KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

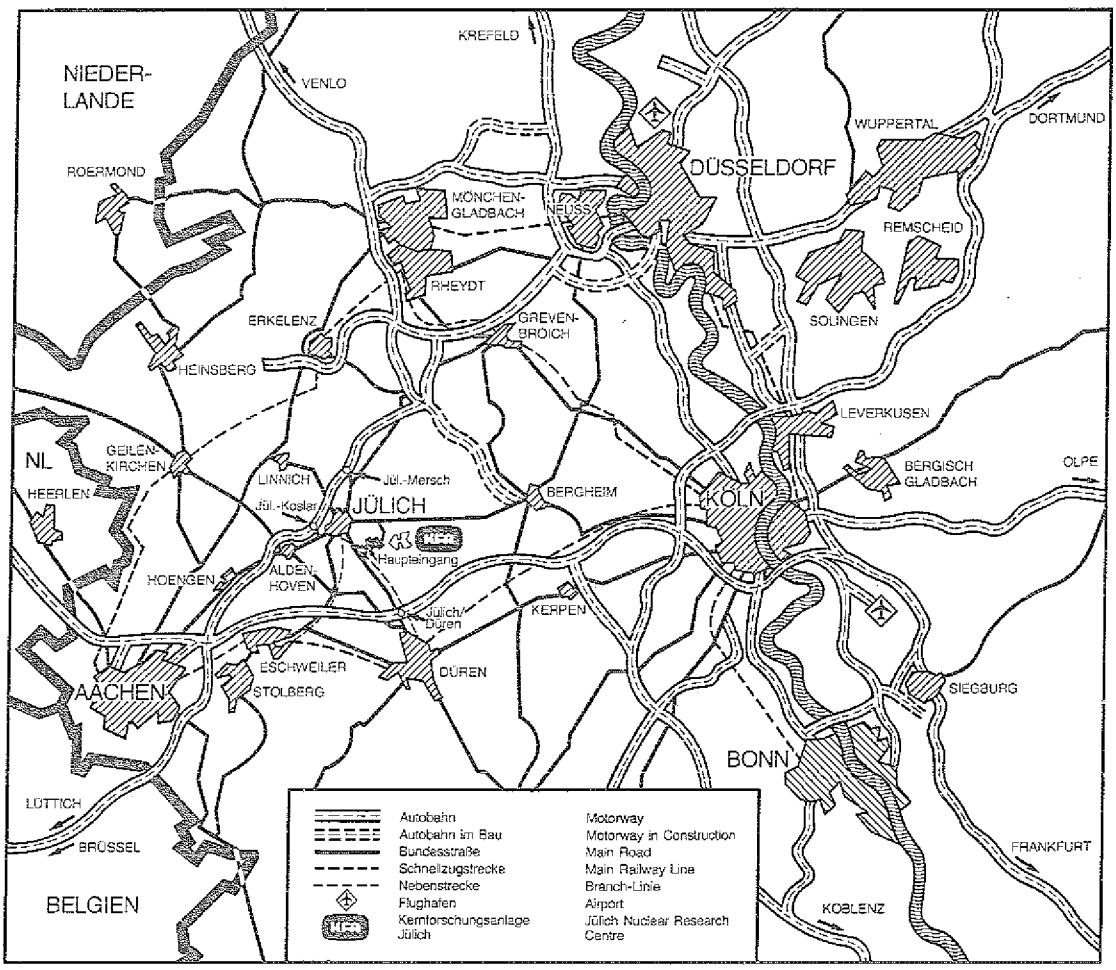
Zentralabteilung für Allgemeine Technologie
Fachgebiet Energietechnik der Universität-GH-Duisburg

Instationäre Temperaturentwicklung und Verformung von einseitig durch einen Wärmefluß beheizten Kühlplatten aus Kupfer für Neutralteilcheninjektoren

von

Herbert Bousack
Peter Wilhelm Phlippen

Jül - 2078
Juli 1986
ISSN 0366-0885



Als Manuskript gedruckt

Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 2078

Zentralabteilung für Allgemeine Technologie Jül - 2078

Fachgebiet Energietechnik der Universität-GH-Duisburg

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 02461/610 · Telex: 833556-0 kf d

Instationäre Temperaturentwicklung und Verformung von einseitig durch einen Wärmefluß beheizten Kühlplatten aus Kupfer für Neutralteilcheninjektoren

von

Herbert Bousack
Peter Wilhelm Phlippen

NON-STEADY TEMERATURE DISTRIBUTION AND DEFORMATION OF COPPER PLATES WITH ONE-SIDED HEAT FLUX USED AS TARGETS FOR NEUTRAL BEAM INJECTION

by

H. Bousack, P.-W. Phlippen

ABSTRACT

The present study deals with the heat-engineering design of plate-type targets with one-sided heat flux. The relevant analytic equations are compiled to calculate the non-steady temperature development for the one-dimensional case. A specially developed finite difference program can calculate the exact three-dimensional non-steady temperature field produced by a two-dimensional power density distribution. The plastic properties of the material can be used in determining the stresses and deformations from the temperature field computed. Calculations using a copper target from the neutral beam injector of the TEXTOR pilot facility are carried out as an example and compared with the results obtained from experiments on a scaled-down model.

Furthermore, the results from the experimental cooling of hot cooling plates and a simple method of computation are presented.

Kernforschungs-
anlage Jülich
GmbH ZAT

Jül-2078

August 1986

INSTATIONÄRE TEMPERATURENTWICKLUNG UND VERFORMUNG VON EINSEITIG DURCH EINEN WÄRMEFLUß BEHEIZTEN KÜHLPLATTEN AUS KUPFER FÜR NEUTRALTEILCHENINJEKTOREN

von

H. Bousack, P.-W. Phlippen*

KURZFASSUNG

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der wärmetechnischen Auslegung von plattenförmigen Kühlstrukturen mit einseitigem Wärmefluß. Dazu werden die analytischen Berechnungsgleichungen zur instationären Temperaturentwicklung für den 1-dimensionalen Fall zusammengestellt. Zur genaueren Berechnung wurde ein Finite-Differenzen-Programm entwickelt, welches das durch ein 2-dimensionales Leistungsdichteprofil bewirkte instationäre 3-dimensionale Temperaturfeld in der Platte ermittelt. Bei der Ermittlung der Spannungen und Verformungen aufgrund des berechneten Temperaturfeldes können die plastischen Eigenschaften des Materials berücksichtigt werden. Als Beispiel wird eine Kupferkühlstruktur aus dem Neutralteilcheninjektor der TEXTOR-Versuchsanlage berechnet und mit den experimentell ermittelten Ergebnissen an einem verkleinerten Modell verglichen.
Im weiteren werden die Ergebnisse zur experimentellen Abkühlung von heißen Kühlplatten und ein einfaches Berechnungsverfahren vorgestellt.

* Fachgebiet Energietechnik der Universität - GH - Duisburg

Danksagung

Für die Unterstützung bei der Erstellung dieses Berichts durch Diskussionen, Vorbereitung und Durchführung von Experimenten, Rechnungen, Schreib- und Zeichenarbeiten möchten wir uns bei allen beteiligten Damen und Herren der Zentralabteilung für Allgemeine Technologie bedanken.

H. Bousack
P.-W. Phlippen

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Im Rahmen eines internationalen Forschungs- und Entwicklungsprogramms werden von vielen führenden Industrienationen Experimente zum Fusionsreaktor durchgeführt. In Deutschland werden die Anlagen Wendelstein und ASDEX in Garching und TEXTOR in der Kernforschungsanlage Jülich betrieben.

Die Aufgabe von TEXTOR (Tokamak Experiment for Technology Oriented Research) ist die Entwicklung von Brennkammern für Hochtemperaturplasmen und von dazugehörigen verfahrenstechnischen Methoden /TEX/.

Bei einem Fusionsreaktor muß die Plasmatemperatur mehrere 100 Millionen Kelvin betragen, um in Kombination mit einer gewissen Plasmadichte und Energieeinschlußzeit eine positive Energiebilanz durch Kernfusion zu erreichen. Neben der ohmschen Heizung des Plasmas bietet die kurzzeitige Injektion von hochbeschleunigten, neutralen Wasserstoffteilchen eine Möglichkeit, um die oben genannte Zündtemperatur des Plasmas zu erreichen.

Bei TEXTOR soll die Neutralteilcheninjektion mit einer Pulslänge von 10 sec zur weiteren Plasmaaufheizung eingesetzt werden. Der prinzipielle Aufbau eines Neutralteilcheninjektors ist in Abb. 1.1 dargestellt. In einem Vakuumtank wird in der Plasmaquelle Wasserstoff ionisiert und durch ein Gittersystem hoch beschleunigt. Im nachfolgenden Neutralisator werden die Ionen durch Ladungsaustausch mit dem Restgas der Quelle zum Teil neutralisiert, so daß der Wasserstoffstrom bei dieser Auslegung zu etwa 50 % aus neutralen Teilchen und zu 50 % aus negativen bzw. positiven Ionen besteht. In einem Magnetfeld werden diese Ionen je nach Ladung nach unten oder oben auf Kühlstrukturen geleitet und geben dort ihre Energie ab. Anschließend wird der nur noch aus Neutralteilchen bestehende Strahl in das Plasma eingebracht oder zu Meß-

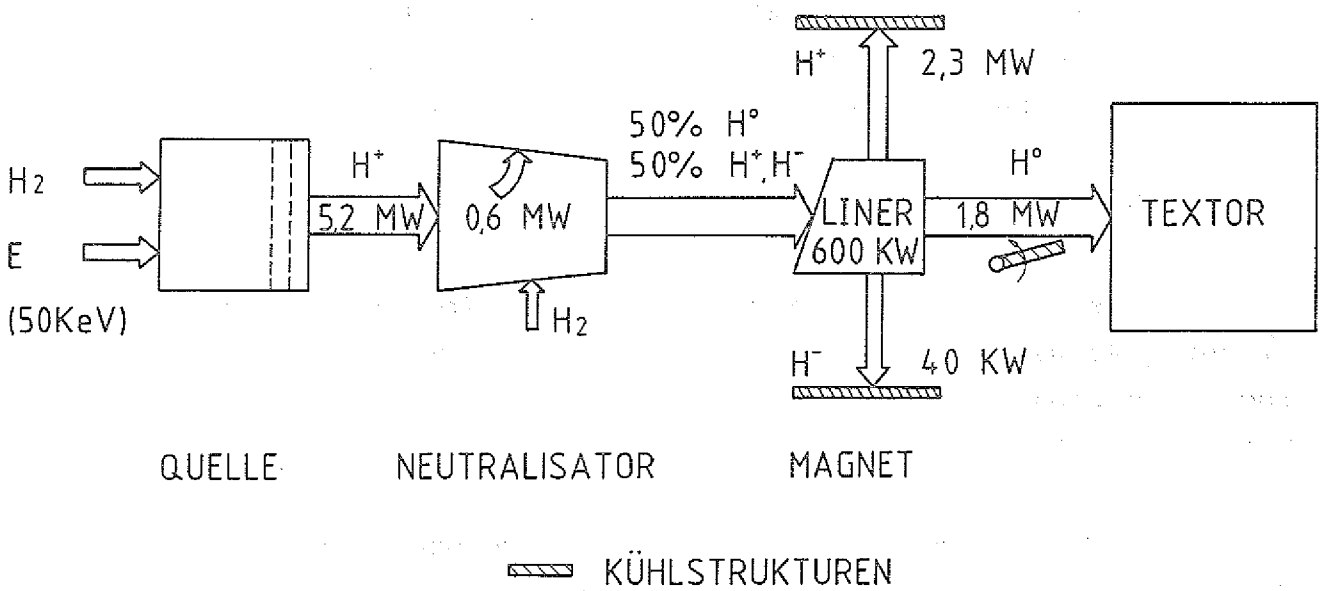


Abb. 1.1: Energieflußplan der Neutralteilcheninjektion

zwecken von Kühlstrukturen aufgefangen, die in den Strahlweg eingeschwenkt werden können.

Neben der Gestaltung der Quelle kommt hierbei den zahlreichen Kühlstrukturen, die örtlich mit einer sehr hohen Wärmestromdichte beaufschlagt werden, eine große Bedeutung zu. Aus Abb. 1.1 ist ersichtlich, daß etwa 65 % der Quellenleistung über die Kühlstrukturen als Wärmeenergie abgeführt werden muß.

In dieser Arbeit werden mögliche Formen von Kühlstrukturen diskutiert, wobei insbesondere Berechnungsverfahren für wärmespeichernde Strukturen behandelt werden.

Grundsätzlich kann die der Kühlstruktur zugeführte Wärme über Wärmetransport an ein Kühlmittel abgegeben oder durch Wärmespeicherung im Material der Kühlstruktur selbst aufgenommen werden.

Hieraus leiten sich zwei unterschiedliche technische Lösungen für die Ausführung der Kühlstruktur ab:

1. Bei einer aktiven Kühlstruktur wird diese von einem Kühlmittel durchflossen, welches sofort die zugeführte Wärme abtransportiert. Die Wärmespeicherung ist hierbei von untergeordneter Bedeutung.

2. Eine inaktive Kühlstruktur nimmt die während der Pulsdauer zugeführte Wärme durch ihre Wärmespeicherfähigkeit auf und wird nach Pulsende wieder abgekühlt. Hierbei ist der konvektive Wärmetransport während der Pulsdauer zu vernachlässigen.

Im folgenden Kapitel sollen diese Unterschiede anhand von Ausführungsbeispielen näher beschrieben werden.

2. Gegenüberstellung verschiedener Kühlstrukturen

2.1 Aktive Kühlstrukturen

Bei einer aktiven Kühlstruktur ist zur Vermeidung hoher Wärmespannungen die Wanddicke zwischen beheizter und gekühlter Seite möglichst gering zu halten. Hierbei muß allerdings auch die Belastung durch den Kühlmitteldruck beachtet werden. Weiterhin ist durch die geeignete Wahl der Auslegungsparameter sicherzustellen, daß ein Burn-Out auf der Kühlmittelseite nicht eintritt.

Ein sehr einfacher Aufbau einer aktiven Kühlstruktur besteht aus wasserdurchströmten Rohren, die zu einer optisch dichten Rohrwand zusammengefaßt werden. Die Abb. 2.1 zeigt dazu ein sogenanntes Swirl Tube Target /COM/, das im Oake Ridge National Laboratory gebaut und getestet wurde. Hierbei wurden eine örtliche maximale Leistungsdichte von mehr als 50 MW/m² und 3 MW Gesamtleistung bei einer Pulsdauer bis zu 30 s mit einer Zykluszahl von 25000 erreicht. Durch ein korkenzieherartig verdrilltes Metallband im Rohr wird die kritische Wärmestromdichte beim Burn-Out im Vergleich zur normalen Rohrströmung etwa doppelt so groß. Allerdings stellte sich auch heraus /MEI/, daß das Rohr durch das Metallband beschädigt wird, wenn dieses nicht fest eingepaßt ist und durch die hochturbulente Strömung vibriert.

Für die Neutralteilchcheninjektoren des JET-Projekts wurden sogenannte Hypervaprotrons /HYP/ entwickelt. Sie bestehen aus zwei 6 mm dicken verschweißten Platten mit einem Spalt von 18 mm. Von der oberen, wärmeaufnehmenden Platte ragen 8 mm lange Rippen in den Spalt hinein. Das Kühlmittel strömt senkrecht zu den Rippen durch den Spalt. Die Betriebsweise des Hypervaprotrons ist in Abb. 2.2 dargestellt. Im Spalt zwischen den Rippen bildet sich durch Überhitzung eine Dampfblase, die mit hoher Geschwindigkeit in das Kühlwasser ausgetrieben wird und dort zusammenfällt.

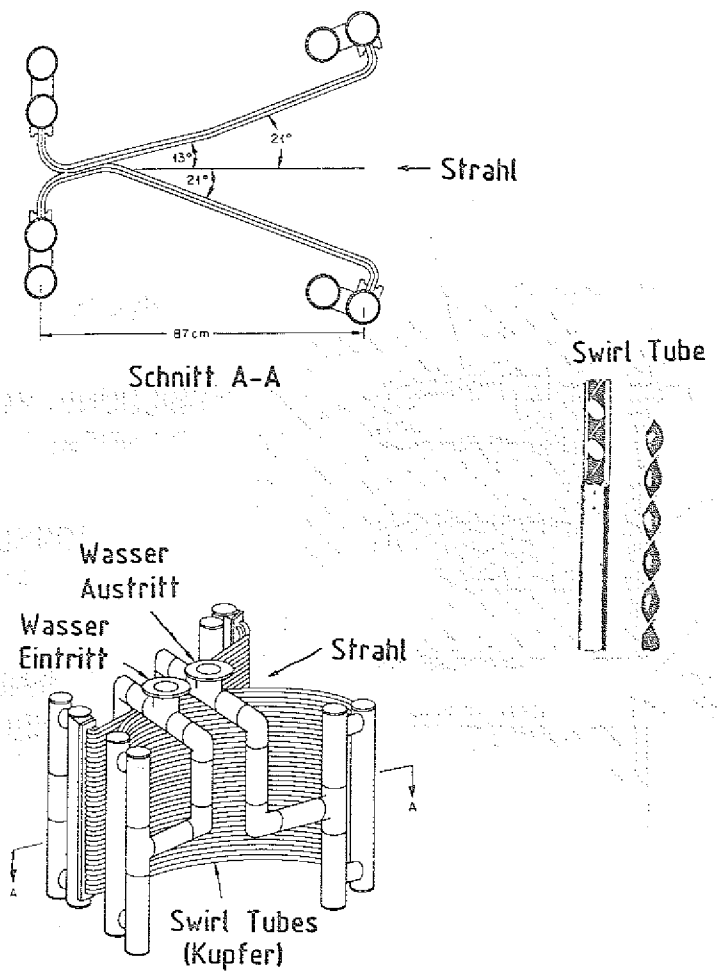


Abb.2.1: Swirl Tube Target /COM/

Dadurch wird wieder frisches Kühlwasser in den Spalt gesaugt und der Vorgang wiederholt sich. Bei Experimenten sind dadurch Wärmestromdichten von 10 bis 20 MW/m² abgeführt worden. Vorteilhaft ist bei diesem Prinzip der deutlich geringere Kühlwasserbedarf im Vergleich zu den oben genannten Swirl-Tubes. Nachteilig ist jedoch der pulsierende Betrieb, der die ganze Kühlstruktur und die Anschlüsse mechanisch belastet.

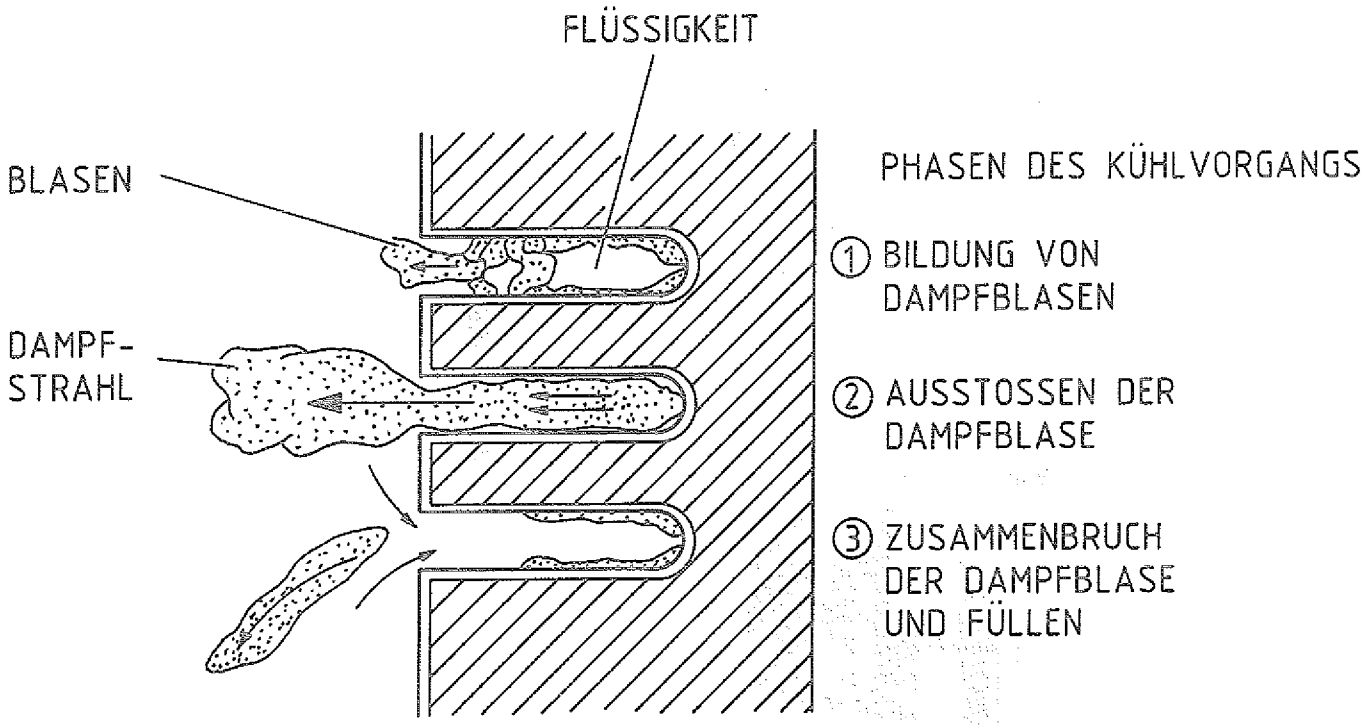
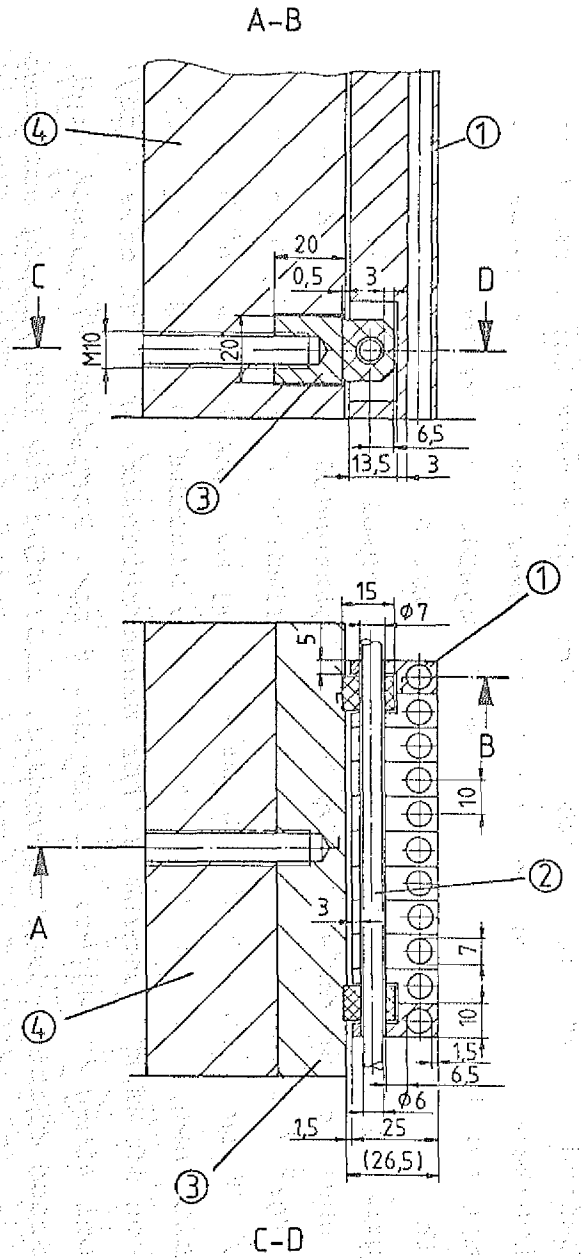
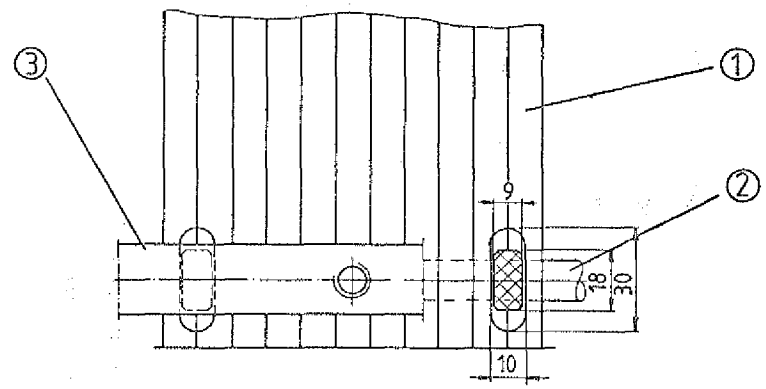


Abb. 2.2: Funktionsweise des Hypervapotrons /HYP/

Gleichfalls für das JET-Projekt wurden Kühlplatten aus Galvano-Kupfer entwickelt. Diese bestehen aus einer dünnen Kupferplatte, auf deren Rückseite galvano-technisch Kühlkanäle aufgebracht wurden. Mit dieser Technik ist es möglich, die Kühlkanaldichte an das Leistungsdichteprofil anzupassen und theoretisch eine gleichmäßige Plattentemperatur zu erreichen. Allerdings ist das Fertigungsverfahren noch sehr empirisch und daher die Qualität der Platten nicht konstant. Da zudem die Gütekontrolle nur schwer zu verwirklichen ist, führte dies in der Vergangenheit oft zu Undichtigkeiten.





① Kupferhohlprofil
② Befestigungsstange
③ Führungsschiene
④ Magnetjoch

Abb. 2.3: Kühlstruktur mit Kupferhohlprofilen

Eine zur Zeit in der KFA untersuchte Entwicklung besteht aus gezogenen Hohlprofilen aus einer Kupfer-Silber-Legierung. Diese Hohlprofile, bei denen verschiedene Querschnitte möglich sind, werden dann durch Bolzen zu einer Kühlwand zusammengestellt, siehe Abb. 2.3. Bei den verwendeten einfachen Profilformen, deren Herstellung bewährter Stand der Technik ist, sind die Kosten dieser Kühlstruktur gering. Allerdings sind die Wassersammler und die Wasserzuführungen bei beschränktem Platzangebot sehr aufwendig und kompliziert. Weiterhin muß noch eine Hartlöttechnik für die Verbindung von Wasserzuleitung und Hohlprofil erprobt werden, bei der die Kaltverfestigung des Profils nur im nahen Bereich des Lötorts verloren geht.

Für die ASDEX-Neutralteilcheninjektion wurden für hochbelastete Bereiche Kühlplatten erfolgreich eingesetzt /KRE/.

Die Platte ist nahezu quadratisch mit einer Kantenlänge von 20 cm und einer Dicke von 2,2 cm. Wie der Schnitt in Abb. 2.4 zeigt, befinden sich dicht unter der Oberfläche parallele, rechteckige Kühlkanäle, die an der der Plattenoberfläche zugewandten Seite mit schmalen Kühlrippen in Strömungsrichtung versehen und an ihren Enden durch ein Eintritts- bzw. Austrittsplenum verbunden sind. Zur Minimierung des Wasserdurchsatzes wurden die Kühlquerschnitte und deren Abstände dem Leistungsdichteprofil angepaßt. Diese Platten können bei einer maximalen Leistungsdichte von 27 MW/m² etwa 400 kW Gesamtleistung kontinuierlich abführen. Alternativ können die Platten eine gleichmäßige Leistungsdichte von 10 MW/m² aufnehmen. Der Wasserdurchsatz beträgt etwa 2 kg/s bei einem Druckverlust von ca. 6 bar. Fertigungstechnisch sind diese Platten sehr aufwendig, z.B. sind die Kühlrippen nur etwa 0,8 mm breit bei einem Abstand von 0,8 mm. Weiterhin ist das Verlöten der Plattenteile schwierig, da selbst die kleinsten Lötfehler die Funktionstüchtigkeit der Platte beeinträchtigen können.

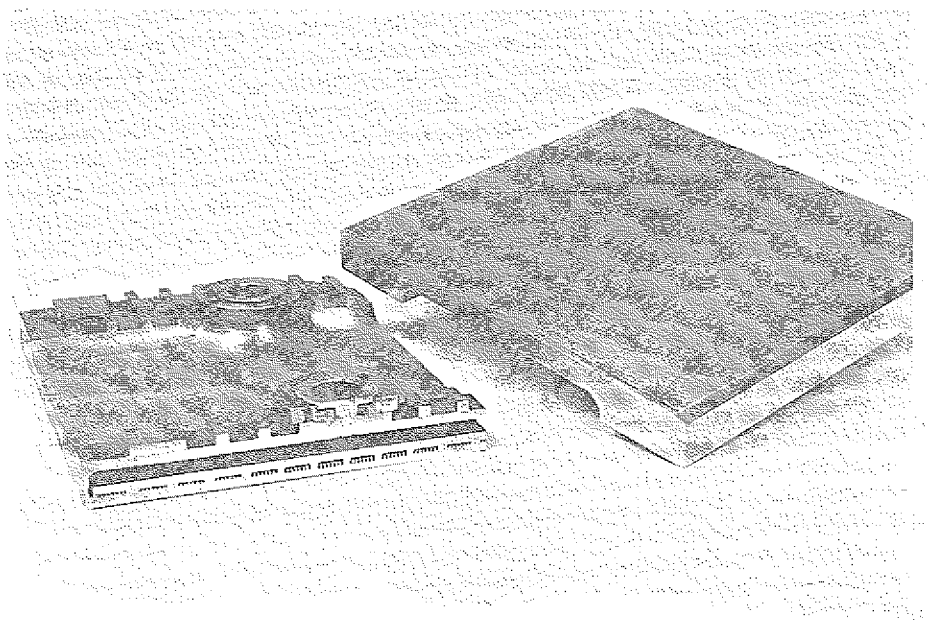


Abb. 2.4: Kühlplatten /KRE/

Bei Tests unter realen Bedingungen konnten die Auslegungswerte der Platten erreicht werden. Wegen der größeren Bautiefe der Platte, z.B. durch die rückseitigen Wasseranschlüsse, können sie allerdings nicht überall eingesetzt werden.

2.2 Inaktive Kühlstrukturen

Inaktive Kühlstrukturen nehmen die während der Pulsdauer einfallende Wärme im allgemeinen vollständig durch ihre Wärmespeicherfähigkeit auf, da die für die Pulspause ausgelegte Kühlung während der Pulsdauer keine nennenswerte Wärmemenge abführt. Daraus lassen sich einige bedeutende Vorteile gegenüber den aktiv gekühlten Strukturen ableiten:

1. Bei einer Erhöhung der Wärmestromdichte, z.B. durch ein ungenau angenommenes Leistungsdichteprofil oder durch eine Leistungsexkursion, führt ein Filmsieden in der Kühlung nicht automatisch zu einem Versagen der Kühlstruktur.

2. Die benötigte Kühlwassermenge ist deutlich geringer, da die Wärmeleistung nicht sofort abgeführt werden muß. Dies bewirkt außerdem, daß die Wasserzuführungen und -abführungen weniger platzaufwendig sind und ein leichterer Austausch der Kühlstruktur möglich ist.

3. Wegen des einfachen Kühlkonzeptes sind die Herstellungskosten weitaus geringer, da komplizierte Fertigungsschritte fehlen.

Allerdings sollen auch die Nachteile nicht unerwähnt bleiben:

1. Die Pulslänge ist begrenzt, da die Temperaturentwicklung instationär bleibt.

2. Die thermische Belastung, insbesondere an der heißen Seite, ist hoch.

3. Der Dauerfestigkeitsnachweis ist problematisch, da die benötigten Materialwerte, z.B. Wechselfestigkeiten, bei den hohen Temperaturen oft nicht vorhanden sind.

4. Bei großen, dicken Platten können Gewichtsprobleme auftreten.

Die Abb. 2.5 zeigt eine Auswahl von Bauarten inaktiver Kühlstrukturen. Eine sehr einfache Form ist eine massive Platte, auf deren Rückseite Kühlschlangen auf- oder eingelegt sind. Um thermische Spannungen abzubauen, kann die wärmeaufnehmende Seite mit Entlastungsschlitzen versehen werden. Diese Entkopplung kann verstärkt werden, indem die Kühlstruktur aus unabhängigen Teilstücken aufgebaut wird. Mit der zuletzt genannten Ausführung können z.B. gekrümmte Oberflächen angenähert werden.

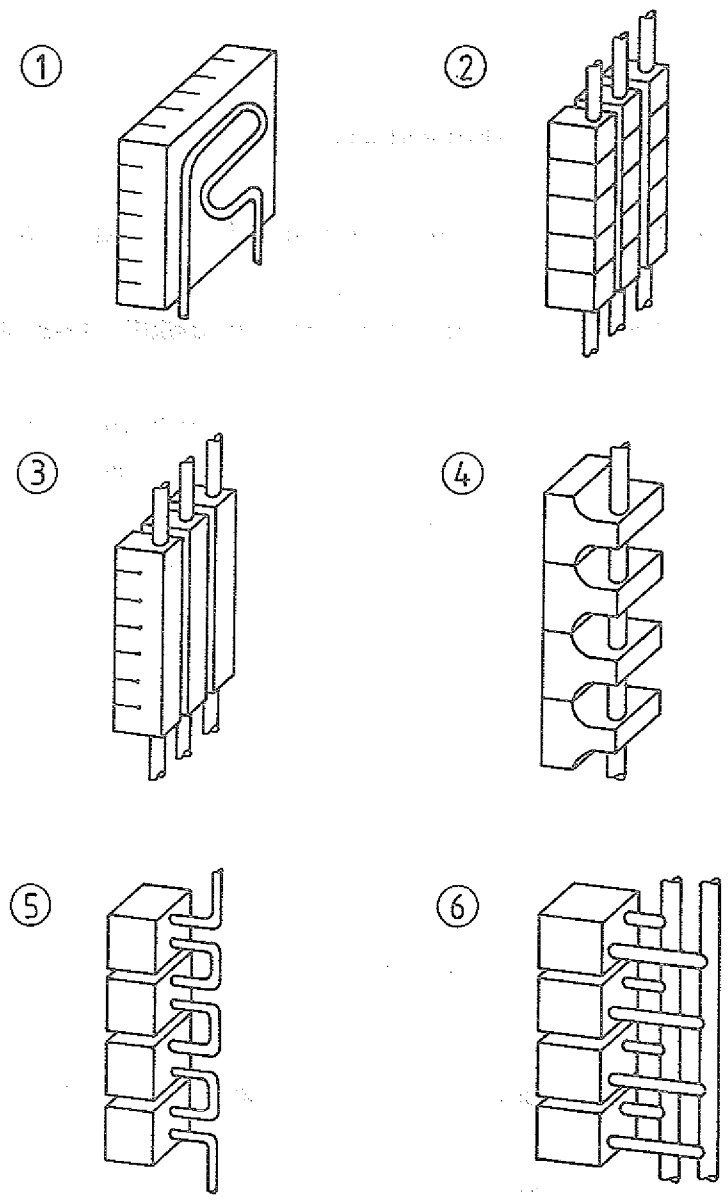


Abb. 2.5: Varianten inaktiver Kühlstrukturen /DES/

In den folgenden Kapiteln soll versucht werden, die thermische und mechanische Berechnung solcher inaktiver Kühlstrukturen am Beispiel von dicken Kupferplatten anhand 1-dimensionaler analytischer Formeln sowie 3-dimensionaler numerischer Verfahren vorzustellen.

3. Instationäre Temperaturentwicklung

3.1 1-dimensionale analytische Lösungen für den Aufheizvorgang

3.1.1 Endlich dicke Platte mit konvektiv gekühlter Rückseite

Die Grundlage der 1-dimensionalen Berechnung des instationären Temperaturfeldes ist der erste Hauptsatz der Thermodynamik und das Fouriersche Grundgesetz der Wärmeleitung. Mit der Voraussetzung konstanter Stoffwerte ergibt sich daraus

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{3.1}$$

Die Anfangsbedingung lautet für eine Platte mit konstanter Anfangstemperatur T_o

$$T_{(x,t=0)} = T_o \tag{3.2}$$

Als Randbedingungen ergeben sich nach Abb. 3.1 für den vorliegenden Fall auf der heißen, mit dem Wärmefluß beaufschlagten Seite (Randbedingung zweiter Art)

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{(x=0)} = \dot{q}'' \tag{3.3}$$

Hierbei wird angenommen, daß die auf die Oberfläche auftreffenden Ionen ihre Energie durch Stoßprozesse nur in oberflächennahen Schichten abgeben. Zusätzlich wird die Wärmestrahlung vernachlässigt.

Auf der kalten Seite wird Wärme durch Konvektion an ein Kühlmedium mit der Temperatur T_k abgegeben (Randbedingung dritter Art)

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{(x=D)} = \alpha \left(T_{(x=D)} - T_k\right) \tag{3.4}$$

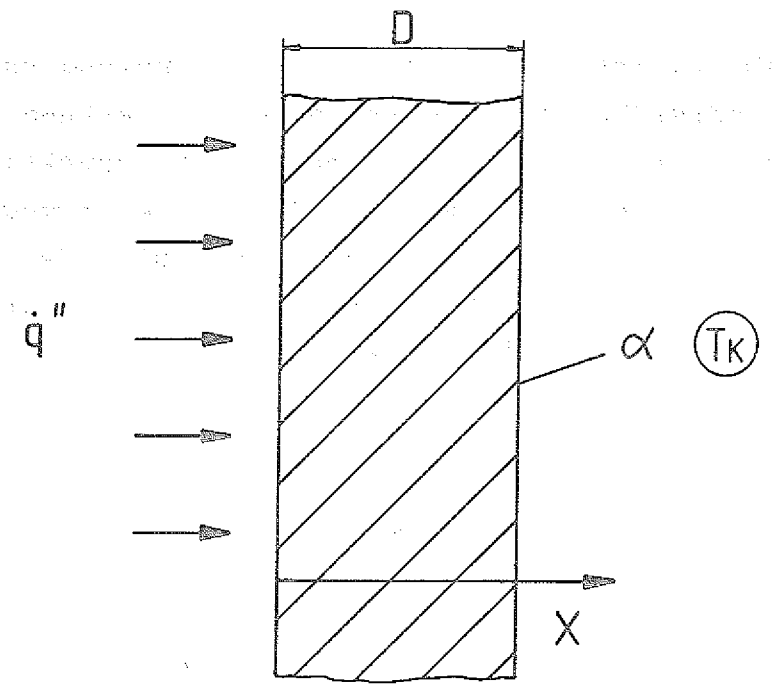


Abb. 3.1: Rechenmodell der endlich dicken Platte mit konvektiv gekühlter Rückseite

Für die weitere Behandlung des Problems ist es hilfreich, einige allgemeinübliche dimensionslose Kennzahlen einzuführen.

