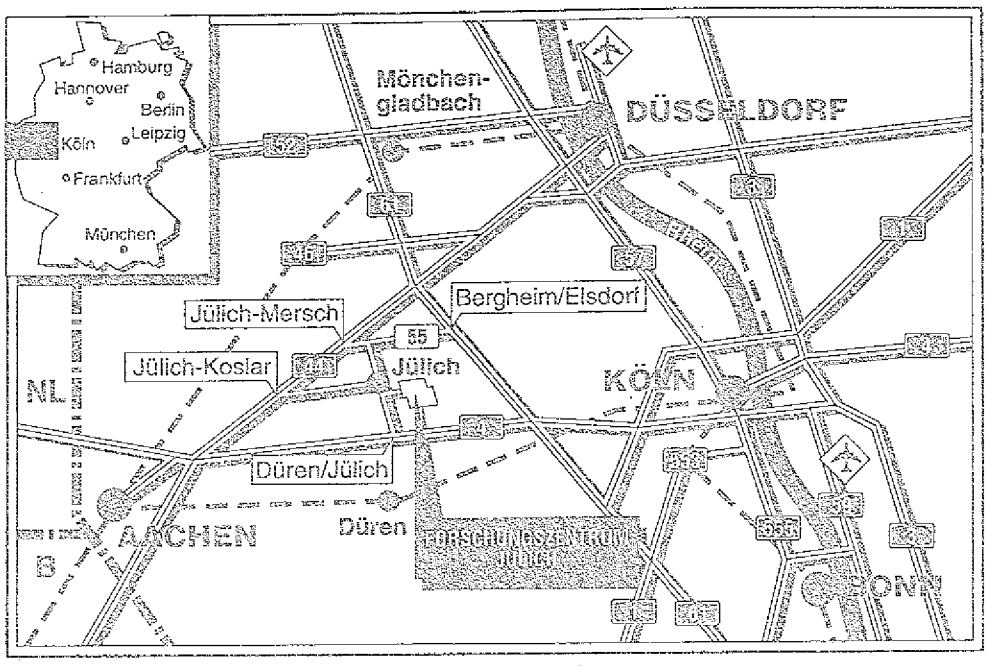
FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH

Institut für Kernphysik

Delta-Anregungen in Kernen mittels der $(\vec{d}, 2p)$-Reaktion

Peter Oltmanns



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2510
ISSN 0366-0885
Institut für Kernphysik Jül-2510

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek
Postfach 1913 · D-5170 Jülich · Bundesrepublik Deutschland
Telefon: 02461/61-6102 · Telefax: 02461/61-6103 · Telex: 833556-70 kfa d

Delta-Anregungen in Kernen mittels der $(\vec{d}, 2p)$-Reaktion

Peter Oltmanns

Abstract

Several investigations of Δ excitations in nuclei induced by intermediate energy charge exchange reactions have revealed a systematic downward energy shift of the $\Delta(1232)$-resonance peak position for targets with $A \geq 12$ with respect to that observed for a proton target. The non - trivial part of this shift is caused by a coherent medium effect on the spin - longitudinal response function. To obtain more information on the spin - longitudinal ($\sim \vec{\sigma} \cdot \hat{q}$) and spin - transverse($\sim \vec{\sigma} \times \hat{q}$) contributions to the (p,n)- and $(^3He,t)$-cross sections, the $(\vec{d},2p)$ - reaction has been performed that we describe consistently with both of the previously mentioned reactions. We show by analysis of the cross section and analysing power of the $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - process that there is a constant ratio of spin - transverse to spin - longitudinal excitation. This ratio amounts to 2:1. We cannot, however, describe the analysing power data of the $^{12}C(\vec{d},2p)$ - reaction satisfactorily. This is probably due to the fact that the experimental cross section contains contributions different from the actual Δ - excitation.

Abstract

Die verschiedenen Untersuchungen von Δ - Anregungen in Kernen mit mittel energetischen Ladungsaustauschreaktionen zeigen, daß der Wirkungsquerschnitt im Δ - Resonanzbereich für Targets mit $A \geq 12$ gegenüber dem Proton - Target nach unten verschoben ist. Der nichttriviale Teil der Verschiebung ist Resultat eines kohärenten Mediumeffektes auf die spin - longitudinale Responsefunktion. Um Aufschluß über den spin - longitudinalen ($\sim \vec{\sigma} \cdot \hat{q}$) bzw. spin - transversalen ($\sim \vec{\sigma} \times \hat{q}$) Anteil der (p,n)- und der $(^3He,t)$ - Reaktionen zu gewinnen, ist die $(\vec{d},2p)$ - Reaktion mit tensorpolarisierten Deuteronen durchgeführt worden, die wir konsistent mit den beiden vorgenannten Reaktionen sowohl am Proton als auch am ^{12}C untersuchen. Durch Analyse des Wirkungsquerschnittes und der Analysierstärke des $p(\vec{d},2p)$ - Prozesses zeigen wir, daß das Verhältnis zwischen spin - transversaler und spin - longitudinaler Anregung konstant ist mit dem Verhältnis 2:1. Hingegen können wir die Analysierstärken der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion nicht befriedigend beschreiben. Das liegt vermutlich daran, daß der gemessene Wirkungsquerschnitt noch andere Anteile als die eigentliche Δ - Anregung beinhaltet.

Vorwort

Ich möchte mich zuerst bei Herrn Prof. Dr. J. Speth bedanken, der mir die vorliegende Arbeit durch Aufnahme in das hiesige Institut erst ermöglicht und sie jederzeit wohlwollend unterstützt hat.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Priv. - Doz. Dr. F.Osterfeld für die Betreuung der Diplomarbeit. Mit ihm konnte ich in jedem Stadium der Arbeit die auftretenden Probleme diskutieren und lösen. Seine Ideen und Anregungen trugen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Herrn Prof. Dr. T. Udagawa und Herrn Ass. Prof. Dr. S.W. Hong danke ich für die zahlreichen Diskussionen während ihrer Aufenthalte in Jülich. Ebenso wie Herrn Priv. - Doz. Dr. F. Osterfeld gebührt ihnen mein Dank für die Entwicklung wesentlicher Teile des Formalismus.

An dieser Stelle möchte ich mich bei meinem Kommilitonen Bernd Körfgen für die gute Zusammenarbeit bedanken.

Ich danke Herrn Prof. C. Gaarde für die Gelegenheit zur Diskussion während seines Besuches und für die Überlassung von experimentellen Daten.

Ein weiterer Dank gilt Herrn E. Brökel für seine Hilfe in allen die Großrechneranlage betreffenden Fragen.

Der Studienstiftung des deutschen Volkes danke ich für die Förderung während meines gesamten Studiums und für die vielen Möglichkeiten, die sie mir bot.

Allen Angehörigen des Theorie - Instituts danke ich für die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre.

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung

In den letzten Jahren sind $\Delta(1232)$ - Anregungen im Kern mit Hilfe von hochenergetischen Ladungsaustauschreaktionen ($E_{inc} \sim 1GeV/Nukleon$) [1] [2] [3] [4] [5] [6] intensiv untersucht worden. Die Fragestellung, die zur Durchführung dieser Experimente führte, trat beim Studium der Gamow- Teller- Riesenresonanzen (GTR) auf. Die GTR ist eine kollektive Kernschwingung, bei der die Nukleonen in kohärenter Weise ihre Spins und Isospins umklappen, ohne ihre räumliche Position zu ändern. Die geeignete Probe zur Anregung dieser Resonanz sind die $A(p,n)B$ - und die $(^3He,t)$ - Ladungsaustauschreaktionen bei mittleren Einschußenergien ($E_{inc} \sim 200MeV/Nukleon$). Bei der Analyse der experimentellen Daten stellte man fest, daß die Anregungsstärke der Gamow - Teller Resonanz geringer war, als die modellunabhängige Summenregel von Ikeda [7] [8] fordert. Tatsächlich wurden im Experiment nur 50 bis 60 % der Summenregelstärke gefunden. Eine mögliche Erklärung für diese sogenannte Unterdrückung der Gamow - Teller - Stärke war, daß energetisch hochliegende Δ - Teilchen - Nukleon - Loch - Zustände in die niedrigliegende Gamow- Teller- Resonanz hineinkoppeln und einen Teil der Stärke in den Δ - Bereich verschieben. Das hat dann die Experimentalphysiker veranlaßt, die Δ - Resonanz in Kernen mit Hilfe von Ladungsaustauschreaktionen zu studieren. Die Ergebnisse dieser Experimente am Beispiel der $(^3He,t)$ - Reaktionen sind in Abb.1 dargstellt.

Dort sind die Spektren der $(^3He,t)$ - Reaktion für verschiedene Targetkerne bei einem Streuwinkel von 0° und einer Einschußenergie von 2 GeV in Abhängigkeit der Energie des Ejektils aufgetragen. Wir sehen, daß die Δ - Resonanz in den Kernen im Vergleich zur Δ - Anregung des Protons um ca. 70 MeV zu höheren Ejektilenergien, d.h. zu niedrigeren Anregungsenergien hin verschoben ist. Aus den experimentellen Daten kann man erkennen, daß die Verschiebung der Resonanz für alle Atomkerne mit $A \geq 4$ nahezu unabhängig von der Massenzahl A ist.

In dieser Arbeit werden wir zeigen, daß diese Verschiebung von 70 MeV im wesentlichen zwei Ursachen hat. Vierzig MeV der Verschiebung gehen auf kinematische Effekte und auf die Fermi - Bewegung der Nukleonen im Kern zurück. Die restlichen 30 MeV resultieren aus einem kohärenten Mediumeffekt, den wir mit

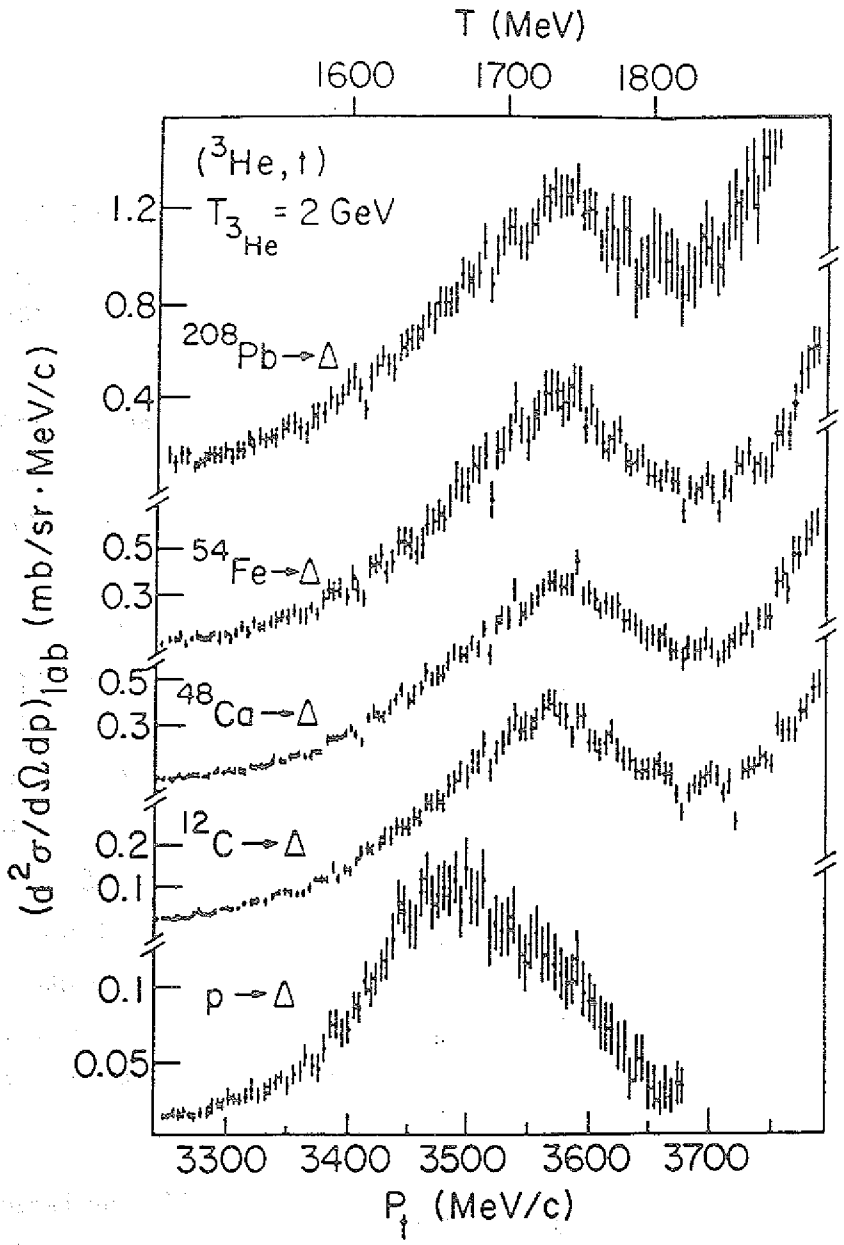


Abb. 1: Experimentelle Wirkungsquerschnitte der ($^3He, t$) - Reaktion an verschiedenen Targetkernen in Abhängigkeit der Ejektilenergie

Hilfe der spin - longitudinale Responsefunktion des Kerns beschreiben können.

Bereits in den siebziger Jahren war eine ähnliche Resonanzverschiebung im totalen Pionabsorptionsstreuquerschnitt [9] [10] [11] beobachtet worden. Hingegen findet man bei der Photoabsorption [12] [13] im Δ - Resonanzbereich keine Verschiebung der Resonanz und damit auch keinen Mediumeffekt. Diese auf den ersten Blick paradoxe Diskrepanz zwischen der Pion- und der Photoabsorption

erklärt sich dadurch, daß bei der Pionabsorption das Δ rein spin - longitudinal($\vec{\sigma}\cdot\hat{q}$) - artig , bei der Photoabsorption rein spin - transversal($\vec{\sigma}\times\hat{q}$) - artig angeregt wird. Bei der Pionabsorption treten aber weitere Probleme auf, die die Interpretation der Spektren erschweren. Die Kinematik der Pionen ist nämlich wegen der Energie - Impuls - Beziehung $\omega^2 = q^2 + m_\pi^2$ sehr eingeschränkt; denn Energie (ω) - und Impulsübertrag (q) können bei der Pionabsorption nicht unabhängig voneinander variiert werden. Außerdem findet die Δ - Anregung aufgrund der starken Absorption überwiegend im Kernrandbereich, d.h. bei relativ niedrigen Kerndichten ($\rho \sim 0.1\rho_0, \rho_0 = 0.17 fm^{-3}$), statt.

Ladungsaustauschreaktionen haben gegenüber Pionstreuung und Photoabsorption den großen Vorteil, daß Energie- und Impulsübertrag unabhängig voneinander variiert werden können. In dieser Arbeit behandeln wir Ladungsaustauschreaktionen vom Typ $A(a,b)B_\Delta$, wobei das Projektil a ein Proton, ein Deuteron oder ein ^3He sein kann. Die zugehörigen Ejektile sind dann Neutronen, quasigebundene Diprotonen bzw. Tritiumkerne. Reaktionen mit diesen Projektilen sind an verschiedenen Targetkernen durchgeführt worden. Bei unseren Rechnungen beschränken wir uns auf ^{12}C als Targetkern.

Bei der theoretischen Analyse der experimentellen Daten müssen zwei verschiedene Problemkreise behandelt werden, nämlich das Kernreaktionsproblem und das Kernstrukturproblem. Beim Kernreaktionsproblem ist die unbekannte Größe die Nukleon - Δ - Wechselwirkung $t_{NN,N\Delta}$. Über diese $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung ist bisher sowohl experimentell als auch theoretisch nur sehr wenig bekannt. Beim Kernstrukturproblem ist die Frage, ob und wie ein Δ im Kern mit seinen Nachbarnukleonen wechselwirkt und ob diese Wechselwirkung zu kohärenten Effekten führt. Wir beschreiben diese Wechselwirkung durch ein mittleres Δ - Kern - Potential und eine Zweikörperrestwechselwirkung. Die Zweikörperrestwechselwirkung beschreiben wir als Summe von π - Austausch, ρ - Austausch und einem kurzreichweitigen Anteil. Dies ist verständlich, da eine Wechselwirkung, die gleichzeitig Spin und Isospin umklappt ($\Delta T = \Delta S = 1$), in erster Näherung nur durch π - und ρ - Austausch beschrieben werden kann,

Außerdem muß der Tatsache Rechnung getragen werden, daß das Δ instabil ist und eine große Zerfallsbreite besitzt. Dies erfordert spezielle Lösungsmethoden

für das Kernstrukturproblem.

Es bleibt das Problem, die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude näher zu bestimmen. Auf Grund der hohen Einschußenergien können wir beim Reaktionsmechanismus die Gültigkeit der Impulsapproximation annehmen. Dies bedeutet, daß die effektive $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude für die Anregung des Δs im Kern durch die freie $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude ersetzt werden kann. Die freie Amplitude legen wir mit Hilfe der Δ - Anregung am Proton fest. Durch Analyse des Wirkungsquerschnittes können wir im wesentlichen nur die Stärke der Δ - Anregung bestimmen. Um Aufschluß über die Spinstruktur der $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung zu bekommen, reicht die alleinige Kenntnis des differentiellen Wirkungsquerschnittes nicht aus, sondern man braucht dazu zusätzliche Spinobservablen. Zur Erstellung dieser Größen wurde am SATURNE die ($\vec{d}, 2p$) - Reaktion [14] [15] [16] gewählt, da für ein Polarisationsexperiment von ($\vec{p}, \vec{n}$) ein Doppelstreuexperiment (zur Messung der Polarisation im Ausgangskanal) erforderlich gewesen wäre. Allerdings stellen sich bei der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion zusätzliche Probleme. Das Deuteron ist ein zusammengesetztes Spin 1 - Teilchen und besitzt einen D - Wellen - Anteil in seinen Wellenfunktionen.

Ziel der Arbeit ist es, zunächst mit Hilfe der Analyse des fundamentalen Prozesses, insbesondere der $p(\vec{d}, 2p)\Delta^0$ - Reaktion, die $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung festzulegen. Anschließend sollen mit der so geeichten $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung die Streuobservablen der Δ - Anregung am ^{12}C - Kern beschrieben werden. Hierbei werden wir die Abhängigkeit der Resultate von verschiedenen, innerhalb bestimmter Grenzen veränderbarer Parameter diskutieren und anschließend diese Parameter festlegen. Mit der so geeichten Wechselwirkung können wir dann die Ursachen der Verschiebung des Δs im Medium studieren.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 beschäftigen wir uns mit der Kernreaktionstheorie. Wir stellen zunächst die möglichen Observablen für die Streuung am Kern vor. Dann beschreiben wir den Formalismus zur Beschreibung der Polarisation am Beispiel des $(\vec{d}, 2p)$ - Prozesses. Anschließend erläutern wir die Distorted Wave Approximation. Da bei der Δ - Anregung der Endzustand wieder zerfällt, ist es zweckmäßiger, einen Quelltermformalismus zu benutzen, bei dem die eigentliche Anregung des Δs durch eine Quellfunktion beschrieben wird. Anschließend beschäftigen wir uns mit dem Ansatz zur Berech-

nung der Quellfunktion. Zum Abschluß des Kapitels werden die Formeln für die Berechnung der Observablen angegeben.

Um die Wechselwirkung $t_{NN,N\Delta}$ festlegen zu können, müssen wir den fundamentalen Prozeß, also die Reaktion am Proton als Target, beschreiben. Die hierzu notwendigen Formeln werden im dritten Kapitel abgeleitet.

Im vierten Kapitel wird für die $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion der Einfluß relativistischer Effekte auf die Polarisationsobservablen behandelt. Relativistische Effekte können prinzipiell bei kinetischen Einschußenergien von 2 GeV einen Beitrag zu den Polarisationsobservablen liefern. Für die $(\vec{d},2p)$ - Reaktion existiert nun ein einfacher Formalismus zur Berechnung der Polarisation im Breit - frame. Da wir Aussagen über die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude im Schwerpunktsystem (CMS) gewinnen wollen, muß diese Amplitude und im allgemeinen auch die Observable vom Breit - frame ins CMS transformiert werden.

Im Kapitel 5 beschreiben wir die Kernstrukturrechnungen. Dabei stellen wir unsere Behandlung des Einflußes der ΔN^{-1} (und NN^{-1})- Restwechselwirkung im Medium auf den Prozeß dar , und wir zeigen, wie mit Hilfe des Lanczos- Verfahrens das 'coupled channel' (CC)- Gleichungssystem gelöst wird.

Im sechsten Kapitel werden unsere Ergebnisse diskutiert und mit den experimentellen Daten verglichen.

2. Kernreaktionstheorie

2.1. Allgemeine Definition der Streuobservablen

Wir betrachten die Streuung eines Projektils a an einem Targetkern A. Der Übergang des Streusystems vom Anfangs (i) - in den Endzustand (f) wird durch das Übergangsmatrixelement

$$T_{if} =< \vec{k}_f, I_f M_f, s_f m_f | T | \vec{k}_i, I_i M_i, s_i m_i > \tag{2.1}$$

beschrieben [17]. Dabei sind $|I_i M_i >$ ($|I_f M_f >$) die intrinsischen Spinquantenzahlen des Targets (Restkerns) , sowie $|s_i m_i >$ ($|s_f m_f >$) die des Projektils (Ejektils). Der Relativimpuls zwischen Projektil und Target im Eingangskanal (Ausgangskanal) wird mit $\vec{k}_i(\vec{k}_f)$ bezeichnet. Direkt verbunden mit der T - Matrix ist die Streuamplitude M , die definiert ist durch

$$M_{if} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\sqrt{\frac{k_f}{k_i}}T_{if}, \tag{2.2}$$

wobei μ die reduzierte Masse von Projektil und Target ist.

