigt die Quellenverteilungen in x-Richtung einmal entsprechend den aus den Temperaturen rückgerechneten Werten und auch wieder entsprechend den Ionisationskammerwerten.

Mit den Prozeduren gemäß Gleichung (2.4.6) gelangt man zu

$$\alpha_{\text{vorn}} = 0,2516 \text{ W/cm}^2 \text{ K}$$

$$\alpha_{\text{hinten}} = 0,1321 \quad "$$

Selbst der größere Wert erreicht nur die Hälfte des ursprünglich vermuteten. Aus den weit seitlich außen liegenden Temperaturmeßpunkten der Schicht 9 konnte auf den seitlichen Wärmeübergang geschlossen werden, der auch für die Deckschicht, Schicht 1, zugrundegelegt wurde:

$$\alpha_{\text{Seite}} = 0,1057 \text{ W/cm}^2 \text{ K} .$$

Die Ursachen der unterschiedlichen α 's gehen aus Abb.4 hervor, einer Draufsicht des Stahlblocks. Der vordere Wasserspalt (vorn) ist frei, Kühlwasserstrom unbehindert, α groß. Hinten behindert eine Platte ("Sondenigel") die Strömung. Die seitlichen Strömungen sind noch stärker eingeschränkt durch Blechteile, die die Thermoelemente umgreifen.

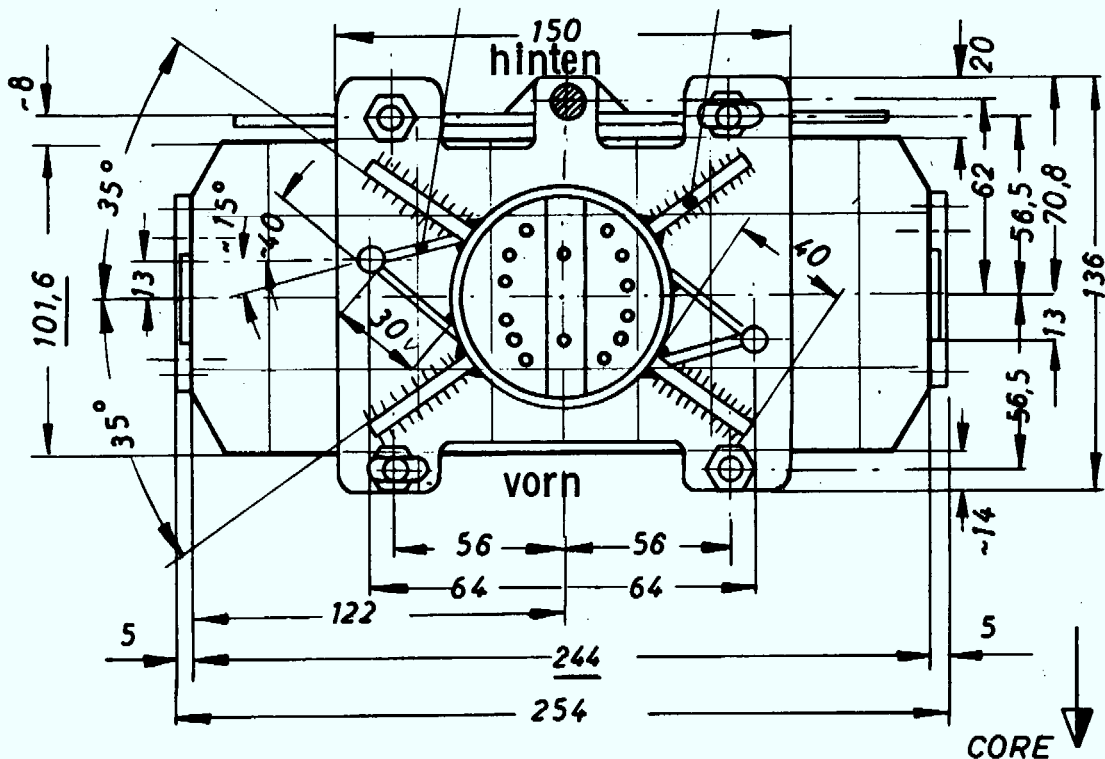


Abb. 4 Draufsicht auf die Stahlblock - Anordnung

Mit den angegebenen Konstanten gelang eine in der Tendenz adäquate Nachbildung des gemessenen Temperaturfelds, das noch in vertikaler Erstreckung in der Anpassung verfeinert wurde durch die Konstanten

$$m = 1,17$$

$$n = 0,0183 \text{ cm}^{-1}.$$

Die Wärmequellenverteilung im Block folgt also der Funktion

$$q = 1,2 \cdot e^{-0,25 \cdot x} (1,17 - 0,0183 z). \quad (2.4.10)$$

2.4.H. Gesamtwärmeproduktion

Die in einem Block erzeugte Gesamtleistung ist nun durch das Integral berechenbar

$$q_{\text{ges}} = \int_0^{x_m} \int_0^{y_m} \int_0^{z_m} q_0 e^{-kx} (m - n z) dz dy dx, \quad (2.4.11)$$

x_m, y_m, z_m sind die Maximalerstreckungen in der jeweiligen Richtung.

Die Lösung lautet

$$q_{\text{ges}} = \frac{q_0 y_m}{k} (1 - e^{-k x_m}) \left(m z_m - \frac{n z_m^2}{2} \right) \quad (2.4.12)$$

Mit $x_m = 10,16 \text{ cm}$, $y_m = 24,4 \text{ cm}$ und $z_m = 25,4 \text{ cm}$ ergibt sich

$$q_{\text{ges}} = 2570 \text{ W} .$$

Bei einer Stahlmasse von 50 kg beträgt die mittlere spezifizierte Wärmeleitung $0,051 \text{ W/g}$.

2.4.I. Das Temperaturfeld

Mit den gewonnenen Konstanten kann nun das Temperaturfeld für die 605 Knotenpunkte gerechnet werden.

Die Ergebnisse sind für die 11 Schichten in den Abb.5 und 6 dargestellt. Die in den (mit den Temperaturmeßebenen 1 bis 4, s. Abb.11, zusammenfallenden) Schichten 6, 8, 9 und 10 gemessenen Temperaturen sind zum Vergleich mit dem Nullenzirkel eingetragen. Die Temperaturen stellen Übertemperaturen über der mittleren Wassertemperatur von $35,6^\circ\text{C}$ dar.

Tab.6 (s. Anhang II) zeigt die gleichen Ergebnisse in digitaler Form (Übertemperaturen in K). Die unterste Zahlenreihe jeder Schicht gibt die Temperaturen auf der vorderen Oberfläche, bei $x = 0$, an. Dort, wo an den Knotenpunkten Temperaturmeßwerte existieren, sind diese dahinter geschrieben und unterstrichen worden. Die Abweichungen der gemessenen Temperaturen bleiben gering.

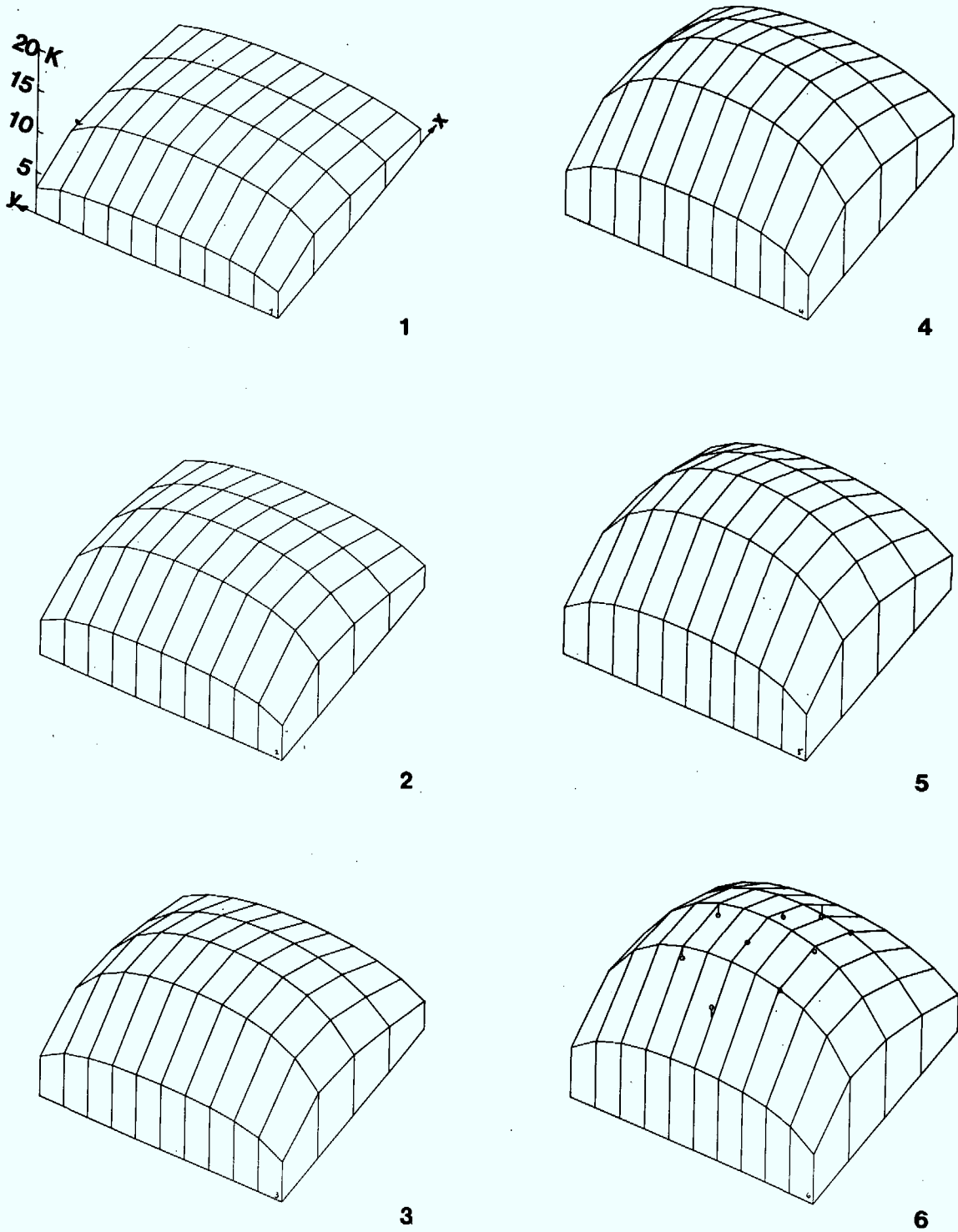


Abb. 5 Temperaturgebiete über den x-y-Ebenen der Schichten 1 bis 6 nach Abb. 1

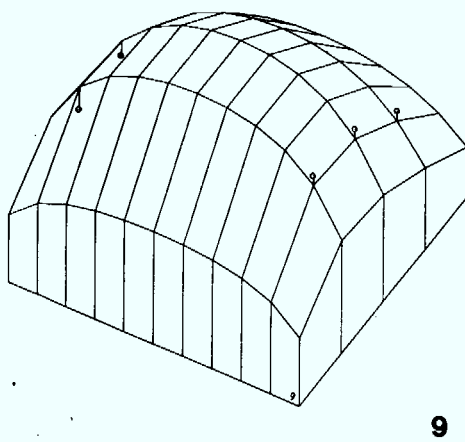
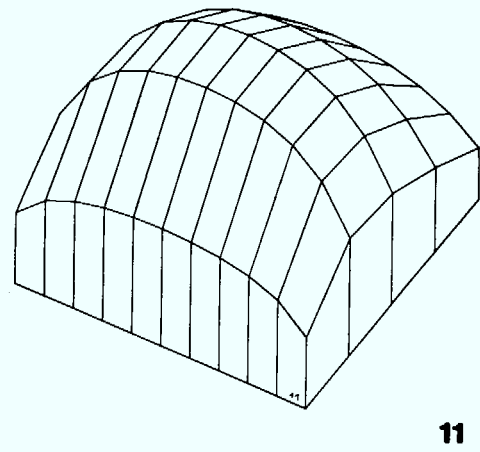
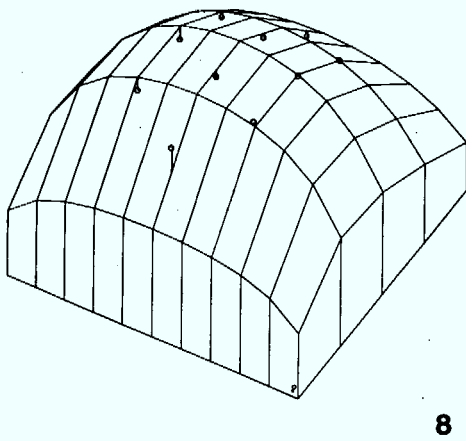
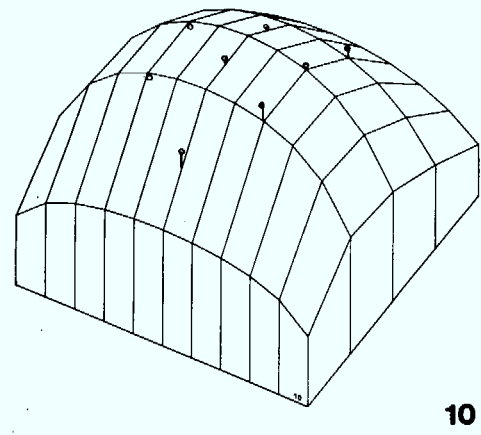
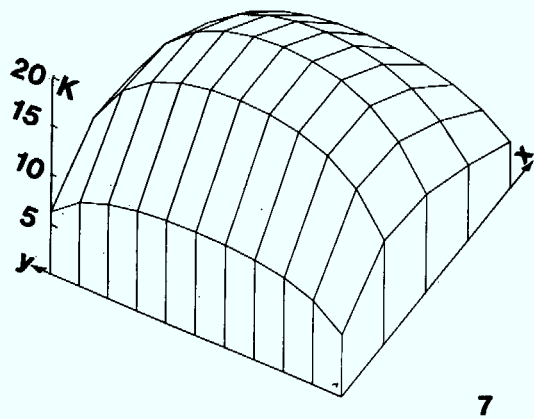


Abb. 6 Temperaturgebirge über den x-y-Ebenen der Schichten 7 bis 11 nach Abb. 1

2.4.J. Verwirklichung gewünschter Temperaturfelder in zukünftigen Bestrahlungseinrichtungen

Das entwickelte leistungsfähige Rechensystem kann nun in umgekehrter Weise benutzt werden, um an bestimmten Stellen eines Stahlblocks gewünschte Temperaturen verwirklichen zu helfen.

Um die Stahltemperaturen gegenüber der Kühlwassertemperatur des Reaktors anzuheben, muß der Block mit einem wasserdichten Kasten umgeben werden. In diesen Kasten werden zwei Blöcke derart hineingesetzt, daß zwischen Kastenwand und Block definierte, gasgefüllte Spalte bleiben.

Die Weite dieser Spalte W und die Wärmeleitfähigkeit des Gases λ bestimmen nun die Randbedingungen des Blocks und entsprechen unseren bisherigen Wärmeübergangskoeffizienten α :

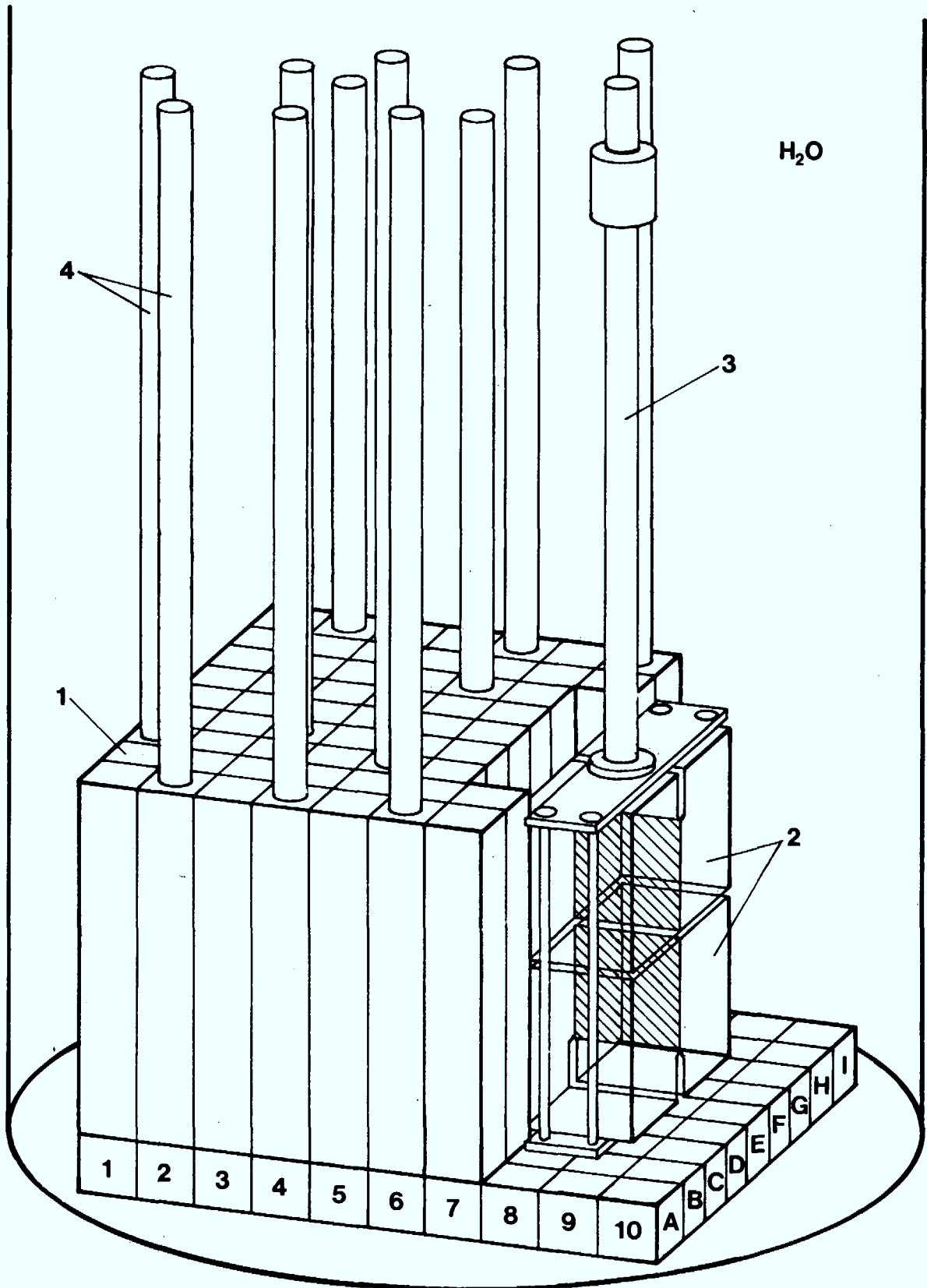
$$\frac{\lambda}{W} = \alpha .$$

Die Aufgabe besteht nun darin, die Spaltweiten bei einem vorgeählten Füllgas so lange derart iterativ zu ändern, bis die gerechneten Stahlblocktemperaturen mit den vorgegebenen übereinstimmen.

3. Experimentelle Durchführung

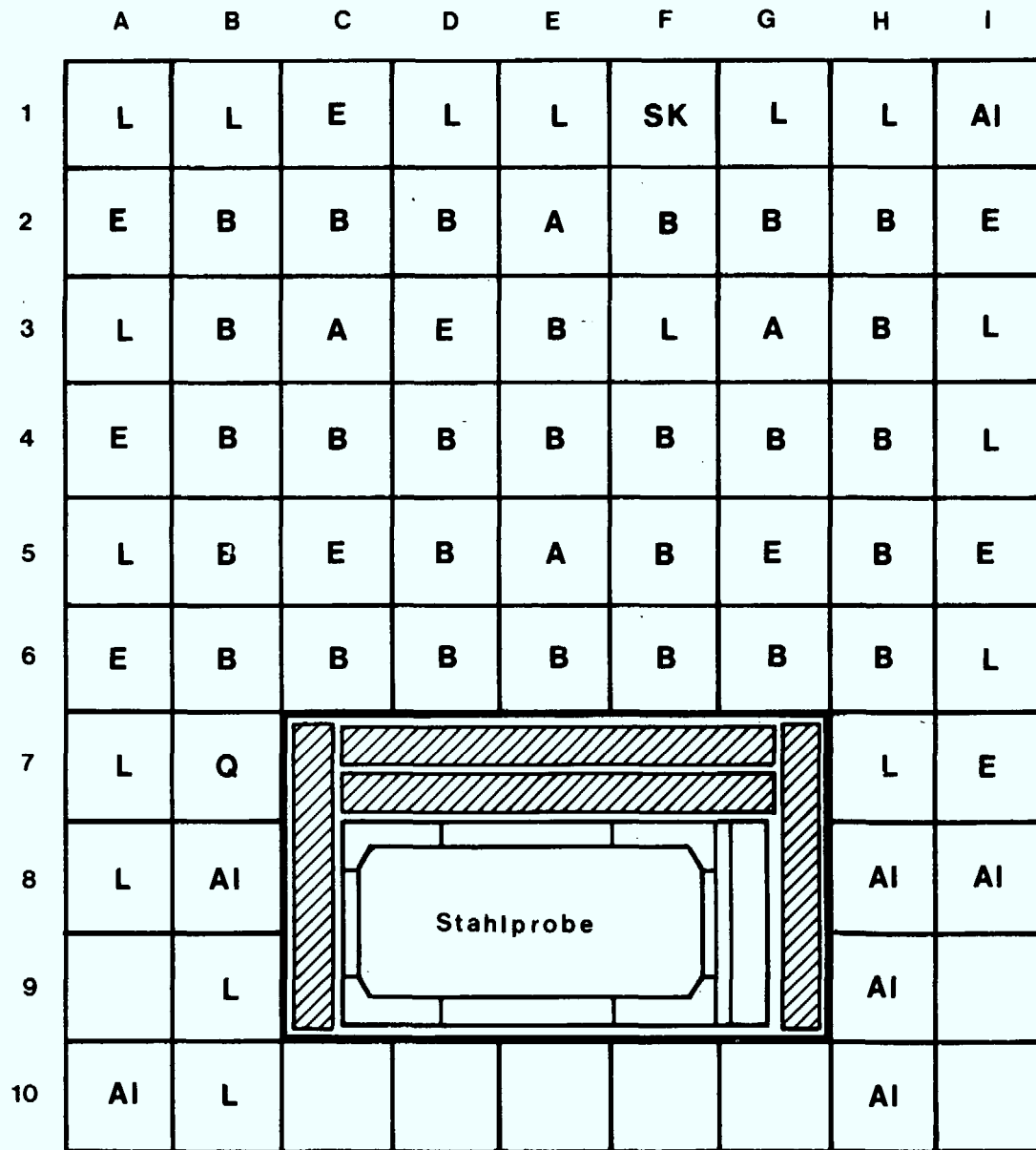
3.1. Anordnung und Bestrahlungsdaten

Die Positionierung des Experiments im FRJ-1 zeigt die Abb.7. Es werden zwei übereinander angeordnete 4"-CT-Stahlproben mit den Abmessungen 244 x 254 x 101,6 mm gleichzeitig bestrahlt. Die Proben haben die für Zugproben übliche Form mit einer Einkerbung, deren Verlängerung über den Kerbrand hinaus ins Material Rißebeine genannt wird. Die Breitseite der Proben ist dem Reaktorkern zugeordnet, so daß die Rißebeine senkrecht zum Kern verläuft. Die Oberkante des unteren Blocks befindet sich ca. 5 cm unterhalb der Kernmittelebeine. Die beiden Blöcke sind an einem Führungsrohr befestigt, in dem die Thermoelementleitungen untergebracht sind.