Die Fourier-Zahl FO ist eine dimensionslose Zeit und beschreibt das Verhältnis von Wärmeleitung zu Wärmespeicherung im betrachteten Fall, d.h. zu Beginn bei kleinen FO-Zahlen ($t \rightarrow 0$) wird die dem System zugeführte Energie überwiegend durch Wärmespeicherung aufgenommen und bei großen FO-Zahlen ($t \rightarrow \infty$) wird die zugeführte Energie überwiegend durch Wärmeleitung abgeführt.

$$FO = \frac{a \cdot t}{D^2} \tag{3.5}$$

$$a = \frac{\lambda}{\varrho c} \tag{3.6}$$

Die Biot-Zahl BI ist eine dimensionslose Kühlung und beschreibt den inneren Wärmeübergangswiderstand durch Leitung im Verhältnis zum äußeren Wärmeübergangswiderstand durch Konvektion. Dies bedeutet, daß bei kleinen BI-Zahlen der größte Wärmewiderstand bei der äußeren Konvektion und bei hohen BI-Zahlen der größte Wärmewiderstand in der inneren Wärmeleitung zur Körpergrenzfläche liegt. Im Grenzfall bei BI = 0 ergibt sich eine adiabate Randbedingung, bzw. bei $BI \rightarrow \infty$ wird die Grenzfläche die Kühlmitteltemperatur annehmen.

$$BI = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda} \tag{3.7}$$

Die Temperaturkennzahl Θ ist eine dimensionslose Temperatur und beschreibt das Verhältnis von Wärmeleitung zum äußeren Wärmefluß.

$$\Theta = \frac{\vartheta \cdot \lambda}{\dot{q}'' \cdot D} \tag{3.8}$$

$$\vartheta = T - T_{START} \tag{3.9}$$

Für die weitere Behandlung soll vorausgesetzt werden, daß die Anfangstemperatur mit der Kühlmitteltemperatur identisch ist.

$$\vartheta = T - T_K \tag{3.10}$$

Die Wegkoordinate x wird mit der Plattendicke D dimensionslos gemacht.

$$\tilde{x} = \frac{x}{D} \tag{3.11}$$

Durch Einführung dieser Kennzahlen in die Differentialgleichung (3.1), die Anfangsbedingung (3.2) und die Randbedingungen (3.3), (3.4) ergibt sich

$$\frac{\partial \theta}{\partial FO} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} \tag{3.12}$$

$$\theta_{(FO=0)} = 0 \tag{3.13}$$

$$-\left.\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}}\right|_{(\tilde{x}=0)} = 1 \tag{3.14}$$

$$-\left.\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}}\right|_{(\tilde{x}=1)} = Bi \cdot \theta_{(\tilde{x}=1)} \tag{3.15}$$

Bei der Gleichung (3.12) handelt es sich um den parabolischen Typ einer linearen partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung. Diese kann gelöst werden z.B. nach dem Fourierschen Verfahren mit einem Produktansatz der Variablen oder durch Laplace-Transformationen.
Für sehr viele verschiedene Geometrien, Rand- und Anfangsbedingungen sind die Lösungen in /CAR/ und /KAK/ nach dem Fourierschen Verfahren und in /TAU/ mit Laplace-Transformationen aufgeführt. Diese Lösungen sind allerdings nicht in der dimensionslosen Form durch Kennzahlen dargestellt.

Für die Lösung der Differentialgleichung (3.12) und die Rand- bzw. Anfangsbedingungen (3.13) bis (3.15) ergibt sich nach Umformung aus /TAU/:

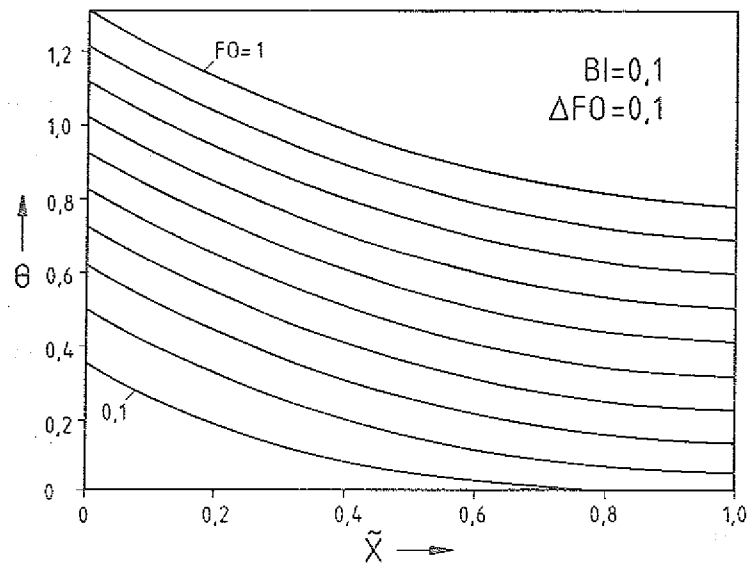
$$\theta = \frac{1 + BI \cdot (1 - \tilde{x})}{BI} - 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(k_n \cdot \tilde{x})}{k_n \cdot (k_n + \sin k_n \cdot \cos k_n)} \cdot e^{-k_n^2 \cdot FO} \tag{3.16}$$

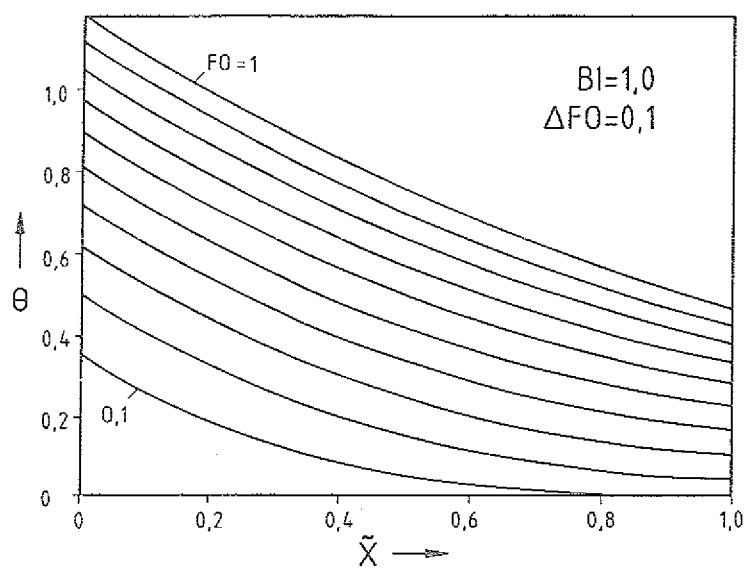
$$k_n = \cot k_n \cdot BI \tag{3.17}$$

Man erkennt, daß im stationären Zustand ($FO \rightarrow \infty$) die Summe gegen Null geht und damit der erste Summand das stationäre lineare Temperaturprofil beschreibt.

Die transzendente Gleichung (3.17) ist nur numerisch lösbar, so daß eine geschlossene Lösung des zeitlichen Temperaturverlaufs jeweils nur für eine gegebene BI-Zahl möglich ist. Im Anhang A sind die ersten 5 Lösungen der Gleichung (3.17) in Abhängigkeit von der BI-Zahl aufgeführt.

Die Abbildungen 3.2 a - c zeigen die Abhängigkeit des zeitlichen Temperaturprofils in der Platte von der BI-Zahl. Man erkennt, daß auf der beheizten Seite ($\tilde{x} = 0$) der Temperaturgradient wie gefordert immer gleich ist. Auf der gekühlten Seite ($\tilde{x} = 1$) liegt bei kleinen BI-Zahlen fast eine adiabate Randbedingung vor, d.h. es wird sehr wenig Wärme abgeführt. Bei hohen BI-Zahlen ändert sich die Temperatur auf der Rückseite nur gering. Wegen des guten Wärmeübergangs wird das Temperaturprofil im dargestellten Zeitabschnitt nahezu stationär.





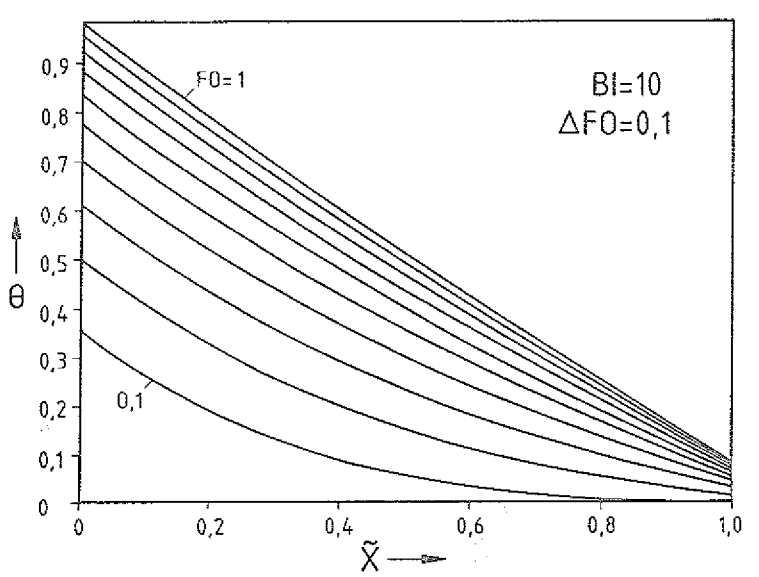


Abb. 3.2. a - c: Temperaturprofil über der Plattendicke mit einer FO-Schrittweite von 0,1 für verschiedene BI-Zahlen

Der zeitliche Temperaturverlauf der Vorderseite und Rückseite in Abb. 3.3 a - c zeigt, daß mit steigender BI-Zahl der stationäre Zustand schneller erreicht wird, wobei das Temperaturniveau geringer ist.

In den Abb. 3.4 a - b und 3.5 a - b sind der dimensionslose Temperaturverlauf der beheizten Plattenvorderseite (H) bzw. der gekühlten Plattenrückseite (K) als Funktion der FO-Zahl und der BI-Zahl aufgetragen. Die Gleichung (3.16) wird dabei so normiert, daß für beide Fälle der gleiche Grenzwert auftritt. Zur Bestimmung z.B. der Temperatur auf der Vorderseite zu einem bestimmten Zeitpunkt geht man wie folgt vor:

1. Zusammenstellung der benötigten Stoffwerte, der Plattendicke, der Leistungsdichte und der Wärmeübergangszahl.

2. Bestimmung der FO-Zahl nach Gleichung (3.5).

3. Bestimmung der BI-Zahl nach Gleichung (3.7).

4. Ablesen des Funktionswertes in Abhängigkeit der FO-Zahl und der BI-Zahl in Abb. 3.4 a.

5. Auflösen des Funktionswertes nach der Θ-Zahl.

6. Auflösung der Θ-Zahl mit Gleichung (3.8) und (3.9) nach der gesuchten Temperatur.

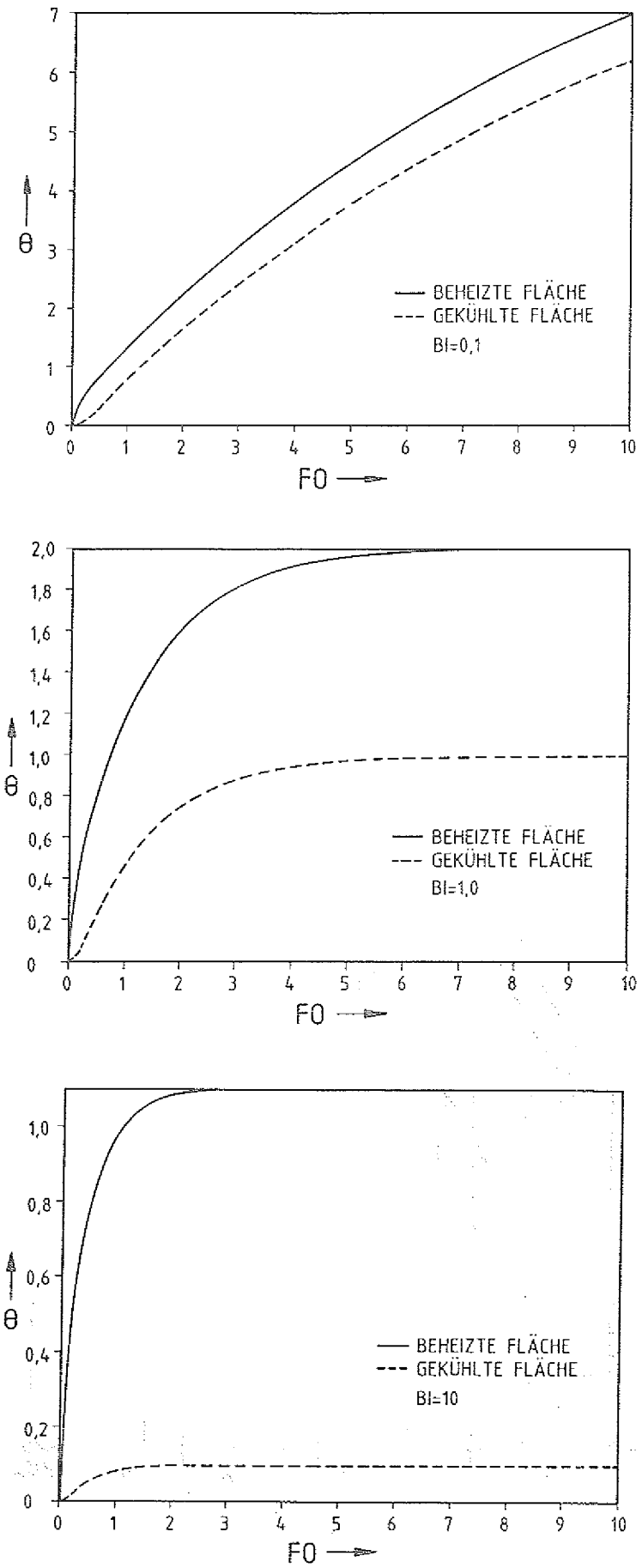


Abb. 3.3 a - c: Instationärer Temperaturverlauf der Plattenoberfläche für verschiedene BI-Zahlen

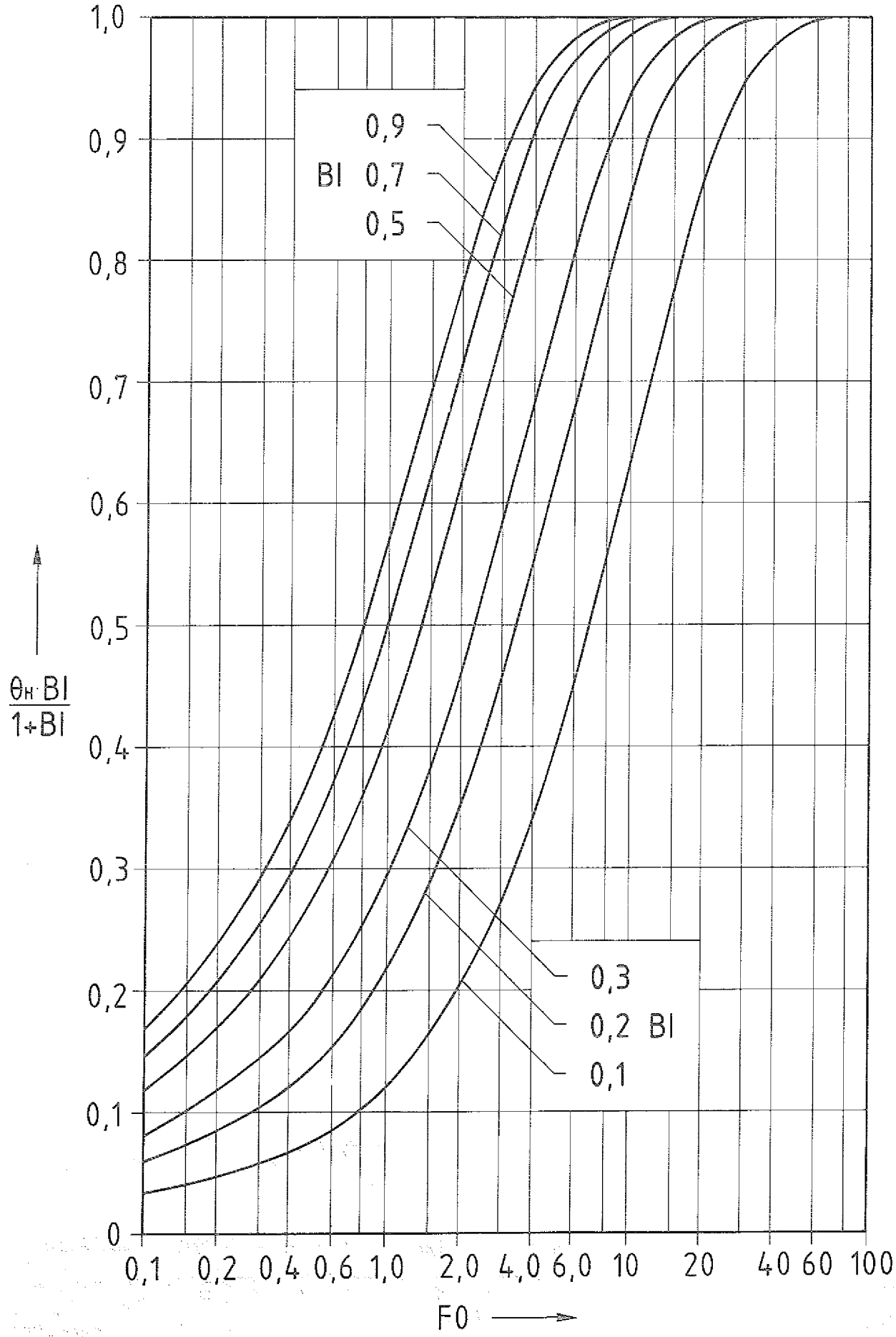


Abb. 3.4 a: Instationärer Temperaturverlauf der heißen Plattenoberfläche für BI = 0,1 - 0,9

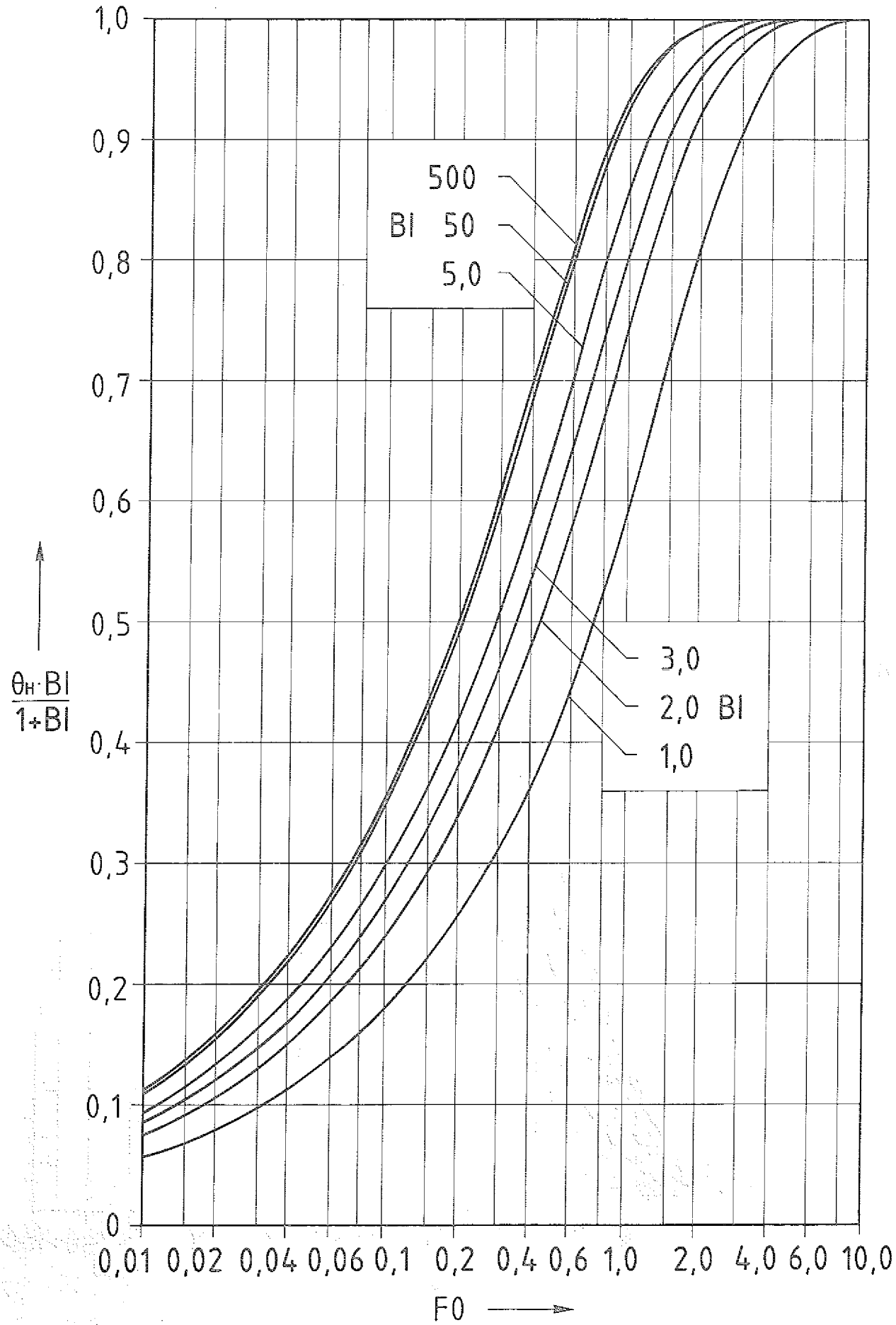


Abb. 3.4 b: Instationärer Temperaturverlauf der heißen Plattenoberfläche für BI = 1,0 - 500

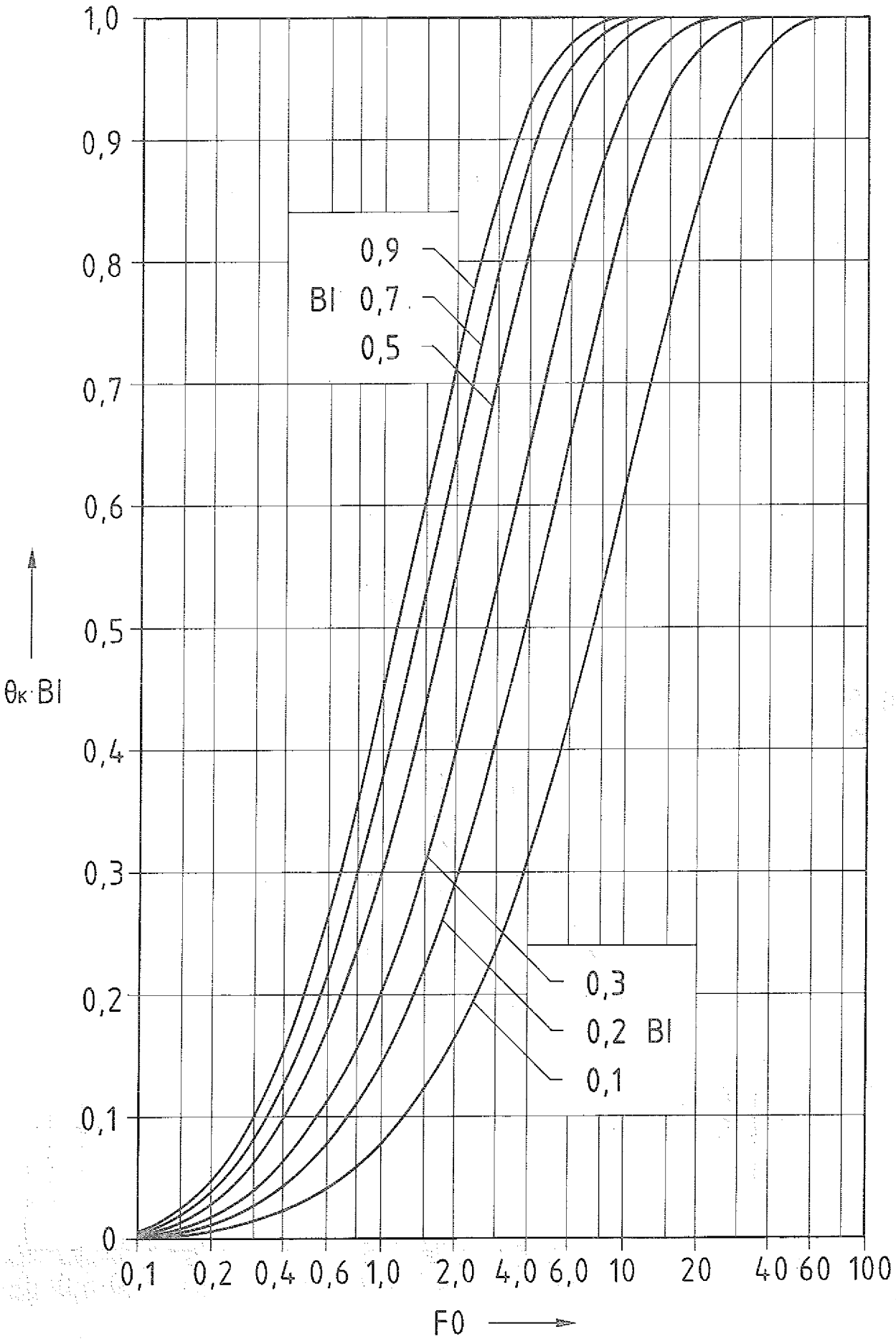


Abb. 3.5 a: Instationärer Temperaturverlauf der kalten Plattenoberfläche für BI = 0,1 - 0,9

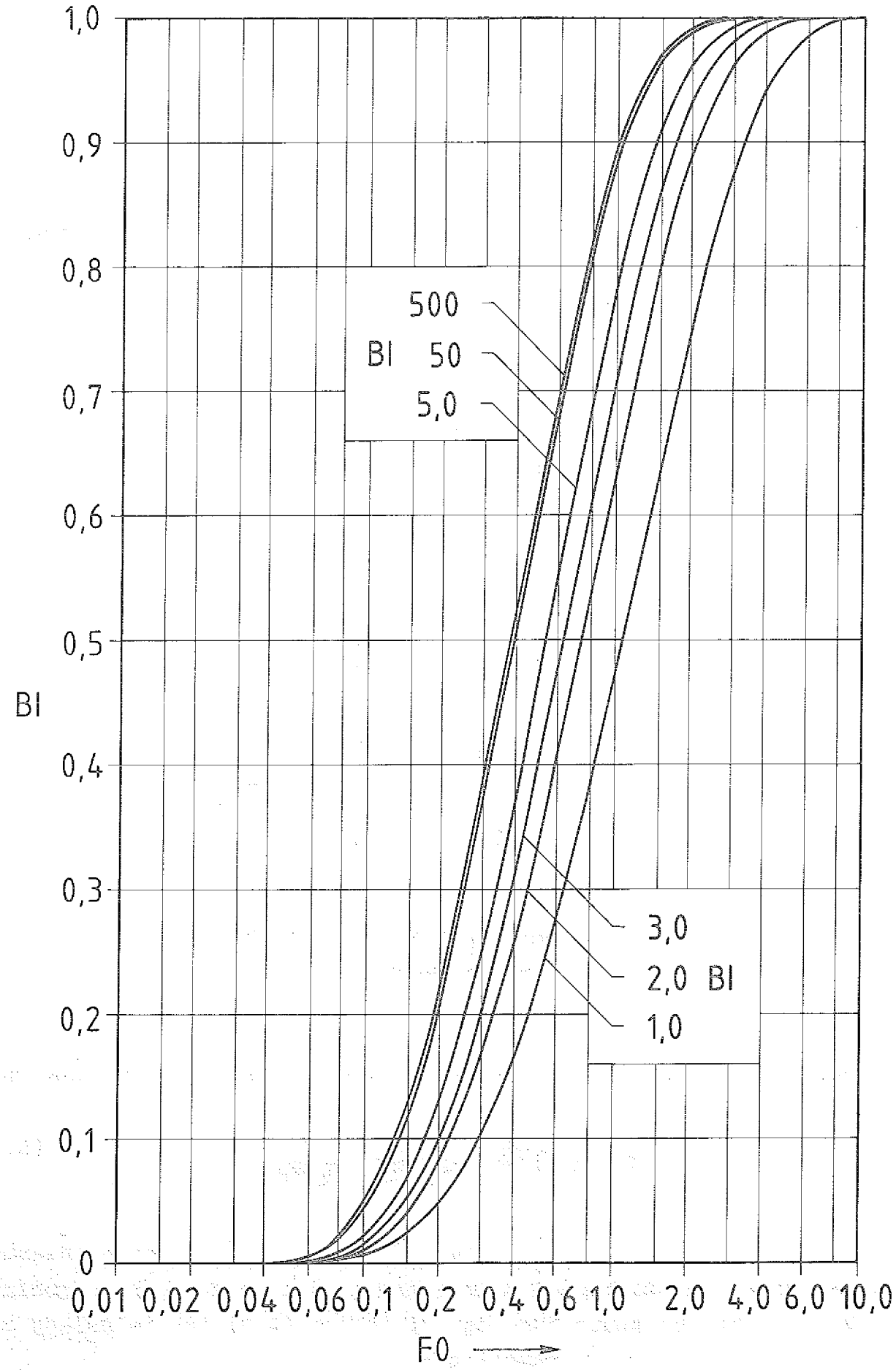


Abb. 3.5 b: Instationärer Temperaturverlauf der kalten Plattenoberfläche für BI = 1,0 - 500

3.1.2 Unendlicher Halbraum

Sehr oft wird die instationäre Temperaturentwicklung in einer Platte durch das Modell eines einseitig unendlichen Halbraums nach Abb. 3.6 berechnet.

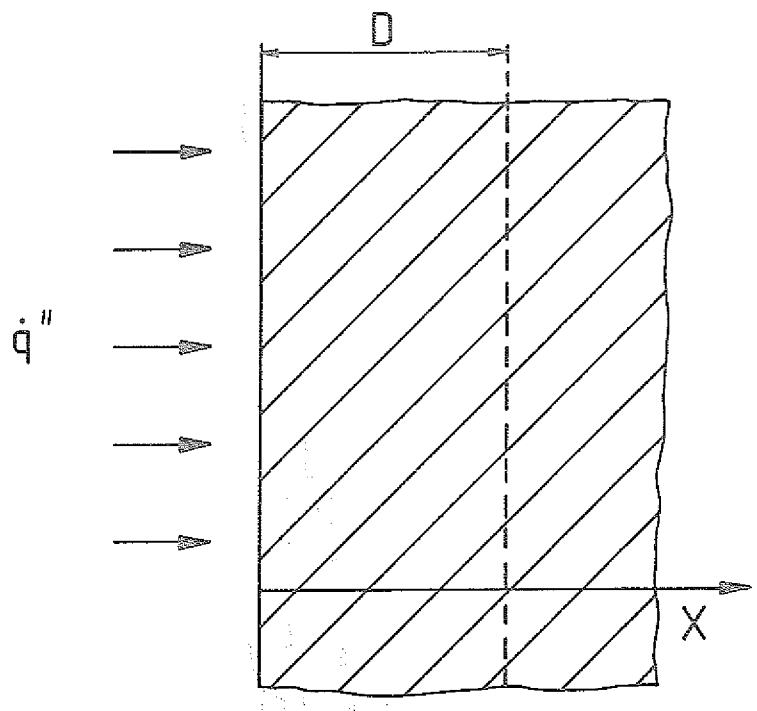


Abb. 3.6: Rechenmodell des unendlichen Halbraums mit angenommener Plattendicke

Unter Verwendung der bekannten Kennzahlen ergibt sich nach /TAU/

$$\Theta = 2\sqrt{FO} \cdot \mathrm{INTERFC}\left(\frac{\tilde{x}}{2\sqrt{FO}}\right) \tag{3.18}$$

Die FO-Zahl und die dimensionslose Wegkoordinate werden hierbei mit einer der Plattendicke entsprechenden Schichtdicke gebildet. Zur leichteren Auswertung der Gleichung (3.8) ist im Anhang B die Funktion INTERFC tabelliert.

Vergleicht man die Ergebnisse der Gleichung (3.18) mit denen aus Gleichung (3.16) für kleine BI-Zahlen (BI $\leqslant$ 1), so ergeben sich mit dem Modell des unendlichen Halbraums deutlich geringere Temperaturen insbesondere auf der Rückseite der angenommenen Plattendicke. Dieser Sachverhalt läßt sich durch die folgende Überlegung erklären. Während eines bestimmten Zeitraums ist der in den unendlichen Halbraum abgeleitete Wärmestrom deutlich größer als bei konvektivem Wärmeübergang. Dieser Zeitraum beginnt, wenn auf der Rückseite der Platte die erste Temperaturerhöhung stattfindet und endet kurz vor dem stationären Zustand im konvektiven Fall. Die Gleichung (3.18) darf also nur dann angewendet werden, wenn die "Temperaturgrenzschicht" viel kleiner als die gedachte Schichtdicke ist, d.h. im allgemeinen für kleine FO-Zahlen.

Bei einer endlich dicken Platte mit guter Kühlung, z.B. BI = 1, ergeben sich im Vergleich zum unendlichen Halbraum geringere Temperaturen. Die Abb. 3.7 zeigt diesen Fall für den Vergleich der Ergebnisse nach Gleichung (3.16) und (3.18). Hieraus ist auch zu erkennen, daß für kleine FO-Zahlen, insbesondere auf der Plattenvorderseite, die Ergebnisse gleich sind. Die Abb. 3.7 kann ebenso dazu dienen, den zeitlichen und örtlichen Temperaturverlauf im unendlichen Halbraum zu bestimmen. Die Schichtdicke D ist dann entsprechend als Bruchteil der insgesamt zu betrachtenden Dicke zu wählen.

3.1.3 Endlich dicke Platte mit adiabater Rückseite

Konservative Werte für den zeitlichen Temperaturverlauf in der Platte ergeben sich, wenn während der Pulszeit die Plattenrückseite als adiabat betrachtet wird, siehe Abb. 3.8. Dieses Vorgehen ist dann ratsam, wenn die Kühlung durch aufgebrachte Kühlschlangen realisiert wird und die Abschätzung des im allgemeinen geringen Wärmeübergangskoeffizienten problematisch ist.

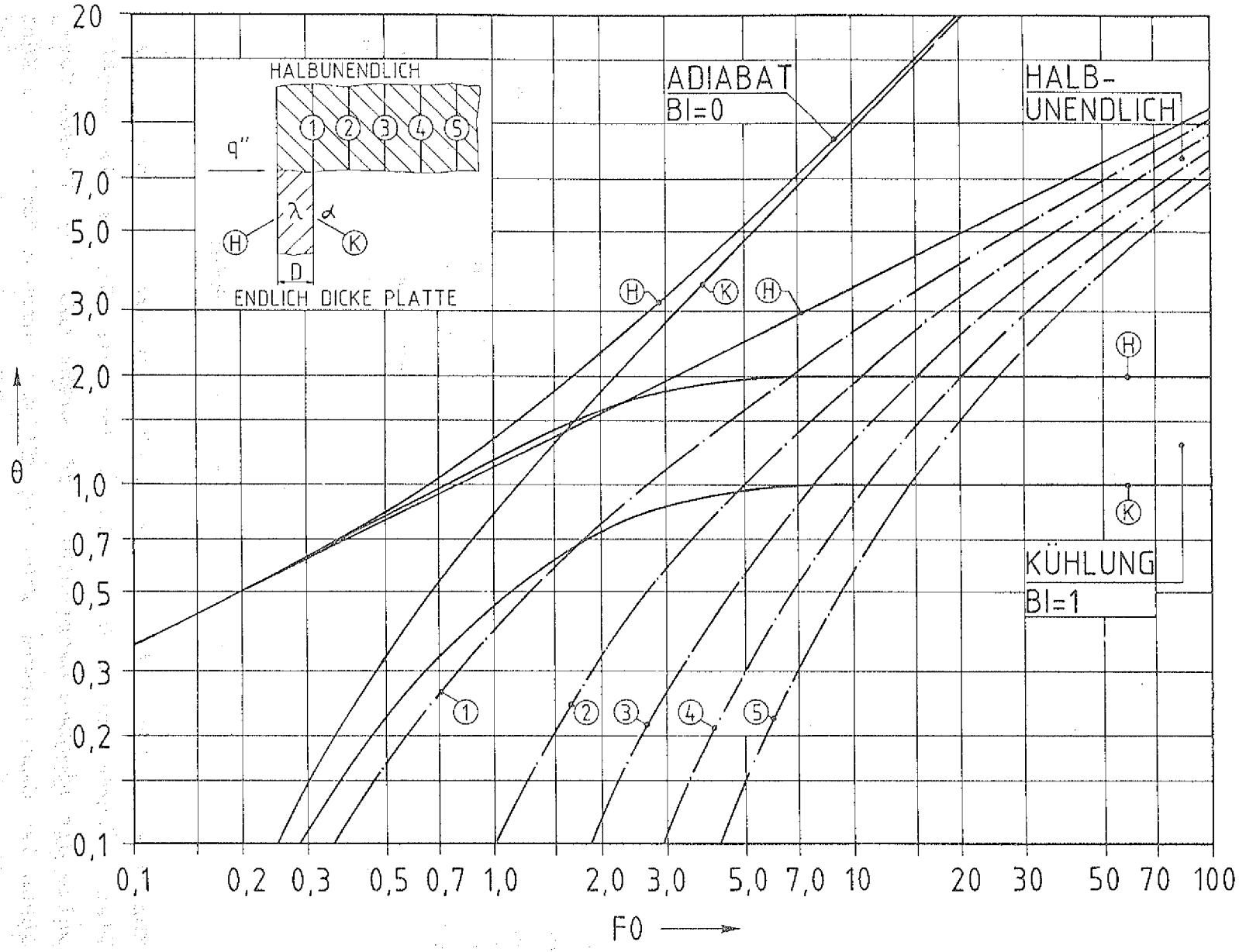


Abb. 3.7: Instationärer Temperaturverlauf der Plattenoberflächen bei adiabater Rückseite, unendlichem Halbraum und konvektiver Kühlung

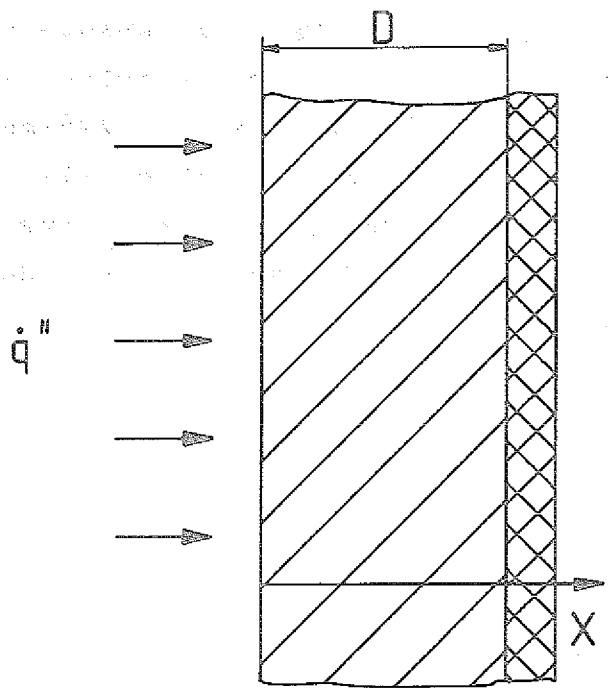


Abb. 3.8: Rechenmodell der endlich dicken Platte mit adiabater Rückseite

In Anlehnung an /TAU/ ergibt sich für diesen Fall:

$$\Theta = 2 \cdot \sqrt{FO} \cdot \left[\mathrm{INTERFC}\left(\frac{\tilde{x}}{2\sqrt{FO}}\right) + \mathrm{INTERFC}\left(\frac{2-\tilde{x}}{2\sqrt{FO}}\right) + \mathrm{INTERFC}\left(\frac{2+\tilde{x}}{2\sqrt{FO}}\right) + \mathrm{INTERFC}\left(\frac{4-\tilde{x}}{2\sqrt{FO}}\right) \right] \tag{3.19}$$

für $FO < 0{,}4 \cdots 0{,}5$

$$\Theta = FO + \tilde{x}/2 - \tilde{x} + 1/3 \tag{3.20}$$

für $FO > 0{,}4 \cdots 0{,}5$

Der Temperaturverlauf für diesen Fall ist ebenso in Abb. 3.7 eingetragen. Man erkennt, daß der Temperaturverlauf nach Gleichung (3.19) bzw. (3.20) und (3.16) für kleine FO-Zahlen nahezu identisch ist. Wählt man z.B. kleinere BI-Zahlen als in Abb. 3.7 dargestellt, beginnt die Abweichung vom Temperaturverlauf der adiabaten Platte erst bei größeren FO-Zahlen. Wegen der Struktur der Gleichung (3.16) können allerdings durch die Grenzbetrachtung für BI = 0 nicht die Gleichungen (3.19) und (3.20) ermittelt werden.