Mit Hilfe der Streuamplitude lassen sich die verschiedenen Streuobservablen, wie Wirkungsquerschnitt , Polarisation, Analysierstärke u.s.w. berechnen. Zum Beispiel gewinnt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt aus der Streuamplitude durch Mittelung über die Anfangs- und Summation über die Endspinprojektionen zu

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{(2s_i+1)(2I_i+1)} \sum_{M_i M_f m_i m_f} | < I_f M_f, s_f m_f | M | I_i M_i, s_i m_i > |^2 \\ &= \frac{1}{(2s_i+1)(2I_i+1)} Tr(MM^\dagger).\end{aligned} \tag{2.3}$$

Falls die magnetischen Spinquantenzahlen von Projektil und Target im Eingangs- und Ausgangskanal nicht gleichbesetzt sind, liegt Polarisation vor. Dann können wir auch die Spinobservablen aus der Streuamplitude bestimmen. Im folgenden beschränken wir uns auf den Fall, daß nur das Projektilsystem polarisiert ist. Die Polarisation eines Teilchens mit Spin S wird beschrieben, indem irreduzible Tensoren Ω_{kq} durch Tensorproduktbildungen von Spinoren gebildet werden, wobei der maximale Rang k der Tensoren gleich 2S ist. [18] Dabei bilden jeweils alle

Tensoren vom gleichen Rang einen invarianten Unterraum. Wenn also ein Spin $\frac{1}{2}$ - Teilchen polarisiert ist, kann nur Vektorpolarisation vorliegen; bei Polarisation eines Spin 1 - Teilchens kann Tensorpolarisation ($k = 2$) und Vektorpolarisation ($k = 1$) vorliegen.

Wenn die Polarisation im Eingangskanal (Ausgangskanal) mit $\Omega_{kq}(\Omega'_{lm})$ bezeichnet wird, erhalten wir die zugehörige Observable durch

$$K_{kql'm'} = \frac{Tr(M\Omega_{kq}M^{\dagger}\Omega'_{lm})}{Tr(MM^{\dagger})}. \tag{2.4}$$

Bei dem in dieser Arbeit beschriebenen $(\vec{d}, 2p)$ - Prozeß liegt nur Polarisation im Eingangskanal vor. In diesem Falle sprechen wir von Analysierstärke. Die Analysierstärke ist gegeben durch

$$A_{kq} = \frac{Tr(M\Omega_{kq}M^{\dagger})}{Tr(MM^{\dagger})}. \tag{2.5}$$

2.2. Distorted Wave Approximation

Der T - Operator aus Gl. (2.1) ist im allgemeinen ein komplizierter Vielteilchenoperator, der sich nur näherungsweise berechnen läßt. Nun wissen wir aber, daß bei hohen Einschußenergien ($E_{inc} \geq 100MeV$) ein direkter Reaktionsmechanismus vorliegt. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Einschußenergien haben wir die besonders günstige Situation, daß die Reaktion in sehr guter Näherung als Einstufenprozeß abläuft. Dies führt zur Distorted Wave Approximation [19] der Streuamplitude

$$T_{if}^{DW} = \int d\vec{r}_p \chi_f^{(-)*}(\vec{k}_f, \vec{r}_p) < I_f M_f, s_f m_f | \sum_{p\epsilon P, j\epsilon T} V_{pj} | I_i M_i, s_i m_i > \chi_i^{(+)}(\vec{k}_i, \vec{r}_p). \tag{2.6}$$

Dabei wird der inelastische Übergang zwischen Targetzuständen , der durch die effektive Projektil- Targetnukleon- Wechselwirkung $V_{pt} = \sum V_{pj}$ induziert wird, nur in erster Ordnung Störungstheorie berücksichtigt. Die in den Kernzuständen diagonalen Matrixelemente liefern große Beiträge zur T - Matrix. Diese können wir in allen Ordnungen durch Lösung der zugehörigen Schrödingergleichung mit dem optischen Potential U

$$\{T + U - E\}\chi_{i(f)}(\vec{k}, \vec{r}) = 0 \tag{2.7}$$

berücksichtigen. Hierbei stellen die $\chi_i^{(+)}$ und die $\chi_f^{(-)}$ die distortierten Wellen im Eingangs- bzw. Ausgangskanal dar. Sie beschreiben die Relativbewegung zwischen dem Projektil (Ejektil) und dem Target (Restkern). Die spitzen Klammern in (2.6) deuten die Integration über die inneren Projektil- und Targetkoordinaten an.

Es bleibt damit noch das Problem, die Wechselwirkung $\sum_{pj} V_{pj}$ und das optische Potential zu bestimmen. Wir berücksichtigen, daß die Δ - Anregung bei hohen Einschußenergien (ca. 1 GeV/ Nukl.) stattfindet. Bereits bei Einschußenergien oberhalb 100 MeV / Nukleon ist die Projektilnukleon - Targetnukleon - Wechselwirkung im wesentlichen die Wechselwirkung zwischen zwei freien Nukleonen. Dies entspricht formal der Ersetzung von V_{ij} durch die freie - t - Matrix. Außerdem wird der Antisymmetrisierung zwischen Projektil und Target nur insoweit Rechnung getragen, als sie bereits in der freien t - Matrix enthalten ist. Nun müssen wir die Eigenschaften der freien t - Matrix näher beschreiben. In Analogie zur Nukleon - Nukleon - Streuung, die durch die $t^f_{NN,NN}$ - Amplitude charakterisiert wird, wird die Δ - Anregung durch die $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude beschrieben.

$t_{NN,NN}$ läßt sich im Spin - Isospin - Raum folgendermaßen darstellen:

$$t_{NN,NN}(1,2) = \alpha + \beta\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{n}\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{n} + \gamma(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} + \delta\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{q}\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{q} + \epsilon\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{Q}\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{Q}, \quad (2.8)$$

wobei die Einheitsvektoren $(\hat{q}, \hat{Q}, \hat{n})$ ein rechtshändiges Koordinatensystem bilden. Die Entwicklungskoeffizienten $\alpha, \beta, ..., \epsilon$ sind Funktionen der Einschußenergie und des Impulsübertrages und sind Skalare im Isospinraum. Aufgrund der Isospininvarianz der starken Wechselwirkung können diese Matrizen nur Linearkombinationen aus 1 und aus $\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$ enthalten.

Die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude kann allgemein dargestellt werden als

$$t_{NN,N\Delta}(1,2) = \sum_{\lambda,\kappa} S_\lambda(1)\sigma_\kappa(2)a_{\lambda\kappa}. \quad (2.9)$$

Dabei bezeichnet S den Spinübergangsoperator von Spin $\frac{1}{2}$ auf Spin $\frac{3}{2}$, der als 2×4 - Matrix dargestellt werden kann, und σ die 2×2 - Spin - Matrix, die den Übergang von Spin $\frac{1}{2}$ auf Spin $\frac{1}{2}$ beschreibt. Dies ergibt insgesamt 32 mögliche Komponenten, von denen aus Paritätsgründen aber nur 16 übrig bleiben. Während der Raum der 2×2 - Matrizen durch die Einheitsmatrix und die Paulimatrizen σ_i aufgespannt wird, benötigen wir 8 Matrizen, um den Raum der

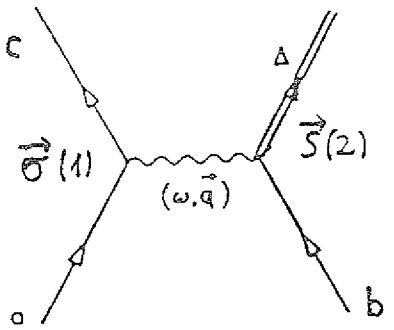


Abb. 2: Mechanismus der Δ - Anregung durch eine Ladungsaustauschreaktion

2×4 - Matrizen aufzuspannen. Daher fügen wir den aus der 1 und den S_i aufgespannten invarianten Unterräumen noch einen weiteren hinzu. Dazu bilden wir die in den Indizes k und l symmetrischen Tensoren

$$T_{kl} = \frac{1}{2}(S_k\sigma_l + S_l\sigma_k). \tag{2.10}$$

Da $T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = 0$, erhalten wir hiervon die noch fehlenden fünf weiteren Komponenten. Wir erhalten auf diese Weise folgende mögliche 16 Spinkomponenten in der $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung:

$$\begin{aligned} \vec{S}_1 \cdot \dot{a}\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{b}(5 Elemente) \\ \vec{S}_1 \cdot \dot{n}(1 Element) \\ \dot{a} \cdot T_1 \cdot \dot{b}(3 Elemente) \\ \dot{a} \cdot T_1 \cdot \dot{b}\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{c}(7 Elemente). \end{aligned} \tag{2.11}$$

Dabei bezeichnen $\dot{a}$, $\dot{b}$ und $\dot{c}$ die Einheitsvektoren des Orthogonalsystems $(\dot{q},\dot{p},\dot{n})$. Die S_i bzw. T_{ik} besitzen folgende Eigenschaft:

$$\begin{aligned} tr\{S_k^\dagger S_l\} &= tr\{\sigma_k\sigma_l\} = 2\delta_{kl} \\ tr\{S_k^\dagger T_{ij}\} &= tr\{T_{ij}^\dagger S_k\} = 0 \\ tr\{T_{ij}^\dagger T_{kl}\} &= \frac{3}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \delta_{ij}\delta_{kl}. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Wir konstruieren Amplituden O_i, für die

$$tr\{O_i^\dagger O_j\} = 4\delta_{ij} \tag{2.13}$$

gilt. Insgesamt erhalten wir die folgenden 16 Komponenten [20]:

$$
\begin{aligned}
O_1 =& (\vec{S}_1 \cdot \dot{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q}) \\
O_2 =& (\vec{S}_1 \cdot \dot{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) \\
O_3 =& (\vec{S}_1 \cdot \dot{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{n}) \\
O_4 =& \frac{1}{\sqrt{2}}[(\vec{S}_1 \cdot \dot{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) + (\vec{S}_1 \cdot \dot{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q})] \\
O_5 =& \frac{1}{\sqrt{2}}[(\vec{S}_1 \cdot \dot{q})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) - (\vec{S}_1 \cdot \dot{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q})] \\
O_6 =& \vec{S}_1 \cdot \dot{n} \\
O_7 =& \dot{q} \cdot T_1 \cdot \dot{q} = -\dot{p} \cdot T_1 \cdot \dot{p} - \dot{n} \cdot T_1 \cdot \dot{n} \\
O_8 =& \frac{1}{\sqrt{3}}[= -\dot{p} \cdot T_1 \cdot \dot{p} - \dot{n} \cdot T_1 \cdot \dot{n}] \\
O_9 =& 2\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{q} \cdot T_1 \cdot \dot{q} \\
O_{10} =& O_7(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{n}) \\
O_{11} =& O_8(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{n}) \\
O_{12} =& O_9(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{n}) \\
O_{13} =& 2\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{q} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q}) \\
O_{14} =& 2\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{p} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) \\
O_{15} =& \frac{2}{\sqrt{3}}[\dot{q} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) + \dot{p} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q})] \\
O_{16} =& \frac{2}{\sqrt{3}}[\dot{q} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{p}) - \dot{p} \cdot T_1 \cdot \dot{n}(\vec{\sigma}_2 \cdot \dot{q})].
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

Dabei bezeichnet $\vec{S}(\vec{\sigma}) \cdot \dot{a}$ die Projektion des Spinvektors $\vec{S}(\vec{\sigma})$ auf die Achse $\dot{a}$ und $\dot{a} \cdot T \cdot \dot{b}$ die Projektion des Tensors T auf die Achsen $\dot{a}$ und $\dot{b}$.

Zur Festlegung der $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung analysieren wir den $p(\vec{d}, 2p)\Delta^0$ - Prozeß . Diese Reaktion mit tensorpolarisierten Deuteronen liefert nur zwei Observable, den Wirkungsquerschnitt und die Tensoranalysierstärke. Diesen zwei Observablen stehen aber nun 16 Amplituden gegenüber. Also ist es erforderlich, eine Modellannahme über die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude zu machen. In einem mesontheoretischen Bild erhält man die Beiträge erster Ordnung zur $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung durch einen Ein - π - und einen Ein - ρ - Austausch. Zum Beispiel erhält

man im Falle des Ein - π - und Ein - ρ - Austausches folgende nicht - relativistische Darstellung der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude (s. Abb.2)

$$t^{\pi}_{NN,N\Delta} = \frac{f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}}{m_\pi^2} \frac{\Lambda^2_{\pi N\Delta} - m_\pi^2}{\Lambda^2_{\pi N\Delta} - t} \frac{\Lambda^2_{\pi NN} - m_\pi^2}{\Lambda^2_{\pi NN} - t} \frac{q^2}{t - m_\pi^2 + i\epsilon} \vec{\sigma}_1 \cdot \dot{q}\vec{S}_2 \cdot \dot{q}\vec{\tau}_1 \cdot \dot{T}_2 \tag{2.15}$$

$$t^{\rho}_{NN,N\Delta} = \frac{f_{\rho NN} f_{\rho N\Delta}}{m_\rho^2} \frac{\Lambda^2_{\rho N\Delta} - m_\rho^2}{\Lambda^2_{\rho N\Delta} - t} \frac{\Lambda^2_{\rho NN} - m_\rho^2}{\Lambda^2_{\rho NN} - t} \frac{q^2}{t - m_\rho^2 + i\epsilon} (\vec{\sigma}_1 \times \dot{q}) \cdot (\vec{S}_2 \times \dot{q}) \vec{\tau}_1 \cdot \dot{T}_2 \tag{2.16}$$

mit der Mandelstam - Variable $t = \omega^2 - \vec{q}^2$, den Kopplungskonstanten $f_{\pi NN}$, $f_{\pi N\Delta}$, $f_{\rho NN}$ und $f_{\rho N\Delta}$ und den Cutoff - Parametern $\Lambda_{\pi NN}$, $\Lambda_{\pi N\Delta}$, $\Lambda_{\rho NN}$ und $\Lambda_{\rho N\Delta}$. Natürlich beinhaltet die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude wesentlich mehr als nur einen Ein - π - Austausch. Daher spezifizieren wir zunächst nicht die Impulsabhängigkeit und machen folgenden Ansatz für die Spinstruktur:

$$t_{NN,N\Delta} = +\beta\vec{\sigma}_1 \cdot \dot{n}\vec{S}_2 \cdot \dot{n} + \delta\vec{\sigma}_1 \cdot \dot{q}\vec{S}_2 \cdot \dot{q} + \epsilon\vec{\sigma}_1 \cdot \dot{Q}\vec{S}_2 \cdot \dot{Q}. \tag{2.17}$$

Die Annahme des π und ρ - Austausches bedeutet $\beta = \epsilon$. Diese Wechselwirkung kann in einer anderen Basis auch als Summe aus Zentralkraft ($\sim \vec{\sigma}_i \cdot \vec{S}_j$) und Tensorkraft ($\sim S_{ij}(\dot{q})$) dargestellt werden. Dabei ist die Spinstruktur der Zentralkraft gegeben durch

$$\vec{\sigma}_i \cdot \vec{S}_j = \vec{\sigma}_i \cdot \dot{q}\vec{S}_j \cdot \dot{q} + (\vec{\sigma}_i \times \dot{q}) \cdot (\vec{S}_j \times \dot{q}) = -\sqrt{12\pi}[Y_0(\dot{q}) \times [\vec{\sigma}_i \times \vec{S}_j]_{(0)}]^{(0)}_{(0)} \tag{2.18}$$

und die der Tensorkraft durch

$$S_{ij}(\dot{q}) = 3\vec{\sigma}_i \cdot \dot{q}\vec{S}_j \cdot \dot{q} - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{S}_2) = \sqrt{24\pi}[Y_2(\dot{q}) \times [\vec{\sigma}_i \times \vec{S}_j]_{(2)}]^{(0)}_{(0)}. \tag{2.19}$$

In dieser Darstellung erhalten wir folgende Spinabhängigkeit für die freie $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude:

$$t_{NN,N\Delta} = \frac{1}{3}[(2\beta + \delta)\vec{\sigma}_i \cdot \vec{S}_j + (\delta - \beta)S_{ij}]. \tag{2.20}$$

2.3. Das optische Potential

Das optische Potential wird meist durch ein phänomenologisches Woods - Saxon - Potential approximiert, das an die elastische Streuung angepaßt wird. Das Woods - Saxon - Potential besteht aus einem Realteil

$$V(R) = -\frac{V_0}{1 + exp(\frac{R - R_{0,V}}{a_V})} \tag{2.21}$$

und einem Imaginärteil

$$W(R) = \frac{W_0}{1 + exp(\frac{R - R_{0,W}}{a_W})}. \tag{2.22}$$

Der Imaginärteil beschreibt den Verlust an Fluß aus dem elastischen Kanal in die verschiedenen anderen Reaktionskanäle. Der Realteil bewirkt eine Änderung der Wellenzahl im Kernbereich und führt zu einer Diffraktion der Streuwelle.

Die $V_0(W_0)$ in (2.21) und (2.22) geben jeweils die Potentialtiefe, die $R_{0,V(W)}$ den Radius sowie die $a_{V(W)}$ die Diffuseness des Potentials an. Bei den von uns beschriebenen Einschußenergien liegen keine Messungen der elastischen Wirkungsquerschnitte vor. Die optischen Potentiale gewinnen wir deshalb durch Faltung der $t_{NN,NN}$ - Amplitude mit der Kerndichte. In diesem sogenannten 'frivolous model' gelingt jedoch keine sehr genaue Beschreibung des Imaginärteils. Daher müssen wir den Imaginärteil zusätzlich so anpassen, daß die absolute Größe des Δ - Wirkungsquerschnitts am Kern vernünftig beschrieben wird. Bei den hohen Einschußenergien spielt der Realteil nur eine untergeordnete Rolle, da die Ersetzung der Einschußenergie E durch $E + V(R)$ in der Schrödingergleichung ohne nennenswerten Einfluß bleibt.

2.4. Der Quellterm formalismus

Zur Auswertung von T_{if}^{DW} müssen wir über die inneren Projektil - und Targetkoordinaten und anschließend über die Relativkoordinaten integrieren. Dies bedeutet eine neun - dimensionale Integration im Ort. Außerdem müssen wir dazu die Projektil- und Targetwellenfunktionen kennen. Von den betrachteten Wellenfunktionen bereitet nur die Restkernwellenfunktion Schwierigkeiten; denn sie besitzt eine komplizierte Struktur, da das im Streuprozeß erzeugte Δ wieder zerfällt. Dies erfordert besondere Randbedingungen für die Δ - Wellenfunktion.

Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, bestimmen wir die Observablen im Rahmen des Quelltermformalismus. Hierzu wird bei der Berechnung von T_{if}^{DW} zunächst die Integration über die inneren Projektilkoordinaten und über die Relativkoordinaten zwischen Projektil und Target durchgeführt. Dies liefert die Quellfunktion:

$$|\rho >= (\chi_b^{(-)}\phi_b|t_{NNN\Delta}|\chi_a^{(+)}\phi_a\phi_A >, \tag{2.23}$$

die nur eine Funktion der inneren Targetkoordinaten ist. Das runde bra in Gl. (2.23) deutet an, daß hier nur das Matrixelement bezüglich der inneren Projektilkoordinaten und der Relativkoordinaten zu nehmen ist. Die Quellfunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Δ - Anregung im Targetkern. Die Propagation des Δ s durch den Kern beschreiben wir mit Hilfe einer Green' schen Funktion G, die die Δ - Wellenfunktion $|\Psi_\Delta >$ erzeugt als

$$|\Psi_\Delta >= G|\rho > . \tag{2.24}$$

Die Lösung dieser Integralgleichung erhalten wir mit Hilfe eines coupled - channel - Formalismus, den wir in Kapitel 5 darlegen.

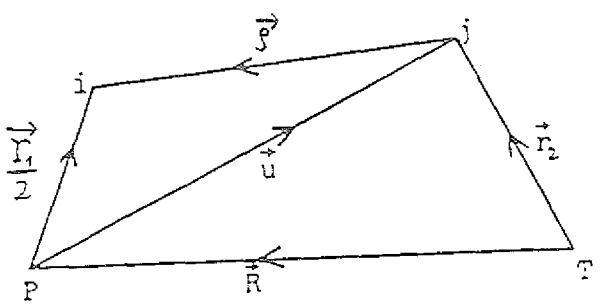


Abb. 3: Geometrie der Δ - Anregung am Targetkern bei einer Ladungsaustauschreaktion am ausgedehnten Targetkern

Zur Durchführung der Integration über die inneren Projektil- und Relativkoordinaten führen wir folgendes Koordinatensystem ein, das sowohl für den Fall eines ausgedehnten Projektils als auch eines ausgedehnten Targets anwendbar ist. Das Koordinatensystem ist in Fig.3 dargestellt, wobei folgende Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned} \vec{R} + \vec{u} &= \vec{r}_2 \\ \vec{\rho} &= \vec{r}_1/2 - \vec{u}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Dabei ist $\vec{R}$ die Relativkoordinate zwischen Projektil und Target, $\frac{\vec{r_1}}{2}$ die innere Projektilkoordinate und $\vec{r_2}$ die innere Targetkoordinate. Der Vektor $\vec{u}$ beschreibt den Relativvektor zwischen Targetnukleon j und Projektilschwerpunkt P und ρ den Relativvektor zwischen Projektilnukleon i und Targetnukleon j.

