

Zentralinstitut für Engineering, Elektronik und Analytik
(ZEA), Systeme der Elektronik (ZEA-2)

Parameterstudie und Genauigkeitsanalyse für geophysikalische Vorwärtsmodellierungen unter Verwendung elektromagnetischer Modellierungstools

Leon Peters

Jül-4410

Zentralinstitut für Engineering, Elektronik und Analytik
(ZEA), Systeme der Elektronik (ZEA-2)

Parameterstudie und Genauig- keitsanalyse für geophysikalische Vorwärtsmodellierungen unter Verwendung elektromagnetischer Modellierungstools

Leon Peters

Berichte des Forschungszentrums Jülich
Jül-4410 · ISSN 0944-2952
Zentralinstitut für Engineering,
Elektronik und Analytik (ZEA)
Systeme der Elektronik (ZEA-2)
(Bachelor, FH Aachen Campus Jülich, 2018)

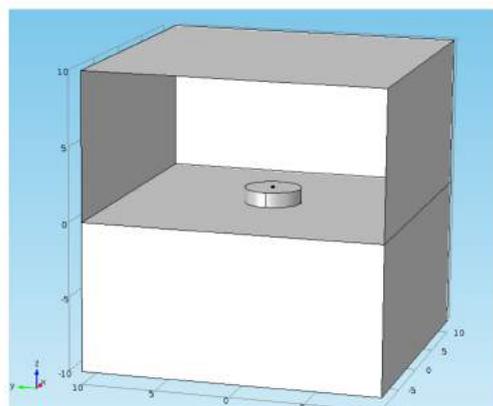
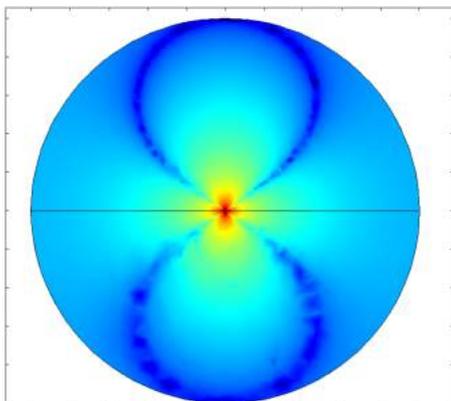
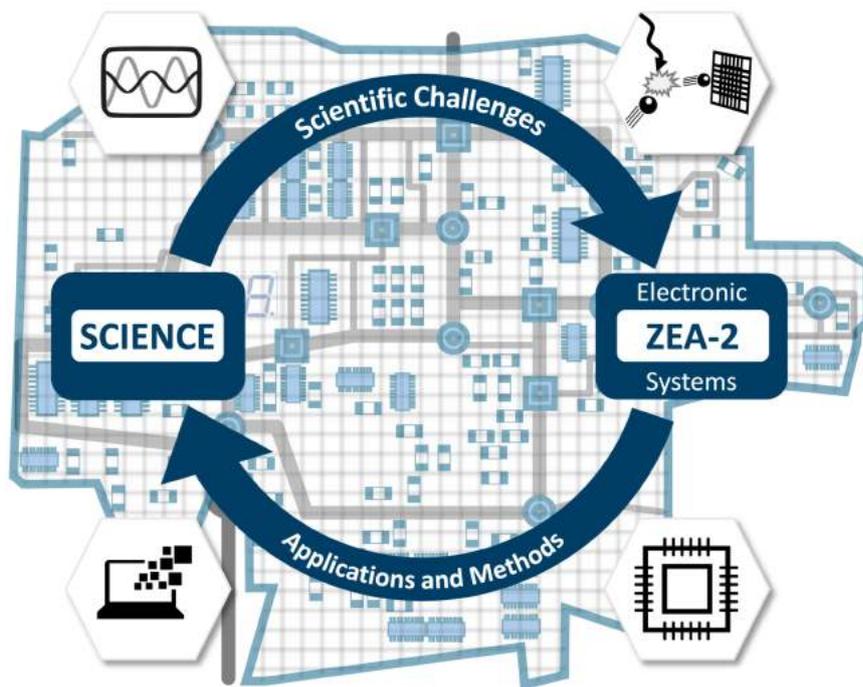
Vollständig frei verfügbar über das Publikations-
portal des Forschungszentrums Jülich (JuSER)
unter www.fz-juelich.de/zb/openaccess

Forschungszentrum Jülich GmbH · 52425 Jülich
Zentralbibliothek, Verlag
Tel.: 02461 61-5220 · Fax: 02461 61-6103
zb-publikation@fz-juelich.de
www.fz-juelich.de/zb

This is an Open Access publication distributed under the
terms of the **Creative Commons Attribution License 4.0**,
which permits unrestricted use, distribution, and



reproduction in any medium, provided the
original work is properly cited.



Kurzfassung

Diese Bachelorarbeit hat zum Ziel, vier bestehende geophysikalische Modellierungssoftwares im Hinblick auf ihre Eignung für mehrdimensionale Vorwärtsmodellierung von Leitfähigkeitsmessungen zu bewerten. Die Vorwärtsmodellierung ist der erste von zwei Schritten zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeitsverteilung in Böden mittels elektromagnetischer Induktion. Der zweite Schritt ist die Inversion der Messdaten. Aktuell wird diese eindimensional durchgeführt und kann daher nur horizontal geschichtete Böden rekonstruieren. Um auch komplexerer Leitfähigkeitsverteilungen invertieren zu können, muss eine zwei- bzw. dreidimensionale Vorwärtsmodellierungssoftware gefunden und für eine schnelle Inversion optimiert werden.

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf Parameterstudien zur Genauigkeit der Vorwärtsmodellierung im Hinblick auf die scheinbare elektrische Leitfähigkeit, über die die Bodenzusammensetzung charakterisiert wird. Letztlich wird eine qualitative Bewertung zu den verschiedenen Modellierungsprogrammen durchgeführt. Anhand dieser Bewertung soll als Ziel dieser Arbeit eine Empfehlung bezüglich der am geeignetsten Modellierungssoftware gegeben werden.

Um die Softwareanalyse durchzuführen, wird in der Arbeit von einer bekannten realen Untergrundzusammensetzung ausgegangen, die durch die Programme simuliert werden soll. So kann untersucht werden, welches Maß an Modellierungsgenauigkeit eingehalten werden muss, damit der reale Untergrund mit ausreichender Genauigkeit approximiert wird. Angesichts von Einschränkungen bezüglich der erlaubten Berechnungszeit pro Modell wird in der Analyse ein besonderes Augenmerk auf das Verhältnis von Modellgröße bzw. Anzahl an Gitterelementen zu Berechnungszeit und von Modellgröße zu Genauigkeit gelegt. Schließlich soll für die dreidimensionale Modellierungssoftware eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt werden, durch die speziell der Einfluss von kleinen Modelländerungen auf die scheinbare elektrische Leitfähigkeit untersucht werden soll.

Ebenfalls Bestandteil dieser Arbeit ist die Ausarbeitung der Grundlagen für verschiedene Verfahren zur numerischen Berechnung von elektromagnetischen Feldern. Da zwei der vier Softwares einen dreidimensionalen Modellierungsansatz verfolgen und diesen durch die Verwendung von finiten Elementen umsetzen, sollen zusätzlich die Grundzüge der Finiten-Elemente-Methode erläutert werden. Zum besseren Verständnis der physikalischen Grundlagen wird ein Teil der Bachelorarbeit das Verfahren der elektromagnetischen Induktion näher behandeln.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung und Motivation | 1 |
| 2 | Theorie | 5 |
| 2.1 | Elektromagnetische Induktion | 5 |
| 2.2 | Vorwärtsmodellierung | 8 |
| 2.3 | Numerik für Integralapproximationen | 11 |
| 2.4 | Finite-Elemente-Methode | 16 |
| 3 | Aufbau und Methoden | 21 |
| 3.1 | Modellierungssoftware | 21 |
| 3.1.1 | Leroi | 22 |
| 3.1.2 | Marco | 25 |
| 3.1.3 | Loki | 29 |
| 3.1.4 | COMSOL | 33 |
| 3.2 | Vergleich der Modellierungstools | 36 |
| 4 | Parameterstudie | 41 |
| 4.1 | Gitterelemente vs. Genauigkeit | 42 |
| 4.2 | Modellform vs. Genauigkeit | 46 |
| 4.3 | Modellgröße vs. Genauigkeit | 49 |
| 4.4 | Sensitivitätsanalyse | 51 |
| 5 | Fallstudie | 55 |
| 6 | Fazit | 59 |
| 7 | Ausblick | 61 |
| A | Marco Konfigurationsdatei | 63 |

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|----------------------------------|-----------|
| B | Loki Konfigurationsdatei | 65 |
| C | COMSOL Benutzeroberfläche | 67 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Vorwärtsmodellierung | 2 |
| 1.2 | Verschiedene Bodenmodelle | 3 |
| 2.1 | Ströme und Magnetfelder | 6 |
| 2.2 | Spulenorientierung HCP und VCP | 8 |
| 2.3 | Modellierungsreihenfolge | 9 |
| 2.4 | Besselfunktion 1. Art bei verschiedenen Ordnungen | 10 |
| 2.5 | Beispiele für FEM-Modelle | 17 |
| 3.1 | Eindimensionales Bodenmodell | 22 |
| 3.2 | Ergebnisse aus Leroi-Modellierung | 23 |
| 3.3 | Zweidimensionales Bodenmodell | 25 |
| 3.4 | Marco-Koordinatensystem | 27 |
| 3.5 | Loki-Koordinatensystem | 30 |
| 3.6 | COMSOL Module | 33 |
| 3.7 | Visualisierte Magnetfelder aus COMSOL | 35 |
| 4.1 | COMSOL-Modelle | 41 |
| 4.2 | Gitterqualität vs. Genauigkeit 1 | 43 |
| 4.3 | Gitterqualität vs. Genauigkeit 2 | 44 |
| 4.4 | Gitterqualität vs. Genauigkeit 3 | 45 |
| 4.5 | Relativer Fehler zwischen Leroi und COMSOL | 45 |
| 4.6 | Modellform vs. Genauigkeit | 47 |
| 4.7 | Vergleich von Quader und Kugel | 48 |
| 4.8 | Relativer Fehler zwischen Loki und Marco | 49 |
| 4.9 | Modellgröße vs. Genauigkeit 1 | 50 |
| 4.10 | Modellgröße vs. Genauigkeit 2 | 51 |
| 4.11 | Sensitivitätsanalyse horizontal | 52 |
| 4.12 | Sensitivitätsanalyse vertikal | 53 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|-----|--|----|
| 5.1 | Komponenten des Feldexperiments | 55 |
| 5.2 | Modellierter Pool mit Umgebung in COMSOL | 56 |
| 5.3 | Vergleich der realen und simulierten Ergebniswerte | 57 |
| C.1 | COMSOL Benutzeroberfläche | 67 |
| C.2 | COMSOL Model Builder | 68 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Newton-Cotes-Koeffizienten | 13 |
| 2.2 | Stützpunkte t_i und Gewichtungsfaktoren α_i der Gauß-Quadratur | 15 |
| 3.1 | Vergleich von Ergebniswerten von Marco und Leroi 1 | 26 |
| 3.2 | Vergleich von Ergebniswerten von Marco und Leroi 2 | 28 |
| 3.3 | Vergleich von Ergebniswerten von Marco und Leroi 3 | 28 |
| 3.4 | Vergleich von Ergebniswerten von Marco und Leroi 4 | 29 |
| 3.5 | Loki-Modell 1 | 31 |
| 3.6 | Loki-Modell 2 | 31 |
| 3.7 | Loki-Modell 3 | 31 |
| 3.8 | Vergleich der Modellierungstools | 37 |

1 Einleitung und Motivation

Im Zuge dieser Arbeit wird eine Parameterstudie und Genauigkeitsanalyse für die Verwendung von verschiedenen Boden-Modellierungstools durchgeführt. Dabei interessieren vor allem die Zusammenhänge zwischen der Komplexität des Modells und der resultierenden Genauigkeit bzw. der Modellgröße und der Genauigkeit, die für die Auswertung aufgewendet werden muss.

Hauptanliegen vieler geophysikalischer Messverfahren ist die Charakterisierung des Untergrundes (siehe Abbildung 1.2). Bei elektromagnetischen Messverfahren wird ausgenutzt, dass die verschiedenen Bodenschichten unterschiedliche elektrische Leitfähigkeiten aufweisen. Um die Gesamtleitfähigkeit des zu untersuchenden Untergrundes zu bestimmen, wird beispielsweise die elektromagnetische Induktion (abgekürzt EMI, siehe Unterkapitel 2.1) eingesetzt. Aus den durch EMI ermittelten Messwerten wird die scheinbare elektrische Leitfähigkeit (abgekürzt ECa, engl.: apparent electrical conductivity) des gesamten Untergrundes bestimmt. Zur Bestimmung der genauen Schichtung des Bodens müssen Messdaten mit unterschiedlichen Eindringtiefen, das heißt mit unterschiedlichen Messsystemkonfigurationen, kombiniert werden.

Um die räumliche Leitfähigkeitsverteilung zu bestimmen, wird die Vorwärtsmodellierung eingesetzt, mit der sich beliebige Untergrundstrukturen frei simulieren lassen, indem diese Strukturen innerhalb von elektromagnetischen Modellierungstools umgesetzt werden. Aus diesen simulierten Modellen wird anschließend der simulierte ECa-Wert bestimmt. Stimmen ECa-Werte des simulierten Bodens und ECa-Werte des realen Untergrundes für mehrere EMI-Konfigurationen mit unterschiedlicher räumlicher Sensitivität überein, kann man eine mögliche Schichtung des realen Bodens direkt aus dem bekannten simulierten Modell ablesen. Anderenfalls wird das simulierte Modell so lange abgeändert, bis eine spezifizierte Übereinstimmung erreicht wird. Das Vorgehen des automatisierten Abänderns ei-

nes Modells, bis sich die ECa-Werte nahezu gleichen, wird als Inversion bezeichnet. Anhand der aufgebauten Modelle kann dann auf die Materialschichtung des Bodens zurück geschlossen werden (siehe Abbildung 1.1).

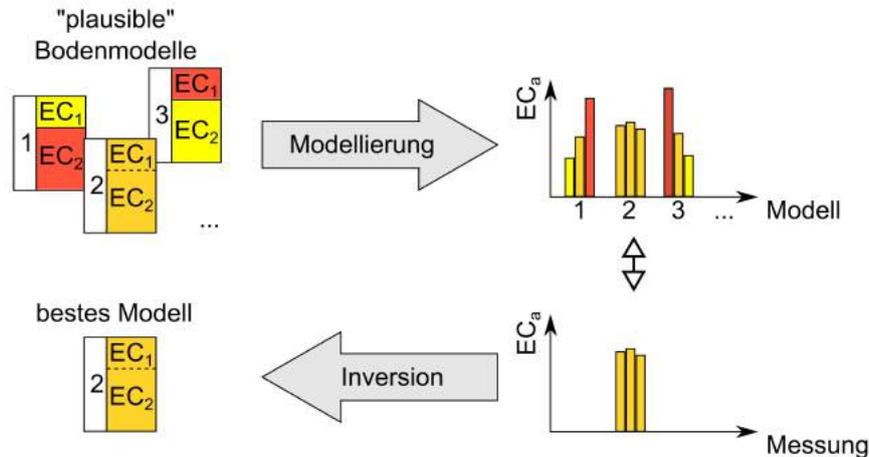


Abbildung 1.1: Bei der Vorwärtsmodellierung werden so lange Bodenmodelle aufgebaut, bis die ECa-Werte der Simulation und der realen Messungen übereinstimmen. So wird über die Modellierung die Struktur des Bodens bestimmt. Bildquelle: [Mes17]

Innerhalb dieser Arbeit wird der Schritt der Modellerstellung mit anschließender Berechnung der scheinbaren elektrischen Leitfähigkeit behandelt. Das Verfahren der Inversion, das die Steuerung der Modellfindung übernimmt, wird nicht weiter thematisiert.

Die Motivation dieser Arbeit entsteht daraus, dass bisher nur eindimensionale Modelle für das EMI-Messverfahren eingesetzt werden, diese jedoch in ihren Modellierungsmöglichkeiten oft zu ungenau für reale Anforderungen sind, da sich die Bodenmaterialien nicht nur horizontal voneinander unterscheiden können (siehe Abbildung 1.2 (b)).

Deshalb sollen im Zuge dieser Arbeit elektromagnetische Modellierungstools, die die Möglichkeit zur mehrdimensionalen Vorwärtsmodellierung bieten, auf ihre Anwendbarkeit für EMI-Messungen im Hinblick auf die Genauigkeit und den Rechenaufwand der simulierten ECa-Werte untersucht werden. Diese mehrdimensionalen Modelle sollen neben einer Leitfähigkeitsänderung in der Horizontalen zusätzlich eine Änderung in der Vertikalen berücksichtigen, sodass komplexere Untergründe simuliert werden können. Falls die Berechnungszeiten der scheinbaren Leitfähigkei-

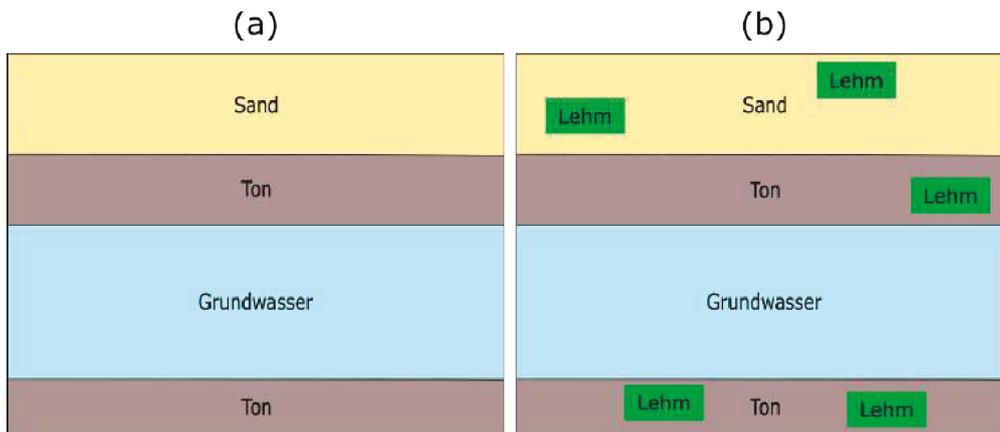


Abbildung 1.2: Beispiel für eine mögliche Schichtung des Untergrundes. Im eindimensionalen Fall gibt es nur horizontal geschichtete Medien (a). In der Realität sind diese Schichtungen oft durch Einschlüsse anderer Medien unterbrochen, sodass sich eine zweidimensionale Verteilung ergibt (b). Für die Messungen wird ausgenutzt, dass die Materialien unterschiedliche Leitfähigkeiten aufweisen.

ten für die erstellten Modelle kurz genug sind und dabei eine ausreichend hohe Genauigkeit erreicht wird, könnte in Zukunft eine Inversion mit den mehrdimensionalen Modellierungstools implementiert werden. Somit könnten die Bodenstrukturen realitätsgetreuer simuliert werden. Zur ersten Analyse dieser Modellierungstools und als Grundlage für mögliche spätere Entwicklungen dient diese Bachelorarbeit.

2 Theorie

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Bachelorarbeit behandelt. Dazu gehören die Hintergründe zu dem geophysikalischen Messverfahren der elektromagnetischen Induktion. Des Weiteren folgt eine Erläuterung zum Prinzip der Vorwärtsmodellierung, woran ein Überblick zur numerischen Berechnung von Integralen anschließt, da diese Bestandteil der Lösung der Vorwärtsmodellierung sind. Das Kapitel schließt mit einer Erklärung der Finiten-Elemente-Methode (abgekürzt FEM) ab, da mehrere der betrachteten Modellierungstools einen mehrdimensionalen Ansatz unter Verwendung von finiten Elementen verfolgen (siehe Abschnitt 3.1.2, 3.1.3 und 3.1.4).

2.1 Elektromagnetische Induktion

Unter elektromagnetischer Induktion versteht man das Entstehen eines elektrischen Feldes E bei der zeitlichen Änderung eines magnetischen Flusses B (siehe Gleichung (2.1), Faradaysches Gesetz).

$$\nabla \times E = -\frac{dB}{dt} \quad (2.1)$$

Um diese Eigenschaft für geophysikalische Messungen anwendbar zu machen, werden bei EMI-Messsystemen Wechselströme bei fester Frequenz an einer Spule, auch Sendespule (abgekürzt Tx für Transmitter) genannt, angelegt. Um diese Spule entsteht durch den Wechselstrom ein Magnetfeld, welches als primäres Magnetfeld bezeichnet wird (siehe Abbildung 2.1, rote Kreise). Dieses primäre Magnetfeld induziert Wirbelströme innerhalb der einzelnen Schichten des zu untersuchenden Untergrundes, was zur Folge hat, dass der induzierte Wirbelstrom ebenfalls ein Magnetfeld erzeugt. Dieses im Boden entstehende Magnetfeld wird als sekundäres Magnetfeld bezeichnet (siehe Abbildung 2.1, grüne Kreise).