3.1.4 Endlich dicke Platte mit konstanter Temperatur auf der Rückseite

Im Grenzfall unendlich guter Kühlung ($BI \rightarrow \infty$), siehe Abb. 3.9, kann die dafür zutreffende Gleichung aus Gleichung (2.16) durch einen Grenzübergang gewonnen werden.

$$\Theta = 1 - \tilde{x} - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{2n+1}{n}\pi\tilde{x}\right)}{(2n+1)^2} \cdot e^{-\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)^2 \cdot FO} \qquad (3.21)$$

In Abb. 3.7 würde für diesen nicht eingetragenen Fall der stationäre Zustand für die Vorderseite $\Theta = 1$ betragen. Auf der Rückseite ergibt sich entsprechend der Voraussetzung immer $\Theta = 0$.

3.2 1-dimensionale analytische Lösung für den Abkühlvorgang

Der Abkühlvorgang beginnt nach Pulsende, d.h. nach Verschwinden der aufgebrachten Wärmestromdichte, und geht von der Temperaturverteilung zum Zeitpunkt des Pulsendes aus. Das Rechenmodell ist deshalb das gleiche wie in Abb. 3.1, wobei als Unterschied die linke Seite bei x = 0 als adiabat betrachtet wird.

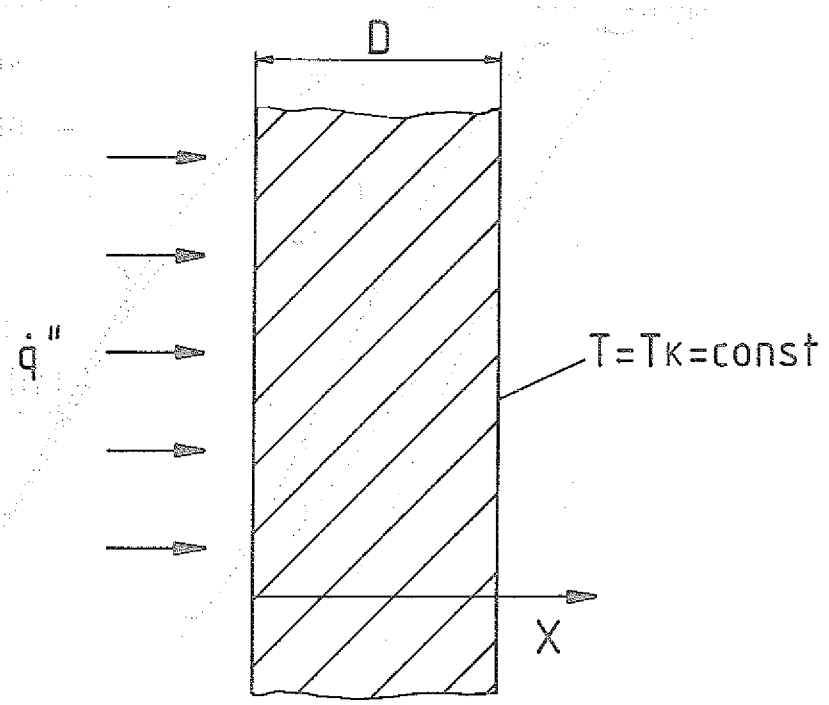


Abb. 3.9: Rechenmodell der endlich dicken Platte mit konstanter Temperatur auf der Rückseite

Die diesen Vorgang beschreibende Gleichung läßt sich aus /TAU/ ableiten zu

$$\Theta = 2\,\Theta_A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin k_n \cdot \cos(k_n \tilde{x})}{k_n + \sin k_n \cdot \cos k_n}\, e^{-k_n^2 FO} \qquad (3.22)$$

Hierbei bedeutet ϑ_A in Θ_A die Differenz zwischen Anfangstemperatur der Platte und Kühlmitteltemperatur, siehe Gleichung (3.8). Der Einfluß einer unterschiedlich starken Kühlung ist nur noch über die Lösung k_n der Gleichung (3.17) vorhanden. Die Abb. 3.10 zeigt die Abkühlung nach Gleichung (3.22) mit der BI-Zahl als Parameter.

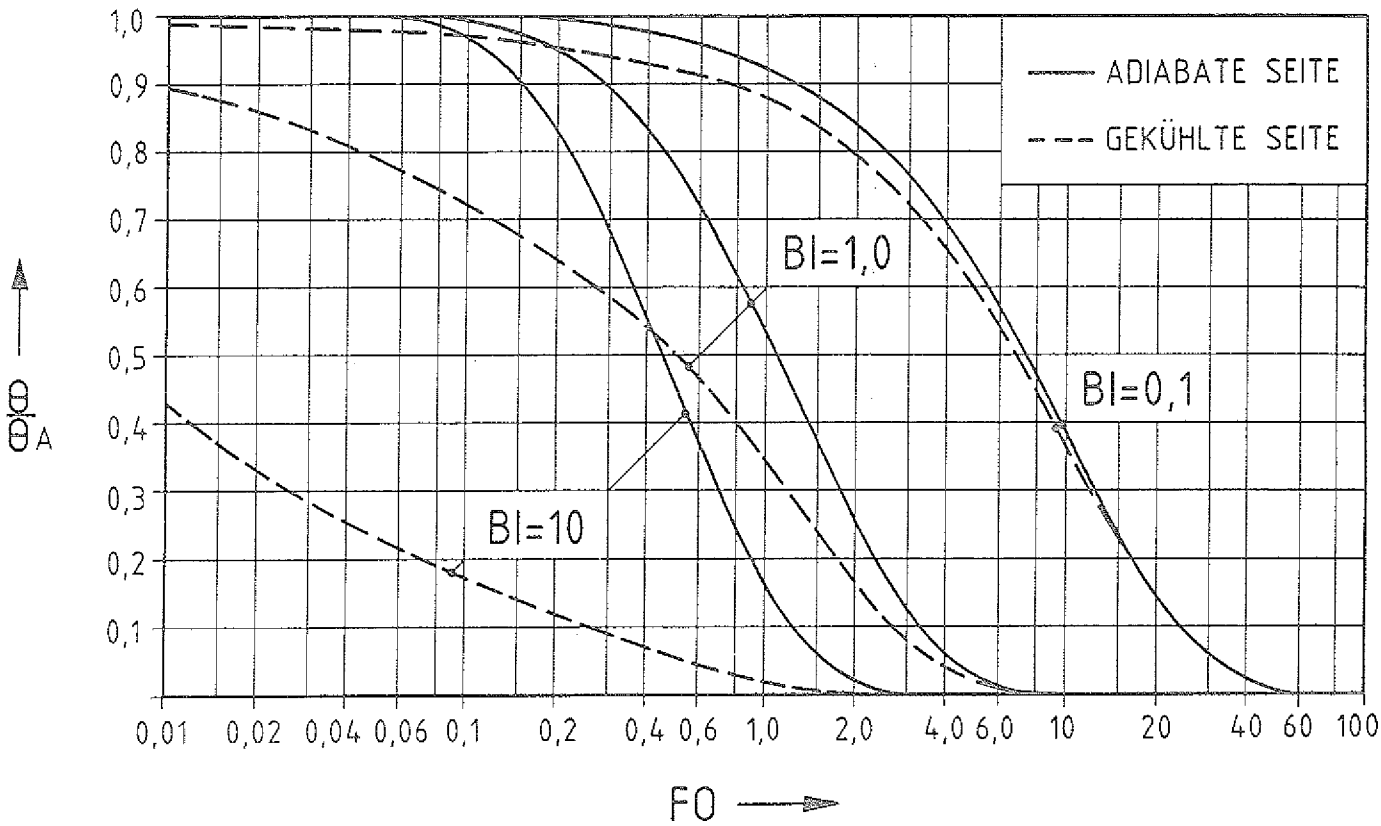


Abb. 3.10: Abkühlkurven ausgehend von einer gleichmäßigen Anfangstemperaturverteilung

Geht man davon aus, daß die Temperaturverteilung nach Pulsende stationär ist, dann ergibt sich die Anfangstemperaturverteilung der Platte aus

$$\theta_A = 1/Bi + 1 - \tilde{x} \qquad (3.23)$$

Ist der Zustand der Platte bei Pulsende noch nicht stationär, so müßte man von einer rechentechnisch unhandlichen ortsabhängigen Anfangstemperaturverteilung ausgehen. Für nicht zu große BI-Zahlen wird aber nach Pulsende der starke Temperaturgradient in

der Platte durch Temperaturausgleich schnell flacher werden, so daß man konservativ bezüglich der Abkühlzeit auch von einem homogenen, ortsunabhängigen Temperaturporfil ausgehen kann. Aus einer Energiebilanz für die Pulsdauer ergibt sich diese Anfangstemperatur zu

$$\bar{\Theta}_A = 2 \cdot Bi \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos k_n}{k_n^3 \cdot (k_n + \sin k_n \cdot \cos k_n)} \cdot \left(1 - e^{-k_n^2 \cdot FO_p}\right) \qquad (3.24)$$

Hierbei wird mit FO_p die FO-Zahl bei Pulsende bezeichnet.

Bei sehr kleinen BI-Zahlen kann man während der Pulszeit die Platte als adiabat betrachten. Dann ergibt sich für die Anfangstemperatur

$$\bar{\Theta}_A = FO_p \qquad (3.25)$$

Es ist auf den ersten Blick nicht ersichtlich, daß die Gleichung (3.25) den Grenzfall der Gleichung (3.24) für BI = 0 darstellt. Die Abb. 3.11 zeigt jedoch, daß bei Gleichung (3.24) die Grenzbedingungen

$$\lim_{Bi \to 0} \Theta_A = FO_p$$
$$\lim_{FO_p \to \infty} \Theta_A = 1/Bi + 0{,}5 \qquad (3.26)$$

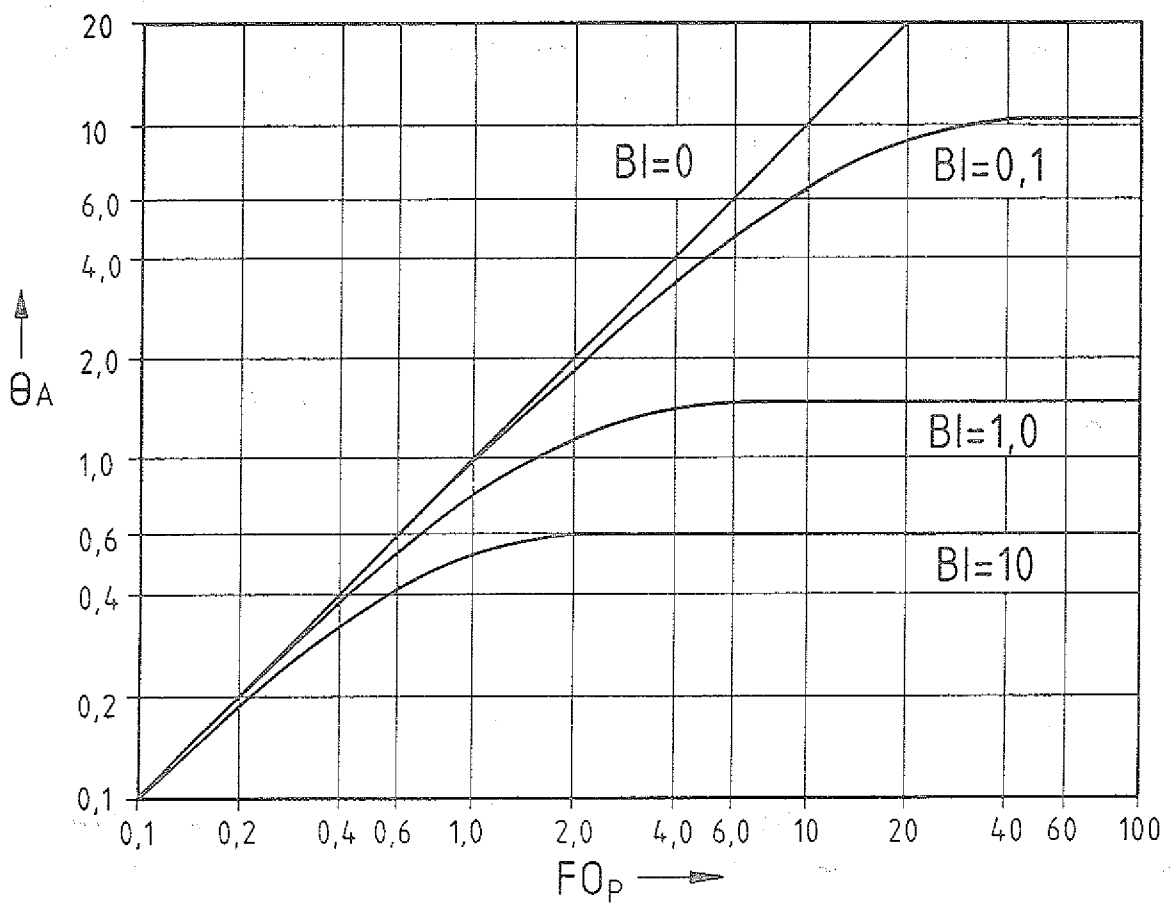


Abb. 3.11: Mittlere Plattentemperatur als Funktion der Aufheizdauer und der BI-Zahl

erfüllt sind. Für eine schnelle Abschätzung von Θ_A können die beiden Asymptoten aus Gleichung (3.26) verwendet werden.

In Abb. 3.12 ist die Abkühlung dargestellt, ausgehend vom stationären Temperaturprofil und von der resultierenden Ausgleichstemperatur. Daraus läßt sich schließen, daß man bezüglich der Abkühlzeit von der mittleren Temperatur ausgehen kann. Dies gilt im Prinzip für alle BI-Zahlen.

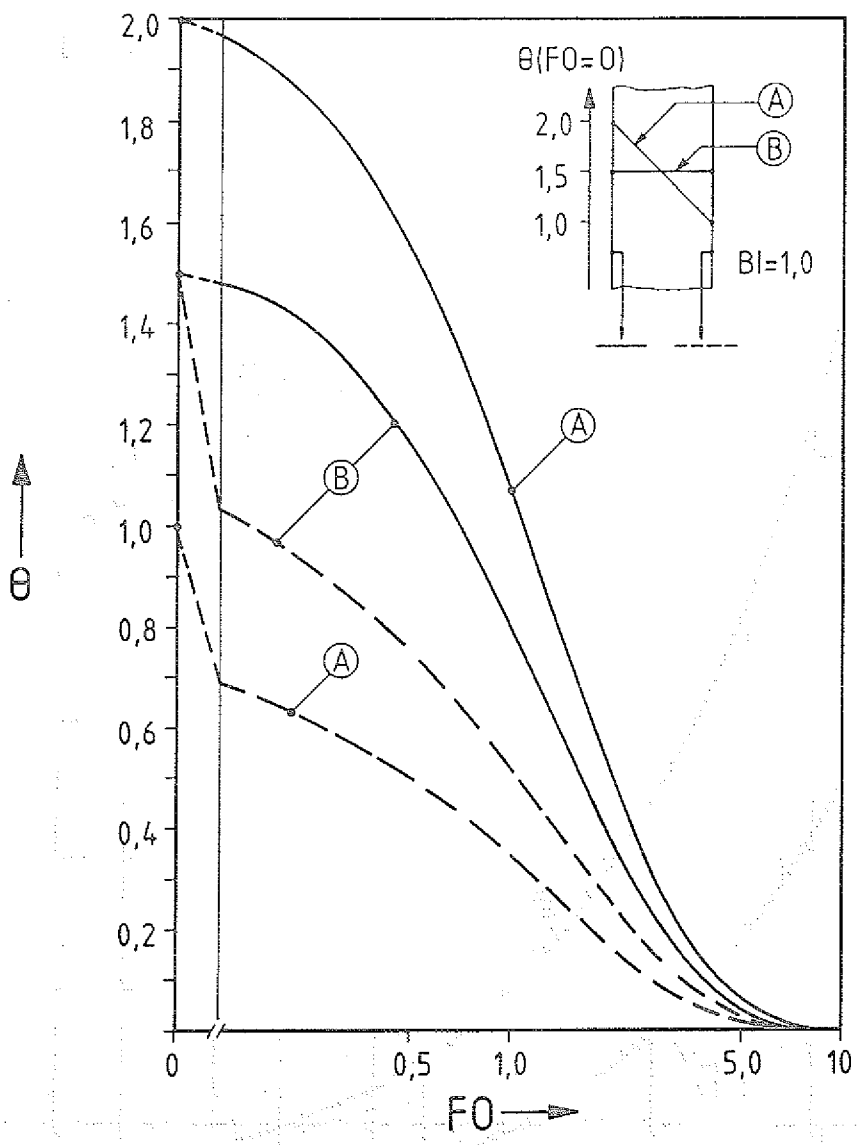


Abb. 3.12: Vergleich des Abkühlverhaltens ausgehend von der stationären Temperaturverteilung nach dem Aufheizen und der mittleren Temperatur

Eine Abschätzung der Abkühlzeit als Funktion der BI-Zahl kann mit Abb. 3.13 erfolgen. Aufgetragen ist hier die FO-Zahl, bei der die

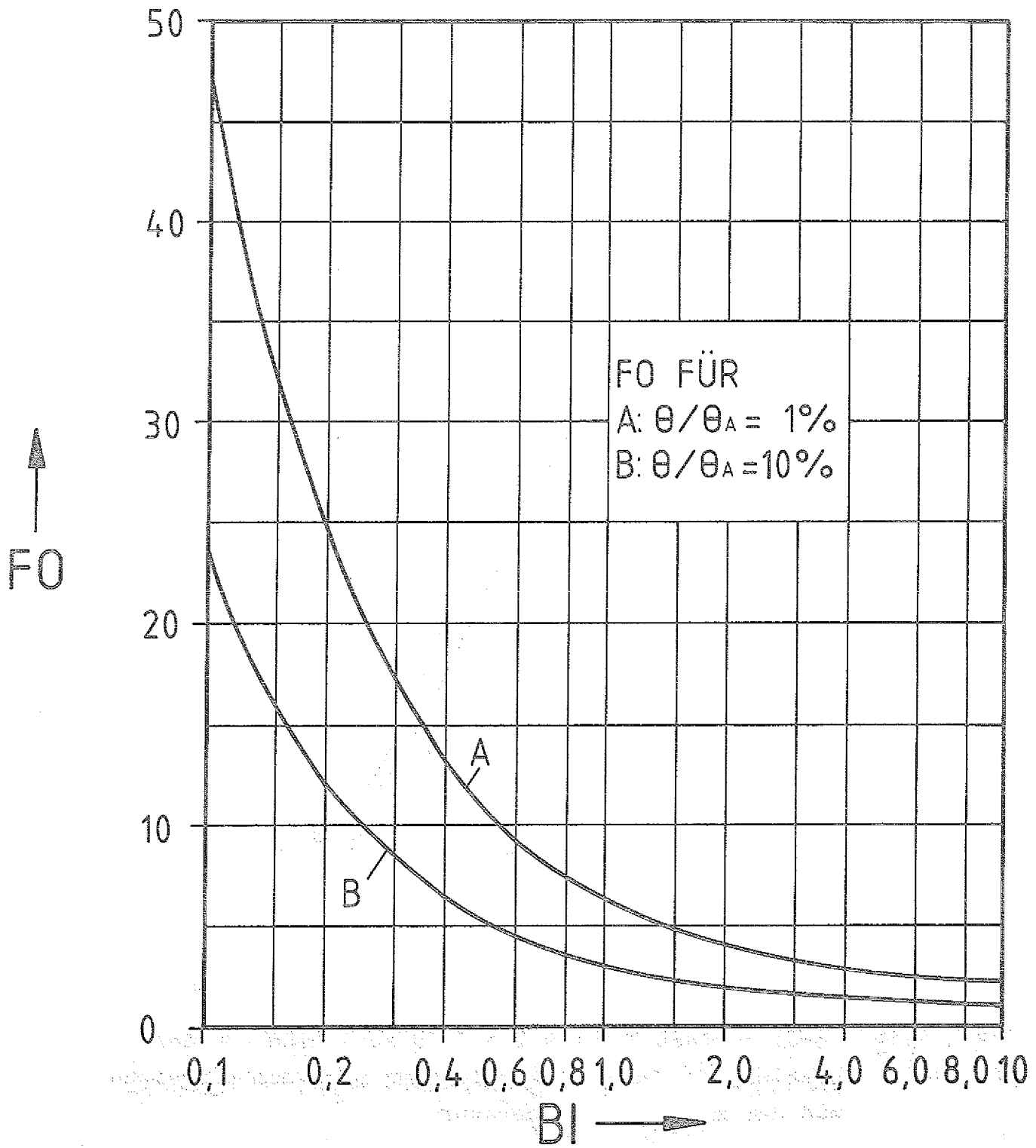


Abb. 3.13: Abkühlzeit für ein Absinken der mittleren Temperatur auf 10 % bzw. 1 % des Anfangswertes

Anfangstemperatur auf 10 % bzw. 1 % des Ausgangswertes abgesunken ist. Bei kleinen BI-Zahlen lassen sich die Kurvenverläufe in Abb.3.13 mit einem maximalen Fehler von + 2 % beschreiben durch

$$FO_{10\%} = 2{,}54706 / BI^{0{,}97836}$$
$$FO_{1\%} = 5{,}05209 / BI^{0{,}97836} \qquad (3.27)$$
$$\text{für } BI \leq 2$$

Für BI $\rightarrow \infty$ ergibt sich ein Grenzwert von

$$FO_{10\%} = 0{,}8906$$
$$FO_{1\%} = 1{,}8238 \qquad (3.28)$$

Die Gleichung (3.27) sagt aus, daß bei einer 50 % verminderten Kühlung der Abkühlvorgang auf 1 % Ausgangswert etwa doppelt so lange dauert. Nach Gleichung (3.28) ergibt sich für die Kühlzeit ein unterer Grenzwert, der unabhängig von der Kühlwirkung ist. Für eine heiße Kupferplatte mit 3 cm Dicke beträgt demnach die Mindestkühlzeit etwa 16 sec.

Aus Gleichung (3.22) kann die charakteristische Zeitkonstante der Abkühlung abgeschätzt werden. Hierbei betrachtet man nur das erste Glied der Summe und macht von der Tatsache Gebrauch, daß die folgenden Summanden aufgrund ihrer Größenordnung vernachlässigt werden können. Mit dieser Voraussetzung ergibt sich für die

Zeitkonstante und die Halbwertszeit

$$\tau \leqslant \frac{D^2}{a \cdot k_0^2} \approx \frac{D^2 \cdot (3 + Bi)}{3 \cdot a \cdot Bi}$$
$$t_{50\%} \leqslant \tau \cdot \ln 2 \qquad (3.29)$$

Die Kühlwasseraufheizung läßt sich aus den folgenden Gleichungen mit der Voraussetzung ermitteln, daß keine Verdampfung vorliegt.

$$\dot{m}_K \cdot c_{pW} \cdot \vartheta_{KA} = \dot{q}''|_{x=D}$$
$$\dot{q}''|_{x=D} = -\frac{\lambda}{D} \cdot \frac{d\vartheta}{d\tilde{x}}\Big|_{\tilde{x}=1} \qquad (3.30)$$

Durch Ableitung der Gleichung (3.22) und Einsetzen in Gleichung (3.30) ergibt sich

$$\vartheta_{KA} = \frac{2 \lambda A_p \vartheta_n}{D \dot{m}_K c_{pW}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n \cdot \sin^2(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cdot \cos(k_n)} \cdot e^{-k_n^2 FO} \qquad (3.31)$$

3.3 Grenzen der Anwendung einer 1-dimensionalen Berechnung

Laut Voraussetzung geht die 1-dimensionale Berechnung von einer in der Ebene unendlich ausgedehnten Platte aus, auf deren Vorderseite und Rückseite die Wärmestromdichte bzw. die Kühlung örtlich konstant ist.

In Wirklichkeit liegt doch meistens ein 2-dimensionales Profil der Wärmestromdichte vor und die Kühlung wird durch Rohrschlangen erreicht. Im Falle der Kühlstrukturen für die Neutralteilcheninjektion ist während der Pulszeit die Kühlwirkung gegenüber der

eingefallenen Wärmemenge vernachlässigbar. Für die Temperaturentwicklung während dieser Zeit ist also praktisch nur das aufgebrachte Leistungsdichteprofil maßgebend. Bei einer 1-dimensionalen Temperaturberechnung mit der höchsten auftretenden Leistungsdichte wird man in jedem Fall konservative Maximaltemperaturen erhalten. Bei einem flachen Leistungsdichteprofil wird die tatsächliche Maximaltemperatur etwa mit der 1-dimensional berechneten übereinstimmen. Wenn das Profil allerdings sehr ausgeprägt ist, dann wird die tatsächliche Temperatur um so niedriger sein, je spitzer das Maximum und je länger die Pulszeit ist.

Der Abkühlvorgang wird sich mit den genannten Formeln berechnen lassen, wenn aus der vorliegenden Kühlgeometrie eine konstante, fiktive Wärmeübergangszahl ableitbar ist. Bei einer teilweisen Kühlung der Oberfläche durch z.B. Rohrschlangen muß zusätzlich der Wärmetransport in der Platte viel schneller sein als bei der Kühlung, d.h. es müssen kleine BI-Zahlen vorliegen.

Die Kühlstrukturen bei Neutralteilcheninjektoren weisen jedoch meistens ein sehr ausgeprägtes Leistungsdichteprofil auf, so daß hier die 1-dimensionale Berechnung einen zu konservativen Wert der Temperaturbelastung liefert.

Aus diesem Grund soll in den folgenden Kapiteln die numerische, 3-dimensionale Berechnung für plattenförmige Kühlstrukturen näher erläutert werden.

3.4 3-dimensionale numerische Lösung mittels finiter Differenzen

3.4.1 Herleitung der Bestimmungsgleichungen

Für die 3-dimensionale Berechnung des instationären Temperaturfeldes lautet die Fouriergleichung analog zu Gleichung (3.1)

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \varrho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (3.32)$$

Die numerische Lösung ist unter den in Abb. 3.14 skizzierten Vereinbarungen durchzuführen. Es wird unterstellt, daß der Wärmeeinfall $\dot{q}''(x,y)$ bei $z = z_{max.}$ erfolgt (Oberseite), und daß die Kühlung mit $\alpha_K(x,y)$ bei $z = 0$ erfolgt (Unterseite).

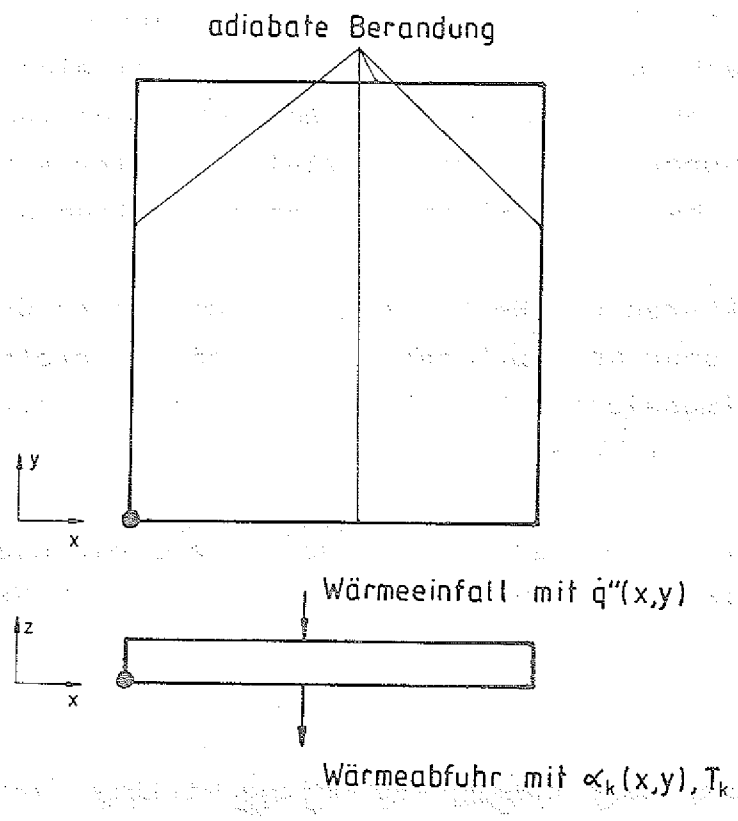


Abb. 3.14: Definition der Randbedingungen und des Koordinatensystems für die rechteckige Platte

Alle zur z-Ache parallelen Berandungen werden zur Erlangung einer pessimistischen Abschätzung der Maximaltemperaturen als adiabat angesehen; ebenso ist die Wärmestrahlung von der Plattenoberfläche an kältere Strukturen vernachlässigt. Weiterhin wird der Plattenwerkstoff als homogen betrachtet, so daß die Stoffwerte nur temperaturabhängig und nicht auch noch ortsabhängig sind, also $\lambda(T)$, $\rho \cdot c(T)$.

Zur Herleitung der Berechnungsgleichungen wird das zu berechnende Objekt durch ein Maschennetz dargestellt und die Schnittpunkte dreier Maschenlinien als Temperaturstützpunkte definiert (Abb. 3.15). Die Formulierung der Bestimmungsgleichung für die Temperatur T in Abhängigkeit von ihren Nachbarpunkten kann durch Zerlegung der Differentiale in Differenzen oder durch eine Wärmebilanz am Volumenelement, welches dem Stützpunkt zugeordnet ist, erfolgen. Zur Veranschaulichung wird das letzte Verfahren am in Abb. 3.16 dargestellten Volumlenelement V mit der Temperatur T und der inneren Wärmequelle Q durchgeführt. Dabei sind die in das Volumenelement eintretenden Wärmeströme positiv definiert /CRO/.

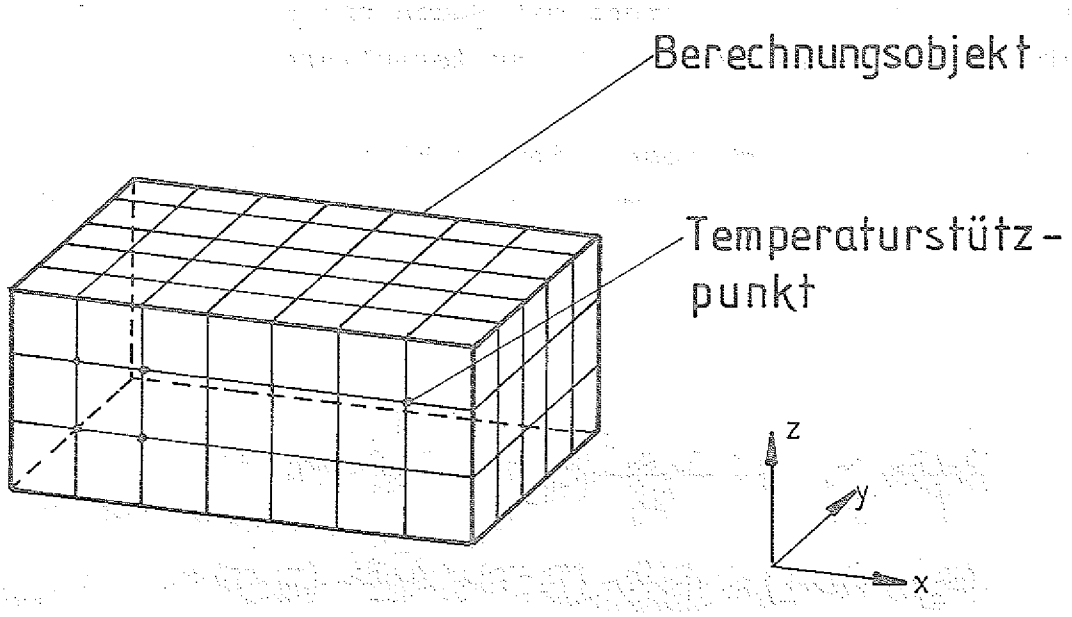


Abb. 3.15: Zerlegung des Berechnungsobjektes mit einem Maschennetz in Temperaturstützpunkte

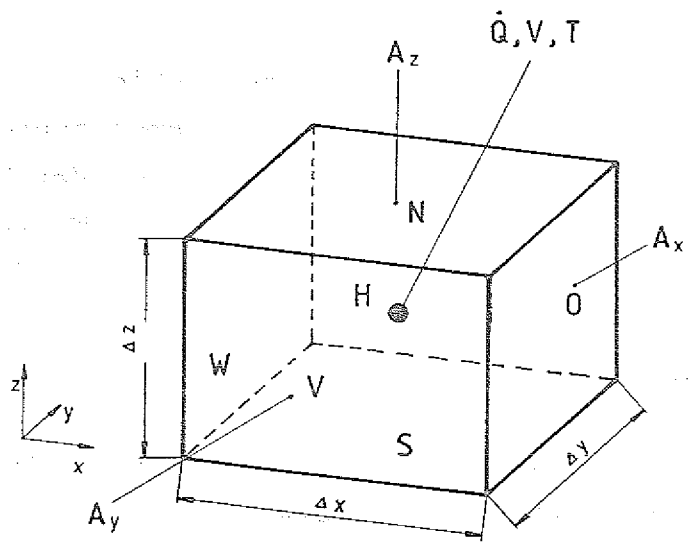


Abb. 3.16: Volumenelemlent des diskretisierten Systems

Die Abmessung des Volumenelementes in der jeweiligen Koordinatenrichtung ist durch die Kantenlänge Δx, Δy und Δz beschrieben; die Wärmeleitquerschnitte senkrecht zur jeweiligen Koordinatenachse sind mit A_x, A_y und A_z benannt. Der in x-Richtung linke und rechte Nachbar wird mit Westen und Osten, in y-Richtung mit Vorne und Hinten und in z-Richtung mit Süden und Norden bezeichnet. Somit ist folgende Wärmebilanz zu formulieren:

Summe aller Wärmeströme + innere Wärmequelle
= Temperaturerhöhung des Materialvolumens

$$\frac{\lambda_W A_W}{S_W}(T_W - T) + \frac{\lambda_O A_O}{S_O}(T_O - T) + \frac{\lambda_N A_N}{S_N}(T_N - T) +$$

$$\frac{\lambda_S A_S}{S_S}(T_S - T) + \frac{\lambda_V A_V}{S_V}(T_V - T) + \frac{\lambda_H A_H}{S_H}(T_H - T) +$$

$$\dot{Q} = \frac{\rho c V}{\Delta t}(T' - T) \qquad (3.33)$$

Aus dieser explizit formulierten Gleichung läßt sich die neue Knotentemperatur T direkt aus der alten und den bekannten alten Nachbartemperaturen berechnen. Da hierbei wegen der Neigung zur Instabilität der Lösung enge Grenzen an die Zeitschrittweite Δt gesetzt sind, werden alle in der Wärmebilanz verwendeten Temperaturen (linke Seite der Gleichung 3.33) auf das arithmetrische Mittel der Temperatur zwischen Zeitschrittende und Anfang bezogen; also

$$T_i \stackrel{!}{=} (T_i' + T_i)/2 \tag{3.34}$$

Die Einführung in die Gleichung 3.33 führt auf die nach Canck-Nicolson benannte Differenzenformulierung. Es zeichnet sich durch sein stabiles Verhalten für beliebige Zeitschrittweiten Δt aus:

$$\begin{aligned} &\sum_i^6 \frac{\lambda_i A_i}{s_i} T_i' - \left(\sum_i^6 \frac{\lambda_i A_i}{s_i} + 2\frac{\rho c V}{\Delta t}\right)\cdot T' = \\ &\left(\sum_i^6 \frac{\lambda_i A_i}{s_i} - 2\frac{\rho c V}{\Delta t}\right)\cdot T - 2\dot{Q} - \sum_i^6 \frac{\lambda_i A_i}{s_i} T_i \end{aligned} \tag{3.35}$$

Für T_i sind die Temperaturen der benachbarten Volumina mit i = W, O, N, S, V, H einzusetzen, die mit ' versehenen Temperaturen sind bei $t + \Delta t$ zu wählen, ansonsten sind sie zum Zeitpunkt t einzusetzen. Die Gesamtheit der für alle Knotenpunkte aufgestellten Gleichungen bildet ein diagonal dominantes, lineares Gleichungssystem, dessen Lösung das Temperaturfeld zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ ist.

Die Einbeziehung der adiabaten Berandungen ist durch die Unterbindung des Wärmestromes an der entsprechenden Randfläche gegeben, d.h., der Term entfällt in der Temperaturgleichung des Randpunktes

Der Wärmestrom des Kühlmediums auf der Plattenunterseite (vgl. Abb. 3.14) in ein angrenzendes Volumenelement ist gegeben durch

$$\dot{Q}_S = \alpha_K(x,y) \cdot A_S \cdot \left(T_K - \frac{T'+T}{2}\right) \tag{3.36}$$

Die Wärmequelle auf der Oberfläche ist gegeben mit

$$\dot{Q}_N = \dot{q}''_{(x,y)} \cdot A_S \tag{3.37}$$

d.h., sie geht als temperaturunabhängige Konstante in die rechte Seite des Gleichungssystems ein.

Als Eingabedaten gehen neben den in den Gleichungen (3.36) und (3.37) bereits genannten Oberflächenverteilungen der Wärmeübergangszahl und der Wärmequelle die wärmetechnischen Daten des Plattenwerkstoffes λ und $\rho \cdot c$ als Temperaturfunktionen ein.

3.4.2 Lösung des linearen Gleichungssystems

Durch die Formulierung der Bestimmungsgleichungen entsteht ein lineares Gleichungssystem, das neben den Hauptdiagonalelementen nur noch sechs weitere von Null verschiedene Elemente in einer Zeile aufweist.

Die Größe des Gleichungssystems ist durch die Anzahl der Berechnungsstützpunkte bestimmt; sie erreicht sehr schnell 10.000 Unbe-

kannte. Daher kommt eine direkte Invertierung der Koeffizientenmatrix A im Gleichungssystem

$$A(T) \cdot T = R(T) \tag{3.38}$$

nicht zur Anwendung, sondern das Gauß-Seidelsche-Iterationsverfahren mit Überrelaxation /ZUR/. Diese Vorgehensweise bietet folgende Vorteile:

- schnelle Konvergenz auch bei großen Temperaturänderungen,
- kontinuierliche Anpassung der Stoffwerte während der Iteration an das <u>aktuelle</u> Temperaturfeld,
- es ist lediglich die Abspeicherung der von Null verschiedenen Koeffizienten der Matrix A erforderlich,
- das Gleichungssystem ist aus physikalischen Gründen diagonal dominant und positiv definit und somit unempfindlich gegenüber Rundungsfehlern.

Die neue Temperatur T' an einem Stützpunkt ergibt sich durch die Auflösung der Bestimmungsgleichung (3.32) nach T'; im linearen Gleichungssystem kommt dies einer Freistellung des Hauptdiagonalelements unter Verwendung der bekannten Nachbartemperaturen gleich, also:

$$T' = \frac{\left(\frac{2\rho c V}{\Delta t} - \sum_i^6 \frac{A_i \lambda_i}{s_i}\right) \cdot T + 2\dot{Q} + \sum_i^6 \frac{A_i \lambda_i}{s_i} T_i + \boxed{\sum_i^6 \frac{A_i \lambda_i}{s_i} T_i'}}{\sum_i^6 \frac{A_i \lambda_i}{s_i} + 2 \cdot \frac{\rho c V}{\Delta t}} \tag{3.39}$$

In der Gleichung (3.39) ist nur der markierte Teil abhängig von den Temperaturen am Zeitschrittende, die übrigen Zahlenwerte

bleiben während der Iteration konstant. Das Gauß-Seidel-Verfahren verwendet die neuen Temperaturwerte T'_i in der Iteration, sobald sie verfügbar sind, so daß die Berechnung zum Teil mit Werten aus dem vorangegangenen und dem gerade laufenden Iterationsschritt erfolgt. Dies beschleunigt die Konvergenz gegenüber dem Jacobi'schen Iterationsverfahren wesentlich /ZUR, NOB/.