Insgesamt erfordert die Berechnung der Quellfunktion eine sechsdimensionale Integration über die inneren Projektil- und die Relativkoordinaten. Zur Bestimmung der Δ - Wellenfunktion $|\Psi_\Delta>$ muß dann die Integro - Differentialgleichung

$$|\rho>= G^{-1}|\Psi_\Delta> \tag{2.26}$$

gelöst werden mit einer Inhomogenität, die ihrerseits eine sechsdimensionale Integration beinhaltet. Um die Lösung einer Integro - Differentialgleichung mit einer solchen Inhomogenität zu vermeiden, führen wir folgende Approximation für die Quellfunktion durch. Wir fouriertransformieren $V(\rho)$ in den Impulsraum

$$V(\vec{\rho}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{q}e^{i\vec{q}\cdot\vec{\rho}}V(\vec{q}) \tag{2.27}$$

und machen uns die Tatsache zunutze, daß sich $V(\vec{q})$ im Bereich großer Impulsüberträge nur schwach mit $\vec{q}$ ändert. Dann können wir $V(\vec{Q})$ aus dem Integral herausziehen und erhalten

$$\begin{aligned} V(\vec{\rho}) \sim & \frac{1}{(2\pi)^3}V(\vec{Q})\int d^3\vec{q}e^{i\vec{q}\cdot\vec{\rho}} \\ = & \frac{1}{(2\pi)^3}V(\vec{Q})\int d^3\vec{q}e^{i\vec{q}\cdot(\frac{\vec{r_1}}{2}+\vec{R}-\vec{r_2})} \\ = & \frac{1}{(2\pi)^3}V(\vec{Q})e^{i\vec{Q}\cdot\frac{\vec{r_1}}{2}}\delta^3(\vec{R}-\vec{r_2}). \end{aligned} \tag{2.28}$$

Damit kann die Quell - Funktion geschrieben werden als

$$|\rho>= (\chi_b^{(-)}\phi_b|V(Q)e^{i\vec{Q}\cdot\frac{\vec{r_1}}{2}}\delta^3(\vec{R}-\vec{r_2})|\chi_a^{(+)}\phi_a\phi_A> . \tag{2.29}$$

Die δ - Funktion bewirkt, daß von den sechs Integrationen drei analytisch ausführbar sind.

Einsetzen der Quantenzahlen und Multipolentwicklung der Quellfunktion führt

zu folgenden Ergebnissen für die $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion :

$$
\begin{aligned}
|\rho_M> &= (\chi_b^{(-)}\phi_b|t_{NN,N\Delta}|\chi_a^{(+)}\phi_a\phi_A> \\
&= -2C_{N\Delta} \sum_{l_p,\bar{l},l,k,l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t},M_S} V_k(Q)\hat{k}\hat{l}\hat{l}_p(-)^{\frac{l_p}{2}} W(1kl_p;1\bar{l})F_{l_p}(Q) \\
&\quad (k0l_p0|\bar{l}0)(-)^{1+M_S}(-)^{l_t+m_{l_t}}\hat{j}_t W(ll_t11;\bar{l}j_t)(j_t m_{j_t}1M_S|l_t-m_{l_t})\delta_{M,-M_S} \\
&\quad [X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]^{m_{l_t}}_{(l_t)} g(ph)u_h(r)r.
\end{aligned}
\tag{2.30}
$$

Für die $(^3He, t)$ sowie für die (p, n) - Reaktion erhalten wir

$$
\begin{aligned}
|\rho> = &\sum_{l,k,l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t},m_a,m_b,\nu} (-)^{\frac{1}{2}+m_a} 2\tilde{C}_{N\Delta}(\frac{1}{2}m_b\frac{1}{2}-m_a|1\nu)(-)^{l_t+m_{l_t}}\hat{j}_t F(Q) \\
&V_k(Q)W(ll_t11;kj_t)(j_t m_{j_t}1M_S|l_t-m_{l_t})[X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_k(\hat{Q})]^{m_{l_t}}_{(l_t)} g(ph)u_h(r)r.
\end{aligned}
\tag{2.31}
$$

Die detaillierten Rechnungen werden in Anhang 1 explizit durchgeführt. Dabei sind $C_{N\Delta}$ und $\tilde{C}_{N\Delta}$ die Targetisospinmatrixelemente für die $(\vec{d}, 2p)$- und die (p, n)- sowie $(^3He, t)$- Reaktion und $g(ph)$ der in Anhang E berechnete geometrische Faktor, den wir bei Ausführung des Targetspinmatrixelementes erhalten. Die $u_h(r)$ bezeichnen die Lochwellenfunktionen, die V_k bezeichnen Zentral- und Tensoranteil der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude und F_{l_p} den in Anhang H berechneten $(\vec{d}, 2p)$ - Formfaktor für S- und D-Wellen - Deuteron. Die X_l enthalten den Einfluß der distortierten Wellen und sind in Anhang A definiert.

2.5. Experimentelle Bedingungen der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion

Im Falle der $(\vec{d}, 2p)$- Reaktion können nur bestimmte Streuobservablen gemessen werden. Das Deuteron ist ein Spin 1 - Teilchen, während das Diproton ein quasigebundenes Spin 0 - Teilchen ist. Bei dem am Beschleuniger SATURNE durchgeführten Experiment können trotz eines großen Abstandes von etwa 30 Metern zwischen dem Target und dem Detektor hinreichend viele Diprotonen nachgewiesen werden. Diese Diprotonen befinden sich im quasigebundenen relativen S - Zustand. Da das Deuteron im Eingangskanal ein Spin 1 - Teilchen und das Diproton im Ausgangskanal ein Spin 0 - Teilchen ist, können bei diesem Prozeß nur Analysierstärken gemessen werden.

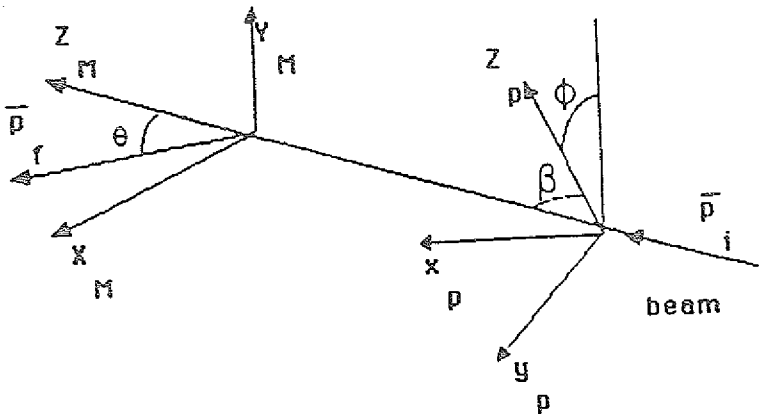


Abb. 4: Die verschiedenen Koordinatensysteme zur Erläuterung der Polarisation bei der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion an SATURNE

Mit Hilfe des folgenden Diagramms [21] wird die Polarisation des Deuteronstrahls, wie sie bei SATURNE vorliegt, erläutert.

Wir benötigen zur Beschreibung der Polarisation zwei Koordinatensysteme. Im Koordinatensystem P wird die Polarisation des Eingangsstrahls festgelegt; hingegen findet die Auswertung von Polarisationsexperimenten üblicherweise im Madison - frame M statt, wo die z- Achse längs der Strahlrichtung des polarisierten Teilchens liegt. Das System P wird nun dadurch definiert, daß die z - Achse in Richtung der Polarisation gelegt wird, während die y - Achse orthogonal zu der aus dem Eingangsstrahl und der Polarisationsrichtung aufgespannten Ebene gewählt wird. Um die Tensorpolarisation im Madison - frame ausdrücken zu können, muß das System P nach M transformiert werden. Hierbei ist zu beachten, daß der Winkel β zwischen der Polarisationsachse und der Streuebene bei SATURNE 90° beträgt und von daher die x- Achse in Richtung des Eingangsstrahls liegt. Das bedeutet, daß wir eine Drehung um die y - Achse mit dem Winkel $\beta = 90°$ durchführen müssen und anschließend eine Drehung um die neue z - Achse mit dem Winkel zwischen der Polarisatons- und der Strahlachse, den wir mit Φ bezeichnen.

Für den Fall $\Phi = 90°$ ist die Bestimmung der Analysierstärke in kartesischen Koordinaten im Madison - frame sehr einfach. Da in diesem Falle y die Polarisations- und damit Symmetrieachse wird, kann die Tensorpolarisation nur durch P_{yy} festgelegt sein, d.h. sie ist dann in sphärischen Koordinaten proportio-

nal zu

$$-\sqrt{3}Re\tau_{22} - \frac{1}{\sqrt{2}}\tau_{20}. \tag{2.32}$$

Für den allgemeinen Fall (Φ beliebig) wählen wir sphärische Koordinaten: Das System P ist dann so festgelegt, daß die Tensorpolarisation in P durch $\rho_{20}\tau_{20}$ gegeben ist. Bei SATURNE beträgt $\rho_{20} = 0.6$. Die Observable t_{kq} im Madison-frame erhalten wir durch die Transformation

$$t_{kq} = \sum_{q'} \tau_{kq'} D^k_{qq'}(\chi, \Theta, \Psi),$$

wenn mit $\tau_{kq'}$ die Observable im Koordinatensystem P bezeichnet wird und χ, Θ und Ψ die Eulerschen Winkel sind, die die Drehung von P nach M beschreiben. In unserem Fall betragen die Winkel

$$\begin{aligned} \chi &= 0 \\ \Theta &= -\beta \\ \Psi &= -(\frac{\pi}{2} + \Phi). \end{aligned}$$

Die Tensorpolarisation im rotierten System erhalten wir dann durch

$$t_{kq} = D^2_{0q}(0, -\beta, -(\Phi + \frac{\pi}{2}))\tau_{20}.$$

Dies bedeutet im einzelnen:

$$\begin{aligned} t_{20} &= \frac{1}{2}\tau_{20}(3cos^2\beta - 1) = -\frac{1}{2}\tau_{20} \\ t_{21} &= -i\tau_{20}\sqrt{\frac{3}{2}}sin\beta cos\beta e^{i\Phi} = 0 \\ t_{22} &= -\tau_{20}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}sin^2\beta e^{2i\Phi} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\tau_{20}e^{2i\Phi}. \end{aligned}$$

Damit ist die Tensorpolarisation im Madison (M) - frame bei umgekehrter Wahl des Vorzeichens gegeben durch

$$A_M = \sqrt{\frac{3}{2}}\tau_{22}cos2\Phi + \frac{1}{2}\tau_{20}. \tag{2.33}$$

Dabei nimmt Φ einen vom Streuwinkel abhängigen Wert an. Die Größe cos 2Φ ist bei einem Streuwinkel von 0 Grad gegeben durch $cos2\Phi = -0.18$, für Streuwinkel von 2.1 Grad beträgt $cos2\Phi = 0.86$, bei höheren Streuwinkel ist $cos2\Phi \sim 1$. Aufgrund der endlichen Größe des Detektors beträgt auch bei sogenannter 0 Grad - Streuung der mittlere Streuwinkel 0.5 Grad.

2.6. Die Observablen

2.6.1. Der Wirkungsquerschnitt

Wir möchten nun die Observablen angeben, die bei der Δ - Anregung im Kern mittels der Ladungsaustauschreaktionen auftreten. Den Wirkungsquerschnitt berechnen wir mit Hilfe des bereits beschriebenen Quelltermformalismus. Der Einfluß der Kernstruktur geht durch die Resolvente G, die auf den Quellterm wirkt, in die Berechnung ein. Der Wirkungsquerschnitt ist dann gegeben durch

$$\frac{d^2\sigma}{dE_b d\Omega_b} = \frac{E_a E_b E_A E_{B+\Delta}}{(2\pi\hbar^2 c^2 W)^2}\frac{k_b}{k_a} < \Psi|W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}|\Psi > \tag{2.34}$$

mit $|\Psi >= G|\rho >$, wobei G durch

$$G = \frac{1}{E - H_B - T_\Delta - U_\Delta - i(W_\Delta - \frac{\Gamma_\Delta}{2}) - V_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}})} \tag{2.35}$$

gegeben ist. In (2.34) beschreiben die E_i die Energien der streuenden Teilchen und die $\vec{k}_i$ ihre Impulse. Dabei bezeichnen wir das Projektil mit a, das Ejektil mit b,den Targetkern mit A und den Targetrestkern (ohne Δ) mit B. W ist die Gesamtenergie der Teilchen im CM - System. Die Reolvente G in (2.35) enthält die mit E bezeichnete Energie des $(B+\Delta)$ - Systems. Außerdem wird mit $\frac{\Gamma_\Delta}{2}$ die freie Zerfallsbreite des Δ's sowie mit H_B der Hamiltonoperator des Kerns B benannt. Wir bezeichnen den Operator der kinetischen Energie mit T_Δ, das Einkörper Δ - Kern - Potential mit $U_\Delta + iW_\Delta$ sowie die Δ- Loch - Restwechselwirkung mit $V_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}$.

Da wir nun $ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}$ nicht explizit berechnen können, benutzen wir folgende Identität, um den Wirkungsquerschnitt berechnen zu können:

$$< \Psi|W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}|\Psi > = -Im< \rho|G|\rho >. \tag{2.36}$$

Um dies zu zeigen, betrachten wir den Imaginärteil von G:

$$\begin{aligned} &-ImG \\ =&\frac{W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}}{(E - H_B - T_\Delta - U_\Delta + ReV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}})^2 + (W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}})^2} \\ =&G^\dagger(W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}})G, \end{aligned} \tag{2.37}$$

und wir erhalten die gesuchte Beziehung

$$< \Psi|W_\Delta + \frac{\Gamma_\Delta}{2} + ImV_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}|\Psi >= - Im < \rho|G|\rho > \\ = - Im < \rho|\Psi > . \tag{2.38}$$

Einsetzen in (2.34) ergibt:

$$\frac{d^2\sigma}{dE_b d\Omega_b} = \frac{E_a E_b E_A E_{B+\Delta}}{(2\pi\hbar^2 c^2 W)^2}\frac{k_b}{k_a} Im(- < \rho|G|\rho >). \tag{2.39}$$

Dabei bezeichnen die spitzen Klammern sowohl die Integration über die inneren Targetkoordinaten als auch die Summation über die m- Quantenzahlen des Ausgangskanals und Mittelung über die m - Quantenzahlen des Eingangskanals. Für die (p,n) - und die $(^3He,t)$ - Reaktion, d.h. für Spin $\frac{1}{2}$ - Projektile, entwickeln wir nun das $|\rho >$ folgendermaßen in die verschiedenen Drehimpulskomponenten

$$|\rho >= \sum_{j_t,l_t,m_{l_t},m_a,m_b,M_S} (-)^{\frac{1}{2}+m_a}(\frac{1}{2}m_b\frac{1}{2} - m_a|1M_S) \\ (-)^{l_t+m_{l_t}}(j_t m_{j_t} 1 M_S|l_t - m_{l_t})|\rho_{j_t,l_t,m_{l_t}} > . \tag{2.40}$$

In diesem Falle gilt

$$\begin{aligned} < \rho|G|\rho >= & \sum_{j_t,m_{j_t},l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}',m_a,m_b,M_S,M_S'} \frac{1}{2m_a+1} \\ & (-)^{1+2m_a}(\frac{1}{2}m_b\frac{1}{2} - m_a|1M_S)(\frac{1}{2}m_b\frac{1}{2} - m_a|1M_S')(-)^{l_t+m_{l_t}+l_t'+m_{l_t}'} \\ & (j_t m_{j_t} 1 M_S|l_t - m_{l_t})(j_t m_{j_t} 1 M_S'|l_t' - m_{l_t}') < \rho_{j_t,l_t',m_{l_t}'}|G|\rho_{j_t,l_t,m_{l_t}} > \\ = & \sum_{j_t,l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}'} \delta_{l_t,l_t'}\delta_{m_{l_t},m_{l_t}'} < \rho_{j_t,l_t',m_{l_t}'}|G|\rho_{j_t,l_t,m_{l_t}} > \\ = & \sum_{j_t,l_t,m_{l_t}} < \rho_{j_t,l_t,m_{l_t}}|G|\rho_{j_t,l_t,m_{l_t}} > . \end{aligned} \tag{2.41}$$

Analog entwickeln wir das $|\rho_M >$ der $(\vec{d},2p)$ - Reaktion, wo wir Spin 1 - Projektile haben, in die verschiedenen Drehimpulskomponenten

$$|\rho_M >= \sum_{j_t,l_t,m_{l_t},m_a,m_b,M_S} (-)^{1+M_S}\delta_{M,-M_S} \\ (-)^{l_t+m_{l_t}}(j_t m_{j_t} 1 M_S|l_t - m_{l_t})|\rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}} > . \tag{2.42}$$

Wir erhalten nun

$$\begin{aligned}
\sum_M < \rho_M|G|\rho_M >= & \sum_{j_t,m_{j_t},l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}',M_S} \frac{1}{2M+1}(-)^{2+2M_S}(-)^{l_t+m_{l_t}+l_t'+m_{l_t}'} \\
& (j_t m_{j_t} 1 M_S|l_t - m_{l_t})(j_t m_{j_t} 1 M_S'|l_t' - m_{l_t}') \\
& < \rho_{M_{j_t,l_t',m_{l_t}'}}|G|\rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}} > \\
= & \sum_{j_t,l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}'} \delta_{l_t,l_t'}\delta_{m_{l_t},m_{l_t}'} < \rho_{M_{j_t,l_t',m_{l_t}'}}|G|\rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}} > \\
= & \sum_{j_t,l_t,m_{l_t}} < \rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}}|G|\rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}} > .
\end{aligned} \tag{2.43}$$

2.6.2. Die Tensorpolarisation

Die Analysierstärke τ_{kq} der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion ist gegeben durch

$$\tau_{kq} = \frac{\tau_{kq}\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_b}}{\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_b}}, \tag{2.44}$$

wobei der Zähler als

$$\tau_{kq}\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_b} = \sum_{M,M'} -Im < \rho_{M'}|\Omega_{kq}G|\rho_M > \tag{2.45}$$

definiert ist. Nun gilt aber:

$$\begin{aligned}
& \sum_{M,M'} -Im < \rho_M|\Omega_{kq}G|\rho_M > \\
= & \sum_{j_t,m_{j_t},l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}',M,M'} \frac{1}{2M+1}(-)^{l_t+m_{l_t}+l_t'+m_{l_t}'+M+M'} \\
& (j_t m_{j_t} 1 M|l_t - m_{l_t})(j_t m_{j_t} 1 M'|l_t' - m_{l_t}') < \rho_{M_{j_t,l_t',m_{l_t}'}}|G\Omega_{kq}|\rho_{M_{j_t,l_t,m_{l_t}}} > \\
= & \sum_{j_t,m_{j_t},l_t,m_{l_t},l_t',m_{l_t}',M,M'} \frac{1}{2M+1} \\
& (j_t m_{j_t} 1 M|l_t - m_{l_t})(j_t m_{j_t} 1 M'|l_t' - m_{l_t}') < \rho_{j_t,l_t',m_{l_t}'}|G\Omega_{kq}|\rho_{j_t,l_t,m_{l_t}} > .
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Mit dieser Beziehung kann dann der Zähler des Terms aus Gl. (2.44) berechnet werden. Der Wirkungsquerschnitt ist in Gl. (2.43) gegeben, so daß wir nun die Tensoranalysierstärke berechnen können.

3. Die fundmentalen Prozesse $p(\vec{d},2p)\Delta^0$, $p(p,n)\Delta^{++}$ und $p(^3He,t)\Delta^{++}$

In diesem Kapitel sollen die Formeln angegeben werden, nach denen die $p(a,b)\Delta$ - Prozesse berechnet wurden, mit deren Hilfe die $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude festgelegt wird. Der Wirkungsquerschnitt ist für den Fall eines Ein - π - Austausches gegeben als

$$\begin{aligned} d\sigma =& \frac{1}{4I}(2\pi)^4\delta^4(p_a+p_b-p_c-p_d)\frac{d^3\vec{p}_c}{(2\pi)^3 2E_c}\frac{d^3\vec{p}_d}{(2\pi)^3 2E_d}\frac{1}{(2j_a+1)(2j_b+1)} \\ & \sum_{M_a,M_b,M_c,M_d}|\frac{f}{m_\pi}\bar{u}(p_c,M_c)\gamma^\mu\gamma^5 u(p_a,M_a)q_\mu|^2\frac{1}{(q^2-m_\pi^2)^2} \\ & |\bar{u}_\nu(p_d,M_d)q^\nu u(p_b,M_b)\frac{f_\Delta}{m_\pi}|^2\frac{2m_\Delta\Gamma(s_d)}{(\sqrt{s_d}-m_\Delta)^2+m_\Delta^2\Gamma^2}\frac{ds_d}{2\pi}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dabei beziehen sich die Indizes a auf das Projektil, b auf das Target, c auf das Ejektil und d auf das angeregte Δ. Die p_i bezeichnen Viererimpulse, die m_i Massen, $\vec{p}_i$ Dreierimpulse , E_i Energien und die f_i Kopplungskonstanten. Die j_i sind die zugehörigen Spins mit den Spinprojektionen M_i, und s_d ist die Mandelstam - Variable der Zerfallsreaktion. $q=(\omega,\vec{q})$ beschreibt den Viererimpulsübertrag, γ^μ die Dirac - Spinmatrizen und u die Dirac - Spinoren, die in der Standard- bzw. Niederenergiedarstellung gegeben sind als

$$u(p,M)=\sqrt{\frac{E+m}{2m}}\begin{pmatrix}1\\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\end{pmatrix}\chi(M), \tag{3.2}$$

wobei mit χ die Paulispinoren bezeichnet sind.