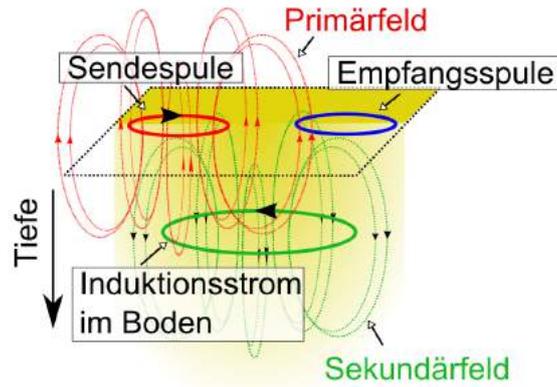


Abbildung 2.1: Messaufbau für eine EMI-Messung. An der Empfangsspule werden sowohl das Primärfeld als auch das Sekundärfeld gemessen. Die Stärke des Sekundärfeldes hängt von den Leitfähigkeiten im Boden und deswegen vom Bodenmaterial ab. Bildquelle: [Mes15]

Elektromagnetische Induktionssysteme nutzen diese physikalischen Prinzipien, um die scheinbare elektrische Leitfähigkeit eines Bodensegmentes zu messen. Die Leitfähigkeit hängt dabei unter anderem vom Wassergehalt, vom Salzgehalt und von den Bodenmaterialien ab [von14]. Verantwortlich für diese Abhängigkeiten von der Bodenzusammensetzung sind die induzierten Wirbelströme, die das sekundäre Magnetfeld erzeugen und stärker werden, wenn der Boden eine erhöhte Leitfähigkeit aufweist. An einer Empfängerspule (abgekürzt Rx für Receiver) wird die Superposition vom primären Magnetfeld der Sendespule und dem sekundären Magnetfeld der Wirbelströme gemessen. Das Verhältnis von sekundärem zum primärem Magnetfeld lässt sich, wie in Gleichung (2.2) dargestellt, vereinfacht angeben.

$$\frac{H_s}{H_p} \propto \frac{i\omega\mu\sigma s^2}{4}, \quad (2.2)$$

wobei H_s = Sekundäres Magnetfeld an der Empfängerspule,

H_p = Primäres Magnetfeld an der Empfängerspule,

$\omega = 2\pi f$,

f = Frequenz (Hertz),

μ = Durchlässigkeit im Vakuum (Henry pro Meter),

$$\begin{aligned}\sigma &= \text{Elektrische Leitfähigkeit (Siemens pro Meter)}, \\ s &= \text{Abstand zwischen den Spulen (Meter)}, \\ i &= \sqrt{-1}.\end{aligned}$$

Diese Gleichung gilt für kleine Induktionszahlen β . In Gleichung (2.3) wird die Berechnung der Induktionszahl β dargestellt, wodurch die Parameter charakterisiert werden, die einen Einfluss auf die Induktionszahl nehmen.

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}s \ll 1. \quad (2.3)$$

So sollte zum Einen der angelegte Wechselstrom den Frequenzbereich bis 30 kHz nicht überschreiten. Dadurch wird die Impedanz¹ gering gehalten, wodurch die Magnetfeldlinien den Untergrund weiter durchdringen können. Außerdem wird der Spulenabstand durch die Gleichung (2.3) eingeschränkt, sodass der Abstand von Sende- und Empfängerspule nicht mehr als einen Meter betragen sollte. Schließlich wird auch die möglich messbare Bodenleitfähigkeit auf zirka 50 mS/m beschränkt, was für die hier typischen Böden zutrifft, sodass die Induktionszahl immer kleiner als 0.08 ist [Mes14].

Nach Gleichung (2.2) ist das Verhältnis von sekundärem zu primärem Magnetfeld linear proportional zur Bodenleitfähigkeit. Deshalb kann die Bodenleitfähigkeit direkt aus diesem Verhältnis, welches von den EMI-Messinstrumenten gemessen wird, berechnet werden (siehe Gleichung (2.4)).

$$\text{ECa} = \frac{4}{\omega\mu s^2} \left(\frac{H_s}{H_p} \right) \quad (2.4)$$

Um Informationen zu der räumlichen Verteilung der Bodenleitfähigkeit zu erhalten, können Sende- und Empfängerspule bei EMI-Messgeräten in unterschiedlichen Abständen, Orientierungen und Neigungen konfiguriert werden (siehe Abbildung 2.2). Das hat zur Folge, dass bestimmte Tiefenregionen des Bodens einen unterschiedlichen Einfluss auf das resultierende sekundäre Magnetfeld nehmen und sich im Fall einer heterogenen Leitfähigkeitsverteilung (siehe Abbildung 1.2 (b)) der gemessene ECa-Wert ändert. Bei einer horizontalen Anordnung der Spulen (HCP) weist das Messgerät eine höhere Sensitivität bezüglich tiefen Bodenschichten auf (das sekundäre Magnetfeld wird am stärksten beeinflusst von Materia-

¹Die Impedanz ist der frequenzabhängige Widerstand.

lien in $0.4 s$ Tiefe; s ist der Spulenabstand), während eine vertikale Anordnung (VCP) hohe Empfindlichkeiten gegenüber oberflächennahen Bodenregionen ermöglicht (höchster Beitrag zum Sekundärfeld von Materialien direkt an der Bodenoberfläche, $0.0 s$) [McN80].

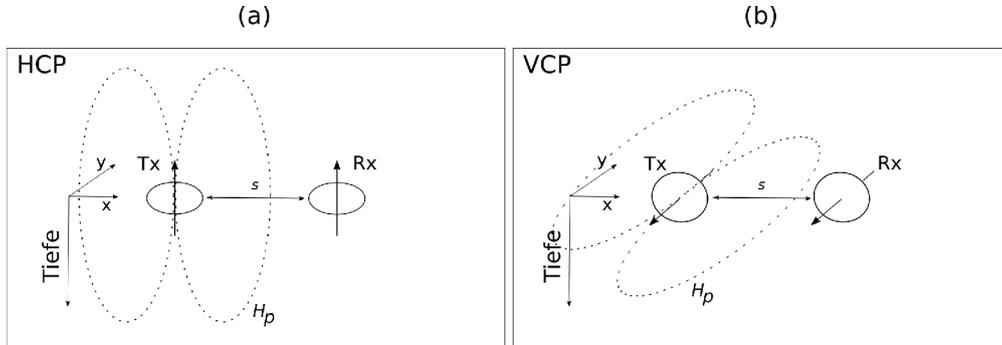


Abbildung 2.2: (a) Spulenorientierung ist HCP (horizontal coplanar). Sende- und Empfängerspule sind horizontal in einer Ebene (flach liegend) ausgerichtet mit einem Spulenabstand von s Metern. (b) Spulenorientierung ist VCP (vertical coplanar). Sende- und Empfängerspule sind vertikal in einer Ebene (aufrecht stehend) ausgerichtet. Je nach Neigung der Spulen verändert sich die Sensitivität gegenüber bestimmten Bodenregionen.

Durch diese Variation der Neigung von Sende- und Empfängerspule und die Betrachtung der daraus resultierenden verschiedenen scheinbaren Bodenleitfähigkeiten kann eine ungefähre Einschätzung für den Bodenaufbau gegeben werden. Für eine genaue Bestimmung der Schichtung des Bodens wird das Verfahren der Vorwärtsmodellierung eingesetzt, welches im anschließenden Kapitel 2.2 erläutert wird.

2.2 Vorwärtsmodellierung

Unter Vorwärtsmodellierung versteht man die Erzeugung synthetischer Daten aus einem Modell [BVG], das mit Hilfe eines Modellierungstools erzeugt wird. Dabei stellt die Vorwärtsmodellierung einen von zwei Schritten zur Bestimmung der Untergrundstrukturierung dar. Neben dem eigentlichen EMI-Messverfahren, aus dessen Messdaten nicht auf den genauen Aufbau des Bodens geschlossen werden kann, da pro Messkonfiguration nur ein einziger ECa-Wert geliefert wird, wird die Vorwärtsmodellierung eingesetzt, um ein virtuelles Bodenmodell aufzubauen, das

die gleichen scheinbaren Leitfähigkeiten aufweist wie der reale Untergrund. Um die scheinbaren elektrischen Leitfähigkeiten der zugehörigen simulierten Bodenmodelle zu berechnen, werden mehrere Verfahrensschritte durchlaufen. Zunächst wird das primäre Magnetfeld bestimmt. Hierbei wird unabhängig vom verwendeten Modellierungstool zuerst eine Modellierung innerhalb eines Luftraumes vorgenommen. Luft besitzt eine so geringe Leitfähigkeit, dass keine Wirbelströme erzeugt werden, wodurch an der Empfängerspule lediglich das primäre Magnetfeld H_p gemessen wird (siehe Abbildung 2.3). Im zweiten Schritt wird das eigentliche Bodenmodell erstellt. Aufgrund des leitfähigen Bodens entstehen Wirbelströme, die wiederum ein sekundäres Magnetfeld H_s erzeugen. An der Empfängerspule wird nun ein Magnetfeld gemessen, welches sich aus den Größen H_p und H_s durch einfache Addition (vgl. Gleichung (2.5)) zusammensetzt.

$$H = H_p + H_s \quad (2.5)$$

In Gleichung (2.4) wurde eine Formel zur Berechnung des ECa-Wertes angegeben. Diese setzt die Kenntnis des sekundären Magnetfeldes voraus, die gewonnen werden kann, indem H_p vom Gesamtmagnetfeld aus Gleichung (2.5) subtrahiert wird. Folglich kann durch diese in zwei Stufen unterteilte Modellierungsreihenfolge die scheinbare elektrische Leitfähigkeit des modellierten Bodens ermittelt werden.

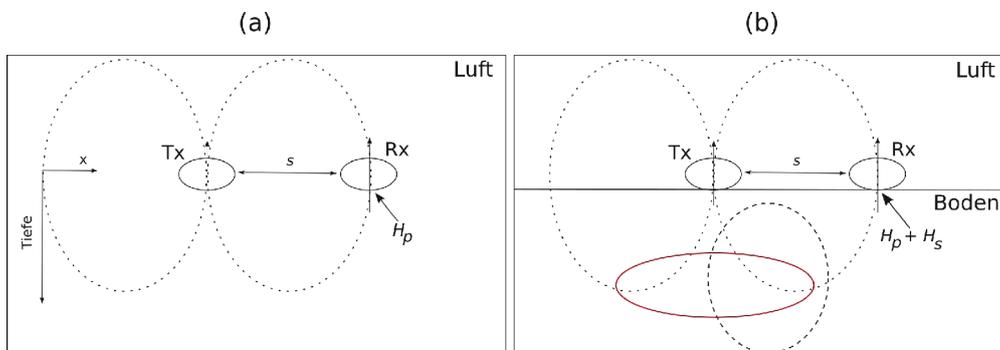


Abbildung 2.3: (a) Messung im Luftraum. So entstehen keine Wirbelströme und daher kein sekundäres Magnetfeld. Am Empfänger wird das primäre Magnetfeld H_p (vom Sender erzeugt) gemessen. (b) Messung vom Boden. Durch den exemplarisch dargestellten Wirbelstrom (rote Ellipse) entsteht ein sekundäres Magnetfeld H_s . Am Empfänger wird das Gesamtmagnetfeld, bestehend aus H_p und H_s , gemessen.



Abbildung 2.4: Verlauf der Besselfunktion für verschiedene Ordnungen. Mit steigender Ordnung nimmt die Anfangsamplitude ab.

Im Folgenden wird beschrieben, wie die analytische Darstellung der Magnetfelder aussieht und wie die Modellierungsprogramme mit diesen Feldern rechnen.

Als Basis für die Magnetfelddarstellung dient die Besselfunktion erster Art, wie sie in Gleichung (2.6) angegeben ist. Zu beachten ist, dass die Funktion über eine unendliche alternierende Reihe definiert wird.

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (2.6)$$

Der Index n gibt dabei die Ordnung der Besselfunktion an. Ein Überblick über den Verlauf von Besselfunktionen verschiedener Ordnungen wird in Abbildung 2.4 gegeben. An der Abbildung kann man den oszillierenden Verlauf der Funktion gut erkennen.

Besselfunktionen finden unter anderem Anwendung in physikalischen Vorgängen, bei denen eine zylindrische Symmetrie vorherrscht. Dies ist bei einem magnetischen Dipol der Fall, da das Magnetfeld die Eigenschaft besitzt, axialsymmetrisch zu sein. Daher enthalten viele analytische Ausdrücke für magnetische Felder Besselfunktionen [Nab].

Um nun den Wert der generierten Magnetfelder zu berechnen, werden Integrale der Form (2.7) eingesetzt, wobei J_n die Besselfunktion nullter oder erster Ordnung beschreibt.

$$f(r) = \int_0^\infty F(\lambda) J_n(\lambda r) d\lambda \quad (2.7)$$

Allerdings machen die Eigenschaften der Besselfunktion, unendlich und oszillierend zu sein, eine genaue Berechnung des Integrals schwierig. Eine geeignete Möglichkeit zur Berechnung des Integrals besteht darin, die Summe über die Teilintervalle zwischen den Nullstellen der Besselfunktion zu bilden und alternierend zu verrechnen [Nab]. Um die Summanden mit einer ausreichenden Genauigkeit zu berechnen, werden die Terme gewöhnlicherweise mit einer 8-Punkt Gauß-Quadratur bestimmt (diese wird in Kapitel 2.3 vorgestellt) [Nab]. So kann einerseits der Fehler klein gehalten werden, während andererseits die Rechenzeit gering bleibt.

Meist reichen für eine genaue Berechnung 20 Terme aus. Falls die Reihe bis zum 20. Term noch nicht stark abgefallen ist, kann eine Euler-Transformation auf diese angewendet werden, sodass die Reihe konvergiert [Nab].

2.3 Numerik für Integralapproximationen

Wie bereits in Kapitel 2.2 erwähnt wurde, werden für die Bestimmung der Magnetfelder Integrale gelöst. Da häufig keine Stammfunktion zum vorgegebenen Integranden existiert, werden in diesem Abschnitt der Arbeit einige Möglichkeiten zur numerischen Berechnung von Integralen vorgestellt. Dabei wird die Gauß-Quadratur besonders im Fokus stehen.

Als Einstieg in dieses Kapitel soll zunächst die Interpolation einer gegebenen Funktion durch ein Polynom vorgestellt werden, da die Gauß-Quadratur im Wesentlichen auf dieser Idee aufbaut. Ein Polynom $\phi(t)$ soll hierbei durch gegebene Werte von $f(t)$ gelegt werden und somit $\int_a^b \phi(t) dt$ statt $\int_a^b f(t) dt$ berechnet werden. Die Qualität der Annäherung wird sowohl durch die Anzahl als auch durch die Lage der berechneten Stützstellen bestimmt, wodurch ein Maß für den Fehler der numerischen Integration angegeben werden kann.

Nimmt $f(t)$ in $(n + 1)$ verschiedenen Punkten t_0, t_1, \dots, t_n die Werte f_0, f_1, \dots, f_n an, soll $\phi(t)$ durch diese Punkte verlaufen. So erhält man das Polynom

$$\phi(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n \quad (2.8)$$

Da $\phi(t) = f(t)$ an den Stützstellen gelten soll, folgt, dass die Beziehung

$$F = Va \quad (2.9)$$

gelten muss, wenn für

$$F = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & \cdots & t_0^n \\ 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \cdots & t_n^n \end{pmatrix}, a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

angenommen wird. Für unterschiedliche t_i besitzt die Matrix V vollen Rang, so dass $\det(V) \neq 0$ ist und eine eindeutige Lösung für a existiert.

Zur Bestimmung der Koeffizienten a_i muss also das Gleichungssystem aus (2.9) gelöst werden. Ein weiterer einfacherer Weg zur Koeffizientenberechnung wird durch die Lagrangesche Interpolation ermöglicht. Das Lagrange-Polynom wird definiert als

$$L_j(t) = \frac{t - t_0}{t_j - t_0} \cdots \frac{t - t_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \cdot \frac{t - t_{j+1}}{t_j - t_{j+1}} \cdots \frac{t - t_n}{t_j - t_n}.$$

L_j ist genau dann wohldefiniert, falls $t_i \neq t_j$ für $\forall i \neq j$, sodass eine Division durch Null verhindert wird. Es müssen daher unterschiedliche t_i für die Funktionsauswertungen von $f(t)$ verwendet werden. Nach [Bat] ist schließlich $\phi(t) = f_0 L_0(t) + f_1 L_1(t) + \dots + f_n L_n(t)$. Durch diese Interpolation kann das Lösen des Gleichungssystems aus (2.9) vermieden werden. Das resultierende Polynom $\phi(t)$ ist für beide Berechnungsarten identisch.

Newton-Cotes-Quadratur

„Nachdem das Interpolationspolynom aufgestellt wurde, kann eine Näherung für das Integral $\int_a^b f(t) dt$ ermittelt werden“ [Bat]. Eine Möglichkeit zur Berechnung

der Näherung bietet die Newton-Cotes-Quadratur. Für diese Integrationsmethode wird vorausgesetzt, dass die Stützstellen t_i äquidistant verteilt sind. Außerdem wird festgelegt, dass $t_0 = a$, $t_n = b$ und $h = \frac{b-a}{n}$ ist. Wird nun $\phi(t)$ als Näherung für $f(t)$ eingesetzt, gilt

$$\int_a^b f(t) \, dt \approx \sum_{i=0}^n \left(\int_a^b L_i(t) \, dt \right) f_i = \int_a^b \phi(t) \, dt \quad (2.10)$$

beziehungsweise

$$\int_a^b f(t) \, dt \approx (b-a) \sum_{i=0}^n C_i^n f_i, \quad (2.11)$$

wobei die C_i^n die Newton-Cotes-Konstanten für die Integration mit n Stützstellen sind. In Tabelle 2.1 sind diese Konstanten für $n = 1, 2, 3$ abgebildet.

Tabelle 2.1: Newton-Cotes-Koeffizienten

| Zahl der Intervalle n | C_0^n | C_1^n | C_2^n | C_3^n |
|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | | |
| 2 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | |
| 3 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

Im Allgemeinen wächst mit steigender Zahl an Stützstellen die Genauigkeit der Approximation, sodass mehr Funktionsauswertungen zu geringeren Fehlern führen. Gleichzeitig steigt jedoch die Berechnungszeit, da mehr Funktionsauswertungen durchgeführt werden müssen. Im folgenden Abschnitt wird die Gauß-Quadratur vorgestellt, die mit weniger Funktionsauswertungen eine höhere Approximationsgenauigkeit als die Newton-Cotes-Quadratur erreicht.

Gauß-Quadratur

Nach [Nab] wird die 8-Punkt Gauß-Quadratur zur Lösung des Integrals aus Gleichung (2.7) herangezogen. Die Idee hinter der Gauß-Quadratur besteht darin, eine bessere Wahl für die Stützpunkte im Vergleich zur Newton-Cotes-Quadratur zu treffen, wobei die Stützpunkte nicht mehr äquidistant verteilt sein müssen. Die

Integralapproximation soll dadurch optimiert werden.

Bei der Gauß-Integration wird von der Näherung

$$\int_a^b f(t) dt \approx \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 + \dots + \alpha_n f_n \quad (2.12)$$

ausgegangen. Während die t_i bei der Newton-Cotes-Quadratur vorgegeben sind, stellen diese bei Gauß zusätzlich zu den Gewichtungsfaktoren α_i unbekannte Variablen dar, die ebenfalls bestimmt werden müssen. Dabei wird im ersten Schritt ähnlich wie bei der Newton-Cotes-Integration von einem Interpolationspolynom der Form

$$\phi(t) = \sum_{j=1}^n \alpha_j f_j$$

ausgegangen. Außerdem wird zur Bestimmung der t_i das Polynom n ten Grades

$$P_n(t) = p_{n0} + p_{n1}t + \dots + p_{nn-1}t^{n-1} + t^n \quad (2.13)$$

definiert, da „die fundamentale Theorie der Gaußschen Quadratur besagt, dass die optimalen Abzissenwerte t_i [...] den Nullstellen des n ten orthogonalen Polynoms P_n vom Grad n entsprechen“ [mata]. Um das orthogonale Polynom P_n zu bestimmen, wird außerdem ein Skalarprodukt mit

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(t)g(t) dt$$

definiert, das für orthogonale Polynome gleich Null ist.