- 1 CORE
- 2 Stahl-Grossproben
- 3 Führungrohr
- 4 Vertikal-Experimente

Abb. 7 Anordnung des Experiments im Reaktor FRJ - 1



A – Absorber
 B – Brennelement
 E – Experiment
 L – Leerelement
 Q – Quelle
 Al – Alu – Element
 Sk – Spaltkammer
 Pb – Abschirmung

M 1:5

Abb. 8 Horizontal - Positionierung des Experiments
am Reaktorkernrand

Der Versuchseinsatz befindet sich in einer Kastenkonstruktion mit Strömungsblechen und Bohrungen, die eine ausreichende Kühlung des Versuchseinsatzes und der angrenzenden Brennelemente sicherstellt. In diesen "Strömungskasten" kann zwischen äußerem und innerem Kasten eine Bleiabschirmung zur Schwächung der Gammastrahlung und damit der Aufheizung der Probe eingesetzt werden. Sie ist zum Core hin 4,6 cm dick, nach den Seiten 2,3 cm.

Die Anordnung der Stahlproben am Kernrand und der Aufbau des Kerns ist aus Abb.8 zu ersehen. Eine eingehendere Beschreibung der Versuchsanordnung liegt im Bericht /10/ vor.

Für die Bestrahlungen galten folgende Reaktordaten:

Reaktorleistung ungefähr 4,7 MW

Vorlauftemperatur bei den angegebenen Meßwerten ca. 33 °C

Rücklauftemperatur ca. 37 °C

Bestrahlungszeiten jeweils 12 h für die Flußprofil-
messungen

24 h für die Neutronenspektrums-
ermittlung.

Auf die Reaktivität des Reaktors hatte der Einbau der Anordnung keinen merklichen Einfluß.

Die Temperatur- und Flußprofile sowie die Gamma-Dosisleistung in den Stahlproben wurden jeweils mit und ohne Bleiabschirmung gemessen.

Da die übereinander angeordneten Stahlproben annähernd symmetrisch zur Kernmittelebene positioniert sind, ist es, um ein dichtes Informationsnetz zu erhalten, zweckmäßig, den oberen Block im wesentlichen mit Thermoelementen und den unteren vorwiegend mit Neutronenflußdetektoren zu bestücken.

3.2. Neutronenflußmessungen

Die Messung des Verlaufs der schnellen Neutronenflußdichte in der Probe erfolgt mit Ni-Drähten, die epithermische Flußdichte wird mit Co-Drähten bestimmt (s. Tab.1).

Die Stahlproben sind zur Bestimmung der Flußprofile in den in Abb.9 eingezeichneten Ebenen im Zoll-Abstand mit Bohrungen

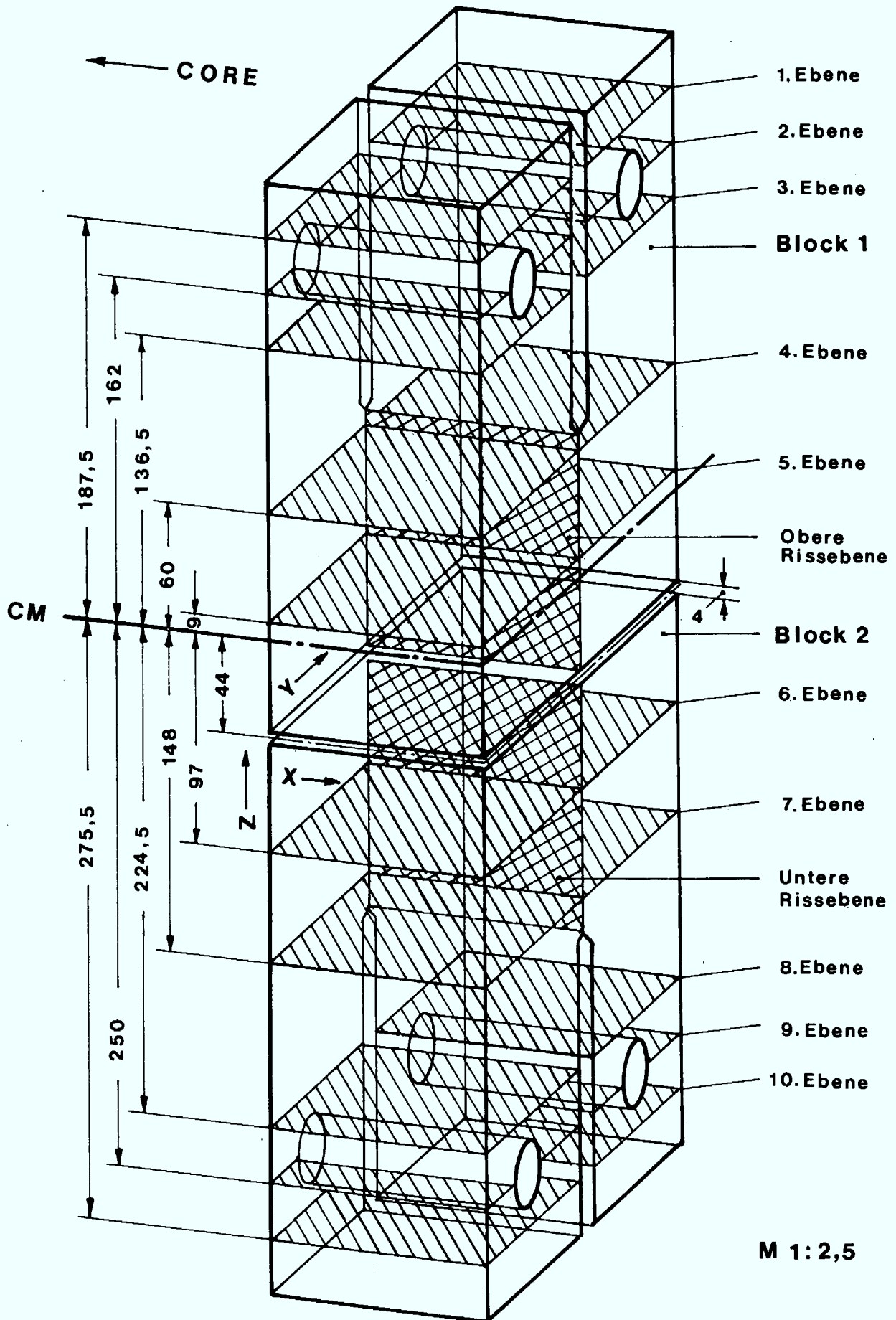


Abb. 9 Ebenen zur Messung der Flußdichte schneller Neutronen

versehen, in die Stahlröhrchen eingeführt sind. Die Röhrchen (Innendurchmesser 4 mm) enthalten numerierte verschraubte Graphitkapseln mit den Nickeldrähten.

Zur Bestimmung des epithermischen Flusses werden Co-Drähte verwendet, die sich in mit Gadoliniumfolie ausgeschlagenen Zirkaloykapseln befinden. Die Stahlröhrchen in der Rißebene enthalten je 7 Detektoren, die übrigen je 5 Detektoren mit Abstandsstücken aus Stahl dazwischen. Die Röhrchen des oberen und unteren Blocks sind jeweils an einer am Block anliegenden Aluminiumplatte befestigt. Für die beiden Bestrahlungen mit und ohne Bleiabschirmung können die Platten mit insgesamt 180 Sonden ausgetauscht, d.h. durch neue ersetzt werden.

Nach einer Bestrahlungszeit von jeweils 12 Stunden wird die Aktivität der Sonden in einem automatisierten NaJ-Dreifach-Meßplatz relativ zu Aktivitätsstandards gemessen.

3.3. Ermittlung des Neutronenspektrums

Zur Bestimmung des Neutronenspektrums im Stahlblock mit Bleiabschirmung wurde ein Aktivierungssondenpaket in die Mitte des Kerbgrunds der unteren Probe eingesetzt. Die einzelnen Sonden des mit Gadolinium umhüllten Pakets sind in Tab.2 aufgeführt. Dort bedeuten:

E_{eff} effektive Schwellenenergie im Spaltspektrum

E_{R1} Energie der ersten Resonanz

Nach einer Bestrahlungszeit von 24 Stunden wurden die Sondenaktivitäten mit einem kalibrierten Ge(Li)-Detektor gemessen. Unter Benutzung der daraus abgeleiteten Aktivierungsraten pro Absorberkern wurde das Neutronenspektrum mit dem in Abschnitt 2.2 genannten Spektralcode SAND-MX2 bestimmt.

Tab.2 Zur Ermittlung des Neutronenspektrums im Paket bestrahlte Aktivierungssonden
Die Sonden einzeln in Keramikröhrchen verpackt, das Paket in Gd-Folie eingehüllt

Kurz- bezeich- nung	Detektor Material-Reinheit Maße	Meß- reaktion	Masse des Gramm- atoms g	Isotopen- häufigkeit %	Neutronen- energie- bereich	Meßnuklid Halbwerts- zeit η Spaltaus- beute
Np	NpO ₂ i. Vanadium- Kapsel 99,99 % 1,25 ϕ x8 mm	²³⁷ Np (n,f)	237,0482		E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 0,7 MeV	⁹⁵ Zr η = 6,05 % 63,98 d
"	"	"	"		"	¹⁰³ Ru η = 5,75 % 39,35 d
In	In-Draht 99,97 % 0,4 ϕ x10 mm	¹¹⁵ In (n,n')	114,82	95,72	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 1,4 MeV	^{115m} In 4,5 h
⁴⁷ Ti	Ti-Draht 99,557 % 0,3 ϕ x10 mm	⁴⁷ Ti (n,p)	47,9	7,5	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 2,2 MeV	⁴⁷ Sc 3,35 d
Ni	Ni-Draht 99,97 % 0,5 ϕ x10 mm	⁵⁸ Ni (n,p)	58,71	67,88	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 2,8 MeV	⁵⁸ Co 70,78 d
Fe	Fe-Draht 99,999 % 1,0 ϕ x10 mm	⁵⁴ Fe (n,p)	55,847	5,82	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 3,3 MeV	⁵⁴ Mn 312,5 d
⁴⁶ Ti	Ti-Draht 99,557 % 0,3 ϕ x10 mm	⁴⁶ Ti (n,p)	47,9	7,93	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 3,8 MeV	⁴⁶ Sc 84 d

Tab.2 Fortsetzung

Kurz- bezeich- nung	Detektor Material-Reinheit Maße	Meß- reaktion	Masse des Gramm- atoms g	Isotopen- häufigkeit %	Neutronen- energie- bereich	Meßnuklid Halbwerts- zeit η Spaltaus- beute
Al	Al-Draht 99,999 % 0,5 Øx10 mm	²⁷ Al (n,α)	26,9815	100	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 7,1 MeV	²⁴ Na 15,030 h
⁴⁸ Ti	Ti-Draht 99,557 % 0,3 Øx10 mm	⁴⁸ Ti (n,p)	47,9	73,7	E > 0,1 MeV E _{eff} ~ 7,6 MeV	⁴⁸ Sc 44,1 h
Au	Au-Draht 99,999 % 0,5 Øx10 mm	¹⁹⁷ Au (n,γ)	196,967	100	E _g < E < 0,1 MeV E _{R1} ~ 5 eV	¹⁹⁸ Au 2,6946 d
Co	Co-Draht 99,9975 % 0,1 Øx10 mm	⁵⁹ Co (n,γ)	58,9332	100	E _g < E < 0,1 MeV E _{R1} ~ 130 eV	⁶⁰ Co 5,272 a
Cu	Cu-Draht 99,999 % 0,5 Øx10 mm	⁶³ Cu (n,γ)	63,54	69,09	E _g < E < 0,1 MeV E _{R1} ~ 580 eV	⁶⁴ Cu 12,71 h
Sc	Sc-Draht 99,5 % 1,0 Øx10 mm	⁴⁵ Sc (n,γ)	44,956	100	E _g < E < 0,1 MeV E _{R1} ~ 3600 eV	⁴⁶ Sc 84 d

3.4. Bestimmung der Gamma-Dosisleistung

In der oberen Blockprobe sind zwei Ionisationskammern vom Typ MGK 61 (Hersteller KWU) etwa in Core-Mittelebene eingesetzt. Dieser Kammertyp wurde speziell zur Gamma-Dosisleistungsmessung im Kern von Leichtwasserreaktoren entwickelt und für den Betrieb im Reaktorwasser ausgelegt. Die Abb.10 zeigt die Positionierung der Kammer im Block in der Aufsicht. Die Kammerströme werden mit einem Pico-Ampèremeter und einem Schreiber registriert.

Die Sekundärkalibrierung der Kammern ergab folgende Empfindlichkeitswerte:

Kammer I : $1,56 \cdot 10^{-13} \text{ A/R/h,}$
Kammer II : $1,55 \cdot 10^{-13} \text{ A/R/h .}$

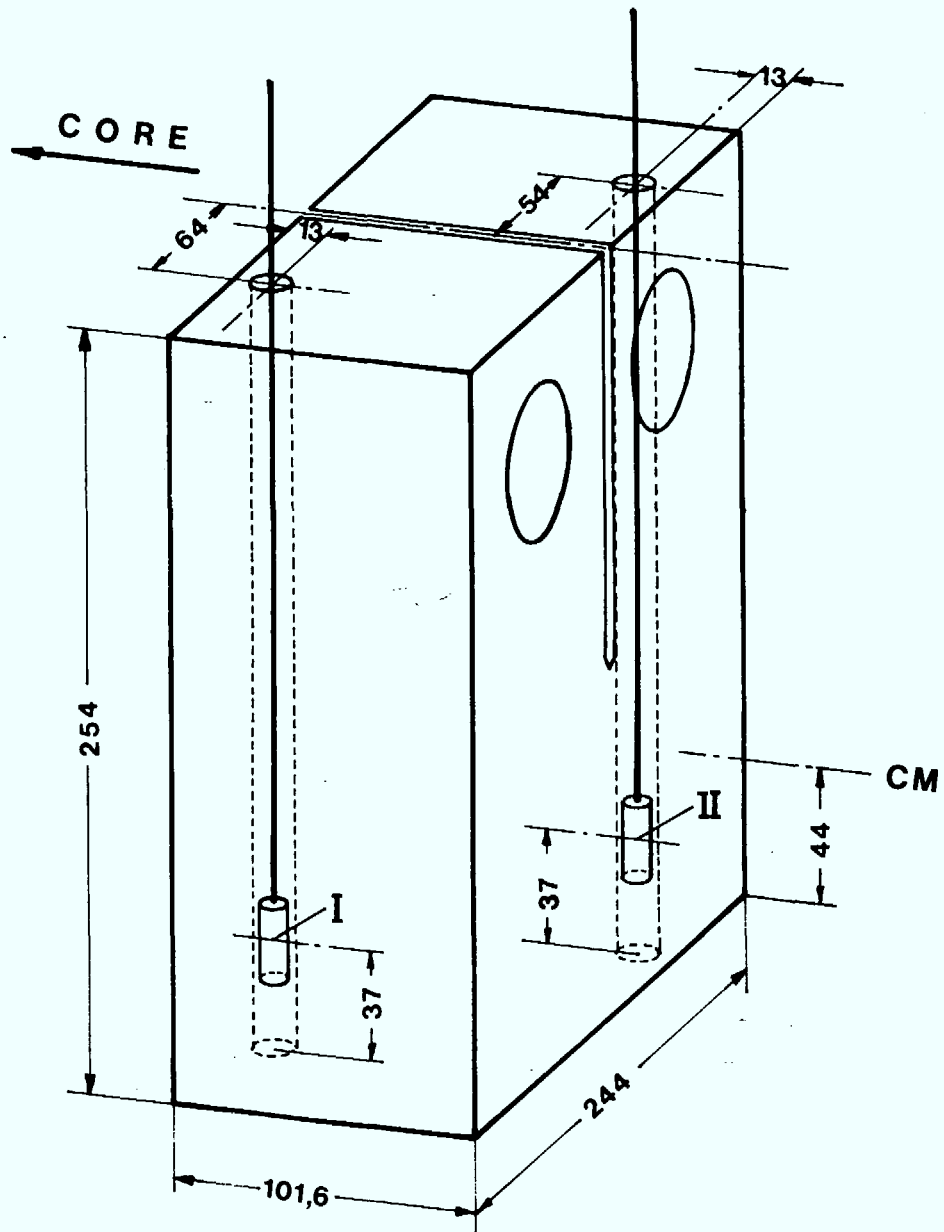


Abb. 10 Anordnung der γ - Ionisationskammern
im (oberen) Stahlblock

3.5 Temperaturmessung

Zur Messung der Temperaturfelder im Stahl waren im oberen Probenkörper 36 mit Edelstahlhülsen verlötete NiCr-Ni-Thermoelemente ($\varnothing = 1,6 \text{ mm}$) und im unteren 8 Thermoelemente in den auf Abb.11 zu ersehenden Ebenen eingesetzt. Sie wurden innerhalb des Probenführungsrohres durch das Reaktorwasser bis zur Reaktortophöhe nach oben geführt und dort an Ausgleichsleitungen angeschlossen. Die Messung der Thermospannungen relativ zu einem Eisbad als Vergleichsstelle wurde über Meßstellenwähler durch ein Digitalvoltmeter mit Drucker vorgenommen.

Zusätzlich waren 6 Thermoelemente an einen 6-fach-Schreiber angeschlossen, der die Thermospannungen während der Bestrahlungszeit aufzeichnete.

4. Ergebnisse

4.1. Neutronenflußdichten

Das Ergebnis der in Abschn.3.2 beschriebenen Messung der Flußdichteverteilungen der schnellen Neutronen in den Rißebenen der Stahlblöcke mit und ohne Bleiabschirmung ist in Abb.12 dargestellt.

Das Maximum der Flußdichte in der Rißebene liegt bei der Bestrahlung ohne Bleiabschirmung bei ca. $1,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, das Minimum auf der dem Kern abgewandten Seite bei ca. $3,4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Bei der Bestrahlung mit Bleiabschirmung befand sich weniger moderierendes Wasser zwischen Core und Probe. Infolgedessen liegen die entsprechenden Flußdichten ca. 16-18 % höher. Das Maximum liegt hier bei ca. $2,2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ und das Minimum bei ca. $4,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, d.h. der Neutronenfluß fällt innerhalb der Probe senkrecht zum Core ungefähr um den Faktor 5 ab.