Die Invariante I [22] aus (3.1) ist gegeben als

$$I=\frac{1}{2}\lambda^{\frac{1}{2}}(s,m_a^2,m_b^2)=\frac{1}{2}\sqrt{s^2+m_a^4+m_b^4-2sm_a^2-2sm_b^2-2m_a^2m_b^2}. \tag{3.3}$$

Dabei bezeichnen wir mit s die zur Δ - Anregungsreaktion zugehörige Mandelstam - Variable. Dabei erhalten wir im Laborsystem den Phasenraumfaktor

$$dLIPS(s,\vec{p}_c^L,\vec{p}_d^L)=\frac{d^3\vec{p}_c}{(2\pi)^3 2E_c}\frac{d^3\vec{p}_d}{(2\pi)^3 2E_d}=\frac{1}{16\pi^2}\frac{(p_c^L)^2}{p_c^L E_d^L-\vec{q}_L\cdot\vec{p}_c^L E_c^L}d\Omega_c^L. \tag{3.4}$$

Im Laborsystem erhalten wir für ds_d

$$ds_d=2(m+\omega_L)d\omega_L-2\vec{q}_L\cdot d\vec{q}_L. \tag{3.5}$$

Die nichtrelativistische Reduktion für das Targetspinmatrixelement liefert

$$|\frac{f}{m_\pi}\bar{u}_\nu(p_d, M_d)q^\nu u(p_b, M_b)|^2 \sim (\frac{f_\Delta}{m_\pi})^2(E_\Delta + m_\Delta)(E_b + m_b) \\ |<\frac{3}{2}M_d|\vec{S}^+ \cdot q_c|\frac{1}{2}M_b>|^2. \tag{3.6}$$

Analog erhalten wir für das Projektilspinmatrixelement im Falle der (p, n) und der $(^3He, t)$ - Reaktion

$$|\frac{f}{m_\pi}\bar{u}(p_c, M_c)\gamma^\mu\gamma^5 u(p_a, M_a)q_\mu|^2 \sim (\frac{f}{m_\pi})^2(E_c+m)(E_a+m) < \frac{1}{2}M_c|\vec{\sigma}\cdot\vec{q}_c|\frac{1}{2}M_a>|^2. \tag{3.7}$$

Für diese Reaktionen können nun die Spin - Isospin - Matrixelemente ausgewertet und die Spinabhängigkeit der Wechselwirkung durch die Zentral- (V_C) und Tensorkraft (V_T) ausgedrückt werden:

$$\frac{1}{(2j_a+1)(2j_b+1)} \\ \sum_{M_a,M_b,M_c,M_d} |\frac{f}{m_\pi} < \frac{1}{2}M_c|\vec{\sigma}\cdot\vec{q}_c|\frac{1}{2}M_a > \frac{1}{q^2-m^2}\frac{f_\Delta}{m_\pi} < \frac{3}{2}M_d|\vec{S}^\dagger\cdot\vec{q}_c|\frac{1}{2}M_b>|^2 \\ |<\frac{1}{2}\frac{1}{2},\frac{3}{2}-\frac{3}{2}|\vec{\tau}\cdot\vec{T}|\frac{1}{2}-\frac{1}{2},\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>|^2 = \\ \frac{4}{3}[|V_C(q_c)|^2|Y_{00}|^2 + \frac{1}{5}\sum_{q=-2}^{2}|V_T(q_c)|^2|Y_{2q}|^2]. \tag{3.8}$$

Dies ergibt dann im Laborsystem den folgenden Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega} \\ = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{16\pi^2}\frac{4}{3}\frac{(p_c^L)^2}{p_c^L E_d^L - \vec{q}_L\cdot\hat{p}_c^L E_c^L}\frac{m+\omega^L}{\pi}\frac{m_\Delta\Gamma(s_d)}{(s_d-m_\Delta)^2+m_\Delta^2\Gamma^2} \\ (E_a+m_a)(E_b+m_b)(E_c+m_c)(E_d+m_d) \\ [|V_C(q_c)|^2|Y_{00}|^2 + \frac{1}{5}\sum_{q=-2}^{2}|V_T(q_c)|^2|Y_{2q}|^2]. \tag{3.9}$$

Für die $(d, 2p)$ - Reaktion gilt

$$|\frac{f}{m_\pi}\bar{u}(\vec{p}_2, M_2)\bar{u}(\vec{p}_2, M_1)\gamma^\mu\gamma^5 u(\vec{p}_1, M_2')u(\vec{p}_2, M_1')q_\mu|^2 \\ \sim(\frac{f}{m_\pi})^2\frac{(E_c+m)^2(E_a+m)^2}{4m_a^2}(1-\frac{p_c p_a cos\theta}{(E_c+m_c)(E_a+m_a)})^2 \\ |<(\frac{1}{2}\frac{1}{2})00|\vec{\sigma}\cdot\hat{q}_c|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1M>. \tag{3.10}$$

Hier ergibt die nichtrelativistische Reduktion des Spinmatrixelementes

$$\begin{aligned}&\frac{f}{m_\pi} < (\frac{1}{2}\frac{1}{2})00|\vec{\sigma}\cdot\vec{q}_c|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1M > \frac{1}{q^2-m^2}\frac{f_\Delta}{m_\pi} < \frac{3}{2}M_d|\vec{S}^\dagger\cdot\vec{q}_c|\frac{1}{2}M_b > \\ &= < (\frac{1}{2}\frac{1}{2})00, \frac{3}{2}M_d||[\vec{\sigma}\times\vec{S}]_{kq}||(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1M, \frac{1}{2}M_b > Y^*_{kq}W_k.\end{aligned} \tag{3.11}$$

Die W_k stellen "effektive" Zentral- bzw. Tensorkräfte dar, die wir durch Kombination der Zentral- bzw. Tensorkraft $V_{\tilde{k}}$ mit dem S (D) - Wellen - Formfaktor F_{l_p} des $(\vec{d}, 2p)$ - Systems erhalten:

$$W_k = \sum_{\tilde{k},l_p} \frac{\hat{\tilde{k}}\hat{1}\hat{l}_p}{\hat{k}}(-)^{\frac{l_p}{2}}W(1\tilde{k}1l_p;1k)V_{\tilde{k}}F_{l_p}. \tag{3.12}$$

Das eigentliche Projektilspinmatrixelement für die $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion können wir dann berechnen als:

$$\begin{aligned}&< (\frac{1}{2}\frac{1}{2})00|[\vec{\sigma}\times\vec{S}]_{kq}|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1M > Y^*_{kq}W_k \\ &=(-)^M\sum_\mu S_\mu(1\mu1-M|kq)(\frac{1}{2}m_b1\mu|\frac{3}{2}M_\Delta)Y^*_{kq}W_k,\end{aligned} \tag{3.13}$$

während das Isospinmatrixelement gegeben ist durch:

$$< (\frac{1}{2}\frac{1}{2})1-1, \frac{3}{2}\frac{1}{2}|\vec{\tau}\cdot\vec{T}|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})00, \frac{1}{2}-\frac{1}{2} >= -\sqrt{\frac{1}{3}}. \tag{3.14}$$

Wir erhalten als Produkt von Spin- und Isospinmatrixelement

$$\begin{aligned}&< (\frac{1}{2}\frac{1}{2})1-1, \frac{3}{2}\frac{1}{2}|\vec{\tau}\cdot\vec{T}|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})00, \frac{1}{2}-\frac{1}{2} > \\ &< (\frac{1}{2}\frac{1}{2})00, \frac{3}{2}M_\Delta|[\vec{\sigma}\times\vec{S}]_{kq}|(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1M, \frac{1}{2}m_b > Y^*_{kq}W_k \\ &=\sum_\mu(-)^{\frac{1}{2}-m}(-)^{1+M}\frac{2}{3}(1\mu1-M|kq)(\frac{1}{2}m_b\frac{3}{2}-M_\Delta|1-\mu)Y^*_{kq}W_k.\end{aligned} \tag{3.15}$$

Mit Hilfe der vorgenannten Formeln können wir nun die Tensoranalysierstärken und den Wirkungsquerschnitt der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion berechnen. Hierfür berechnen wir die Streuquerschnittsmatrixelemente

$$\begin{aligned}\sigma_{M,M'} =&(-)^{M+M'}\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{16\pi^2}\frac{(p_c^L)^2}{p_c^LE_d^L-\vec{q}_L\cdot\vec{p}_c^LE_c^L}\frac{m+\omega^L}{\pi}\frac{m_\Delta\Gamma(s_d)}{(\sqrt{s_d}-m_\Delta)^2+m_\Delta^2\Gamma^2} \\ &(E_b+m_b)(E_d+m_d)\frac{(E_c+m_c)^2(E_a+m_a)^2}{4m_a^2}(1-\frac{p_cp_acos\theta}{(E_c+m_c)(E_a+m_a)})^2 \\ &\sum_{k,q,k',q',\mu}(1\mu1-M|kq)(1\mu1-M'|k'q')Y^*_{kq}Y_{k'q'}W_kW_{k'},\end{aligned} \tag{3.16}$$

wobei wir mit θ den Winkel zwischen den Projektil- und Ejektilimpulsen im Schwerpunktsystem (CMS) bezeichnen.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt erhalten wir bei Mittelung über die Anfangsspin- und Summation über die Endspinprojektionen

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega} \\
&=\frac{1}{3}\sum_{M,M'}\sigma_{M,M'} \\
&=\frac{1}{4\pi}\frac{1}{16\pi^2}\frac{8}{27}\frac{(p_c^L)^2}{p_c^L E_d^L - \vec{q}_L\cdot\vec{p}_c^L E_c^L}\frac{m+\omega^L}{\pi}\frac{m_\Delta\Gamma(s_d)}{(\sqrt{s_d}-m_\Delta)^2+m_\Delta^2\Gamma^2} \\
&(E_b+m)(E_d+m)\frac{(E_c+m)^2(E_a+m)^2}{4m_a^2}(1-\frac{p_c p_a cos\theta}{(E_c+m_c)(E_a+m_a)})^2 \\
&[|W_C(q_c)|^2|Y_{00}|^2+\sum_{q=-2}^{2}|W_T(q_c)|^2|Y_{2q}|^2].
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Die Tensoranalysierstärken $A_{\mu,\nu}$ sind dann gegeben durch

$$A_{\mu,\nu} == \frac{\sum_{M,M'}\Omega_{\mu,\nu}(M,M')\sigma_{M,M'}}{\sum_{M,M'}\sigma_{M,M'}}. \tag{3.18}$$

Mit Hilfe von Gl. (3.16) und Gl. (3.17) können wir damit die Streuobservablen der $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion bestimmen.

4. Relativistische Behandlung des Spins

4.1. Motivation

Da beim zugrundeliegenden Experiment die polarisierten Deuteronen eine Energie von 4 GeV besitzen, müssen sie im Prinzip relativistisch behandelt werden. Dabei tritt das Phänomen auf, daß im Gegensatz zum nichtrelativistischen Fall die Aussage " Spin und Impuls sind parallel " in einem Bezugssystem wahr und in einem anderen falsch sein kann. [23] Die Drehung des Spinvektors relativ zum Impulsvektor in Abhängigkeit von der Wahl des Koordinatensystems wird auch relativistische Spinrotation genannt. Die Größe dieses Spinrotationseffekts hängt von der Einschußenergie ab. Wir bestimmen ihn zunächst anhand der elastischen Nukleon - Nukleon - Streuung, folgend der Beschreibung von [24] [25]. Zunächst stellen wir fest, daß der Spin eines Teilchens nur in dessen Ruhsystem definiert ist [26]. Um den Effekt der Spinrotation angeben zu können, müssen wir die Lage des Spinvektors des gestreuten Nukleons im Ausgangskanal in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ_C des Schwerpunktsystems (CMS) bestimmen. Also starten wir im Ruhsystem A des Nukleons im Ausgangskanal, transformieren von dort ins CMS - System mittels eines Boosts mit der Geschwindigkeit β, von dort nach geeigneter Rotation um θ_C mit der Boostgeschwindigkeit β_{CL} ins Laborsystem und von dort wiederum nach geeigneter Rotation um θ_L mit einem Boost β_L ins Ruhsystem A' des auslaufenden Nukleons. Alle Transformationen hintereinander ausgeführt, bilden insgesamt eine Rotation im Ruhsystem des Nukleons. Die Hintereinanderausführung der verschiedenen Matrixmultiplikationen wird technisch sehr aufwendig. Deshalb umgehen wir dieses Problem dadurch, daß wir ausgehend vom Laborsystem getrennt zu A und zu A' transformieren, um dann den Rotationswinkel mit Hilfe eines Koeffizientenvergleiches bestimmen zu können.

Wir führen nun die Transformationen vom Laborsystem in die Ruhsysteme A und A' explizit aus. Da die Streuung in einer Ebene stattfindet, genügt es, eine Zeit- und zwei Ortskomponenten zu berücksichtigen. Das reduziert die Lorentztransformationen effektiv auf 3×3 - Matrizen, wobei die erste Komponente eine Zeitkomponente und die beiden anderen Komponenten Ortskomponenten sind. Die Transformation vom Laborsystem zu A ist $T_{AL} = L(\beta)R(\theta_C)L(\beta_{CL})$. Dabei ist $L(\beta)$ eine eigentliche Lorentztransformation, also ein Boost mit der Geschwin-

digkeit β und $R(\theta_C)$ eine Rotation um den Winkel θ_C. In expliziter Form gilt

$$\begin{aligned} T_{AL} &= \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta_C & -sin\theta_c \\ 0 & sin\theta_C & cos\theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{CL} & \beta_{CL}\gamma_{CL} & 0 \\ \beta_{CL}\gamma_{CL} & \gamma_{CL} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \gamma\gamma_{CL}(1+\beta\beta_{CM}cos\theta_C) & \gamma\gamma_{CL}(\beta_{CM}+\beta cos\theta_C) & -\beta\gamma sin\theta_C \\ \gamma\gamma_{CL}(\beta+\beta_{CM}cos\theta_C) & \gamma\gamma_{CL}(\beta\beta_{CM}+cos\theta_C) & -\gamma sin\theta_C \\ \gamma_{CL}\beta_{CM}sin\theta_C & \gamma_{CL}sin\theta_C & cos\theta_c \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{4.1}$$

wobei jeweils

$$\gamma_i = (1-\beta_i^2)^{-\frac{1}{2}}. \tag{4.2}$$

Die Transformation vom Laborsystem zum System A' ist

$$T_{A'L} = L(\beta_L)R(\theta_L); \tag{4.3}$$

explizit erhalten wir dafür:

$$\begin{aligned} &T_{A'L} \\ &= \begin{pmatrix} \gamma_L & \beta_L\gamma_L & 0 \\ \beta_L\gamma_L & \gamma_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta_L & -sin\theta_L \\ 0 & sin\theta_L & cos\theta_L \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \gamma_L & \gamma_L\beta_L cos\theta_L & -\beta_L\gamma_L sin\theta_L \\ \gamma_L\beta_L & \gamma_L cos\theta_L & -\gamma_L sin\theta_L \\ 0 & sin\theta_L & cos\theta_L \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Da sich im Ruhsystem des Teilchens T_{AL} und $T_{A'L}$ nur durch eine Rotation unterscheiden, beschreibt $T_{AL}T_{A'L}^{-1}$ eine Rotation um die Normale zur Streuebene mit dem Winkel ϑ, d.h.

$$T_{A'L} = R^{-1}(\vartheta)T_{AL}. \tag{4.5}$$

Zur Bestimmung von ϑ betrachten wir das Matrixelement $(0,2)$ aus Gl. (4.4) und dem mit $R^{-1}(\vartheta)$ rotierten Matrixelement aus Gl. (4.1). Wir erhalten:

$$0 = \gamma_{CL}(-sin\vartheta\gamma(\beta+\beta_{CM}sin\vartheta) + cos\vartheta\beta_{CL}sin\theta_C.$$

Auflösen dieser Gleichung nach ϑ ergibt:

$$tan\vartheta = \frac{sin\theta_C}{\gamma(cos\theta_C + \frac{\beta}{\beta_{CL}})}. \tag{4.6}$$

Die eigentliche Spinrotation ist nun der Winkel Ω , um den sich ϑ von dem nichtrelativistischen Anteil der Rotation $\theta_C - \theta_L$ unterscheidet:

$$\vartheta = \theta_C - \theta_L - \Omega. \tag{4.7}$$

Der Laborwinkel ist gegeben durch

$$tan\theta_L = \frac{sin\theta_C}{\gamma_{CL}(cos\theta_C + \frac{\beta_{CM}}{\beta})}. \tag{4.8}$$

Nun haben bei der elastischen Nukleon - Nukleon Streuung alle Teilchen dieselbe Masse und folglich im CM- System die gleichen Impulsbeträge. Daher ist $\beta_{CL} = \beta$. Also ist

$$\vartheta = \theta_L \tag{4.9}$$

und daher

$$\Omega = \theta_C - 2\theta_L. \tag{4.10}$$

Wie erwartet, gilt $\Omega = 0$ im nichtrelativistischen Grenzfall, da dort $\theta_L = \frac{\theta_C}{2}$.

4.2. Anwendung auf die $p(\vec{d}, 2p)\Delta^0$ - Reaktion

Bei der Δ - Anregung sind die Massen von Target und Restkern nicht mehr gleich. Außerdem findet die Δ - Anregung mit polarisierten Deuteronen statt, so daß das Projektil erstens eine andere Masse als das Target besitzt und außerdem ein zusammengesetztes Teilchen ist. Um aus der $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion mittels Impulsapproximation Rückschlüsse auf die $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung zu ziehen, ist es am sinnvollsten, die Observablen im Breit - frame [26] zu bestimmen. Daher müssen wir auch die Wechselwirkung im Breit - frame festlegen. Umgekehrt ist die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude im CMS aber die relevante Größe, um dieselbe Wechselwirkung unter der Annahme der Impulsapproximation für andere Projektilsysteme benutzen zu können. Daher sind wir an einer Vorschrift zur Transformation der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude vom CMS ins Breit - frame interessiert. Wir folgen dabei der Vorgehensweise von Alberi et al. [27]. Sei T nun die Streuamplitude in der relativistisch invarianten Darstellung. Dann kann T im Breit - frame in der Paulispinordarstellung bestimmt werden durch

$$T_B = S^{-1}(Lp_1^{'})S^{-1}_{\frac{3}{2}}(Lp_2^{'})TS(Lp_1)S(Lp_2), \tag{4.11}$$

wobei S die bekannte Darstellung der Lorentztransformation für Spin $\frac{1}{2}$ - Teilchen [28]bzw. $S_{\frac{3}{2}}$ diejenige für Spin $\frac{3}{2}$ - Teilchen [22] ist. Die Lp_i und $Lp_i^{'}$ sind die Lorentztransformationen im Eingangskanal bzw. im Ausgangskanal, die Boosts längs der Teilchenimpulse $\vec{p}_i$ bzw. $\vec{p}_i^{'}$ im Breit - frame beschreiben. Der Index 1 bezieht sich auf den Projektil-, der Index 2 auf das Targetsystem. Für die T - Matrix im CMS gilt nun analog:

$$T_C = S^{-1}(L\Lambda p_1^{'})S_{\frac{3}{2}}^{-1}(L\Lambda p_2^{'})TS(L\Lambda p_1)S(L\Lambda p_2). \tag{4.12}$$

Dabei ist Λ die Lorentztransformation, die vom Breit- frame ins CMS führt und entsprechend Λp_i der jeweilige Impuls im CMS - System. Aufgrund der Lorentzinvarianz von T können wir schreiben

$$T(1,2) = S^{-1}(\Lambda)(1)S_{\frac{3}{2}}^{-1}(\Lambda)(2)T(1,2)S(\Lambda)(1)S(\Lambda)(2), \tag{4.13}$$

wobei die $S(\Lambda)(i)$ die Darstellung der Lorentztransformation Λ für das Projektil bzw. Target sind. Damit können wir nun die Beziehung zwischen T_B und T_C durch Einsetzen von Gl. (4.13) in Gl. (4.11) und anschließender Anwendung von Gl. (4.12) gewinnen als:

$$\begin{aligned} T_B =& S^{-1}(Lp_1^{'})S_{\frac{3}{2}}^{-1}(Lp_2^{'})S^{-1}(\Lambda)(1)S_{\frac{3}{2}}^{-1}(\Lambda)(2)TS(\Lambda)(1)S(\Lambda)(2)S(Lp_1)S(Lp_2) \\ =& S^{-1}(Lp_1^{'})S_{\frac{3}{2}}^{-1}(Lp_2^{'})S^{-1}(\Lambda)(1)S_{\frac{3}{2}}^{-1}(\Lambda)(2)S(L\Lambda p_1^{'})S_{\frac{3}{2}}(L\Lambda p_2^{'})T_C \\ & \times S^{-1}(L\Lambda p_1)S^{-1}(L\Lambda p_2)S(\Lambda)(1)S(\Lambda)(2)S(Lp_1)S(Lp_2). \end{aligned} \tag{4.14}$$

Nun werden wir die Transformationen für die in Gl. (2.14) definierten O_i getrennt ausführen. Da wir nur zwei Observablen (den Wirkungsquerschnitt und die Tensorpolarisation) messen, beschränken wir uns bei der Wahl der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude auf zwei unabhängig wählbare Amplituden, wie in Kap. 2.3. dargelegt wurde: Wir nehmen an, daß im CMS nur die Komponenten O_1, O_2 und O_3 mit $O_1 = O_3$ zur Δ - Anregung beitragen. Diese separieren jeweils im Spinraum in Projektil- und Targetanteil

$$O_i = \vec{\sigma}_1^i \cdot \vec{S}_2^i,$$

so daß wir folgende Beziehungen gewinnen:

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_1^B &= S(R(\Psi_N))\vec{\sigma}_1^C S(R(\Psi_N)) \\ \vec{S}_2^B &= S^{-1}(R(\Psi_h^{'}))\vec{S}_2^C S(R(\Psi_h))\end{aligned} \tag{4.15}$$

mit den Größen

$$\begin{aligned}S(R(\Psi_N)) &= S^{-1}(L\Lambda p_1)S(\Lambda)(1)S(Lp_1) = S^{-1}(Lp_1^{'})S^{-1}(\Lambda)(1)S(L\Lambda p_1^{'}) \\ S(R(\Psi_h)) &= S^{-1}(L\Lambda p_2)S(\Lambda)(2)S(Lp_2) \\ S(R(\Psi_h^{'})) &= S^{-1}(Lp_1^{'})S^{-1}(\Lambda)(1)S(L\Lambda p_1^{'}).\end{aligned} \tag{4.16}$$

Dabei gilt die erste Identität aufgrund der besonderen kinematischen Situation im Breit - frame, wo $\vec{p}_1 = -\vec{p}_1^{\,'}$.