Aus diesen Eigenschaften lassen sich die Orthogonalpolynome durch Anwenden der Rekursion

$$\begin{aligned} P_0(t) &= 1, \\ P_1(t) &= t - \frac{\langle t, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle}, \\ P_n(t) &= (t - r_n)P_{n-1}(t) - s_n P_{n-1}(t), \\ r_n &= \frac{\langle tP_{n-1}, P_{n-1} \rangle}{\langle P_{n-1}, P_{n-1} \rangle}, \quad s_n = \frac{\langle P_{n-1}, P_{n-1} \rangle}{\langle P_{n-2}, P_{n-2} \rangle} \end{aligned}$$

aufstellen [RG] und durch eine Nullstellenbestimmung von $P_n(t)$ erhält man schließlich die Stützstellen t_i der Gauß-Quadratur. Zur Berechnung der Gewichtungsfaktoren α_i wird erneut das definierte Skalarprodukt verwendet und so ergeben sich die Faktoren

$$\alpha_i = \left\langle P_{n+1}(t), \frac{1}{(t - t_i)P'_{n+1}(t_i)} \right\rangle .$$

Aus der Verwendung des definierten Skalarproduktes wird ersichtlich, dass sowohl die Stützstellen als auch die Gewichtungsfaktoren von den Intervallgrenzen a und b abhängen. Damit die t_i und α_i für wechselnde Intervallgrenzen nicht neu berechnet werden müssen, sind die Stützstellen und Gewichtungsfaktoren für die Grenzen von $a = -1$ und $b = 1$ tabellarisiert (siehe Tabelle 2.2). Aus diesen können die Stützstel-

Tabelle 2.2: Stützpunkte und Gewichtungsfaktoren der Gauß-Quadratur mit bis zu 8 Punkten im Intervall von -1 bis 1

| t_i | n | α_i |
|-------------------------|----------|--------------------------|
| 0 | $n = 1$ | 2 |
| ± 0.577350269189626 | $n = 2$ | 1 |
| ± 0.774596669241483 | $n = 3$ | ± 0.5555555555555556 |
| 0 | \vdots | 0.8888888888888889 |
| ± 0.183434642495650 | $n = 8$ | ± 0.362683783378362 |
| ± 0.525532409916329 | | ± 0.313706645877887 |
| ± 0.796666477413627 | | ± 0.222381034453374 |
| ± 0.960289856497536 | | ± 0.101228536290376 |

len und Gewichtungsfaktoren für beliebige Intervallgrenzen berechnet werden, indem man die Größen entsprechend

$$\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}t_i, \quad \frac{b-a}{2}\alpha_i$$

ableitet. So bleibt „die relative Verteilung innerhalb des Intervalls“ [RG] erhalten. Im Vergleich der Approximationsfehler von Newton-Cotes- und Gauß-Quadratur lässt sich abschließend feststellen, dass bei $n + 1$ Funktionsauswertungen ein Feh-

ler erreicht wird, der sich bei der Newton-Cotes-Integration wie $O(h^{n+3})$ und bei Gauß wie $O(h^{2n+3})$ verhält ($h = \frac{b-a}{n}$) [RG]. Die Gauß-Quadratur erreicht somit prinzipiell bei gleicher Anzahl von Funktionsauswertungen eine höhere Genauigkeit. Außerdem „wird bei der Verwendung von n Stützstellen noch ein Polynom vom Grade $2n - 1$ exakt integriert. Um zum Beispiel ein Polynom 7. Grades exakt zu integrieren, werden bei Verwendung der Newton-Cotes-Formel acht und bei Gauß lediglich vier Stützstellen benötigt“ [Matb]. Da bei der Finite-Elemente-Methode (siehe Kapitel 2.4) für jedes finite Element ein Integral gelöst wird, macht dieser Unterschied an Funktionsauswertungen einen erheblichen Unterschied bezüglich der Berechnungszeit. Deshalb hat „sich das Gaußsche Integrationsverfahren bei Finite-Elemente-Anwendungen durchgesetzt“ [Matb].

2.4 Finite-Elemente-Methode

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Schritte der Finiten-Elemente-Methode (abgekürzt FEM) erläutert werden, da einige der später vorgestellten Modellierungstools dieses numerische Verfahren umsetzen.

Nachdem im ersten Abschnitt dieses Kapitels die Idee der Finiten-Elemente-Methode beschrieben wird, folgen im anschließenden Abschnitt die nötigen Schritte zur Lösung von Differentialgleichungen mittels finiter Elemente.

Ansatz

„Die Methode der finiten Elemente ist ein numerisches Berechnungsverfahren, das in weiten Bereichen der Strukturmechanik und der mathematischen Physik [...] zum Einsatz kommt“ [Matb]. So eignet sich das Verfahren zur näherungsweise Lösung der Differentialgleichungen, die für die Magnetfelduntersuchungen eingesetzt werden.

Die Finite-Elemente-Methode beruht auf der Idee der Diskretisierung. Das bedeutet, dass ein komplexer Problembereich in ein äquivalentes System kleinerer Bereiche gegliedert wird [Des11]. Durch die Aufteilung des Problems in kleinere endliche Bereiche können Lösungen für diese bestimmt werden. Diese Teillösungen werden anschließend kombiniert, sodass eine Näherungslösung für den gesamten Problembereich gefunden werden kann.

Die FEM setzt diesen Ansatz um, indem diskrete Punkte (genannt Nodes) definiert werden, die über Kanten (genannt Edges) verbunden sind. Die so entstehenden Bereiche werden als Elemente bezeichnet und bilden das Gitter (genannt Mesh, siehe Abbildung 2.5). Um Teillösungen für die definierten Elemente zu finden, wer-

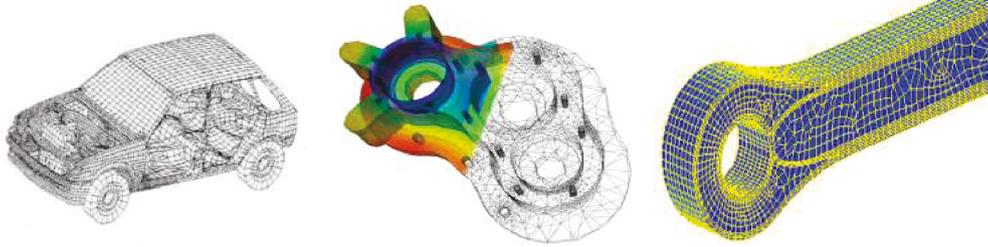


Abbildung 2.5: Verschiedene Objekte, die durch ein Gitter, bestehend aus Knoten und Kanten, diskretisiert werden. Bildquellen: [FEMb] [FEMc] [FEMa]

den genäherte Lösungsfunktionen eingeführt, „die aus einem Satz von frei gewählten Ansatzfunktionen multipliziert mit unbekanntem Parametern zusammengesetzt [sind]“ [Mü]. Diese Ansatzfunktionen, die im Wesentlichen von der Form des Elementes und der physikalischen Fragestellung bestimmt werden [Matb], werden anschließend in die zu lösenden Differentialgleichungen eingesetzt, sodass zusammen mit den Anfangswert-, Rand- und Übergangsbedingungen ein Gleichungssystem entsteht, dessen Lösung die Näherungslösung der Differentialgleichung darstellt. Damit Stetigkeit an den Grenzen der Elemente erreicht werden kann, werden die Ansatzfunktionen an den Knoten des Gitters ausgedrückt [Matb].

Durchführung

Da die Finite-Elemente-Methode ein numerisches Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen ist, besteht der erste Schritt darin, die zu untersuchende Fragestellung mit mathematischen Formeln zu beschreiben. Dadurch werden die Differentialgleichungen (abgekürzt DGL) aufgestellt, die anschließend gelöst werden müssen. „Unter einer partiellen Differentialgleichung versteht man eine Gleichung zwischen einer Funktion mehrerer Variablen [, zum Beispiel die drei Raumkoordinaten x , y und z ,] und einigen ihrer partiellen Ableitungen“ [Nat]. Im Folgenden dient die partielle Differentialgleichung

$$\frac{\delta T}{\delta x} + \frac{\delta T}{\delta y} + \frac{\delta T}{\delta z} = g(T, x, y, z) \quad (2.14)$$

zur Veranschaulichung des Ablaufes bei der Finiten-Elemente-Methode. T stellt dabei die unbekannte Lösungsfunktion dar, die approximiert werden soll. Insgesamt kommen in der DGL partielle Ableitungen der Lösungsfunktion nach x , y und z vor (das entspricht den drei Raumkoordinaten). Die rechte Seite der Gleichung (2.14) setzt bestimmte Bedingungen an die Lösung der Funktion. Findet beispielsweise eine Änderung von T in x statt, muss diese Änderung durch die rechte Seite begründet sein.

Nachdem die partielle Differentialgleichung aufgestellt wurde, werden beide Seiten der Gleichung (2.14) mit einer Testfunktion φ_j multipliziert und über das Gebiet Ω^2 , in dem die Gleichung gilt, integriert, sodass

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\delta T}{\delta x} + \frac{\delta T}{\delta y} + \frac{\delta T}{\delta z} \right) \varphi_j \, dV = \int_{\Omega} g(T, x, y, z) \varphi_j \, dV \quad (2.15)$$

als neue Gleichung resultiert. Diese neue Form der ursprünglichen Gleichung (2.14) wird als schwache Formulierung bezeichnet [COMB]. Die Bezeichnung „schwach“ kommt daher, dass in Gleichung (2.15) nur noch die Gleichheit der Integrale gefordert wird, wohingegen bei Gleichung (2.14) alle Bedingungen der DGL in allen Punkten wohldefiniert sein müssen [COMB]. Beispielsweise ist nun eine Unstetigkeit der ersten Ableitung der Lösungsfunktion T erlaubt, da diese die Integration nicht behindert [COMB]. Diese Aufstellung der schwachen Formulierung ist der erste Schritt bei der Finiten-Elemente-Methode.

In Gleichung (2.15) ist weiterhin die eigentliche Lösungsfunktion T enthalten. Der nächste Schritt bei der FEM besteht deshalb darin, die unbekannte Funktion T durch eine Funktion T_h zu approximieren, wobei

$$T_h(x, y, z) = \sum_i T_i \psi_i(x, y, z)$$

ist. Die näherungsweise Lösung T_h wird somit als Linearkombination einer Reihe von Basisfunktionen ψ_i multipliziert mit den noch unbekanntenen Koeffizienten T_i ausgedrückt [COMB], wobei die Koeffizienten T_i die approximierten Werte der Lösungsfunktion in einem Knoten sind. Dieser Schritt wird als Diskretisierung bezeichnet. Durch Einsetzen von T_h in Gleichung (2.15) für alle Testfunktionen φ_j ³

²Das Gebiet Ω umfasst beispielsweise alle Punkte, die innerhalb der Grenzen eines Quaders liegen.

³Je nach Diskretisierungsansatz sind Basis- und Testfunktionen identisch [COMB].

entsteht ein lineares Gleichungssystem, das aus n Zeilen besteht, wenn n Testfunktionen φ_j verwendet werden (j läuft somit von 1 bis n). Die Lösung dieses linearen Gleichungssystems bilden die n Koeffizienten T_i . Schließlich lassen sich die beschriebenen Gleichungen in der Form

$$AT_h = b$$

beschreiben, wobei T_h der Vektor aus den Unbekannten T_1, \dots, T_n ist und A eine $n \times n$ -Matrix darstellt, die die Faktoren vor den T_i in jeder der n Gleichungen beinhaltet [COMb]. Der Vektor b enthält unter Anderem die Randbedingungen, die erfüllt werden müssen. Das Lösen von linearen Gleichungssystemen ist somit ein wesentlicher Bestandteil der Finiten-Elemente-Methode. Ein effizientes Verfahren, das unter Anderem von zwei der später vorgestellten Modellierungstools zur Lösung dieser Gleichungssysteme eingesetzt wird, ist das Verfahren der konjugierten Gradienten (abgekürzt CG-Verfahren, engl.: conjugate gradient method)⁴. Dieses soll an dieser Stelle nicht weiter behandelt werden.

⁴Marco (siehe Kapitel 3.1.2) und Loki (siehe Kapitel 3.1.3) verwenden beide das CG-Verfahren zur Lösung der Gleichungssysteme.

3 Aufbau und Methoden

In diesem Kapitel werden die zu vergleichenden Modellierungstools vorgestellt. Zusätzlich werden die wichtigsten Schritte zur programmgesteuerten Berechnung der scheinbaren elektrischen Leitfähigkeit mit Hilfe von Matlab erläutert.

Das Kapitel schließt mit einer Übersicht über die wichtigsten Eigenschaften der vier Softwarepakete ab. In diesem letzten Kapitel wird außerdem eine Empfehlung zu den Tools im Bezug auf unterschiedliche Einsatzgebiete gegeben.

3.1 Modellierungssoftware

Im Folgenden werden die analysierten Modellierungstools vorgestellt. Zu diesen gehören die Open-Source-Programme Leroi, Marco und Loki der australischen Firma CSIRO sowie die kommerzielle Software COMSOL. Mit Leroi können eindimensionale Bodenstrukturen modelliert werden, die zur Verifikation der mehrdimensionalen Modellierungsprogramme verwendet werden. Marco ermöglicht neben der Simulation von horizontalen Schichten eine zusätzliche Definitionsmöglichkeit für dreidimensionale Prismen. Bei Loki wird das Bodenmodell über ein Gitter festgelegt, sodass eine maximale Freiheit bezüglich der Modellierung besteht. Das kommerzielle Tool COMSOL kann ebenfalls zur freien Bodenmodellierung eingesetzt werden. Dabei wird das Bodenmodell durch finite Elemente diskretisiert.

Da bei Leroi (siehe Kapitel 3.1.1), Marco (siehe Kapitel 3.1.2) und Loki (siehe Kapitel 3.1.3) Textdateien zur Beschreibung der Modelle benötigt werden (der Aufbau der Konfigurationsdateien wird in Kapitel 3.1.1 und im Anhang A und B beschrieben), werden Matlab-Skripte eingesetzt, sodass die Konfigurationsdateien unkompliziert erzeugt werden können. Für das Modellierungstool COMSOL (siehe Kapitel 3.1.4) werden im Gegensatz zu den restlichen Tools keine Konfigurationsdateien zur Definition der Modelle eingesetzt. Stattdessen bietet die Software eine graphische Benutzeroberfläche, über die das Modell aufgebaut und angezeigt wer-

den kann. Das hat den Vorteil, dass der Anwender prüfen kann, ob sein Modell dem gewünschten Aufbau entspricht. Bei den anderen Tools ist dies schwieriger, da das erstellte Modell lediglich in einer von der jeweiligen Software erstellten Textdatei beschrieben wird. Trotzdem besteht auch bei COMSOL die Möglichkeit, die Modelle automatisiert mit Hilfe von Matlab zu erzeugen. Genauer dazu wird in Kapitel 3.1.4 beschrieben.

3.1.1 Leroi

Die Modellierungssoftware Leroi gehört zur Klasse der eindimensionalen Vorwärtsmodellierungstools und wurde „designt, um die elektromagnetische Resonanz von einer oder mehrerer dünner Scheiben in einem horizontal geschichteten Boden zu modellieren“ [rel08]. Das bedeutet, dass neben verschiedenen horizontalen Schichten zur Charakterisierung des Untergrundes (siehe Abbildung 3.1) Scheiben mit infinitesimaler Dicke definiert werden können. Durch die Möglichkeit zur horizontalen Schichtung ist Leroi für die Analysen innerhalb dieser Arbeit geeignet, während auf die Verwendung der unendlich dünnen Scheiben verzichtet wird.

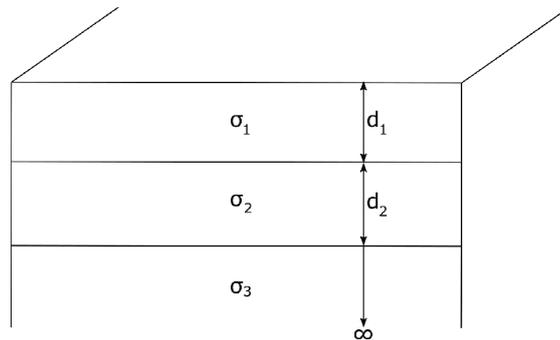


Abbildung 3.1: Eindimensionales Bodenmodell aus drei Schichten, die mit einer Dicke d und einer elektrischen Leitfähigkeit beschrieben werden. Die letzte Schicht hat eine unendlichen Dicke.

Die korrekte Funktionsfähigkeit der Software wird anhand eines einfachen Modells verifiziert, wobei drei Schichten simuliert und an insgesamt sechs Empfängerspulen Messdaten erfasst werden. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 3.2 abgebildet. Für die Datenpunkte eins bis drei wurde eine horizontale Spulenordnung gewählt (HCP). Daher haben die tiefen Bodenregionen einen höheren Einfluss auf die Messergebnisse und die resultierenden scheinbaren elektrischen

Leitfähigkeiten sind geringer als die folgenden. Gleichzeitig nimmt der ECa-Wert mit steigendem Spulenabstand zu (dieser beträgt für die Punkte 1 und 4 0.32 Meter, für die Punkte 2 und 5 0.71 Meter und für die Punkte 3 und 6 1.18 Meter), da die dritte Schicht einen höheren Einfluss auf die Messdaten hat, weil die Sensitivität gegenüber den tiefen Bodenregionen mit steigendem Spulenabstand steigt. Für die Datenpunkte vier bis sechs wurden die Spulen vertikal konfiguriert (VCP), sodass die Sensitivität gegenüber der zweiten Schicht höher ist. Daher nimmt die Leitfähigkeit der zweiten Schicht besonders starken Einfluss auf die Messergebnisse, wodurch ein höherer ECa-Wert resultiert.

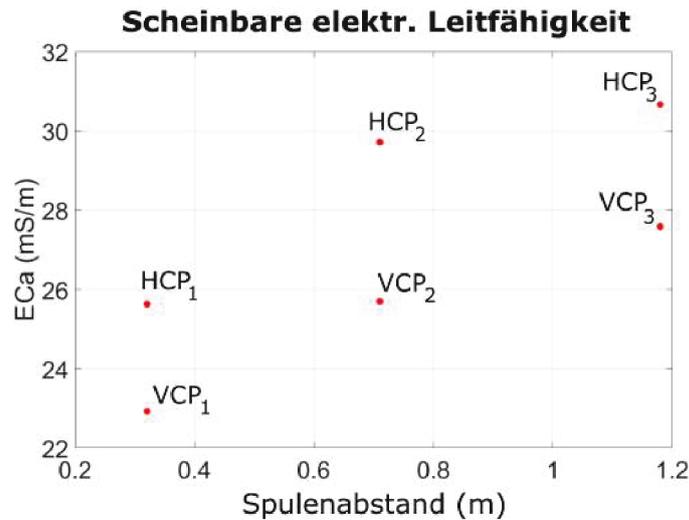


Abbildung 3.2: Ergebnis der Simulation bei horizontal geschichtetem Boden. Die erste Schicht hat eine Dicke von 50 cm und $\sigma_1 = 20$ Millisiemens pro Meter (mS/m), die zweite eine Dicke von 50 cm und $\sigma_2 = 50$ mS/m. Die letzte Schicht ist unendlich dick und es gilt $\sigma_3 = \sigma_1$.

Diese berechneten ECa-Werte werden für die weiteren Simulationssoftwares als Referenzwerte verwendet.

```

1 N-layerd model
2 ...
3 25000 1          !FREQ, CURNT(1)
4 ...
5 0 0 0 90 0      !TX, TXCLN(1), AZM(1)
6 ...

```

```

7 | 0.5 0 0          !RX
8 | ...
9 | 0.5 0 0          !RX
10| 1 0 1           !NLAYER, NPLATE, NLITH
11| 3.3e15          !RES
12| ...

```

Dateiauszug 3.1: air.cf

Da die Konfigurationsdateien (siehe Dateiauszug 3.1) für Leroi, Marco und Loki ähnlich aufgebaut sind und die anschließenden Berechnungen ähnlich ablaufen, werden am Beispiel von Leroi die wichtigsten Komponenten für den Modellaufbau beschrieben. Für jede simulierte Messung wird zunächst die Frequenz festgelegt, die an der Sendespule angelegt wird und durch die die Größe des primären Magnetfeldes festgelegt wird. In der Modellierung, aus der der Dateiauszug 3.1 entstammt, werden somit zwei Messungen mit einer Frequenz von 25000 Hz (vgl. Zeilen 3-5) durchgeführt. Weiterhin werden die Sende- und Empfängerspule durch magnetische Dipole¹ simuliert. Diese vereinfachte Darstellung der Spulen wird sowohl bei Leroi als auch bei Marco und Loki eingesetzt.

Anschließend wird die Position der Sendespule in kartesischen Koordinaten für jede Messung angegeben (vgl. Zeile 7f, jeweils die ersten drei Werte), woraufhin die Neigung der Spule angegeben wird (jeweils der letzte Wert). Der Wert 90 (vierte Zahl in Zeile 7) beschreibt eine horizontale Neigung der Spule (HCP, siehe Abbildung 2.2), während in der folgenden Zeile eine Neigung von 0 angegeben ist, wodurch eine vertikale Ausrichtung (VCP) der Spulen erreicht wird.

In den folgenden Zeilen werden die Positionen der Empfängerspulen für die beiden Messungen angegeben. Dabei befindet sich die Empfängerspule jeweils 50 cm vom Sender entfernt (vgl. Zeile 10ff).

Nachdem der Aufbau des Messsystems beschrieben wurde, wird die Struktur des Bodens festgelegt. Das Modell, welches im angegebenen Dateiauszug dargelegt wird, besteht aus lediglich einer Schicht (erster Wert in Zeile 13) und somit besitzt das Modell genau eine Leitfähigkeit (dritter Wert aus Zeile 13), welche in Zeile 14 präzisiert wird. Der Wert $3.3 \cdot 10^{15}$ wird zur Beschreibung eines homogenen Luftraums eingesetzt. Das angegebene Modell dient daher zur Bestimmung des primären Magnetfeldes, wie es bereits in Abbildung 2.3 erläutert wurde.

¹„Ein magnetischer Dipol ist die kleinste Einheit des Magnetismus“ [mag]. Komplexere Strukturen, wie z.B. Spulen, lassen sich mit Hilfe von Dipolen abbilden.

Nachdem die Softwarepakete Leroi, Marco und Loki mit der erzeugten Konfigurationsdatei ausgeführt werden, wird eine Ausgabedatei bereitgestellt, in der die Magnetfeldstärken an den Positionen der Empfängerspulen angegeben sind. Durch das Auslesen dieser Ausgabedatei werden alle restlichen Werte bereitgestellt, die zur Berechnung der scheinbaren elektrischen Leitfähigkeit benötigt werden. Bei Leroi muss die Position des Senders nicht gesondert beachtet werden, da die Software das Bodenmodell axialsymmetrisch um den Koordinatenursprung aufbaut und die Dimensionen des Bodens unbegrenzt sind. Deshalb wird die Sendespule immer auf dem Koordinatenursprung $(0; 0; 0)$ positioniert.