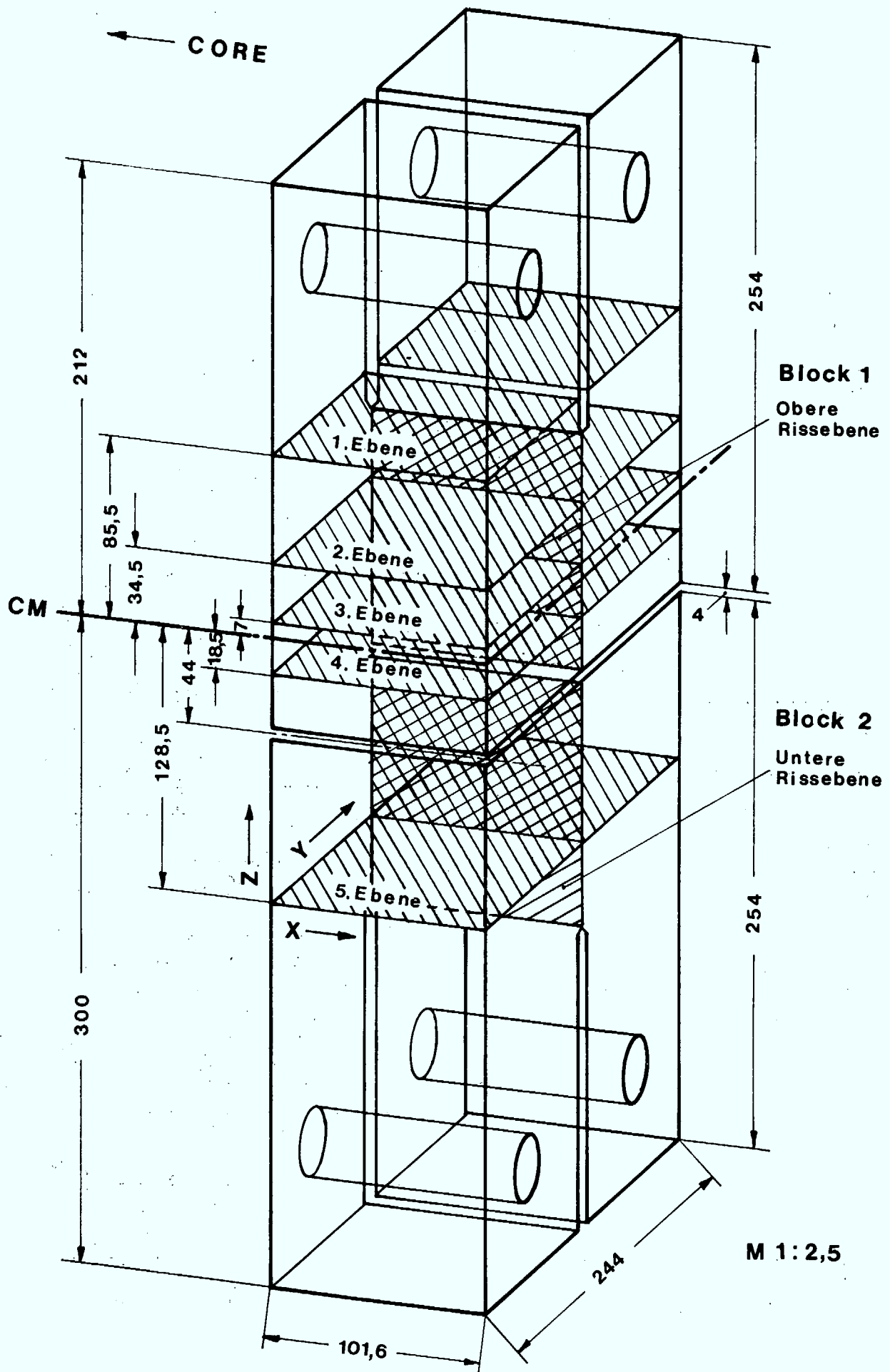


Abb. 11 Ebenen zur Temperaturmessung

Abb. 12 Flußdichteprofil schneller Neutronen in der Rißebene

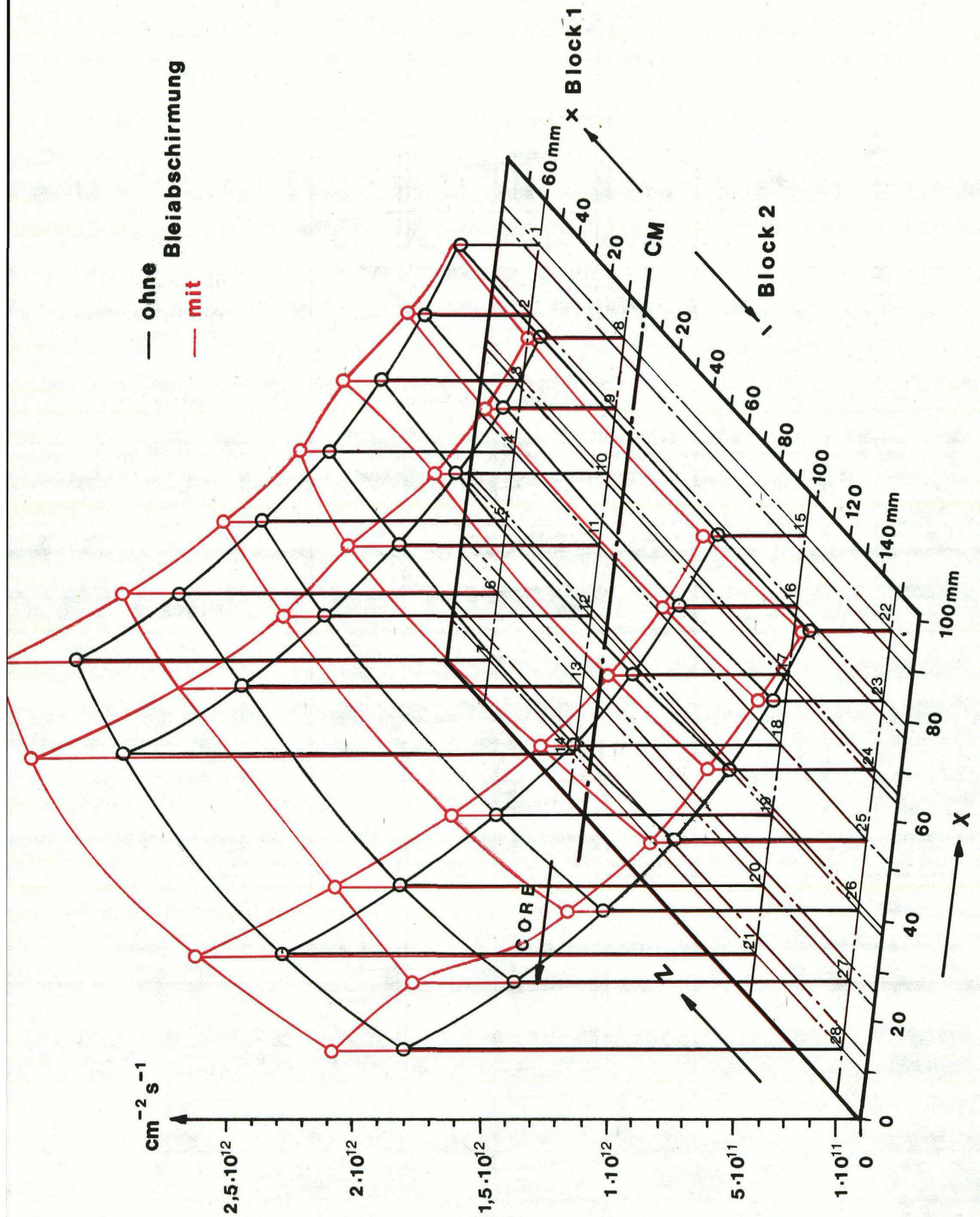
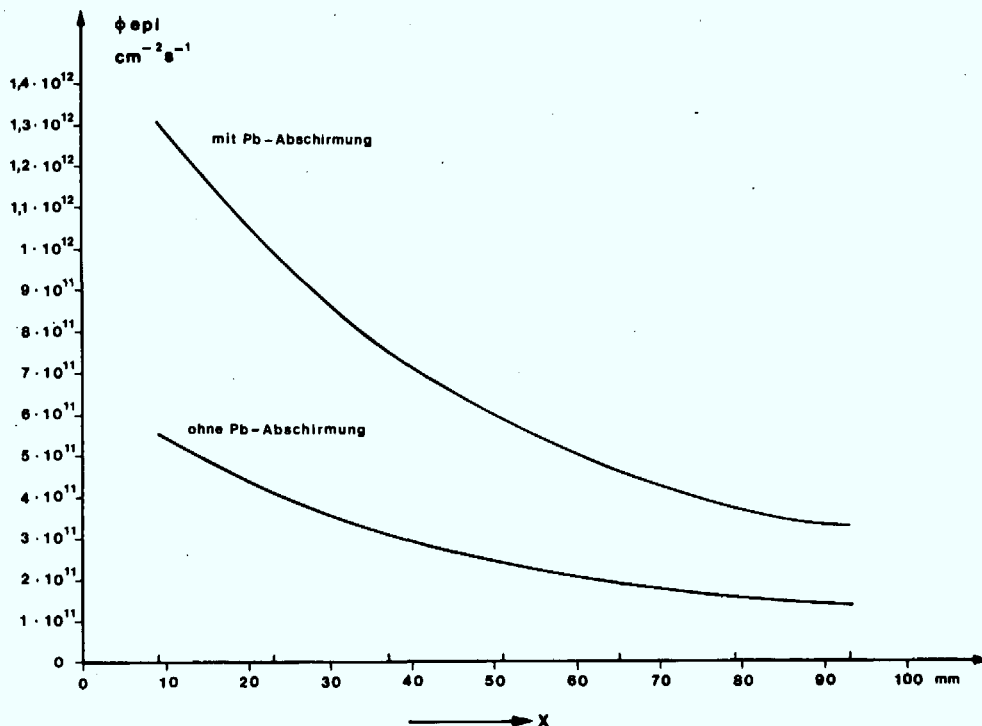


Abb.13 Abfall der epithermischen Neutronenflußdichte
in x-Richtung mitten in Ebene 6 nach Abb.9
ohne und mit Bleiabschirmung



Die Flußdichteprofile der schnellen Neutronen in den Ebenen 1 bis 10 (nach Abb.9) mit und ohne Bleiabschirmung sind aus den Abb.17 bis 26 zu entnehmen. (Anhang III)

Der Abfall der epithermischen Neutronenflußdichte wurde nur in der Mitte der Ebene 6 (nach Abb.9) in x-Richtung gemessen. Die Ergebnisse mit und ohne Bleiabschirmung in Abb.13 zeigen wieder den moderierenden Einfluß des Wassers bei entfernter Abschirmung, der hier zu einem Abfall des epithermischen Flusses führt.

Der absolute Fehler bei der Bestimmung der schnellen und epithermischen Flußdichten ist in Tab.1 Abschn. 2.1 angegeben. Der Fehler für die Detektorposition am Meßort ist daneben vernachlässigbar. Der systematische Fehler infolge Zugrundelegung eines bestimmten(Spalt- bzw. 1/E-)Neutronenspektrums ist in den genannten Fehlerangaben nicht berücksichtigt; hierzu siehe Abschnitt 4.2.

4.2. Ergebnisse der Spektrumermittlung

Der Entfaltung des Neutronenspektrums mit Hilfe des in Abschnitt 2.2 genannten Spektralcodes SAND-MX2 wurde wahlweise der gesamte in Abschnitt 3.3 genannte Satz gemessener Sondenaktivierungen für die Bestimmung des schnellen plus epithermischen Neutronenspektrums und der Satz der Schwellwert-Aktivierungen für die Bestimmung des schnellen Neutronenspektrums zugrunde gelegt.

Für den gesamten Sondenaktivierungs-Satz konnte keine geeignete spektrale Eingangsnäherung in der gegenwärtig zur Verfügung stehenden Bibliothek der Guess-Spektren gefunden werden, für die die Abweichungen zwischen den mit der resultierenden Lösung berechneten Sondenaktivierungen und den entsprechenden gemessenen Sondenaktivierungen tolerierbar klein gewesen wären.

Für den Satz der Schwellwert-Aktivierungen fand sich ein sehr gut geeignetes Guess-Spektrum, das aus einer ECEL-Core-Spektrumberechnung hervorgegangen war und als Guess-Spektrum in der SAND-II-Library enthalten ist. Die gute Eignung wird leicht verständlich durch die Tatsache, daß sowohl bei der ECEL-Anordnung als auch bei unserem Vorversuch im FRJ-1 die Neutronen erhebliche Schichten von Stahl zu durchdringen haben, bis sie zu dem Aufpunkt gelangen, der in dem einen Fall den Ort der Spektrumberechnung, im anderen Fall den Ort der Sondenanbringung darstellt. Andererseits ist es auch klar, daß das ECEL-Spektrum im epithermischen Bereich kein gutes Guess-Spektrum für unsere Spektrumbestimmung sein kann, weil ECEL eine epithermische kritische Anordnung darstellt und sich damit im epithermischen Bereich wesentlich vom FRJ-1 unterscheidet.

Aus dem genannten Grund konnte das Neutronenspektrum für den vorliegenden Versuch nur oberhalb einer Neutronenenergie von 0,1 MeV ermittelt werden. Diese Beschränkung ist jedoch für unsere Zwecke völlig irrelevant, da in der Literatur immer wieder betont wurde (siehe z.B. /11//12//13/), daß zur Stahlversprödung die Neutronen mit Energien unterhalb von 0,1 MeV

nur einen vernachlässigbaren Beitrag geben (gültig für Spektren mit nicht zu starkem thermischem Anteil), während Neutronen im Bereich von 0,1 MeV bis 1 MeV einen erheblichen Schädigungsbeitrag liefern können. Aus diesem Grund konnte darauf verzichtet werden, das epithermische Spektrum zu bestimmen, wofür die rechnerische Ermittlung einer Eingangsnäherung für SAND-MX2 in diesem Energiebereich ein möglicher Weg gewesen wäre.

Tab.3 enthält für die verwendeten Aktivierungsreaktionen die gemessenen Aktivierungen pro Absorberkern, die mit Hilfe des gefundenen Lösungsspektrums nach Formel (2.2.1) gerechneten Aktivierungen und die relativen Abweichungen der letztgenannten von den erstgenannten Größen in Prozent, jeweils bezogen auf die gemessenen Aktivierungen.

Tab.3

Reaktion	gemessene Aktivierung [s ⁻¹]	berechnete Aktivierung [s ⁻¹]	Abweichung im Prozent
Np ²³⁷ (n,f)	4,196 E-12	4,229 E-12	0,8
In ¹¹⁵ (n,n')	4,122 E-13	4,091 E-13	-0,7
Ti ⁴⁷ (n,p)	2,608 E-14	2,647 E-14	1,5
Ni ⁵⁸ (n,p)	1,496 E-13	1,481 E-13	-1,0
Fe ⁵⁴ (n,p)	1,051 E-13	1,015 E-13	-3,4
Ti ⁴⁶ (n,p)	1,311 E-14	1,351 E-14	3,0
Al ²⁷ (n,α)	9,123 E-16	9,689 E-16	6,2
Ti ⁴⁸ (n,p)	3,618 E-16	3,415 E-16	-5,6

Die Standardabweichung σ der gemessenen Aktivierungen beträgt $\pm 4\%$. Es ist vernünftig, ein Signifikanzniveau von 95 % zugrunde zu legen. Der dafür gültige Streubereich hat eine Breite von 2σ . Die in Spalte 4 aufgeführten Abweichungen liegen sämtlich innerhalb dieser Streubreite. Die berechneten Aktivierungen stimmen damit innerhalb der Fehlergrenzen mit den gemessenen Aktivierungen überein.

Die in der SAND-Gruppenstruktur erhaltenen spektralen Neutronenflußdichten sind in Tab.7 (Anhang II) angegeben. Die Symbole im Kopf dieser Tabelle bedeuten:

E	Neutronenenergie in MeV,
PHI	spektrale Neutronenflußdichte bei der Energie E, angegeben in $\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}\text{MeV}^{-1}$, die sich auf die realen Versuchsbedingungen bezieht, also insbesondere für eine Reaktorleistung von 4,7 MW im FRJ-1 gilt,
SIGMA	die sich aus einer Monte Carlo-Fehlerrechnung ergebende relative Standardabweichung der spektralen Neutronenflußdichte bei den verschiedenen Energien, worin die meßtechnischen Fehler der Aktivierungen berücksichtigt sind, und
PHI/FISS	für jede Energie E den Quotienten von spektraler Neutronenflußdichte im ermittelten Spektrum zur spektralen Neutronenflußdichte im Spaltspektrum nach Watt /4/, vgl. Gleichung (2.1.3).

Die Betrachtung dieser Tabelle lehrt, daß die relative Standardabweichung der spektralen Neutronenflußdichten zwischen 0,1 MeV und 10 MeV Neutronenenergie den Betrag von 10 % praktisch nicht überschreitet, und daß lediglich oberhalb von 10 MeV Neutronenenergie größere relative Fehler zu verzeichnen sind, die jedoch wegen der geringen absoluten Höhe der spektralen Neutronenflußdichten in diesem Bereich überhaupt nicht in's Gewicht fallen.

Aus den spektralen Flußdichtewerten der vorstehenden Liste wurden die integralen Flußdichtewerte oberhalb einer definierten Neutronenenergie E, also die Werte des Integrals

$$\mathcal{F}(E) = \int_E^{\infty} \varphi_{E'}(E') dE' \quad , \quad (4.2.1)$$

für verschiedene Werte der unteren Integralgrenze E berechnet. Diese sind in Tab.4 zusammengestellt.

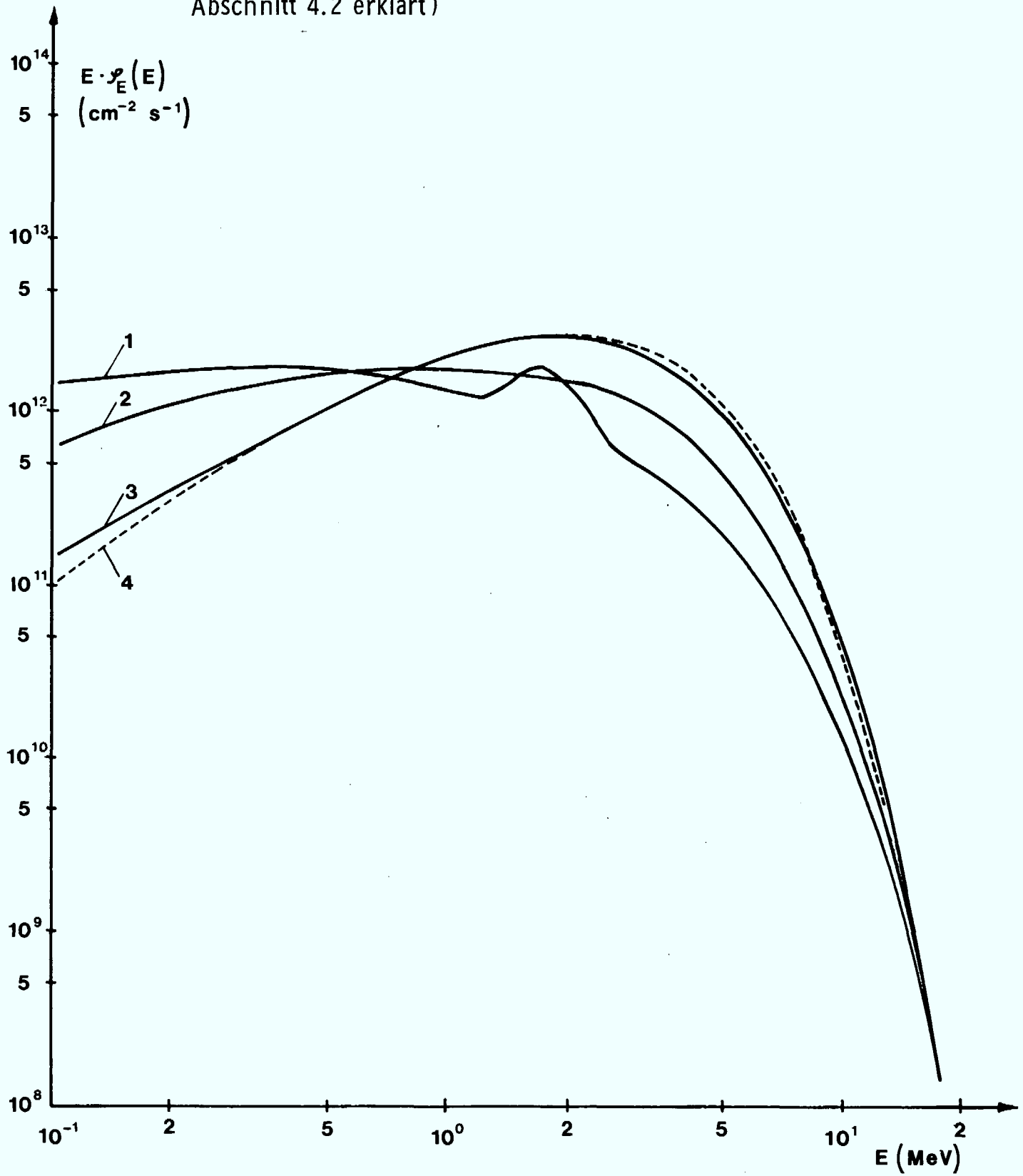
Tab. 4

E [MeV]	INT.FLUSS [cm ⁻² s ⁻¹]	E [MeV]	INT.FLUSS [cm ⁻² s ⁻¹]
1.000 E-01	5.436 E+12	2.000 E+00	6.592 E+11
2.000 E-01	4.483 E+12	3.000 E+00	2.521 E+11
3.000 E-01	3.770 E+12	4.000 E+00	1.265 E+11
4.000 E-01	3.242 E+12	5.000 E+00	6.371 E+10
5.000 E-01	2.831 E+12	6.000 E+00	3.229 E+10
6.000 E-01	2.506 E+12	7.000 E+00	1.666 E+10
7.000 E-01	2.267 E+12	8.000 E+00	8.538 E+09
8.000 E-01	2.027 E+12	9.000 E+00	4.398 E+09
9.000 E-01	1.880 E+12	1.000 E+01	2.279 E+09
1.000 E+00	1.694 E+12	1.100 E+01	1.164 E+09

Daraus entnimmt man zum Beispiel, daß die Neutronenflußdichte oberhalb von 1 MeV Neutronenenergie am Ort des Spektralsondenpakets in unserem Experiment den Betrag $1,694 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ hatte. Andererseits ergab sich $\varphi_{\text{Ni}}^{\text{f}} (E > 1 \text{ MeV}) = 9,16 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ als spaltspektrumäquivalente Neutronenflußdichte gemessen mit Ni im Spektralsondenpaket bei der während des Versuchs herrschenden Reaktorleistung (4,7 MW). Bei der Auswertung - vgl. Abschnitt 2.1 - wurde der in Tab.1 angeführte von der IAEA empfohlene Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{Ni},(f)}^{E > 1 \text{ MeV}} / 14/$ benutzt. Für Neutronenenergien oberhalb 1 MeV erhalten wir also als Verhältnis zwischen wahrer Neutronenflußdichte und äquivalenter Nickelspaltflußdichte den Wert 1,849. Bei Verwendung des Spaltfluß-Konzeptes unterschätzt man also in unserem Fall die Neutronenflußdichte und damit die Neutronenfluenz oberhalb 1 MeV Neutronenenergie um 85 %. Inwieweit diese Aussage für Orte außerhalb der Spektralsonden-Position gilt, hängt davon ab, ob die Ortsabhängigkeit des Neutronenspektrums innerhalb des Stahlblocks vernachlässigt werden kann. An der Oberfläche des Stahlblocks wird man sicherlich etwas andere spektrale Verhältnisse als im Zentrum erwarten müssen.