Die in Gl. (4.15) gewählte Schreibweise deutet an, daß die in Gl. (4.16) definierten Größen nur Darstellungen von Rotationen um die Streuebene sind. Dies rührt daher, daß sowohl für das Projektil als auch für das Target insgesamt von Ruh- zu Ruhsystem transformiert wird. Die Rotationswinkel werden mit Ψ_N (für die Projektilseite) und mit Ψ_h(bzw. $\Psi_h^{'}$) (für die Targetseite) bezeichnet. Der Winkel Ψ_N wird im Anhang G bestimmt. Im Prinzip können nun beliebige $t_{NN,N\Delta}$-Amplituden vom CMS ins Breit - frame transformiert werden, falls die Werte für Ψ_N und Ψ_h(bzw. $\Psi_h^{'}$) bekannt sind.

Um den Effekt der Spinrotationen zu bestimmen, müssen jeweils die Operatoren $O_i\Omega_{kq}O_j^\dagger$ sowohl im rotierten als auch im unrotierten System berechnet werden, wobei die Ω_{kq} nur auf die Projektilspins wirkende Polarisationsgrößen sind, deren maximaler Rang k beim Deuteron gleich 2 ist:

$$\sum_{M_\Delta, m_n, M_d} < \frac{3}{2}M_\Delta, 00|O_i|\frac{1}{2}m_n, 1M_d > \Omega_{kq} < \frac{1}{2}m_n, 1M_d|O_j^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta, 00 > . \tag{4.17}$$

Da für O_1, O_2 und O_3 die Targetmatrixelemente von $S_iS_j^\dagger$ für $i \neq j$ verschwinden, braucht nur der Fall $i = j$ behandelt zu werden:

$$\begin{aligned}&\sum_{M_\Delta, m_n, M_d} \frac{3}{2}M_\Delta, 00|O_i|\frac{1}{2}m_n, 1M_d > \Omega_{kq} < \frac{1}{2}m_n, 1M_d|O_i^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta, 00 > \\ &= \sum_{M_\Delta, m_n} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_i|\frac{1}{2}m_n > \\ &< \frac{1}{2}m_n|S_i^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta > \sum_{M_d} < 00|\sigma_i|1M_d > \Omega_{kq} < 1M_d|S_i^\dagger|00 > .\end{aligned} \tag{4.18}$$

Da die Rotation um y stattfindet, verhalten sich σ_z und σ_x sowie S_x und S_z gleich, so daß wir uns auf die Betrachtung der y- und z- Komponenten beschränken. Zunächst behandeln wir die Targetseite. In der üblichen Darstellung [22] gilt:

$$S_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$S_y = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

$$S_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Da die Targetspins unbeobachtet bleiben, muß in Gl. (4.18) eine Mittelung über die Anfangsspinzustände und Summation über die Endspinzustände des Targets durchgeführt werden:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\sum_{M_\Delta, m_n} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_y^{'}|\frac{1}{2}m_n >< \frac{1}{2}m_n|S_y^{'\dagger}|\frac{3}{2}M_\Delta > \\ =&\frac{1}{2}\sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_y^{'}S_y^{'\dagger}|\frac{3}{2}M_\Delta > . \end{aligned} \tag{4.20}$$

Der rotierte Spinvektor $S_y^{'}$ ist dann definiert durch

$$S_y^{'} = S_{\frac{3}{2}}R((\Psi_h^{'}))S_y S(R(\Psi_h)), \tag{4.21}$$

wobei $S_{\frac{3}{2}}(R(\Psi_h^{'}))$ die Darstellung einer Rotation um $\Psi_h^{'}$ im Spin $\frac{3}{2}$ - und $S(R(\Psi_h))$ die Darstellung einer Rotation um Ψ_h im Spin $\frac{1}{2}$ - Raum ist. Mit dieser Vorschrift ist $S_y^{'}$ gegeben durch

$$S_y^{'} = S_y cos(\frac{\Psi_h}{2} + \frac{\Psi_h^{'}}{2}) - iT_{yy} sin(\frac{\Psi_h}{2} + \frac{\Psi_h^{'}}{2}). \tag{4.22}$$

Wir bemerken, daß

$$\sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|T_{yy}S_y^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_yT_{yy}^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= 0 \tag{4.23}$$

und

$$\sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|T_{yy}T_{yy}^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_yS_y^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= 2. \tag{4.24}$$

Damit erhalten wir dann

$$\frac{1}{2}\sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_y^{'}S_y^{'\dagger}|\frac{3}{2}M_\Delta >= 1. \tag{4.25}$$

Analog erhalten wir

$$\begin{aligned} S_z^{'} =& S_z(cos(\frac{\Psi_h}{2} - \frac{\Psi_h^{'}}{2}) - \frac{3}{2}sin\Psi_h^{'}sin(\frac{\Psi_h^{'}}{2} + \frac{\Psi_h}{2})) - iT_{xy}sin\Psi_h^{'}sin(\frac{\Psi_h}{2} + \frac{\Psi_h^{'}}{2}) \\ &+ iT_{yz}(-sin\Psi_h^{'}cos(\frac{\Psi_h}{2} + \frac{\Psi_h^{'}}{2})) + S_zcos(\frac{\Psi_h}{2} - \frac{\Psi_h^{'}}{2}) \\ &- iT_{xy}sin\Psi_h^{'}sin(\frac{\Psi_h}{2} + \frac{\Psi_h^{'}}{2}) + S_x(\frac{1}{2}sin(\frac{\Psi_h}{2} - \frac{\Psi_h^{'}}{2}) + \frac{3}{2}sin\Psi_h^{'}cos(\frac{\Psi_h^{'}}{2} + \frac{\Psi_h}{2}). \end{aligned} \tag{4.26}$$

Unter Verwendung der gegenseitigen Orthogonalität unter Spurbildung von S_x, S_z, T_{yz} und T_{xy} sowie der Spurrelationen

$$\begin{aligned} \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_zS_z^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_xS_x^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= 2 \\ \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|T_{xy}T_{xy}^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= \sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|T_{yz}T_{yz}^\dagger|\frac{3}{2}M_\Delta >= \frac{3}{2} \end{aligned} \tag{4.27}$$

berechnen wir die Relation

$$\frac{1}{2}\sum_{M_\Delta} < \frac{3}{2}M_\Delta|S_z^{'}S_z^{'\dagger}|\frac{3}{2}M_\Delta >= 1. \tag{4.28}$$

Die Fälle, in denen der Spin nicht zu rotieren ist, berechnen wir mit $\Psi_h = \Psi_h^{'} = 0$. Die Spinrotationen auf der Targetseite haben damit keinen Einfluß auf unsere Observablen, so daß wir die Winkel Ψ_h und $\Psi_h^{'}$ nicht zu bestimmen brauchen. Dieses Ergebnis ist verständlich, da hier nur Spinrotationen von nicht beobachteten Spins betrachtet werden.

Anders sieht es bei der Projektilseite aus, wo Polarisation vorliegt und daher Spinrotationen einen Effekt haben werden. Dort ist der Term

$$\sum_{M_d} < 00|\sigma_i^{'}|1M_d > \Omega_{kq} < 1M_d|\sigma_i^{'\dagger}|00 > \tag{4.29}$$

sowohl für das rotierte als auch für das unrotierte σ_i auszuwerten. Die verschiedenen $\sigma_i^{'}s$ können gleich $\sigma_x^{'}, \sigma_y^{'}, \sigma_z^{'}$ oder $1^{'}$ sein. Die mit dem Winkel Ψ_N um $\hat{y}$ rotierten Spin $\frac{1}{2}$ - Amplituden erhalten wir durch

$$\begin{aligned} \sigma_i^{'} =& S(R(\Psi_N))\sigma_i \\ =& (cos\frac{\Psi_N}{2} + i\sigma_y sin\frac{\Psi_N}{2})\sigma_i(cos\frac{\Psi_N}{2} + i\sigma_y sin\frac{\Psi_N}{2}). \end{aligned} \tag{4.30}$$

Wir finden

$$\begin{aligned} \sigma_x^{'} =& \sigma_x \\ \sigma_y^{'} =& \sigma_y cos\Psi_N + isin\Psi_N \\ \sigma_z^{'} =& \sigma_z \\ 1^{'} =& cos\Psi_N + i\sigma_y sin\Psi_N. \end{aligned} \tag{4.31}$$

Da sich σ_x und σ_z bei der Spinrotation nicht verändern, erhalten wir durch Spinrotationen keine Veränderungen der Observablen für $i_a = \sigma_x$ oder σ_z. Zunächst müssen wir aber $\sigma_x, \sigma_y \sigma_z$ und 1 (oder genauer: $(\sigma_x \times 1), (\sigma_y \times 1), (\sigma_z \times 1)$ und (1×1)) im Raum der Zwei - Nukleonen - Spinmatrizen darstellen. Wenn die erste Komponente die Spin 0 - Komponente und die Komponenten 2 bis 4 die 3 Spin 1

- Komponenten darstellen, gilt:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \tag{4.32}$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Da der Anfangszustand immer ein Deuteron und damit ein Spin 1 - Teilchen ist, können die Ω_{kq} als

$$\Omega_{kq} = \left(\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & & & \\ 0 & & \hat{\Omega}_{kq} & \\ 0 & & & \end{array}\right) \tag{4.33}$$

dargestellt werden , wobei die $\hat{\Omega}_{kq}$ die bekannten Vektor- bzw. Tensorpolarisationen im 3×3 - (Spin 1) - Raum bezeichnen. Der Beitrag der Amplitude t_a zum Polarisationssignal Ω_{kq} läßt sich also durch Matrixmultiplikation von $t_a \Omega_{kq} t_a^\dagger$ bestimmen, wobei das gesuchte Ergebnis in der linken oberen Ecke steht. Exemplarisch wird die Observable

$$\sum_{M_d} < 00|\sigma_y|1M_d > \Omega_{20} < 1M_d|\sigma_y^\dagger|00 >$$

berechnet. Hierzu sind folgende Matrizen zu multiplizieren:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N \\ \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N \\ \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N \\ \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N & -\frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N \\ \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}cos\Psi_N & sin\Psi_N \end{pmatrix}. \tag{4.34}$$

Man findet das gesuchte Ergebnis durch Berechnung des Matrixelementes zwischen den Spin 0 - Endzuständen.

Die gesuchten Matrixelemente lauten für

$$\begin{aligned}
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_y^{'}|1M_d > \Omega_{00} < 1M_d|\sigma_y^{\dagger'}|00 >=\frac{1}{2}(cos^2\Psi_N + cos^2\Psi_N) = cos^2\Psi_N \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_y^{'}|1M_d > \Omega_{22} < 1M_d|\sigma_y^{\dagger'}|00 >=\frac{1}{2}\sqrt{3}(cos^2\Psi_N) = \frac{1}{2}\sqrt{3}cos^2\Psi_N \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_y^{'}|1M_d > \Omega_{20} < 1M_d|\sigma_y^{\dagger'}|00 >=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}(cos^2\Psi_N + cos^2\Psi_N) = \sqrt{\frac{1}{2}}cos^2\Psi_N.
\end{aligned} \tag{4.35}$$

$\sigma_y\Omega_{kq}\sigma_y$ ist natürlich in obiger Rechnung enthalten, indem $\Psi_N = 0$ gesetzt wird. Die Berechnung der weiteren Matrixelemente liefert

$$\begin{aligned}
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_x^{'}|1M_d > \Omega_{00} < 1M_d|\sigma_x^{'\dagger}|00 >=1 \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_x^{'}|1M_d > \Omega_{20} < 1M_d|\sigma_x^{'\dagger}|00 >=\frac{1}{\sqrt{2}} \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_x^{'}|1M_d > \Omega_{22} < 1M_d|\sigma_x^{'\dagger}|00 >=\frac{1}{2}\sqrt{3} \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_z^{'}|1M_d > \Omega_{00} < 1M_d|\sigma_z^{'\dagger}|00 >=1 \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_z^{'}|1M_d > \Omega_{20} < 1M_d|\sigma_z^{'\dagger}|00 >= -\sqrt{2} \\
&\sum_{M_d} < 00|\sigma_z^{'}|1M_d > \Omega_{22} < 1M_d|\sigma_z^{'\dagger}|00 >=0.
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Wenn die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude im CMS durch

$$\beta\sigma_y \cdot S_y + \delta\sigma_x S_x + \epsilon\sigma_z S_z \tag{4.37}$$

gegeben ist, ergibt sich damit für die Analysierstärken im Breit - frame :

$$
\begin{aligned}
t'_{20} =& \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|\beta|^2 cos^2\Psi_N + |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2 - 2|\epsilon|^2}{|\beta|^2 cos^2\Psi_N + |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2 + |\epsilon|^2} \\
t'_{22} =& \frac{1}{2}\sqrt{3} \frac{|\beta|^2 cos^2\Psi_N - |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2}{|\beta|^2 cos^2\Psi_N + |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2 + |\epsilon|^2}.
\end{aligned}
\tag{4.38}
$$

Die uns interessierende Größe ist bei höheren Streuwinkeln A_{yy}, für die gilt:

$$
\begin{aligned}
0.6A'_{yy} =& 0.6(\frac{1}{2}t'_{20} + \sqrt{\frac{3}{2}}t'_{22}) \\
=& 0.6\frac{1}{2}\sqrt{2}\frac{2|\beta|^2 cos^2\Psi_N - |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2 - |\epsilon|^2}{|\beta|^2 cos^2\Psi_N + |\delta|^2|\frac{S^+}{S^-}|^2 + |\epsilon|^2}.
\end{aligned}
\tag{4.39}
$$

Die Terme $|\frac{S^+}{S^-}|^2$ berücksichtigen, daß sich aufgrund des D - Wellen - Anteils des Deuterons der longitudinale Formfaktor S^+ vom transversalen S^- unterscheidet. Die Ergebnisse sind für den Fall $\Psi_N = 0$ konsistent mit den Ergebnissen von Bugg und Wilkin. [29] Die Observable A_{yy} ändert sich nun ihrerseits bei der Transformation zwischen Breit- frame und CMS nicht, so daß das Ergebnis für A'_{yy} dasselbe wie das für A_{yy} ist. Beim Winkel 0 Grad, wo unsere Observable prinzipiell von A_{yy} verschieden ist, treten keine Spinrotationen auf.

Also können wir bei höheren Streuwinkeln die Tensoranalysierstärke A_{yy} unter Einschluß der Spinrotationseffekte mit Hilfe von Gl. (4.39) berechnen. Entscheidend für die Bedeutung dieses Effektes ist der Wert von $cos\Psi_N$. Wenn er nahe 1 verbleibt, haben diese Effekte keine Bedeutung.

5. Kernstruktur

In diesem Kapitel zeigen wir, wie sich das Δ nach seiner Anregung im Kern verhält bzw. durch den Kern propagiert. Wir wählen hierzu einen Isobar - Loch - Formalismus. [30] Die Wechselwirkung, der das Δ ausgesetzt ist, wird zum einen durch das Einkörperpotential $U + iW$ beschrieben, zum anderen durch die Zweikörperrestwechselwirkung, die wir mit $V_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}}$ bezeichnen. Als Modellraum für die Diagonalisierung der Restwechselwirkung wählen wir den Raum der Δ Teilchen Nukleon - Loch - Zustände (ΔN^{-1}, wobei die Δ - Teilchenzustände Bahndrehimpulse von 0 bis 8 haben können). Die Effekte der Restwechselwirkung berechnen wir im Rahmen der Tamm - Dancoff - Approximation. Die Tamm - Dancoff - Approximation vernachlässigt Grundzustandskorrelationen. Im vorliegenden Falle haben diese Grundzustandskorrelationen $\Delta\Delta N^{-1}N^{-1}$ - Charakter und sind wegen der hohen Δ - Anregungsenergie stark unterdrückt.

Der Wirkungsquerschnitt für die Δ - Anregung am Kern wird gemäß (2.39) berechnet. Die gesamte Kernstrukturinformation steckt in der Green'schen Funktion G :

$$G = \frac{1}{\tilde{E} + i\frac{\Gamma}{2} - H_B - T_\Delta - U_\Delta - V_{N\Delta,N\Delta}}. \tag{5.1}$$

Hier bezeichnet $\tilde{E}$ die Anregungsenergie des $(B+\Delta)$ - Systems, Γ_Δ ist die freie Zerfallsbreite [31] sowie H_B der Hamiltonoperator des Restkerns H_B. Wir bezeichnen die kinetische Energie mit T_Δ, das Einkörperpotential mit U_Δ und die Teilchen - Loch - Restwechselwirkung $V_{N\Delta,N\Delta}$. Wenn wir nun $\tilde{E}$, $i\frac{\Gamma}{2}$ und den Eigenwert von H_B zu E, T_Δ und U_Δ zu H_0 zusammenfassen und die Restwechselwirkung mit V bezeichnen, hat Gl. (5.1) folgende Gestalt: $G = (E - H_0 - V)^{-1}$. Die Auswertung der Kernstruktur besteht also aus der Berechnung von

$$|\Psi >= G|\rho >= \frac{1}{E - H_0 - V}|\rho > . \tag{5.2}$$

Mit $G_0 = (E - H_0)^{-1}$ folgt aus $G_0^{-1} - G^{-1} = V$ die Hilbertidentität:

$$G = G_0 + G_0 V G. \tag{5.3}$$

Damit gilt für das durch

$$|\Psi >= G_0|\Lambda > \tag{5.4}$$

definierte $|A>$:

$$|A>=|\rho>+VG_0|A>. \tag{5.5}$$

Zur Lösung der Integralgleichung wird ein 'coupled channel' - Formalismus benutzt, der mit dem im folgenden beschriebenen, an das Lanczos - Verfahren [32] angelehnte, Verfahren gelöst wird.

Zunächst wird folgendermaßen eine biorthogonale Basis konstruiert : Wir normieren die Quellfunktion zu

$$|D_0>=\frac{1}{N_0}|\rho>. \tag{5.6}$$

Wir wenden V auf $G_0|D_0>$, der nullten Näherung von $G|D_0>$ an:

$$|V_0>=VG_0|D_0>. \tag{5.7}$$

Nun wird zu gegebenem i das V_i in eine orthogonale Summe aufgespalten, wobei der eine Summand in dem von den $D_0...D_j$ aufgespannten Raum liegt. Den anderen Summanden definieren wir mit geeigneter Normierung als

$$|D_{i+1}>=\frac{1}{N_{i+1}}(|V_i>-\sum_{j=0}^{i}|D_j>\alpha_{j,i})$$

$$=\frac{1}{N_{i+1}}(1-\sum_{j=0}^{i}|D_j><\tilde{D}_j|)|V_i>. \tag{5.8}$$

Dabei beschreibt $|\tilde{D}_i>$ den zu $|D_i>$ biorthogonal konjugierten Vektor.

$$|V_i>=VG_0|D_i> \tag{5.9}$$

$$\text{mit } \alpha_{ji}=<\tilde{D}_j|V_i>. \tag{5.10}$$

Dank der Biorthogonalität ($<\tilde{D}_j|D_i>=\delta_{ij}$) der $|D_i>$ kann eine weitere Aussage über die α_{ji} hergeleitet werden. Für $k\geq i+2$ gilt nämlich:

$$\alpha_{ki}=<\tilde{D}_k|V_i>=0. \tag{5.11}$$

Dies sieht man wie folgt: Nach Konstruktion ist V_i ein Element des von den $\{D_0, ..., D_{i+1}\}$ aufgespannten Vektorraumes und daher sind die $D_{i+2}, ...$ biorthogonal zu V_i, explizit :

$$\begin{aligned} < \tilde{D}_k|V_i > &= < \tilde{D}_k|(N_{i+1}|D_{i+1} > + \sum_{j=0}^{i} |D_j >< \tilde{D}_j|V_i >) \\ &= 0 + 0(\text{ für } k \geq i+2). \end{aligned} \tag{5.12}$$

Wir entwickeln nun $|\Lambda >$ nach dem vollständigen System $|D_i >$ mit den Entwicklunskoeffizienten c_i:

$$|\Lambda >= \sum_i c_i|D_i > . \tag{5.13}$$

Einsetzen von Gl. (5.13)in Gl. (5.5)führt zu

$$\sum_i c_i|D_i >= N_0|D_0 > + \sum_i c_i VG_0|D_i > . \tag{5.14}$$

Durch Linksmultiplikation mit $< \tilde{D}_j|$ kann unter Ausnutzung der Biorthogonalität der $|D_i >$ ein Gleichungssystem für die c_i aufgestellt werden. Mit Hilfe der c_i's können dann $|\Lambda >$ und mit $|\Psi >= G_0|\Lambda >$ dann auch $|\Psi >$ bestimmt werden. Also gilt :

$$c_j = N_0\delta_{0,j} + \sum_{i=0}^{n} c_i < \tilde{D}_j|VG_0|D_i > \tag{5.15}$$

und damit wegen

$$< \tilde{D}_j|VG_0|D_i >=< \tilde{D}_j|V_i >= \alpha_{j,i} : \tag{5.16}$$

$$c_j = N_0\delta_{0,j} + \sum_{i=0}^{n} c_i\alpha_{j,i} \tag{5.17}$$

$$\sum_{i=0}^{n} c_i(\delta_{j,i} - \alpha_{j,i}) = N_0\delta_{0,j}. \tag{5.18}$$

In Matrixform hat die Gleichung dann folgende Gestalt :

$$\begin{pmatrix} 1-\alpha_{n,n} & -\alpha_{n,n-1} & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha_{n-1,n} & 1-\alpha_{n-1,n-1} & -\alpha_{n-1,n-2} & \dots & 0 \\ -\alpha_{n-2,n} & -\alpha_{n-2,n-1} & 1-\alpha_{n-2,n-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\alpha_{0,n} & -\alpha_{0,n-1} & -\alpha_{0,n-2} & \dots & 1-\alpha_{0,0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ c_{n-1} \\ c_{n-2} \\ \vdots \\ c_0 \end{pmatrix} = N_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{5.19}$$