Das Matlab-Skript zur Erzeugung der Konfigurationsdateien ist so aufgebaut, dass für jede Messung die Orientierung der Spulen (HCP oder VCP), der Abstand zwischen den Spulen und die anzulegende Frequenz definiert werden müssen. Anschließend werden so viele Leitfähigkeiten angegeben, dass für jede Schicht, die modelliert werden soll, ein Wert angegeben wird. Im letzten Schritt werden die Dicken für die Schichten beschrieben, wobei bei n Schichten nur $n - 1$ Werte benötigt werden, da die letzte Schicht immer unendlich dick ist.

3.1.2 Marco

Die Modellierungssoftware Marco ermöglicht neben der Definition von horizontalen Schichten auch die Modellierung dreidimensionaler Prismen, die innerhalb der Bodenschichten platziert werden und die Leitfähigkeit an diesen Positionen überschreiben (siehe Abbildung 3.3).

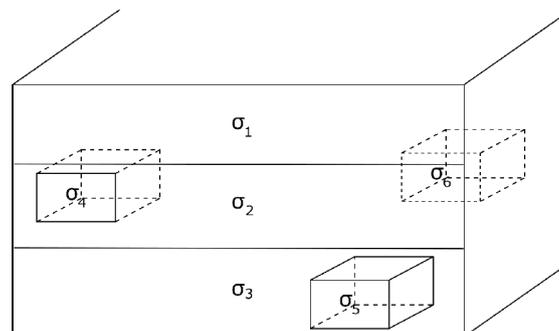


Abbildung 3.3: Dreidimensionales Bodenmodell, wobei ein 1D-Schichtenmodell durch Prismen erweitert wird. Eine 3D-Leitfähigkeitsänderung kann durch die Verwendung von Prismen, die beliebig innerhalb der Ebenen liegen, erreicht werden.

Zunächst wurde versucht, die 50 Zentimeter dicke zweite Schicht aus der Leroi-Simulation durch ein Prisma zu ersetzen. Dabei kam das Problem auf, dass die Prismen eine Mindestdicke von einem Meter nicht unterschreiten dürfen und anderenfalls ignoriert werden. Somit ist das Tool Marco für die späteren geophysikalischen Anwendungen, bei denen geringe Schichtdicken von unter einem Meter benötigt werden, nicht geeignet. Da jedoch freier Zugriff auf den Quellcode des Programms besteht, könnte in Zukunft versucht werden, diese Beschränkung bezüglich der Prismendicke aufzuheben.

Um die prinzipielle Funktionsfähigkeit von Marco zu verifizieren, wurde ein Vergleichsmodell mittels Leroi erstellt, welches sich an den Modellierungsmöglichkeiten von Marco orientiert. Als Modell wird ein Drei-Schichten-Aufbau gewählt, wobei die mittlere Schicht eine Dicke von einem Meter und eine Leitfähigkeit von 50 Millisiemens pro Meter (mS/m) aufweist, während die Eigenschaften der anderen beiden Schichten, wie in Abbildung 3.2 beschrieben, festgelegt sind.

Marco verfügt genau wie Leroi über die Möglichkeit, beliebige horizontale Schichten zu modellieren. Werden in Marco nur horizontale Schichten und keine Prismen definiert, sodass das gleiche Modell wie in Leroi entsteht, erhält man nach der Berechnung der scheinbaren elektrischen Leitfähigkeit die Werte, die in Tabelle 3.1 abgebildet sind.

Tabelle 3.1: Vergleich der ECa-Werte von eindimensionalem Schichtenmodell aus Leroi und Marco; gemessen an sechs Empfängerspulen. Der relative Fehler gibt den Unterschied zwischen den Leroi- und Marco-Daten an.

| | Leroi (mS/m) | Marco (mS/m) | rel. Fehler (%) |
|-----------------------|--------------|--------------|-----------------|
| $VCP_1(0.32\text{m})$ | 22.9194 | 22.9194 | 0.000 |
| $VCP_2(0.71\text{m})$ | 25.6923 | 25.6922 | 0.004 |
| $VCP_3(1.18\text{m})$ | 27.5926 | 27.5925 | 0.004 |
| $HCP_1(0.32\text{m})$ | 25.6251 | 25.6251 | 0.000 |
| $HCP_2(0.71\text{m})$ | 29.7127 | 29.7129 | 0.007 |
| $HCP_3(1.18\text{m})$ | 30.6672 | 30.6674 | 0.007 |

Die Unterschiede in den Simulationsdaten liegen im Bereich von maximal 10^{-2} % und sind akzeptabel klein².

²Für simulierte Daten sollten die Ergebniswerte um nicht mehr als 2 % variieren.

Nun wird zum Vergleich die mittlere Schicht in Marco durch ein Prisma ersetzt. Zunächst muss die Position des Prismas angegeben werden. Diese Position wird in kartesischen Koordinaten auf den Punkt $(0; 0; -0.5)$ gelegt, wodurch der Mittelpunkt der Prismaoberfläche in einer Tiefe von 50 cm definiert wird (siehe Abbildung 3.4). Zusätzlich wird die Ausdehnung des Prismas in Ost-West-Richtung, in Nord-Süd-Richtung und in z-Richtung angegeben. Durch eine große Nord-Süd-Ausrichtung wird eine horizontale Schichtung angenähert. Für die erste Modellierung wird diese Ausdehnung auf 200 Meter in Ost-West- und Nord-Süd-Richtung gelegt und die Dicke beträgt einen Meter.

Schließlich wird durch die Angabe einer Zellgröße bestimmt, wie das Prisma für die Modellierung unterteilt werden soll. Dadurch wird ein Finite-Elemente-Ansatz verfolgt. Die Zellgröße wird für dieses erste Modell auf die Größe des gesamten Prismas gesetzt, sodass nur eine einzige Zelle verwendet wird. Die Leitfähigkeit des Prismas wird auf 50 mS/m gesetzt, sodass die Modelleigenschaften denen des Leroi-Modells entsprechen.

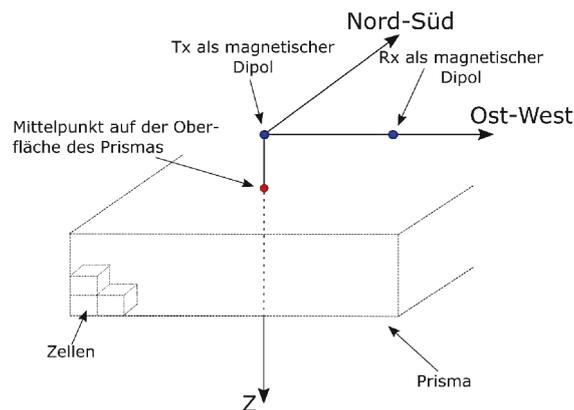


Abbildung 3.4: Koordinatensystem, in dem die Prismen definiert werden. Zur Erzeugung eines Prismas muss sowohl die Position als auch die Ausdehnung in die drei Koordinatenrichtungen angegeben werden. Das Prisma wird durch Zellen diskretisiert.

Aus diesem beschriebenen Modell ergeben sich die Werte aus Tabelle 3.2. Die Abweichungen in den ECa-Werten sind mit bis zu 35 % deutlich zu groß, sodass das zugrunde liegende Modell als ungeeignet angesehen werden muss.

Um die Genauigkeit der Modellergebnisse zu erhöhen, wurde die Größe der Zellen auf $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ herabgesetzt, während die Prismagröße auf $50 \times 50 \times 1 \text{ m}^3$ verrin-

Tabelle 3.2: Vergleich der ECa-Werte von eindimensionalem Schichtenmodell aus Leroi mit Prismenmodell aus Marco unter Verwendung eines Prismas, das nur eine einzige Zelle enthält. Berechnungszeit: 0.67 Sekunden

| | Leroi (mS/m) | Marco (mS/m) | rel. Fehler (%) |
|-----------------------|--------------|--------------|-----------------|
| $VCP_1(0.32\text{m})$ | 22.9194 | 19.8445 | 13.39 |
| $VCP_2(0.71\text{m})$ | 25.6923 | 19.6545 | 23.50 |
| $VCP_3(1.18\text{m})$ | 27.5926 | 19.4336 | 29.57 |
| $HCP_1(0.32\text{m})$ | 25.6251 | 19.6964 | 23.14 |
| $HCP_2(0.71\text{m})$ | 29.7127 | 19.3279 | 34.95 |
| $HCP_3(1.18\text{m})$ | 30.6672 | 19.8829 | 35.17 |

gert wurde. Durch die Verwendung der insgesamt 2500 Zellen kann die Genauigkeit deutlich verbessert werden, was in Tabelle 3.3 nachvollzogen werden kann. Während die Berechnungszeit bisher bei wenigen zehntel Sekunden liegt, erhöht sich diese für das beschriebene Modell auf 60 Sekunden. Die höhere Modellqualität geht folglich mit wachsenden Berechnungszeiten einher.

Tabelle 3.3: Vergleich der ECa-Werte von eindimensionalem Schichtenmodell aus Leroi mit Prismenmodell aus Marco unter Verwendung eines Prismas, das aus 2500 Zellen besteht. Berechnungszeit: 60 Sekunden

| | Leroi (mS/m) | Marco (mS/m) | rel. Fehler (%) |
|-----------------------|--------------|--------------|-----------------|
| $VCP_1(0.32\text{m})$ | 22.9194 | 22.0026 | 3.97 |
| $VCP_2(0.71\text{m})$ | 25.6923 | 24.1423 | 6.03 |
| $VCP_3(1.18\text{m})$ | 27.5926 | 26.0390 | 5.63 |
| $HCP_1(0.32\text{m})$ | 25.6251 | 24.2393 | 5.41 |
| $HCP_2(0.71\text{m})$ | 29.7127 | 28.0452 | 5.61 |
| $HCP_3(1.18\text{m})$ | 30.6672 | 30.1035 | 1.84 |

In weiteren Modellierungen wurde die Zellgröße weiter auf $0.5 \times 0.5 \times 0.5 \text{ m}^3$ herabgesetzt (es existiert keine Einschränkung für die Größe der Zellen), bis schließlich ECa-Werte erzeugt werden, die um maximal 2.23 % von den Leroi-Referenzwerten abweichen (siehe Tabelle 3.4). Das Prisma hat eine Ausdehnung von $30 \times 30 \times 1 \text{ m}^3$. Allerdings wird für diese letzte Modellierung mit insgesamt 7200 Zellen eine Berechnungszeit von 1143 Sekunden (ungefähr 19 Minuten) benötigt, was für einen möglichen Einsatz bei einer Inversion einen deutlich zu langen Zeitraum darstellt. Zusammenfassend ist das Modellierungstool Marco in der Lage, mehrdimensiona-

Tabelle 3.4: Vergleich der ECa-Werte von eindimensionalem Schichtenmodell aus Leroi mit Prismenmodell aus Marco unter Verwendung eines Prismas, das aus 7200 Zellen besteht. Berechnungszeit: 1143 Sekunden

| | Leroi (mS/m) | Marco (mS/m) | rel. Fehler (%) |
|-----------------------|--------------|--------------|-----------------|
| $VCP_1(0.32\text{m})$ | 22.9194 | 22.5756 | 1.50 |
| $VCP_2(0.71\text{m})$ | 25.6923 | 25.1690 | 2.04 |
| $VCP_3(1.18\text{m})$ | 27.5926 | 27.1279 | 1.68 |
| $HCP_1(0.32\text{m})$ | 25.6251 | 25.0544 | 2.23 |
| $HCP_2(0.71\text{m})$ | 29.7127 | 29.1643 | 1.85 |
| $HCP_3(1.18\text{m})$ | 30.6672 | 30.5452 | 0.40 |

le Bodenmodelle mit einer ausreichenden Genauigkeit zu simulieren. Allerdings stößt Marco an seine Grenzen, wenn die Bodenstrukturen zu klein werden und eine Tiefe von einem Meter unterschreiten. Aus diesem Grund erfüllt Marco nicht die Anforderungen für die Modellierung der zu untersuchenden geophysikalischen Fragestellungen.

Das Matlab-Skript, über das die Konfigurationsdateien erzeugt werden, benötigt zusätzlich zu den Angaben, die für die Leroi-Modellierung verwendet werden (siehe Kapitel 3.1.1), Informationen über die Prismen. Dazu werden die drei Koordinaten zur Mittelpunktangabe der Oberseite des Prismas angeführt, sowie die Dimensionen, die das Prisma in die drei Koordinatenrichtungen einnimmt. Eine Beispielkonfigurationsdatei kann im Anhang A eingesehen werden.

3.1.3 Loki

Als drittes Tool zur Vorwärtsmodellierung wird das Programm Loki untersucht. Dieses stellt die Möglichkeit zur vollständigen dreidimensionalen Bodenmodellierung dar. Das bedeutet, dass in allen drei Raumrichtungen Quader beliebiger Größe mit Hilfe eines Gitters erzeugt und mit separaten Leitfähigkeiten charakterisiert werden können (siehe Abbildung 3.5). Eine Limitierung hinsichtlich der Größe der Elemente konnte bei ersten Tests nicht festgestellt werden, sodass die Software grundsätzlich für die Modellierung von oberflächennahen Leitfähigkeitsänderungen geeignet zu sein scheint.

Wie bei Marco wird die Sendespule mittig über dem durch ein Gitter simulierten Boden positioniert werden (siehe Abbildung 3.5). Wird die Spule bei gleicher Bo-

denstruktur wie in Abbildung 3.5 auf den Koordinatenursprung gesetzt, sind alle ECa-Werte nahezu Null. Der Grund hierfür könnte sein, dass die elektrischen und magnetischen Felder, die über die Modellgrenzen reichen, nicht beachtet werden und so die Simulationsergebnisse stark beeinflussen. Im Gegensatz zu Leroi und

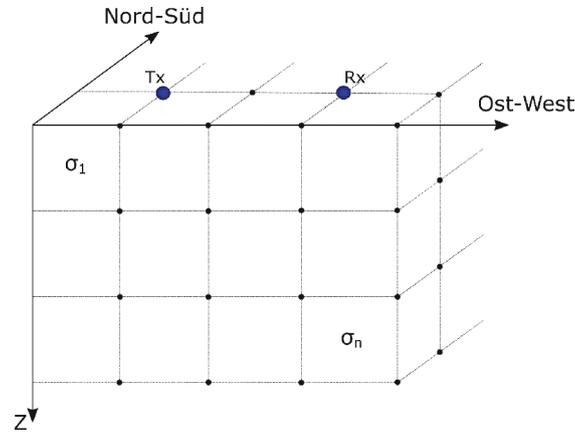


Abbildung 3.5: Dreidimensionales Bodenmodell, wobei sich die Leitfähigkeiten in allen Richtungen unterscheiden können. Das Gitter, das den Boden simuliert, wird über selbst definierte Knotenpunkte erzeugt. Das Modell schließt an den Grenzen ab. Sende- und Empfängerspule werden mittig über dem Modell platziert.

Marco besteht bei Loki nicht die Möglichkeit, horizontale Schichten zu definieren. Somit muss zur Erzeugung des homogenen Luftraumes eine Gitterstruktur aufgebaut werden, wobei jedem Gitterelement die gleiche Leitfähigkeit von nahezu Null zugeteilt wird. Dabei reicht es nicht aus, nur ein einziges großes Element zur Modellbildung zu nutzen, da sonst Berechnungsfehler in Form von „Not a Number“-Werten für die Magnetfelder zu beobachten sind.

Da die Modellerzeugung bei Loki komplizierter als bei den bisherigen Modellierungstools ist, wird zur Verifizierung der Software ein einfacherer Bodenaufbau gewählt. Dieser sieht so aus, dass eine homogene Leitfähigkeit von 50 mS/m innerhalb aller Elemente spezifiziert wird. Deshalb wird erwartet, dass die ECa-Werte aus den Simulationen nah an den Wert 50 reichen.

Für das erste Modell wird eine Gesamtgröße von $10 \times 10 \times 10 \text{ m}^3$ gewählt, wobei die Empfängerspulen genauso konfiguriert sind, wie bei den Modellen aus Leroi und Marco (drei Spulen horizontal koplanar HCP, drei vertikal koplanar VCP). Die daraus resultierenden Ergebnisse sind in Tabelle 3.5 abgebildet.

Tabelle 3.5: ECa-Werte (in mS/m) des Modells gemessen an sechs Empfängerspulen bei unterschiedlichen Elementgrößen. Erwartet werden ECa-Werte nahe 50 mS/m.

| Elementgröße (m ³) | VCP_1 | VCP_2 | VCP_3 | HCP_1 | HCP_2 | HCP_3 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ | -0.0206 | -0.0455 | -0.0562 | 25.3655 | 49.3492 | 47.6109 |
| $0.5 \times 0.5 \times 0.25$ | -0.0213 | -0.0468 | -0.0582 | 26.2344 | 47.0184 | 42.6370 |

Wie man an den Ergebnissen erkennen kann, weichen die meisten gemessenen scheinbaren Leitfähigkeiten extrem vom erwarteten Wert ab. Bei der VCP-Orientierung ergeben sich negative Werte für die scheinbaren Leitfähigkeiten, wobei diese Ergebnisse physikalisch nicht begründet werden können. Lediglich die Messwerte der letzten beiden Empfängerspulen scheinen annähernd genaue Ergebnisse zu liefern. Außerdem verbessert eine Verkleinerung der Elemente die Ergebnisqualität nicht. Um zu überprüfen, wie die Ergebnisse von der Gesamtgröße des Modells bzw. von der Größe der Gitterelemente abhängen, wird als nächstes ein Boden der Größe $5 \times 5 \times 5$ m³ simuliert, wobei eine Elementgröße von $0.25 \times 0.25 \times 0.25$ m³ verwendet wird. Die Ergebnisse dieser Simulation werden in Tabelle 3.6 dargestellt.

Tabelle 3.6: ECa-Werte (in mS/m) bei gleicher Spulenkonfiguration wie bei den vorherigen Modellen. Die Werte entstammen einem Modell der Gesamtgröße $5 \times 5 \times 5$ m³.

| Elementgröße (m ³) | VCP_1 | VCP_2 | VCP_3 | HCP_1 | HCP_2 | HCP_3 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $0.25 \times 0.25 \times 0.25$ | -0.0395 | -0.0866 | -0.1371 | 22.8627 | 41.3929 | 33.4061 |

Schließlich werden bei einer Gesamtgröße von $20 \times 20 \times 20$ m³ und Elementen der Größe $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ m³ die Werte aus Tabelle 3.7 erreicht, wobei die Berechnungszeit bei 2763 Sekunden (zirka 45 Minuten) liegt. Also können die Messergebnisse selbst durch Modelle, die lange Berechnungszeiten für die Auswertung beanspruchen, nicht verbessert werden.

Tabelle 3.7: ECa-Werte (in mS/m) bei gleicher Spulenkonfiguration wie bei den vorherigen Modellen. Die Werte entstammen einem Modell der Gesamtgröße $20 \times 20 \times 20$ m³.

| Elementgröße (m ³) | VCP_1 | VCP_2 | VCP_3 | HCP_1 | HCP_2 | HCP_3 |
|--------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ | -0.0021 | -0.0058 | -0.0029 | 27.5571 | 49.3060 | 47.9933 |

Letztlich konnten mit Loki keine oberflächennahen Bodenstrukturen untersucht werden. Den Grund für diese schlechten Ergebnisse zu bestimmen, fällt an dieser Stelle schwer, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass die Simulationen falsch konfiguriert werden und die gewählten Eingabeparameter ungültig sind. Diese These ist jedoch unwahrscheinlich, da die Konfigurationsdateien gleich aufgebaut worden sind, wie einige Beispielm Modelle, die von den Entwicklern von Loki angegeben werden. Diese Beispielm Modelle weisen im Gegensatz zu den selbst definierten Modellen Bodenausdehnungen von insgesamt $1000 \times 1000 \times 1000 \text{ m}^3$, Spulenabstände von mehreren hundert Metern und Elementgrößen von zirka $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$ auf. Da für diese Simulationen gute Ergebnisse erzielt werden, ist es möglich, dass Loki nicht geeignet ist für die oberflächennahe Bodensimulation. Um diese mögliche Beschränkung aufzuheben, könnte der Programmcode von Loki analysiert und gegebenenfalls optimiert werden, was jedoch mit hohem Aufwand verbunden ist, da keine Dokumentation zu der Software vorliegt.

Eine weitere Erklärung für die schlechten ECa-Werte ergibt sich aus einer schlechten Gitterqualität. In neuen Modellen könnte versucht werden, das Gitter deutlich feiner zu machen. Allerdings werden bisher selbst bei einer Elementgröße von $0.5 \times 0.5 \times 0.5 \text{ m}^3$ sehr schlechte Ergebnisse erzielt, obwohl für dieses Modell eine Berechnungszeit von über 45 Minuten benötigt wird. Ein noch feineres Gitter könnte zwar zu besseren Ergebnissen führen, jedoch würde die Berechnungszeit weiter stark ansteigen, sodass ein Einsatz von Loki als Tool zur Vorwärtsmodellierung selbst bei guten Ergebnissen nicht sinnvoll wäre.

Da das Gitter zur Beschreibung des Untergrundes vom Anwender selbst innerhalb einer Textdatei definiert werden muss, wurde ein Matlab-Skript geschrieben, das diese Aufgabe übernimmt. Genau wie bei den Skripten für die Modellierungstools Leroi und Marco werden zunächst die Orientierungen der Spulen für jede Messung sowie der Abstand der Spulen pro Messung angegeben. Zusätzlich wird die Größe des gesamten zu simulierenden Bodens in Metern festgelegt. Als letzte Angabe erfolgt die Größe der finiten Elemente, durch die der Boden aufgebaut wird. Innerhalb der Textdatei werden dann die Knoten des Gitters gespeichert, aus denen Loki das Modell erzeugt. Eine Beispielf Konfigurationsdatei befindet sich im Anhang B.