In Abb.14 ist für Neutronenenergien oberhalb von 0,1 MeV der

Abb. 14 Neutronenspektrum im Stahlblock (1) im Vergleich mit 3 anderen Neutronenspektren (2, 3 und 4, in Abschnitt 4.2 erklärt)



Verlauf des gefundenen Neutronenspektrums zusammen mit verschiedenen anderen Spektren von Interesse eingetragen. Es wurde die Darstellung der spektralen Neutronenflußdichte in Abhängigkeit von der Lethargie oder - anders gesagt - des Produktes der spektralen Neutronenflußdichte mit der Neutronenenergie in Abhängigkeit von der Neutronenenergie gewählt. Im einzelnen handelt es sich um folgende Spektren:

- 1) Das hier ermittelte Spektrum im Stahlblock-Vorversuch,
- 2) ein ebenfalls mit dem Code SAND-MX2 bestimmtes Neutronenspektrum in einem mit Stahlproben beladenen BE9-Rig, welches im Kanal B7 des FRJ-1 bestrahlt worden war (genauer gesagt wurde das Spektrum hier in einer aufgebohrten Kerbschlagprobe gemessen),
- 3) ein abermals mit SAND-MX2 ausgewertetes Neutronenspektrum im experimentalfreien Kanal G7 des FRJ-1 und
- 4) das Spaltspektrum nach Watt /4/.

Sämtliche Spektren wurden auf die gleiche integrale Neutronenflußdichte oberhalb 0,1 MeV normiert, sind also unmittelbar miteinander vergleichbar. Besonders auffallend ist die zunehmende Aufweichung der Spektralverteilungen, wenn man vom Spaltspektrum zum ungestörten Reaktorspektrum, von dort zum Spektrum in den Kerbschlagproben und schließlich zum Spektrum in einem massiven Stahlblock von größeren Abmessungen übergeht. Nur das Spektrum 3) (d.h. im freien Kanal) zeigt einen dem Spaltspektrum ausgesprochen ähnlichen Verlauf. Am größten sind die durch Neutronenstreuung im Stahl bedingten Abweichungen vom Spaltspektrum für das Spektrum im Stahlblock. Dies verdeutlicht noch einmal mehr, daß gerade für die realitätsnahen Verhältnisse großer Stahlmassen nicht auf eine Bestimmung des wahren Neutronenspektrums verzichtet werden kann, und daß die Verwendung spaltflußäquivalenter Expositionsmaße zwar ein bequemes und oft durch mangelnde Kenntnis der Spektralverteilungen diktiertes, jedoch in diesem Fall völlig unzulässiges Vorgehen darstellt.

Auf eine weitere Besonderheit des Spektrums im Stahlblock müs-

sen wir abschließend hinweisen. Es handelt sich um einen Höcker mit Maximum bei 1,8 MeV, der dem Spektrum überlagert ist. Um sicher zu gehen, daß es sich hierbei nicht um einen durch die Auswertung bedingten Effekt handelt, wurde das der ECEL-Anordnung entstammende Guess-Spektrum in dem fraglichen Energiebereich in weiten Grenzen variiert. Unser Resultatsspektrum ist das Ergebnis der vom Programm vorgenommenen Selektion ¹⁾ und Modifikation aus der Vielzahl der dadurch entstandenen Guess-Spektren und zeichnet sich durch eine besonders kleine Abweichung der mit demselben berechneten Aktivierungen von den gemessenen Aktivierungen aus. Zwang man andererseits das Programm, ein Guess-Spektrum zu benutzen, welches in der Gegend des Höckers einen völlig glatten Verlauf aufwies, so ergab sich eine wesentlich schlechtere Reproduzierung der gemessenen Aktivierungen durch die mit dem Lösungsspektrum berechneten Aktivierungen, wobei die Abweichungen in mehreren Fällen die erlaubten Fehlergrenzen um ein Mehrfaches übertrafen. Fehler in den spektralen Wirkungsquerschnitten der verwendeten Aktivierungsreaktionen dürfen ausgeschlossen werden, da dieselben sich in gleicher Weise bei den übrigen in dem Diagramm gezeigten Spektren, die durch SAND-MX2 ermittelt wurden, bemerkbar gemacht hätten. Auch sind die der verwendeten Library /15/ entnommenen Wirkungsquerschnitte eines fehlerhaften Verlaufes nicht verdächtig. Da andererseits kein Grund besteht, an der Konsistenz der gemessenen Aktivierungen zu zweifeln, muß diese Anomalie im Spektralverlauf zwischen etwa 1,4 MeV und 2,6 MeV hingenommen werden, die gleichwohl noch einer Erklärung bedarf.

¹⁾ Das Programm enthält ein Unterprogramm, das es gestattet, aus einer Bibliothek verschiedener Eingabespektren für die eigentliche Rechnung dasjenige herauszusuchen, mit welchem die gegebenen gemessenen Aktivierungen am besten reproduziert werden können.

4.3. Gamma-Dosisleistung

Mit der in Abb.10 (Abschn.3.4) dargestellten Anordnung der Ionisationskammern im oberen Stahlblock wurden die in Tab.5 angegebenen Gamma-Dosisleistungen $\dot{D}$ mit und ohne Bleiabschirmung gemessen. Ihr Fehler wurde in Abschnitt 2.3. auf $\pm 15\%$ abgeschätzt.

Neben den Meßwerten ist die zugehörige Reaktorleistung angegeben.

Tab.5 Gemessene Gamma-Dosisleistungen im oberen Stahlblock

Kammer-Nr.	D R/h ohne Blei- abschirmung	Reaktor- leistung MW	D R/h mit Blei- abschirmung	Reaktor- leistung MW
I	$5,70 \cdot 10^7$	4,7	$2,62 \cdot 10^7$	4,7
II	$2,52 \cdot 10^7$	4,7	$1,50 \cdot 10^7$	4,7

4.4. Temperaturen

Die mit und ohne Bleiabschirmung gemessenen Temperaturprofile sind für die Rißebenen in Abb.15 angegeben.

Bei der Bestrahlung ohne Blei lag das Temperaturmaximum bei ca. 80°C , das Minimum bei ca. 57°C .

Eine durch die Bleiabschirmung bedingte Schwächung der Gamma-Strahlung führt zu dem erwünschten flacheren Temperaturprofil in der Rißebene. Dabei beträgt die höchste gemessene Temperatur ca. 57°C und die niedrigste ca. 50°C .

Die Temperaturprofile in den Ebenen 1 bis 5 (nach Abb.11) sind in den Abb.27 bis 31 (Anhang II) dargestellt. Der Fehler in der Thermoelement-Eichung ist in Abschnitt 2.3. angegeben. Der Fehler für die Thermoelementexposition dürfte ebenfalls gering sein, der Anzeigefehler ist vernachlässigbar. Durch Nullmessungen während der Abschaltphasen wurde das übereinstimmende Funktionieren aller Thermoelemente festgestellt.

4.5. Diskussion

Vergleich der Ergebnisse der Temperaturprofilmessungen im Stahlblock mit und ohne den Block umgebender Bleiabschirmung ergibt, daß die bei solchen Bestrahlungen anzustrebende Flachheit des Temperaturprofils in Rißebene durch Schwächung der Gammastrahlung wesentlich besser erreicht wird (größte Temperaturdifferenz 7 K statt 23 K, vgl. Abschn.4.4). Die Bleiabschirmung bewirkt zwar eine geringe Erhöhung der Flußdichten schneller Neutronen, doch zeigte sich dabei weder für schnelle noch für epithermische Neutronen eine größere Steilheit in den Flußprofilen (Abschn. 4.1, Abb.12 und 13).

Errechnet man die Fluenz schneller Neutronen für eine Reaktorleistung von 10 MW und eine Bestrahlungszeit t_i von zweimal 28 Tagen, wobei die Stahlproben nach 28 Tagen vertikal um 180° gedreht werden, so ergibt sich für die Rißebene an den Blockseiten eine Fluenz von rund $1,3 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2}$, in der Blockmitte von rund $0,95 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2}$ (Abb.16). Diese Werte können nach unserer Erfahrung /7/ bei geänderter Reaktorbeladung mit gleicher Kernkonfiguration für die schnellen Neutronen um rund $\pm 25\%$ und für die epithermischen um rund $\pm 20\%$ schwanken. In diesem Bereich können sich auch die Gammaflußdichten, die die Wärmequellenenergiebigkeit bestimmen, ändern.

Die angegebenen Fluenzwerte erhält man aus Ni-58-Aktivierungsraten, die als spaltspektrumäquivalente Neutronenflußdichten ausgewertet wurden (Abschnitte 2.1, 3.2, 4.1):

$$\phi_{\text{Ni}}^f = \frac{\phi_{\text{Ni}}^f (E > 1 \text{ MeV}) \cdot t_i}{1 + \epsilon(t_i)} \quad (4.5.1)$$

Zu der kleinen zeitabhängigen Korrektur $\epsilon(t_i)$ s./3/. Wir weisen an dieser Stelle auf den Unterschied zwischen ϕ_{Ni}^f und der realen Fluenz ϕ^r hin, die durch Auswertung im realen Neutronenspektrum am Meßort erhalten wird. Aus der Ermittlung des Neutronenspektrums ergab sich (Abschn.4.2):

$$\phi^r \approx 1,85 \phi_{\text{Ni}}^f \quad (4.5.2)$$

im Stahlblockinnern für $E > 1 \text{ MeV}$.

Von Stahlblockmitte zum Rand fortschreitend dürfte das Verhältnis ϕ^r / ϕ_{Ni}^f kleiner werden und näher an Eins heranrücken.

Die Unterschiede im soeben besprochenen Verhältnis ϕ^r / ϕ_{Ni}^f machen die Notwendigkeit der Erfassung des Neutronenspektrums als Voraussetzung für die Vergleichbarkeit von Werkstoff-Schädigungsprüfungen deutlich. Diese ist als Vorbedingung für die objektive Prüfbarkeit auf Einhaltung einer Zuverlässigkeitsbegrenzung für Reaktorwerkstoffe unerlässlich. Unter Berücksichtigung der Energieabhängigkeit der Neutronenschädigungsfunktion in Stahl /1//2/ ergibt sich aus Abschnitt 4.2 ferner, daß die Auswertung der realen Fluenz nicht (wie oben zu Vergleichszwecken geschehen) auf Neutronenenergien $E > 1$ MeV beschränkt werden darf. Vielmehr muß sie nach kleineren Energien E hin ausgedehnt werden - in Reaktorkernnähe bis zu 0,1 MeV hinunter.

Aufgabe des geschaffenen und durch Meßwerte abgesicherten Rechenmodells (s. Abschn.2.4) ist, Konstruktionshinweise für den Bau einer Stahlkapsel mit anderen gewünschten Temperaturfeldern zu geben.

Die gemessenen und berechneten Temperaturfelder zeigen gute Übereinstimmung. Folgende unerhebliche Abweichungen sind festzustellen: Die gemessenen Temperaturen sind leicht unsymmetrisch bezüglich der Mittelflucht, während die gerechneten symmetrisch sind. Das liegt zum Teil an der leicht unsymmetrischen Position des Blocks zur Kernmitte, zum Teil auch an Differenzen in den seitlichen Wärmeübergängen. Im Rechenmodell wurden sie gleich groß angenommen. Bei der Wärmequellenverteilung in x-Richtung ergaben sich für die aus den Temperaturen rückgerechneten Werte deutliche Abweichungen gegenüber den Ionisationskammerwerten (Abb.3). Eine experimentelle Erklärung dafür können wir nicht geben.

Schlußwort

Bei der Planung, Konstruktion und Durchführung des Experiments waren die Zentralabteilung Allgemeine Technologie sowie die Zentralabteilung Forschungsreaktoren maßgeblich beteiligt. Die Heißen Zellen waren für die Entnahme der Aktivierungsdetektoren zuständig. Wir danken allen Mitarbeitern, die es durch ihre Hilfe ermöglicht haben, den Versuch in kurzer Zeit durchzuführen.

Anhang IElementmatrizen zur Lösung der stationären Wärmeleitungsgleichg.

Bei den hier beschriebenen Rechnungen wurde ein quaderförmiges finites Element benutzt. Für ein finites Element gelten sogenannte Element-Gleichungen, die man zu einer Matrixengleichung zusammenfassen kann. In dieser Matrizen-Gleichung kommen die sogenannten Elementmatrizen vor; sie sollen (in diesem Anhang) explizit angegeben werden. Zunächst werden einige theoretische Vorbemerkungen gemacht.

a) Einleitung

Für ein abgeschlossenes Gebiet V mit der Oberfläche F schreiben wir die stationäre Wärmeleitungsgleichung in folgender Form an:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \text{grad div } T = - \frac{q'}{\lambda} \quad (1)$$

$\lambda = \lambda(x, y, z)$ Wärmeleitfähigkeit
 $T = T(x, y, z)$ Temperatur
 $q' = q'(x, y, z)$ Wärmequelleneigenschaft

Es gelten die Randbedingungen:

1. $T = T_R$ auf F_1
2. $\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \dot{q} = 0$ auf F_2 (2)
3. $\lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha(T - T_a) = 0$ auf F_3 ,

$\alpha = \alpha(x, y, z)$ Wärmeübergangskoeffizient.

λ und q' sind bekannte Funktionen in V und auf F ; T_R , $\dot{q}$, α und T_a sind bekannte Funktionen auf F .

Bekanntlich macht jede Lösung $T(x,y,z)$, die (1) und (2) genügt, ein Funktional $J(T)$ zum Extremum; d.h. es gilt $\delta J(T) = 0$.
(/16/, S. 446, 437, 424):

$$\delta J = \iiint_V [\lambda \operatorname{grad} T \cdot \operatorname{grad}(\delta T) - q' \delta T] dV + \iint_{F_2} q \delta T dF + \iint_{F_3} \alpha (T - T_a) \delta T dF = 0, \quad (3)$$

mit $T = T_R$ auf F_1 .

Bevor wir aus (3) die Element-Gleichungen gewinnen, wollen wir $T(x,y,z)$ approximieren.

b) Formfunktionen

Das Gebiet V wurde in N finite Element (Quader) unterteilt (s. Fig. 1). Die Eckpunkte P_i des Quaders haben folgende Koordinaten:

$$\begin{array}{ll} P_1(x_1, y_1, z_2) ; & P_5(x_2, y_1, z_2) ; \\ P_2(x_1, y_1, z_1) ; & P_6(x_2, y_1, z_1) ; \\ P_3(x_1, y_2, z_2) ; & P_7(x_2, y_2, z_2) ; \\ P_4(x_1, y_2, z_1) ; & P_8(x_2, y_2, z_1) . \end{array}$$

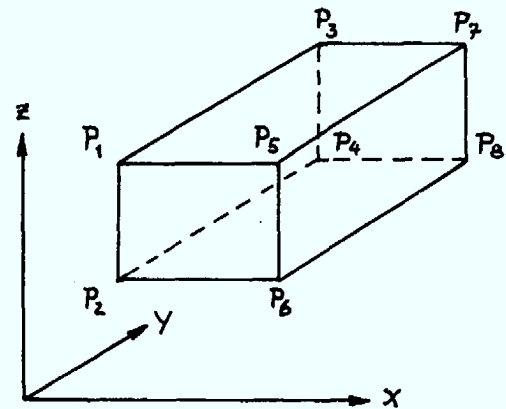


Fig. 1

Wir führen folgende Abkürzungen ein:

$$x_2 - x_1 = h = \Delta x ; \quad y_2 - y_1 = k = \Delta y ; \quad z_2 - z_1 = l = \Delta z ;$$

$$x^* = \frac{x - x_1}{\Delta x} ; \quad y^* = \frac{y - y_1}{\Delta y} ; \quad z^* = \frac{z - z_1}{\Delta z} .$$

Den Punkten P_i ordnen wir folgende Funktionen (Formfunktionen) $p_i(x,y,z)$ zu:

$$\begin{aligned}
p_1(x,y,z) &= (1-x^*) (1-y^*) z^* \\
p_2(x,y,z) &= (1-x^*) (1-y^*) (1-z^*) \\
p_3(x,y,z) &= (1-x^*) y^* z^* \\
p_4(x,y,z) &= (1-x^*) y^* (1-z^*) \\
p_5(x,y,z) &= x^* (1-y^*) z^* \\
p_6(x,y,z) &= x^* (1-y^*) (1-z^*) \\
p_7(x,y,z) &= x^* y^* z^* \\
p_8(x,y,z) &= x^* y^* (1-z^*)
\end{aligned} \tag{4}$$

Die Funktionen $p_i(x,y,z)$ erfüllen folgende Beziehung:

$$p_i(p_j) = \delta_{ij} \tag{5}$$

Die Temperatur T approximieren wir innerhalb eines finiten Elements:

$$T = \sum_{j=1}^8 p_j(x,y,z) t_j = \{p\}^T \{t^e\}, \tag{6}$$

wobei t_j die unbekannte Temperatur im Punkte P_j ist. $\{p\}^T$ ist ein Reihen-, $\{t^e\}$ ein Spaltenvektor. Führt man diese Approximation in jedem finiten Element des gesamten Gebiets V durch, so ist T in V stückweise definiert (17/ S.74 ff, S.133 ff).

c) Element-Gleichungen

Statt (3) schreiben wir jetzt:

$$\begin{aligned} \delta J &= \sum_{K=1}^N \delta J_K = \\ &= \sum_{K=1}^N \left\{ \iiint_{V_K} [\lambda \operatorname{grad} T \operatorname{grad}(\delta T) - q' \delta T] dV + \iint_{F_{K2}} \dot{q} \delta T dF + \right. \\ &\quad \left. + \iint_{F_{K3}} \alpha (T - T_a) \delta T dF \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

mit $T = T_R$ auf F_{K1} ,

wobei V_K das Volumen, F_{K1} , F_{K2} , F_{K3} die entsprechenden Oberflächen des k -ten finiten Elementes sind. Damit (7) aus Gleichung (3) gefolgert werden kann, muß $T(x, y, z)$ gewissen Stetigkeitsbedingungen genügen, die (gemäß /17/, S.124 ff) vom Ansatz (6) erfüllt werden.

Wir untersuchen im folgenden einen einzelnen Summanden der Summe (7) und schreiben statt δJ_K : δJ^e . Es gilt:

$$\delta J^e = \frac{\partial J^e}{\partial t_1} \delta t_1 + \dots + \frac{\partial J^e}{\partial t_8} \delta t_8 = \{\delta t^e\}^T \frac{\partial J^e}{\partial \{t^e\}}, \quad (8)$$

mit

$$\frac{\partial J^e}{\partial \{t^e\}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J^e}{\partial t_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial J^e}{\partial t_8} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Setzt man nun in diesen Summanden von (7) die Approximation (6) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}
 \delta J^e &= \{\delta t^e\}^T \frac{\partial J^e}{\partial \{t^e\}} = \\
 &= \{\delta t^e\}^T \left\{ \iiint_{V^e} \left[\lambda \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial x} \frac{\partial \{p\}}{\partial x}^T + \frac{\partial \{p\}}{\partial y} \frac{\partial \{p\}}{\partial y}^T + \frac{\partial \{p\}}{\partial z} \frac{\partial \{p\}}{\partial z}^T \right) \{t^e\} - q \{p\} \right] dV \right. \\
 &\quad \left. + \iint_{F^e} (\dot{q} - \alpha T_a) \{p\} dF + \iint_{F^e} (\alpha \{p\}^T \{p\}) \{t^e\} dF \right\}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

mit $T = T_R$ auf F_1^e

Die Dirichlet-Randbedingung $T = T_R$ kommt nur für die finiten Elemente in Frage, die am Rande von V liegen. Die Oberflächenintegration über F^e ist über alle 6 Deckflächen des Quaders zu erstrecken. Sind dort keine Randbedingungen vorgeschrieben, so berücksichtigt man das dadurch, daß dort $\dot{q}$ bzw. α Null gesetzt wird. Wie man leicht sieht, gewinnt man aus (10) die Matrixgleichung:

$$\frac{\partial J^e}{\partial \{t^e\}} = [K^e] \{t^e\} + \{F^e\}
 \tag{11a}$$

mit

$$\begin{aligned} [K^e] &= [M_1] + [M_2] + [M_3] + [M_4] , \\ \{F^e\} &= \{F_1\} + \{F_2\} ; \end{aligned} \quad (11b)$$

wobei

$$\begin{aligned} [M_1] &= \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial x} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial x} \right) dV , & [M_2] &= \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial y} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial y} \right) dV , \\ [M_3] &= \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial z} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial z} \right) dV , & [M_4] &= \iint_{F^e} \alpha (\{p\} \{p\}^T) dF , \end{aligned} \quad (12)$$

$$\{F_1\} = -q \iiint_{V^e} \{p\} dV ,$$

$$\{F_2\} = \iint_{F^e} (\dot{q} - \alpha T_a) \{p\} dF .$$

Gl. (11a) ist die Matrixform der Element-Gleichungen, (12) sind die Elementmatrizen; sie sollen im folgenden explizit angegeben werden.

d) Elementmatrizen

Die Elementmatrizen (12) enthalten die unbekannten Temperaturen $t_1, \dots, t_8$ nicht mehr. Man sieht leicht ein, daß die Matrizen $[M_1], \dots, [M_4]$ symmetrisch sind. Gemäß (12) sind Volumenintegrale und Oberflächenintegrale zu berechnen. Demgemäß unterteilen wir diesen Abschnitt 4 in 2 Teile:

d.1) Volumenintegrale

Wir nehmen an, daß die Wärmeleitfähigkeit λ und die Wärmequellen-
ergiebigkeit q' innerhalb eines finiten Elements konstant ist.