Dank der beschriebenen Eigenschaften der $\alpha_{j,i}$ läßt sich das Gleichungssystem sukzessive lösen, denn :

$$c_n = \frac{\alpha_{n,n-1}}{1-\alpha_{n,n}} c_{n-1}. \tag{5.20}$$

Wir lösen dann das gesamte Gleichungssystem rekursiv. Mit Hilfe der Entwicklungskoeffizienten c_i berechnen wir anschließend $|\Lambda >= \sum_i c_i |D_i >$. Die Wellenfunktion $|\Psi >$ erhalten wir dann durch Anwendung von

$$|\Psi >= G_0 |\Lambda > . \tag{5.21}$$

Bei der Lösung der coupled - channel -Gleichungen bleibt das Problem, den Ausdruck $V_{N\Delta,N\Delta}|\phi >$ zu berechnen. Hierzu entwickeln wir $|\phi >$ in Teilchen - Loch - Zustände

$$|\phi >= \frac{1}{r_2} \sum_{p_2 h_2 JM} \Phi^J_{p_2 h_2}(r_2) |(j_{p_2} j_{h_2}) JM > \tag{5.22}$$

durch Herausprojektion der Winkelanteile mit den Koeffizienten

$$\Phi^J_{p_2 h_2}(r_2) = r_2 < (j_{p_2} j_{h_2}) JM | \phi > . \tag{5.23}$$

Gleichzeitig definieren wir $\lambda^J_{p_1 h_1}(r_1)$ durch die Entwicklung von $V_{N\Delta,N\Delta}|\phi >$

$$V_{N\Delta,N\Delta}|\phi >= \frac{1}{r_2} \sum_{p_1 h_1 JM} \lambda^J_{p_1 h_1}(r_1) |(j_{p_1} j_{h_1}) JM > . \tag{5.24}$$

Damit besteht das eigentliche Problem in der Berechnung der Radialwellenfunktion $\lambda^J_{p_1 h_1}(r_1)$, die gegeben ist durch

$$\begin{aligned} \lambda^J_{p_1 h_1}(r_1) =& r_1 < (j_{p_1} j_{h_1}) JM | V_{N\Delta N\Delta} | \phi > \\ =& \frac{r_1}{r_2} \Phi^J_{p_2 h_2}(r_2) < (j_{p_1} j_{h_1}) JM | V_{N\Delta N\Delta} | (j_{p_2} j_{h_2}) JM > . \end{aligned} \tag{5.25}$$

Das Matrixelement $< (j_{p_1} j_{h_1}) JM | V_{N\Delta N\Delta} | (j_{p_2} j_{h_2}) JM >$ wird im Anhang B berechnet. Wir erhalten mit Gl. $(B.9)$ und Gl. $(E.3)$:

$$\begin{aligned} \lambda^J_{p_1 h_1}(r_1) =& \sum_{l_1} r_1 u_{h_1}(r_1) g_{l_1 J}(p_1 h_1) \int dr_2 r_2^2 v_{l_1,l_2,J}(r_1, r_2) \\ & \sum_{p_2 h_2} r_2 g_{l_2 J}(p_2 h_2) u_{h_2}(r_2) \Phi^J_{p_2 h_2}(r_2) \\ =& \sum_{l_1} r u_{h_1}(r_1) g_{l_1,J}(p_1 h_1) F_{l_1}(r_1) \end{aligned} \tag{5.26}$$

mit

$$F_{l_1}(r_1) = \int dr_2 r_2^2 v_{l_1,l_2,J}(r_1, r_2) \sum_{p_2 h_2} r_2 g_{l_2 J}(p_2 h_2) u_{h_2}(r_2) \Phi^J_{p_2 h_2}(r_2). \tag{5.27}$$

6. Ergebnisse und Diskussion

6.1. Festlegung der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude

Die erste Aufgabe ist es, Aussagen über die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude zu gewinnen. Dazu reicht die Auswertung des Wirkungsquerschnitts allein nicht aus. Die (p,n) - und die $(^3He,t)$ - Reaktionen zeigen nämlich, daß diese Daten mit verschiedenen Annahmen über die Struktur der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude zufriedenstellend beschrieben werden können. Die einfachste Annahme einer Δ - Anregung mittels der starken Wechselwirkung ist, daß sie durch einen reinen Ein -π - Austausch bewirkt wird. Unter dieser Annahme erhalten wir, wie bereits erwähnt, eine gute Übereinstimmung mit den Daten für die $p(^3He,t)\Delta^{++}$ - Reaktion mit einer sehr kleinen Diskrepanz auf der linken Flanke (s. Fig.1 auf Seite 86). Oset et al. [33] haben zur Erklärung vorgeschlagen, daß die Projektilanregung einen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt haben könnte. Bei dessen Mitberücksichtigung würde diese Diskrepanz aufgehoben. Die eben beschriebenen geringen Diskrepanzen geben aber nicht hinreichend viele Anhaltspunkte zur Festlegung der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude. Wir benutzen daher die Messung der Tensoranalysierstärke, um Erkenntnisse über die Spinstruktur der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude zu gewinnen. Wir finden heraus, daß die experimentellen Daten der $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion durch die Annahme eines Ein π - Austausches überhaupt nicht reproduziert werden können. Wir sehen in Fig. 3, daß die Tensoranalysierstärke ansonsten in völligem Widerspruch zum Experiment liegen würde. Mundigl und Weise [34] haben eine $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude vorgeschlagen, die sich aus einem Ein - π - Austausch, einem Ein - ρ - Austausch und einem δ - funktionsartigen Term zusammensetzt, der gerade so groß ist, um einen gleichartigen Term des Ein π - Austausches zu kompensieren. Auch diese $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude bewirkt keine gute Beschreibung des $0°$ - Spektrums. Die beste Beschreibung des $0°$ - Spektrums erhalten wir mit

$$t_{NN,N\Delta} = t'_{N\Delta} J_{\pi N\Delta} \left(\frac{\Lambda_\pi'^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi'^2 - t}\right)^2 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{S}_2^\dagger \vec{\tau}_1 \cdot \vec{T}_2^\dagger. \tag{6.1}$$

Dabei sind $J_{\pi N\Delta} = 4\pi\hbar c f_{\pi NN} f_{\pi N\Delta}/m_\pi^2 \sim 800 MeV fm^3, t'_{N\Delta} = 0.335$ und $\Lambda'_\pi = 650 MeV$. Eine mikrosopische Erklärung der Wechselwirkung steht noch aus. Hierzu ist es erforderlich, die Anfangs- und Endzustandswechselwirkung mitzu-

berücksichtigen, die bei den hohen Impulsüberträgen einen sehr wichtigen Beitrag zur Streuamplitude liefern können.

Die berechneten Tensoranalysierstärken der $p(\vec{d}, 2p)\Delta^0$ - Reaktion liefern auch bei höheren Streuwinkeln eine akzeptable Übereinstimmung mit den Daten. Dies ist in Fig.4 für das 2.1° - Spektrum dargestellt und in den Figuren 5 und 6 für die höheren Streuwinkel. Die Übereinstimmung mit den Daten könnte man sicher noch verbessern, indem man für höhere Streuwinkel, d.h. für größere Impulsüberträge q, den spin - longitudinale Beitrag zum $t_{NN,N\Delta}$ - Operator relativ zum spin - transversalen Beitrag vergrößert. Auf eine solche "Feineinstellung" der Wechselwirkung verzichten wir aber, da die Größe der Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment eine solche erweiterte Parametrisierung der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude nicht rechtfertigt.

Nun können wir mit der in der $p(\vec{d}, 2p)\Delta^0$ - Reaktion geeichten Wechselwirkung die Wirkungsquerschnitte der Δ- Anregung am Proton berechnen. Es stellt sich heraus, daß sowohl die Wirkungsquerschnitte für die $p(p, n)\Delta^{++}$ als auch die $p(^3He, t)\Delta^{++}$ - Reaktion konsistent mit dieser Wechselwirkung beschreibbar sind. Dies ist in den Figuren 1 und 2 dargestellt. In Fig.7 zeigen wir auch die Ergebnisse für die $p(d, 2p)\Delta^0$ - Reaktion. Diese müssen wir allerdings mit einem Faktor 0.7 multiplizieren, um die Daten zu beschreiben. Dieser Normierungsfaktor im Streuquerschnitt kann verschiedene Ursachen haben. Einerseits kann er Folge der Projektildistorsion sein. Andererseits ist die absolute Normierung der Streuquerschnitte aufgrund der schwierigen experimentellen Situation schwer zu ermitteln, da nur ein Teil der Diprotonen den Detektor erreicht. Aus Fig. 1 erkennt man, daß wir die $p(^3He, t)\Delta^{++}$ - Reaktion auch im Bereich der linken Flanke gut beschreiben können, so daß wir den von Oset et al. [33] vorgeschlagenen Mechanismus der Projektilanregung nicht benötigen. Mit unser $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung erhalten wir auch eine gute Beschreibung der Winkelabhängigkeit der $p(d, 2p)\Delta^0$ - Reaktion. Dies zeigen wir in den Figuren 8 und 9 für die Streuwinkel 2.1° und 5.7°.

6.2. Einfluss relativistischer Spinrotationen

Nun ist noch zu betrachten, inwieweit relativistische Spinrotationen einen Einfluß auf die Ergebnisse haben. Wie in Kap.4 dargestellt, haben sie nur einen Einfluß bei höheren Streuwinkeln. Relevant können die relativistischen Spinrotationen nach Gl. (4.39) nur sein, wenn sich die Größe $cos\Psi_N$ hinreichend von 1 unterscheidet. Bei der von uns betrachteten Kinematik stellt sich aber heraus, daß sich $cos\Psi_N$ bei allen von uns betrachteten Streuwinkeln zwischen 0.99 und 1 bewegt. In den Kurven hätte dies keinen sichtbaren Effekt.

6.3. Beschreibung der Δ - Anregung am Kohlenstoffkern ^{12}C

6.3.1. Wahl der Parameter

Um die $^{12}C(\vec{d}, 2p)$ - Daten zu beschreiben, müssen zunächst vernünftige Parametersätze für die verschiedenen Wechselwirkungen gewählt werden. Dabei beginnen wir mit den zum Kernstrukturteil gehörenden Wechselwirkungen. Das mittlere Δ - Kern - Potential U_Δ, in dem sich das Δ im Kern bewegt, wird als komplexes Woods - Saxon - Potential angenommen. Die Potentialtiefe des Realteils, V_Δ, setzt sich zusammen aus der Summe des Δ - Kern Einteilchenpotentials ($= -55MeV$) und der Stärke des Δ - spreading - Potentials ($= +30MeV$) . Das Δ - spreading - Potential beschreibt Modifikationen der Δ - Breite im Medium. Diese resultieren aus Pauli - Blocking - Effekten, Bindungseffekten des Δs im Medium, echter Pionabsorption und aus der Ankopplung des Δs an Mehrnukleonenkanäle. [35] Dadurch wird insgesamt die Zerfallsbreite des Δs im Medium vergrößert. Das Δ - spreading - Potential besitzt neben dem Realteil auch einen Imaginärteil, den wir mit $W_\Delta = -40MeV$ [30] festlegen.

Der nicht durch eine Einkörperwechselwirkung beschreibbare Anteil der Wechselwirkung ist die ΔN^{-1} - Restwechselwirkung

$$V_{NN,N\Delta} = (V^L_{N\Delta,N\Delta}\vec{S}_1 \cdot \hat{q}\vec{S}_2 \cdot \hat{q} + V^T_{N\Delta,N\Delta}\vec{S}_1 \times \hat{q}S_2 \times \hat{q})\vec{T}_1 \cdot \vec{T}_2^\dagger, \tag{6.2}$$

die in einen longitudinalen

$$V^L_{N\Delta,N\Delta} = 4\pi\hbar c \left[\frac{f_\pi^2(t)}{m_\pi^2} v_\pi + \frac{f_\pi^2(t)}{m_\pi^2} g'_{\Delta\Delta} - \frac{2}{3}\frac{f_\rho^2(t)}{m_\rho^2} v_\rho \right] \tag{6.3}$$

und einen transversalen Anteil

$$V^T_{N\Delta,N\Delta} = 4\pi\hbar c \left[\frac{f_\pi^2(t)}{m_\pi^2} g'_{\Delta\Delta} + \frac{1}{3}\frac{f_\rho^2(t)}{m_\rho^2} v_\rho \right] \tag{6.4}$$

aufgespalten wird. Dabei sind die Formfaktoren gegeben als $f_i(t) = f_{iN\Delta}\frac{\Lambda_i^2 - m_i^2}{\Lambda_i^2 - t}$ und die v_i als $v_i = \frac{\vec{q}^2}{i - m_i^2}$ $(i = \pi, \rho)$. Die m_i und Λ_i sind die Massen bzw. Cut - off - Massen des Mesons i. Die Kopplungskonstanten, Mesonmassen und Meson - Cutoff - Massen sind wie folgt festgelegt: $f^2_{\pi N\Delta} = 0.324, f^2_{\rho N\Delta} = 16.63, m_\pi = 0.14GeV, m_\rho = 0.77GeV, \Lambda_\pi = 0.78GeV$ und $\Lambda_\rho = 2GeV$. Besonders wichtig für die Beschreibung des Wirkungsquerschnitts ist die Wahl des Landau - Migdal - Parameters $g'_{\Delta\Delta}$. Wie wir zeigen werden, benötigen wir einen $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter von 0.33, um die Position der Δ - Resonanz in ^{12}C beschreiben zu können.

Nun legen wir die Parameter, die in die Kernreaktionsrechnung eingehen, fest. Die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude haben wir wegen der Annahme der Impulsapproximation bereits durch Gl. (6.1) festgelegt. Jedoch müssen wir noch die optischen Potentiale für die Deuteronen im Eingangs- und für die Diprotonen im Ausgangskanal bestimmen. Den Imaginärteil der optischen Potentiale passen wir durch die Forderung an, daß die absolute Größe des Wirkungsquerschnitts wiedergegeben wird. Den Realteil erhalten wir durch Faltung der $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude mit der Kerndichte. Die Parametersätze für die optischen Potentiale sind in Tab.1 angegeben. Es stellt sich heraus, daß nur die absolute Größe des Wirkungsquerschnitts, nicht aber die Form der Anregungsspektren bzw. die Position der Δ - Resonanz vom optischen Potential abhängen.

6.3.2. Wirkungsquerschnitte der Δ - Anregung am Kern

In Fig.10 zeigen wir den Wirkungsquerschnitt für die Δ - Anregung in der $^{12}C(d, 2p)$ - Reaktion. Die durchgezogene Linie zeigt die volle Rechnung unter Berücksichtigung der ΔN^{-1} - Korrelationen. Die gestrichelte Kurve beschreibt die unkorrelierte Rechnung. Bei der vollen Rechnung erhalten wir eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie, wenn wir uns auf den Peak und die rechte Flanke der Δ - Resonanz konzentrieren. Wir erkennen auch deutlich die Verschiebung der Δ - Resonanz, die durch die Korrelationen bewirkt wird. Dagegen kann der ganz überwiegende Teil des $^{12}C(d, 2p)$ - Wirkungsquerschnitts

auf der linken Flanke nicht reproduziert werden. Hier konkurrieren offensichtlich andere Prozesse mit der eigentlichen Δ - Anregung.

Um Aufschluß über die Natur des fehlenden Wirkungsquerschnittes zu gewinnen, haben wir in einer weiteren Rechnung berücksichtigt, daß neben den ΔN^{-1} - Zuständen auch NN^{-1} -Zustände angeregt werden können. Dies bedeutet eine Erweiterung des bisher betrachteten Modellraums um die NN^{-1} - Zustände. Diese Zustände können nun auch mit den ΔN^{-1} - Zuständen korrelieren. Bei der Anregung der NN^{-1} - Zustände machen wir die vereinfachende Annahme, daß die $t_{NN,NN}$ - Amplitude die gleiche Spinstruktur wie die $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude besitzt, daß aber ihre Stärke um den Chew - Low - Faktor $\frac{f_{\pi N\Delta}}{f_{\pi NN}} = \frac{f_{\rho N\Delta}}{f_{\rho NN}} = 2$ [36] reduziert ist.

Bei der Behandlung der $\Delta N^{-1}, NN^{-1}$ - Restwechselwirkung gehen wir analog vor und skalieren den π und ρ - Austausch mit dem Chew - Low - Faktor $\frac{f_{\pi N\Delta}}{f_{\pi NN}} = \frac{f_{\rho N\Delta}}{f_{\rho NN}} = 2$. Durch den Einschluß der NN^{-1} Korrelationen sind nun noch weitere Parameter in der Teilchen - Loch - Restwechselwirkung festzulegen, und zwar die Parameter $g'_{N\Delta}$ und g'_{NN}. Der $g'_{N\Delta}$ - Parameter wird wie der $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter auf 0.33 festgelegt. Hingegen wird der g'_{NN} - Parameter, konsistent mit G - Matrix - Berechnungen [37] [38] , als 0.6 angenommen. Wir werden dieses Modell in Zukunft mit Modell B bezeichnen, während wir die Rechnungen, in denen nur die ΔN^{-1} - Zustände berücksichtigt werden, mit Modell A benennen.

In Fig.11 zeigen wir Rechnungen für das Modell B , wobei der Streuquerschnitt entweder mit oder ohne Teilchen - Loch - Korrelationen berechnet wurde. Man sieht, daß der fehlende Wirkungsquerschnitt auf der linken Flanke auch durch Modell B nicht beschrieben wird, so daß dieser Prozeß nicht oder nicht allein für den fehlenden Wirkungsquerschnitt verantwortlich ist. Hierfür sind vermutlich andere Beiträge, wie z.B. Mesonaustauschströme, verantwortlich. Diese sind nur sehr schwer zu berechnen. Eine weitere Möglichkeit ist, daß auch Mehrstufenprozesse zum Reaktionsmechanismus beitragen, die in unseren Rechnungen nicht berücksichtigt sind.

In den Figuren 12 und 13 zeigen wir, daß auch die $^{12}C(^3He,t)$ - und $^{12}C(p,n)$ - Reaktionen konsistent, d.h. insbesondere mit demselben $t_{NN,N\Delta}$, mit dem $^{12}C(d,2p)$ - Prozeß beschrieben werden können.

Die Winkelabhängigkeit des $^{12}C(d,2p)$ - Wirkungsquerschnitts ist in den Figuren 13 bis 17 dargestellt. Die Wirkungsquerschnitte werden zufriedenstellend beschrieben. Die durch die ΔN^{-1} - Korrelationen verursachte Verschiebung der Δ - Resonanz ist im 2.1° - Spektrum genau so groß wie im Nullgradspektrum, aber bei 5.7° ist sie etwas kleiner. Sowohl bei 2.1° als auch bei 5.7° wird die linke Flanke der Resonanz nicht zufriedenstellend, aber besser als beim Nullgradspektrum beschrieben. Insbesondere bei 5.7° ist bei Annahme von Modell B bereits eine Verbesserung festzustellen.

6.3.3. Beschreibung der Analysierstärken

Wir untersuchen nun die Daten für die Analysierstärken der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion. In Fig.18 sind die Tensoranalysierstärken der Nullgradstreuung wiedergegeben. Die durchgezogene Kurve bezieht sich auf die Rechnung mit Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen innerhalb des Modells A, die gestrichelte Kurve beschreibt die unkorrelierte Rechnung ,und die gepunktete Kurve berücksichtigt NN^{-1}- und ΔN^{-1} - Korrelationen im Rahmen von Modell B. Es fällt auf, daß wir bei Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen die Daten links von der Resonanz und im Resonanzbereich selber nur sehr schlecht beschreiben können, während wir auf der rechten Flanke den Daten zumindest nahekommen. Auch die Berücksichtigung der NN^{-1} - Korrelationen reicht nicht aus, um die Daten links vom Resonanzbereich zufriedenstellend wiedergeben zu können. Dies ist unserer Meinung nach auf den oben erwähnten fehlenden Wirkungsquerschnitt zurückzuführen.

Bei höheren Streuwinkeln sehen die Ergebnisse schon wesentlich besser aus, wie die Figuren 19 bis 21 zeigen. Insbesondere bei 2.1° und bei 4.3° sind die Ergebnisse bereits für das Modell A akzeptabel. Bei den höheren Streuwinkeln finden wir bei Hinzunahme von NN^{-1} - Zuständen eine teilweise sehr zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Experiment.

Insgesamt ist festzuhalten, daß die Tensoranalysierstärken mit der von uns geeichten $t_{NN,N\Delta}$ - Wechselwirkung zumindest in den Teilbereichen, wo man dies aufgrund der Analyse der Wirkungsquerschnitte erwarten kann, hinreichend gut beschrieben werden können. Obwohl unsere Beschreibung der Tensoranalysierstärke auf der linken Flanke und im Resonanzbereich nicht sehr gut ist, kann man nicht notwendigerweise daraus folgern, daß unser Modell für die Verschiebung

der spin - longitudinalen Response falsch ist. Die von uns nicht berücksichtigten Reaktionsmechanismen könnten eine transversale Spin - Response simulieren, die wir in unserem Modell natürlich nicht beschreiben können. Es fällt auf, daß immer dort unsere Beschreibung der Tensoranalysierstärke nicht gut ist, wo wir den Streuquerschnitt stark unterschätzen. Die vorliegenden Polarisationsdaten stellen daher weder eine Widerlegung des von uns vorgeschlagenen Reaktions- und Kernstrukturmechanismus dar noch eine Widerlegung der gewählten $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude.

Wir legen bei Berücksichtigung der NN^{-1} - Korrelationen den $g'_{N\Delta}$ - Parameter auf 0.33 fest. Diese Wahl des $g'_{N\Delta}$ - Parameters bedeutet für die Analyse von Gamow - Teller - Resonanzen ein deutlich geringeres "Quenching" der Gamow - Teller - Stärke als mit der oft verwendeten Parameterwahl $g'_{N\Delta} = g'_{NN}$ erhalten wird. [39] [40] [41]

6.4. Abhängigkeit der Observablen von der Wahl der Parameter

6.4.1. Wirkungsquerschnitte

Durch Variation unserer Modellparameter können wir Aufschluß über die Ursachen der Verschiebung der Δ - Resonanz gewinnen.