3.1.4 COMSOL

Eine weitere Software zur Simulation der elektromagnetischen Wellen ist COMSOL Multiphysics (kurz COMSOL), wobei die physikalischen Vorgänge über Differentialgleichungen charakterisiert werden. Dabei können beliebige Strukturen zur Modellbildung verwendet werden, sodass die Software zur Untersuchung der Bodenleitfähigkeiten eingesetzt werden kann. Durch eine grafische Benutzeroberfläche (siehe Anhang C) wird die Modellerzeugung im Vergleich zu den bisherigen Tools erleichtert, zumal das Gitter, über das das Modell diskretisiert wird, automatisch erstellt wird. Zusätzlich erlaubt COMSOL eine Visualisierung der Magnetfelder (siehe Abbildung 3.7), sodass der Nutzer einen ersten Eindruck der Modellqualität erhält.

Um COMSOL für die Simulation von Magnetfeldern zu benutzen, wird im Folgenden das Zusatzmodul „AC/DC“ von COMSOL verwendet, das zur Modellierung elektromagnetischer Vorgänge eingesetzt werden kann (siehe Abbildung 3.6). Das „AC/DC“-Modul eignet sich besonders dann zur Modellierung, wenn die Dimension des Modells klein ist im Vergleich zur Wellenlänge [COM12]. Um das Verhalten

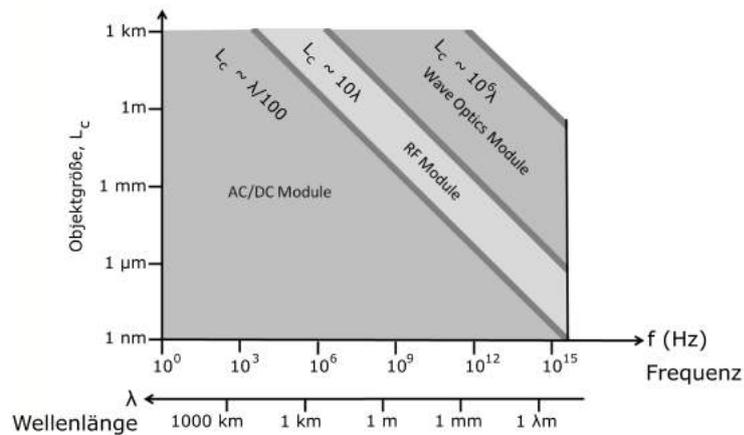


Abbildung 3.6: Einsatzmöglichkeiten der verschiedenen Module zur Simulation von elektromagnetischen Vorgängen. Da für die Modellierung des EMI-Messsystems eine Frequenz von zirka 10 kHz verwendet wird, ergibt sich eine Wellenlänge von 30 km, sodass das „AC/DC“-Modul am besten für die Modellierung geeignet ist. Bildquelle: [COMa]

der Magnetfelder an den Rändern des Modells festzulegen, kann der Nutzer im Wesentlichen zwischen zwei Randbedingungen wählen, die durch das „AC/DC“-Modul

bereitgestellt werden. Unterschieden wird zwischen der Randbedingung „Magnetic Insulation“, die standardmäßig bei der Simulation von magnetischen Feldern gesetzt wird, und der Randbedingung „Perfect Magnetic Conductor“. Um die passende Randbedingung für die folgenden Modellierungen zu wählen, wurden beide Randbedingungen nacheinander auf das gleiche Modell (ein homogener Untergrund mit konstanter elektrischer Leitfähigkeit) angewandt. Dadurch konnte nachgewiesen werden, dass nur die Randbedingung „Magnetic Insulation“ Ergebnisse liefert, die sich der spezifizierten Leitfähigkeit annähern. Für die „Perfect Magnetic Conductor“-Randbedingung sind alle ECa-Werte nahezu Null. Aus diesem Grund wird die Randbedingung „Magnetic Insulation“ für alle folgenden Modellierungen eingesetzt.

Zur Verifikation der Modelle, die in COMSOL erzeugt werden, wird ähnlich wie bei Loki ein einfaches dreidimensionales Bodenmodell gewählt, das eine Bodenleitfähigkeit von 20 mS/m besitzt. Das gesamte Modell besteht aus zwei aufeinander lagernden Blöcken, wobei der obere Quader den Luftteil darstellt. Der untere Quader ist der eigentliche Boden mit einer Leitfähigkeit von 20 mS/m. Die Spule, um die das magnetische Feld entsteht, wird durch einen Hohlzylinder mit einem Durchmesser von drei Zentimetern und einer Höhe von zehn Millimetern repräsentiert. Folglich wird für das Modell zunächst kein einfacher magnetischer Dipol zur Spulensimulation verwendet (im Gegensatz zu Leroi, Marco und Loki).

Im Gegensatz zu den bisherigen Spulenkfigurationen wird die Sendespule für alle weiteren Experimente horizontal platziert, um das Modell einfach zu halten. Da COMSOL die Magnetfeldwerte für alle Gitterpunkte innerhalb des modellierten Raumes berechnet, werden keine Empfängerspulen benötigt. Stattdessen legt der Nutzer nach der ausgeführten Berechnung fest, an welchen Stellen des Modells die Magnetfelder betrachtet werden sollen. Für die weiteren Untersuchungen der Software wird eine Punktelinie, die sogenannte Untersuchungslinie, definiert, für deren Stellen die Magnetfeldwerte in einer Tabelle gespeichert werden. Die 121 Punkte umfassende Untersuchungslinie beginnt 20 Zentimeter vom Transmitter entfernt und beinhaltet Punkte im Abstand von einem Zentimeter bis zu einem Abstand vom Transmitter von 1.2 Metern.

Das resultierende Magnetfeld aus dem beschriebenen Modell kann der Abbildung 3.7 (a) entnommen werden. An dieser Abbildung erkennt man bereits, dass

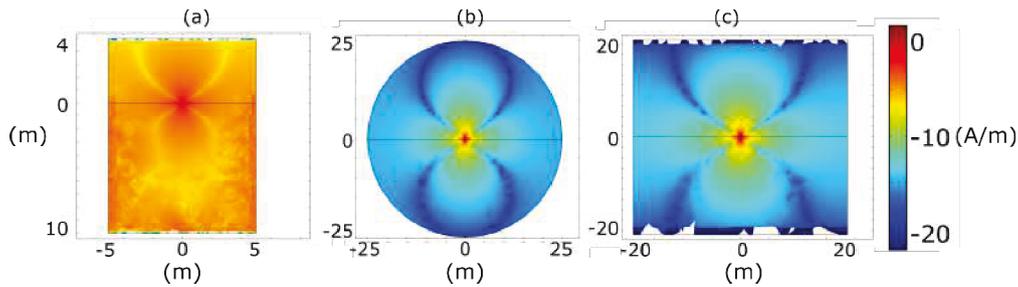


Abbildung 3.7: Logarithmische Darstellung der Magnetfelder von verschiedenen Modellen. (a) Als Transmitter wird ein Hohlzylinder eingesetzt. Im unteren Bereich sind starke Artefakte im entstehenden Magnetfeld sichtbar, weshalb auf eine schlechte Modellqualität geschlossen werden muss. (b)+(c) Als Transmitter wird ein einfacher magnetischer Dipol verwendet. Diesmal weisen die Magnetfelder einen erwartungsgemäß fließenden Verlauf auf.

das Modell eine schlechte Qualität besitzt (sichtbar an den „Flecken“ im unteren Modellbereich), obwohl ein extrem feines Gitter verwendet wird, das zur Auswertung eine Berechnungszeit von über 20 Stunden an einem Standardcomputer beansprucht. Zusätzlich zeigen die berechneten ECa-Werte nicht erklärable Ergebnisse, die je nach Gitterqualität extrem variieren (Werte zwischen 0 mS/m bis zu mehreren 100 mS/m werden als scheinbare Leitfähigkeit angegeben, obwohl 20 mS/m der korrekte Wert ist).

Auf Grund dieser schlechten ECa-Werte und des hohen Rechenaufwands wird die physikalische Spule wie bei den restlichen Modellierungstools durch einen magnetischen Dipol ersetzt. Die resultierenden Magnetfelder sind in Abbildung 3.7 (b) für ein kugelförmiges Modell und in Abbildung 3.7 (c) für ein quaderförmiges Modell logarithmisch dargestellt (Einheit ist Ampere pro Meter). Die zugehörigen ECa-Werte entsprechen deutlich eher den erwarteten Werten von ungefähr 20 mS/m (Ergebnisse der COMSOL-Simulation werden in Kapitel 4 gezeigt). Außerdem verringert sich die Berechnungszeit für die Modelle deutlich auf zirka zwei Minuten, wenn die Spule als magnetischer Dipol realisiert wird, da vorher ein sehr feines Gitter für die Modellierung der Spule eingesetzt wurde und eine feine Gitterstruktur mit langen Berechnungszeiten einhergeht.

Hinsichtlich der Komplexität der COMSOL-Modelle und der verbesserten Modellqualität, die durch den Einsatz eines magnetischen Dipols anstelle eines Hohlzylinders als Spule erreicht werden, werden in einem separaten Kapitel (siehe Kapitel 4)

Faktoren, die einen Einfluss auf die resultierenden scheinbaren Leitfähigkeiten nehmen könnten, genauer analysiert. Dadurch sollen die Faktoren bestimmt werden, die besonders ausschlaggebend für die Simulationsergebnisse sind.

Bevor in Kapitel 3.2 eine Gegenüberstellung der betrachteten Modellierungstools erfolgt, wird eine mögliche Verwendung von Matlab zur Modellsteuerung und -erzeugung in COMSOL erläutert.

Damit Simulationen mit Modellen durchgeführt werden können, die sich nur geringfügig verändern, bietet COMSOL eine Client/Server-Architektur an, über die COMSOL mit Matlab verbunden werden können. Die COMSOL-Modellierungen können in `.m`-Dateien³ beschrieben und gestartet werden, wodurch die Simulation in COMSOL ausgeführt wird. Die Tabellen aus COMSOL, in denen die Simulationsergebnisse gespeichert werden, können auf diese Weise direkt über Matlab ausgelesen werden, sodass keine Textdateien zur Zwischenspeicherung der Messwerte benötigt werden.

Statt geringfügig unterschiedliche Modelle über die COMSOL-Benutzeroberfläche manuell aufzubauen, empfiehlt es sich, zunächst eine Art Grundmodell der Analyse über die Benutzeroberfläche von COMSOL aufzubauen. Dieses Modell kann im nächsten Schritt als `.m`-Datei gespeichert werden. Die so entstehende Datei kann in Matlab geöffnet werden und enthält alle Komponenten des Modells. Diese Komponenten können anschließend über Matlab automatisiert variiert werden, sodass ein neues spezifischeres Modell entsteht, das ausgewertet werden kann.

Eine weitere Möglichkeit zur automatisierten Modellerzeugung besteht darin, das aufgebaute Modell als `.mph`-Datei⁴ zu speichern und diese Datei direkt in Matlab zu laden. Das in der Datei gespeicherte Modell kann ebenfalls komponentenweise manipuliert und die zugehörige Berechnung ausgeführt werden.

3.2 Vergleich der Modellierungstools

In diesem Kapitel sollen die Unterschiede sowie die Vor- und Nachteile der Modellierungstools aufgeführt werden. Ein grober Überblick wird in Tabelle 3.8 gegeben.

³Matlab-Dateien werden in `.m`-Dateien gespeichert.

⁴Ein Modell, das in COMSOL erzeugt wird, wird als `.mph`-Datei gespeichert.

Tabelle 3.8: Vergleich der Modellierungstools

| Tool | Vorteile | Nachteile | GUI | Kosten |
|--------|---|---|------|----------|
| Leroi | Perfektes 1D-Modell; Sehr genaue Ergebnisse | Keine 2D-Strukturen | Nein | 0 € |
| Marco | 1D- und 3D-Modellierung; Sehr genaue Ergebnisse | Prismen mind. 1m dick; Lange Berechnungszeiten bei kleinen Zellen | Nein | 0 € |
| Loki | Freie 3D-Modellierung | Gitter selbst aufbauen; Sehr schlechte Ergebnisse bei geringen Bodentiefen | Nein | 0 € |
| COMSOL | 1D-, 2D-, 3D-Modellierung möglich | Softwarekenntnisse erforderlich; Ergebnisse stark abhängig von Gitter und Modellgröße | Ja | > 4000 € |

Leroi

Der große Vorteil von Leroi sind die extrem genauen Modellierungsergebnisse für eindimensionale Bodenstrukturen. Außerdem sind die Textdateien, durch die das Modell aufgebaut wird, einfach strukturiert. Leroi kann zwar zur mehrdimensionalen Vorwärtsmodellierung eingesetzt werden, allerdings müssen hierfür mehrere eindimensionale Modelle zusammengesetzt werden, wodurch eine zweidimensionale Struktur entsteht. Das Problem an dieser Methode ist, dass die einzelnen eindimensionalen Modelle unabhängig voneinander einen Boden modellieren, der in der Realität mehrdimensional strukturiert ist und bei dem starke Abhängigkeiten bezüglich der Materialschichtungen besteht.

Marco

Mit dem Modellierungstool Marco können mehrdimensionale Bodenstrukturen sehr genau simuliert werden. Um ein zweidimensionales Bodenmodell zu erstellen, werden Prismen eingesetzt, die eine sehr große Ausdehnung in der Nord-Süd-Richtung besitzen. Die Ergebnisse dieser Modellierungen sind denen aus Leroi sehr ähnlich,

wodurch auf eine hohe Modellqualität geschlossen werden kann. Das große Problem bei Marco besteht in der Limitierung der Prismendicke, die mindestens einen Meter betragen muss. Diese Limitierung verhindert die Modellierung von oberflächennahen Leitfähigkeitsänderungen, sodass Marco für weitere Analysen nicht geeignet ist. Außerdem sind die Berechnungszeiten für sehr genaue Modellierungen mit mehreren Minute zu groß für eine Inversion.

Loki

Als Vorteil bei Loki kann die freie dreidimensionale Bodenmodellierung angesehen werden. Allerdings eignet sich das Tool offenbar nicht für die Modellierung von Böden kleiner Dimensionen und von kleinen Spulenabständen.

Der Aufbau des Gitters, über das Loki die Magnetfelder berechnet, muss vom Nutzer selbst vorgenommen werden und stellt einen weiteren Nachteil dar, denn über die Gitterqualität erhält der Nutzer keine Informationen. Außerdem gibt es keine grafische Darstellung des erstellten Gitters, die die Gittererstellung vereinfachen würde.

COMSOL

COMSOL bietet die Möglichkeit, beliebige Bodenmodelle grafisch zu erstellen. Das ermöglicht vor allem ein intuitives Modellieren. Zusätzlich kann das Gitter, über das das gesamte Modell diskretisiert wird, automatisch erstellt werden, sodass sich das Gitter an die physikalischen Gegebenheiten anpasst. Da der Einfluss der verschiedenen Modelleigenschaften, wie zum Beispiel der Gittereigenschaften und der Gesamtgröße der Modells, noch nicht nachvollzogen werden kann, wird die Einflussnahme dieser verschiedenen Modellparameter bezogen auf COMSOL im Kapitel 4 genauer analysiert. Außerdem sind die restlichen Modellierungstools auf Grund ihrer jeweiligen Eigenschaften nicht geeignet, um besonders oberflächennahe Änderungen an den Modellen vorzunehmen.

Ein positiver Aspekt bei allen vier Modellierungstools ist die Möglichkeit der Erstellung von Modellen über Skripte. Bei Leroi, Marco und Loki können die Textdateien, die zur Modellbildung genutzt werden, mit den wichtigsten Modellparametern automatisch erstellt und variiert werden, während bei COMSOL eine direkte Schnittstelle zu Matlab genutzt werden kann, um die Modelle automatisiert zu

erstellen. Dadurch können die Ergebniswerte für alle Programme automatisch für mehrere verschiedene Modelle überprüft werden.

4 Parameterstudie

In diesem Kapitel werden die Parameter, die in COMSOL Einfluss auf die Ergebniswerte haben, genauer analysiert. Dabei liegt der Fokus auf der Gitterqualität des Modells, auf der verwendeten Modellform und schließlich auf der Gesamtgröße des Modells. Im abschließenden Kapitel 4.4 wird die Wirkung von kleinen Änderungen innerhalb der Bodenstruktur auf die ECa-Werte untersucht.

Abbildung 4.1 zeigt den Aufbau der verschiedenen Bodenmodelle, die zur Analyse eingesetzt werden. Die Untersuchungen innerhalb der Kapitel beziehen sich jeweils auf eines dieser angezeigten Modelle. Der prinzipielle Aufbau des Bodens ist bei

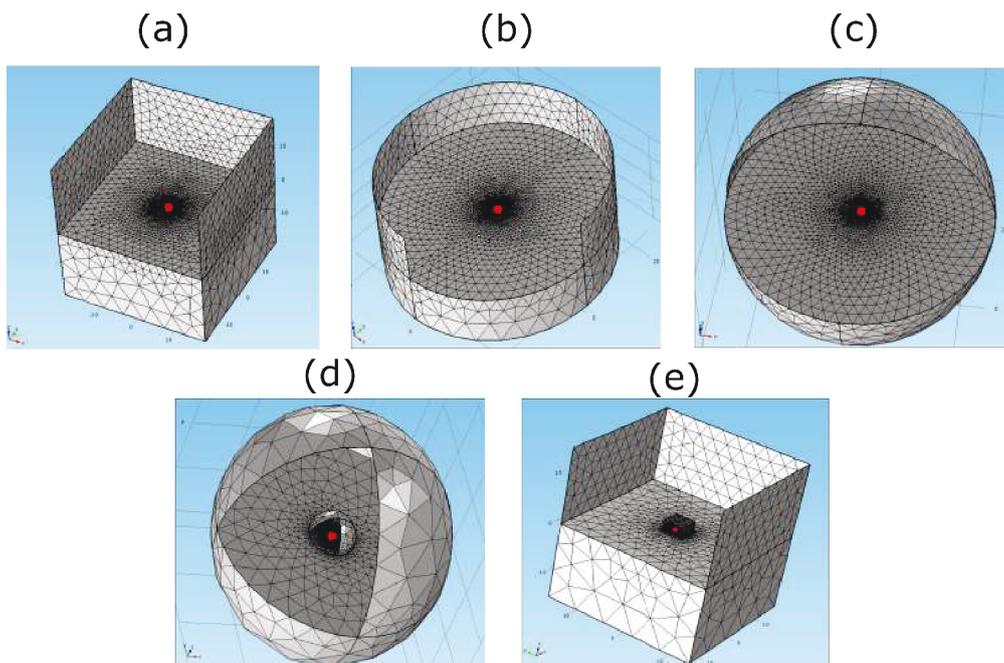


Abbildung 4.1: Aufbau der verschiedenen Modelle, die zur Analyse der Parameter verwendet werden. Angezeigt werden die Gitter, durch die der Boden diskretisiert wird. Der rote Punkt verdeutlicht die Position des magnetischen Dipols.

allen Modellen identisch. Die untere Hälfte des Modells stellt den Boden dar, der

eine Leitfähigkeit von 20 mS/m besitzt, während die obere Hälfte den Luftbereich mit einer extrem geringen Leitfähigkeit abbildet. Außerdem wird die Spule, wie bereits in Kapitel 3.1.4 erläutert, durch einen magnetischen Dipol simuliert und befindet sich zentriert an der Schnittstelle von Boden und Luft.

Um die Ergebnisse zu beurteilen, wird neben den resultierenden ECa-Werten das Verhältnis vom sekundären zum primären Magnetfeld $\left(\frac{H_s}{H_p}\right)$ betrachtet. Diese Relation sollte ungefähr dem analytischen Wert aus der McNeill-Gleichung (2.2) entsprechen. Zur Bewertung der ECa-Werte der COMSOL-Modelle wurde das gleiche Bodenmodell in Leroi simuliert, da Leroi die genauesten Ergebnisse für horizontale Bodenstrukturen liefert.

Bei allen Simulationen wird ein Spulenabstand von 0.2 Metern bis 1.2 Metern mit 1 cm-Schritten eingesetzt, sodass insgesamt 101 ECa-Werte zur Auswertung bereitstehen.

4.1 Gitterelemente vs. Genauigkeit

In diesem Kapitel werden die Auswirkungen der Gitterqualität auf die Simulationsergebnisse untersucht. Für die erste Analyse wird das Modell (d) aus Abbildung 4.1 verwendet. In diesem Modell werden zwei Kugeln zur Bodenmodellierung eingesetzt. Hierbei hat die äußere Kugel einen Radius von 25 Metern und die innere Kugel einen Radius von 2 Metern. Dieser Aufbau ermöglicht es, die Gitterqualität der inneren Kugel separat vom Gitter der äußeren Kugel zu variieren. Die Gittereinstellungen der äußeren Kugel und die des Dipols bleiben für diesen Versuch unverändert. So kann untersucht werden, welchen Einfluss ein feines Gitter in der Nähe des Dipols auf die ECa-Werte nimmt.