Es gilt:

$$N_{11} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} ; \quad N_{12} = \begin{bmatrix} N_{11} & \frac{1}{2}N_{11} \\ \frac{1}{2}N_{11} & N_{11} \end{bmatrix} ; \quad (13.1)$$

$$[M_1] = \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial x} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial x} \right) dV = \frac{\lambda}{9} \frac{kl}{h} \begin{bmatrix} N_{12} & -N_{12} \\ -N_{12} & N_{12} \end{bmatrix} ;$$

$$N_{22} = \begin{bmatrix} N_{11} & -N_{11} \\ -N_{11} & N_{11} \end{bmatrix} ; \quad (13.2)$$

$$[M_2] = \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial y} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial y} \right) dV = \frac{\lambda}{9} \frac{hl}{k} \begin{bmatrix} N_{22} & \frac{1}{2}N_{22} \\ \frac{1}{2}N_{22} & N_{22} \end{bmatrix} ;$$

$$N_{31} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad N_{32} = \begin{bmatrix} N_{31} & \frac{1}{2}N_{31} \\ \frac{1}{2}N_{31} & N_{31} \end{bmatrix};$$

$$[M_3] = \lambda \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial \{p\}}{\partial z} \frac{\partial \{p\}^T}{\partial z} \right) dV = \frac{\lambda}{9} \frac{hk}{l} \begin{bmatrix} N_{32} & \frac{1}{2}N_{32} \\ \frac{1}{2}N_{32} & N_{32} \end{bmatrix} \quad (13.3)$$

$$\{F_1\} = -q' \iiint_{V^e} \{p\} dV = -q' \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{hkl}{8} \quad (13.4)$$

d.2) Oberflächenintegrale

Die 6 Deckflächen des Quaders (s.Fig.1) charakterisieren wir folgendermaßen:

$$\begin{array}{llllllll} F_1: & p_1 p_2 p_5 p_6 & y = y_1 & p_3(x,y,z) = p_4(x,y,z) = p_7(x,y,z) = p_8(x,y,z) = 0 \\ F_2: & p_3 p_4 p_7 p_8 & y = y_2 & p_1 = p_2 = p_5 = p_6 = 0 \\ F_3: & p_2 p_4 p_6 p_8 & z = z_1 & p_1 = p_3 = p_5 = p_7 = 0 \\ F_4: & p_1 p_3 p_5 p_7 & z = z_2 & p_2 = p_4 = p_6 = p_8 = 0 \\ F_5: & p_1 p_2 p_3 p_4 & x = x_1 & p_5 = p_6 = p_7 = p_8 = 0 \\ F_6: & p_5 p_6 p_7 p_8 & x = x_2 & p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0 \end{array} \quad (14)$$

Wegen (5) sind auf jeder Fläche F_i 4 Formfunktionen gleich Null. Die Temperatur T_a des umgebenen Mediums ist eine bekannte Funktion des Ortes. Wir nehmen an, daß die Wärmestromdichte $\dot{q}_i$ sowie der Wärmeübergangskoeffizient α_i auf einer Fläche F_i konstant ist. Für $[M_4]$ und $\{F_2\}$ können wir also schreiben:

$$\begin{aligned}
 [M_4] &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{21} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \iint_{F^e} \alpha \{p\} \{p\}^T dF = \\
 &\sum_{i=1}^6 \iint_{F_i} \alpha_i \{p\} \{p\}^T dF \quad ; \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{F_2\} &= \iint_{F^e} (\dot{q} - \alpha T_a) \{p\} dF = \\
 &\sum_{i=1}^6 \iint_{F_i} (\dot{q} - \alpha T_a)_i \{p\} dF \quad . \quad (16)
 \end{aligned}$$

In (15) liefert die Integration über jede Fläche F_i ($i=1,2,\dots,6$) eine Matrix. Wir geben diese 6 Matrizen nicht einzeln an, sondern gleich ihre Summe. Entsprechendes gilt für die Spaltenvektoren in (16).

$$\{F_2\} = \sum_{i=1}^6 (\dot{q} - \alpha T_a)_i \iint_{F_i} \{p\} dF = \begin{bmatrix} A_1 h l + A_4 h k + A_5 k l \\ A_1 h l + A_3 h k + A_5 k l \\ A_2 h l + A_4 h k + A_5 k l \\ A_2 h l + A_3 h k + A_5 k l \\ A_1 h l + A_4 h k + A_6 k l \\ A_1 h l + A_3 h k + A_6 k l \\ A_2 h l + A_4 h k + A_6 k l \\ A_2 h l + A_3 h k + A_6 k l \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4} \quad (13.5)$$

mit der Abkürzung $A_i = \dot{q}_i - \alpha_i T_a = (\dot{q} - \alpha T_a)_i$,

(13.6):

$$M_{11} = \begin{bmatrix} \alpha_1 hl + \alpha_4 hk + \alpha_5 kl & & & \\ \frac{1}{2} \alpha_1 hl + \frac{1}{2} \alpha_5 kl & \alpha_1 hl + \alpha_3 hk + \alpha_5 kl & & \\ \frac{1}{2} \alpha_4 hk + \frac{1}{2} \alpha_5 kl & \frac{1}{4} \alpha_5 kl & \alpha_2 hl + \alpha_4 hk + \alpha_5 kl & \\ \frac{1}{4} \alpha_5 kl & \frac{1}{2} \alpha_3 hk + \frac{1}{2} \alpha_5 kl & \frac{1}{2} \alpha_2 hl + \frac{1}{2} \alpha_5 kl & \alpha_2 hl + \alpha_3 hk + \alpha_5 kl \end{bmatrix} \quad \text{symm.}$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \alpha_1 hl + \frac{1}{2} \alpha_4 hk & & & \\ \frac{1}{4} \alpha_1 hl & \frac{1}{2} \alpha_1 hl + \frac{1}{2} \alpha_3 hk & & \\ \frac{1}{4} \alpha_4 hk & & \frac{1}{2} \alpha_2 hl + \frac{1}{2} \alpha_4 hk & \\ & \frac{1}{4} \alpha_3 hk & \frac{1}{4} \alpha_2 hl & \frac{1}{2} \alpha_2 hl + \frac{1}{2} \alpha_3 hk \end{bmatrix} \quad \text{symm.}$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} \alpha_1 hl + \alpha_4 hk + \alpha_6 kl & & & \\ \frac{1}{2} \alpha_1 hl + \frac{1}{2} \alpha_6 kl & \alpha_1 hl + \alpha_3 hk + \alpha_6 kl & & \\ \frac{1}{2} \alpha_4 hk + \frac{1}{2} \alpha_6 kl & \frac{1}{4} \alpha_6 kl & \alpha_2 hl + \alpha_4 hk + \alpha_6 kl & \\ \frac{1}{4} \alpha_6 kl & \frac{1}{2} \alpha_3 hk + \frac{1}{2} \alpha_6 kl & \frac{1}{2} \alpha_2 hl + \frac{1}{2} \alpha_6 kl & \alpha_2 hl + \alpha_3 hk + \alpha_6 kl \end{bmatrix} \quad \text{symm.}$$

Durch (13.1), ..., (13.6) sind die Elementmatrizen (12) bestimmt. Setzt man sie in (11b) ein, so gewinnt man die Elementgleichungen (11a).

Literatur zu Anhang I

- / 16/ A.Kneschke
 Differentialgleichungen und Randwertprobleme Bd.III
 Leipzig: B.G.Teubner Verlagsgesellschaft 1962
- / 17/ D.H.Norrie and G. de Vries
 The finite element method, fundamentals and
 applications
 New York (usw.): Academic Press 1973

Anhang II

Seiten

Tabelle 6	Berechnete Übertemperatur in K im(oberen) Stahlblock (mit Blei- abschirmung) über der mittleren Wasser- Umgebungstemperatur Erläuterung: s. Abschnitt 2.4	65 - 67
Tabelle 7	Spektrale Neutronenflußdichten (von 0,1 bis 15 MeV) im Kerb- grund des (unteren) Stahlblocks, ausgewertet in SAND-Gruppen- struktur Erläuterung: s. Abschnitt 4.2	68 - 70

TABELLE 6 OBERTEMPERATUREN IM STAHLBLOCK OBER DER MITTLEREN UMGEBUNGSTEMPERATUR IM WASSER (35.6°C)

1. SCHICHT

1.96	2.76	3.26	3.54	3.68	3.73	3.68	3.54	3.26	2.76	1.96
3.23	4.55	5.34	5.78	6.00	6.06	6.00	5.78	5.34	4.55	3.23
4.41	6.13	7.07	7.57	7.82	7.89	7.82	7.57	7.07	6.13	4.41
5.01	6.78	7.62	8.04	8.25	8.30	8.25	8.04	7.62	6.78	5.01
3.17	4.17	4.59	4.80	4.90	4.93	4.90	4.80	4.59	4.17	3.17

2. SCHICHT

2.83	4.01	4.74	5.17	5.38	5.45	5.38	5.17	4.74	4.01	2.83
4.66	6.58	7.75	8.41	8.74	8.84	8.74	8.41	7.75	6.58	4.66
6.28	8.77	10.16	10.91	11.27	11.38	11.27	10.91	10.16	8.77	6.28
6.95	9.48	10.72	11.35	11.66	11.74	11.66	11.35	10.72	9.48	6.95
4.28	5.70	6.32	6.63	6.78	6.82	6.78	6.63	6.32	5.70	4.28

3. SCHICHT

3.44	4.89	5.81	6.34	6.62	6.71	6.62	6.34	5.81	4.89	3.44
5.63	7.99	9.45	10.28	10.70	10.83	10.70	10.28	9.45	7.99	5.63
7.49	10.50	12.23	13.17	13.64	13.78	13.64	13.17	12.23	10.50	7.49
8.11	11.12	12.65	13.45	13.83	13.95	13.83	13.45	12.65	11.12	8.11
4.91	6.58	7.35	7.74	7.92	7.98	7.92	7.74	7.35	6.58	4.91

4. SCHICHT

3.88	5.53	6.59	7.22	7.54	7.64	7.54	7.22	6.59	5.53	3.88
6.34	9.01	10.66	11.65	12.15	12.30	12.15	11.65	10.66	9.01	6.34
8.35	11.74	13.71	14.80	15.35	15.51	15.35	14.80	13.71	11.74	8.35
8.94	12.29	14.04	14.95	15.40	15.54	15.40	14.95	14.04	12.29	8.94
5.37	7.22	8.09	8.54	8.76	8.83	8.76	8.54	8.09	7.22	5.37

TABELLE 6 OBERTEMPERATUREN IM STAHLBLOCK OBER DER MITTLEREN UMGEBUNGSTEMPERATUR IM WASSER (35.6°C)

5.SCHICHT

4.23	6.03	7.20	7.89	8.25	8.36	8.25	7.89	7.20	6.03	4.23
6.90	9.81	11.64	12.72	13.27	13.44	13.27	12.72	11.64	9.81	6.90
9.04	12.71	14.87	16.08	16.69	16.87	16.69	16.08	14.87	12.71	9.04
9.61	13.24	15.14	16.16	16.65	16.80	16.65	16.16	15.14	13.24	9.61
5.76	7.75	8.70	9.20	9.44	9.51	9.44	9.20	8.70	7.75	5.76

6.SCHICHT

4.52	6.45	7.70	8.44	8.83	8.95	8.83	8.44	7.70	6.45	4.52
7.36	10.47	12.44	13.59	14.19	14.37	14.19	13.59	12.44	10.47	7.36
9.62	13.54	15.85	<u>17.15</u>	<u>17.81</u>	18.01	17.81	<u>17.15</u>	15.85	13.54	9.62
10.20	14.06	16.10	<u>17.19</u>	<u>17.72</u>	17.89	17.72	<u>17.19</u>	16.10	14.06	10.20
6.10	8.21	9.23	9.77	10.03	10.11	10.03	9.77	9.23	8.21	6.10

7.SCHICHT

4.76	6.80	8.12	8.92	9.33	9.46	9.33	8.92	8.12	6.80	4.76
7.76	11.04	13.12	14.35	14.98	15.17	14.98	14.35	13.12	11.04	7.76
10.13	14.27	16.71	18.09	18.78	18.99	18.78	18.09	16.71	14.27	10.13
10.74	14.80	16.95	18.11	18.68	18.85	18.68	18.11	16.95	14.80	10.74
6.42	8.64	9.72	10.28	10.56	10.64	10.56	10.28	9.72	8.64	6.42

8.SCHICHT

4.98	7.11	8.49	9.32	9.75	9.88	9.75	9.32	8.49	7.11	4.98
8.11	11.54	13.72	15.00	15.66	15.86	15.66	15.00	13.72	11.54	8.11
10.59	14.92	17.47	<u>18.91</u>	<u>19.64</u>	19.86	19.64	<u>18.91</u>	17.47	14.92	10.59
11.23	15.48	17.73	<u>18.93</u>	<u>19.53</u>	19.71	19.53	<u>18.93</u>	17.73	15.48	11.23
6.71	9.04	10.16	10.76	11.05	11.13	11.05	10.76	10.16	9.04	6.71

JOLICH ZAM

TABELLE 6 OBERTEMPERATUREN IM STAHLBLOCK OBER DER MITTLEREN UMGEBUNGSTEMPERATUR IM WASSER (35.6 °C)

9. SCHICHT

5.16	7.36	8.79	9.65	10.09	10.23	10.09	9.65	8.79	7.36	5.16
8.40	11.96	11.61	15.53	16.21	16.42	16.21	15.53	14.21	11.96	8.40
10.99	15.47	18.12	19.60	20.35	20.58	20.35	19.60	18.12	15.47	10.99
11.67	16.08	18.41	19.65	20.27	20.46	20.27	19.65	18.41	16.08	11.67
6.98	9.40	10.56	11.18	11.47	11.56	11.47	11.18	10.56	9.40	6.98

10. SCHICHT

5.29	7.54	9.00	9.88	10.33	10.47	10.33	9.88	9.00	7.54	5.29
8.62	12.26	14.56	15.91	16.60	16.82	16.60	15.91	14.56	12.26	8.62
11.29	15.88	18.59	20.11	20.87	21.10	20.87	20.11	18.59	15.88	11.29
12.02	16.55	18.93	20.20	20.83	21.02	20.83	20.20	18.93	16.55	12.02
7.21	9.69	10.88	11.51	11.81	11.90	11.81	11.51	10.88	9.69	7.21

11. SCHICHT

5.34	7.61	9.08	9.96	10.42	10.56	10.42	9.96	9.08	7.61	5.34
8.70	12.37	14.69	16.05	16.75	16.96	16.75	16.05	14.69	12.37	8.70
11.41	16.04	18.77	20.30	21.07	21.30	21.07	20.30	18.77	16.04	11.41
12.16	16.74	19.14	20.42	21.05	21.24	21.05	20.42	19.14	16.74	12.16
7.30	9.82	11.02	11.65	11.95	12.05	11.95	11.65	11.02	9.82	7.30

Tabelle 7

E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS	E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS
1.000D-01	1.425D+13	15.7	1.265D+01	5.500D-01	3.150D+12	9.5	1.620D+00
1.050D-01	1.372D+13	15.7	1.193D+01	5.750D-01	2.982D+12	9.4	1.526D+00
1.100D-01	1.323D+13	15.7	1.128D+01	6.000D-01	2.830D+12	9.0	1.443D+00
1.150D-01	1.278D+13	15.7	1.069D+01	6.300D-01	2.647D+12	8.7	1.344D+00
1.200D-01	1.236D+13	15.7	1.016D+01	6.600D-01	2.483D+12	8.3	1.258D+00
1.275D-01	1.180D+13	15.7	9.458D+00	6.900D-01	2.337D+12	8.1	1.182D+00
1.350D-01	1.130D+13	15.7	8.844D+00	7.200D-01	2.203D+12	7.8	1.114D+00
1.425D-01	1.084D+13	15.7	8.299D+00	7.600D-01	2.046D+12	7.5	1.035D+00
1.500D-01	1.043D+13	15.7	7.822D+00	8.000D-01	1.908D+12	7.2	9.674D-01
1.600D-01	9.928D+12	15.7	7.257D+00	8.400D-01	1.772D+12	6.9	9.021D-01
1.700D-01	9.479D+12	15.7	6.767D+00	8.800D-01	1.652D+12	6.6	8.448D-01
1.800D-01	9.054D+12	15.7	6.326D+00	9.200D-01	1.545D+12	6.4	7.947D-01
1.900D-01	8.670D+12	15.7	5.935D+00	9.600D-01	1.450D+12	6.2	7.510D-01
2.000D-01	8.320D+12	15.7	5.589D+00	1.000D+00	1.369D+12	5.7	7.146D-01
2.100D-01	8.000D+12	15.7	5.280D+00	1.100D+00	1.177D+12	5.4	6.285D-01
2.200D-01	7.707D+12	15.7	5.003D+00	1.200D+00	1.032D+12	5.9	5.666D-01
2.300D-01	7.416D+12	15.7	4.741D+00	1.300D+00	9.323D+11	7.1	5.279D-01
2.400D-01	7.149D+12	15.7	4.504D+00	1.400D+00	9.325D+11	8.3	5.464D-01
2.550D-01	6.783D+12	15.7	4.189D+00	1.500D+00	9.669D+11	9.9	5.880D-01
2.700D-01	6.456D+12	15.7	3.914D+00	1.600D+00	1.023D+12	10.7	6.471D-01
2.800D-01	6.257D+12	15.6	3.750D+00	1.700D+00	1.033D+12	10.5	6.816D-01
3.000D-01	5.900D+12	14.6	3.463D+00	1.800D+00	1.001D+12	9.7	6.899D-01
3.200D-01	5.559D+12	12.8	3.202D+00	1.900D+00	8.802D+11	8.3	6.354D-01
3.400D-01	5.256D+12	11.4	2.978D+00	2.000D+00	7.600D+11	7.7	5.752D-01
3.600D-01	4.980D+12	10.7	2.779D+00	2.100D+00	6.545D+11	8.5	5.201D-01
3.800D-01	4.731D+12	10.4	2.605D+00	2.200D+00	5.628D+11	9.6	4.703D-01
4.000D-01	4.503D+12	10.3	2.450D+00	2.300D+00	4.733D+11	9.9	4.164D-01
4.250D-01	4.218D+12	10.3	2.265D+00	2.400D+00	3.907D+11	9.9	3.624D-01
4.500D-01	3.965D+12	10.3	2.105D+00	2.500D+00	3.256D+11	9.6	3.186D-01
4.750D-01	3.742D+12	10.2	1.967D+00	2.600D+00	2.742D+11	8.5	2.834D-01
5.000D-01	3.543D+12	9.8	1.847D+00	2.700D+00	2.333D+11	7.8	2.549D-01
5.250D-01	3.337D+12	9.6	1.727D+00	2.800D+00	2.069D+11	8.6	2.392D-01

Tabelle 7

E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS	E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS
2.900D+00	1.893D+11	9.7	2.319D-01	6.400D+00	1.583D+10	7.3	1.980D-01
3.000D+00	1.700D+11	9.4	2.207D-01	6.500D+00	1.469D+10	8.4	1.975D-01
3.100D+00	1.601D+11	12.4	2.205D-01	6.600D+00	1.363D+10	9.7	1.969D-01
3.200D+00	1.481D+11	10.1	2.166D-01	6.700D+00	1.274D+10	10.2	1.979D-01
3.300D+00	1.360D+11	5.1	2.111D-01	6.800D+00	1.198D+10	10.1	2.002D-01
3.400D+00	1.267D+11	4.4	2.090D-01	6.900D+00	1.130D+10	9.6	2.029D-01
3.500D+00	1.170D+11	3.6	2.052D-01	7.000D+00	1.066D+10	8.8	2.060D-01
3.600D+00	1.091D+11	4.3	2.037D-01	7.100D+00	1.004D+10	8.2	2.089D-01
3.700D+00	1.027D+11	3.8	2.041D-01	7.200D+00	9.450D+09	7.6	2.116D-01
3.800D+00	9.635D+10	4.4	2.040D-01	7.300D+00	8.881D+09	7.1	2.141D-01
3.900D+00	9.010D+10	4.7	2.033D-01	7.400D+00	8.339D+09	6.7	2.164D-01
4.000D+00	8.412D+10	4.8	2.024D-01	7.500D+00	7.785D+09	6.9	2.176D-01
4.100D+00	7.849D+10	4.9	2.015D-01	7.600D+00	7.223D+09	7.7	2.174D-01
4.200D+00	7.324D+10	5.1	2.006D-01	7.700D+00	6.705D+09	8.4	2.174D-01
4.300D+00	6.834D+10	5.2	1.999D-01	7.800D+00	6.255D+09	8.5	2.185D-01
4.400D+00	6.376D+10	5.3	1.992D-01	7.900D+00	5.881D+09	7.7	2.214D-01
4.500D+00	5.950D+10	5.5	1.986D-01	8.000D+00	5.561D+09	6.3	2.257D-01
4.600D+00	5.554D+10	5.6	1.982D-01	8.100D+00	5.214D+09	5.8	2.281D-01
4.700D+00	5.182D+10	5.7	1.977D-01	8.200D+00	4.849D+09	6.2	2.287D-01
4.800D+00	4.831D+10	5.8	1.972D-01	8.300D+00	4.511D+09	6.5	2.294D-01
4.900D+00	4.504D+10	5.9	1.967D-01	8.400D+00	4.196D+09	6.7	2.301D-01
5.000D+00	4.199D+10	6.0	1.963D-01	8.500D+00	3.906D+09	7.0	2.310D-01
5.100D+00	3.920D+10	6.1	1.963D-01	8.600D+00	3.636D+09	7.1	2.321D-01
5.200D+00	3.664D+10	6.2	1.965D-01	8.700D+00	3.392D+09	7.0	2.335D-01
5.300D+00	3.426D+10	6.2	1.969D-01	8.800D+00	3.170D+09	6.7	2.355D-01
5.400D+00	3.202D+10	6.2	1.973D-01	8.900D+00	2.967D+09	6.3	2.378D-01
5.500D+00	2.985D+10	6.2	1.971D-01	9.000D+00	2.779D+09	5.8	2.405D-01
5.600D+00	2.776D+10	6.2	1.966D-01	9.100D+00	2.603D+09	5.3	2.432D-01
5.700D+00	2.586D+10	6.2	1.964D-01	9.200D+00	2.440D+09	4.8	2.461D-01
5.800D+00	2.411D+10	6.3	1.965D-01	9.300D+00	2.289D+09	4.3	2.493D-01
5.900D+00	2.252D+10	6.2	1.970D-01	9.400D+00	2.149D+09	3.9	2.528D-01
6.000D+00	2.105D+10	6.1	1.976D-01	9.500D+00	2.017D+09	3.7	2.562D-01
6.100D+00	1.964D+10	6.1	1.981D-01	9.600D+00	1.892D+09	3.7	2.596D-01
6.200D+00	1.834D+10	6.2	1.987D-01	9.700D+00	1.778D+09	4.0	2.636D-01
6.300D+00	1.706D+10	6.5	1.985D-01	9.800D+00	1.673D+09	4.6	2.679D-01