Zum Beispiel ist die Verschiebung nicht ein Effekt des optischen Potentials. Dies macht Fig.22 deutlich. Hier vergleichen wir Streuquerschnittsrechnungen, berechnet mit distortierten oder mit ebenen Wellen. Man sieht, daß durch das optische Potential im wesentlichen nur die absolute Größe des Streuquerschnitts verändert wird. Hingegen bewirkt die Absorption des optischen Potentials keine Verschiebung der Resonanz, und wenn schon, dann eine geringfügige Verschiebung zu höheren Anregungsenergien hin.

Eine Variation des $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameters zu höheren Werten hin bewirkt nicht nur eine Verringerung bzw. einen Wegfall der Verschiebung, sondern auch eine Verringerung der Stärke der Δ - Resonanz. Fig.23 zeigt nämlich, daß die Verschiebung der Resonanz bereits bei einem $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter von 0.4 stark verringert ist und bei einem $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter von 0.5 völlig verschwindet. Gleichzeitig wird die Stärke der Resonanz bei einem $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter von 0.5 im Vergleich zu einem von 0.33 halbiert.

Die Tatsache, daß die Lage der Δ - Resonanz mit der Wahl des Parameters $g'_{\Delta\Delta}$ variiert, bedeutet, daß wir diesen Parameter ziemlich genau durch Vergleich mit dem Experiment festlegen können. Natürlich hängt der Parameter von der Wahl des mittleren Δ - Kern - Potentials ab.

Den Einfluß des $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameters auf die Lage der Δ - Resonanz können wir besser verstehen, wenn wir die Eigenschaften und Auswirkungen der Δ - Loch - Restwechselwirkung studieren. Zunächst ist festzustellen, daß eine Verschiebung in der Spin - Response nur bei Übergängen mit unnatürlicher Parität ($\Delta J = \Delta L \pm 1$) auftritt; denn nur bei diesen Übergängen liegt eine spin - longitudinale Δ - Anregung vor. Natürlich trägt auch die spin - transversale Anregung zum Streuquerschnitt bei, aber sie zeigt keine Energieverschiebung. Die natürlichen Paritätsübergänge ($\Delta J = \Delta L$) werden rein spin - transversal angeregt und zeigen deshalb ebenfalls keine Energieverschiebung. Weiterhin findet man, daß die unnatürlichen Paritätszustände energetisch um so stärker nach unten verschoben sind, je niedriger der Spinübertrag J ist. Wir veranschaulichen uns den Mechanismus für die Energieverschiebung anhand des $J = 1^+, L = 0$ - Zustandes. Dazu definieren wir die Größe

$$\Delta E_J =< \tilde{\Psi}_J | V_{N\Delta,N\Delta} | \Psi_J >, \tag{6.5}$$

wobei $|\Psi_J >$ der auf 1 normierte korrelierte Zustand für gegebenes J^π und $|\tilde{\Psi}_J >$ dessen komplex konjugierter Zustand ist. ΔE_J kann nun in einen longitudinalen und einen transversalen Anteil zerlegt werden:

$$\Delta E_J = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq q^2 (V^L_{N\Delta,N\Delta} M_L(q) + (V^T_{N\Delta,N\Delta} M_T(q)). \tag{6.6}$$

Dabei sind $M_L(q)$ und $M_T(q)$ gegeben durch

$$M_L(q) = \int d\hat{q} < \tilde{\Psi}_J | exp(-i\vec{q}\cdot\vec{r})\vec{S}\cdot\hat{q}T_{-1}|0 >< 0| - T_1\vec{S}^\dagger \cdot \hat{q} exp(i\vec{q}\cdot\vec{r}')|\Psi_J > \tag{6.7}$$

und

$$M_T(q) = \int d\hat{q} < \tilde{\Psi}_J | exp(-i\vec{q}\cdot\vec{r})\vec{S}\times\hat{q}T_{-1}|0 >< 0| - T_1\vec{S}^\dagger \times \hat{q} exp(i\vec{q}\cdot\vec{r}')|\Psi_J > . \tag{6.8}$$

Der Realteil der Übergangsdichte $q^2 M_L(q)$ wird in Fig.33 gezeigt, ebenso der longitudinale Teil der Restwechselwirkung. Dieser besitzt, da er überwiegend vom Ein

π - Austausch herrührt, einen Pol bei $q_{pole} = \sqrt{\omega^2 - m_\pi^2}$. Da nun $M_L(q)$ rechts vom Pol, also im attraktiven Bereich sein Maximum hat, bewirkt der longitudinale Anteil eine energetische Verschiebung der Δ - Resonanz nach unten.

Eine weitere Abhängigkeit bezüglich der Lage der Resonanz ergibt sich aus der Wahl des mittleren Potentials U_Δ. Dies erkennen wir aus Fig.24. Hier sind die korrelierten Wirkungsquerschnitte für verschieden tiefe Δ - Kern -Potentiale dargestellt. Mit wachsender Potentialtiefe wird die berechnete Δ - Resonanz zu niedrigeren Anregungsenergien hin verschoben. Jedoch ist diese Verschiebung wesentlich geringer als die im Vergleich zur unkorrelierten Rechnung (lang gestrichelte Kurve). Dies zeigt aber auch, daß die Wahl des $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameters nicht unabhängig von der Wahl der Tiefe des Δ - Kern - Potentials getroffen werden kann, obwohl diese Abhängigkeit nicht sehr gravierend ist. Um das Δ - Kern - Potential besser festlegen zu können, laufen Untersuchungen von Körfgen et al. zur Analyse der Pionstreuung und der Photoabsorption im Δ - Resonanzbereich.

Auffällig ist, daß die Lage der Δ - Resonanz in den $(^3He, t)$ und den $(d, 2p)$ - Reaktionen gegenüber den (p, n) - Reaktionen nach unten verschoben ist. Dies liegt daran, daß bei ausgedehnten Projektilen die Stärke bei höheren Anregungsenergien durch die Projektilformfaktoren weggeschnitten wird. Dies zeigt der Vergleich der Standardrechnung zu der, wo von einem punktförmigen Projektil ausgegangen wird (s. Fig.25).

In Fig.26 sehen wir die Ergebnisse bei einer Variation des $g'_{N\Delta}$ - Parameters. Wenn wir den Wert von 0.33 auf 0.4 bzw. 0.6 erhöhen, erhöht sich auch die Stärke der eigentlichen Δ - Resonanz.

6.4.2. Tensoranalysierstärken

Bei der näheren Diskussion der berechneten Tensoranalysierstärken ist zu berücksichtigen, daß ihr Wert im wesentlichen vom Verhältnis der longitudinalen zur transversalen Response und vom Viererimpulsübertrag $\sqrt{-t}$ abhängt. Als Funktion der relativen Stärke dieser Beiträge bewegt sich ihr Wert zwischen -0.4 (bei rein longitudinaler Wechselwirkung) und 0.2 (bei rein transversaler Wechselwirkung). Die Abhängigkeit der Tensoranalysierstärke vom Impulsübertrag rührt vom D - Wellen - Beitrag des Deuterons her, der den spin - longitudinalen Formfaktor des Projektils relativ zum spin - transversalen bei hohen Impulsüberträgen

begünstigt. Der Einfluß dieser Effekte auf unsere Analyse der $^{12}C(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion wird am ehesten deutlich, wenn wir Rechnungen für die Tensoranalysierstärke mit und ohne D - Wellenbeitrag miteinander vergleichen. Dies ist in Fig.27 für den unkorrelierten Fall und in Fig.28 für den korrelierten Fall dargestellt. Die Tatsache, daß die Tensoranalysierstärken zu höheren Energieüberträgen hin fallen, resultiert daraus, daß der D- Wellenformfaktor relativ zum S - Wellenformfaktor mit wachsendem Impulsübertrag ansteigt. Die Δ - Loch - Korrelationen bewirken nun eine Verschiebung der longitudinalen Response zu niedrigeren Anregungsenergien hin. Dies führt zu einer Absenkung der berechneten Tensoranalysierstärke im Resonanzbereich, wie man durch Vergleich von Fig. 27 und Fig. 28 sieht. Die Überlagerung beider Effekte ist für die Struktur der Kurven verantwortlich.

In Fig. 29 zeigen wir die Abhängigkeit der Tensoranalysierstärke vom $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter. Wenn wir diesen Parameter von 0.33 auf 0.4 bzw. 0.5 anheben, wird die relative Verschiebung zwischen longitudinaler und transversaler Response geringer. Dies sieht man daran, daß sich die korrelierte Kurve der unkorrelierten nähert. Daß eine solche Verschiebung zwischen spin - longitudinaler und spin - transversaler Response trotz des hohen Wertes von $g'_{\Delta\Delta} = 0.5$ noch zu beobachten ist (beachte: bei diesem Wert von $g'_{\Delta\Delta}$ gibt es keine Verschiebung der Δ - Peakposition mehr), liegt daran, daß nun die transversale Response deutlich nach oben verschoben wird.

In Fig.30 zeigen wir, daß eine Vertiefung des Δ - Kern - Potential eine ähnliche Wirkung hat wie ein kleinerer $g'_{\Delta\Delta}$ - Parameter. Jedoch sind die Effekte wesentlich geringer.

Bei der zusätzlichen Berücksichtigung von NN^{-1} - Korrelationen steigen die Werte der Tensoranalysierstärke leicht an. Dieser Anstieg hängt jedoch von der Wahl der $t_{NN,NN}$ - Amplitude ab. In Fig.31 sind die Ergebnisse für verschiedene $t_{NN,NN}$ - Amplituden dargestellt. Man erkennt, daß die Tensoraranalysierstärken bei Energieüberträgen oberhalb von etwa 250 MeV nicht wesentlich von der Spinstruktur der $t_{NN,NN}$ - Amplitude abhängen. Für kleinere Anregungsenergien hat man extreme Abweichungen zu verzeichnen, da dann die Spinstruktur der $t_{NN,NN}$ - Amplitude sich stark auf den Wert der Analysierstärke auswirkt.

Messungen des $(^3He, t)$ - Wirkungsquerschnitts bei verschiedenen Ein-

schußenergien deuten an, daß bei wachsender Einschußenergie die Δ - Resonanz an Intensität gewinnt, ohne daß der auch dort (wenn auch schwächer) vorhandene Untergrund zunimmt. Es wäre daher günstig, die $(\vec{d}, 2p)$ - Daten auch bei höheren Einschußenergien zu messen. In Fig.32 zeigen wir Nullgradspektren für die Δ - Anregung bei verschiedenen Einschußenergien. Man erkennt ein starkes Ansteigen des Resonanzstreuquerschnittes mit wachsender Einschußenergie. Andererseits wird die Verschiebung der Δ - Resonanz bei höheren Einschußenergien geringer. Dieser Effekt wurde von Ableev et al. [4] schon in der $(^3He, t)$ - Reaktion bei teilweise sehr hohen Einschußenergien nachgewiesen. Eine genaue Erklärung dieses Effektes steht noch aus.

7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Δ - Anregungen in Kernen mittels Ladungsaustauschreaktionen untersucht. Die experimentellen Daten zeigen, daß der Wirkungsquerschnitt im Δ - Resonanzbereich energetisch nach unten im Vergleich zur Δ - Anregung am Proton verschoben ist. Wir zeigen, daß diese Verschiebung verschiedene Ursachen hat. Zu einem Teil ist sie auf "triviale" Effekte, also auf kinematische Effekte und auf die Fermi - Bewegung der Nukleonen im Kern zurückzuführen. Zum anderen ist sie jedoch das Resultat eines kohärenten Mediumeffektes auf die spin- longitudinale Response - Funktion im Kern.

Zur theoretischen Untersuchung der Δ - Anregung im Kern benutzen wir einen Isobar - Loch - Formalismus, der die Dynamik des Δ's im Kern explizit beschreibt und die Δ - Loch - Restwechselwirkung berücksichtigt. Um Aufschluß über den spin - longitudinalen und spin - transversalen Anteil der (p,n) - und der $(^3He,t)$ - Reaktion zu gewinnen, ist die $(\vec{d},2p)$ - Reaktion mit tensorpolarisierten Deuteronen durchgeführt worden. Wir zeigen durch Analyse der $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion, daß das Verhältnis zwischen spin- transversaler und spin - longitudinaler Anregung 2:1 beträgt. Wir zeigen weiter, daß bei den vorliegenden Einschußenergien relativistische Spinrotationen keinen nennenswerten Einfluß auf die Spinstruktur der $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude haben und deshalb vernachlässigt werden können. Mit der gewählten $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude können wir konsistent auch die $(^3He,t)$ - , die (p,n) - und die $(d,2p)$ - Prozesse am Proton beschreiben.

Die Beschreibung der Δ - Anregung im Kern erfordert die Festlegung des mittleren Δ - Kern - Potentials und der Δ - Loch - Restwechselwirkung. Das Δ - Kern - Potential approximieren wir durch ein komplexes Woods - Saxon - Potential, dessen Parameter wir von Hirata et al. [30] übernehmen. Die Δ - Loch -Restwechselwirkung besteht aus Ein - π - Austausch, Ein - ρ - Austausch und einem kurzreichweitigen Anteil, dessen Größe durch den Landau - Migdal - Parameter $g'_{\Delta\Delta}$ festgelegt wird. Diese Restwechselwirkung bewirkt Korrelationen zwischen ΔN^{-1} - Zuständen und führt zu einer Verschiebung der spin - longitudinalen Response im Kern. Die Verschiebung wird durch den attraktiven Teil der Teilchen - Loch - Restwechselwirkung bewirkt, der vom energieabhängigen Ein - π - Austausch erzeugt wird. Dieser besitzt eine Polstruktur, weil das Pion bei inter-

mediären ΔN^{-1} - Streuungen auf seine Massenschale streuen kann. Die ΔN^{-1} - Übergangsdichten sind vorwiegend auf die attraktiven Komponenten der Wechselwirkung sensitiv. Dies führt dann insgesamt zu einer Verschiebung der spin - longitudinalen Response. Wenn der Landau - Migdal - Parameter als 0.33 festgelegt wird, können wir die gemessene Peakposition der Δ - Resonanz im Kern beschreiben. Insbesondere zeigen wir, daß auch mit der von uns festgelegten, überwiegend spin - transversalen $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude für die Δ - Anregung die Verschiebung der spin - longitudinalen Response - Funktion ausreicht, um die experimentellen Spektren zu erklären.

Hingegen sind wir nicht in der Lage, die Analysierstärken der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion befriedigend zu beschreiben. Das liegt vermutlich daran, daß der gemessene Wirkungsquerschnitt noch andere Anteile als die eigentliche Δ - Anregung beinhaltet. Bei einer Erhöhung der Einschußenergien zeigt sich bei der $^{12}C(^3He,t)$ - Reaktion, daß sich der Wirkungsquerschnitt erhöht, der "Untergrund" aber konstant bleibt. Da die theoretisch berechneten Wirkungsquerschnitte der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion auch mit wachsenden Einschußenergien zunehmen, ist auch bei dieser Reaktion bei höheren Einschußenergien ein besseres Verhältnis Δ - Anregung zu "Untergrund" zu erwarten. Zum besseren Verständnis der Spinstruktur der Δ - Anregung im Kern könnten daher sowohl $(\vec{d},2p)$ - Experimente bei höheren Energien als auch die zur Zeit durchgeführten $(\vec{p},\vec{n})$ - Reaktionen beitragen. Desweiteren erwarten wir neue Erkenntnisse über den Mechanismus der Δ - Anregung im Medium durch die Untersuchung des Zerfalls der Δ - Resonanz im Kern.

Anhang A. Die Quellfunktion

Wir leiten in diesem Kapitel die Quellfunktion her, die die Δ - Anregung in Kernen mit Ladungsaustauschreaktionen beschreibt. Wir berechnen die Quellfunktion explizit für den Fall, daß das Δ durch die $(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion angeregt wird. Wir nehmen an, daß die Deuteronwellenfunktion aus S - und D - Wellen - Anteilen besteht. Bei Annahme von LS - Kopplung hat die Gesamtwellenfunktion des Deuterons dann die Form:

$$\begin{aligned} |s_a m_a, t_a \nu_a > = & a_S \phi_S(r_1)[Y_0(\hat{r}_1) \times \chi_1]_{s_a m_a} \xi(t_a m_a) \\ & + a_D \phi_D(r_1)[Y_2(\hat{r}_1) \times \chi_1]_{s_a m_a} \xi(t_a m_a) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dabei sind a_S und a_D die Mischungskoeffizienten für die S- und D - Wellenbeiträge mit der Normierung:

$$|a_S|^2 + |a_D|^2 = 1. \tag{A.2}$$

Die Wellenfunktion für das quasigebundene, sich im relativen S - Zustand befindliche Diproton hat die Form:

$$|s_b m_b, t_a \nu_a > = \phi_{2p}(r_1, \vec{k})[Y_0(\hat{r}_1) \times \chi_0]_{s_b m_b} \xi(t_b \nu_b). \tag{A.3}$$

Die Quellfunktion ist nun gemäß Gl. (2.23) definiert durch

$$|\rho > = (\chi_b^{(-)} \phi_b | t_{NN,N\Delta} | \chi_a^{(+)} \phi_a \phi_A > . \tag{A.4}$$

Zunächst berechnen wir das Projektilmatrixelement

$$\begin{aligned} & < s_b m_b, t_b \nu_b | t_{NN,N\Delta} | s_a m_a, t_a \nu_a > \\ = & \sum_{i \epsilon P, j \epsilon T} \sum_{k=0,2} V_k(\vec{Q}) \delta^3(\vec{r}_2 - \vec{R}) \\ & < s_b m_b, t_b \nu_b | [Y_k(\hat{Q}) \times [\sigma_i \times S_j]_{(k)}]^{(0)}_{(0)} e^{i\vec{Q} \cdot \frac{\vec{r}_1}{2}} \vec{\tau}_i \cdot T_j | s_a m_a, t_a \nu_a > . \end{aligned} \tag{A.5}$$

Dabei haben wir berücksichtigt, daß $t_{NN,N\Delta}$ durch Gl. (2.20) und Gl. (2.28) dargestellt wird als

$$t_{NN,N\Delta} = \sum_k V_k(\vec{Q})[Y_k(\hat{Q}) \times [\sigma_i \times S_j]_{(k)}]^{(0)}_{(0)} \delta^3(\vec{r}_2 - \vec{R}). \tag{A.6}$$

Um die Integration über die inneren Projektilkoordinaten ausführen zu können, entwickeln wir die ebene Welle $e^{i\vec{Q}\cdot\frac{\vec{r}_1}{2}}$ nach Multipolen

$$e^{i\vec{Q}\cdot\frac{\vec{r}_1}{2}} = 4\pi \sum_{l_p} i^{l_p} j_{l_p}(Q\frac{r_1}{2})(-)^{l_p}\hat{l}_p[Y_{l_p}(\hat{r}_1) \times Y_{l_p}(\hat{Q})]^{(0)}_{(0)}. \tag{A.7}$$

Nun koppeln wir die verschiedenen Drehimpulsterme in Gl. (A.5) so um, daß Projektil- und Targetvariablen separiert werden:

$$\begin{aligned}
&[[Y_k(\hat{Q}) \times [\vec{\sigma}_i \times \vec{S}_j]_{(k)}]_{(0)}[Y_{l_p}\hat{Q}) \times Y_{l_p}(\hat{r}_1)]_{(0)}]^{(0)}_{(0)} \\
&= \sum_{\bar{l}} \frac{\hat{\bar{l}}}{\hat{k}\hat{l}_p}(-)^{l_p}\hat{k}\hat{1}W'(1k1l_p,1\bar{l})[[Y_k(\hat{Q}) \times Y_{l_p}(\hat{Q})]_{(\bar{l})}[[Y_{l_p}(\hat{r}_1) \times \vec{\sigma}_i]_1 \times \vec{S}_j]_{\bar{l}}]^{(0)}_{(0)} \\
&= \sum_{\bar{l},M_S} (-)^{l_p+\bar{l}-m_{\bar{l}}}W'(1k1l_p,1\bar{l})\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\frac{\hat{1}\hat{k}}{\hat{\bar{l}}}(k0l_p0|\bar{l}0)Y_{\bar{l}_p m_{\bar{l}}}(\hat{Q}) \\
&(1M_S1m_2|\bar{l}-m_{\bar{l}})\vec{S}_{m_2}[Y_{l_p}(\hat{r}_1) \times \vec{\sigma}_1]^{M_S}_1 j_l(Q\frac{r_1}{2}) \\
&= \sum_{\bar{l},M_S} (-)^{1+M_S}W'(1k1l_p,1\bar{l})\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\frac{\hat{1}\hat{k}}{\hat{1}}(k0l_p0|\bar{l}0)[Y_{\bar{l}}(\hat{Q}) \times \vec{S}]^{-M_S}_1 \\
&[Y_{l_p}(\hat{r}_1) \times \vec{\sigma}_1]^{M_S}_1 j_{l_p}(Q\frac{r_1}{2}).
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Der letzte Term in Gl. (A.8) ist der Operator, mit dem das Projektilspinmatrixelement gebidet wird, das wir nun auswerten. Wenn wir die Deuteronspinprojektion mit M und den relativen Bahndrehimpuls der Nukleonen im Deuteron mit l_p bezeichnen, erhalten wir als Projektilspinmatrixelement:

$$\begin{aligned}
&< 00|[Y_{l_p}(\hat{r}_1) \times \vec{\sigma}_1]^{M_S}_1 j_{l_p}(Q\frac{r_1}{2})|1M > \\
&= (-)^{1-M}\frac{1}{\hat{1}\hat{l}_p}(0||Y_{l_p}(\hat{r}_1)j_{l_p}(\frac{Qr_1}{2})||l_p)((\frac{1}{2}\frac{1}{2})0||\vec{\sigma}_1||(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1)\delta_{M,-M_S}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Das reduzierte Spinmatrixelement hat den Wert

$$\begin{aligned}
&((\frac{1}{2}\frac{1}{2})0||[\vec{\sigma}_1 \times 1]^1||(\frac{1}{2}\frac{1}{2})1) \\
&= \hat{0}\hat{1}\hat{1}\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{Bmatrix}(\frac{1}{2}||\vec{\sigma}||\frac{1}{2})(\frac{1}{2}||1||\frac{1}{2}) \\
&= \sqrt{3},
\end{aligned} \tag{A.10}$$

wobei wir folgende Identitäten benutzen

$$\begin{aligned}(\frac{1}{2}||\vec{\sigma}||\frac{1}{2}) &= \sqrt{6} \\ (\frac{1}{2}||1||\frac{1}{2}) &= \sqrt{2}.\end{aligned} \tag{A.11}$$

Das Radialmatrixelement in Gl. $(A.9)$ berechnen wir zu

$$\begin{aligned}&(0||Y_{l_p}(\hat{r}_1)j_{l_p}(\frac{Qr_1}{2})||l_p) \\ =&\frac{1}{4\pi}(-)^{l_p}\hat{l_p}F_{l_p}(Q),\end{aligned}$$

wobei

$$F_{l_p}(Q) = \int dr_1 r_1^2 \Phi^*_{2p}(r_1) j_{l_p}(Q\frac{r_1}{2})\Phi_{l_p}(r_1) \tag{A.12}$$

den (d , 2p) - Formfaktor darstellt.