Die Überrelaxation erfolgt zur weiteren Beschleunigung der Konvergenz der Lösung. Hierzu ist die möglichst genaue Kenntnis des betragsmäßig größten Eigenwertes λ_1 der Matrix A erforderlich.

Der optimale Relaxationsfaktor ω errechnet sich dann zu

$$\omega = \frac{2}{1+\sqrt{1-\lambda_1^2}} \tag{3.40}$$

und ist auf den Wertbereich $1 \leqslant \omega \leqslant 2$ beschränkt.

Da die Bestimmung des Eigenwertes λ_1 selbst eine Matrizeninversion erfordern würde, ist man auf Schätzwerte angewiesen. Man erhält sie aus den Veränderungen des zu berechnenden Temperaturfeldes dreier aufeinanderfolgender Iterationsschritte (r-1), r, (r+1) /NOB/. Sei

$$C^r = \sum_i^N |T_i^r - T_i^{r-1}| \tag{3.41}$$

die Verbesserung der Ergebnisse vom Iterationsschritt r-1 nach r und

$$C^{r+1} = \sum_i^N |T_i^{r+1} - T_i^r| \tag{3.42}$$

die Verbesserung vom Schritt r nach r+1, dann ist ein Schätzwert des größten Eigenwertes mit

$$\lambda_1 \approx \frac{C^{r+1}}{C^r} \tag{3.43}$$

gegeben. Das Ausgangstemperaturfeld für die folgende r+2-te Iteration wird nun aus den beiden vorangegangenen Temperaturfeldern gebildet:

$$T_{NEU}^{r+1} = T^r + \omega \left(T_{ALT}^{r+1} - T^r \right) \tag{3.44}$$

was einer Vergrößerung der berechneten Temperaturänderung um den Faktor ω-1 gleichkommt.

Die Lösung ist gefunden, falls die maximale relative Änderung der Temperaturen zweier aufeinanderfolgender Iterationsschritte eine Fehlerschranke unterschreitet:

$$\left| \frac{T^{r+1} - T^r}{T^{r+1}} \right| \leq \varepsilon \tag{3.45}$$

3.4.3 Programmtest anhand analytisch berechenbarer Wärmeleitvorgänge

Die Verifizierung des erstellten Rechencodes erfolgt durch Vergleich mit analytisch berechenbaren Spezialfällen zur instationären Wärmeleitung. Der Test umfaßt die Berechnungsfälle:

- Abkühlen einer heißen Struktur mit konstantem Wärmeübergang auf der Rückseite (T_K)
- Aufheizen einer Struktur durch eine ortsunabhängige Wärmestromdichte $\dot{q}''$ auf der Oberfläche ohne Kühlung auf der Rückseite
- Kombination der beschreibenden Mechanismen für unterschiedliche Kühlwirkungen ($\dot{q}''$, α, T_K)

Als analytischer Vergleichsfall wird die bereits in Gleichung 3.16 nach /TAU/ zitierte Formel für die instationäre Aufheizung einer monolitischen Platte bei vorgegebener Wärmestromdichte $\dot{q}''$ und vorgegebenem Wärmeübergang α verwendet werden. Es wird unterstellt, daß die Kühlmitteltemperatur T_K identisch der Plattentemperatur zum Zeitpunt t = 0 ist. Für alle Temperaturen wurden die Stoffwerte λ = 350 W/mK und $\rho \cdot c$ = 3,85 MJ/m³ K verwendet.

Die Abbildung der Platte erfolgte in der numerischen Rechnung mit je 5 Stützpunkten in x- und y-Richtung und mit 8 Stützpunkten in z-Richtung (vgl. Abb. 3.17). Dabei erfolgte in der x-y-Ebene eine unregelmäßige Mascheneinteilung, um gerade diesen Einfluß zu studieren. Da die Randbedingungen und Heizleistungen bezüglich der x-y-Ebene symmetrisch sind, würde eine ungleichmäßige Temperaturverteilung auf einen systematischen Fehler im Programm schließen lassen. Alle mit dieser Konstellation durchgeführten Berechnungen zeigten aber identische Temperaturen in den Ebenen senkrecht zur z-Achse, so daß ein solcher Fehler auszuschließen ist.

Einige Ergebnisse der Testrechnungen sind in Abb. 3.18 - 3.20 dargestellt, wobei immer eine in der x-y-Ebene gleichmäßige Belastung unterstellt ist, so daß die Rechnung eindimensional in z-Richtung verläuft und somit auch analytisch berechenbar wird.

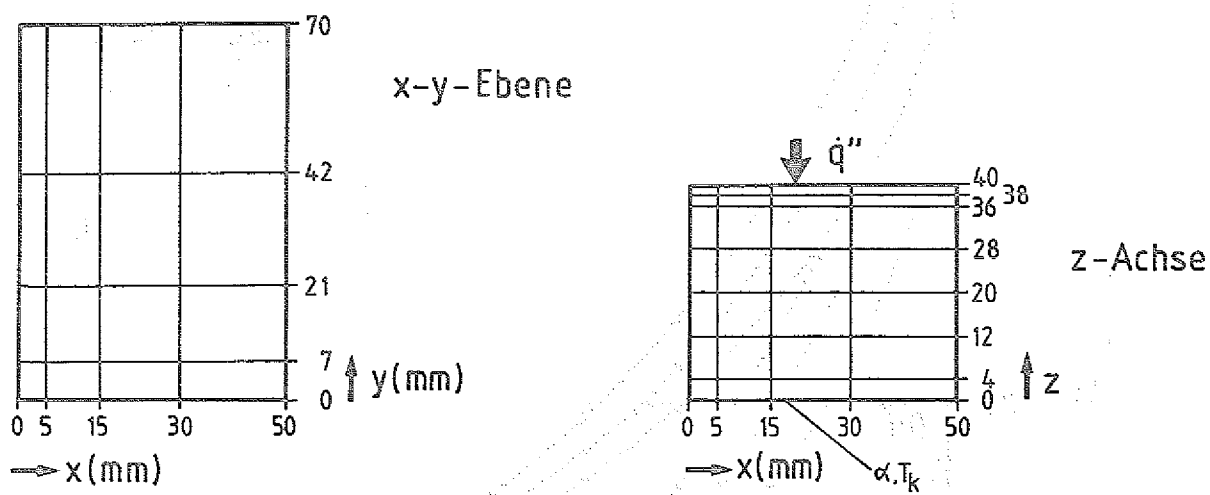


Abb. 3.17: Mascheneinteilung der Platte für die Verifikation des 3-D-Rechencodes

Die in Abb. 3.18 und Abb. 3.19 dargestellten Abkühlrechnungen lassen identische Rechenergebnisse zwischen Analytik und Numerik erkennen. Die relativen Abweichungen liegen im Bereich von 1 % bei hohen Temperaturen und sind bei niedrigen Temperaturen noch kleiner. Diese Aussage gilt sowohl bei unterschiedlichen Wärmeübergängen α als auch bei verschiedenen hohen Ausgangstemperaturen T_o.

Ähnlich gute Übereinstimmungen von analytischer und numerischer Rechnung konnten für den Fall der Aufheizung auf der Vorder- und Kühlung auf der Rückseite festgestellt werden (Abb. 3.20). Hier lagen die relativen Abweichungen auf der beheizten Seite im oberen Temperaturbereich unter 3 %, was auf die numerische Behandlung der Einzelvolumina zurückzuführen ist. Die numerische

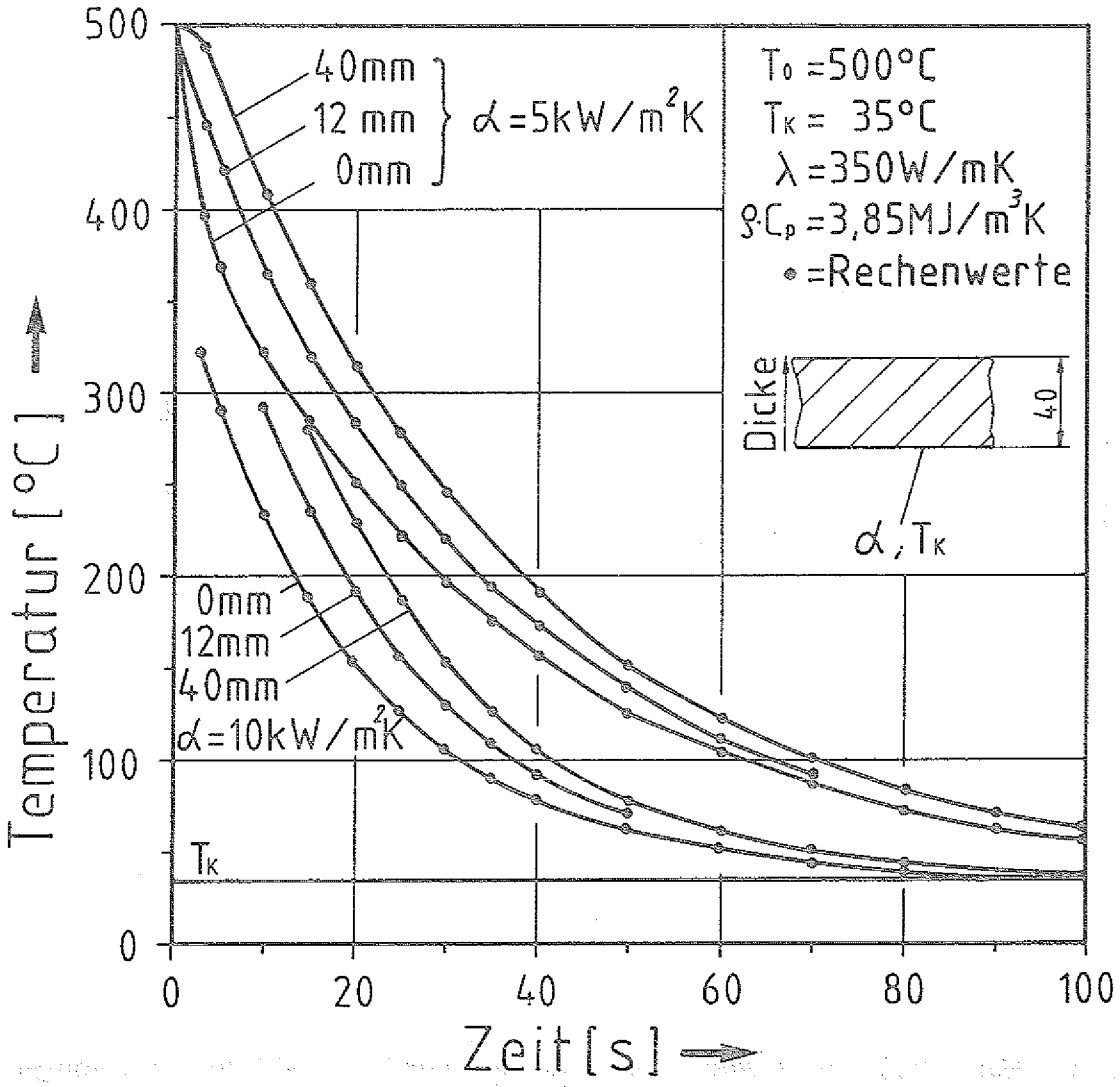


Abb. 3.18: Vergleich von analytischer und numerischer Rechnung für die Abkühlung einer Kupferplatte von 500°C auf 35°C

Rechenmethode setzt homogene Temperaturen in den Volumenelementen voraus, hingegen treten in Wirklichkeit entsprechend den Wärmeflüssen mehr oder weniger große Temperaturgradienten auf. Der Einfluß soll anhand des ersten Elements in z-Richtung veranschaulicht werden (vgl. auch Abb. 3.17).

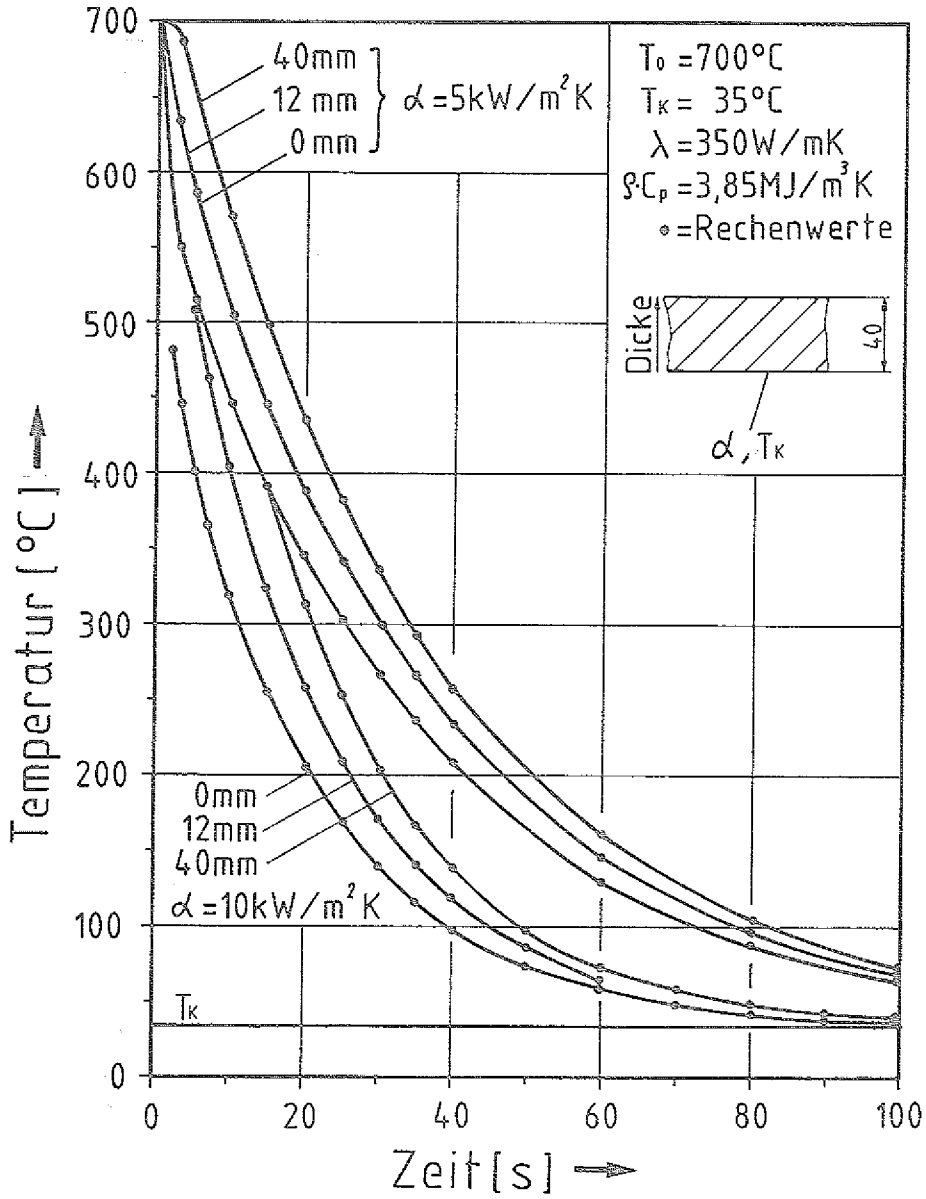


Abb. 3.19: Vergleich von analytischer und numerischer Rechnung für die Abkühlung einer Kupferplatte von 700°C auf 35°C

Die obere Berechnungsmasche ist in z-Richtung 2 mm breit; zum Maschenvolumen des oberen Randknotens zählt jedoch nur die obere Maschenhälfte, also 1 mm. Diese Scheibe (eindimensional) leitet einen Wärmefluß von $\mathring{q}'' = 7$ MW/m² (hier stationär unterstellt);

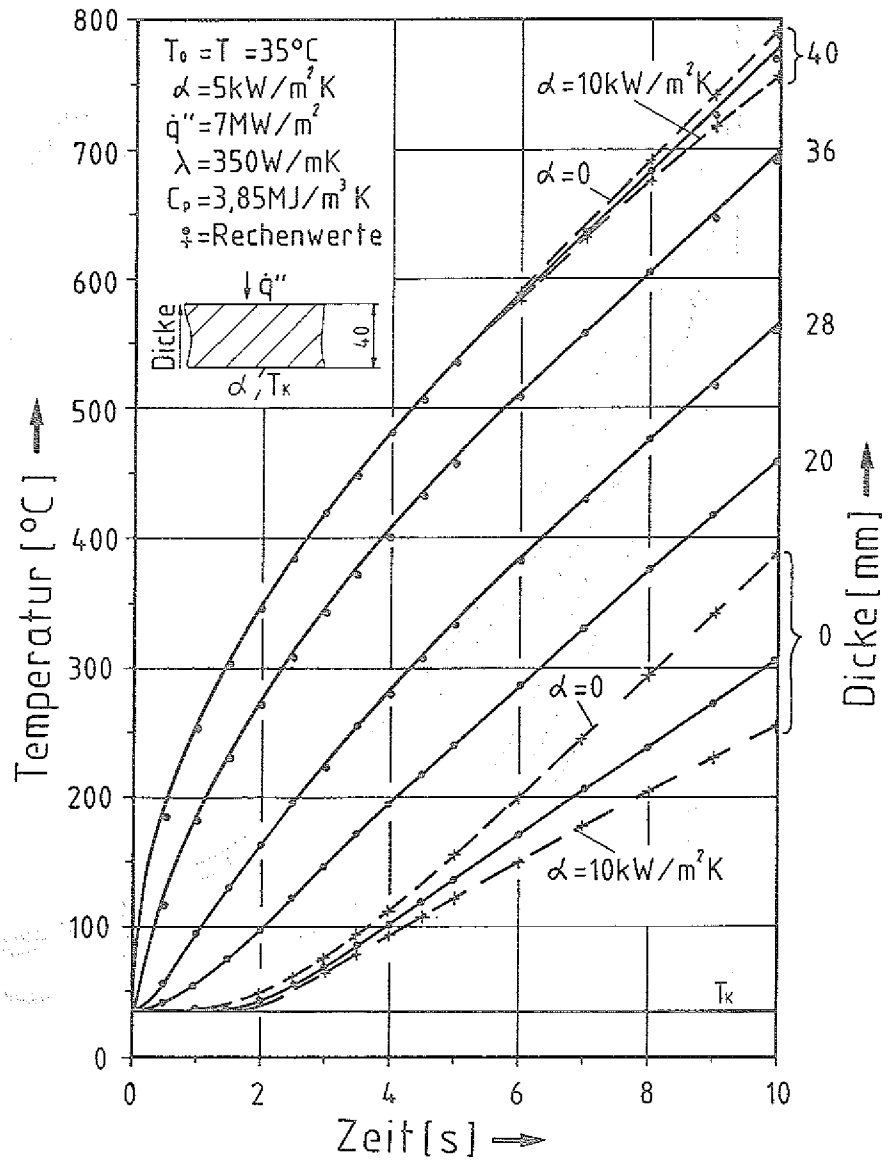
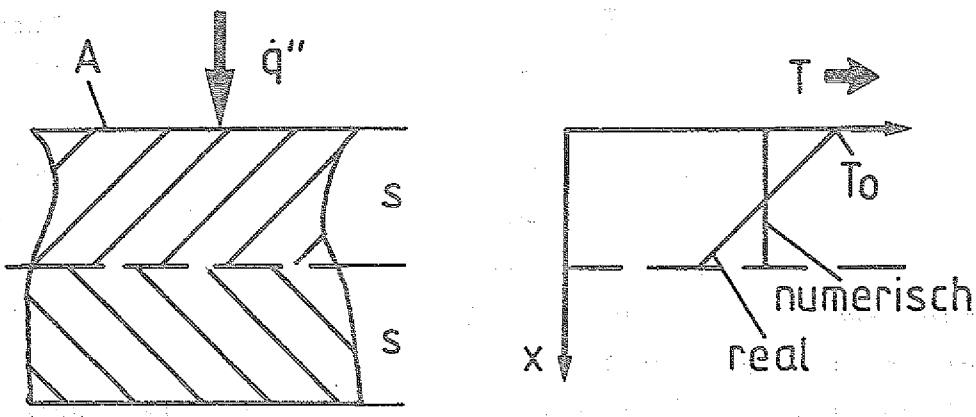


Abb. 3.20: Vergleich zwischen analytischer und numerischer Rechnung für die gleichzeitige Aufheizung und Kühlung einer Kupferplatte

somit läßt sich der Temperaturgradient ΔT_{real} zu 20 K ermitteln (Abb. 3.21). Da das numerische Verfahren aber auf integralen Mittelwerten beruht, ist die maximale und die minimale Temperatur

im untersuchten Volumenelement durch die mittlere Temperatur um $\Delta T_{real}/2$ unter- bzw. überschätzt, also $\pm$ 10 K. Die vorgestellte Abschätzung stimmt recht gut mit den beobachteten Abweichungen überein.



$$\Delta T_{real} = \frac{\dot{q}'' \cdot s}{\lambda} = 20\,K \qquad s = 1\,mm$$

$$\dot{q}'' = 7\,MW/m^2$$

$$T_o = T_m + \Delta T_{real}/2 \qquad \lambda = 350\,W/mK$$

Abb. 3.21: Einfluß der Diskretisierung auf den Temperaturgradienten in der wärmeaufnehmenden Plattenfläche

4. Temperaturbedingte Verformungen und Spannungen

Durch Temperaturänderungen in Bauteilen werden Dehnungen hervorgerufen, die proportional der Temperaturveränderung sind.

$$\varepsilon_T = \beta \cdot \Delta T \tag{4.1}$$

Der Proportionalitätsfakor β ist der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient. Sind diese Temperaturänderungen nicht gleichmäßig über das Volumen des Körpers verteilt, so werden auch die Längenänderungen ungleichmäßig verteilt sein, so daß es bei ausgeprägten Ungleichmäßigkeiten, wie sie bei den Kühlstrukturen von Neutralteilcheninjektoren auftreten, zu mehr oder weniger starken Verwerfungen kommen kann. Eine analytische Vorausberechnung des Verhaltens ist bedingt durch die Komplexität des Zusammenhanges nicht möglich. Eine weitere Erschwernis für die Berechnung ist die wegen der hohen Temperaturen und evtl. hohen Temperaturgradienten einsetzende plastische Verformung des Bauteils. Will man eine Vorausberechnung des elastischen/plastischen Bauteilverhaltens erstellen, so ist man auf die Methode der finiten Elemente angewiesen. Ausgangspunkt einer eventuell erforderlichen plastischen Rechnung ist eine linear-elastische Rechnung ohne Berücksichtigung von Überschreitungen der Proportionalitätsgrenze des Werkstoffes.

Die elastischen sowie die plastischen Berechnungen erfolgen mit dem FE-Programm ASKA /ASK/. Hierzu sind aus dem zuvor ermittelten Temperaturfeld die Eingabedaten zu generieren. Zur Durchführung der elastischen Rechnung sind folgende vier Blöcke zu erstellen:

1: Topologische Beschreibung: Zuweisung von Knotenpunktnummern zu Elementen und Festlegung der Randbedingungen.

2: Koordinaten: Zuweisung eines Koordinatentripels zu jedem in der topologischen Beschreibung genannten Knotenpunkt.

3: Materialdaten: Elastizitätsmodul und Querkontraktionszahl in Abhängigkeit von der Elementtemperatur.

4: Belastungen: In Abhängigkeit von der Knotenpunkttemperatur sind unter Verwendung des linearen Ausdehnungskoeffizienten die thermischen Dehnungen an jedem Knotenpunkt zu ermitteln.

Für die anschließende plastische Rechnung sind als fünfter Eingabeblock die elementbezogenen Fließgrenzen zu ermitteln.

5: Fließgrenze: In Abhängigkeit von der Elementtemperatur wird sie hier aus dem im folgenden dargestellten Plastifizierungsverlauf ermittelt.

Tritt während der Berechnung eine Elementspannung oberhalb der Fließspannung auf, so wird für das Element eine plastische Verformungsberechnung durchgeführt. Zur Bestimmung des plastischen Materialverhaltens ist die Kenntnis des Plastifizierungsverlaufs oberhalb der Fließgrenze erforderlich. Hier wird die Beziehung von Ramberg-Osgood verwendet /RAO/:

$$\varepsilon = \sigma/E + K(\sigma/E)^n \qquad (4.2)$$

Wobei K und n material- und temperaturabhängige Konstanten sind. In normierter Schreibweise wird Gl. 4.2 zu

$$e = s + \frac{1-m_1}{m_1} \cdot s^n \qquad (4.3)$$

mit
$$e = \varepsilon \cdot E / \sigma_1$$
$$s = \sigma / \sigma_1$$
$$\sigma_1 = m_1 \cdot E$$

Als Normierungsspannung bietet sich eine der für viele Materialien bekannten Dehngrenzen $R_{p1,0}$ oder $R_{p0,2}$ an. Der Faktor m_i ist dann aus der Beziehung

$$1/m_i = 1 + \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i / E} \qquad (4.3\ a)$$

berechenbar. Der RO-Exponent n kann bei Kenntnis zweier Dehngrenzen, d.h. m_1 und m_2, aus Gl. 4.3 b ermittelt werden:

$$n = 1 + \frac{\log \left[\frac{m_2}{m_1} \; \frac{1 - m_1}{1 - m_2} \right]}{\log \left[\sigma_1 / \sigma_2 \right]} \qquad (4.3\ b)$$

Mit diesen Angaben kann nun der Spannungs-Dehnungsverlauf analytisch dargestellt werden:

$$\varepsilon = \sigma / E + \frac{\sigma_1 (1 - m_1)}{E \cdot m_1} \left(\sigma / \sigma_1 \right)^n \qquad (4.2\ a)$$

Unter Verwendung der im Anhang C, Bild C-5, dargestellten Verläufe der Festigkeit konnte die RO-Konstante m_1 entsprechend Bild 4-1 und der RO-Exponent n zu 7,2125 ermittelt werden. Bild 4-2 zeigt exemplarisch für einige Temperaturen den mittels Gl. 4.2 a errechneten Spannungs-Dehnungsverlauf.

Für die plastische Verformungsrechnung ist die Steigung der Tangente an jedem beliebigen Punkt der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungskurve anzugeben. Sie wird durch eine Differentiation der Gleichung (4.2 a) erhalten.

$$\tan \alpha = \frac{E}{1 + \frac{n(1-m_1)}{m_1} \cdot (\sigma/\sigma_1)^{n-1}} \qquad (4.4)$$

Hier wird die Konstante m_1 unter Verwendung von $R_{p0,2}$ in Gl. (4.3 a) berechnet, womit auch der Spannungsbezugswert σ_1 gleich $R_{p0,2}$ zu setzen ist. Somit müssen für die FE-Rechnung die Zahlenwerte E und

$$\frac{n(1-m_1)}{m_1 \, R_{p0,2}^{(n-1)}}$$

temperaturabhängig, d.h. elementweise zur Verfügung stehen. Der Wert n-1 geht als allgemeine Konstante in die Berechnung des Steigungswinkels ein.

Die dargestellte Vorgehensweise berücksichtigt keinen Einfluß zeitabhängiger plastischer Verformungsvorgänge (Kriechen). Es wird unterstellt, daß die Belastung durch die Temperatureinwirkung solange ansteht, bis alle zeitabhängigen Vorgänge abgeschlossen sind.

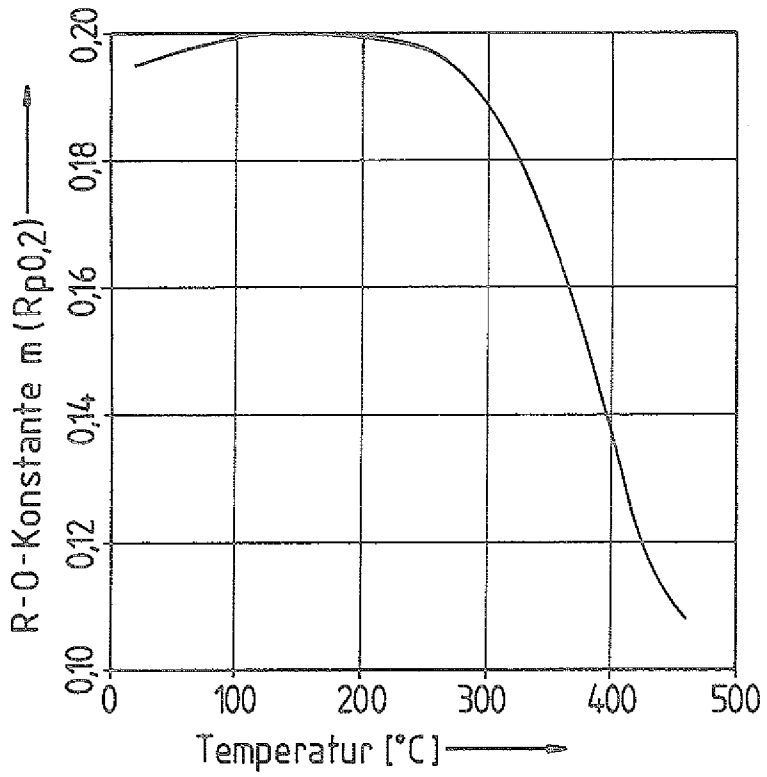


Abb. 4.1: Ramberg-Osgood-Konstante m_1 für weiches Kupfer über der Materialtemperatur

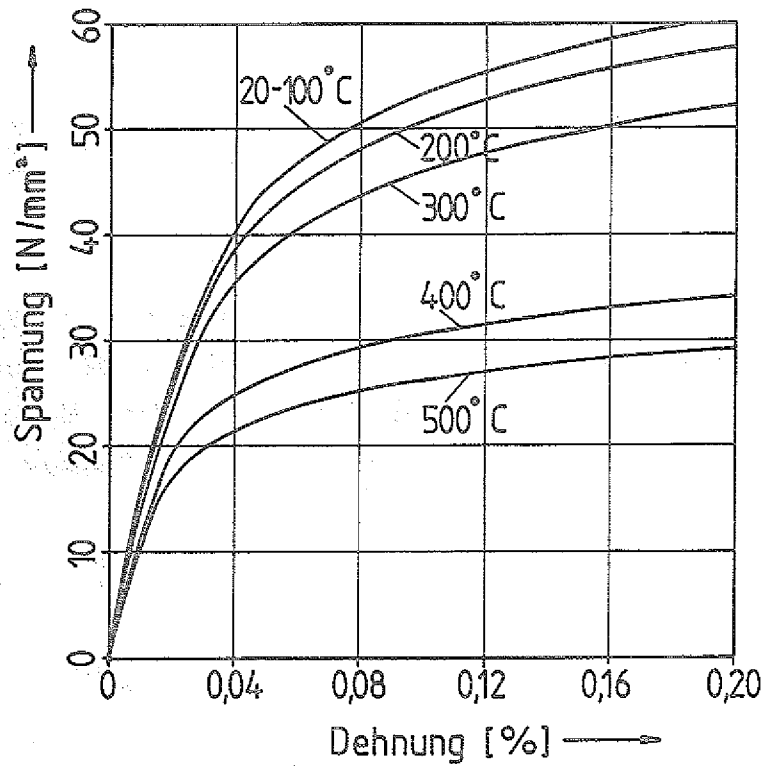


Abb. 4.2: Verlauf von Spannung und Dehnung entsprechend der Ramberg-Osgood-Beziehung (Gl. 4.2 a) für weiches Kupfer bei verschiedenen Temperaturen

5. Experimentelle Ermittlung des Abkühlverhaltens einer heißen Kupferplatte

5.1 Versuchsaufbau

Bei der Abkühlung der heißen Kupferplatte gibt es mehrere Möglichkeiten zur konstruktiven Anordnung der Kühlkanäle auf der Plattenrückseite. Diese sind z.B.:

- Einlegen oder Einpressen von Kupferrohren in eingefräste Nuten
- Einlöten von Kupferrohren in eingefräste Nuten
- Auflöten von Vierkanthohlprofilen
- Tiefbohrungen mit eingelöteten Zu- bzw. Abführungen

Die Wirkungen dieser Varianten wurden an Probeplatten nach Abb. 5.1 experimentell untersucht. Durch Heizbänder konnten die wärmeisolierten Platten auf eine einzustellende Anfangstemperatur für den Kühlvorgang erhitzt werden. Nach Erreichen der Anfangstemperatur und Abschalten der Energiezufuhr wurde das Kühlwasser in die Kühlrohre eingelassen und der Temperaturverlauf mit mehreren Thermoelementen aufgenommen. Zusätzlich wurde der Wasserdurchfluß und die Temperatur des ein- bzw. austretenden Wassers gemessen.

5.2 Versuchsergebnisse

In Abb. 5.2 sind die gemessenen Abkühlkurven der Platte mit eingelöteten Kühlrohren für zwei verschiedene Anfangstemperaturen bei gleichem Kühlwasserdurchsatz dargestellt. Es ist ersichtlich, daß die Kühlzeit nur unwesentlich von der Höhe der Anfangstemperatur abhängt.

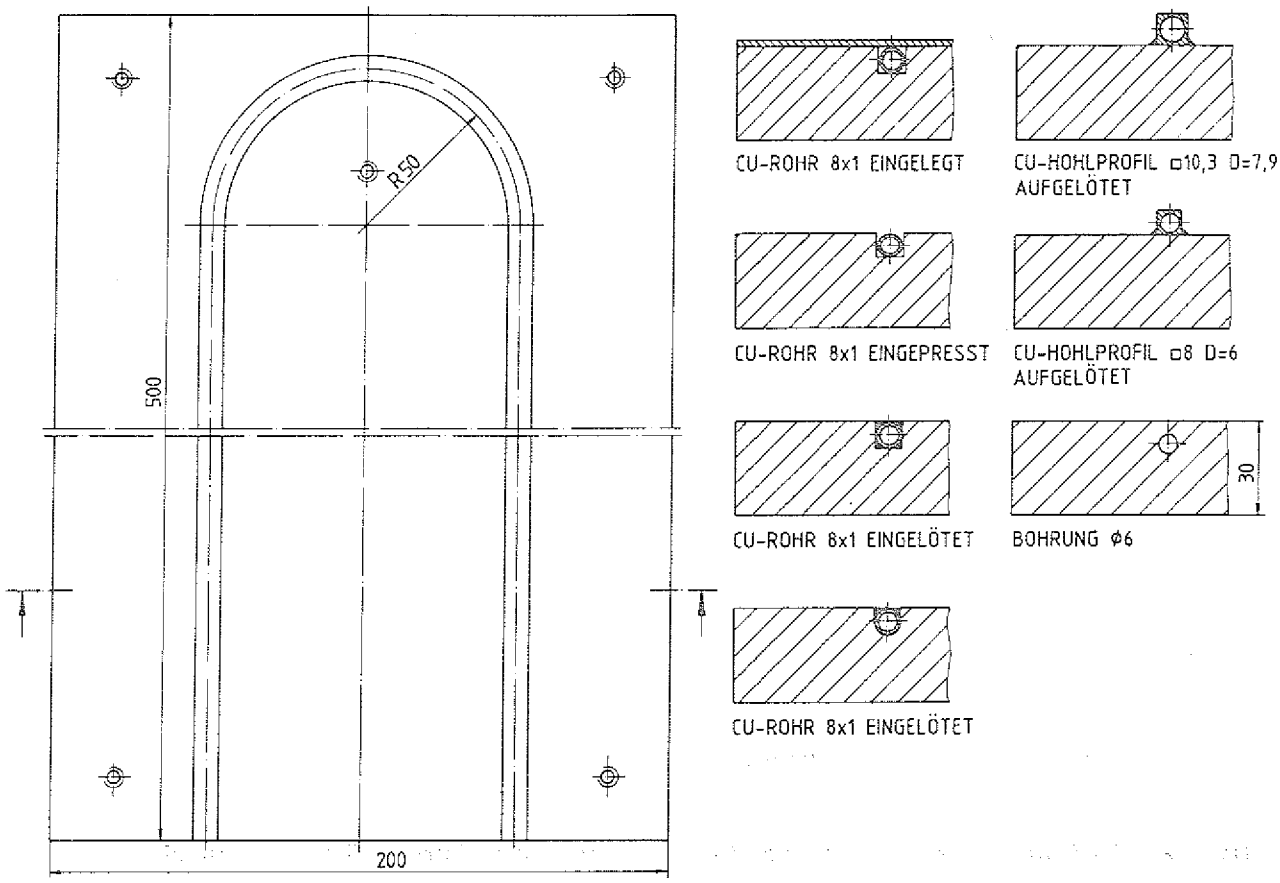


Abb. 5.1: Untersuchte Verbindungen der Kühlschlangen mit der Versuchsplatte

Um für den Vergleich der Kühlvarianten eine einheitliche Darstellung zu erreichen, wurde in den folgenden Abbildungen die aktuelle Temperaturdifferenz zum Kühlmittel auf die Temperaturdifferenz zu Beginn der Kühlung bezogen. Die halblogarithmische Darstellung erlaubt hierbei die Prüfung eines exponentiellen Temperaturabfalls. In diesem Fall ergibt sich bei der gewählten Darstellung ein linearer Temperaturverlauf. Die Abb. 5.3 zeigt die Abkühlkurven der betrachteten Varianten für eine konstante Anfangstemperatur und einen konstanten Kühlwasserdurchsatz.