Tabelle 7

E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS	E [MeV]	PHI	SIGMA	PHI/FISS
9.900D+00	1.571D+09	5.3	2.719D-01	1.250D+01	2.789D+08	22.5	3.746D-01
1.000D+01	1.477D+09	6.2	2.761D-01	1.260D+01	2.608D+08	23.2	3.794D-01
1.010D+01	1.387D+09	7.0	2.802D-01	1.270D+01	2.442D+08	24.0	3.852D-01
1.020D+01	1.297D+09	7.5	2.833D-01	1.280D+01	2.285D+08	24.8	3.903D-01
1.030D+01	1.212D+09	8.0	2.862D-01	1.290D+01	2.138D+08	25.6	3.958D-01
1.040D+01	1.132D+09	8.4	2.890D-01	1.300D+01	2.002D+08	26.4	4.015D-01
1.050D+01	1.058D+09	8.9	2.919D-01	1.310D+01	1.872D+08	27.1	4.070D-01
1.060D+01	9.890D+08	9.4	2.952D-01	1.320D+01	1.750D+08	27.9	4.124D-01
1.070D+01	9.251D+08	10.0	2.986D-01	1.330D+01	1.639D+08	28.7	4.185D-01
1.080D+01	8.650D+08	10.6	3.020D-01	1.340D+01	1.535D+08	29.6	4.251D-01
1.090D+01	8.095D+08	11.3	3.057D-01	1.350D+01	1.439D+08	30.6	4.320D-01
1.100D+01	7.577D+08	12.0	3.095D-01	1.360D+01	1.353D+08	32.0	4.403D-01
1.110D+01	7.098D+08	12.8	3.138D-01	1.370D+01	1.270D+08	33.1	4.479D-01
1.120D+01	6.652D+08	13.6	3.181D-01	1.380D+01	1.186D+08	33.7	4.539D-01
1.130D+01	6.220D+08	14.2	3.219D-01	1.390D+01	1.110D+08	34.5	4.603D-01
1.140D+01	5.814D+08	14.8	3.256D-01	1.400D+01	1.038D+08	35.2	4.667D-01
1.150D+01	5.432D+08	15.4	3.292D-01	1.410D+01	9.687D+07	35.8	4.726D-01
1.160D+01	5.084D+08	16.1	3.335D-01	1.420D+01	9.049D+07	36.5	4.787D-01
1.170D+01	4.760D+08	16.9	3.381D-01	1.430D+01	8.450D+07	37.1	4.850D-01
1.180D+01	4.449D+08	17.5	3.420D-01	1.440D+01	7.887D+07	37.7	4.909D-01
1.190D+01	4.156D+08	18.0	3.460D-01	1.450D+01	7.364D+07	38.3	4.972D-01
1.200D+01	3.883D+08	18.6	3.500D-01	1.460D+01	6.876D+07	38.9	5.039D-01
1.210D+01	3.629D+08	19.2	3.543D-01	1.470D+01	6.417D+07	39.4	5.101D-01
1.220D+01	3.399D+08	20.0	3.593D-01	1.480D+01	5.990D+07	40.0	5.166D-01
1.230D+01	3.183D+08	20.9	3.644D-01	1.490D+01	5.591D+07	40.6	5.231D-01
1.240D+01	2.980D+08	21.7	3.695D-01	1.500D+01	5.220D+07	41.2	5.300D-01

Anhang III

	Seiten
Abb.17 bis 26	
Flußdichteprofile schneller Neutronen in Ebenen 1 bis 10 nach Abb.9	72 - 81
Abb.27 bis 31	
Temperaturprofile in den Ebenen 1 bis 5 nach Abb.11	82 - 86

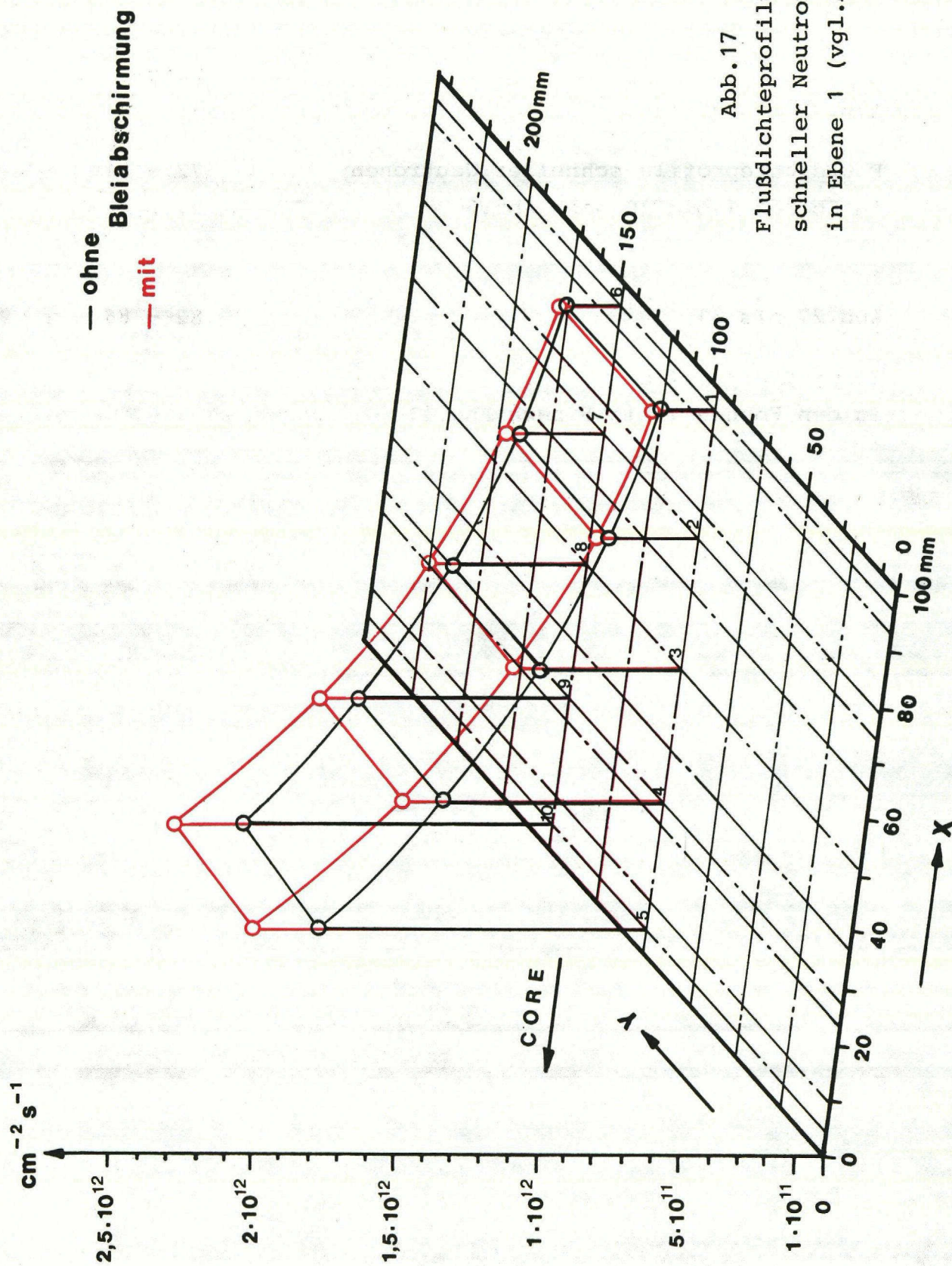
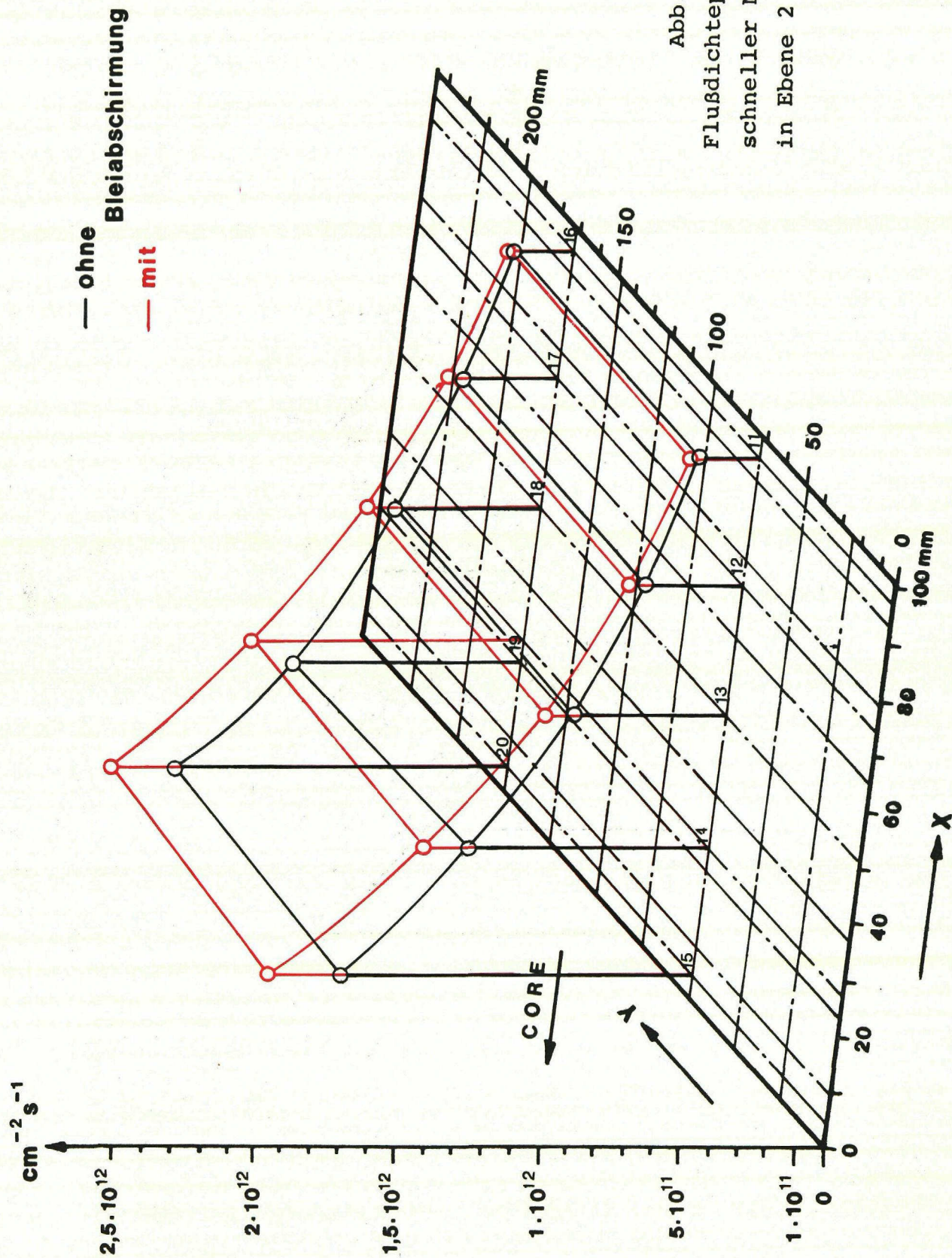


Abb. 17

Flusdichteprofile
schneller Neutronen
in Ebene 1 (vgl. Abb. 9)

Abb. 18
Fluiddichteprofile
schneller Neutronen
in Ebene 2 (vgl. Abb. 9)



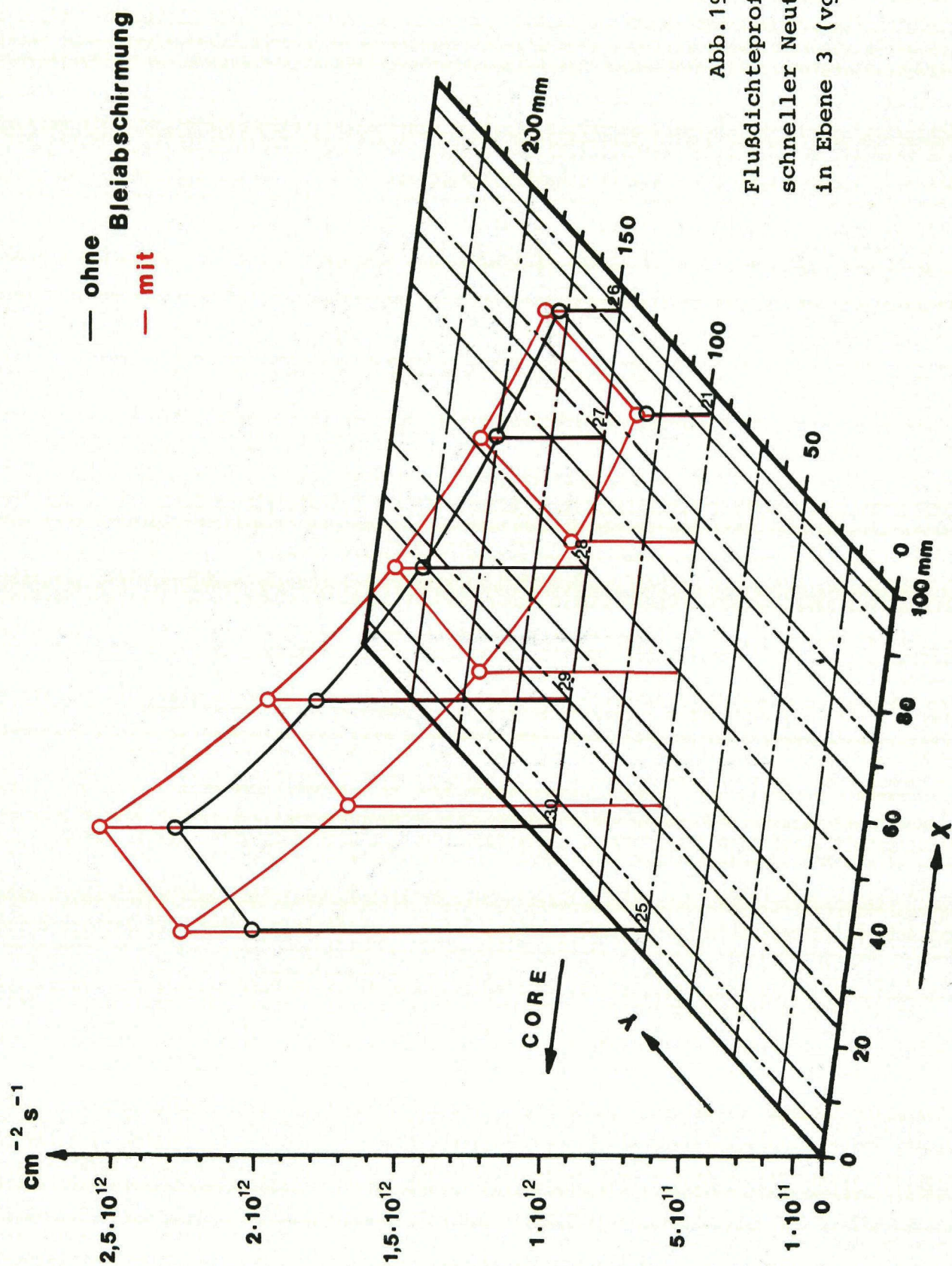
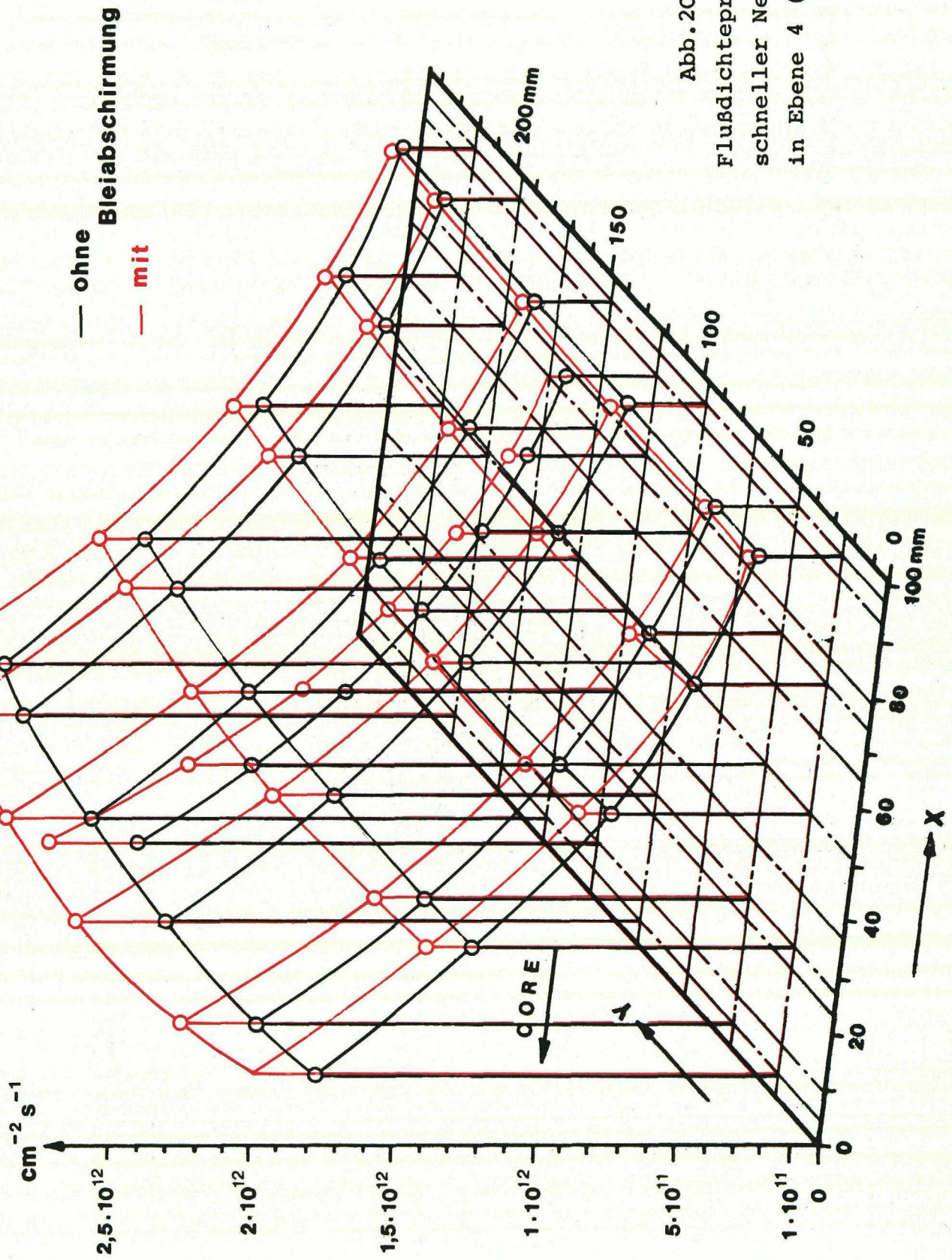


Abb. 19
Fluiddichteprofile
schneller Neutronen
in Ebene 3 (vgl. Abb.)