Abbildung 4.2 zeigt die Ergebnisse aus der Simulation unter Verwendung vordefinierter Gitterqualitäten - COMSOL ermöglicht es, das Gitter basierend auf vordefinierten Einstellungen zu erzeugen - für die innere Kugel. Für die scheinbaren Leitfähigkeiten zeichnet sich der Trend ab, dass bei einem feinen Gitter deutlich weniger Schwankungen im Abstand von 0.2 Metern bis 0.6 Metern vom Dipol entfernt auftreten. Wird für die innere Kugel ein extrem grobes Gitter verwendet (rote Linie), beläuft sich die Berechnungszeit auf 30 Sekunden bei insgesamt 60390 finiten Elementen. Für das extrem feine Gitter (magenta Linie) mit insgesamt 92125 Elementen werden 47 Sekunden für die Berechnung benötigt. Die Ergebniswerte

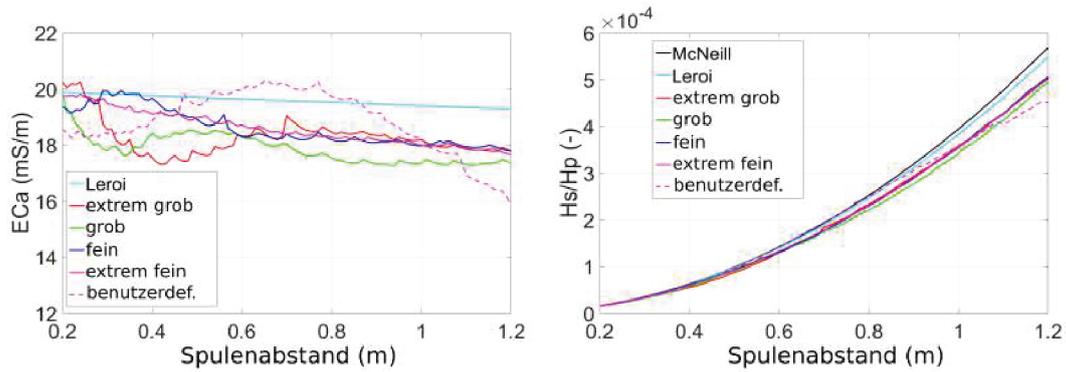


Abbildung 4.2: Messdaten erzeugt mit Modell (d) aus Abbildung 4.1. Vergleich verschiedener vordefinierter Gitterqualitäten (von extrem grob bis extrem fein) für die innere Kugel.

für das feine Gitter nähern sich im Transmitter-nahen Bereich bis zu einer Entfernung von 0,6 m deutlich mehr an die erwarteten Werte an als die rote Kurve des extrem groben Gitters. Daher ist im Folgenden die Annahme zu prüfen, ob durch ein immer feineres Gitter eine beliebig hohe Genauigkeit (unter wachsender Berechnungszeit) erreicht werden kann. Dafür wurden die Einstellungen für das Gitter in COMSOL manuell eingetragen. Bei der insgesamt 409994 Elemente umfassenden Simulation (gestrichelte Linie) weichen die ECa -Werte trotz 227 Sekunden Berechnungszeit vor allem für die größeren Spulenentfernungen von mehr als 1 m stark von den erwarteten Werten ab. Außerdem ist der parabelförmige Verlauf der Kurve physikalisch nicht nachvollziehbar, weshalb darauf geschlossen werden muss, dass bei der Berechnung verstärkt numerische Ungenauigkeiten auftreten.

Für die Magnetfelder fallen die sichtbaren Unterschiede zwischen den Modellen geringer aus. Bis auf das selbst definierte Gitter, dessen $\frac{H_s}{H_p}$ -Verhältnis einen erkennbar unruhigen Verlauf aufweist, verhalten sich die Kurvenverläufe ähnlich wie die analytische Lösung von McNeill (schwarze Kurve). Trotzdem beträgt der relative Fehler der Magnetfeldverhältnisse bei einem Spulenabstand von 1,2 m ungefähr 9 % von McNeill zu den simulierten Daten (mit Ausnahme des selbst definierten Gitters, bei dem ein größerer Fehler sichtbar ist). Aus diesen Ungenauigkeiten resultieren die abweichenden Werte für die scheinbare elektrische Leitfähigkeit. Für die nächste Analyse bezüglich der Gitterqualität wird das Gitter unmittelbar um den magnetischen Dipol herum geändert. Radius und Gittereinstellungen der in-

4 Parameterstudie

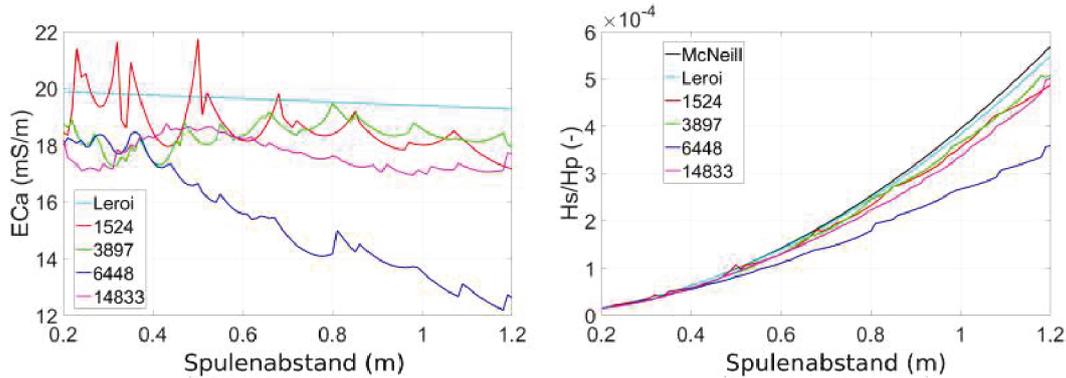


Abbildung 4.3: Messdaten erzeugt mit Modell (d) aus Abbildung 4.1. Vergleich verschiedener Einstellungen für die Gittergröße direkt um den Dipol herum. Die Werte aus der Legende geben an, wie viele finite Elemente innerhalb der inneren Kugel verwendet werden.

neren und äußere Kugel bleiben hierbei gleich.

Die Ergebnisse der Modellierung, die in Abbildung 4.3 dargestellt sind, zeigen deutliche Unterschiede je nach Feinheit des Gitters. Der Verlauf der Ergebniskurven lässt keine Korrelation bezüglich der Gitterelemente und der Ergebnisqualität erkennen. Beispielsweise sinkt die blaue E_{Ca}-Kurve, die die Ergebnisse unter Einsatz von 6448 Elementen innerhalb der inneren Kugel zeigt, bei einem Abstand von 1.2 Metern auf einen E_{Ca}-Wert von ungefähr 13 mS/m ab, während die grüne Kurve (1524 Elemente) deutlich näher an der erwarteten türkisen Kurve verläuft. Das zeigt sich ebenfalls beim Verlauf der Magnetfeldverhältnisse im rechten Bild, bei dem sich die blaue Kurve merklich von den anderen absetzt.

Wie bei der vorherigen Simulation zeichnet sich ebenfalls ein ruhigerer Kurvenverlauf bei der Verwendung von mehr Elementen ab, der allerdings nicht zu besseren Ergebnissen führt. Die verschiedenen Kurvenverläufe ermöglichen es zudem nicht, eine Grenze für die Anzahl an zu verwendenden Gitterelementen anzugeben, ab der die Ergebnisse schlechter werden.

Für die letzte Untersuchung wird Modell (c) aus Abbildung 4.1 eingesetzt, bei dem die innere Kugel entfernt wurde und der Radius der äußeren Kugel auf 30 m festgelegt ist. Die Gittereinstellungen direkt am Dipol bleiben für alle Modellierungen identisch, während die Einstellungen für die Kugel variieren. Mit diesem Modell soll überprüft werden, welchen Einfluss das Gitter bei größerer Entfernung zum Dipol auf die E_{Ca}-Kurven nimmt. Die resultierenden Kurven aus Abbildung 4.4 weisen

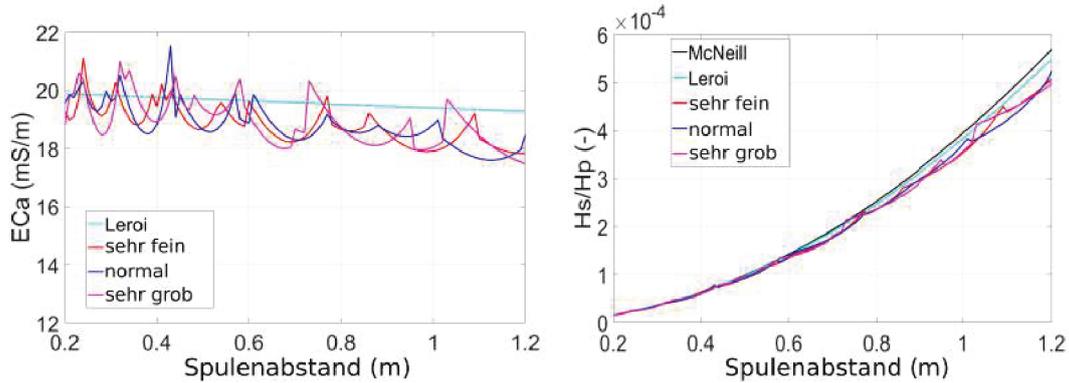


Abbildung 4.4: Messdaten erzeugt mit Modell (c) aus Abbildung 4.1. Vergleich verschiedener Gittergrößen für die Kugel. Die Kurvenbeschriftungen beziehen sich auf die in COMSOL vordefinierten Gittereinstellungen.

alle einen ähnlichen fluktuierenden Verlauf auf. Obwohl bei der größten Gitterstruktur lediglich 7758 Elemente für das gesamte Modell definiert werden und die Auswertungszeit bei 6 Sekunden liegt (rosa Kurve), sind die Werte ähnlich genau wie für ein Gitter, das aus 222386 Elementen besteht und insgesamt 103 Sekunden zur Berechnung beansprucht (rote Kurve). Folglich hat die Gitterqualität der äußeren Kugel keinen besonderen Einfluss auf die resultierenden ECa-Werte, sodass ihr Gitter grob gewählt werden kann. Dies kann zusätzlich am relativen Fehler

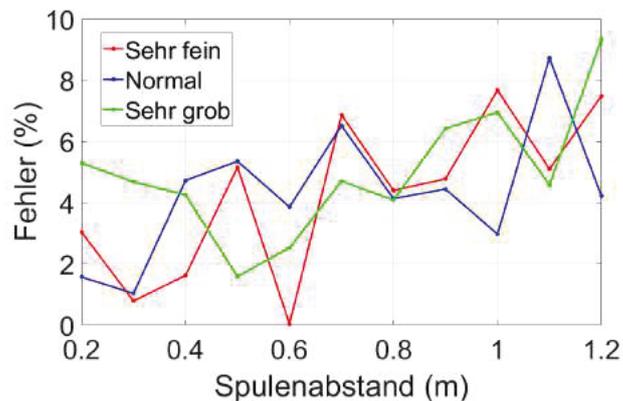


Abbildung 4.5: Relativer Fehler bei unterschiedlichen Gittereinstellungen für die Kugel. Die Fehler wurden basierend auf den Werten aus Abbildung 4.4 berechnet.

der modellierten ECa-Werte zum Leroi-Modell nachvollzogen werden, der in Ab-

bildung 4.5 dargestellt ist. An dem Verlauf des Fehlers ist erkennbar, dass dieser mit zunehmender Entfernung vom magnetischen Dipol zunimmt, was bereits aus den Leitfähigkeitskurven der vorherigen Abbildungen ersichtlich wurde.

4.2 Modellform vs. Genauigkeit

Innerhalb dieses Kapitels wird der Einfluss der Modellform auf die Ergebniswerte analysiert. Im Wesentlichen werden die Modelle (a)-(c) aus Abbildung 4.1 für diese Simulationen eingesetzt. Die Gittereinstellungen sind unabhängig von der Modellform für alle Modellierungen identisch, um eine Vergleichbarkeit zu erzeugen. Gleichzeitig wird die maximale Größe der jeweiligen Modellformen durch die festgelegten Gittereinstellungen begrenzt, da bei einer Überschreitung die automatische Gittererzeugung in COMSOL Fehler verursacht. Diese Grenze für das größtmögliche Modell bei festgelegten Gittereinstellungen wird von COMSOL jedoch nicht angegeben, sodass durch ein iteratives Vorgehen eine Annäherung an diese maximale Modellgröße verwendet.

Neben der ungefähren maximalen Größe für die verschiedenen Formen bei festen Gittereinstellungen wurden außerdem Modelle mit kleinerer Dimension gewählt (für die Kugel zum Beispiel Radien von 10 m bis 25 m). Dadurch wird sowohl der Einfluss der Modellform als auch der Einfluss der Modellgröße auf die ECa-Werte ersichtlich. In Abbildung 4.6 (a) werden zunächst die Ergebnisse für die normale Kugel gezeigt. Dafür wird Modell (c) aus Abbildung 4.1 verwendet, wobei der Radius von 10 m bis 25 m variiert. An den Simulationsergebnissen ist deutlich zu erkennen, dass die ECa-Kurve für einen 10 m großen Radius für steigenden Tx-Rx-Abstand stärker abfällt als für große Radien. Bei 1.2 m Entfernung beträgt die Differenz zwischen roter Kurve und magenta Kurve mehr als 3.5 mS/m und mehr als 5 mS/m zwischen roter und türkiser Kurve, die die Ergebnisse der Leroi-Simulation zeigt. Für den größtmöglichen Radius von 25 m verlaufen die Messwerte hingegen näher an der bestmöglichen Kurve, wobei die Differenz ebenfalls mit wachsendem Tx-Rx-Abstand steigt.

Die Diagramme (b) und (c) aus Abbildung 4.6 zeigen die Ergebnisse bei der Verwendung eines Zylinders. Für (b) wird der Radius des Zylinders auf 10 m festgelegt, während die Höhe geändert wird. Wie bei der Kugel zeigt sich, dass die ECa-Kurven für größere Modelle einen Verlauf annehmen, der näher an die Leroi-

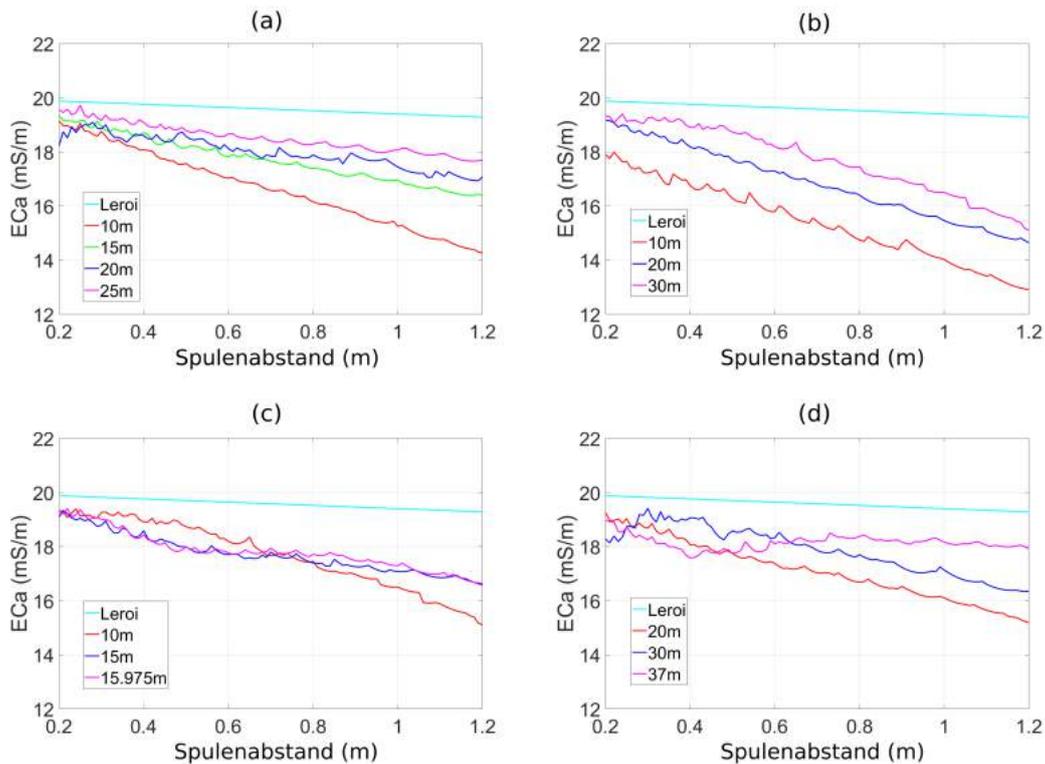


Abbildung 4.6: (a) Messdaten erzeugt mit Modell (c) aus Abbildung 4.1. Radius der Kugel variiert von 10 m bis 25 m. (b) Messdaten erzeugt mit Modell (b) aus Abbildung 4.1. Radius ist festgesetzt auf 10 m, die Höhe des Zylinders variiert von 10 m bis 30 m. (c) Messdaten erzeugt mit Modell (b) aus Abbildung 4.1. Höhe ist festgesetzt auf 30 m, Radius des Zylinders variiert. (d) Messdaten erzeugt mit Modell (a) aus Abbildung 4.1. Kantenlänge des Quaders variiert.

Ergebnisse grenzt. Trotzdem sind die Ergebnisse für große Spulenabstände stark verschieden zur türkisen Kurve.

Aus diesem Grund wird für (c) der Radius verändert, während die Höhe des Zylinders auf 30 m gesetzt wird, da bei dieser Höhe die vergleichsweise besten Ergebnisse in (b) erreicht werden. Hier zeigt sich erneut, dass die Messwerte für größer werdende Spulenabstände (ab zirka 0,8 m) bei größeren Radien besser werden und weniger stark abfallen. Für die geringeren Distanzen im Bereich von 0,3 m bis 0,65 m sind die ECa -Werte des kleinsten Zylinders jedoch näher an den Leroi-Werten, sodass angenommen werden muss, dass ein größeres Modellvolumen nicht automatisch zu besseren ECa -Werten führt. Im Allgemeinen weisen die Kurvenverläufe der Zylind-

dermesswerte niedrigere Genauigkeiten als die bisherigen Modelle auf, weshalb die Zylinderform im Folgenden nicht weiter betrachtet wird.

Die letzte zu analysierende Modellform ist ein einfacher Quader (siehe (a) aus Abbildung 4.1). Die entsprechenden Ergebnisse sind in (d) aus Abbildung 4.6 abgebildet. Genau wie bei den anderen Modellformen ist eine Abhängigkeit der ECa-Werte von der Gesamtmodellgröße sichtbar. Für den größten Quader mit einer Kantenlänge von 37 m verläuft die Kurve ab einem Spulenabstand von 0.7 m abgesehen von kleinen Schwankungen annähernd parallel zur Leroi-Kurve. Dafür ist bis 0.4 m Abstand ein deutlicher Abfall der Kurve mit anschließender Steigung zu verzeichnen, der physikalisch nicht erklärbar ist. Trotzdem ist der Quader bei ausreichender Dimensionierung geeignet für weitere Untersuchungen. In Ab-

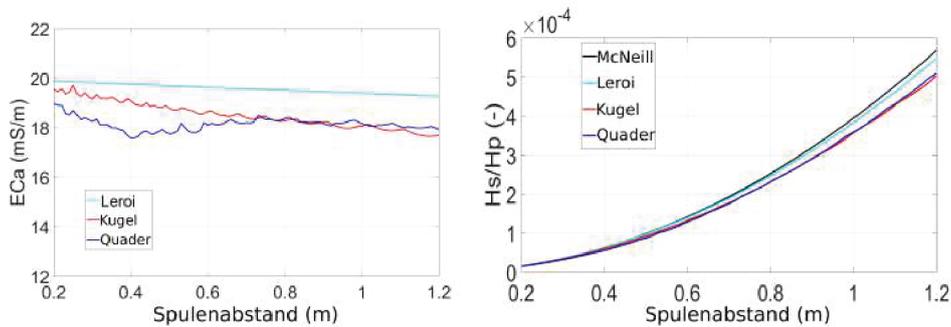


Abbildung 4.7: Vergleich des genauesten Quaders (Kantenlänge 37 m) mit der genauesten Kugel (Radius 25 m).

bildung 4.7 ist die Kurve des genauesten Kugelmodells der Kurve des genauesten Quadermodells gegenübergestellt. Für die Spulenentfernungen von 0.7 m bis 1.2 m verhalten sich die ECa-Werte für beide Modelle sehr ähnlich (linkes Bild), während bei den kürzeren Distanzen bessere Ergebnisse durch die Kugel (rote Kurve) erreicht werden. Beim Verhältnis vom sekundären zum primären Magnetfeld lassen sich für beide Kurven untereinander keine signifikanten Unterschiede feststellen und der Fehler zur Leroi-Kurve liegt bei rund 5 % bei 1.2 m Spulenabstand.