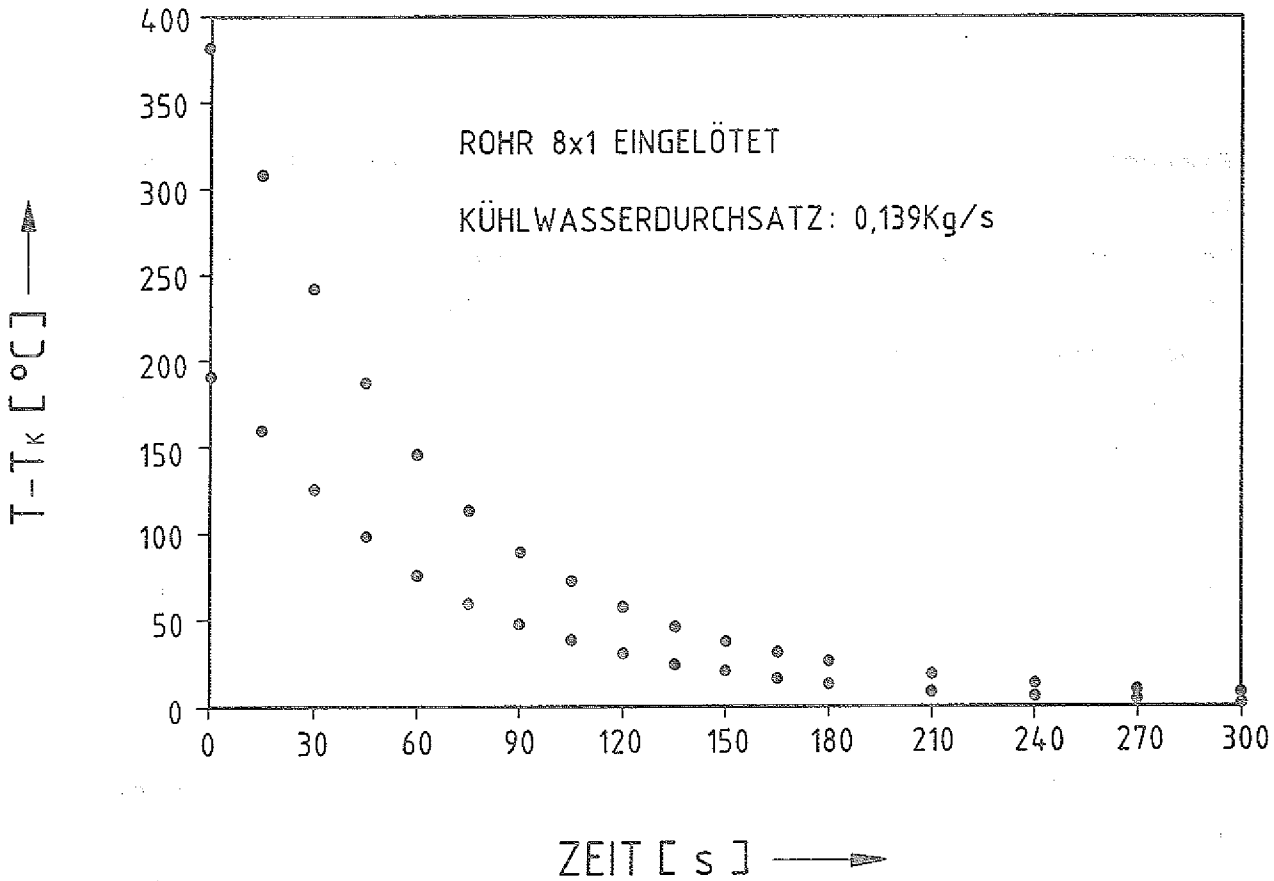


Abb. 5.2: Temperaturmeßwerte bei der Plattenabkühlung für zwei Anfangstemperaturen

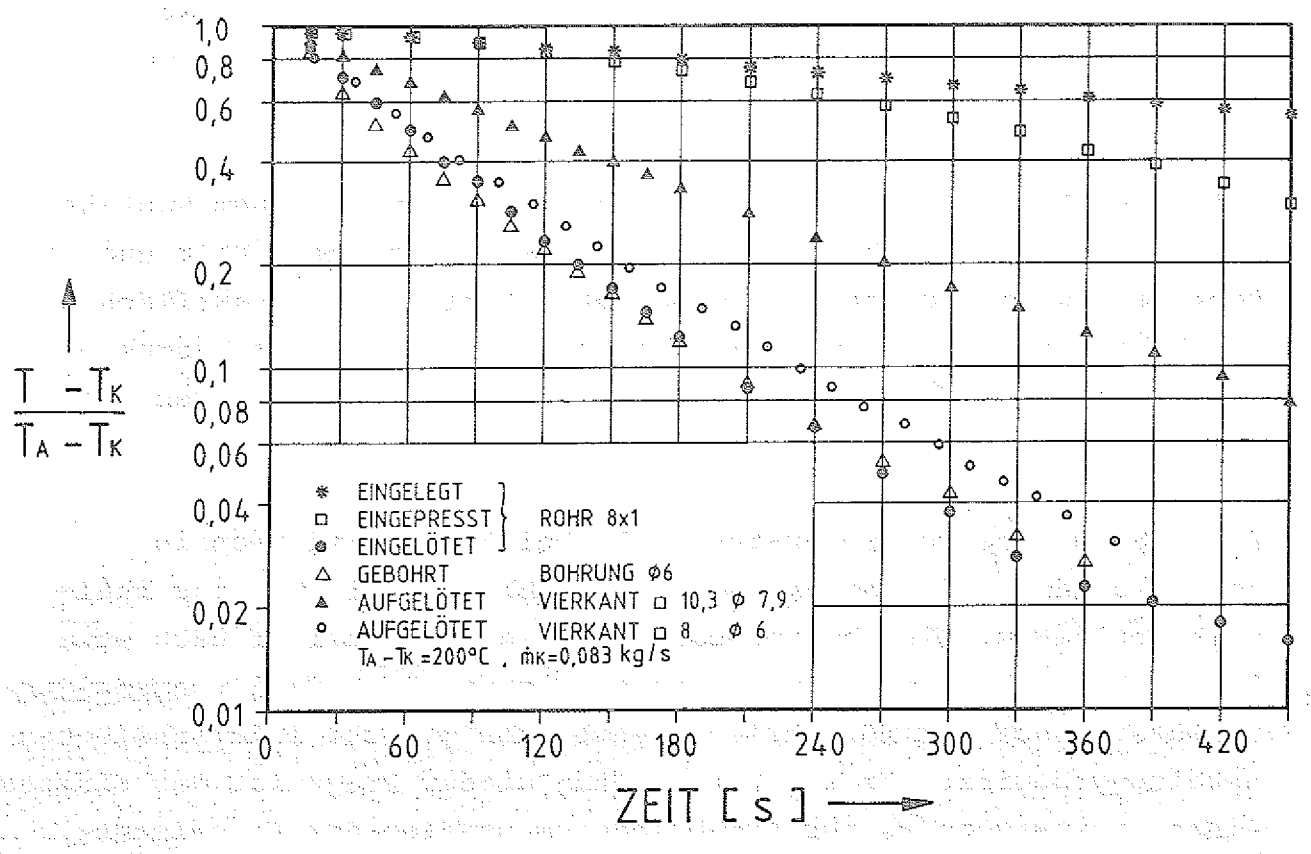


Abb. 5.3: Temperaturmeßwerte bei der Plattenabkühlung mit den verschiedenen Kühlschlangen

Hierbei zeigen die Ausführungen mit Berührungskontakt durch Einlegen oder Einpressen wie zu erwarten die schlechteste Wirksamkeit. Das eingepreßte Rohr schrumpft wahrscheinlich nach dem Einströmen des Kühlwassers, so daß bei Kühlbeginn der gegenüber dem eingelegten Rohr bessere Kontakt zur Platte verlorengeht und das gleiche Kühlverhalten wie beim eingelegten Rohr entsteht. Erst nach etwa 240 sec Kühlzeit ist der bessere Kontakt wieder hergestellt, danach unterscheiden sich die beiden Kurven deutlich durch ihre Steigung. Bei einer kontinuierlichen Kühlung auch während der Aufheizung tritt der Schrumpfeffekt bei Kühlbeginn nicht auf, so daß hier sofort die größere Steigung der Abkühlkurve zugrunde gelegt werden kann.

Die eingelegte Rohrschlange wurde mit einer Deckelplatte gegen die zu kühlende Platte gepreßt. Ohne diese Deckelplatte, d.h. nur hydraulisches Einpressen der Rohrschlange, kühlt die Platte nach einmaligem Aufheizen langsamer ab. Es wird vermutet, daß durch das erste Schrumpfen beim Abkühlen eine bleibende Verschlechterung des Flächenkontakts, z.B. durch örtliches Abheben, auftritt. Im oben genannten Fall wurde dies durch die Deckelplatte verhindert.

Die beste Kühlwirkung zeigen die Rohre mit metallischem Kontakt durch Ein- bzw. Auflöten. Dabei sind das eingelötete Rohr und die Bohrung etwa gleichwertig. Wegen der reduzierten Kontaktfläche ist beim aufgelöteten Vierkantrohr mit gleichem Strömungsquerschnitt die Kühlwirkung geringfügig schlechter als bei den beiden oben genannten Varianten.

Der nahezu lineare Temperaturabfall bei allen Varianten in Abb. 5.3 läßt auf eine exponentielle Abhängigkeit von der Kühlzeit schließen. Die Abweichungen vom linearen Verlauf nach etwa 95 % Abkühlung könnten durch die schlechte Ablesung der niedrigen Temperatur auf den Meßschrieben verbunden mit der logarithmischen Spreizung bewirkt werden. Zur Prüfung dieser Frage ist der Einsatz eines Prozeßrechners zur Ergebnisdokumentation der Experimente geplant.

Bei der hier diskutierten Neutralteilcheninjektion wird eine Kühlzeit von etwa 5 min gefordert. Aus diesem Grund kommt als Verbindung von Kupferplatte und Kühlschlange nur ein metallischer Kontakt in Frage, wobei zusätzlich noch eine Erhöhung des Kühlwasserdurchsatzes erforderlich ist.

Den Einfluß einer Durchsatzerhöhung und einer veränderten Anfangstemperatur zeigt die Abb. 5.4 am Beispiel der eingelöteten Kühlschlange. Wie schon erwähnt, ist die Kühlzeit in erster Näherung unabhängig von der Höhe der Anfangstemperatur. Die Durchsatzerhöhung von etwa 66 % ergibt für diesen Fall eine Verminderung der Kühlzeit von etwa 20 %. Bei dem erhöhten Durchsatz würde nach 5 min noch eine Temperaturdifferenz von ungefähr 2 % verbleiben, so daß der gewählte Durchsatz in Verbindung mit dem Rohrinnendurchmesser in etwa die geforderte Kühlzeit gewährleistet.

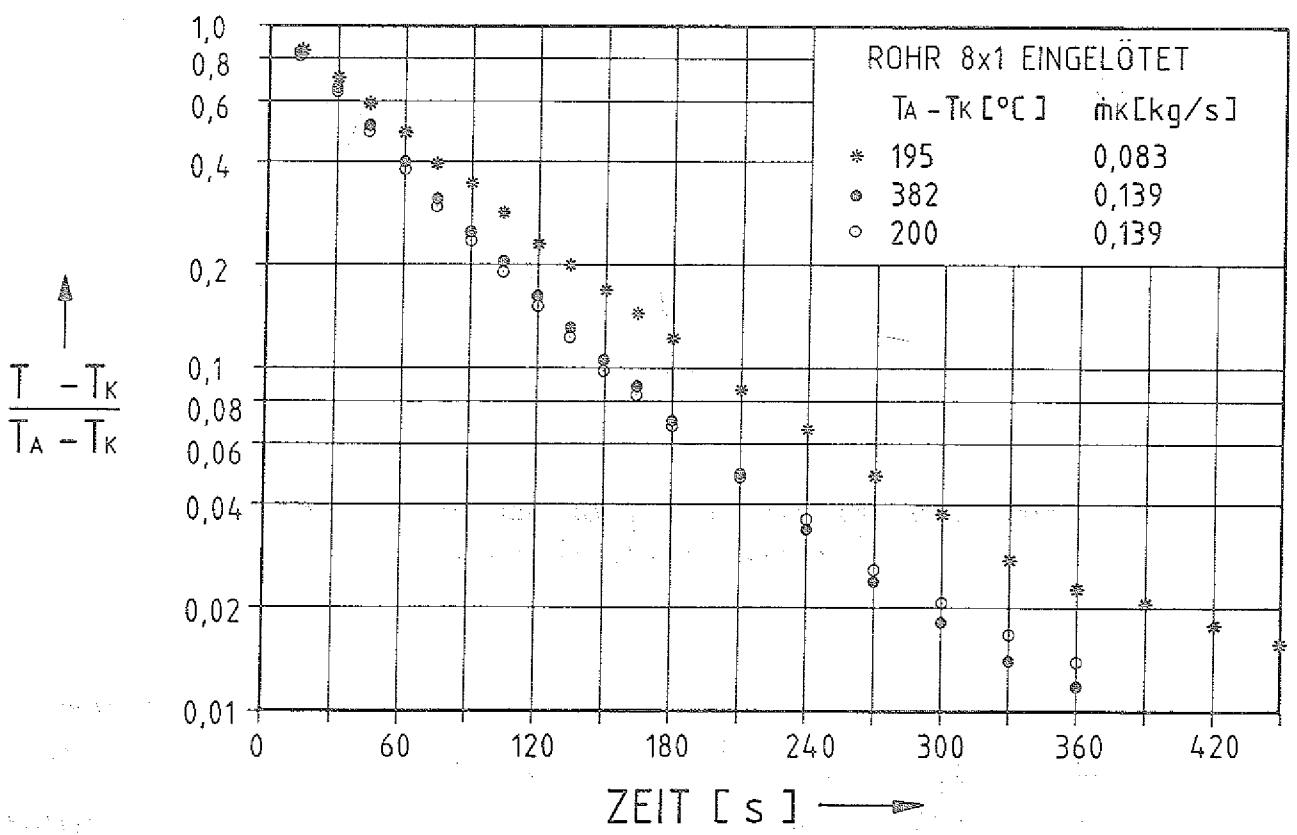


Abb. 5.4: Einfluß von Anfangstemperatur und Kühlwasserdurchsatz auf die Plattenabkühlung

Die Abb. 5.5 zeigt die Kühlwirkung des aufgelöteten Vierkantrohres bei gleichem Durchsatz und verschiedenen Rohrinnendurchmessern. Der Temperaturverlauf beim Innendurchmesser 6 mm ist nahezu identisch mit dem aus Abb. 5.4 für das eingelötete Rohr. Daraus läßt sich schließen, daß bei sonst gleichen Parametern die Art der meatallischen Anbindung an die Platte von untergeordneter Bedeutung ist.

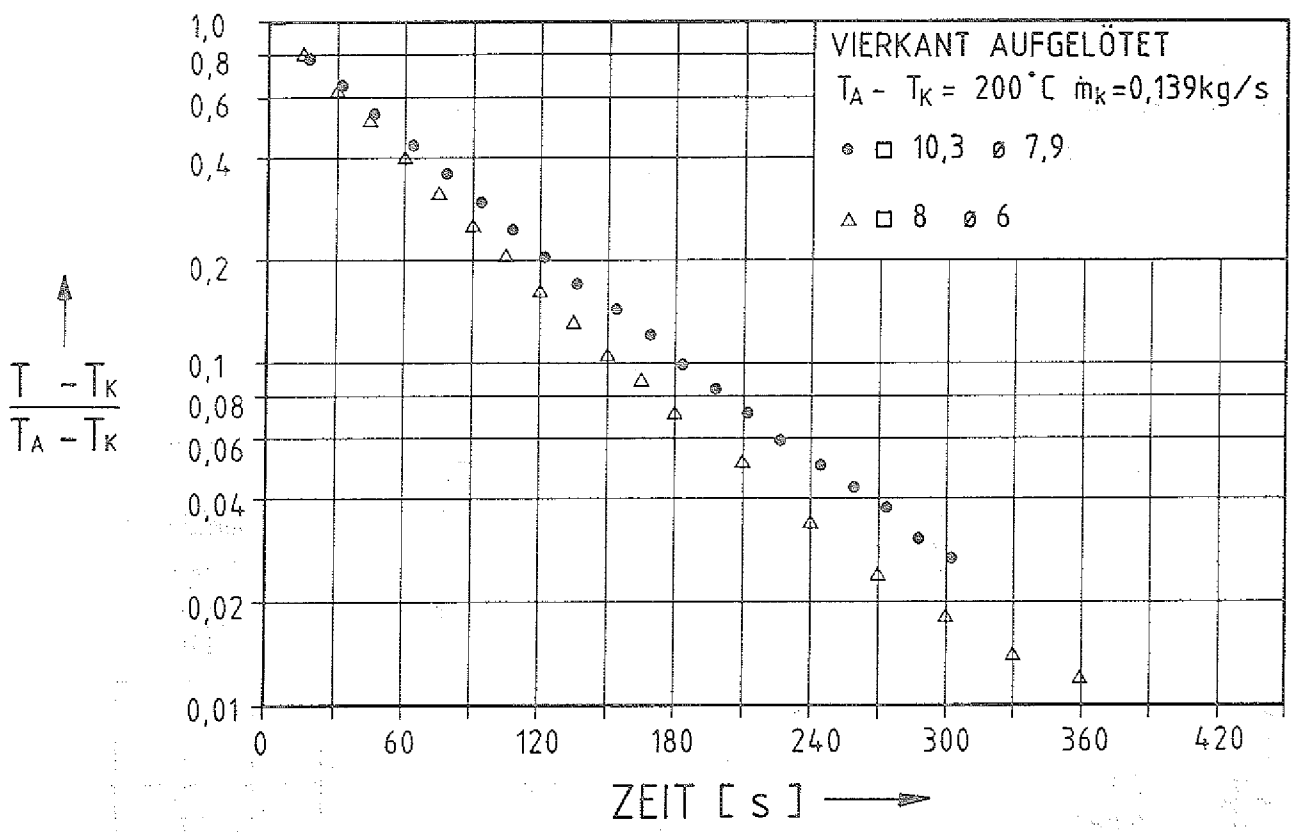


Abb. 5.5: Einfluß des Rohrinnendurchmessers auf die Plattenkühlung

5.3 Nachrechnung der Abkühlung und der Kühlwasseraufheizung

Im folgenden sollen die Gleichungen aus Kapitel 3.2 zur Plattenabkühlung auf einige Versuchsläufe angewendet werden.

Der Temperaturverlauf bei der Abkühlung kann mit Gl. 3.22 ermittelt werden. Die charakteristische BI-Zahl zur Berechnung der Lösungen k_n ergibt sich aus Gl. 3.27. Dazu wird z.B. die Abkühlzeit auf 10 % der Ausgangstemperaturdifferenz für die Abkühlkurven aus Abb. 5.2 abgelesen und die FO-Zahl gebildet. Damit läßt sich aus Gl. 3.27 die BI-Zahl und daraus auch die repräsentative Wärmeübergangszahl berechnen.

In Abb. 5.6 sind dazu die gleichen Meßwerte wie in Abb. 5.2 im Vergleich zu den berechneten Ergebnissen dargestellt. Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet, wenn man die Ableseungenauigkeiten,

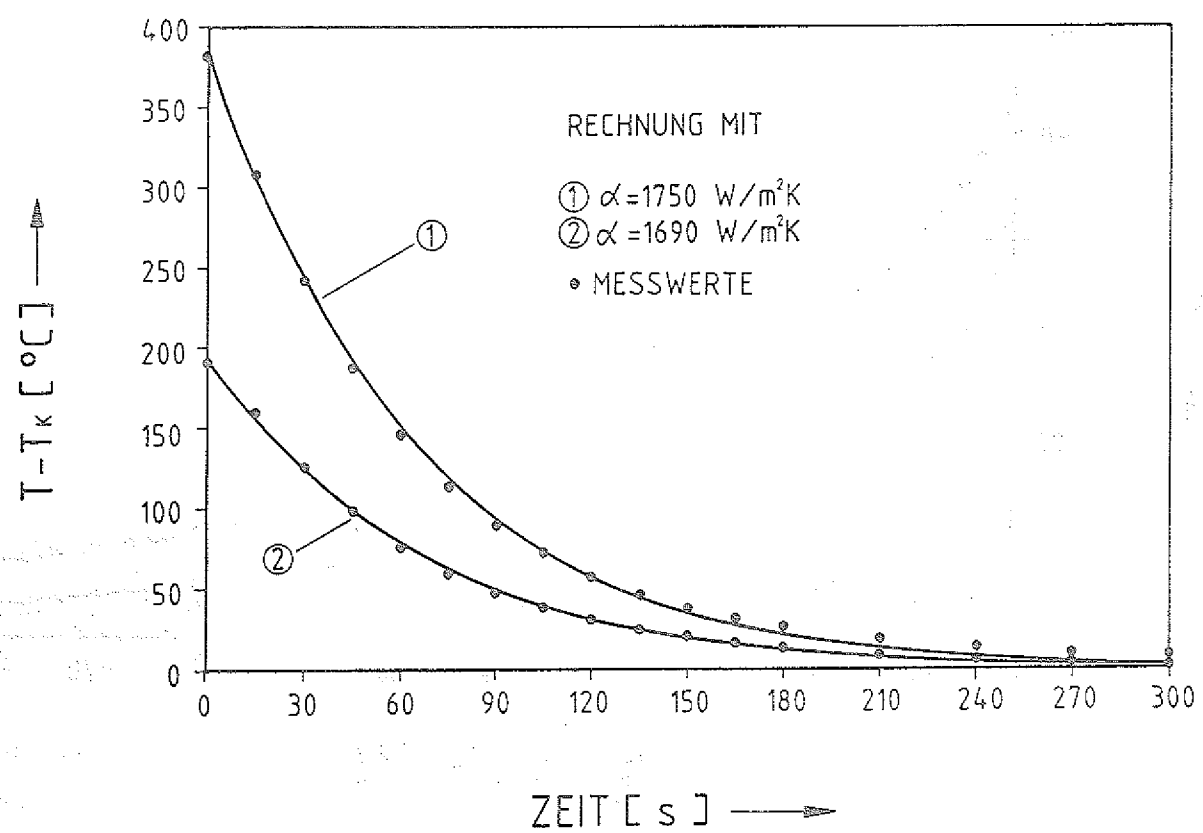


Abb. 5.6: Nachrechnung der gemessenen Temperaturmeßwerte

die Unsicherheiten der Stoffwerte und insbesondere die 1-dimensionale Modellierung des 3-dimensionalen Vorgangs berücksichtigt. Die geringen Abweichungen insbesondere bei Kühlungsende sind darauf zurückzuführen, daß die Abkühlkurven, wie z.B. in Abb. 5.4 ersichtlich, nicht streng exponentiell verlaufen. Ob dies eventuell durch Ablesefehler bewirkt wird, muß noch überprüft werden. Eine genaue Übereinstimmung für das Ende der Kühlung kann erreicht werden, wenn die BI-Zahl aus der Zeit für die 1 %-Abkühlung anstelle der 10 %-Abkühlung berechnet wird. Allerdings ergeben sich dafür bei Kühlungsbeginn deutliche Abweichungen.

Die Halbwertzeit ergibt sich exemplarisch für die Kurve 1 aus Abb. 5.5 mit der Gl. 3.27. Mit der ermittelten BI-Zahl kann aus

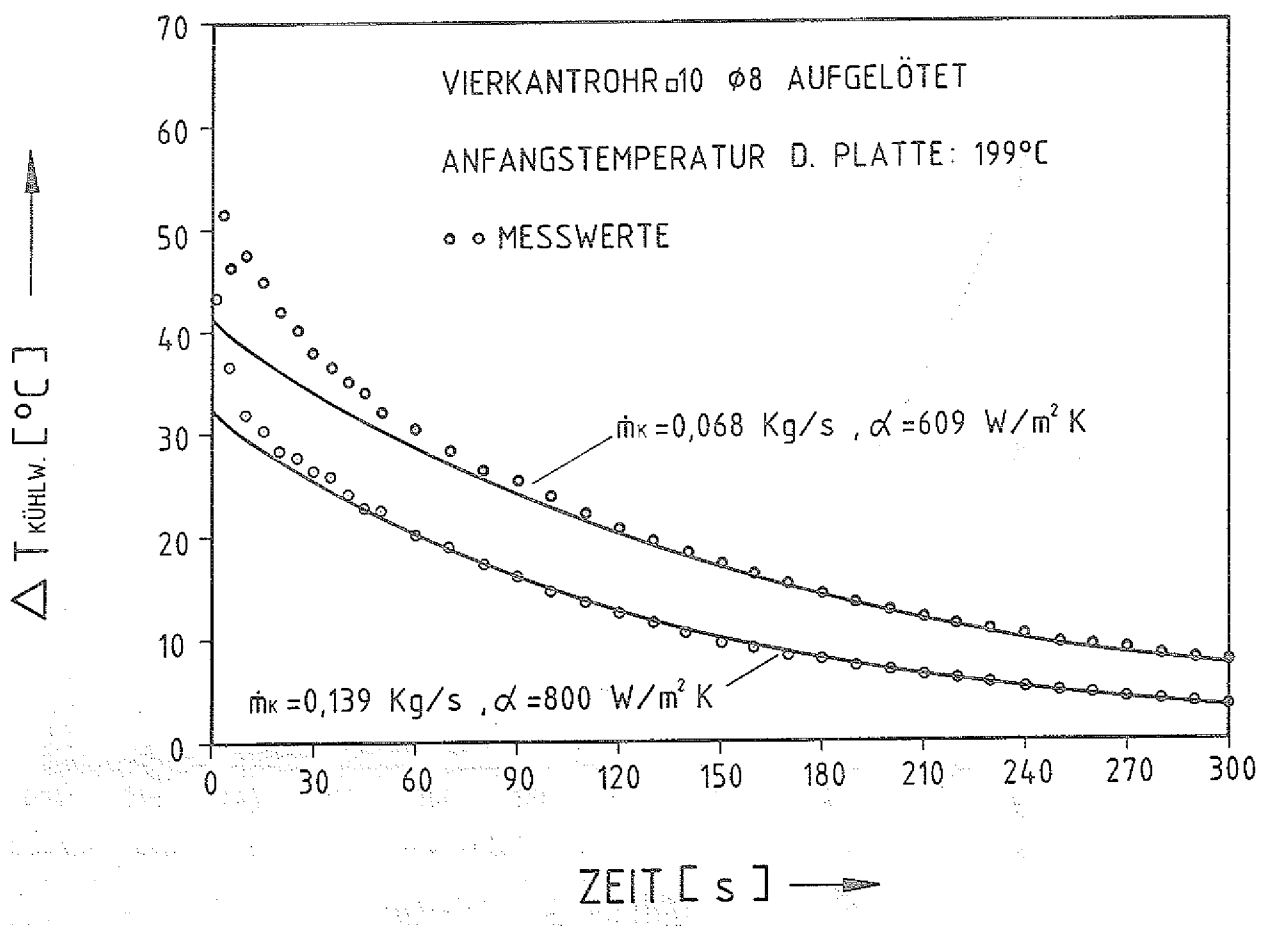


Abb. 5.7: Nachrechnung der gemessenen Kühlwasseraufheizung

Anhang A der Wert für k_0 abgelesen werden. Damit erhält man für die Halbwertzeit etwa 45 sec. Dieser Wert stimmt mit dem experimentellen Ergebnis aus Abb. 5.2 überein.

Die Kühlwasseraufheizung kann aus Gl. 3.31 berechnet werden. In Abb. 5.7 sind dazu die Ergebnisse und die Meßwerte gegenübergestellt. Auch hier ist die Übereinstimmung nach Abklingen der Siedezustände gut. Diese Siedezustände bewirken zu Kühlungsbeginn ein Blockieren des Kühlkanals mit stark vermindertem Durchsatz und dadurch eine deutlich höhere Austrittstemperatur.

5.4 Übertragung der Ergebnisse auf große Platten

Zum Abschluß soll noch diskutiert werden, wie diese Ergebnisse auf große Platten übertragen werden können.

Bei dem in dieser Arbeit betrachteten Problem ist der Leistungseinfall und damit auch das Anfangstemperaturprofil ungleichmäßig. Da die Abkühlzeit nahezu unabhängig von der Anfangstemperatur ist, kann dieser Fall wie bei der gleichmäßigen Verteilung behandelt werden.

Zur Kühlung kann eine große Platte mit mehreren parallel versorgten Rohrschlangen belegt werden. In diesem Fall wird empfohlen, in Gl. 3.31 für A_p die mit einer Rohrschlange belegte Plattenfläche und den dort fließenden Teilmassenstrom einzusetzen.

Weitere Abweichungen sind durch die Annahme einer konstanten Kühlmitteltemperatur zu erwarten. Diese Annahme trifft nicht zu, da die örtliche Kühlmitteltemperatur im Verlauf der Kühlschlange ansteigt. Bei einer Platte mit ungleichmäßigem Temperaturprofil kann das im Extremfall dazu führen, daß die Kühlmitteltemperatur an einer bestimmten Stelle die Plattentemperatur übersteigt und somit Wärme vom Kühlmittel auf die Platte übertragen wird. Somit

würde zusätzlich zur Wärmeleitung in der Platte eine Vergleichmäßigung der Plattentemperatur durch das Kühlmittel erfolgen. Diese mehrdimensionalen Effekte können natürlich nicht durch eine 1-dimensionale Berechnung beschrieben werden.

Eine Abschätzung kann näherungsweise vorgenommen werden, indem man aus der in der Platte gespeicherten Wärme eine gleichmäßige Anfangstemperatur berechnet, physikalisch gesehen bedeutet dies einen vollkommenen Temperaturausgleich der Platte vor Beginn der Kühlung. Aus Gl. 3.31 und 3.22 kann nun die Plattenfläche bzw. der Zeitpunkt errechnet werden, bei der das austretende Kühlmittel die Plattentemperatur erreicht. Damit kann schrittweise eine Belegung mit parallel versorgten Rohrschlangen bestimmt werden, bei der die Kühlmitteltemperatur stets kleiner ist als die Plattentemperatur.

6. Nachrechnung eines Experiments zur Plattendurchbiegung

6.1 Randbedingungen und Versuchsaufbau

Zur Überprüfung der in Kapitel 4 vorgestellten Gesetzmäßigkeiten wurde ein Experiment zur Plattendurchbiegung in Richtung der Flächennormalen infolge starker Temperaturdifferenzen durchgeführt. Das Ziel war hierbei, für die Rechnung eindeutig definierte Randbedingungen zu schaffen und dabei gleichzeitig eine bereits im Entwurf vorhandene Kühlstruktur des Neutralteilcheninjektors zu simulieren. Dazu wurde der in Kapitel 7 vorgestellte Magnetliner gewählt.

Der Magnetliner mit den Plattenabmaßen 844 x 1010 x 30 mm wird mit einem Leistungsdichteprofil nach Abb. 7.2 beaufschlagt. Die Simulation des Leistungsdichteprofils kann nur, wie bei der Vorstellung des Versuchsaufbaus beschrieben, durch die Darstellung eines heißen Flecks realisiert werden. Dazu wurde im heißen Bereich ein Fleck mit der Größe 330 x 70 mm und einer auf dieser Fläche gemittelten Leistungsdichte von 4,24 MW/m² aus dem Leistungsdichteprofil abgeleitet. Die reproduzierbare Realisierung dieser hohen Leistungsdichte auf einer großen Fläche ist natürlich nicht möglich.

Hohe Leistungsdichten lassen sich z.B. durch Plasmabrenner, Laserstrahlen und Elektronenstrahlkanonen erzeugen. Die beiden ersten Möglichkeiten scheiden aus wegen der schwierigen meßtechnischen Erfassung der Leistungsdichte bzw. des zu kleinen Brennflecks. Als einzige praktikable Lösung bietet sich der Elektronenstrahl einer Elektronenstrahlschweißanlage an. Die verwendete Anlage, siehe Abb. 6.1, hat eine maximale Strahlleistung von etwa 15 kW, dabei läßt sich die Leistung kontinuierlich regeln und die Schußdauer einstellen. Durch eine gezielte Defokussierung des Elektronenstrahls und eine periodische Ablenkung mit 10 kHz ergibt sich eine beaufschlagbare Fläche von 8,5 x 40 mm. Mit dieser Voraussetzung kann das Verhalten des Magnetliners natürlich nur

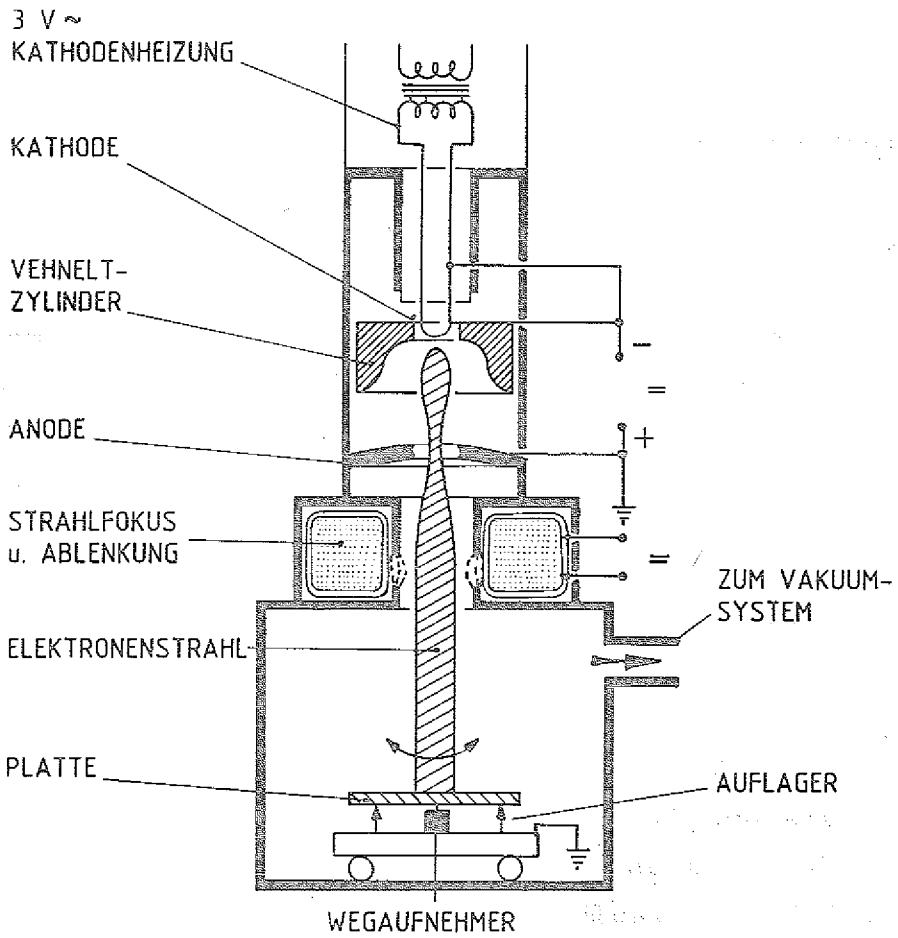


Abb. 6.1: Prinzipdarstellung der Elektronenstrahlschweißanlage und des Versuchaufbaus

in einem stark verkleinerten Maßstab, im folgenden Modell genannt, dargestellt werden. Damit das Modellverhalten Rückschlüsse auf den Magnetliner zuläßt, muß eine geeignete Anpassung der mittleren Leistungsdichte und der Pulsdauer des Elektronenstrahls vorgenommen werden. Dazu können der Modellmaßstab, die dimensionslose Temperatur nach Gl. 3.8 und die FO-Zahl nach Gl. 3.5 verwendet werden. Mit der Gleichheit der Kennzahlen für Modell und Liner muß damit auch ein gleiches Temperaturfeld bzw. eine ähnliche Verformung bei beiden entstehen.

Die Modellgeometrie ist festgelegt durch das Verhältnis zwischen der anfangs erwähnten Länge des heißen Flecks auf dem Magnetliner und der durch den Elektronenstrahl beaufschlagbaren Länge auf dem

Modell. Der Modellmaßstab berechnet sich zu

$$\frac{X_{MOD}}{X_{REAL}} = \frac{40}{330} = 0{,}121 \qquad (6.1)$$

d.h. alle geometrischen Größen des Magnetliners müssen mit 0,121 multipliziert werden. Damit ergibt sich die Modelldicke zu 3 mm und die Fläche zu 102 x 122 mm. Die Breite des Elektronenstrahls muß auf 8,5 mm eingestellt werden, damit auch die Ähnlichkeit des heißen Flecks gewahrt bleibt.

Wählt man als Plattenmaterial für das Modell wie auch beim Magnetliner Kupfer, dann erhält man aus der Gleichheit der Temperaturkennzahl für Modell und Liner

$$\dot{q}''_{MOD} \cdot D_{MOD} = \dot{q}'' \cdot D_{REAL}$$

$$\dot{q}''_{MOD} = 35\ MW/m^2 \qquad (6.2)$$

Zur Berechnung der einzustellenden Leistung des Elektronenstrahls muß diese Leistungsdichte mit der Fläche des heißen Flecks multipliziert werden. Die Strahlleistung ergibt sich damit zu etwa 11,8 kW.

Der letzte freie Parameter ist die Pulsdauer. Aus der Gleichheit der FO-Zahl erhält man

$$t_{MOD} \cdot D^2_{REAL} = t_{REAL} \cdot D^2_{MOD}$$

$$t_{MOD} = 0{,}147\,s \qquad (6.3)$$

Diese kurze Einschaltdauer kann an der Elektronenstrahlschweißanlage eingestellt werden. Da die Ablenkfrequenz ausreichend hoch ist, kann man von einer gleichmäßigen Verteilung der Leistungsdichte auf dem heißen Fleck ausgehen.

Für den Versuch wurde das Modell, siehe Abb. 6.1, an den Ecken beweglich aufgelagert und unterhalb des heißen Flecks ein Wegaufnehmer installiert. Zur Temperaturmessung wurden an mehreren Stellen Thermoelementdrähte (0,5 mm) direkt aufgelötet.

Beim Versuch ergab sich, daß die Temperatur während der Pulsdauer nicht gemessen werden konnte. Die wahrscheinlichste Ursache ist die im Vergleich zur Pulsdauer zu große Zeitkonstante der Meßanordnung. Nach dem Temperaturausgleich im Modell konnte die erwartete mittlere Temperaturerhöhung gemessen werden.

Der zeitliche Verlauf der Plattendurchbiegung wurde mit einem Transientenrecorder aufgenommen. Die maximale Auslenkung konnte mit 0,084 mm gemessen werden. Zur Rückrechnung auf die Auslenkung des Magnetliners muß dieser Wert durch den Modellmaßstab nach Gl. 6.1 dividiert werden; somit ergibt sich eine zu erwartende maximale Auslenkung der Plattenebene von etwa 0,7 mm.

Im folgenden soll das experimentelle Ergebnis mit den numerischen Ergebnissen für das Modell bzw. für den Magnetliner in Kapitel 7 verglichen werden.

6.2 Numerische Ermittlung des Temperaturfeldes

Das verwendete Rechenmodell ist in Abb. 6.2 als Netzlinienbild in der x-y-Ebene dargestellt. Es enthält in horizontaler (x-)Richtung 45 und in vertikaler (y-)Richtung 48 Gitterlinien, die im Brennfleck und dessen Umgebung sehr eng angeordnet sind. Die nicht dargestellte z-Richtung wird aus 8 Netzebenen aufgebaut, die in Richtung der Wärmeeinfallebene eng und auf der rückwärtigen Seite weiter gespannt sind. Aus diesen Randbedingungen ergibt sich ein lineares Gleichungssystem mit 17280 Gleichungen, die entsprechend dem Algorithmus aus Kap. 3.4 aufgestellt und gelöst werden. Dabei werden alle Oberflächen als adiabat angenommen, der Brennfleck, in Abb. 6.2 dick gekennzeichnet, ist

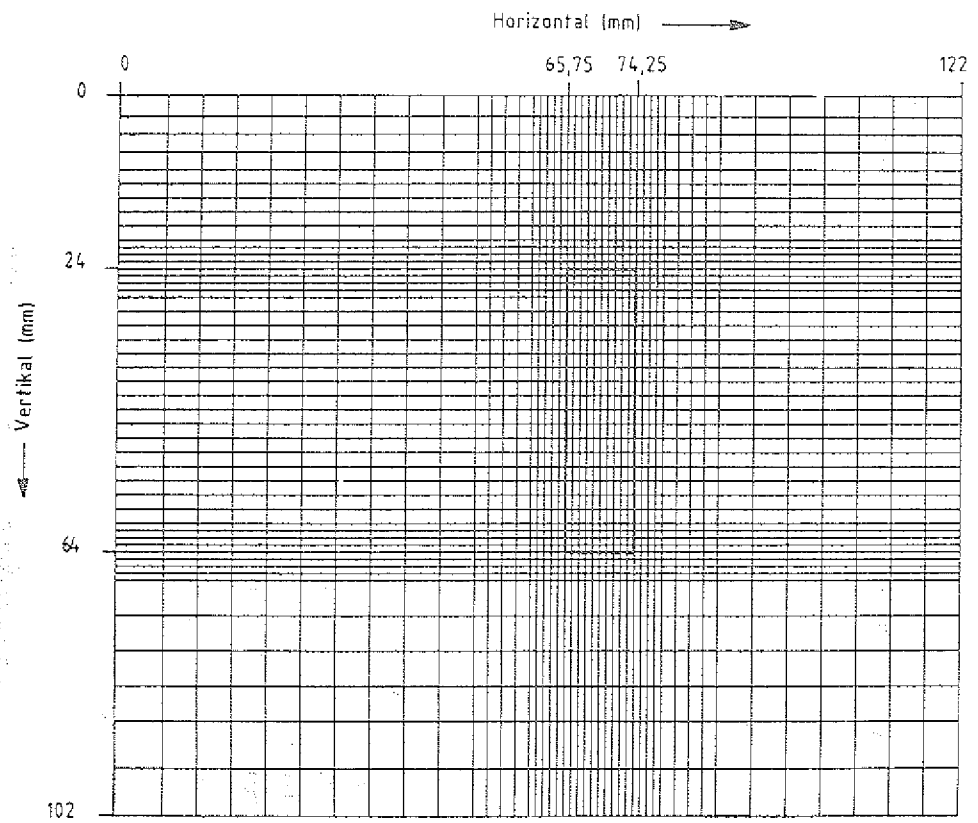


Abb. 6.2: Gittereinteilung des Rechenmodells zur Temperaturermittlung in der x-y-Ebene mit markierter Wärmeeinfallzone

während der Wärmeeinfallphase von 0 bis 0,147 sec mit einer homogen verteilten Oberflächenwärmequelle von 34,9 MW/m² beaufschlagt. Daran schließt sich eine Verteilungsphase an, die für die weiteren Betrachtungen aber unwesentlich ist. Für die Berechnung kamen die in Anhang C aufgeführten wärmetechnischen Daten zur Anwendung.