Abb. 20

Flusdichte profile
schneller Neutronen
in Ebene 4 (vgl. Abb. 9)



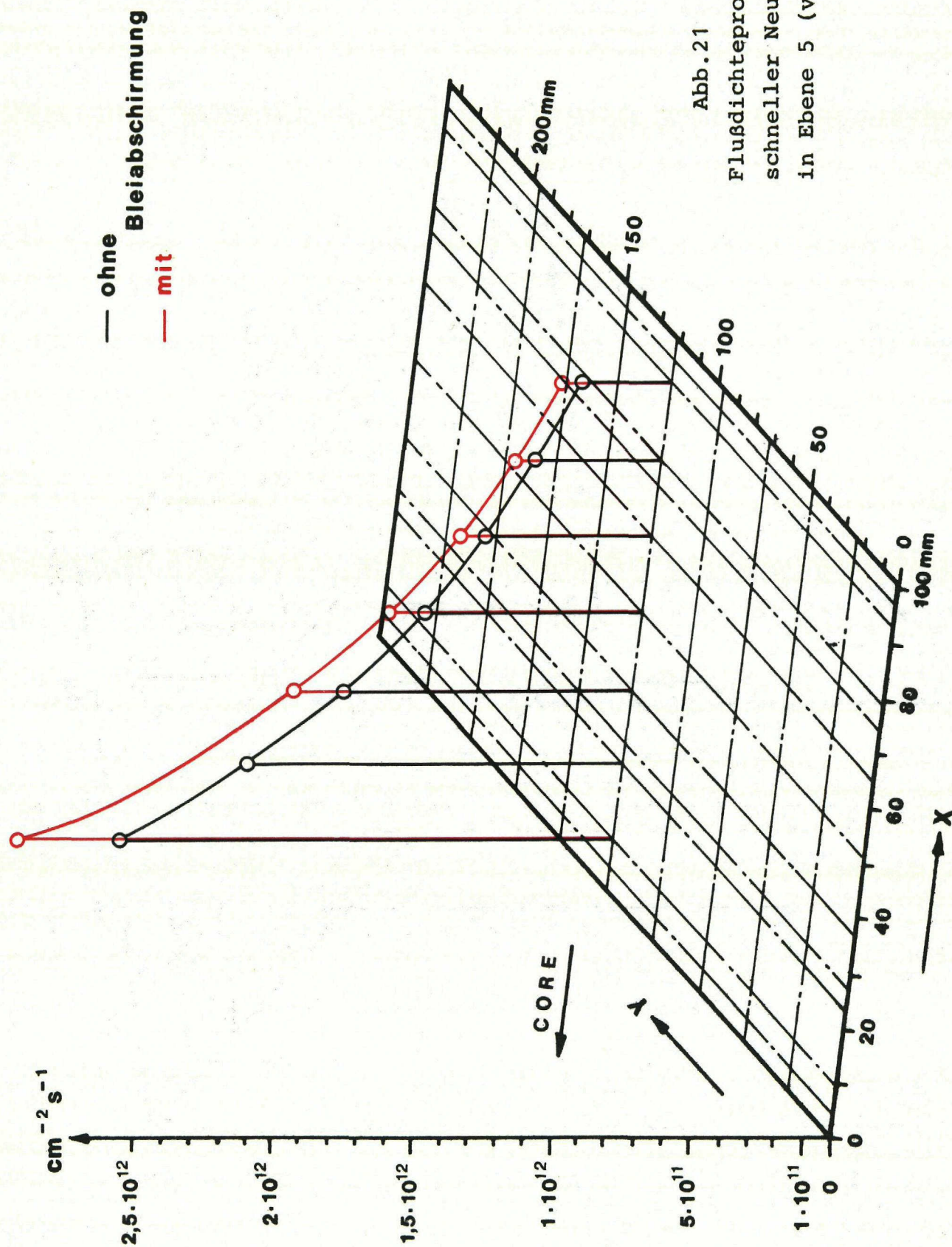


Abb. 22

Flußdichteprofile
schneller Neutronen
in Ebene 6 (vgl. Abb. 9)

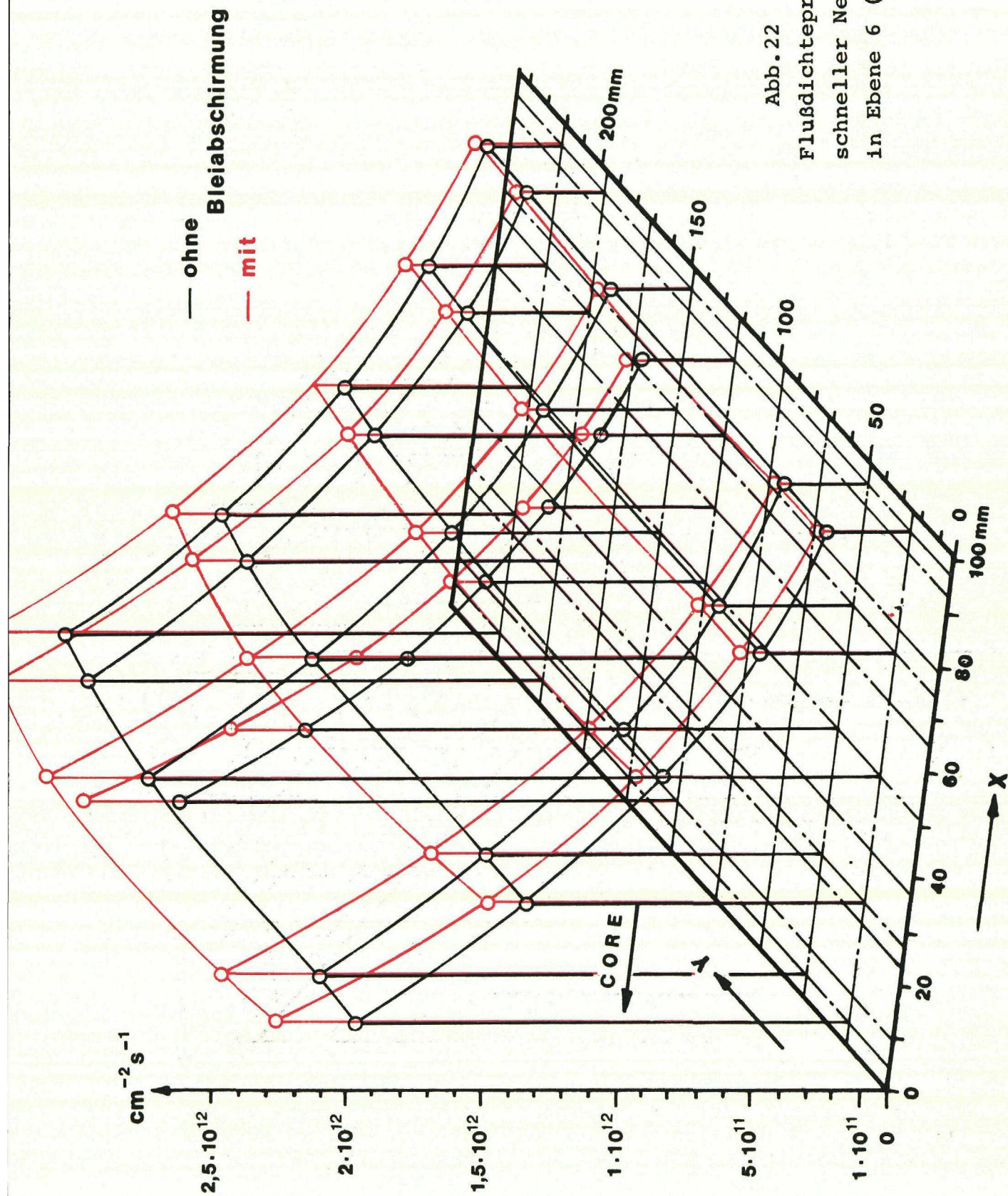
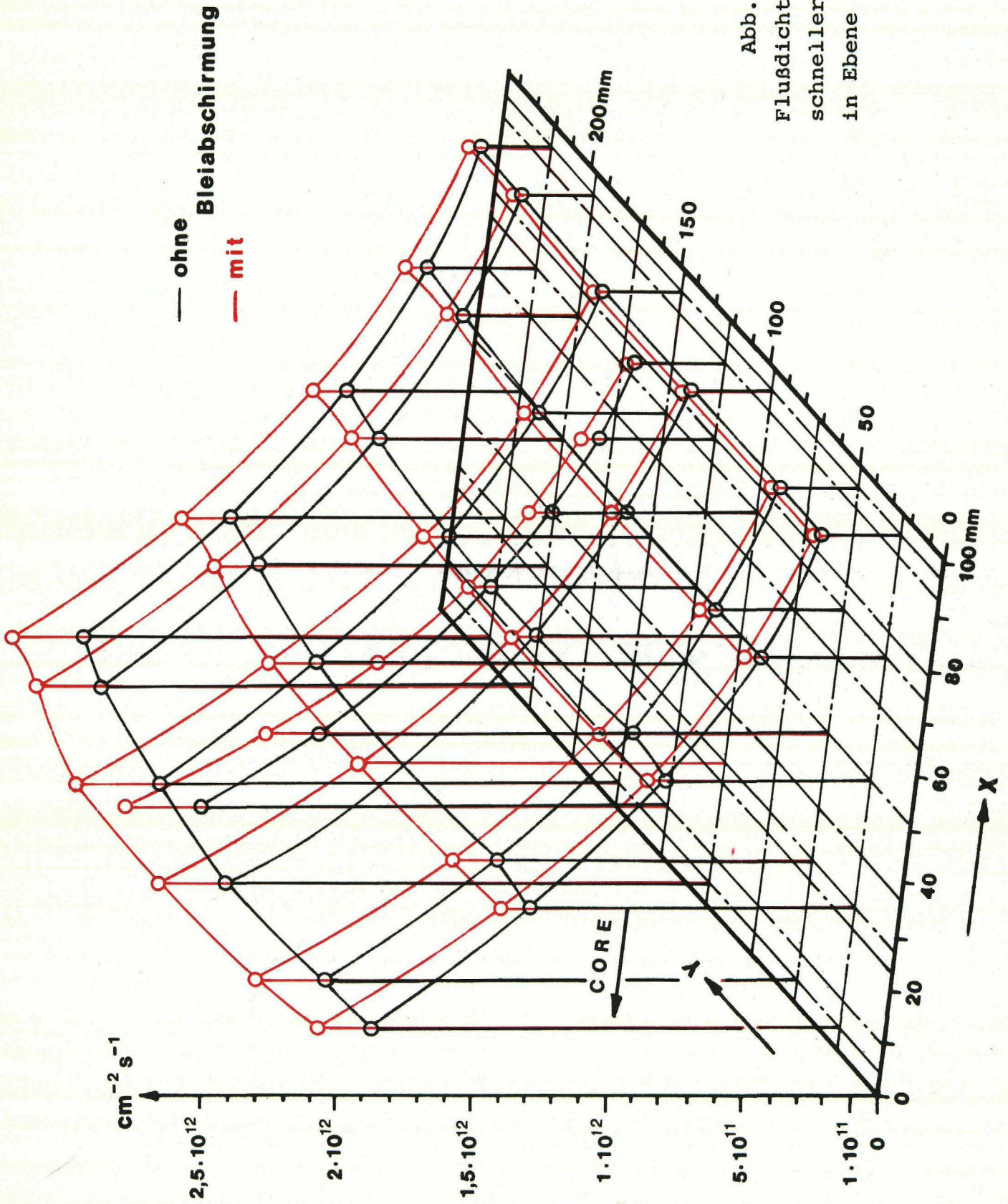
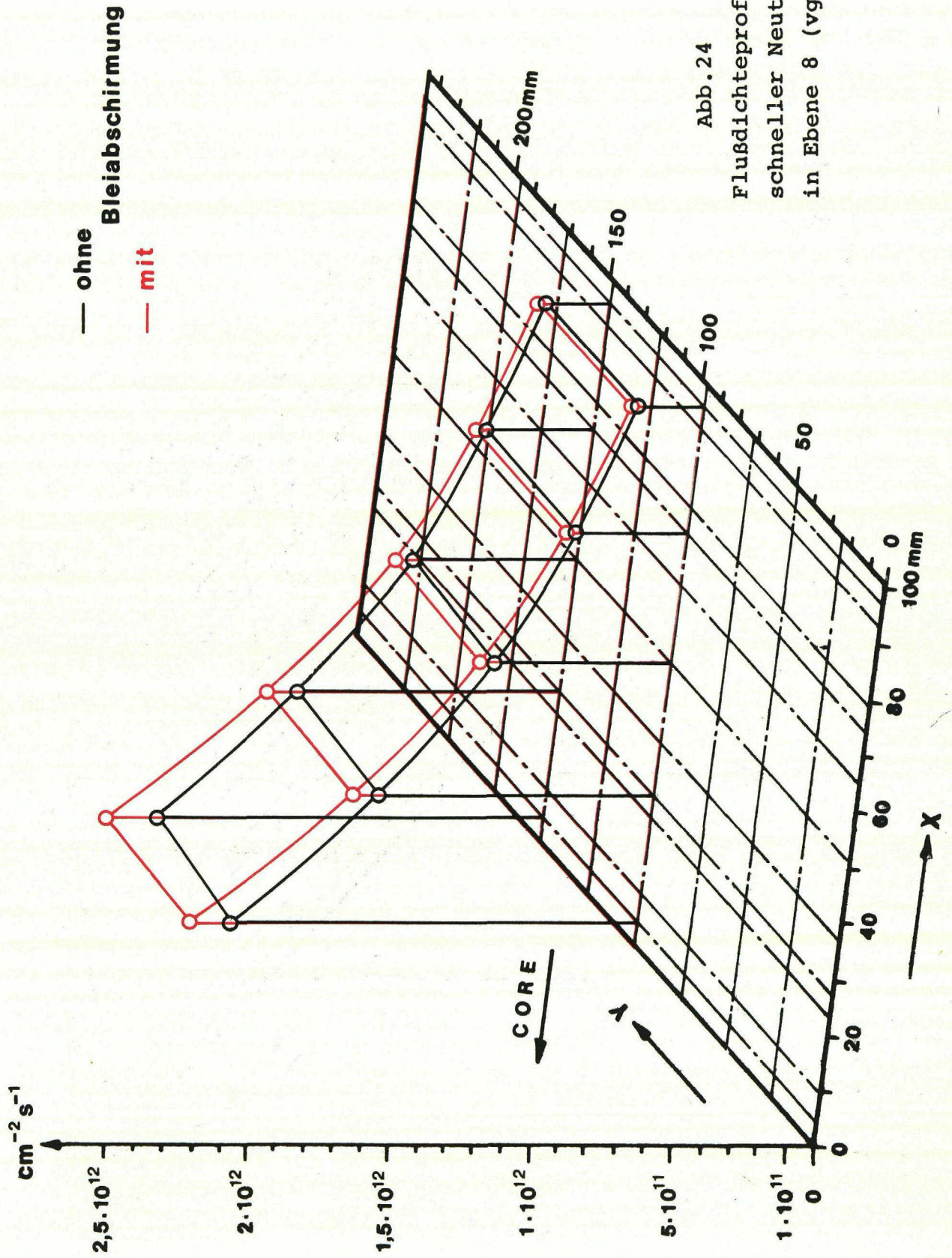
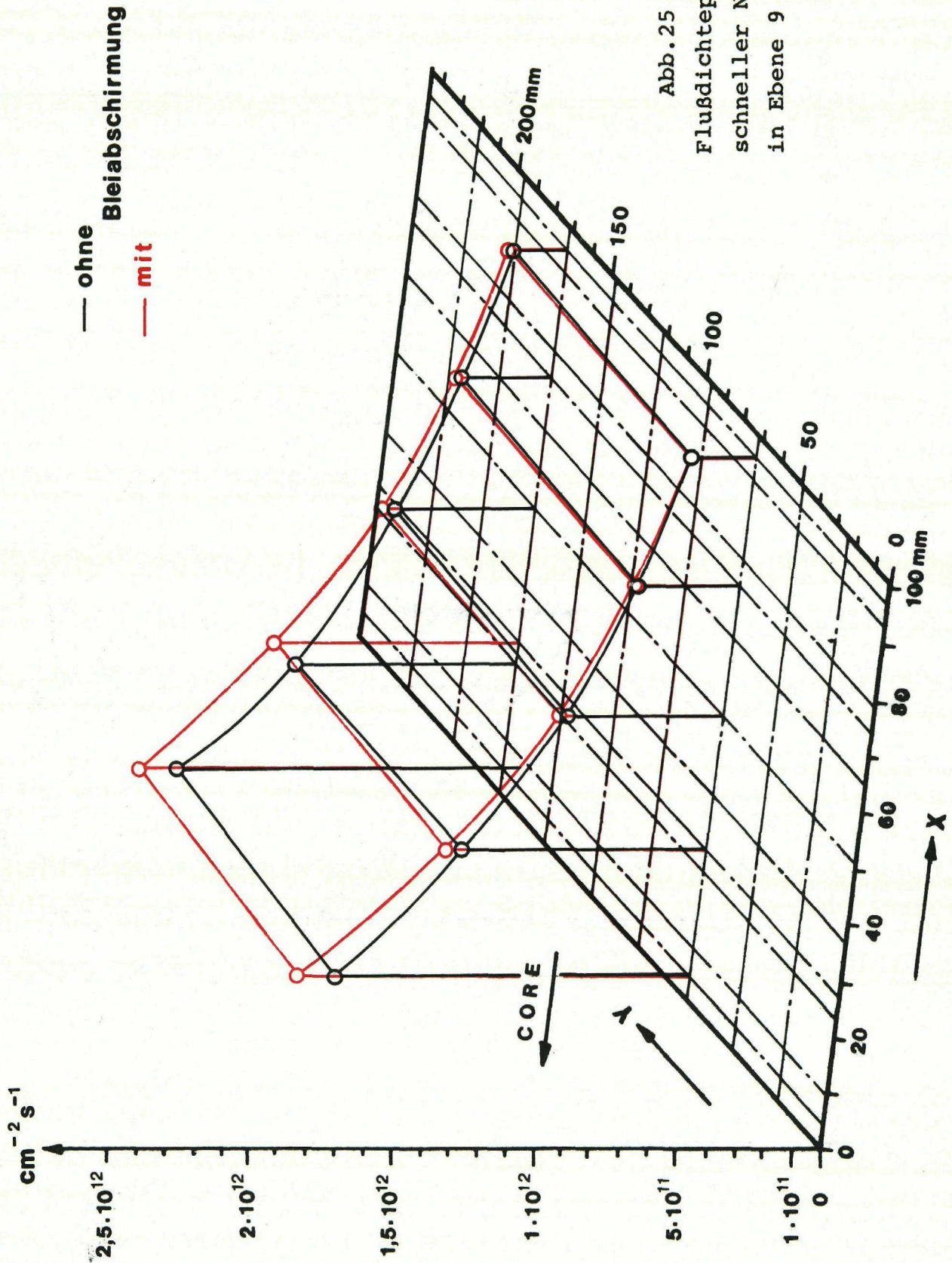
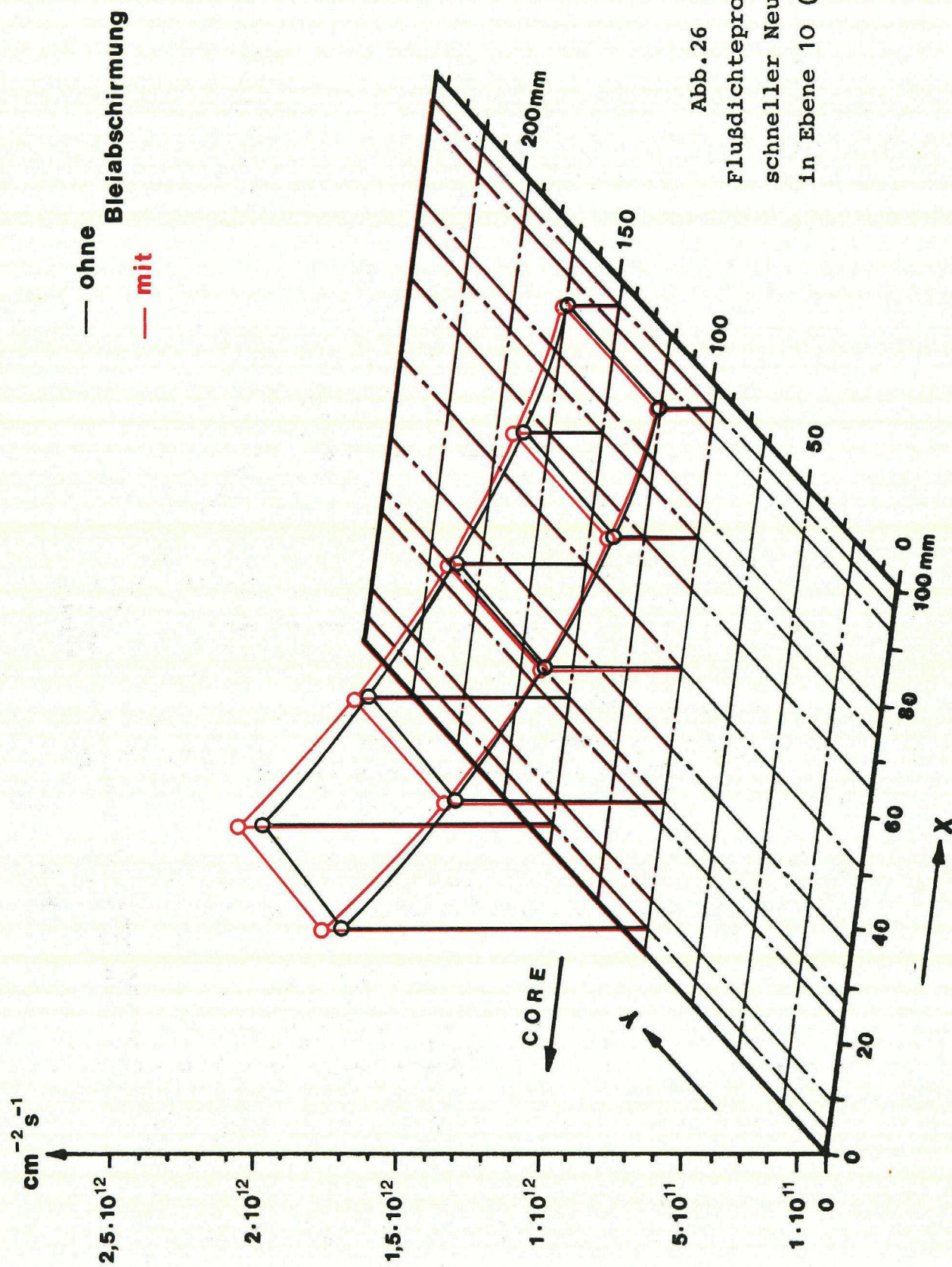