Der relative Fehler zwischen den ECa-Werten von Quader- und Kugelmodell zu den Leroi-Werten sind in Abbildung 4.8 dargestellt. An dieser Abbildung wird der deutliche Abfall der Quaderergebnisse (blaue Kurve) bis zu einem Abstand von 0.7 m besonders deutlich. Der Fehler überschreitet bei etwa 0.4 m die 10 %, fällt danach hingegen wieder ab. Für die Kugel wird ein nahezu linearer Anstieg des Fehlers bei steigender Entfernung erkennbar, was bereits an der ursprünglichen

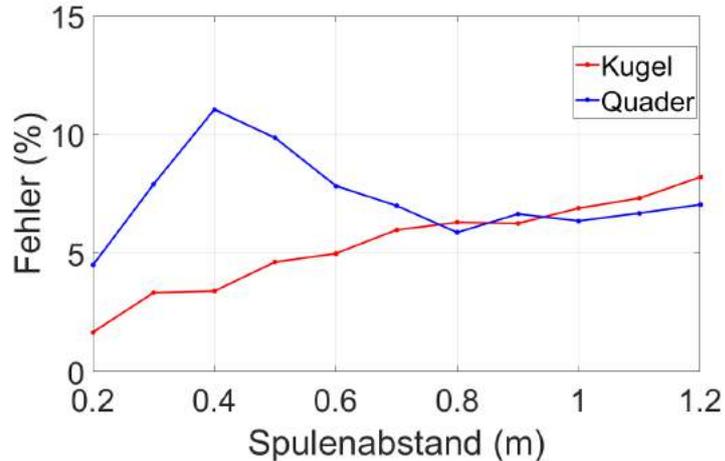


Abbildung 4.8: Relative Fehler bezogen auf die scheinbaren Leitfähigkeiten, die aus den Leroi-Daten berechnet wurden. Die ECa-Werte der COMSOL-Modelle entstammen den Daten aus Abbildung 4.7.

ECa-Kurve (rot) aus Abbildung 4.7 ersichtlich wird.

Abschließend kann zusammengefasst werden, dass die Modellform einen Einfluss auf die ECa-Werte nimmt. Vor allem die Kugel und der Quader erreichen bei ausreichenden Dimensionen vergleichsweise genaue Simulationsergebnisse. Trotzdem sind diese Genauigkeiten noch zu gering, um einen homogenen Bodenbereich zuverlässig zu simulieren. Als weitere Erkenntnis kann die Abhängigkeit der Simulationsergebnisse vom Spulenabstand genannt werden, die bereits in Kapitel 4.1 angesprochen wurde. Dabei sind die Ergebnisse für geringe Spulenabstände unabhängig von der verwendeten Modellform deutlich genauer.

4.3 Modellgröße vs. Genauigkeit

Da im letzten Kapitel eine starke Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von der verwendeten Modellgröße festgestellt wurde, wird diese im Folgenden weiter untersucht. Zur Modellierung werden die Modelle (d) und (e) aus Abbildung 4.1 eingesetzt. Durch die Verwendung der inneren Objekte (Kugel bzw. Quader) wird erreicht, dass das Gitter direkt am Dipol nicht verändert wird. So kann die Größe des äußeren Objektes geändert werden, ohne dass die Strukturen direkt am Dipol verändert werden, wodurch eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse sichergestellt wird. Für die erste Analyse wird die Kugel mit variierendem Radius eingesetzt

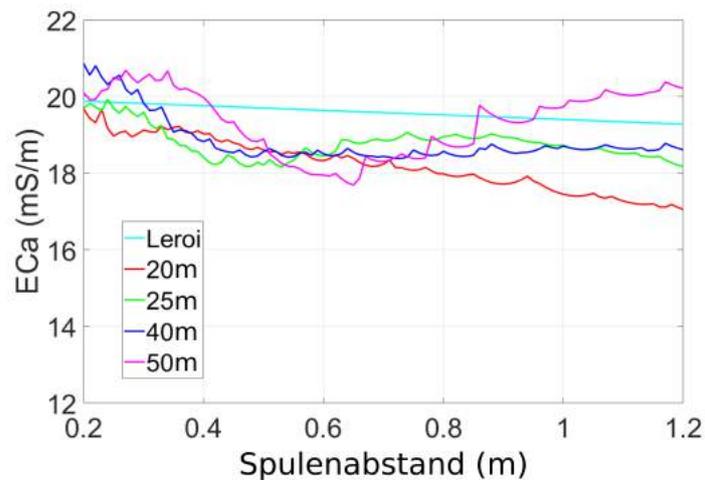


Abbildung 4.9: Vergleich verschiedener Radien unter Verwendung einer Kugel. Zusätzlich wird eine innere zweite Kugel eingesetzt, deren Radius auf 2 m festgelegt ist.

(siehe Abbildung 4.9). Dabei wird deutlich, dass sich die Simulationsergebnisse bereits für die kurzen Distanzen bis zirka 0.5 m unterscheiden. Nachdem die Kurven bei 0.6 m Tx-Rx-Abstand kurz ähnliche ECa-Werte annehmen, nimmt die Abweichung anschließend erneut zu. Bei dieser Simulation lässt sich trotz deutlichen Größenunterschieden kein qualitativ bestes Modell bestimmen. Vor allem an dem parabelähnlichen Verlauf des größten Modells (magenta Kurve) werden die Auswirkungen von fehlerhaften Berechnungen deutlich, da der zwischenzeitliche Abfall keine sinnvollen Simulationsergebnisse darstellt. Die Ergebnisse, die bei Verwendung der Kugel entstehen (siehe Abbildung 4.10), weisen noch stärkere Schwankungen auf. Während die kleineren Modelle (rote und grüne Kurve) vergleichsweise genaue Ergebnisse liefern, zeigen die großen Modelle offensichtliche Berechnungsfehler. In diesen Simulationen konnte daher nicht nachgewiesen werden, dass eine Vergrößerung des verwendeten Modells zu einer Verbesserung der Simulationsergebnisse führt. Die wahrscheinlichste Ursache für diese willkürlichen Messergebnisse stellt das verwendete Gitter dar. Kriterien für die bestmögliche Wahl eines Gitters konnten nicht gefunden werden.

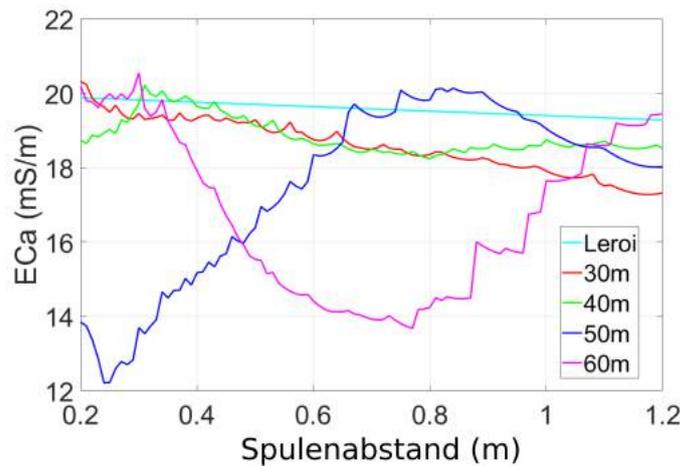


Abbildung 4.10: Vergleich verschiedener Kantenlängen unter Verwendung eines Quaders. Zusätzlich wird ein innerer Quader definiert, dessen Kantenlänge auf 4 m festgelegt ist.

4.4 Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalyse dient dazu, die Auswirkungen von Änderungen innerhalb des Modells auf die Ergebniswerte zu analysieren. Als Grundlage dient das Modell aus [Gui16], bei dem ein $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ großer Quader an verschiedene Positionen gesetzt wurde. Für die Analyse mit COMSOL wurde der Modellaufbau abgeändert, um zu verhindern, dass das Gitter die Ergebnisse für die unterschiedlichen Quaderpositionen beeinflusst (siehe Abbildungen 4.11 und 4.12). In diesem Kapitel wird zunächst die Auswirkung bei einer horizontalen Leitfähigkeitsänderung gezeigt, wonach eine vertikale Leitfähigkeitsuntersuchung anschließt. Der Aufbau in der xz -Ebene für die horizontale Analyse kann der Abbildung 4.11 links entnommen werden (das eigentliche Modell ist dreidimensional; die Abbildung soll eine vereinfachte Darstellung bieten).

Für die Modellierung wird eine $20 \times 20 \times 20 \text{ m}^3$ große Umgebung in Form eines Quaders gewählt, wobei die untere Hälfte des Quaders dem Boden mit einer Leitfähigkeit von 10 mS/m entspricht. Der Transmitter befindet sich genau in der Mitte des Quaders und im Abstand von 0.25 m von diesem werden die Magnetfelder gemessen. Außerdem befinden sich insgesamt sieben $0.3 \times 0.3 \times 0.3 \text{ m}^3$ große Testquader in 0.3 m Tiefe im Boden. Diesen wird der Reihe nach eine Leitfähigkeit von 50 mS/m zugewiesen, während die restlichen sechs Blöcke ebenfalls die

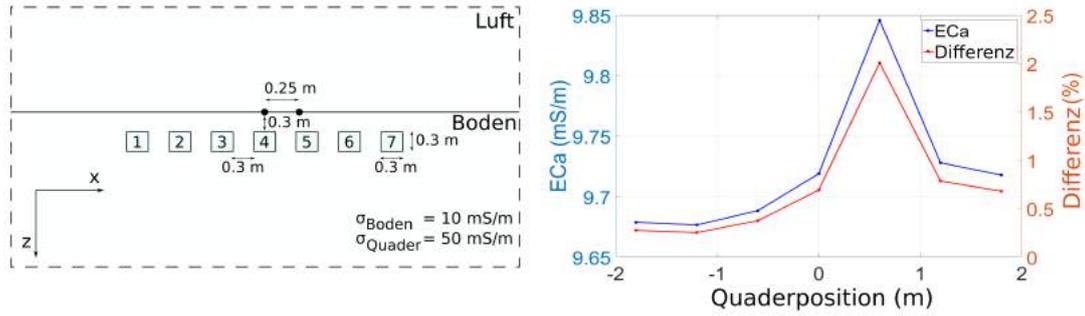


Abbildung 4.11: Auswertung der Reaktion des Modells auf Änderungen der Leitfähigkeiten in der Horizontalen. Den Blöcken 1 bis 7 wird abwechselnd eine Leitfähigkeit von 50 mS/m zugewiesen, während die anderen Blöcke jeweils die gleiche Leitfähigkeit wie der Boden (10 mS/m) haben. Das Modell besteht aus einem großen Quader (20 x 20 x 20 m³) und 7 kleinen Blöcken (0.3 x 0.3 x 0.3 m³). Der magnetische Dipol befindet sich mittig im gesamten Modell auf Position (0;0;0). Im rechten Bild wird der Einfluss auf die ECa-Werte gezeigt.

gleiche Leitfähigkeit wie der Boden haben. Erwartet wird somit, dass die Auswirkungen auf die ECa-Werte besonders dann sichtbar werden, wenn die Blöcke nah am Receiver eine erhöhte Leitfähigkeit aufweisen. Dieses Verhalten wird im rechten Teil der Abbildung 4.11 bestätigt. Die ECa-Werte steigen im Bereich des Empfängers an, auch wenn der Unterschied zum Modell, in dem alle sieben Blöcke eine 10 mS/m-Leitfähigkeit besitzen, mit maximal 2 % gering ausfällt. Andererseits ist das Volumen der kleinen Quader im Vergleich zum Volumen des großen Umgebungsquaders vergleichsweise sehr gering, sodass diese kleine ECa-Änderung durchaus begründet ist.

In der zweiten Analyse wird das Modell geringfügig geändert, indem die Blöcke nun nicht mehr nebeneinander sondern untereinander positioniert werden (siehe Abbildung 4.12). Bei diesem Simulationsaufbau wird erwartet, dass die ECa-Werte größer werden, wenn die oberflächennahen Blöcke eine erhöhte Leitfähigkeit besitzen. Dies wird durch die Simulationsergebnisse bedingt bestätigt. Für den obersten Quader ergibt sich ein höherer ECa-Wert als für die restlichen Konfigurationen, was dadurch begründet wird, dass bei dem geringen Spulenabstand von 0.25 m nur oberflächennahen Änderungen wahrgenommen werden. Bereits ab dem zweiten Quader sieht man, dass der Unterschied im Vergleich zum homogenen Bodenmodell fast 0 % beträgt.

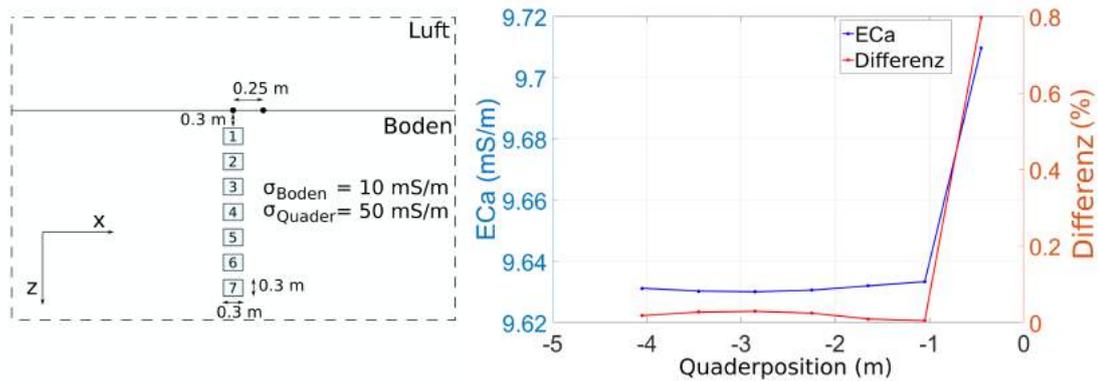


Abbildung 4.12: Auswertung der Reaktion des Modells auf Änderungen der Leitfähigkeiten in der Vertikalen. Der Aufbau ist identisch zu dem aus Abbildung 4.11, diesmal sind die Blöcke jedoch mit einem Abstand von 0.3 m untereinander platziert. Im rechten Bild wird der Einfluss auf die ECa-Werte gezeigt.

Bei allen Simulationen besteht das gesamte Modell aus insgesamt 62982 Elementen, wobei alle sieben Blöcke jeweils ungefähr 830 Elemente umfassen. Diese Einstellungen wurden vorgenommen, um das Gitter der kleinen Blöcke nicht zu unterschiedlich zum Gitter der äußeren Umgebung zu wählen, da ein zu großer Unterschied eine mögliche Ursache für schlechte Simulationsergebnisse sein kann, was bereits in Kapitel 4.3 erwähnt wird.

Mit diesen Simulationen kann gezeigt werden, dass COMSOL durchaus zuverlässig auf Änderungen im Modell reagiert und nachvollziehbare Ergebnisse liefert.

5 Fallstudie

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse eines realen Feldexperimentes mit den Ergebnissen eines COMSOL-Modells verglichen. Der Aufbau des Feldversuches kann der Abbildung 5.1 entnommen werden. Bei dem Versuch sollte die Messgenauigkeit



Abbildung 5.1: (a) Ein mit Wasser befüllter Pool. Auf der Oberfläche befinden sich die Spulen. (b) Die vordere Spule erzeugt das primäre Magnetfeld, die folgenden drei Spulen können das Gesamtmagnetfeld messen. Für das vorgestellte Experiment wurde nur die zweite Spule zur Messung verwendet. Bildquelle: [Mes14]

und die Stabilität des entwickelten EMI-Systems überprüft werden [Mes14]. Durch die Verwendung des wassergefüllten Pools, der eine bekannte homogene elektrische Leitfähigkeit von 50 mS/m aufweist, können die Ergebnisse leicht kontrolliert werden. Des Weiteren besitzt der Untergrund eine Leitfähigkeit von 10 mS/m. Für den Spulenabstand wird eine Entfernung von 0.3 m gewählt, sodass gemäß McNeill [McN80] 85 % des gemessenen Volumens aus dem Pool entstammen. Daher verringert sich der erwartete ECa-Wert von 50 mS/m auf ungefähr 41 mS/m [Mes14]. Bei den Feldmessungen wurde eine starke Abhängigkeit der ECa-Werte von der verwendeten Frequenz festgestellt (siehe Abbildung 5.3), wobei diese Abhängigkeit bisher nicht ausreichend begründet werden konnte. Das Modell in COMSOL (siehe Abbildung 5.2) soll zeigen, ob bei der Simulation ein ähnlicher Verlauf zu erkennen ist. Um das Experiment in COMSOL zu simulieren, werden die Maße des Pools - 3.8 m Durchmesser und 1.0 m Höhe - auf einen Zylinder übertragen. Au-

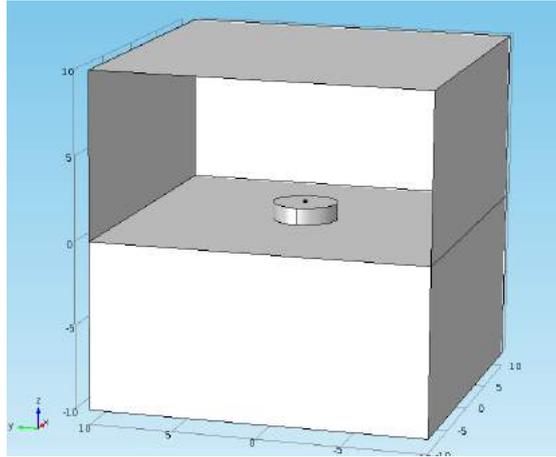


Abbildung 5.2: In COMSOL modellierter Messaufbau. Die äußere Umgebung wird durch einen Quader simuliert, während für den Pool ein Zylinder verwendet wird. Als Spule wird erneut ein magnetischer Dipol verwendet.

erdem wird dem Zylinder die Leitfähigkeit von 50 mS/m zugewiesen. Dieser wird anschließend in einem Quader positioniert, der eine Kantenlänge von 20 m besitzt, sodass die unteren 10 Meter des Modells den Boden mit 10 mS/m Leitfähigkeit darstellen. Der magnetische Dipol wird entsprechend dem realen Versuchsaufbau mittig auf die Oberfläche des Pools gesetzt, während in einer Entfernung von 0,3 m vom Dipol ein Messpunkt zur Magnetfelderfassung platziert wird.

Die frequenzabhängigen Ergebnisse des Feldexperimentes und der Simulation werden in Abbildung 5.3 dargestellt. Die blau gekennzeichneten Messpunkte geben die Messwerte des Feldversuches an. Da die Messungen mehrfach für alle verwendeten Frequenzen durchgeführt wurden, ergeben sich ein Durchschnittswert (blauer Punkt) und eine Standardabweichung (blaue Linien) für die ECa-Werte pro Frequenz. Für die durchschnittlichen ECa-Werte ist eine deutlich abfallende Tendenz für steigende Frequenzen zu verzeichnen, die, wie bereits erwähnt, nicht begründbar ist.

Die frequenzabhängigen Ergebnisse der Simulation werden durch die roten Punkte gekennzeichnet. Hierbei ist zu erkennen, dass die Simulationsergebnisse unabhängig von der verwendeten Frequenz auf einer horizontalen Linie verlaufen und alle ungefähr den erwarteten ECa-Wert von 41 mS/m erreichen (die maximale Abweichung liegt bei 0,9 % für 11 kHz). Bei der Simulation ist somit keine Frequenzabhängigkeit zu verzeichnen. Der Frequenzeffekt ist daher nicht auf die von

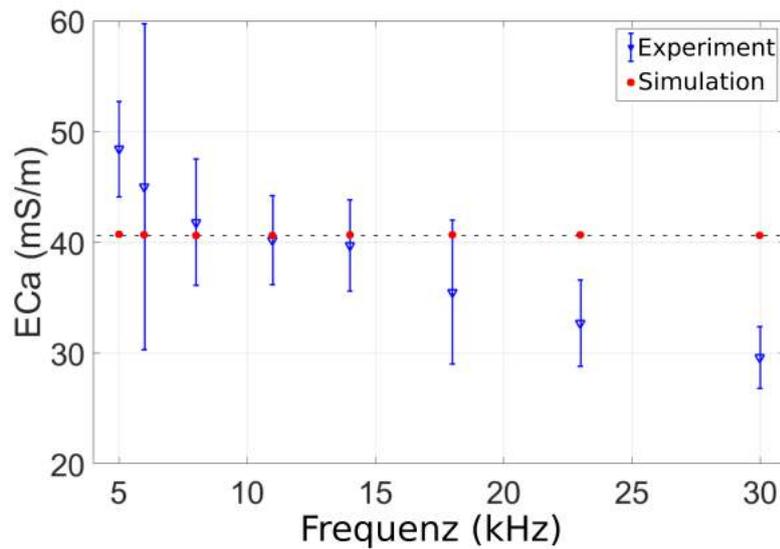


Abbildung 5.3: Vergleich der scheinbaren elektrischen Leitfähigkeit des Feldversuchs und der Simulation. Die ECa-Werte wurden für wechselnde Frequenzen bei gleicher Spulenkonfiguration gemessen. Da die Feldmessungen für alle Frequenzen mehrfach durchgeführt wurden, wird zusätzlich die Standardabweichung der Werte angezeigt.

der Simulation berücksichtigen Parameter zurückzuführen. Gleichzeitig wird die Verringerung der Leitfähigkeit von 50 mS/m auf 41 mS/m durch die Simulation bestätigt. Bereits in Kapitel 4 wird gezeigt, dass die Simulationsergebnisse für kleine Spulenabstände genauer sind als für große Abstände. Daher resultieren für die Pool-Simulation gute Ergebnisse.

Das Gitter des gesamten Modells ist aus 40825 Elementen aufgebaut, wobei 23256 Elemente zur Modellierung des Pools eingesetzt werden. Damit macht das Pool-Gitter trotz des geringen Volumenanteils am gesamten Modell über die Hälfte der Gitterelemente aus. Die Annahme, dass große Unterschiede zwischen den Gittereinstellungen von verschiedenen Objekten des Modells zu schlechten Simulationsergebnissen führen, kann somit nicht bestätigt werden.

6 Fazit

In dieser Bachelorarbeit wurden drei elektromagnetische Modellierungstools analysiert, mit denen eine mehrdimensionale Schichtung eines Untergrundes simuliert werden kann. Für besonders oberflächennahe Untersuchungen ist es dabei wichtig, dass einzelne Bodenschichten eine Minimaldicke von zirka 10 cm annehmen können.