Ausgehend von einer homogenen Starttemperatur von 25°C stellt sich am Ende der Wärmeeinfallphase das in Abb. 6.3 dargestellte Temperaturfeld mit einer Maximaltemperatur von 469°C ein.

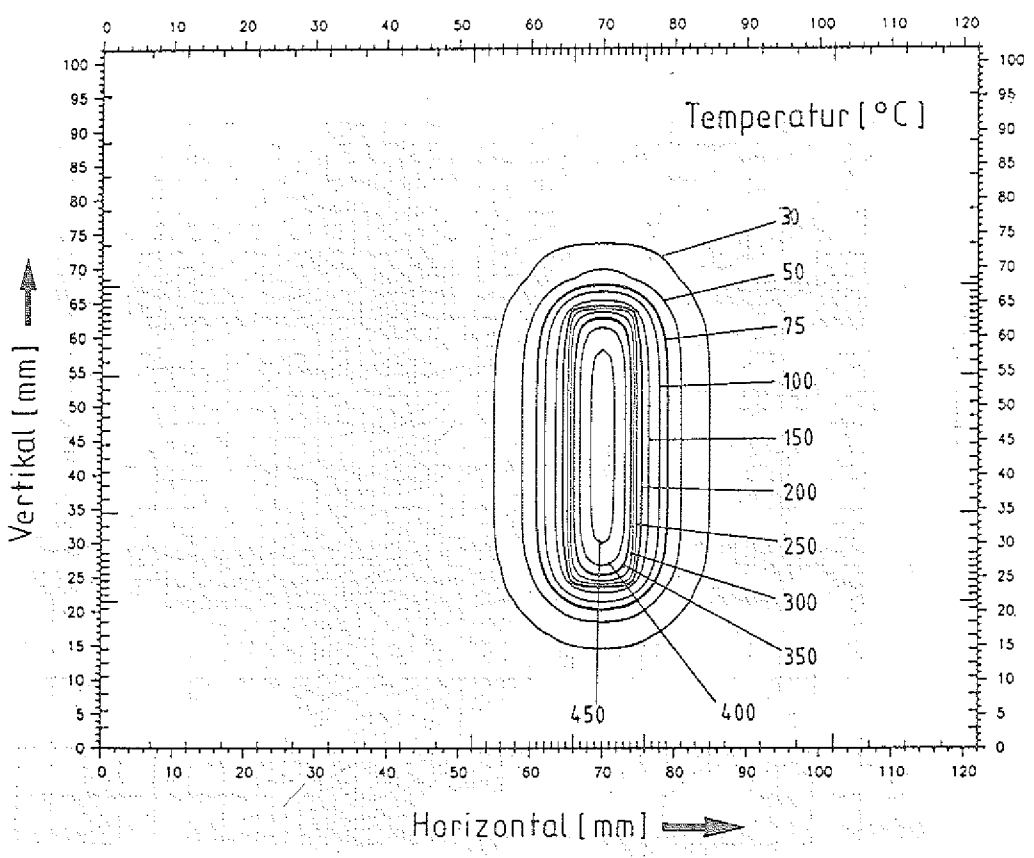


Abb. 6.3: Temperaturverteilung auf der beheizten Plattenseite am Ende der Wämeeinfallphase nach 0,147 s

Es wird deutlich, daß nur die nähere Umgebung des Brennflecks starken Temperaturbelastungen ausgesetzt wird und der überwiegende Teil der Platte auf ihrem Anfangstemperaturniveau verharrt. Die nicht beheizte Rückseite des Brennflecks erreicht zu diesem Zeitpunkt eine Maximaltemperatur von 328°C, so daß man über die Plattendicke gemittelt einen Gradienten von 46,5 K/mm errechnet. Die mittlere Aufheizgeschwindigkeit der heißesten Stelle beträgt 3020 K/s, während die Unterseite mit 2061 K/s erhitzt wird. Während der Ausgleichsphase baut sich der Temperaturberg in der Nähe des Brennflecks sehr rasch ab, indem sich die Wärme infolge Leitung auf die kälteren Zonen verteilt (vgl. Abb. 6.4). Die Abkühlung erfolgt innerhalb der ersten Sekunde im Mittel mit 390 K/s.

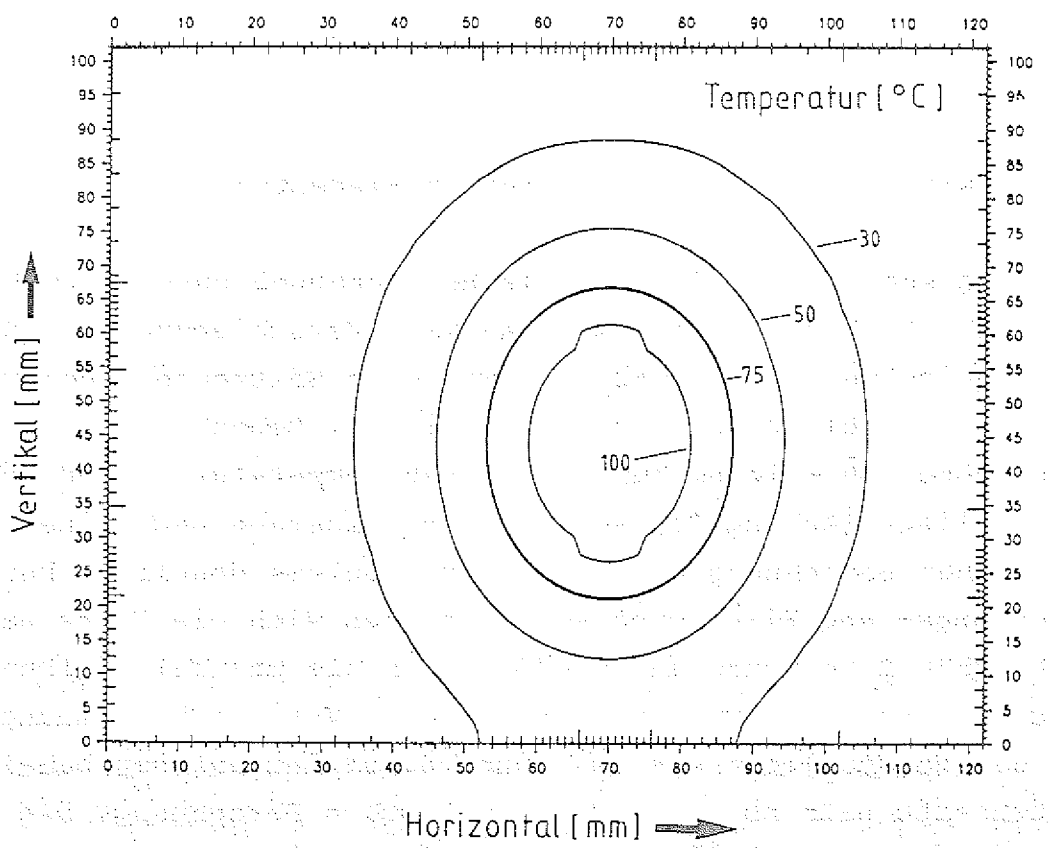


Abb. 6.4: Temperaturverteilung auf der beheizten Plattenseite während der Ausgleichsphase, Zeitpunkt 1 Sekunde

6.3 Numerische Ermittlung von Verformungen und Spannungen

6.3.1 Rechenmodell

Die Verformungs- und Spannungsberechnungen werden mit der gleichen horizontalen/vertikalen Einteilung in HEXE8-Elementen /ASK/ vorgenommen, wie sie im Netzlinienbild Abb. 6.2 abgebildet ist. Lediglich die Einteilung in z-Richtung wurde auf 5 Netzebenen, d.h. 4-Elementebenen reduziert, so daß das Finite-Element-Modell aus 10802 Knotenpunkten und 32355 Freiheitsgraden besteht. Die plastische Rechnung wurde unter Verwendung des in Kap. 4 dargestellten Plastifizierungsgesetzes sowie der Stoffwerte aus Anhang C durchgeführt. Als Belastung wurden die thermischen Dehnungen, bedingt durch die Erhöhung der Temperatur bis zum Zeitpunkt 0,147 sec, eingesetzt.

6.3.2 Plastische Rechnung mit finiten Elementen

Die als Ausgangspunkt der plastischen Rechnung durchgeführte elastische Rechnung ergab eine maximale Verschiebung in z-Richtung (Ausbeulung) von 0,142 mm sowie eine Spitzenspannung von 550 N/mm² (Vergleichsspannung nach Mises). Bedenkt man, daß die Fließgrenze von weichem Kupfer bei Raumtemperatur im Bereich von 8 N/mm² liegt (Anhang C), so wird die Forderung nach einer plastischen Berechnung des genannten Problems deutlich. Durch Verformungs- und Fließvorgänge reduzieren sich die Werte nach der plastischen Berechnung auf 0,094 mm für die maximale Wölbung in z-Richtung und 64 N/mm² für die maximale Vergleichsspannung. Abb. 6.5 verdeutlicht die Spannungsverteilung auf der beheizten Plattenseite nach Abschluß der plastischen Berechnung. Die Zonen maximaler Spannung liegen in der Umgebung des Brennflecks und sind Temperaturen von ca. 250°C zuzuordnen. Aus Abb. 4.2 kann man ablesen, daß die Spannungen erst durch plastische Verformungen

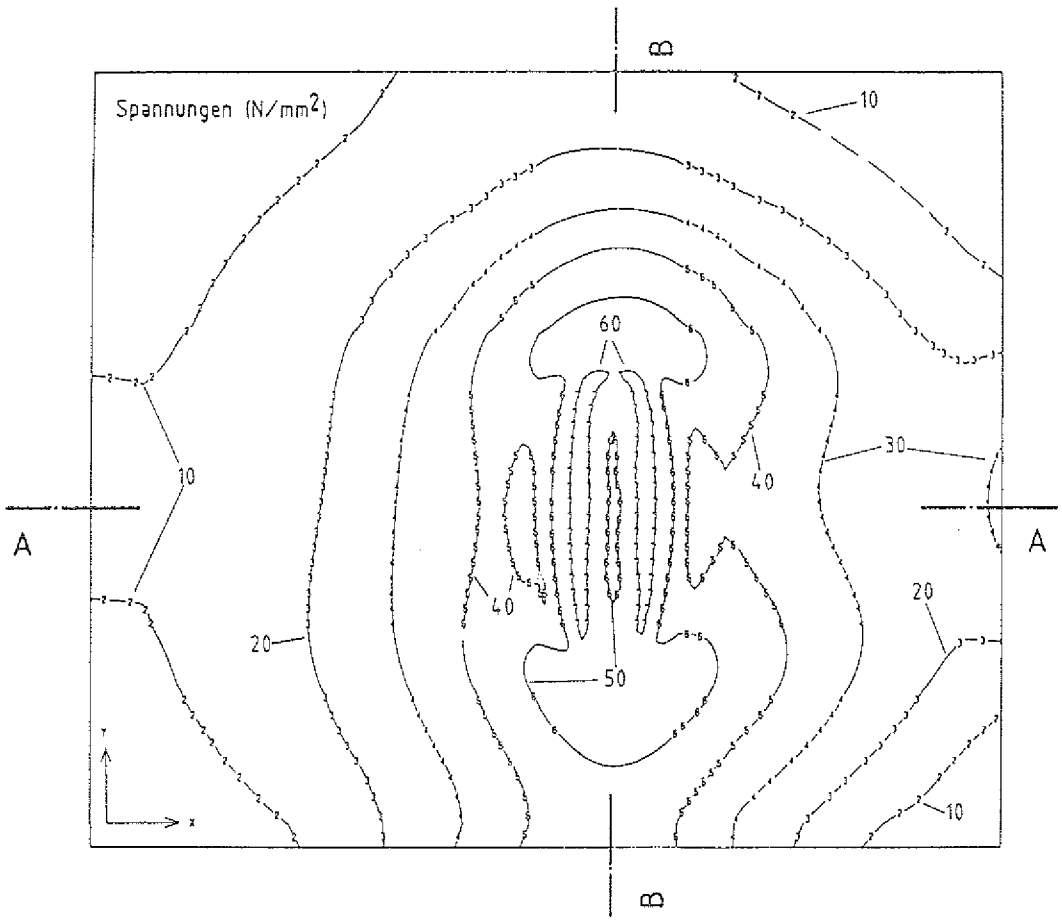
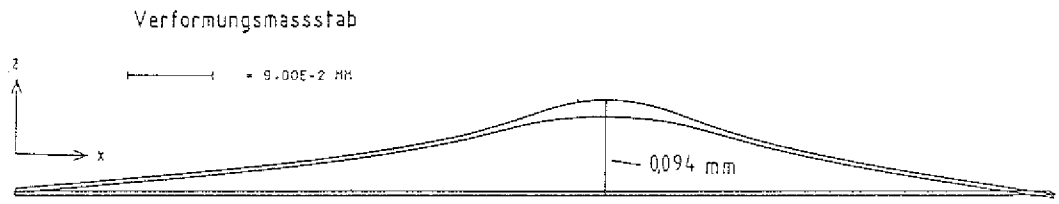
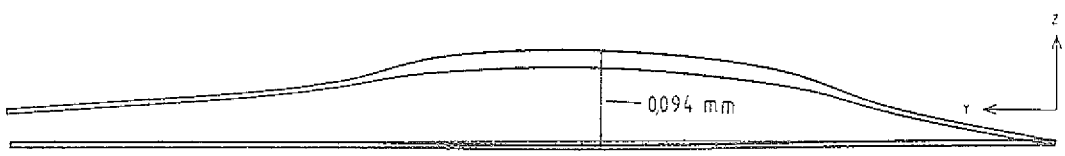


Abb. 6.5: Verlauf von Mises'schen Vergleichsspannungen auf der beheizten Plattenseite nach Abschluß der plastischen Verformungsrechnung (Zeitpunkt 0.147 Sekunden)

(Verfestigung) weit oberhalb von 0,2 % erreicht werden (für 250°C bei ca. 0,5 %). Bedingt durch die hohen Materialtemperaturen im Brennfleck kann sich dort keine hohe Spannung aufbauen. Selbst die errechnete Spannung von 50 N/mm² erfordert Dehnungen von ca. 2 %, um bei 450°C eine derartige Verfestigung zu erreichen. Abb. 6.6 verdeutlicht anhand eines Horizontal- (A-A) und eines Vertikalschnittes (B-B) die temperaturinduzierte Aufwölbung der beheizten Plattenseite.



Schnitt A-A



Schnitt B-B

Abb. 6.6: Aufwölbung der beheizten Plattenoberfläche an der heißesten Stelle nach Abschluß der plastischen Rechnung (Zeitpunkt 0,147 Sekunden)

6.4 Bewertung der Ergebnisse

Die im Experiment unter dem Brennfleck gemessene maximale Auslenkung von 0,084 mm stimmt bis auf eine Abweichung von 12 % mit der numerisch ermittelten von 0,094 mm überein. Berücksichtigt man, daß der Rechenwert für die der Wärmequelle zugewandten Plattenseite gilt, und daß unter Umständen erhebliche Ungenauigkeiten in den Werkstoffdaten und in der experimentellen Erfassung der Verschiebungen liegen, so kann die Übereinstimmung von Experiment und Rechnung als gut bezeichnet werden. Weiterhin sind dynamische Effekte während des plastischen Verformungsvorganges zu berücksichtigen, die in der Rechnung nicht (vergleiche Kap. 4) im Experiment jedoch, welches nur eine Aufheiz- und Abkühlphase umfaßt, sehr wohl vorhanden sind.

7. Berechnung eines Magnetliners für den Neutralteilcheninjektor

7.1 Konstruktive und wärmetechnische Vorgaben

Wie in Kap. 1 schon beschrieben, dient der Magnet im Neutralteilcheninjektor zur Abtrennung der Ionen aus dem Wasserstoffstrom. Um das Joch des Magneten vor einer Aufheizung durch auftreffende, abgelenkte Teilchen zu schützen, muß dort ein Wärmeschutz, im folgenden Magnetliner genannt, angebracht werden. Der Magnetliner besteht nach einer vorläufigen Auslegung des Magneten aus einer massiven Kupferplatte von 30 mm Dicke (Abb. 7.1), die auf der Vorderseite durch einen streifend einfallenden Ionenstrom mit der in Abb. 7.2 als Isolinien dargestellten Wärmeflußverteilung aufgeheizt und auf der Rückseite durch Kühlschlangen gekühlt wird. Im Anschluß an den Wärmeeinfall (233 kW), der 10 Sekunden andauert, steht eine Zeitspanne von

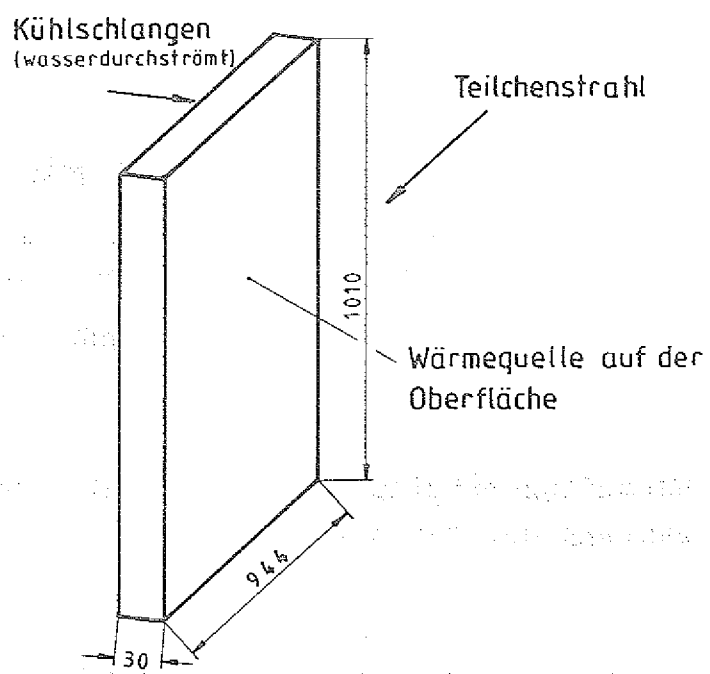


Abb. 7.1: Abmaße und Aufbau eines Magnetliners

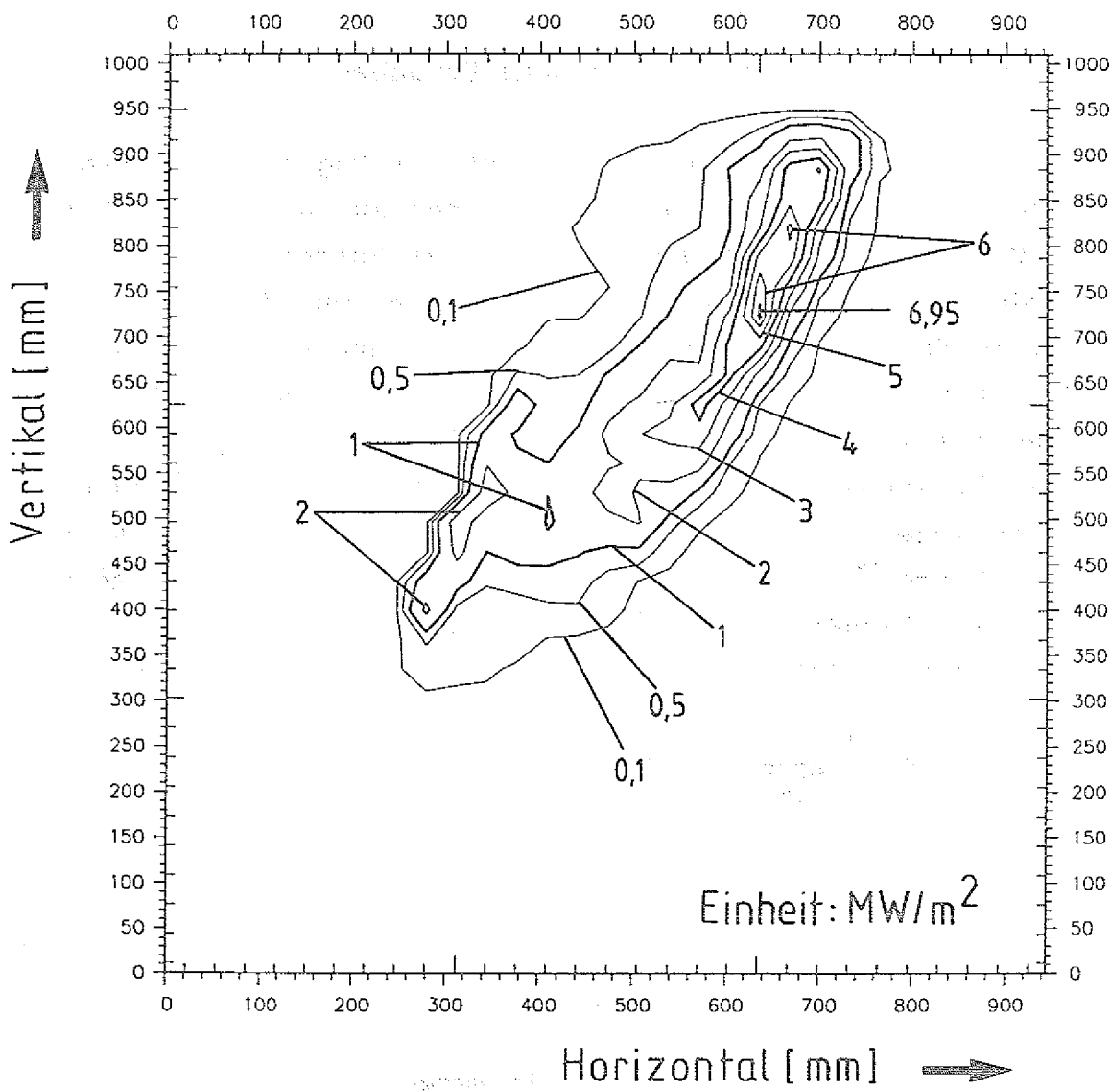


Abb. 7.2: Wärmeflußverteilung auf der Plattenoberseite während der Schußzeit

fünf Minuten zur Abkühlung der Platte auf Kühlwassertemperatur zur Verfügung. Als Kühlwasser dient vollentsalztes Wasser, welches mit 25°C in die Kühlschlangen einströmt. Sie werden für die Rechnung als homogen über der Plattenrückseite verteilt angenommen und durch eine Wärmeübergangszahl von 5 kW/m²K bei einer Kühlmitteltemperatur von 35°C simuliert.

7.2 Instationäre Temperaturfeldberechnung

7.2.1 Rechenmodelle

Es wurden zwei Rechenmodelle entwickelt, die sich in ihrer Diskretisierung in der x-y-Ebene unterscheiden. Die Plattendicke von 30 mm wurde in beiden Fällen gleich unterteilt.

Das Rechenmodell I orientiert sich an der Rastergröße, die zur Vorgabe der Wärmeflußverteilung gewählt wurde. Hierbei beträgt der Abstand zweier Koordinatenlinien in x- und in y-Richtung jeweils 32,3 mm. Die Berechnungsstützpunkte (Abb. 7.3) liegen so, daß sie im Zentrum einer Masche konstanten Wärmeflusses liegen. Für das Rechenmodell II wurde in Bereichen großer Wärmeflüsse die Rasterweite auf die Hälfte reduziert (Abb. 7.4).

Über die Plattendicke wurden acht Ebenen mit den Koordinaten 0, 5, 10, 15, 20, 25, 28 und 30 mm definiert, so daß in Modell I 8184 Temperaturstützpunkte und im Modell II 15.040 Temperaturstützpunkte vorliegen.

7.2.2 Aufheiz- und Abkühlvorgang

Mit dem Modell I wurden 2 Fälle gerechnet (Abb. 7.5):

1. Fall Wärmeeinfall 10 Sekunden und Kühlung der Rückseite mit $\alpha = 5\ kW/m^2K$ mit dem Zeitpunkt $t = 0$ beginnend

2. Fall Wärmeeinfall 10 Sekunden ohne Kühlung; Kühlung mit $\alpha = 5\ kW/m^2K$ beginnend mit $t = 10{,}5$ Sekunden.

Die erzielten Ergebnisse werden im folgenden anhand von Isothermenverteilungen auf der beheizten und gekühlten Plattenseite dargestellt.

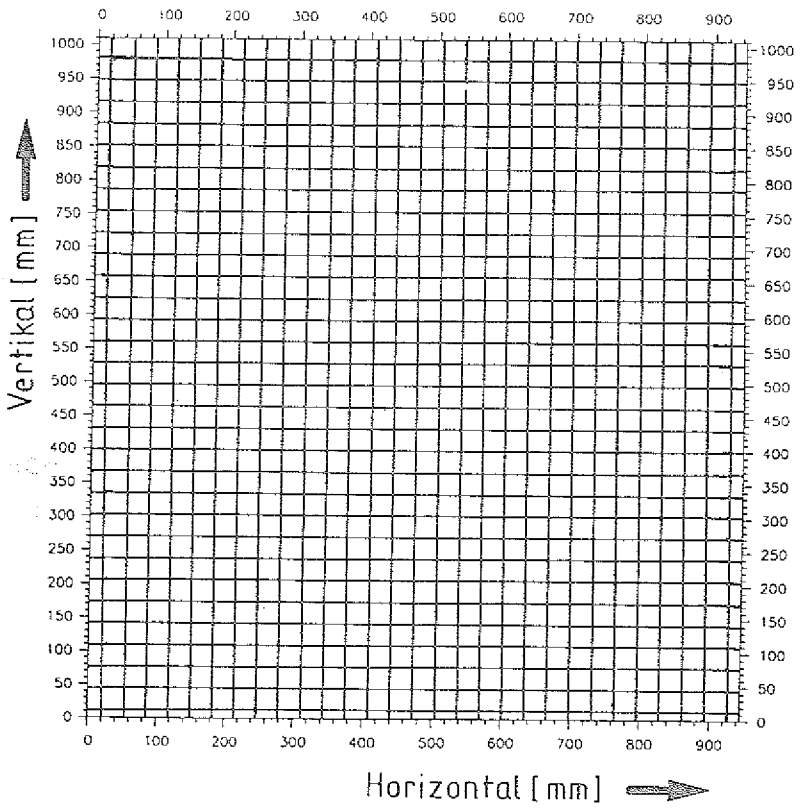


Abb. 7.3: Rastereinteilung in der x-y-Ebene des Rechenmodells I

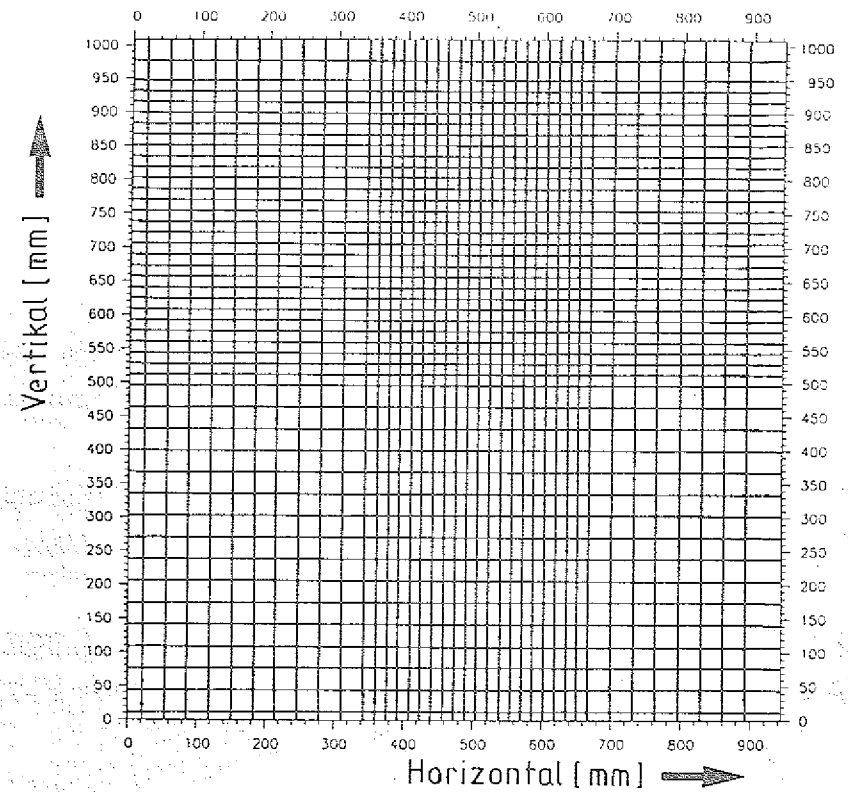


Abb. 7.4: Rastereinteilung in der x-y-Ebene des Rechenmodells

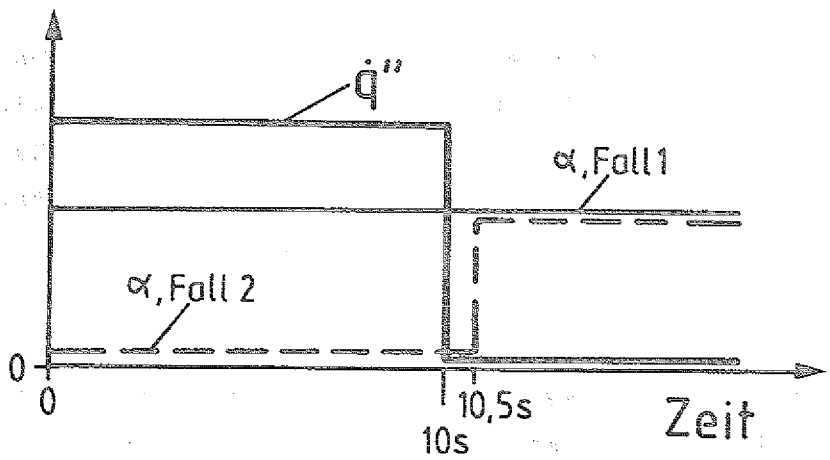


Abb. 7.5: Zeitfunktion von Wärmeeinfall auf der Plattenoberseite und Kühlung der Plattenunterseite

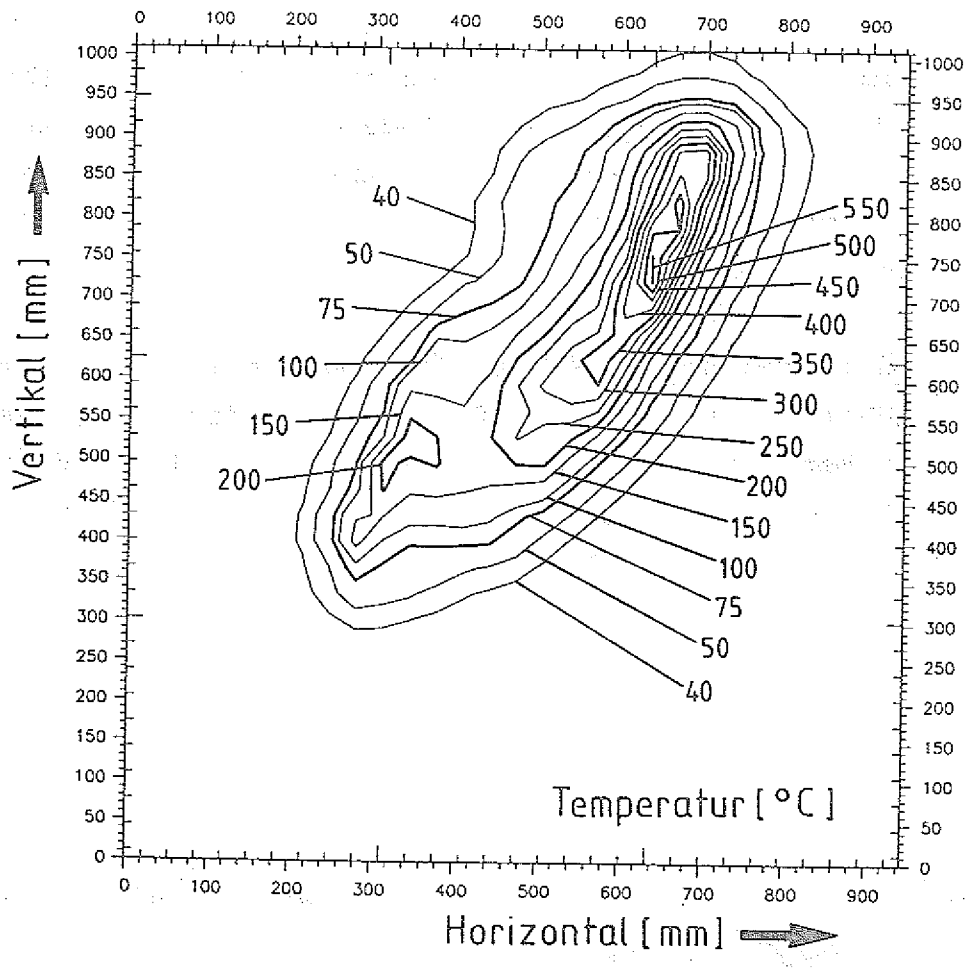


Abb. 7.6: Temperaturverteilung auf der beheizten Plattenseite Modell I, Fall 1, Zeitpunkt 10 Sekunden

Abb. 7.6 bis Abb. 7.8 zeigen die Isothermenverteilung für den Berechnungsfall 1. Auf der Plattenoberseite stellt sich nach 10 Sekunden eine Maximaltemperatur von 555°C ein; die maximale Temperatur auf der gekühlten Seite stellt sich mit 280°C nach 11 Sekunden ein. Nach 100 Sekunden ist die gesamte Platte kälter als 40°C.

Abb. 7.9 und Abb. 7.10 zeigen die Isothermenverteilung für den Berechnungsfall 2. Hier stellt sich die maximale Temperatur auf der beheizten Seite mit 582°C nach 10 Sekunden ein; die gekühlte Seite erreicht mit 333°C ebenfalls nach 10 Sekunden ihr Maximum. Die Platte ist ebenso nach weiteren 100 Sekunden vollständig unter 40°C abgekühlt.

Im verfeinerten Modell II wurde die Beheizung bzw. die Kühlung ebenso wie im Fall 2 des Modells I unterstellt. Beispielhaft ist hierzu die Temperaturverteilung am Ende des Aufheizvorganges in Abb. 7.11 dargestellt. Die maximale Temperatur wird auf der beheizten Seite mit 586°C und auf der gekühlten Seite mit 335°C nach 10 Sekunden erreicht.

Im Vergleich zu den Maximalwerten des Modells I, Fall 2, tritt auf der gekühlten Seite keine Differenz auf; die Differenz von 14°C auf der beheizten Seite ist auf die im Modell II verfeinerte Gittereinteilung und die dadurch bedingte verbesserte Darstellung der Temperaturgradienden zurückzuführen.