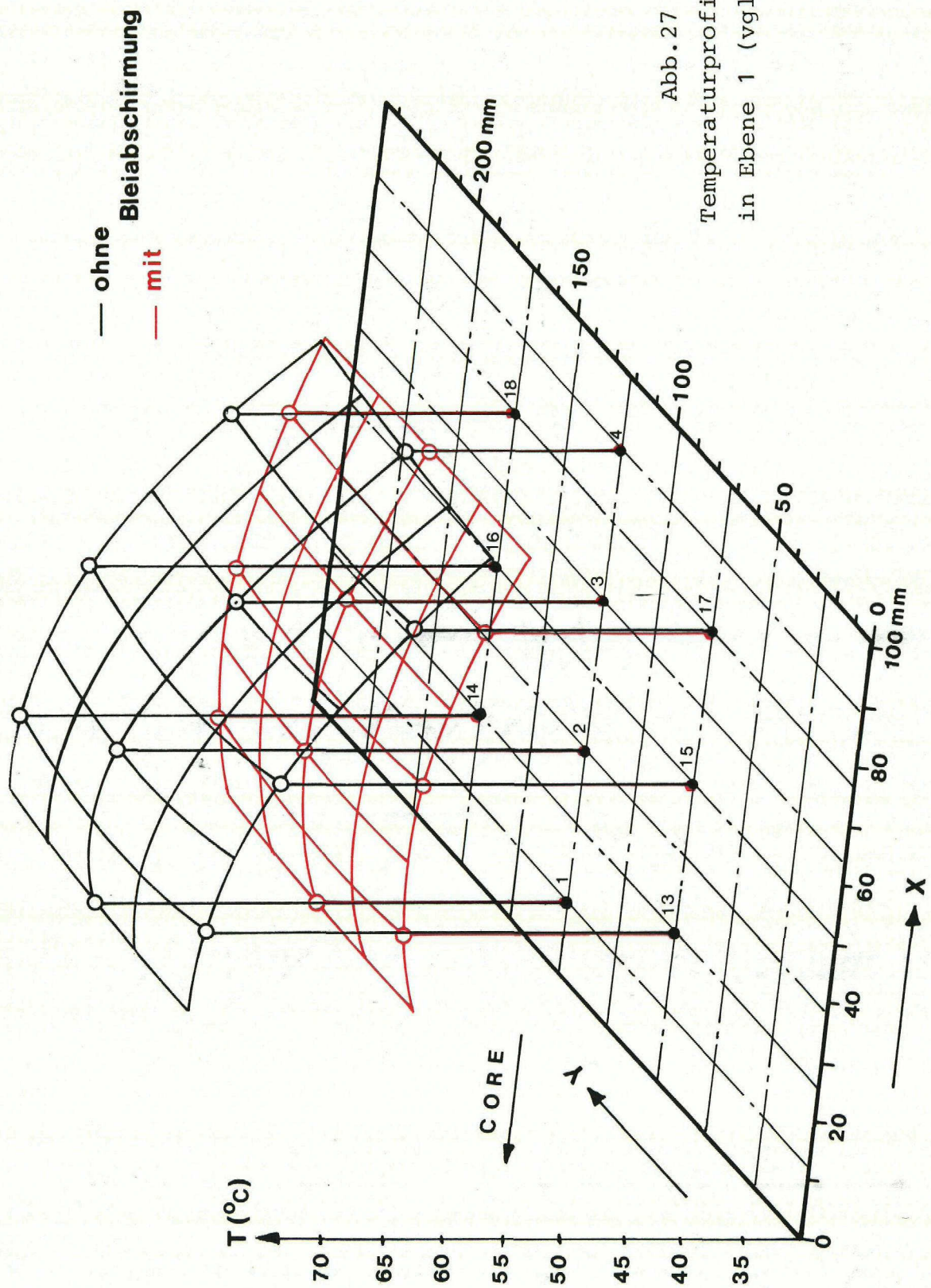
Abb. 23
Flußdichteprofile
schneller Neutronen
in Ebene 7 (vgl. Abb. 9)

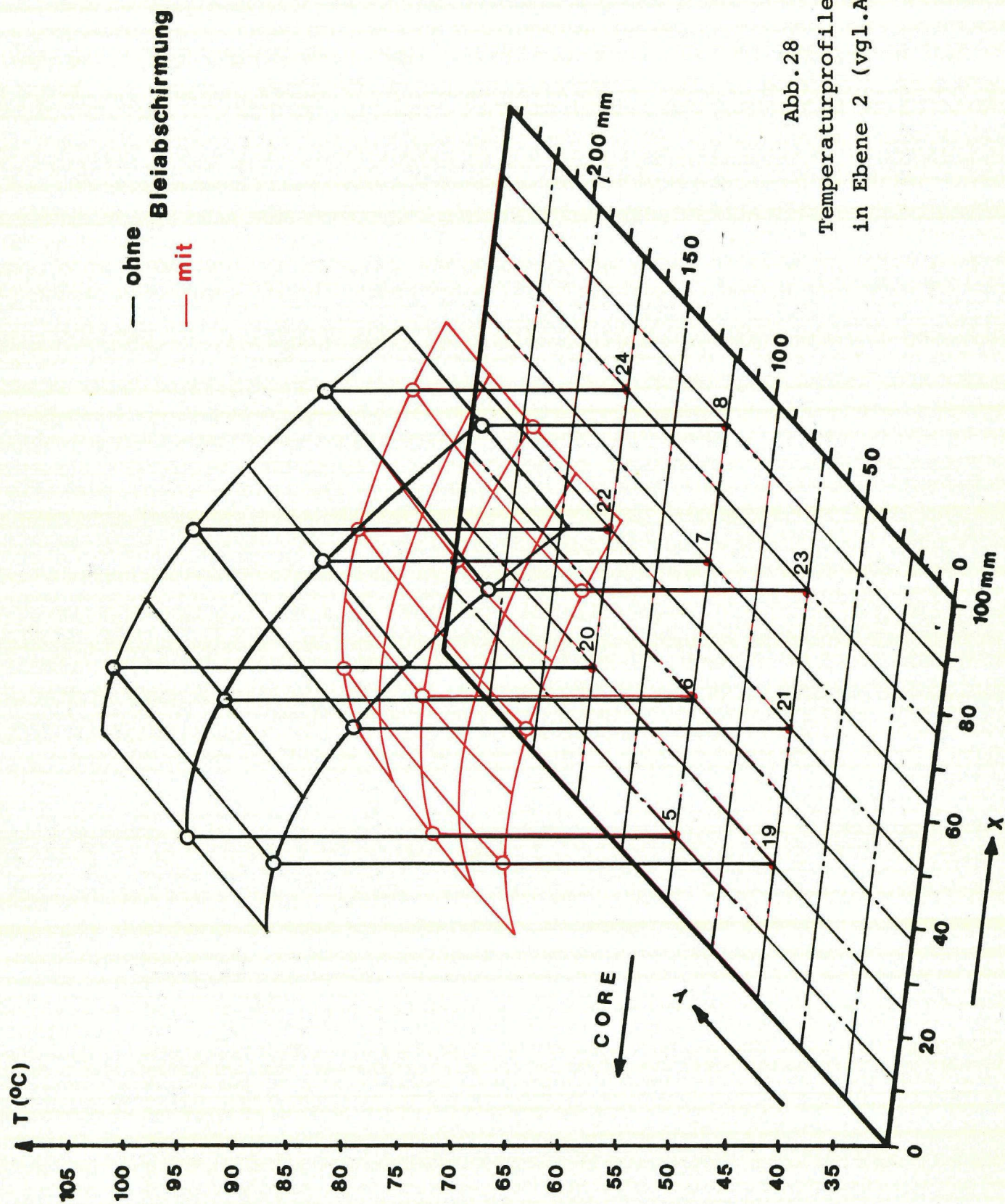












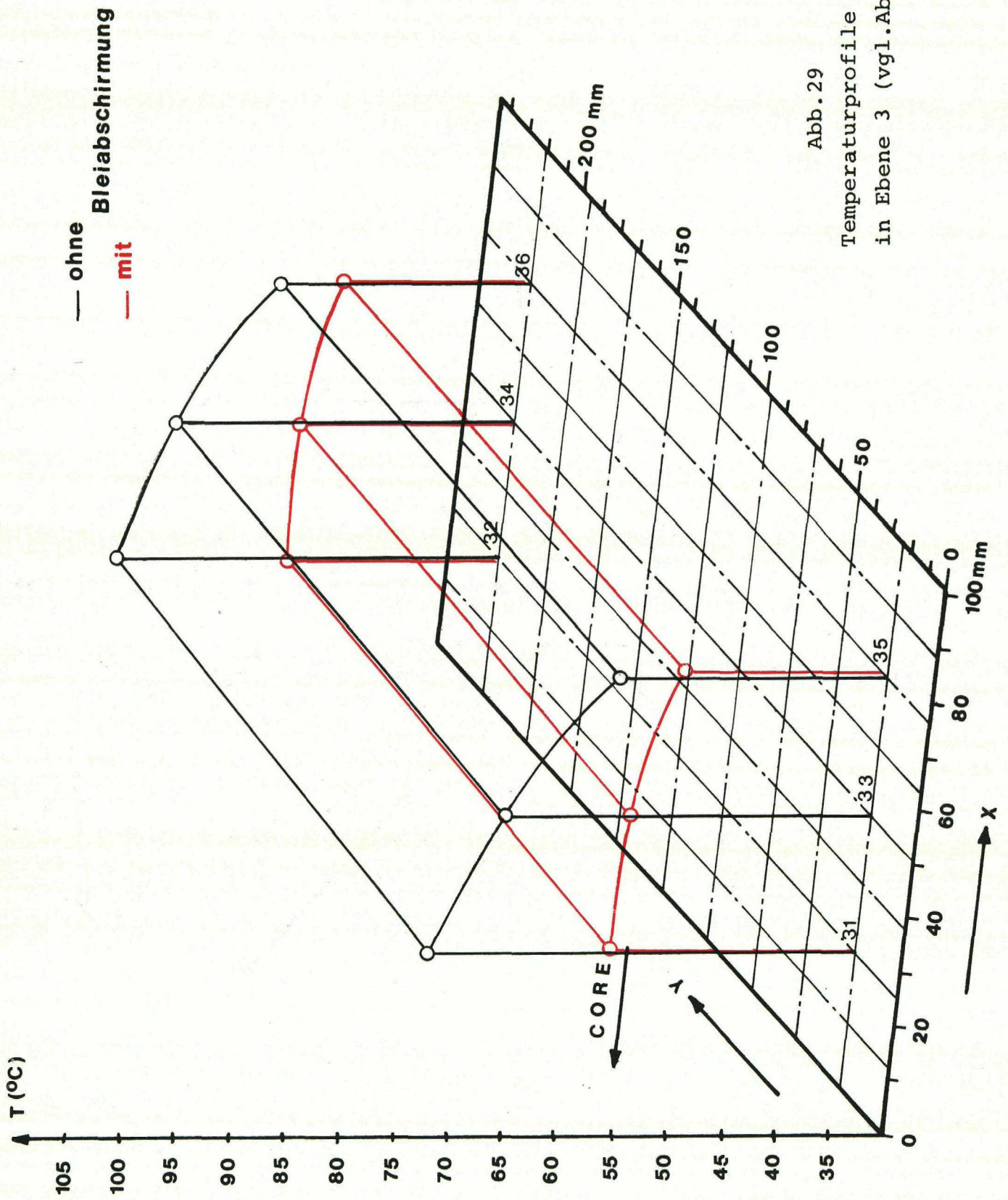


Abb. 29
Temperaturprofile
in Ebene 3 (vgl. Abb. 11)

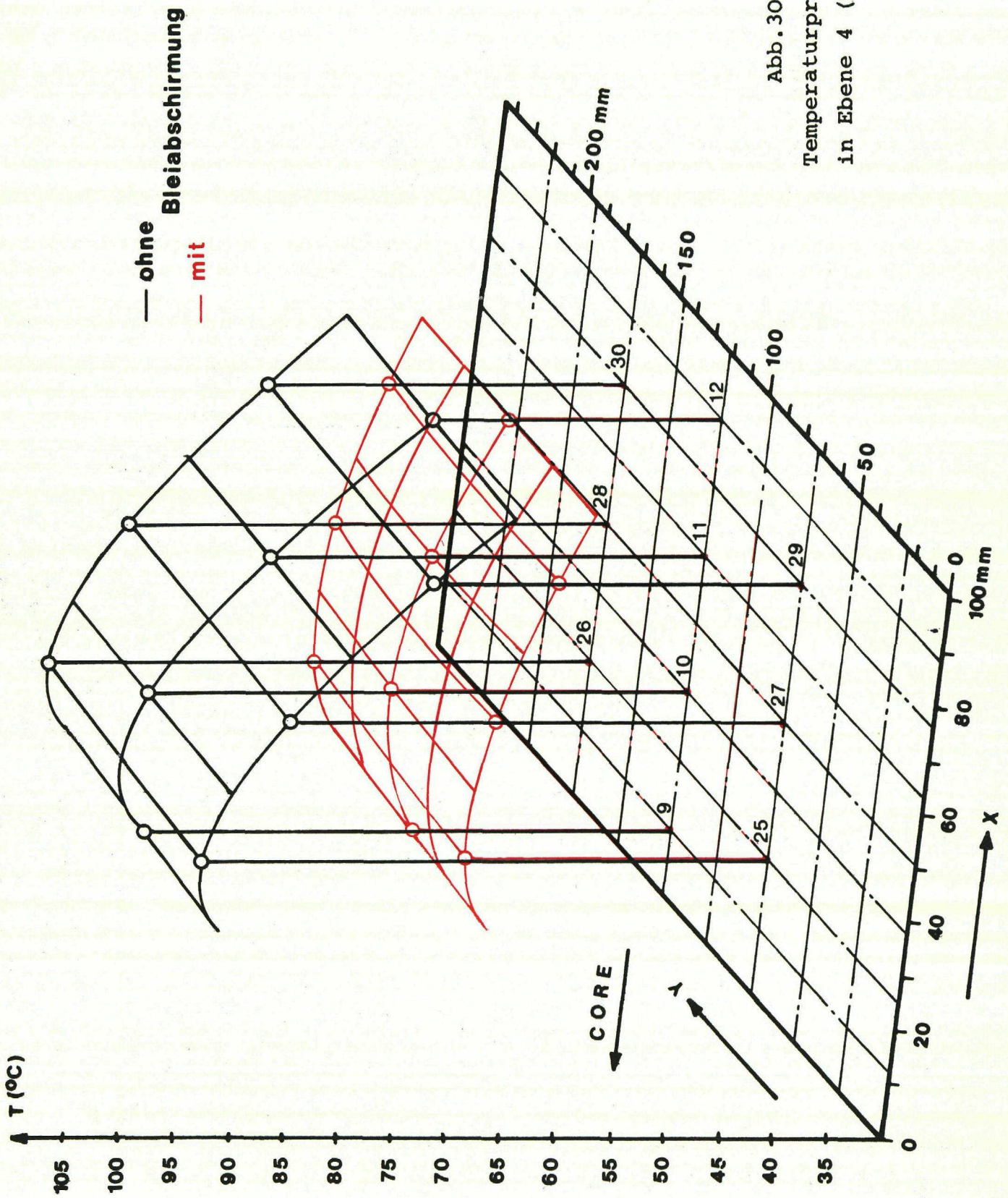
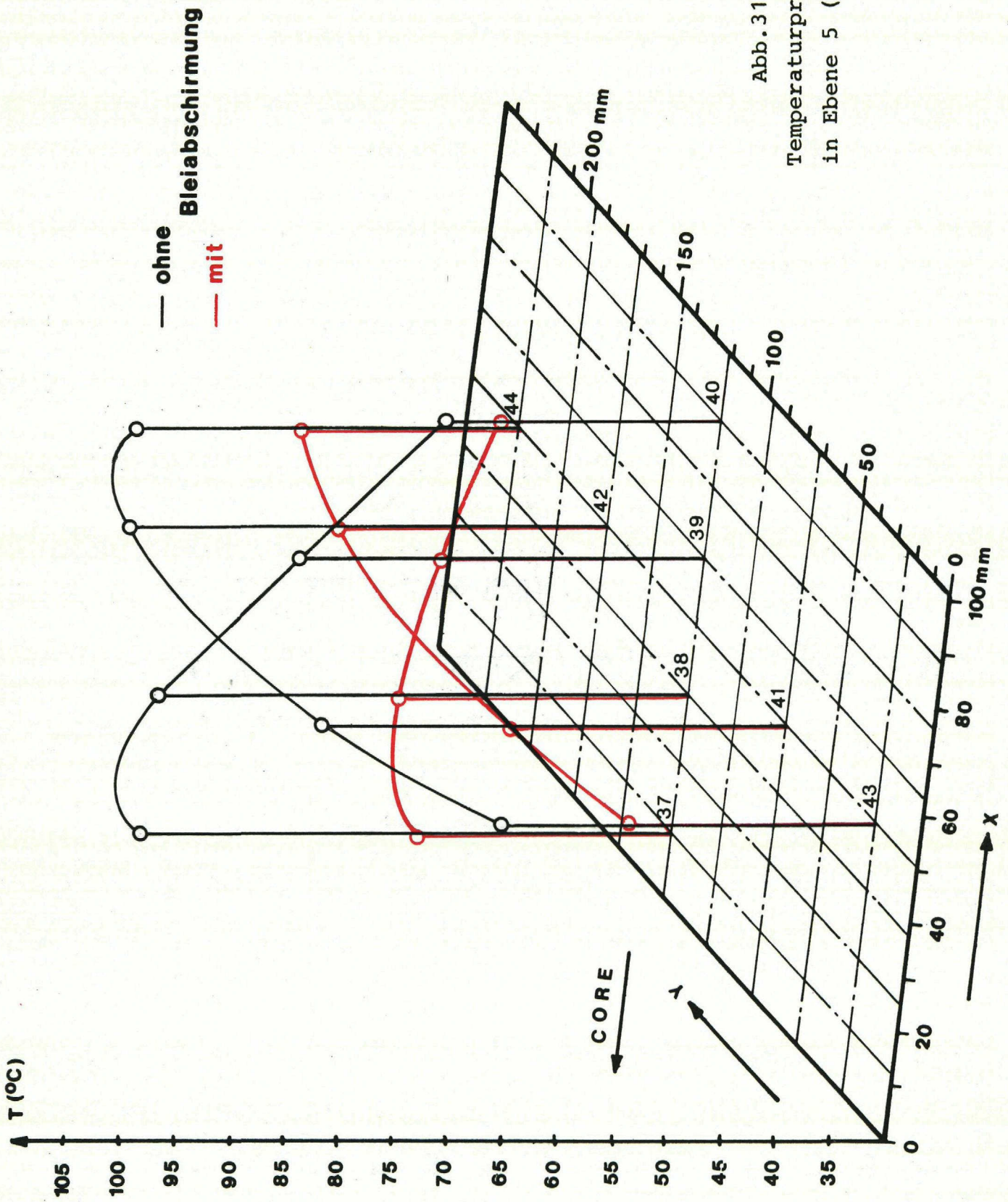


Abb. 30

Temperaturprofile
in Ebene 4 (vgl. Abb. 11)



Literatur

- / 1/ IAEA Specialists' Meeting on Radiation Damage Units in Graphite and Ferritic and Austenitic Steel
Nucl.Eng.Design 33, No.1 (1975)
- / 2/ Genthon, J.P., B.Hasenclever, P.Mas, W.Schneider, S.B.Wright, W.L.Zijp
EUR - 5274 (1975)
- / 3/ Schneider, W., Neutronenmeßtechnik und ihre Anwendung an Kernreaktoren
De Gruyter Berlin (1973)
- / 4/ Watt, B.E., Phys.Rev. 87, 1037 (1952)
- / 5/ Köhler, W., R.Vaninbrouckx,
J.appl. Radiat.Isotopes 22, 529 (1971)
- / 6/ Borchardt, G., Atomkernenergie 15, 311 (1970)
- / 7/ Borchardt, G., H.Lang, Ch.Meixner, S.Muskat, K.Schmidt, W.Schneider, G.Segelhorst, L.Weise
JÜL - 1022 - RX (1973)
- / 8/ Meixner, Ch., L.Weise
Veröffentlichung in Vorbereitung
- / 9/ Stelzer, F., Wärmeübertragung und Strömung
Thiemig München (1971)
- /10/ Britz, L., und F.Schmidt, Interner Bericht
KFA Jülich - ZBB - IB - 13/76 (1976)
- /11/ Rossin, A.D., Nucl.Sci.Eng. 9, 137 (1961)
- /12/ Dahl, R.E., and H.H.Yoshikawa,
Nucl.Sci.Eng. 21, 312 (1965)
- /13/ Serpan, C.Z.jr., Nucl.Eng. Design 33, 19 (1975)
- /14/ Zijp, W.L., p. 271ff in: Nuclear Data in Science and Technology Vol. II
IAEA Vienna (1973)
- /15/a) Kramer, L.G.A., and H.J.Nolthenius, RCN-76-019, CESNEF-Library (1976);
- /15/b) Simons, R.L., and W.N.McElroy BNWL - 1312 (1970)

- /16/ Kneschke, A., Differentialgleichungen und Randwertprobleme Bd. III
Teubner Leipzig (1962)
- /17/ Norrie, D.H., and G. de Vries, The finite element method, fundamentals and applications
Academic Press New York (1973)