Um die Modellierungstools Marco, Loki und COMSOL, die alle die Möglichkeit zur mehrdimensionalen Bodenmodellierung bieten, zu untersuchen, wurden als Referenzwerte die Simulationsergebnisse des eindimensionalen Modellierungstools Leroi verwendet. So konnte zunächst überprüft werden, ob Marco, Loki und COMSOL zuverlässige Simulationsergebnisse für einfache Bodenstrukturen liefern.

Dabei konnte gezeigt werden, dass Marco eine Limitierung bezüglich der Dimensionierung von Bodenschichten besitzt, sodass nur Schichten mit einer Mindestdicke von 1 m definiert werden können. Wird diese Limitierung eingehalten, unterscheiden sich die Simulationsergebnisse von Leroi und Marco lediglich um wenige Prozentpunkte.

Zur Bodenmodellierung mit Loki definiert der Nutzer Gitterpunkte, aus denen die Software eine Gitterstruktur aufbaut. Bei den Untersuchungen für diese Arbeit wurde zunächst ein einfaches Bodenmodell verwendet, wobei die Simulationsergebnisse extrem von den erwarteten Werten abweichen. Auch durch das Ändern der selbst definierten Gitterpunkte durch eine Verfeinerung des Gitters konnten die Ergebnisse nicht verbessert werden. Aus diesem Grund wurde Loki nicht für weiterführende Analysen bezüglich der wählbaren Parameter genutzt.

Für die Modellierung mit COMSOL stellte sich heraus, dass die Sendespule besser durch einen einfachen magnetischen Dipol dargestellt werden sollte, anstatt die Geometrie über einen Hohlzylinder abzubilden. So konnten die entstehenden magnetischen Felder numerisch einfacher und stabiler simuliert werden. Anschließend konnte eine starke Abhängigkeit der resultierenden Ergebnisse von der Gesamtgrö-

ße des Modells festgestellt werden. Große homogene Bodenmodelle liefern dabei genauere Ergebnisse als kleine homogene Bodenmodelle. Außerdem sind die Messergebnisse stark abhängig vom Gitter, über das das Modell diskretisiert wird. Während das Gitter der äußeren Modellregionen grob gewählt werden kann, sollte das Gitter direkt am Dipol fein sein. Eine Grenze, ab der die Ergebnisse qualitativ besser werden, kann nicht genannt werden, da ein extrem feines Gitter ebenfalls zu schlechten Ergebnissen führt. Grund hierfür könnte sein, dass bei zu vielen Elementen die Komplexität und Größe des linearen Gleichungssystems bei der Finiten-Elemente-Methode steigt und sich kleine Fehler für die Näherungslösungen gegenseitig verstärken. Des Weiteren konnte festgestellt werden, dass die Simulationswerte meist ungenau sind, wenn eine zusätzliche innere Sphere bzw. ein zusätzlicher innerer Block genutzt wurden und sich das Gitter dieser inneren Objekte stark von dem Gitter der äußeren Umgebung unterschieden hat. Das lässt darauf schließen, dass die Gittereigenschaften an Objektgrenzen nicht zu unterschiedlich sein sollten. Generell kann nicht gesagt werden, dass ein feineres Gitter immer zu besseren Ergebnissen führt, da der Berechnungsaufwand zunehmend steigt und vermehrt numerische Fehler auftreten. Dieses Merkmal erschwert die geeignete Wahl der Gittereigenschaften.

Eine weitere Erkenntnis ist, dass die Ergebnisse für kleine Spulenabstände (bis etwa 0.4 m) deutlich besser sind als für große Abstände (ab etwa 0.5 m). Der Berechnungsfehler scheint somit bei zunehmendem Abstand zuzunehmen, was darauf schließen lässt, dass die endliche Größe des Modells für ungenaue Ergebnisse sorgt. Durch die Verwendung von geringen Spulenabständen konnten daher bei der Simulation des Poolexperimentes erwartungsgemäße Ergebnisse erzielt werden. Ferner konnte mit der Sensitivitätsanalyse gezeigt werden, dass die Simulationswerte auf geringfügige Änderungen innerhalb des Modells erwartungsgemäß reagieren. Daraus kann geschlussfolgert werden, dass COMSOL für weiterführende Untersuchungen geeignet ist, bei denen mehrdimensionale Bodenstrukturen simuliert werden.

7 Ausblick

Durch die ersten Analysen der einzelnen Modellierungstools konnten einige wichtige Aspekte ermittelt werden, die für das jeweilige Tool beachtet werden müssen. Um die Ergebnisqualität der Modellierungstools nun zu verbessern, werden im Folgenden einige mögliche Ansätze präsentiert.

So könnte für die vollständige Simulation in COMSOL die Berechnung des primären Magnetfeldes in Leroi ausgelagert werden. Dadurch könnten Berechnungsfelder, die bereits bei der Simulation des primären Magnetfeldes entstehen, vermieden werden, da Leroi die genauesten Ergebnisse liefert. Anschließend kann die Modellierung des eigentlichen Bodens (bzw. des sekundären Magnetfeldes) in COMSOL durchgeführt werden, um die Ergebnisse danach zu kombinieren. Eine erste Umsetzung dieser Überlegung zeigt bereits nachvollziehbare Ergebnisse.

Ein weiterer wichtiger Punkt, der noch weiter analysiert werden sollte, sind die Einstellungen für das Gitter in COMSOL. Bei den Parameterstudien dieser Arbeit ergaben sich stark variierende Ergebniskurven je nach verwendetem Gitter. Dabei treten vor allem dann Probleme auf, wenn mehrere Objekte innerhalb des Gesamtmodells unterschiedlich feine Gitter verwenden. Deshalb sollte in Zukunft untersucht werden, wie sehr sich mehrere Gitter innerhalb eines Modells unterscheiden dürfen, um numerische Berechnungsfehler einzudämmen.

Bisher wurde zudem nicht darauf geachtet, ob sich die Messpunkte, an denen die Magnetfelder ausgewertet werden, genau auf Gitterpunkten befinden. Es ist möglich, dass die Messergebnisse interpoliert werden, falls die Messpunkte zwischen mehreren Gitterpunkten liegen und somit weitere Ungenauigkeiten verursacht werden [Rie]. Daher sollte zukünftig untersucht werden, ob hierdurch zusätzliche Berechnungsfehler auftreten.

Weiterhin besteht die Möglichkeit, den Quellcode von Marco abzuändern, sodass die Mindestdicke für Prismen weniger als einen Meter beträgt. Dies ist möglich, da Marco eine Open-Source Software ist. Dann müsste jedoch gründlich überprüft

7 Ausblick

werden, ob die Simulationsergebnisse nach wie vor zuverlässig sind.

Neben COMSOL gibt es weitere Programmen zur numerischen Berechnung von elektromagnetischen Feldern. Beispielsweise ist CST EM Studio ein kommerzielles Tool, das wie COMSOL ein 3D-Konstruktionsprogramm bietet und auf die Simulation von niedrigfrequenten und statischen Geräten, zu denen auch das EMI-System gehört, spezialisiert ist.

A Marco Konfigurationsdatei

```
1 N-layerd model Marco
2 25000 1 !FREQ, CURNT(1)
3 ...
4 0.00 0.00 0.00 0 0 1 !TX, TXDIP, TXAZ, TXMNT(1)
5 ...
6 0.32 0 0 1 !RX, RXMNT(1,1,1)
7 ...
8 1 1 2 !NLAYER, NPRISM, NLITH
9 50 !RES
10 20 !RES
11 1 !LITH, BASEMENT(1)
12 ...
13 2 0.00 0.00 -0.50 !LITHP(1), PRISM
14 30.00 30.00 1.00 !PRISM_SIZE
15 0.5 0.5 0.5 !CELL_SIZE
```

Dateiauszug A.1: model.cfl

Um eine Modellierung mit Marco vorzunehmen, wird genau wie bei Leroi eine Konfigurationsdatei benötigt. Diese enthält im Vergleich zur Leroi-Konfigurationsdatei zusätzliche Angaben, über die die Lage und die Größe der Prismen definiert werden. Dabei wird zunächst definiert, wie viele horizontale Schichten und wie viele Prismen das Modell enthalten soll (siehe Zeile 9, NLAYER und NPRISM). In den Zeilen 10 und 11 werden anschließend die verschiedenen Bodenleitfähigkeiten festgelegt¹, die den Schichten und Prismen zugewiesen werden können. Durch die Zuweisung aus Zeile 12 wird erreicht, dass der Boden eine elektrische Leitfähigkeit von 20 mS/m erhält.²

Als letztes werden die Eigenschaften des Prismas gesetzt. Dabei wird wie bereits in

¹Die Angabe entspricht dem elektrischen Widerstand des Materials und kann direkt in die elektrische Leitfähigkeit umgerechnet werden.

²Der Wert 1 gibt an, dass die Eigenschaften des ersten definierten Materials ($50 \Omega = 20 \text{ mS/m}$) für die einzige Schicht mit unendlicher Dicke verwendet werden.

A Marco Konfigurationsdatei

Zeile 12 zuerst festgelegt, welche Materialeigenschaft verwendet werden soll (siehe Zeile 14 erster Wert; die 2 verweist auf die zweite definierte Materialeigenschaft von $20 [\Omega] = 50 \text{ mS/m}$). In der gleichen Zeile wird zudem der Mittelpunkt der Oberseite des Prismas gesetzt. In Zeile 15 wird die Größe des Prismas definiert und in der letzten Zeile wird die Größe der Zellen, durch die das Prisma gegliedert wird, festgelegt.

B Loki Konfigurationsdatei

```
1 Finite Element simulation with Loki
2 25000 1                               !FREQ, CURNT(1)
3 ...
4 2.34 2.50 0.00 90 0                   !SDE, SDN, SDZ, TXCLN, TXAZM(1)
5 ...
6 2.66 2.50 0.00                       !RXE, RXN, RXZ
7 ...
8 20 20 20 2                           !NNORTH, NZ, NEAST, NLITH
9 20.00                                 !RES
10 1e15                                 !RES
11 1 1 1 0.00 -0.00 0.00 1
12 1 1 2 0.00 -0.00 0.25 1
13 1 1 3 0.00 -0.00 0.50 1
14 ...
15 1 1 20 0.00 -0.00 4.75 1
16 ...
17 20 20 20 4.75 -4.75 4.75 1
```

Dateiauszug B.1: model.cfl

Die Loki-Konfigurationsdatei unterscheidet sich erneut von den bisher vorgestellten Dateien, die von Leroi und Marco verwendet werden. Neben den Positionen der Senderspule (Zeile 4) und der Empfängerspule (Zeile 6) müssen die Knotenpunkte festgelegt werden, über die das Gitter erzeugt wird. Dafür wird zunächst die Anzahl an Gitterpunkten in Nord-, Ost- und Z-Richtung festgesetzt (ersten drei Werte aus Zeile 8). Anschließend wird in den folgenden Zeilen neben der Position der Knoten (jeweils vierter bis sechster Wert pro Zeile) die Kennzahl für die zu verwendende Leitfähigkeit angegeben (letzter Wert pro Zeile).¹ Eine mögliche Ursache für die schlechten Simulationsergebnisse ist die geringe Größe der finiten Elemente und die geringe Größe des gesamten modellierten Bodens. In den Beispielskonfigurations-

¹Der Wert 1 bezieht sich auf die erste Materialdefinition aus Zeile 9.

B Loki Konfigurationsdatei

dateien werden deutlich größere Elemente definiert (zirka $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$) und der Boden hat meist eine Ausdehnung von insgesamt $1000 \times 1000 \times 1000 \text{ m}^3$. Daher ist es wahrscheinlich, dass Loki nicht für die Modellierung von sehr oberflächennahen Anwendungen konzipiert ist.

C COMSOL Benutzeroberfläche

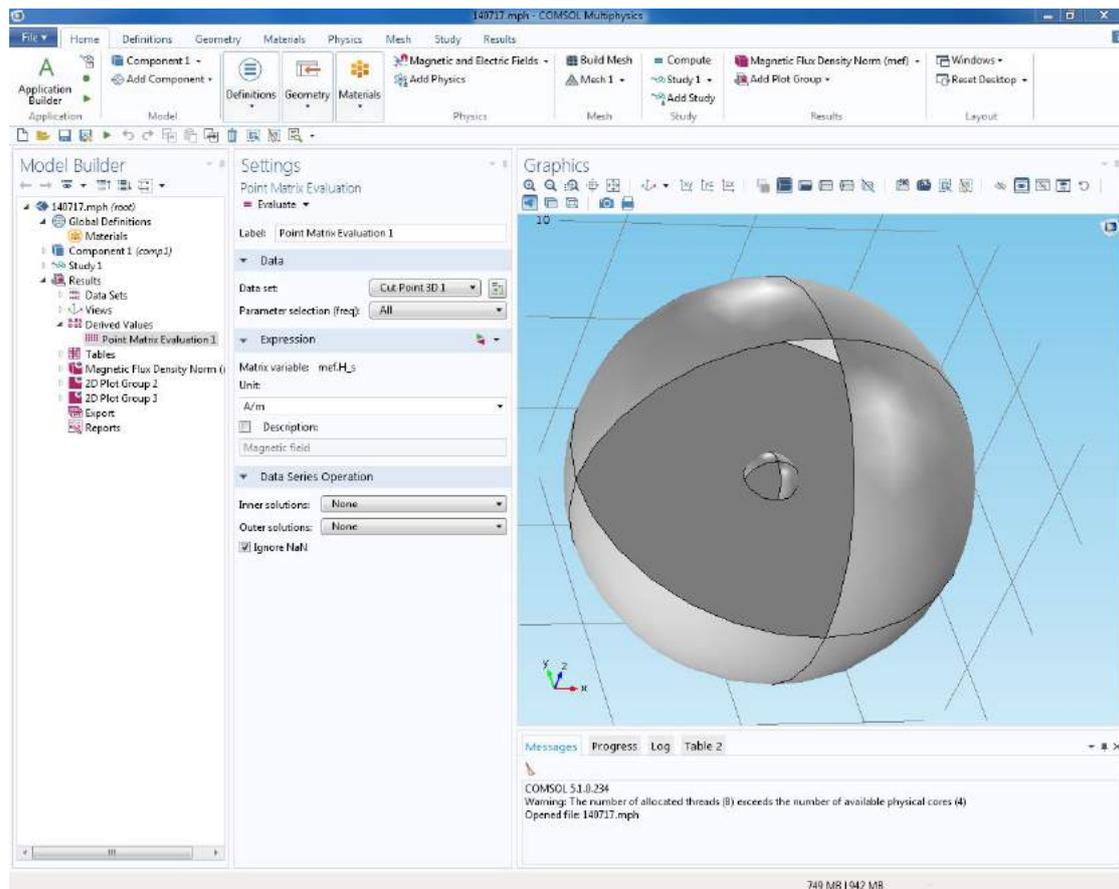


Abbildung C.1: Grafische Benutzeroberfläche von COMSOL. Im rechten Teil wird das Modell angezeigt und im „Model Builder“-Abschnitt werden die Eigenschaften dieses Modells definiert.

An dieser Stelle soll der Aufbau einer Simulation in COMSOL anhand der Abbildung C.2 verdeutlicht werden. Zunächst wird die Geometrie des Modells aufgebaut. Beispielsweise kann die Umgebung durch eine Kugel simuliert werden, während der Magnetische Dipol als einfacher Punkt dargestellt werden kann. Anschließend werden die Materialeigenschaften spezifiziert, die den einzelnen Geometrien zu-

gewiesen werden können. Von besonderer Bedeutung für die Simulationen dieser Arbeit waren vor allem die Leitfähigkeiten der Materialien. Im nächsten Schritt werden den Geometrien physikalische Eigenschaften und Randbedingungen zugewiesen (z.B. die Randbedingung „Magnetic Insulation“). So kann beispielsweise bestimmt werden, wie groß das Magnetfeld am Dipol ist. Der letzte Modellierungsschritt besteht in der Erzeugung des Gitters. Hier können für die einzelnen Geometrien unterschiedliche Gittereigenschaften festgelegt werden.

Nachdem das Modell fertig aufgebaut worden ist, kann eine neue Berechnung gestartet werden und die Ergebnisse können im „Results“-Teil auf verschiedene Arten dargestellt werden.

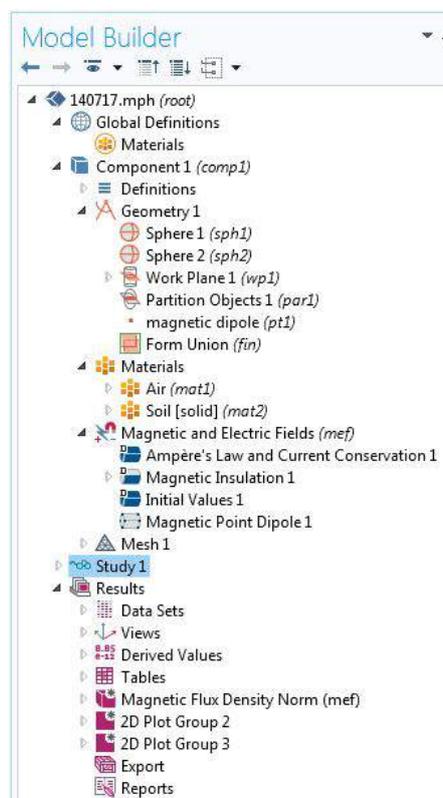


Abbildung C.2: Close-Up des Model Builders. Neben der Geometrie des Modells werden hier die Material- und Gittereigenschaften beschrieben. Außerdem kann festgelegt werden, wie die Ergebnisse dargestellt werden sollen.

Literaturverzeichnis

- [Bat] BATHE: *Finite-Elemente-Methoden*. 2. Auflage. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA : Springer. – ISBN 9783540668060. – übersetzt von Peter Zimmermann
- [BVG] *Bundesverband Geothermie: Modellierung*. <http://www.geothermie.de/wissenswelt/glossar-lexikon/m/modellierung.html>. – aufgerufen am 10.07.2017
- [COMa] *Computational Electromagnetics Modeling*. <https://www.comsol.com/blogs/computational-electromagnetics-modeling-which-module-to-use/>. – aufgerufen am 04.09.2017
- [COMb] *Detailed Explanation of the Finite Element Method (FEM)*. <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>. – aufgerufen am 06.09.2017
- [COM12] *COMSOL Multiphysics Users Guide*. May 2012. – Version 4.3
- [Des11] DESAI, Shad Eldho: *Finite Element Method with Applications in Engineering*. Indien : Pearson Education India, 2011. – ISBN 9788131724644
- [FEMa] *Finite-Elemente-Berechnungen / FEM Simulationen*. http://www.aeroinvent.de/dienstleistungen/fem_berechnungen.html. – aufgerufen am 16.08.2017
- [FEMb] *Die Finite-Elemente-Methode*. https://www5.in.tum.de/lehre/seminare/semsoft/unterlagen_02/FE/website/finiteelemente.html. – aufgerufen am 16.08.2017
- [FEMc] *Finite-Elemente-Methode*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Finite-Elemente-Methode>. – aufgerufen am 16.08.2017

- [Gui16] GUILLEMOTEAU, Tronicke: Evaluation of a rapid hybrid spectral-spatial domain 3D forward-modeling approach for loop-loop electromagnetic induction quadrature data acquired in low-induction-number environments. In: *GEOPHYSICS* 81 (2016), S. 450–453
- [Mü] MÜLLER: *Was ist die Finite-Elemente-Methode?* <http://www.cadfem.de/cadfem/cadfem/historie/fem.html>. – aufgerufen am 26.07.2017
- [mag] *Magnetischer Dipol*. http://www.chemie.de/lexikon/Magnetischer_Dipol.html. – aufgerufen am 07.08.2017
- [mata] *Gauß-Quadratur - Mathepedia*. <http://www.mathepedia.de/Gausz-Quadratur.aspx>. – aufgerufen am 21.07.2017
- [Matb] MATHIAK: *Skript_FEM.pdf*. http://mechanik-info.de/dokumente/Skript_FEM.pdf. – aufgerufen am 26.07.2017
- [McN80] MCNEILL: Electromagnetic terrain conductivity measurement at low induction numbers / GEONICS LIMITED. Kanada, 1980. – Forschungsbericht
- [Mes14] MESTER: Development and drift-analysis of a modular electromagnetic induction system for shallow ground conductivity measurements. In: *Measurement Science and Technology* 25 (2014), S. 9–12
- [Mes15] MESTER: *EMI sensitivity limits*. November 2015. – Seminarvortrag
- [Mes17] MESTER: Custom modular electromagnetic induction system for shallow electrical conductivity measurements. Wien : European Geosciences Union, April 2017
- [Nab] NABIHIAN, Hohmann Ward: *Electromagnetic methods in applied geophysics*. Oklahoma : Society of Exploration Geophysicists. – ISBN 0931830516
- [Nat] NATTERER: *Partielle Differentialgleichungen*. Vorlesungsskript Uni Münster,
- [rel08] *Release Notes for Leroi*. Januar 2008. – Verison 8.0.0

- [RG] REISSEL ; GRAJEWSKI: *Numerik 1*. Vorlesungsskript FH Aachen,
- [Rie] RIEG: *Finite-Elemente-Analyse*. Vorlesungsskript Universität Bayreuth,
- [von14] VON HEBEL: Three-dimensional imaging of subsurface structural patterns using quantitative large-scale multiconfiguration electromagnetic induction data. In: *Water Resources Research* (2014), S. 2734–2741

Jül-4410 • März 2018
ISSN 0944-2952

Mitglied der Helmholtz-Gemeinschaft