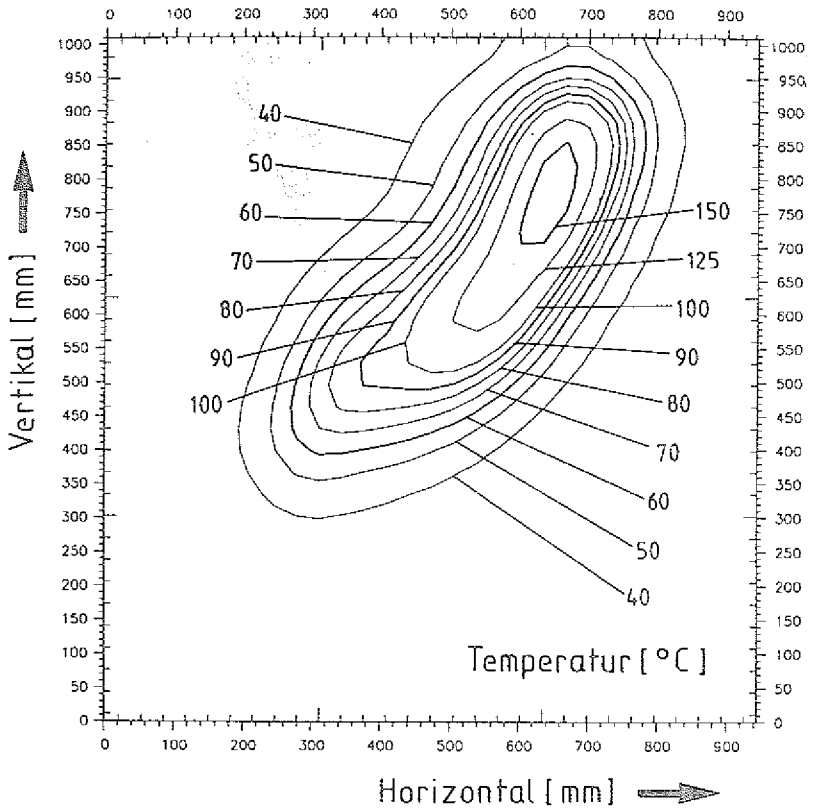


Abb. 7.7: Temperaturverteilung auf der gekühlten Plattenseite, Modell I, Fall 1, Zeitpunkt 10 Sekunden

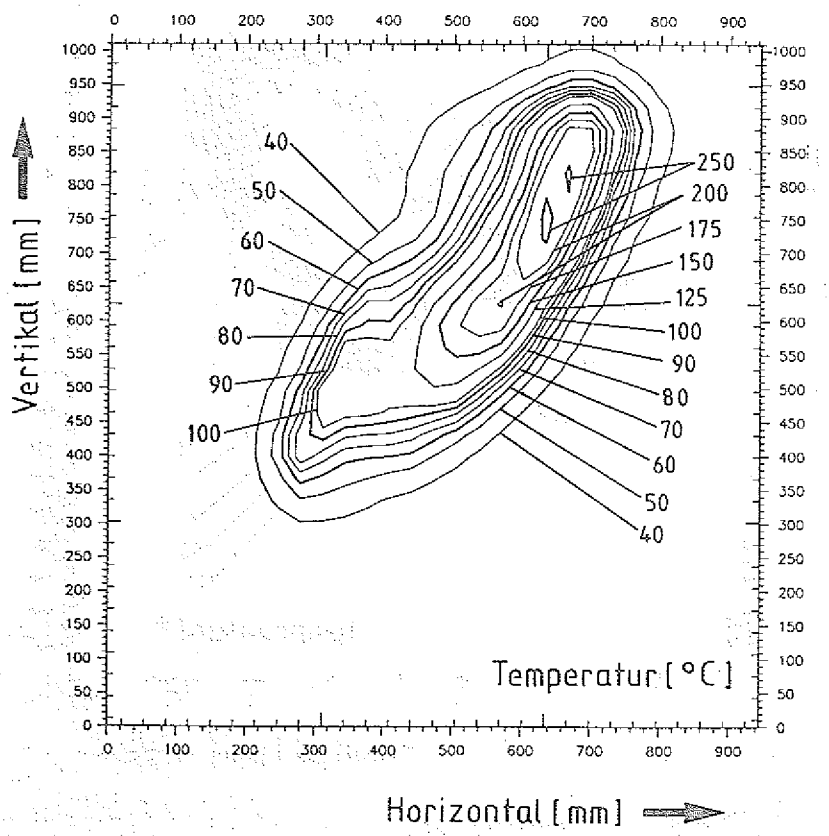


Abb. 7.8: Temperaturverteilung auf der gekühlten Plattenseite, Modell I, Fall 1, Zeitpunkt 20 Sekunden

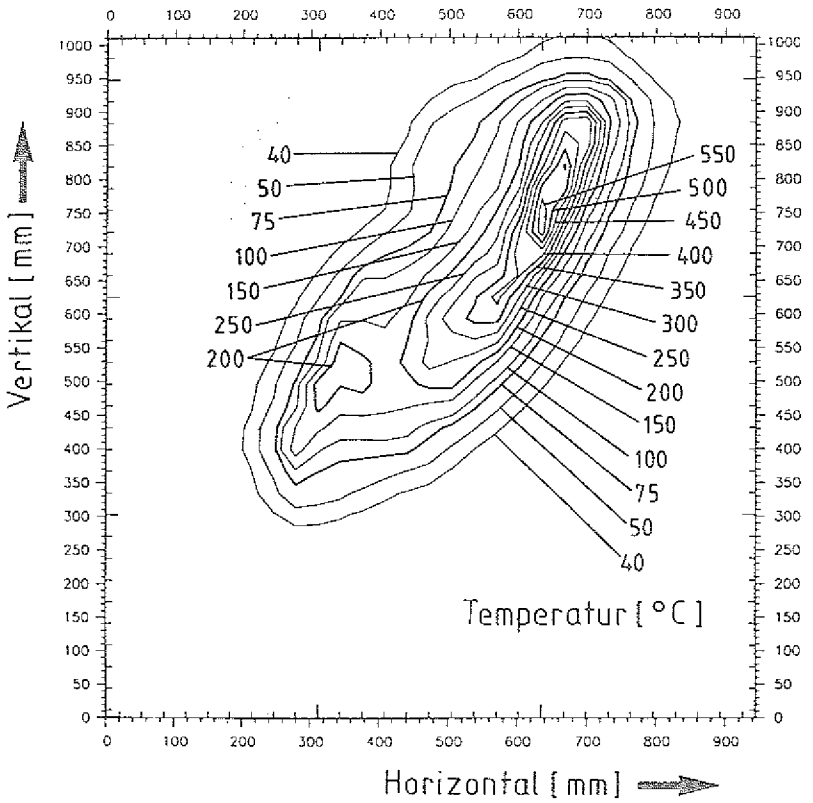


Abb. 7.9: Temperaturverteilung auf der beheizten Plattenseite, Modell I, Fall 2, Zeitpunkt 10 Sekunden

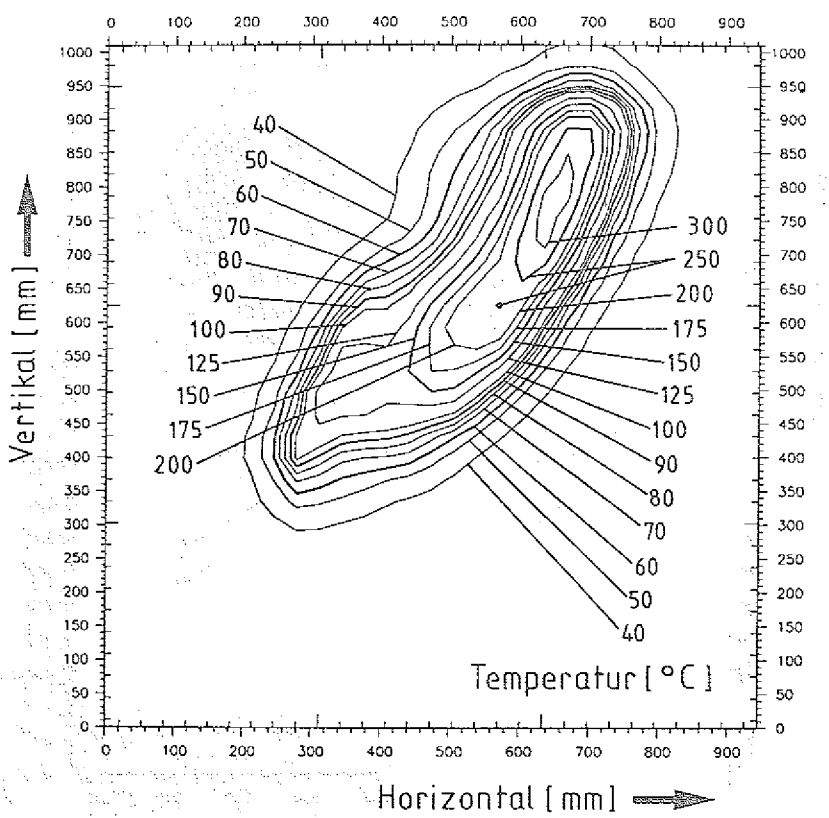


Abb. 7.10: Temperaturverteilung auf der gekühlten Plattenseite, Modell I, Fall 2, Zeitpunkt 10 Sekunden

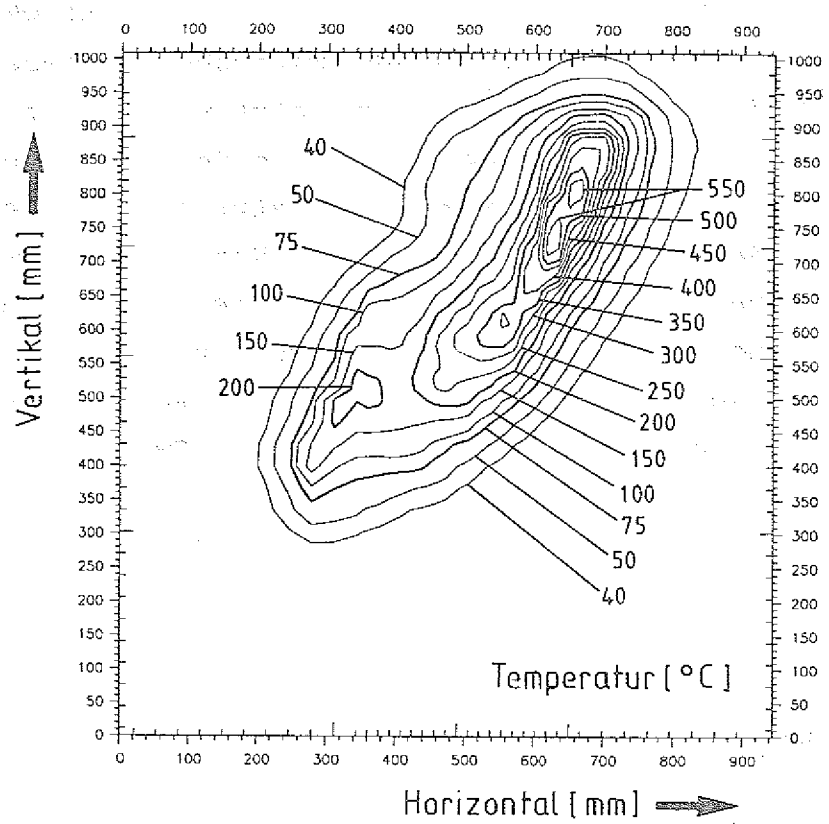


Abb. 7.11: Temperaturverteilung auf der beheizten Plattenseite, Modell II, Zeitpunkt 10 Sekunden

7.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse für die instationäre Temperaturfeldberechnung

Die Berechnung der Plattentemperaturen mit zwei verschieden feinen Gittereinteilungen hat praktisch gleiche Ergebnisse erbracht und liefert eine Maximaltemperatur auf der beheizten Plattenseite von ca. 580°C, wenn man unterstellt, daß während des Wärmeeinfalls auf der Rückseite keine Kühlung anliegt. Im Vergleich zur eindimensionalen Betrachtungsweise werden lediglich 70 % der dort errechneten Spitzentemperatur erreicht.

Der Einfluß der Kühlung auf der Plattenrückseite ist während der Schußzeit sehr gering. Eine mit einem Wärmeübergangskoeffizienten von 5 kW/m²K und einer Kühlmitteltemperatur von 35°C gekühlte Platte erreicht nach der Schußzeit eine im Vergleich zur ungekühlten um 27 K niedrigere Maximaltemperatur auf der gekühlten Seite. Während der Schußzeit führt diese Kühlung lediglich 15 % der insgesamt zugeführten Wärmemenge ab. Die Rückkühlung der Platte auf Kühlwassertemperatur beansprucht unter den o.g. Voraussetzungen weniger als 2 Minuten und liegt somit deutlich unterhalb der Zeitgrenze von 5 Minuten. Eine Realisierung dieser Kühlwirkung durch aufgebrachte Rohrschlangen konnte allerdings durch den experimentellen Nachweis, s. Kap. 5, noch nicht bestätigt werden.

7.3 Verformungen und Spannungen

7.3.1 Rechenmodell

Die Finite-Element-Rechnungen werden für die grobe Maschineinteilung der Magnetlinerplatte (Abb. 7.3) zum Zeitpunkt 10 Sekunden durchgeführt. Über der Dicke von 30 mm wurden fünf Elemente vom Typ HEXE8 /ASK/ übereinander angeordnet, wobei die Temperatur des oberen Elementes aus den drei Knotenebenen bei z = 25, 28 und 30 mm ermittelt wurde (vgl. Kap. 7.2.1). Als Stoffwerte liegen die in Anhang C dargestellten temperaturabhängigen Funktionsverläufe zugrunde.

7.3.2 Linear-elastische Rechnung

Ausgangspunkt für die später dargestellte plastische Verformungsrechnung ist eine linear-elastische Berechnung des Linerverhaltens. Abb. 7.12 zeigt eine Draufsicht auf die beheizte Plattenoberfläche und deren Verformung. Das Auftreten der maximalen Ver-

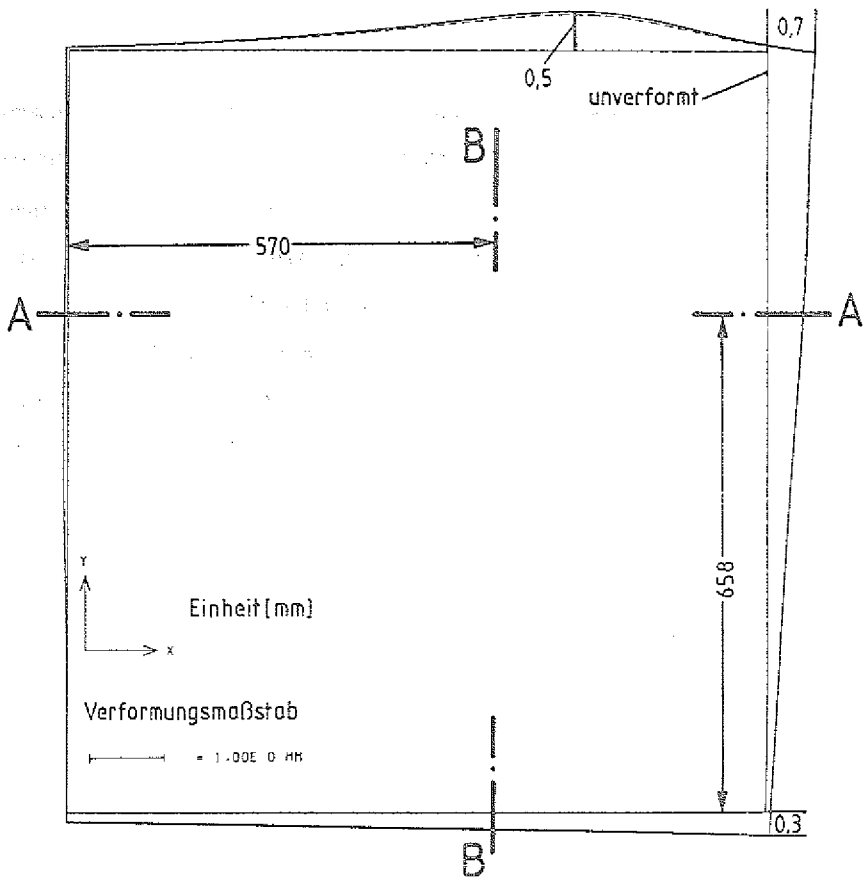
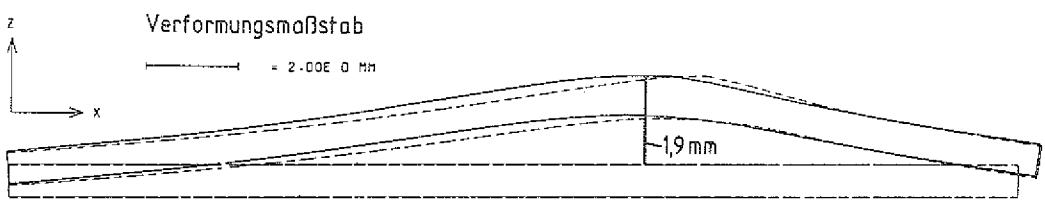
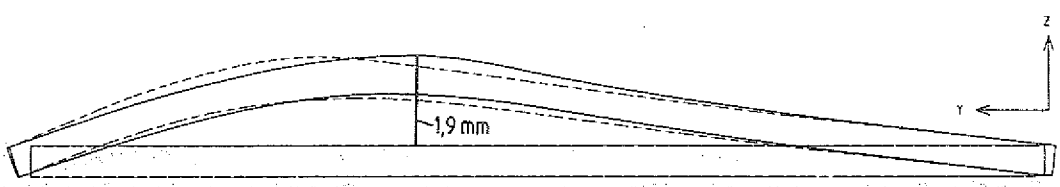


Abb. 7.12: Verformung der Plattenränder an der wärmebeaufschlagten heißen Plattenoberfläche zum Zeitpunkt 10 Sekunden (linear-elastische Rechnung



Schnitt A-A



Schnitt B-B

Abb. 7.13: Aufwölbung der Plattenoberfläche an der heißesten Stelle zum Zeitpunkt 10 Sekunden (linear-elastische Rechnung)

formungen an der heißesten Stelle ist deutlich zu erkennen; sie erreichen an der oberen rechten Ecke 0,7 mm in x-Richtung und an der senkrecht zur y-Achse verlaufenden Oberkante 0,5 mm. Anhand der angedeuteten Schnittverläufe zeigt Abb. 7.13 die Aufwölbung der Platte in z-Richtung, d.h. in die Strahlebene hinein. Es tritt eine maximale Verformung von 1,9 mm in z-Richtung auf. Abb. 7.14 verdeutlicht das Wölbungsverhalten der Plattenoberseite anhand von Isolinien der z-Verformung. Abschließend zeigt Abb. 7. den Verlauf der von Mises'schen Vergleichsspannung auf der Plattenoberseite; er verdeutlicht, daß sich der größte Teil der Oberfläche oberhalb der Fließgrenze befindet und plastische Vervormungen erleiden wird.

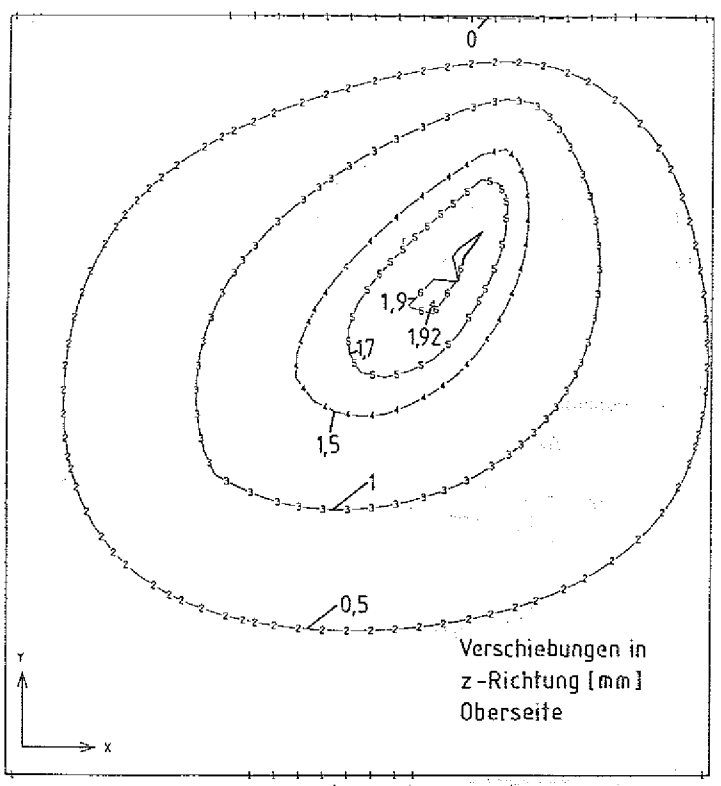


Abb. 7.14: Isolinien der Verformung in z-Richtung der Plattenoberseite zum Zeitpunkt 10 Sekunden (linear-elastische Rechnung)

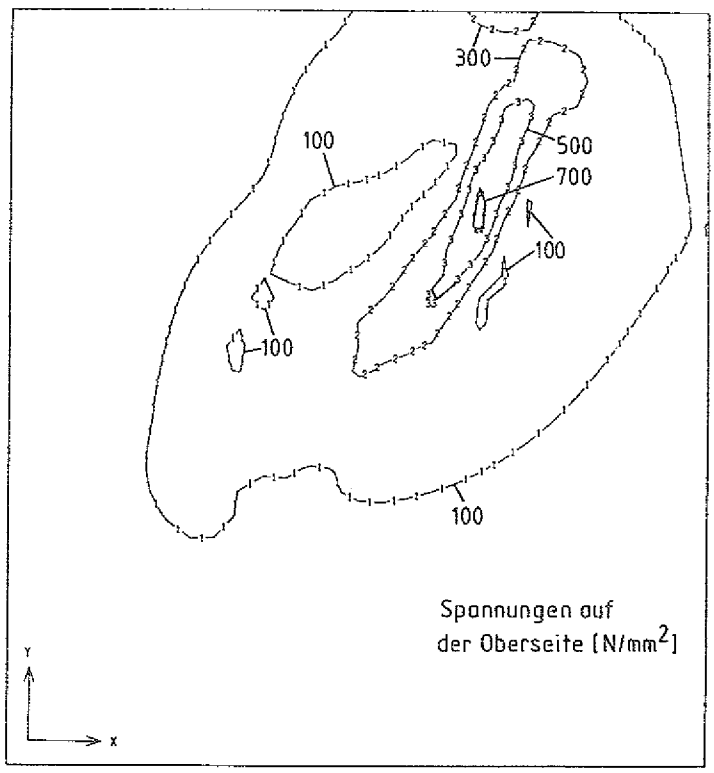


Abb. 7.15: Verlauf der von Mises'schen Vergleichsspannung auf der Plattenoberseite zum Zeitpunkt 10 Sekunden (linear-elastische Rechnung)

7.3.3 Plastische Rechnung

Die im folgenden dargestellten Ergebnisse der plastischen Rechnung wurden auf der Basis des in Kap. 4 dargestellten Fließgesetzes erzielt. Abb. 7.16 zeigt wiederum eine Draufsicht auf die Linerplatte. Verglichen mit der elastischen Rechnung (Abb. 7.12) wird die größte Formänderung am oberen Plattenrand nur unwesentlich kleiner, das seitliche Wachsen der Platte verteilt sich jetzt gleichmäßig auf beide Seiten und verändert sich im Absolutwert kaum. Die in Abb. 7.17 anhand von zwei Schnitten skizzierte Aufwölbung der Plattenoberfläche verdeutlicht den nunmehr großen

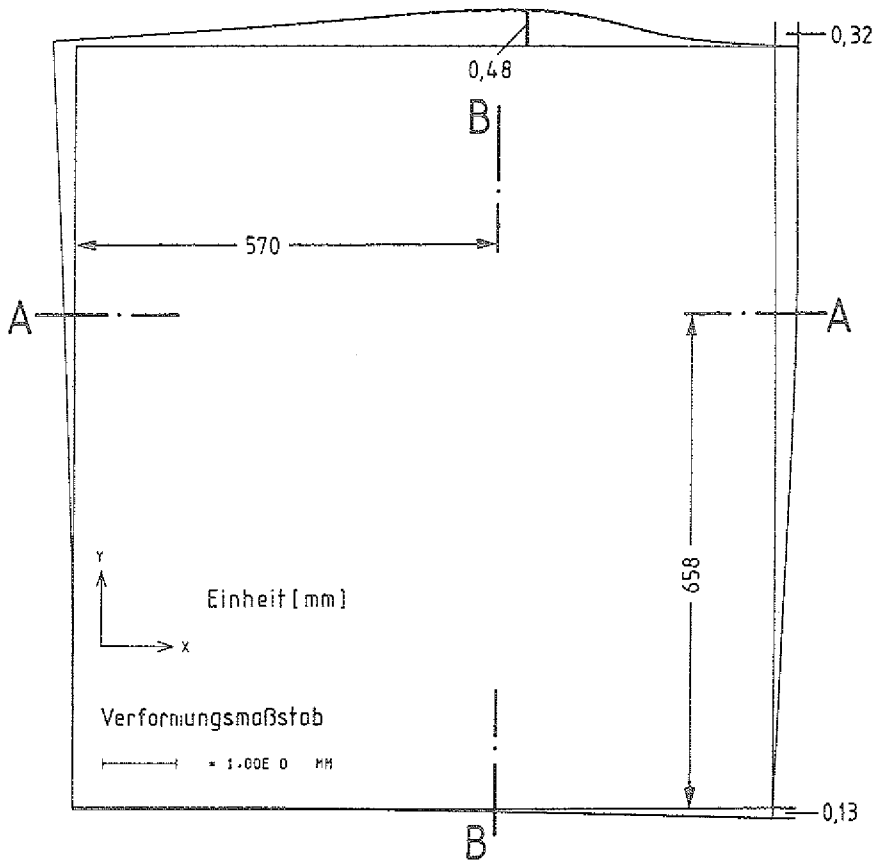


Abb. 7.16: Verformung der Plattenränder an der wärmebeaufschlagten heißen Plattenoberfläche zum Zeitpunkt 10 Sekunden (plastische Rechnung)

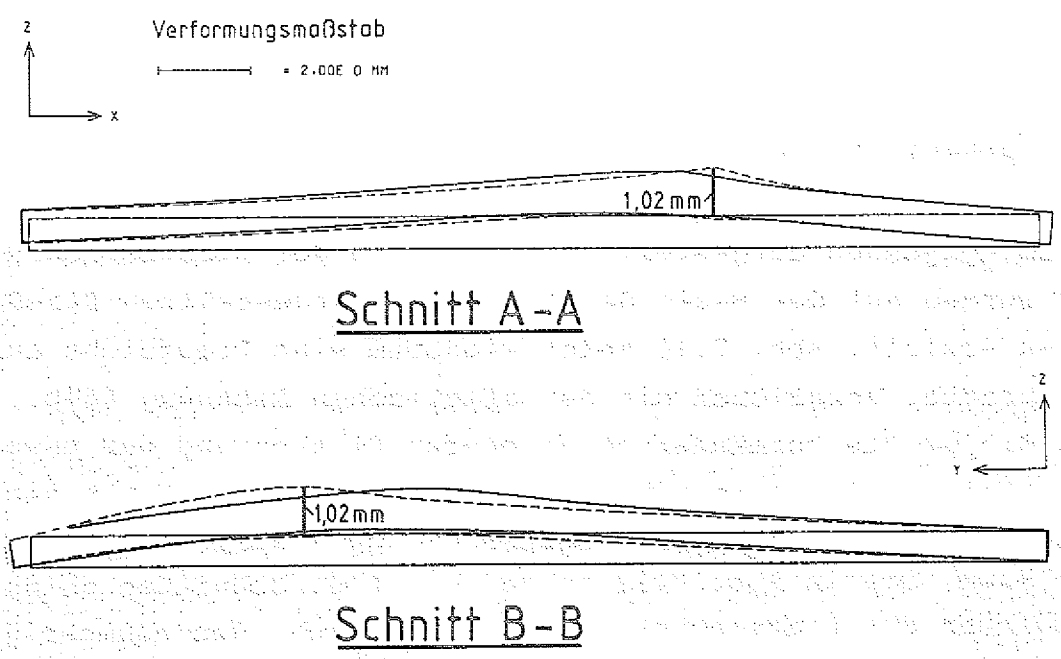


Abb. 7.17: Aufwölbung der Plattenoberfläche an der heißesten Stelle zum Zeitpunkt 10 Sekunden (plastische Rechnung)

Unterschied zur elastischen Rechnung. Das Maximum der z-Verschiebung ist mit 1 mm jetzt nur noch halb so groß und ist nicht mehr so ausgeprägt. Dies verdeutlicht auch die Isoliniendarstellung der z-Verschiebung in Abb. 7.18.

Der Spannungsverlauf ist in Abb. 7.19 exemplarisch für die beheizte Plattenoberseite dargestellt. Im Vergleich zur elastischen Rechnung (Abb. 7.15) treten hier die Maximalspannungen in relativ kalten Bereichen auf; sie überschreiten den Wert von 50 N/mm² nur unwesentlich, wogegen die elastische Rechnung an der heißesten Stelle Spannungen von mehr als 700 N/mm² aufwies.

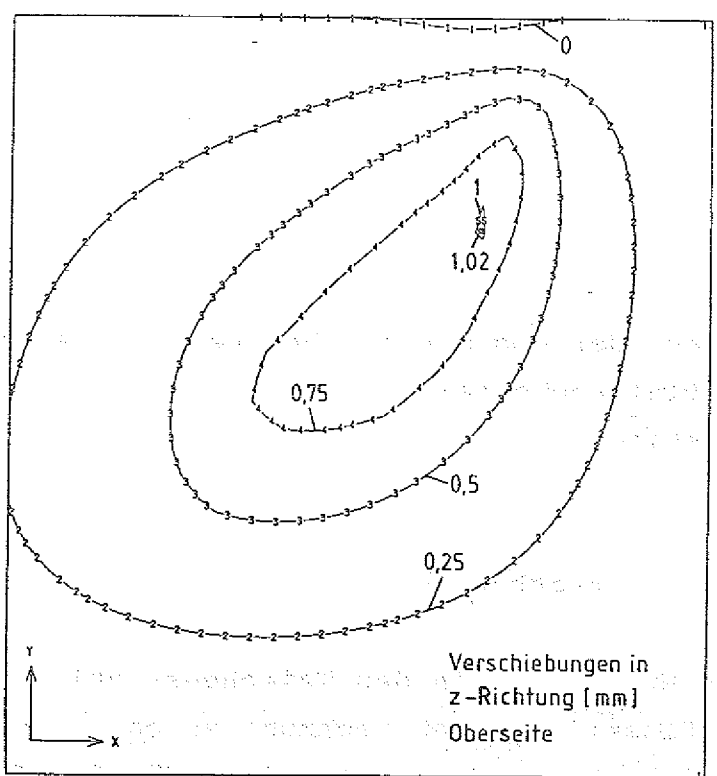


Abb. 7.18: Isolinien der Verformung in z-Richtung auf der Plattenoberseite zum Zeitpunkt 10 Sekunden (plastische Rechnung)

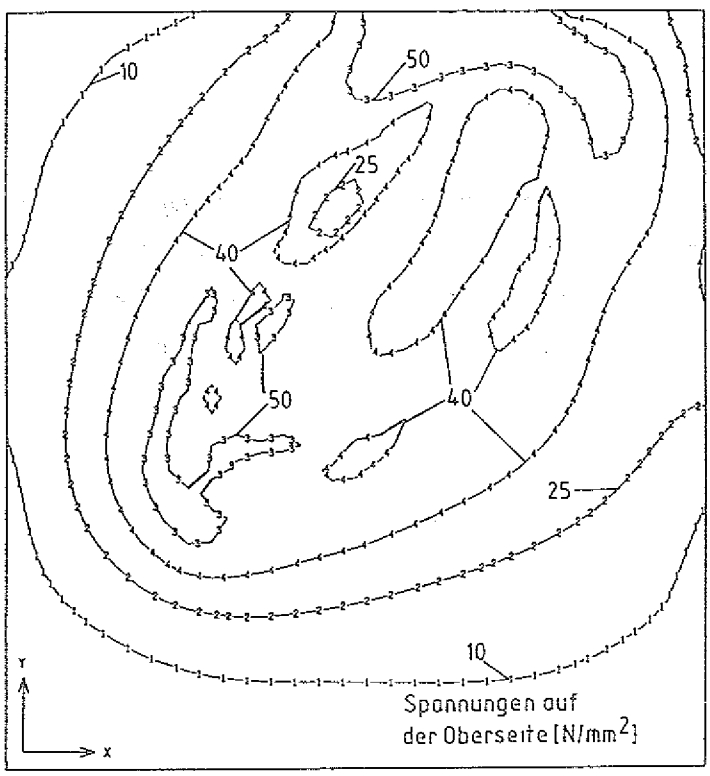


Abb. 7.19: Verlauf der von Mises'schen Vergleichsspannung auf der Plattenoberseite zum Zeitpunkt 10 Sekunden (plastische Rechnung)

7.3.4 Bewertung der Ergebnisse

Die Wölbung der Kühlplatte in den Teilchenstrahl hinein konnte aufgrund einer Plastifizierungsrechnung zu ca. 1 mm ermittelt werden. Wesentliche Einflußparameter sind die Fließgrenze und das Plastifizierungsgesetz des Materials. Gerade in der zuletzt genannten Gesetzmäßigkeit bestehen noch größere Unsicherheiten, die wahrscheinlich nur anhand von Zugversuchen am zur Diskussion stehenden Material beseitigt werden können.

Weiterhin wäre noch zu untersuchen, wie sich die laufende Zyklierung der Kühlplatte und die verbliebenen Restspannungen nach ihrer Rückkühlung auf die Verformung auswirken, d.h. Einbeziehung von Kriechvorgängen. Im "stationären Zyklierungszustand" wird sich natürlich eine schwellende Spannungsbelastung einstellen, die u.U. zu einer Vergrößerung der ermittelten Wölbung von 1 mm führen kann. Die Berechnung dieses durch ein Kriech- und ein Plastifizierungsgesetz zu beschreibende Verhalten würde jedoch nur sinnvoll sein, falls man sich auf abgesicherte Materialgesetze stützen kann.

Ein weiterer Unsicherheitsfaktor ist die Veränderung des Leistungsdichteprofils auf der Plattenoberfläche infolge deren Wölbung in den Ionenstrahl hinein. Hier wäre ebenso noch eine eingehendere Untersuchung angebracht.

7.4 Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen

An dieser Stelle soll ein Vergleich der am Modell (siehe Kap. 6) ermittelten Verformungsergebnisse mit den Rechenwerten für den Magnetliner in Originalgröße vorgenommen werden. Hierzu werden die ermittelten maximalen Verschiebungen herangezogen, die mit dem Maßstabsfaktor 0,121 auf die entsprechenden Geometrien umzurechnen sind.

Die Extrapolation der am Modell gemessenen Maximalverschiebung von 0,084 mm läßt eine Verschiebung von 0,694 mm im Original erwarten, woraus sich mit der errechneten Verschiebung von 1,02 mm ein Fehler von 47 % ergibt. Die für das Modell errechnete Maximalverschiebung von 0,094 mm liefert im Original eine Verschiebung von 0,777 mm, d.h. ein Unterschied von 31 % zur Berechnung des Originals. Diese doch bemerkenswerten Unterschiede sind zum einen mit der relativ groben Abbildung des Magnetliners im Finite-Element-Modell zu erklären, ohne daß die gröbere Untertei-

lung durch höherwertige Elemente kompensiert wird. Zum andern muß die stark homogenisierte Aufprägung der Wärmeleistung im Modell, verglichen mit der am Magnetliner, mit in die Bewertung einbezogen werden. So zeigt der Vergleich der Ausgangstemperaturfelder in Abb. 6.3 und Abb. 7.3, daß beim Magnetliner eine wesentlich größere Fläche erhitzt ist, als beim Modell, d.h. die induzierten Verformungen müssen bei der Originalplatte größer sein als beim Modell, in soweit zeigen die Abweichungen auch die richtige Tendenz zu größeren Verschiebungen.

8. Zusammenfassung

Diese Arbeit behandelt die Auslegung von Kühlstrukturen, die für eine bestimmte Zeit auf der Vorderseite einen hohen Wärmefluß aufnehmen können und die gespeicherte Wärmeenergie in der anschließenden Pause ohne Wärmeeinfall über wasserdurchströmte Kühlrohre auf der Rückseite der Kühlstrukturen abführen können.

Im ersten Teil der Arbeit werden 1-dimensionale Berechnungen und Gleichungen zusammengestellt, mit denen der instationäre Temperaturverlauf beim Aufheiz- und Abkühlvorgang beschrieben werden kann. Die Einführung dimensionsloser Kennzahlen erlaubt hierbei eine vergleichbare Form der Gleichungen für verschiedene Randbedingungen der Kühlung. Die Gleichungen werden in Diagrammen mit den Kennzahlen als Parameter dargestellt. Diese Darstellung erlaubt eine erste Abschätzung mit minimalem Rechenaufwand, wobei die Einflußgrößen, z.B. Leistungsdichte, Geometrie und Material ohne größeren Aufwand variiert werden können. Die Parameter sind so gestaffelt, daß die Diagramme zur Temperaturberechnung von hochbelasteten Kühlstrukturen und z.B. auch für das Verhalten von Mauerwerk unter Sonneneinstrahlung verwendet werden können.

Im weiteren werden die Berechnungsgleichungen für den 3-dimensionalen Fall vorgestellt. Zur Lösung wurde ein Rechenprogramm mittels finiter Differenzen erstellt, welches bei vorgegebenem 2-dimensionalem Leistungsdichteprofil und temperaturabhängigen Stoffwerten zeitabhängig die Temperaturfelder in Platten berechnet. Anhand von Kontrollrechnungen konnte die ausgezeichnete Übereinstimmung mit den analytischen Berechnungen nachgewiesen werden.

Aus dem ermittelten Temperaturfeld können mit dem Finite-Element-Programm ASKA die Spannungen und Verformungen in der Platte berechnet werden. Durch Einführung der temperaturabhängigen Spannungs-Dehnungs-Kurve mit Berücksichtigung des Materialfließens

(Fließgesetz) kann das plastische Verhalten der Platte simuliert werden. Das verwendete Fließgesetz wird dargestellt und die notwendigen Materialdaten für Kupfer zusammengestellt.

Der Vorentwurf eines Magnetliners für die Neutralteilcheninjektion zum Fusionsexperiment TEXTOR stellt einen typischen Anwendungsfall für das oben beschriebene Programmpaket dar. Die Temperaturberechnungen zeigen, daß das Temperaturfeld sich wie erwartet ähnlich zum Leistungsdichteprofil ausbildet und somit eine 1-dimensionale Temperaturberechnung deutlich zu hohe Temperaturwerte liefert. Je nach Form des Leistungsdichteprofils werden die 1-dimensional berechneten Maximaltemperaturen auf der heißen Seite zwischen 20 % und 80 % zu hoch berechnet, auf der kalten Seite kann der Fehler sogar mehr als 100 % betragen. Diese vereinfachte Berechnung ist besonders dann bedenklich, wenn ein Kühlmittelsieden auf der kalten Seite der Platte verhindert werden soll. Bei der 1-dimensionalen Berechnung würden dann stets deutlich zu dicke Platten ausgelegt mit der Folge, daß die Abkühlzeit unnötig verlängert wird.

Ein Vergleich der elastischen und plastischen Berechnung der Spannungen bzw. Verformungen ergibt, daß sich im plastischen Fall die Maximalspannungen von 50 N/mm² in nur mäßig erhitzten Bereichen einstellen und im heißen Bereich durch starkes Fließen ein Spannungsaufbau unterbleibt. Die Absolutdehnungen der Plattenebene sind mit 0,6 bis 0,7 mm bei beiden Rechnungen in etwa gleich, während die Aufwölbung der Platte in den Strahl hinein im plastischen Fall mit etwa 1 mm nur halb so groß ist wie bei der elastischen Rechnung.

Die Nachrechnung der experimentellen Ergebnisse für die Durchbiegung eines stark verkleinerten Linermodells mit einem vereinfachten Leistungsdichteprofil ergab für das Modell eine überraschend gute Übereinstimmung von 90 % der berechneten Werte. Damit ist die Anwendbarkeit des erstellten Programmpakets durch einen experimentellen Nachweis hinreichend gesichert.

Die Übertragung der Modellergebnisse mittels geometrischer und thermischer Ähnlichkeit auf den Liner in Originalgröße und der Vergleich mit der numerischen Rechnung ergibt einen um 33 % zu geringen Wert im Vergleich mit der berechneten Durchbiegung. Diese größere Abweichung kann durch die unvollkommene Simulation des realen Leistungsdichteprofils im Experiment erklärt werden.

In einem weiteren Experiment wurde überprüft, ob die Kühlung durch wasserdurchströmte Rohrschlangen durch einen auf der Gesamtfläche konstanten Wärmeübergangskoeffizienten dargestellt werden kann. Dabei wurden mehrere Arten der Verbindung von Kühlrohr und Platte, z.B. Einpressen, Einlöten, untersucht. Es stellte sich heraus, daß nur mit dem Einlöten der Rohrschlangen die geforderte kurze Kühlzeit erreicht werden kann. Ausgehend von der experimentell ermittelten Abkühlkurve wird eine Berechnungsmethode vorgeschlagen, die es erlaubt, aus den Meßwerten einen konstanten Wärmeübergangskoeffizienten zu bestimmen. Damit konnten die experimentellen Ergebnisse fast exakt nachgerechnet werden. Dies bewirkt bei einer 3-dimensionalen Temperaturberechnung der Platte eine deutliche Arbeitserleichterung, da die komplizierte 2-dimensionale Modellierung der Kühlkanäle entfällt.

Fortführende Arbeiten wären auf mehreren Teilbereichen notwendig. Die temperaturabhängigen plastischen Daten des Kupfers sollten am Originalmaterial gemessen werden. Die in der Literatur vorgefundenen Daten weisen teilweise erhebliche Abweichungen auf, da der Einfluß der Vorgeschichte des Kupfers selbstverständlich Auswirkungen hat.

Eine belastbare Dauerfestigkeitsaussage kann aus einer einmalig im stationären Zustand ermittelten Spannungsverteilung nicht abgeleitet werden. Hier ist die Berücksichtigung des schwellenden Spannungsverlaufs und der Verfestigungs- bzw. Entfestigungsvorgänge unerläßlich. Die Berechnungsmethode dazu ist bekannt.

Für die Plattenabkühlung sollten die Experimente noch hinsichtlich des Einflusses des Kühlkanalabstandes fortgeführt werden. Das Ziel wäre hierbei, ohne Experiment und nur durch Vorgabe der Kühlgeometrie und des Durchflusses einen globalen Wärmeübergangskoeffizienten zu ermitteln.

9. Symbolverzeichnis

Ap	(m^2)	Plattenfläche
a	(m^2/s)	Temperaturleitfähigkeit
BI	(-)	Biot-Zahl, Gl. 3.7
C	(J/kgK)	Wärmekapazität
Cp_W	(J/kgK)	Wärmekapazität des Wassers
D	(m)	Plattendicke
E	(N/mm^2)	Elastizitätsmodul
FO	(-)	Fourier-Zahl, Gl. 3.5
K	(-)	Konstante, Gl. 4.2
k_n	(-)	Lösung der transzendenten Gl. 3.17
m	(-)	Ramberg-Osgood-Konstante, Gl. 4.3 u. 4.3 b
$\mathring{m}_W$	(kg/s)	Wassermassenstrom
n	(-)	Laufindex; Ramberg-Osgood-Exponent, Gl. 4.2
$\mathring{q}''$	(W/m^2)	Wärmestromdichte, Leistungsdichte
$R_{p0,2}$	(N/mm^2)	0,2 %-Dehngrenze
T	(°C)	Temperatur

t	(s)	Zeit
$t_{50\%}$	(s)	Halbwertzeit
x, y, z	(m)	Wegkoordinaten
$\tilde{x}$	(-)	dimensionslose Wegkoordinate, Gl. 3.11
α	(W/m^2K)	Wärmeübergangszahl der gekühlten Plattenseite
β	(1/K)	linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient
Δ	(-)	Differenz
ε	(-)	Dehnung
λ	(W/mK)	Wärmeleitfähigkeit
ϱ	(kg/m^3)	Dichte
σ	(N/mm^2)	Spannung
τ	(s)	Zeitkonstante
θ	(-)	Temperaturkennzahl, Gl. 3.8
ϑ	(K)	Temperaturdifferenz, Gl. 3.9
ϑ_{Kn}	(K)	Aufheiztemperatur des Kühlwassers

Indizes

O	zum Zeitpunt t = O
K	Kühlmittel
A	Anfang der Kühlung
P	Pulsende, Platte
T	Temperatur
1,2	Bezugsindizes in Kap. 4

10. Literatur

/ARP/ Arpaci, E.
persönliche Mitteilung, März 1986
Deutsches Kupferinstitut Berlin

/ASK/ Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen der Universität Stuttgart (ISD):
ASKA Part I: Linear static analysis, Users Reference Manual UM 202
ASKA Part III-1: Material non-linearities, Users Reference Manual UM 207

/CAR/ Carslaw, H.S.; Jaeger, J.C.
Conduction of Heat in Solids
Oxford University Press, 2. Edition 1960

/COM/ Combs, S.K. et al.
Compact, inexpensive target design for steady-state heat removal in high-heat-flux applications
Rev. Sci. Instrum. 56, (8), Aug. 1985

/CRO/ Croft, D.R.; Lilley, D.G.
Heat transfer calculations using finite difference equations,
London 1977

/DES/ Kuriyama, M. et al.
Design of Calorimeter for JT-60 NBI
JAERI-Report M8988, 1980

/GRA/ Gravemann, H.
Werkstoffe für Stahl-Stranggußkokillen, derzeitiger Stand und Entwicklungstendenzen
Vortrag Duisburger Stranggußtage, Feb. 1984

/HYP/ Haange, R.
Design of Calorimeter and Ion Dump for JET Neutral Injektion Beam Line
9th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research, Chicago, 26. - 29. Oct. 1981

/KAK/ Kakac, S.; Yener, Y.
Heat Conduction
Springer-Verlag, 2. Edition 1985

/KRE/ Kreutz, R. et al.
Auslegung von wassergekühlten Kalorimeterplatten für die Neutralteilcheninjektion mit langen Pulsen
Jahrestagung Kerntechnik 1985, Sekt. 8

/MEI/ Meixner, Ch.
persönliche Mitteilung, Aug. 1985
KFA-Jülich

/NOB/ Noble, B.
Numerisches Rechnen,
BI Mannheim, 1966

/RAO/ Ramberg, W.; Osgood, W.R.
Description of Stress-Strain Curves by three Parameters
NACA-TN-902, July 1943

/SMR/ Brandes, E.A.
Smithells Metals Reference Book
6th Edition, Butterworths, London

/STE/ Stelzer, J.F.
Physical Property Algorithms, Stoffwertalgorithmen,
Thiemig Taschenbücher, Bd. 93, München 1984

/TAU/ Tautz, H.
Wärmeleitung und Temperaturausgleich
Verlag Chemie, 1971

/TEX/ TEXTOR - Ein Prüfstand für Fusionsforschung
Sonderdruck aus Bild der Wissenschaften

/ZUR/ Zurmühl, P.
Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker,
Berlin 1965

Anhang A

Lösungen der transzendenten Gleichung 3.17

Die Lösungen der Gleichung

$$k_n = \mathrm{COT}\, k_n \cdot BI \qquad \text{(A 1)}$$

ergeben sich als Schnittpunkte der Cotangensfunktion mit dem Argument k_n und einer Geraden mit der Steigung 1/BI, siehe Abb. A 1. Die Tabelle A 1 enthält die ersten 5 Lösungen im Bereich $0 \leqslant BI \leqslant 1$ und die Tabelle A 2 im Berich $0 \leqslant BI \leqslant 5$. Zusätzlich sind die Grenzwerte für $BI \rightarrow 0$ und $BI \rightarrow \infty$ angegeben.

Ersetzt man in Gl. A 1 die Cotangensfunktion durch die zwei ersten Summanden ihrer Rechenentwicklung

$$\mathrm{COT}\, k_n \approx 1/k_n - k_n/3 \qquad \text{(A 2)}$$

dann kann die erste Lösung k_0 der Gleichung (A 1) dargestellt werden durch

$$k_0 = \sqrt{\frac{3 \cdot BI}{3 + BI}} \qquad \text{(A 3)}$$

Diese Näherung ist für kleine BI-Zahlen ausreichend genau mit einem max. Fehler von + 4% bei $BI \leqslant 5$.

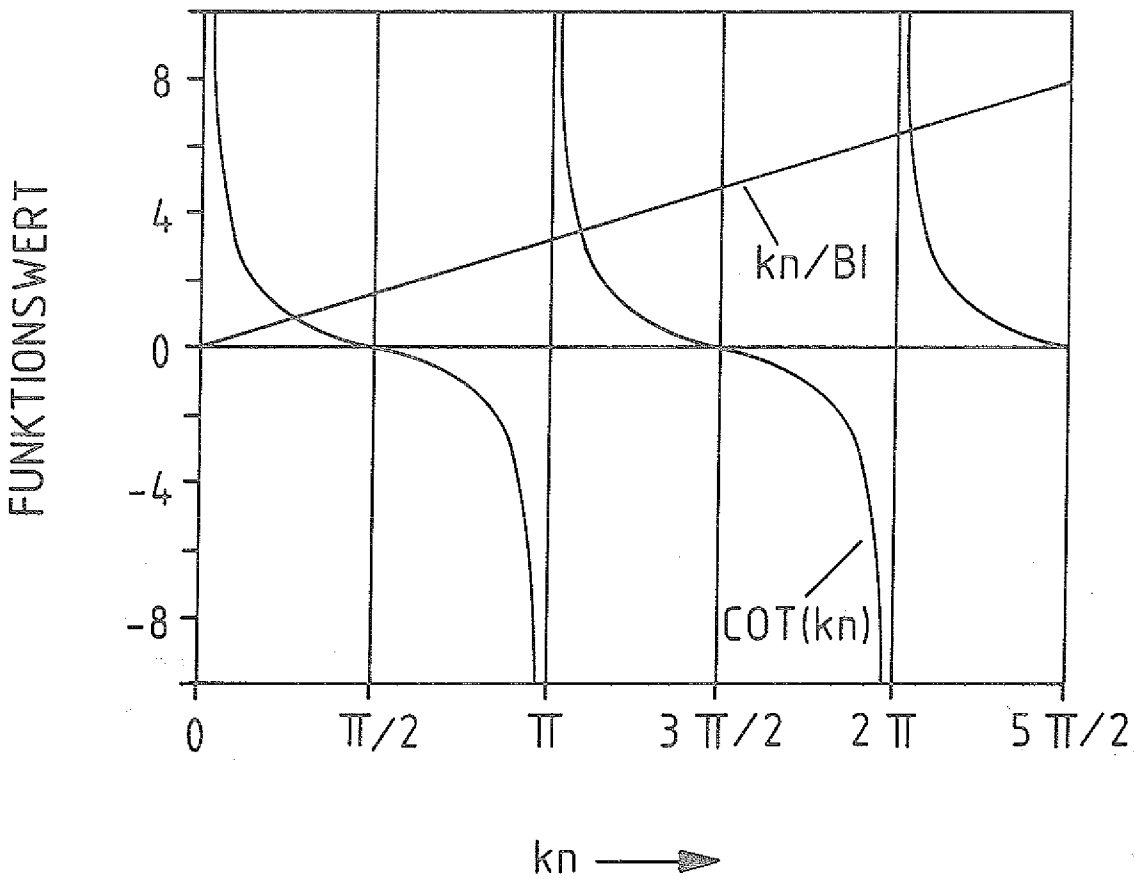


Abb. A 1: Darstellung der Gleichung (A 1) bis k_n = 2 und BI = 1

BI	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
→ 0.0	0.0	3.1415927	6.2831853	9.4247780	12.5663706
...	...	...	...	...	...
0.020	0.1409505	3.1479453	6.2863666	9.4268987	12.5679610
0.040	0.1986755	3.1542730	6.2895439	9.4290199	12.5695519
0.060	0.2425258	3.1605737	6.2927198	9.4311396	12.5711428
0.080	0.2791256	3.1668489	6.2958911	9.4332578	12.5727322
0.100	0.3110516	3.1730957	6.2990579	9.4353745	12.5743231
0.120	0.3396309	3.1793185	6.3022232	9.4374912	12.5759111
0.140	0.3656547	3.1855128	6.3053841	9.4396079	12.5775005
0.160	0.3896396	3.1916802	6.3085419	9.4417217	12.5790884
0.180	0.4119467	3.1978206	6.3116953	9.4438354	12.5806763
0.200	0.4328397	3.2039341	6.3148456	9.4459476	12.5822642
0.220	0.4525193	3.2100206	6.3179915	9.4480583	12.5838506
0.240	0.4711398	3.2160786	6.3211344	9.4501675	12.5854370
0.260	0.4888270	3.2221097	6.3242727	9.4522768	12.5870234
0.280	0.5056829	3.2281138	6.3274081	9.4543845	12.5886083
0.300	0.5217912	3.2340894	6.3305390	9.4564907	12.5901933
0.320	0.5372208	3.2400366	6.3336654	9.4585954	12.5917782
0.340	0.5520318	3.2459568	6.3367887	9.4607002	12.5933616
0.360	0.5662781	3.2518485	6.3399061	9.4628019	12.5949450
0.380	0.5800015	3.2577133	6.3430220	9.4649036	12.5965284
0.400	0.5932411	3.2635496	6.3461320	9.4670039	12.5981103
0.420	0.6060328	3.2693575	6.3492374	9.4691026	12.5996923
0.440	0.6184065	3.2751384	6.3523398	9.4711999	12.6012727
0.460	0.6303877	3.2808893	6.3554377	9.4732971	12.6028531
0.480	0.6420019	3.2866133	6.3585311	9.4753913	12.6044335
0.500	0.6532701	3.2923088	6.3616201	9.4774856	12.6060124
0.520	0.6642132	3.2979773	6.3647045	9.4795768	12.6075914
0.540	0.6748492	3.3036159	6.3677844	9.4816681	12.6091703
0.560	0.6851931	3.3092275	6.3708599	9.4837563	12.6107477
0.580	0.6952598	3.3148106	6.3739309	9.4858446	12.6123236
0.600	0.7050644	3.3203653	6.3769958	9.4879313	12.6139011
0.620	0.7146188	3.3258931	6.3800578	9.4900166	12.6154770
0.640	0.7239351	3.3313908	6.3831153	9.4921003	12.6170514
0.660	0.7330236	3.3368616	6.3861668	9.4941811	12.6186258
0.680	0.7418949	3.3423055	6.3892152	9.4962619	12.6202003
0.700	0.7505580	3.3477193	6.3922577	9.4983411	12.6217732
0.720	0.7590204	3.3531062	6.3952957	9.5004189	12.6233446
0.740	0.7672925	3.3584647	6.3983277	9.5024952	12.6249175
0.760	0.7753804	3.3637962	6.4013568	9.5045684	12.6264890
0.780	0.7832914	3.3690992	6.4043798	9.5066417	12.6280589
0.800	0.7910332	3.3743752	6.4073968	9.5087135	12.6296288
0.820	0.7986103	3.3796228	6.4104108	9.5107823	12.6311973
0.840	0.8060315	3.3848435	6.4134189	9.5128510	12.6327657
0.860	0.8132984	3.3900356	6.4164209	9.5149168	12.6343342
0.880	0.8204201	3.3952008	6.4194200	9.5169811	12.6359011
0.900	0.8274009	3.4003376	6.4224115	9.5190439	12.6374665
0.920	0.8342439	3.4054488	6.4254001	9.5211052	12.6390320
0.940	0.8409535	3.4105316	6.4283827	9.5231650	12.6405974
0.960	0.8475359	3.4155875	6.4313593	9.5252232	12.6421614
0.980	0.8539939	3.4206164	6.4343314	9.5272785	12.6437238
1.000	0.8603335	3.4256183	6.4372974	9.5293338	12.6452862
...	...	...	...	...	...
→ ∞	1.5707963	4.7123890	7.8539816	10.9955743	14.1371669

Tabelle A 1: Lösungen der Gleichung 3.17

für $n \leqslant 4$ und $0 \leqslant BI \leqslant 1$

BI	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
→ 0.0	0.0	3.1415927	6.2831853	9.4247780	12.5663706
...	...	...	...	...	...
0.100	0.3110516	3.1730957	6.2990579	9.4353745	12.5743231
0.200	0.4328397	3.2039341	6.3148456	9.4459476	12.5822642
0.300	0.5217912	3.2340894	6.3305390	9.4564907	12.5901933
0.400	0.5932411	3.2635496	6.3461320	9.4670039	12.5981103
0.500	0.6532701	3.2923088	6.3616201	9.4774856	12.6060124
0.600	0.7050644	3.3203653	6.3769958	9.4879313	12.6139011
0.700	0.7505580	3.3477193	6.3922577	9.4983411	12.6217732
0.800	0.7910332	3.3743752	6.4073968	9.5087135	12.6296288
0.900	0.8274009	3.4003376	6.4224115	9.5190439	12.6374665
1.000	0.8603335	3.4256183	6.4372974	9.5293338	12.6452862
1.100	0.8903450	3.4502234	6.4520500	9.5395788	12.6530865
1.200	0.9178443	3.4741679	6.4666648	9.5497789	12.6608672
1.300	0.9431565	3.4974637	6.4811402	9.5599326	12.6686270
1.400	0.9665467	3.5201259	6.4954719	9.5700368	12.6763658
1.500	0.9882397	3.5421664	6.5096582	9.5800915	12.6840822
1.600	1.0084211	3.5636002	6.5236962	9.5900939	12.6917745
1.700	1.0272468	3.5844452	6.5375859	9.6000423	12.6994429
1.800	1.0448561	3.6047165	6.5513214	9.6099382	12.7070874
1.900	1.0613644	3.6244276	6.5649055	9.6197773	12.7147049
2.000	1.0768735	3.6435964	6.5783323	9.6295594	12.7222984
2.100	1.0914733	3.6622378	6.5916048	9.6392846	12.7298634
2.200	1.1052431	3.6803670	6.6047201	9.6489499	12.7374015
2.300	1.1182520	3.6980002	6.6176780	9.6585537	12.7449126
2.400	1.1305613	3.7151527	6.6304787	9.6680977	12.7523937
2.500	1.1422265	3.7318377	6.6431205	9.6775802	12.7598464
2.600	1.1532969	3.7480703	6.6556036	9.6869983	12.7672692
2.700	1.1638175	3.7638655	6.6679279	9.6963535	12.7746604
2.800	1.1738274	3.7792368	6.6800948	9.7056428	12.7820217
2.900	1.1833638	3.7941976	6.6921030	9.7148676	12.7893501
3.000	1.1924583	3.8087614	6.7039554	9.7240266	12.7966470
3.100	1.2011409	3.8229403	6.7156505	9.7331196	12.8039124
3.200	1.2094400	3.8367476	6.7271884	9.7421437	12.8111434
3.300	1.2173810	3.8501939	6.7385734	9.7511019	12.8183414
3.400	1.2249835	3.8632912	6.7498026	9.7599912	12.8255065
3.500	1.2322714	3.8760514	6.7608790	9.7688116	12.8326356
3.600	1.2392612	3.8884850	6.7718041	9.7775646	12.8397303
3.700	1.2459739	3.9006026	6.7825779	9.7862472	12.8467905
3.800	1.2524229	3.9124145	6.7932035	9.7948608	12.8538147
3.900	1.2586232	3.9239313	6.8036792	9.8034041	12.8608030
4.000	1.2645914	3.9351606	6.8140096	9.8118769	12.8677554
4.100	1.2703378	3.9461126	6.8241947	9.8202809	12.8746703
4.200	1.2758745	3.9567966	6.8342359	9.8286144	12.8815492
4.300	1.2812135	3.9672214	6.8441349	9.8368775	12.8883907
4.400	1.2863667	3.9773930	6.8538946	9.8450702	12.8951948
4.500	1.2913402	3.9873219	6.8635149	9.8531925	12.9019614
4.600	1.2961459	3.9970141	6.8729974	9.8612444	12.9086890
4.700	1.3007897	4.0064787	6.8823466	9.8692274	12.9153807
4.800	1.3052823	4.0157200	6.8915610	9.8771385	12.9220320
4.900	1.3096281	4.0247471	6.9006420	9.8849807	12.9286457
5.000	1.3138376	4.0335675	6.9095958	9.8927525	12.9352206
...	...	...	...	...	...
→ ∞	1.5707963	4.7123890	7.8539816	10.9955743	14.1371669

Tabelle A 2: Lösungen der Gleichung 3.17

für $n \leqslant 4$ und $0 \leqslant BI \leqslant 5$

Anhang B

Tabellen zur Fehlerfunktion

In der Tabelle B 1 sind die Werte der verwendeten Fehlerfunktionen aufgeführt. Die angegebenen Fehlerfunktionen beruhen auf dem Gaußschen Fehlerintegral (auch Wahrscheinlichkeitsintegral)

$$ERF(x) = 2/\sqrt{\pi} \cdot \int_0^x e^{-u^2} du \qquad \text{(B 1)}$$

Es bestehen dazu folgende formelmäßige Zusammenhänge

$$ERFC(x) = 1 - ERF(x)$$

$$INTERFC(x) = \int_x^\infty ERFC(u)\, du$$

$$INTERFC(x) = 1/\sqrt{\pi} \cdot e^{-x^2} - x \cdot ERFC(x) \qquad \text{(B 2)}$$

x	ERFC(x)	INTERFC(x)	x	ERFC(x)	INTERFC(x)	x	ERFC(x)	INTERFC(x)
0.0000	1.00000	0.56419	0.3400	0.63064	0.28818	0.9800	0.16577	0.05348
0.0100	0.98872	0.55425	0.3600	0.61067	0.27577	1.0000	0.15730	0.05025
0.0200	0.97744	0.54442	0.3800	0.59099	0.26375	1.0500	0.13756	0.04289
0.0300	0.96616	0.53470	0.4000	0.57161	0.25213	1.1000	0.11980	0.03647
0.0400	0.95489	0.52509	0.4200	0.55253	0.24089	1.1500	0.10388	0.03088
0.0500	0.94363	0.51560	0.4400	0.53377	0.23002	1.2000	0.08969	0.02605
0.0600	0.93238	0.50622	0.4600	0.51534	0.21953	1.2500	0.07710	0.02189
0.0700	0.92114	0.49695	0.4800	0.49725	0.20941	1.3000	0.06599	0.01831
0.0800	0.90992	0.48780	0.5000	0.47950	0.19964	1.3500	0.05624	0.01526
0.0900	0.89872	0.47875	0.5200	0.46210	0.19023	1.4000	0.04771	0.01267
0.1000	0.88754	0.46982	0.5400	0.44506	0.18115	1.4500	0.04031	0.01047
0.1100	0.87638	0.46100	0.5600	0.42838	0.17242	1.5000	0.03389	0.00862
0.1200	0.86524	0.45229	0.5800	0.41208	0.16402	1.5500	0.02838	0.00707
0.1300	0.85413	0.44370	0.6000	0.39614	0.15594	1.6000	0.02365	0.00577
0.1400	0.84305	0.43521	0.6200	0.38059	0.14817	1.6500	0.01962	0.00469
0.1500	0.83200	0.42684	0.6400	0.36541	0.14071	1.7000	0.01621	0.00380
0.1600	0.82099	0.41857	0.6600	0.35062	0.13355	1.7500	0.01333	0.00306
0.1700	0.81001	0.41042	0.6800	0.33622	0.12668	1.8000	0.01091	0.00246
0.1800	0.79906	0.40237	0.7000	0.32220	0.12010	1.8500	0.00889	0.00197
0.1900	0.78816	0.39444	0.7200	0.30857	0.11379	1.9000	0.00721	0.00156
0.2000	0.77730	0.38661	0.7400	0.29532	0.10775	1.9500	0.00582	0.00124
0.2100	0.76648	0.37889	0.7600	0.28246	0.10198	2.0000	0.00468	0.00098
0.2200	0.75570	0.37128	0.7800	0.26999	0.09645	2.1000	0.00298	0.00060
0.2300	0.74498	0.36378	0.8000	0.25790	0.09117	2.2000	0.00186	0.00036
0.2400	0.73430	0.35638	0.8200	0.24619	0.08613	2.3000	0.00114	0.00022
0.2500	0.72367	0.34909	0.8400	0.23486	0.08132	2.4000	0.00069	0.00013
0.2600	0.71310	0.34191	0.8600	0.22390	0.07674	2.5000	0.00041	0.00007
0.2700	0.70258	0.33483	0.8800	0.21331	0.07237	2.6000	0.00024	0.00004
0.2800	0.69212	0.32785	0.9000	0.20309	0.06820	2.7000	0.00013	0.00002
0.2900	0.68172	0.32098	0.9200	0.19323	0.06424	2.8000	0.00008	0.00001
0.3000	0.67137	0.31422	0.9400	0.18373	0.06047	2.9000	0.00004	0.00001
0.3200	0.65087	0.30100	0.9600	0.17458	0.05689	3.0000	0.00002	0.00000

Tab. B 1: Werte der Funktionen ERFC(X) und INTERFC(X)

Anhang C

Stoffwerte des für die Berechnungen unterstellten Kupfers

Die Temperaturfeldberechnung erfolgt mit dem in Abb. C 1 dargestellten Verlauf der Wärmeleitfähigkeit sowie mit dem in Abb C 2 aufgetragenen Verlauf der spezifischen Wärmekapazität C_p. Die Berechnung der benötigten volumetrischen Wärmekapazität erfolgt durch Multiplikation mit der Dichte ρ = 8950 kg/m³.

Zur Ermittlung der Spannungen ist der temperaturabhängige Verlauf des Elastizitätsmoduls und der der relativen Längenänderung erforderlich. Die verwendeten Werte sind für weiches Kupfer in Abb. C 3 und C 4 aufgetragen. Als Querkontraktionszahl wurde ν = 0,35 verwendet.

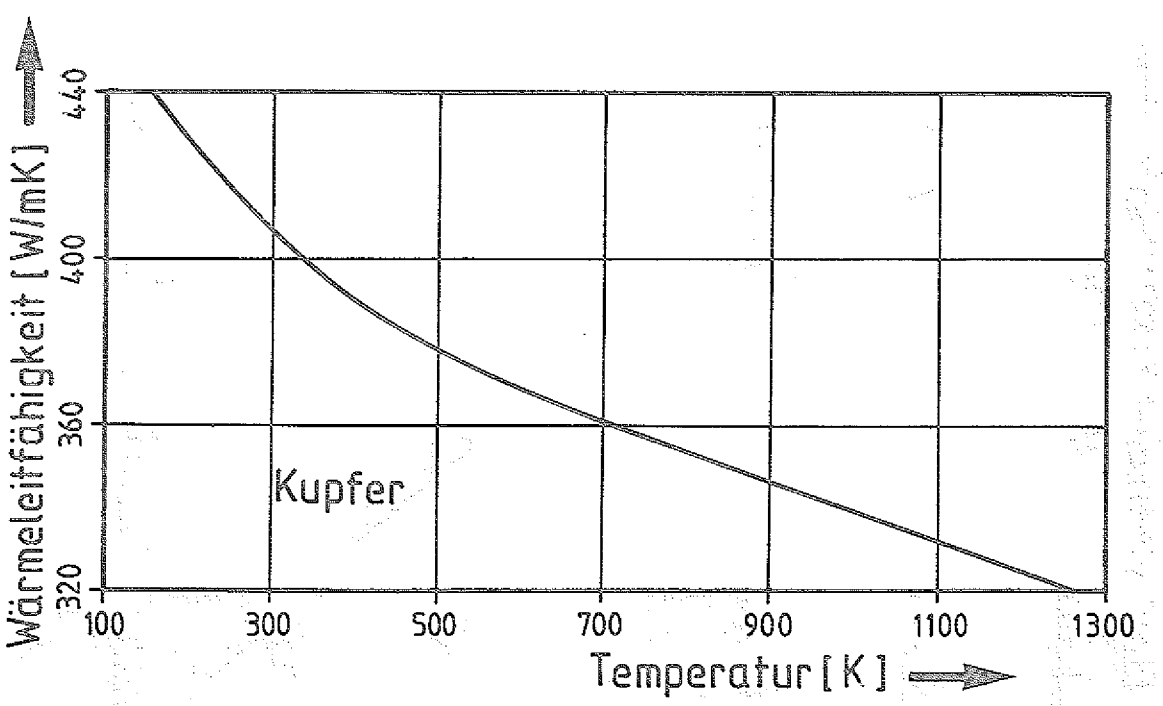


Abb. C 1: Wärmeleitfähigkeit von Kupfer /STE/

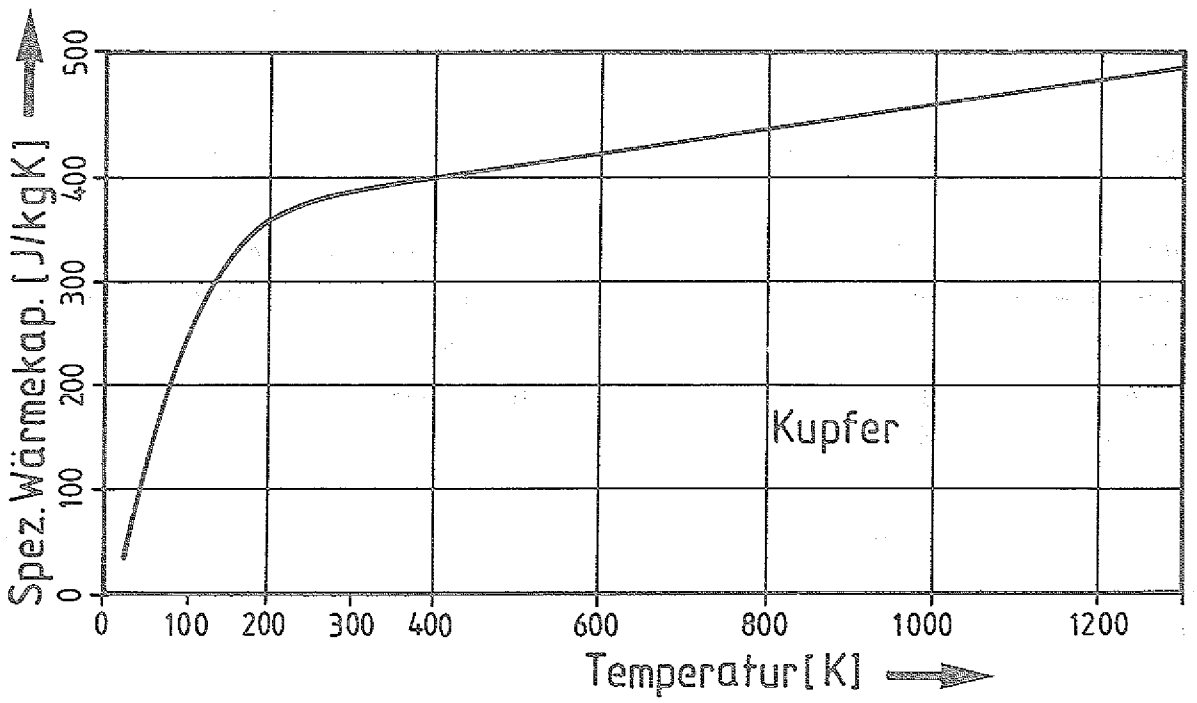


Abb. C 2: Spezifische Wärmekapazität von Kupfer /STE/

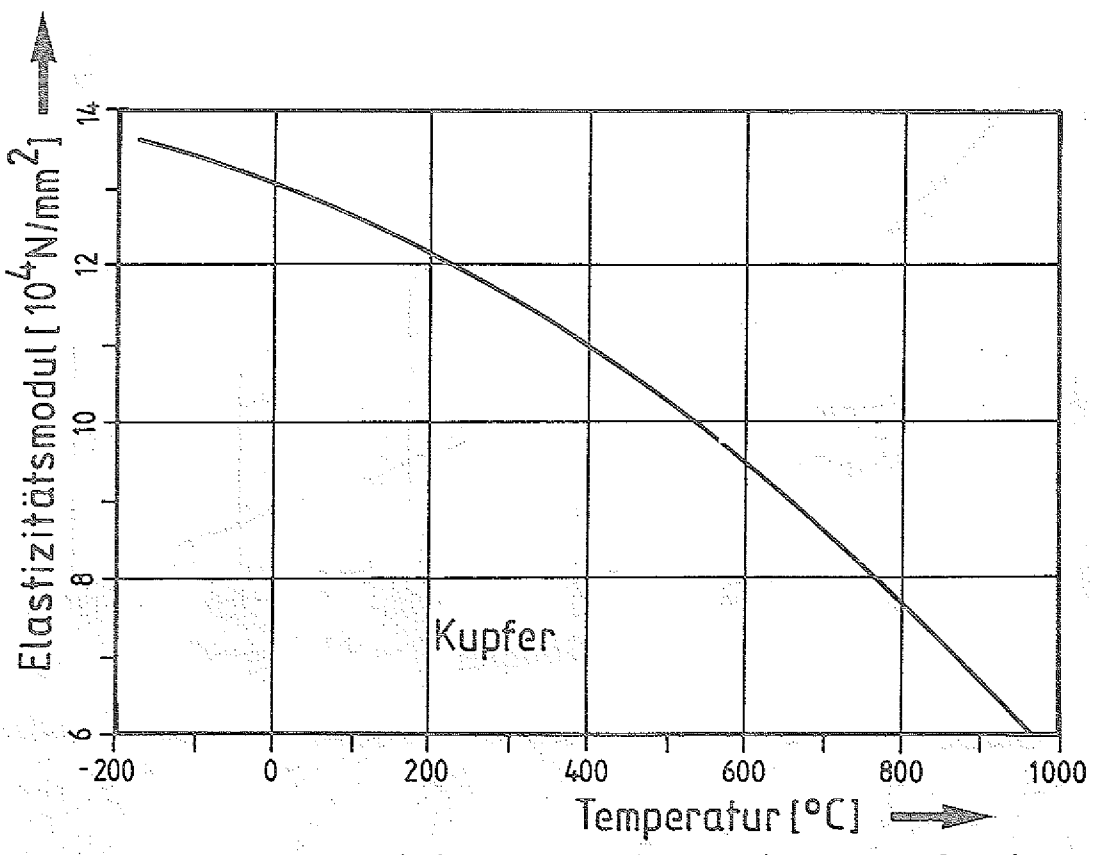


Abb. C 3: Elastizitätsmodul von weichem Kupfer in Abhängigkeit von der Temperatur /STE/

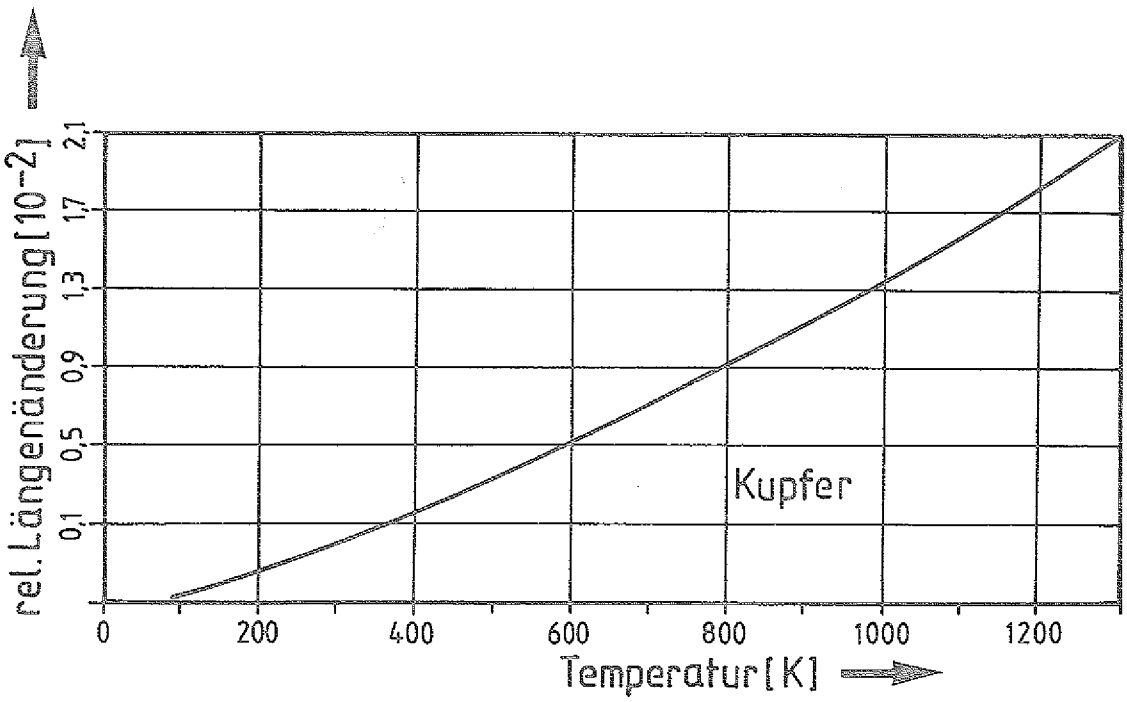


Abb. C 4: Relative Längenänderung von weichem Kupfer in Abhängigkeit von der Temperatur /STE/

Die Einbeziehung des plastischen Materialverhaltens in die Spannungs- und Verformungsberechnung setzt die Kenntnis der temperaturabhängigen Fließgrenze des Werkstoffes sowie die Kenntnis zweier Dehngrenzen zur Bestimmung der Konstanten der hier verwendeten Ramberg-Osgood-Gleichung (4.1) voraus. Die Ermittlung dieser Zahlenwerte bereitete aber gerade für weiches Kupfer im relevanten Temperaturbereich bis 450°C erhebliche Schwierigkeiten, da oberhalb 250°C fast keine belastbaren Angaben aufzufinden waren. Die Dehngrenzen $R_{pl,0}$ und $R_{p0,2}$ konnten bis zu 250°C aus /ARP/ entnommen werden. Ebenso werden für OFHC-Kupfer mit einer mittleren Korngröße von 0,045 mm in /SMR/ bis 204°C Angaben gemacht, die jedoch um ca. 10 N/mm² oberhalb der in /ARP/ aufgelisteten Zahlenwerte liegen. In /GRA/ wird eine $R_{p0,2}$-Grenze von 30 N/mm² bei 500°C für 20 %-verfestigtes SF-Kupfer angegeben. Berücksichtigt man, daß die Verfestigung bei hohen Temperaturen, d.h. oberhalb 300°C, rapide abfällt, so kann dieser Zahlenwert auch als Anhaltswert für weiches Kupfer angenommen werden. Auch /SMI/ gibt $R_{p0,1}$-Werte für OFHC-Kupfer an, die oberhalb der in

/ARP/ genannten $R_{p0,2}$-Werte bis 204°C liegen. Unter Berücksichtigung dieser genannten Vorgaben wurde eine konservativ abgeschätzte $R_{p0,2}$-Kurve (Abb. C 5) erstellt und für die weiteren Rechnungen zugrunde gelegt. Aus dieser Kurve wurde die $R_{p1,0}$-Kurve durch Multiplikation mit 1,25 ermittelt; die so ermittelten Festigkeiten stimmen gut mit den in /ARP/ genannten überein.

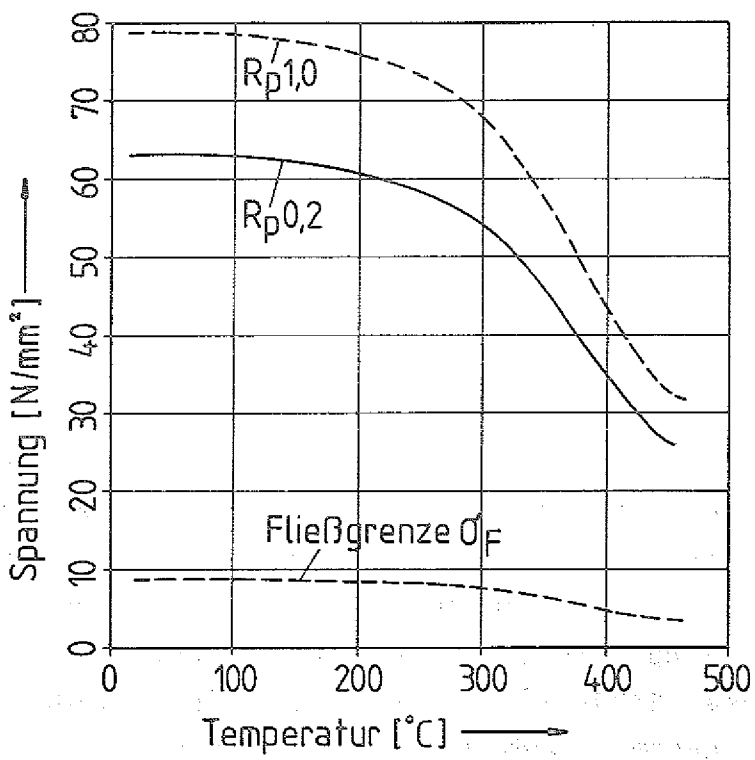


Abb. C 5: Verlauf der Werkstoffkennwerte für weiches Kupfer über der Temperatur

Die Kenntnis der Dehngrenze erlaubt nun die vollständige Bestimmung der Ramberg-Osgood-Beziehung. Mit Hilfe der in Gl. 4.4 aufgeführten Beziehung für den Tangentenmodul kann nun aus dem RO-Spannungs-Dehnungsverlauf die Fließgrenze ermittelt werden als diejenige Spannung, bei der die Steigung der Spannungs-Dehnungskurve um mehr als 0,01 % von der Hooke'schen Geraden abweicht.

Diese so ermittelte Fließgrenze ist in Abb. C 6 über der Temperatur aufgetragen. Sie zeigt natürlich einen ähnlichen Verlauf wie die übrigen Spannungskennwerte. Der hier ermittelte Zahlenwert von 8,03 N/mm² bei Raumtemperatur stimmt sehr gut mit dem in /BOR/ angegebenen Wert für $R_{p0,0002}$ von 8,05 N/mm² überein. Fließgrenzen für erhöhte Temperaturen werden in der ausgewerteten Literatur nicht genannt.

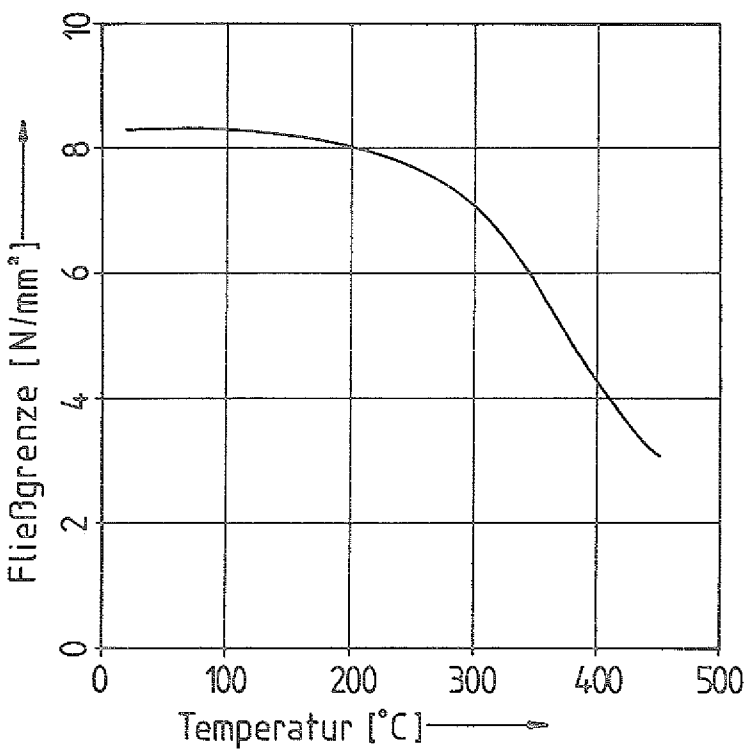


Abb. C 6: Verlauf der aus Gl. 4.4 abgeleiteten Fließgrenze für weiches Kupfer über der Temperatur (Vergrößerung aus Abb. C 5)