Desweiteren müssen wir noch das Isospinmatrixelement

$$\begin{aligned}&< \frac{3}{2}N_\Delta, 1-1|\vec{\tau}(i)\cdot\vec{T}(j)|\frac{1}{2}N_c, 00 > \\ =&(-)^\mu < 1-1|\tau_{-\mu}(i)|00 >< \frac{3}{2}N_\Delta|T_\mu(j)|\frac{1}{2}N_c >\end{aligned} \tag{A.13}$$

berechnen, wobei auch hier Projektil- und Targetseite getrennt auszuwerten sind. Für das Projektilisospinmatrixelement erhalten wir:

$$\begin{aligned}&< 1-1|\tau_{-\mu}(i)|00 > \\ =&\frac{1}{\hat{1}}(001-\mu|11)((\frac{1}{2}\frac{1}{2})1||[\tau\times 1]^1||(\frac{1}{2}\frac{1}{2}0) \\ =&\hat{0}\hat{1}\hat{1}\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix}(\frac{1}{2}||\vec{\tau}||\frac{1}{2})(\frac{1}{2}||1||\frac{1}{2}) \\ =&\delta_{-\mu,1}.\end{aligned} \tag{A.14}$$

und für das Targetmatrixelement:

$$\begin{aligned}< \frac{3}{2}N_\Delta|T_\mu(j)|\frac{1}{2}N_c > =&(\frac{1}{2}N_c 1\mu|\frac{3}{2}N_\Delta)\frac{1}{\hat{\frac{3}{2}}}(\frac{3}{2}||\vec{T}||\frac{1}{2}) \\ =&1 \text{ für } N_c = +\frac{1}{2} \\ =&\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ für } N_c = -\frac{1}{2},\end{aligned} \tag{A.15}$$

wobei wir die kernphysikalische Isospinnotation verwenden. Das Targetisospinmatrixelement wird im folgenden mit $C_{N\Delta}$ beschrieben. Das Produkt der Isospinmatrixelemente berechnen wir zu

$$< \frac{3}{2}N_\Delta, 11|\vec{\tau}(i)\cdot\vec{T}(j)|\frac{1}{2}N_c, 00 >= -C_{N\Delta}. \tag{A.16}$$

Der Term $[Y_{\bar{l}}(\hat{Q})\times\vec{S}]^1_{-M_S}$ aus Gl. $(A.8)$ wird mit der Multipolentwicklung von $\delta^3(\vec{r}_2-\vec{R})$ neu gekoppelt zu

$$\begin{aligned}
&\delta^3(\vec{r}_2-\vec{R})[Y_{\bar{l}}(\hat{Q})\times\vec{S}]^1_{-M_S}\\
&=\sum_{l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t},l}\frac{\delta(r_2-R)}{Rr_2}(-)^l\hat{l}_t\hat{j}_tW(ll_t11;\bar{l}j_t)\\
&(l_tm_{l_t}j_tm_{j_t}|1-M_S)[Y_l(\hat{R})\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]^{(m_{l_t})}_{(l_t)}[Y_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]^{m_{j_t}}_{(j_t)}.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

Nun muß noch berücksichtigt werden, daß wir die Reaktion mit distortierten Wellen beschreiben. Die distortierten Wellen lassen sich analog zu ebenen Wellen entwickeln:

$$\chi_i(\vec{k}_i,\vec{r})=\frac{4\pi}{k_ir}\sum_{l_i,m_i}i^{l_i}\chi_{l_i}(k_i,r)Y_{l_i}^{m_{l_i}}(\hat{r})Y_{l_i}^{m^*_{l_i}}(\hat{k}_i). \tag{A.18}$$

Da bisher die Lage der z-Achse noch nicht bestimmt ist, können wir sie parallel zum Eingangsimpuls legen, so daß $\chi_a^{(+)}$ folgende Multipolentwicklung hat :

$$\chi_a(\vec{k}_a,\vec{r})=\frac{\sqrt{4\pi}}{k_ar}\sum_{l,m}i^{l_a}\chi_{l_a}(k_i,r)Y^0_{l_a}(\hat{r})\hat{l}_a. \tag{A.19}$$

Nun können wir $\chi_b^{(-)*}(\vec{k}_b,\vec{r})\chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r})$ berechnen. Wir erhalten

$$\begin{aligned}
\chi_b^{(-)*}(\vec{k}_b,\vec{r})\chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r})=&\frac{(4\pi)^{\frac{3}{2})}}{k_ak_b}\sum_{l_a,l_b}(l_a0lm_l|l_bm_l)i^{l_a-l_b}\sqrt{\frac{1}{4\pi}}(l_a0l0|l_b0)\\
&\frac{\hat{l}_a\hat{l}}{\hat{l}_b}\omega_{l_a}(k_a,r)\omega_{l_b}(k_b,r)Y^*_{l,m_l}(\hat{r})Y_{l_b,m_l}(\hat{k}_b),
\end{aligned} \tag{A.20}$$

wobei die ω_{l_i} gegeben sind durch

$$\omega_{l_i}(k_i,r)=\frac{\chi_{l_i}(k_i,r)}{r}. \tag{A.21}$$

Zur Ableitung von Gl. ($A.20$) haben wir folgende Identität benutzt:

$$Y_{l_a,0}(\hat{r})Y_{l_b,m_{l_b}}(\hat{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\sum_{l,m_l}\frac{\hat{l}_a\hat{l}}{\hat{l}_b}(l_a0l0|l_b0)(l_a0lm_l|l_bm_l)Y_{l,m_l}(\hat{r}). \tag{A.22}$$

Da wir auch das Produkt der distortierten Wellen in multipolentwickelter Form benötigen, bilden wir:

$$\begin{aligned} X_{l,m_l} &= \int (i^l Y_{l,m_l}(\hat{r}))\chi_b^{(-)^*}(\vec{k}_b,\vec{r})\chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r})d\hat{r} \\ &= \frac{(4\pi)^{\frac{3}{2}}}{k_a k_b}\sum_{l_a,l_b}\hat{l}_a(l_a0lm_l|l_bm_l)A_{l_all_b}\omega_{l_a}(k_a,r)\omega_{l_b}(k_b,r)Y_{l_b,m_l}(\hat{k}_b). \end{aligned} \tag{A.23}$$

Dabei sind die $A_{l_all_b}$ gegeben durch

$$A_{l_all_b} = i^{l_a+l-l_b}\sqrt{\frac{1}{4\pi}}(l_a0l0|l_b0)\frac{\hat{l}_a\hat{l}}{\hat{l}_b}. \tag{A.24}$$

Die distortierten Wellen werden nun mit einem geeigneten Faktor aus Gl. ($A.8$) multipliziert und dabei so umgekoppelt, daß Faktoren mit gleichem Argument zusammengekoppelt werden:

$$\begin{aligned} &\int \chi_b^{(-)^*}(\vec{k}_b,\vec{r})\delta^3(\vec{r}_2-\vec{r})[Y_{\bar{l}}(\hat{Q})\times\vec{S}]^1_{-M_S}\chi_a^{(+)}(\vec{k}_a,\vec{r})d\hat{r} \\ &= \sum_{l_t,j_t}(-)^l\hat{l}_t\hat{j}_tW(ll_t11;\bar{l}j_t)i^{-l}[[X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]_{(l_t)}\times[Y_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]_{(j_t)}]_1^{-M_S} \\ &= \sum_{l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t}}(-)^{1+M_S}(-)^{l_t+m_{l_t}}\hat{j}_tW(ll_t11;\bar{l}j_t)(j_tm_{j_t}1M_S|l_t-m_{l_t}) \\ &[X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]^{m_{l_t}}_{(l_t)}[i^lY_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]^{m_{j_t}}_{(j_t)}. \end{aligned} \tag{A.25}$$

Nun bestimmen wir die Quellfunktionen durch sukzessives Einsetzen von Gl. ($A.8$), Gl. ($A.9$), Gl. ($A.16$)und Gl. ($A.25$) in Gl. ($A.4$). Für die (d,2p) - Reaktion müssen wir das so erhaltene Ergebnis noch mit einem Faktor 2 multiplizieren, da bei Benutzung des Isospinformalismus beide Deuteronnukleonen das Δ - Isobar anregen können. Diesen Faktor 2 erkennt man übrigens explizit, wenn das Projektilmatrixelement mit Hilfe zweiter Quantisierung ausgewertet wird, wie

im Anhang F vorgeführt. Wir erhalten dann:

$$
\begin{aligned}
|\rho_M> &= (\chi_b^{(-)}\phi_b|t_{NN,N\Delta}|\chi_a^{(+)}\phi_a\phi_A> \\
&= -2C_{N\Delta} \sum_{l_p,\bar{l},l,k,l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t}} V_k(Q)\hat{k}\hat{1}\hat{l}_p(-)^{\frac{l_p}{2}} W(1k1l_p;1\bar{l})F_{l_p}(Q)(k0l_p0|\bar{l}0) \\
&\quad (-)^{1+M_S}(-)^{l_t+m_{l_t}}\hat{j}_t W(ll_t11;\bar{l}j_t)(j_t m_{j_t}1M_S|l_t-m_{l_t}) \\
&\quad [X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]^{m_{l_t}}_{(l_t)}[i^l Y_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]^{m_{j_t}}_{(j_t)}\delta_{M,-M_S}.
\end{aligned}
\tag{A.26}
$$

Die analoge Auswertung liefert für die (p,n) - sowie für die $(^3He,t)$ - Reaktion folgende Quellfunktion:

$$
\begin{aligned}
|\rho> = &\sum_{l,k,l_t,j_t,m_{l_t},m_{j_t}} (-)^{\frac{1}{2}+m_a}2\tilde{C}_{N\Delta}(\frac{1}{2}m_b\frac{1}{2}-m_a|1M_S)(-)^{l_t+m_{l_t}}\hat{j}_t F(Q)V_k(Q) \\
&W(ll_t11;\bar{l}j_t)(j_t m_{j_t}1M_S|l_t-m_{l_t})[X_l(\hat{k}_\beta,\hat{k}_\alpha)\times Y_{\bar{l}}(\hat{Q})]^{m_{l_t}}_{(l_t)}[i^l Y_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]^{m_{j_t}}_{(j_t)}.
\end{aligned}
\tag{A.27}
$$

Dabei bezeichnet $F(Q)$ den $(^3He,t)$ -Formfaktor, wobei zu berücksichtigen ist, daß $F(Q)$ unterschiedliche Werte für transversale und longitudinale Anregung annehmen kann, so daß es geeignet mit den jeweiligen Komponenten von $V_k(Q)$ zu multiplizieren ist. Für (p,n) - Reaktionen ist natürlich der Formfaktor gleich 1. $\tilde{C}_{N\Delta}$ ist der Wert des Targetisospinmatrixelementes für $(^3He,t)$ und (p,n) - Reaktionen. Die Auswertung des Targetspinmatrixelementes $[i^l Y_l(\hat{r}_2)\times\vec{S}]^{m_{j_t}}_{(j_t)}$ führt zum geometrischen Faktor $g(ph)$, der in Anhang E berechnet wird. Mit Berücksichtigung der Lochwellenfunktion $u_h(r)$ erhalten wir damit die in Kap. 2.5 angegebenen Gleichungen.

Anhang B. Berechnung des Matrixelementes $< \Psi_{p_2 h_2} JM|V|\Psi_{p_1 h_1} JM >$

Wir werten das Matrixelement mit Hilfe der zweiten Quantisierung aus. In zweiter Quantisierung ist die Wellenfunktion $|\Psi_{ph}, JM >$ gegeben durch

$$\begin{aligned} |\Psi_{ph}, JM >= & \sum_{j_p, m_p, j_h, m_h} (j_p m_p j_h m_h | JM) a^\dagger_{j_p m_p} b^\dagger_{j_h m_h} |0 > \\ = & \sum_{j_p, m_p, j_h, m_h} (-)^{j_h + m_h} (j_p m_p j_h m_h | JM) a^\dagger_{j_p m_p} a_{j_h - m_h} |0 >, \end{aligned} \tag{B.1}$$

wobei zwischen dem Locherzeugungsoperator $b^\dagger_{jm}$ und dem Teilchenvernichtungsoperator a_{j-m} die Beziehung

$$b^\dagger_{jm} = (-)^{j+m} a_{j-m} \tag{B.2}$$

gilt. Die j_i sind die zugehörigen Drehimpulse und die m_i ihre Projektionen. Der Index p(h) bezieht sich auf Teilchen (Löcher).

Die Zweikörperwechselwirkung wird in zweiter Quantisierung dargestellt durch

$$V = \sum_{\nu_1 < \nu_2, \nu_3 < \nu_4} < \nu_3 \nu_4 | V | \nu_2 \nu_1 >_a a^\dagger_{\nu_4} a^\dagger_{\nu_3} a_{\nu_1} a_{\nu_2}, \tag{B.3}$$

wobei

$$< \nu_3 \nu_4 | V | \nu_2 \nu_1 >= \int \phi^\dagger_{\nu_3}(\vec{x}_1) \phi^\dagger_{\nu_4}(\vec{x}_2) V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \phi_{\nu_2}(\vec{x}_2) \phi_{\nu_1}(\vec{x}_1) d^3x_1 d^3x_2 \tag{B.4}$$

ist. Die ν_i sind eine Kurzschreibweise für $j_i m_i$. Nun berechnen wir das Matrixelement durch Auswertung des Erwartungswertes

$$\begin{aligned} & < 0 | a^\dagger_{j_{h_2} - m_{h_2}} a_{j_{p_2} m_{p_2}} a^\dagger_{\nu_4} a^\dagger_{\nu_3} a_{\nu_1} a_{\nu_2} a^\dagger_{j_{p_1} m_{p_1}} a_{j_{h_1} - m_{h_1}} |0 > \\ = & - \delta_{\nu_2, j_{p_1} m_{p_1}} \delta_{\nu_4, j_{p_2} m_{p_2}} \delta_{\nu_1, j_{h_2} - m_{h_2}} \delta_{\nu_3, j_{h_1} - m_{h_1}}. \end{aligned} \tag{B.5}$$

Damit gilt insgesamt

$$\begin{aligned} & < (j_{p_2} j_{h_2}) JM | V | (j_{p_1} j_{h_1}) JM > \\ = & \sum m_{h_1}, m_{h_2}, m_{p_1}, m_{p_2} (-)^{j_{h_1} + m_{h_1} + j_{h_2} + m_{h_2}} \\ & (j_{p_1} m_{p_1} j_{h_1} m_{h_1} | JM)(j_{p_2} m_{p_2} j_{h_2} m_{h_2} | JM) \\ & < j_{h_1} - m_{h_1} j_{p_2} m_{p_2} | V | j_{p_1} m_{p_1} j_{h_2} - m_{h_2} >, \end{aligned} \tag{B.6}$$

wobei

$$
\begin{aligned}
&< j_{h_1} - m_{h_1} j_{p_2} m_{p_2} | V | j_{p_1} m_{p_1} j_{h_2} - m_{h_2} > \\
&= - \int \phi^{\dagger}_{j_{h_1} - m_{h_1}}(\vec{x}_1) \phi^{\dagger}_{j_{p_2} m_{p_2}}(\vec{x}_2) V(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \phi_{j_{p_1} m_{p_1}}(\vec{x}_1) \phi_{j_{h_2} - m_{h_2}}(\vec{x}_2) d^3x_1 d^3x_2.
\end{aligned}
\tag{B.7}
$$

Das Potential V kann nun nach Multipolen entwickelt werden. Dies ist im Anhang D ausgeführt. Das Potential erhält dann die Form

$$
V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{j, m, l_1, l_2} v_{l_1, l_2, j}(r_1, r_2) [i^{l_1} Y_{l_1}(\hat{r}_1) \times S_1]^{(jm)} [i^{l_2} Y_{l_2}(\hat{r}_2) \times S_2)]^{(j\tilde{m})}. \tag{B.8}
$$

Dabei bedeutet das $|j\tilde{m}>$ den zeitumgekehrten Zustand zu $|jm>$. Wir erhalten somit

$$
\begin{aligned}
&< (j_{p_2} j_{h_2}) JM | V | (j_{p_1} j_{h_1}) JM > \\
&= \sum_{m_{h_1}, m_{h_2}, m_{p_1}, m_{p_2}, l_1, l_2, j} - \int dr_1 dr_2 r_1^2 r_2^2 v_{l_1, l_2, j}(r_1, r_2) \\
&\Phi^*_{j_{h_1} - m_{h_1}}(r_1) \Phi^*_{j_{p_2} m_{p_2}}(r_2) \Phi_{j_{p_1} m_{p_1}}(r_1) \Phi_{j_{h_2} - m_{h_2}}(r_2) \\
&(-)^{j_{h_1} + m_{h_1}} (j_{p_1} m_{p_1} j_{h_1} m_{h_1} | JM) \\
&< j_{h_1} - m_{h_1} | [i^{l_1} Y_{l_1}(\hat{r}_1) \times S_1]^{(jm)} | j_{p_1} m_{p_1} > \\
&(-)^{j_{h_2} + m_{h_2}} (j_{p_2} m_{p_2} j_{h_2} m_{h_2} | JM) \\
&< j_{p_2} m_{p_2} | [i^{l_2} Y_{l_2}(\hat{r}_2) \times S_2)]^{(j\tilde{m})} | j_{h_2} - m_{h_2} > .
\end{aligned}
\tag{B.9}
$$

Die Drehimpulsmatrixelemente werden im Anhang E berechnet, und wir erhalten die dort definierten geometrischen Faktoren als Ergebnis dieser Matrixelemente.

Anhang C. Die Δ - Loch - Wechselwirkung

Die Δ - Loch - Wechselwirkung setzt sich aus π - und ρ - Austausch und einer kurzreichweitigen Wechselwirkung vom Landau - Migdal - Typ zusammen:

$$V_{\Delta N^{-1},\Delta N^{-1}} = V_\pi + V_\rho + V_\delta. \tag{C.1}$$

Der Ein - Pion - Austausch kann in Zentral- ($V_\pi^C(\omega,q)$) und Tensoranteil ($V_\pi^T(\omega,q)$) zerlegt werden. Im Impulsraum erhalten wir

$$V_\pi(\omega,q) = V_\pi^C(\omega,q) + V_\pi^T(\omega,q) \tag{C.2}$$

mit

$$V_\pi^C(\omega,q) = \frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\left(\frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - \omega^2 + q^2}\right)^2 \frac{q^2}{\omega^2 - q^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \tag{C.3}$$

und

$$V_\pi^T(\omega,q) = \frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\left(\frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - \omega^2 + q^2}\right)^2 \frac{q^2}{\omega^2 - q^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2. \tag{C.4}$$

Dabei bezeichnt f_π die Pion - Nukleon - Kopplungskonstante, Λ_π den Cutoff - Parameter des Pion - Nukleon - Formfaktors und m_π die Pionmasse. Nach Fouriertransformation in den Ortsraum erhalten wir

$$\begin{aligned} V_\pi(\omega,r) =& V_\pi^{c,f}(\omega,r) + V_\pi^{c,0}(\omega,r) \\ &+ V_\pi^{T,0}(\omega,r) + V_\pi^{T,s}(\omega,r) + V_\pi^{T,l_1}(\omega,r) + V_\pi^{T,l_2}(\omega,r) + V_\pi^{T,l_3}(\omega,r) \end{aligned} \tag{C.5}$$

mit

$$V_\pi^{c,f}(\omega,r) = -\frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{1}{4\pi}(\omega^2 - m_\pi^2)\frac{e^{i\sqrt{\omega^2-m_\pi^2}r} - e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}}{r}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \tag{C.6}$$

$$V_\pi^{c,0}(\omega,r) = -\frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{\Lambda_\pi^3}{8\pi}[1-(\frac{m_\pi}{\Lambda_\pi})^2][1-(\frac{\omega}{\Lambda_\pi})^2]^{\frac{1}{2}}e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \tag{C.7}$$

$$V_\pi^{T,0}(\omega,r) = -\frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{\Lambda_\pi^3}{8\pi}[1-(\frac{m_\pi}{\Lambda_\pi})^2][1-(\frac{\omega}{\Lambda_\pi})^2]^{\frac{1}{2}}e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \tag{C.8}$$

$$V_\pi^{T,s}(\omega,r) = -\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{\Lambda_\pi^2}{8\pi}[1-(\frac{m_\pi}{\Lambda_\pi})^2]\frac{e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}}{r}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \tag{C.9}$$

$$V_\pi^{T,l_1}(\omega,r) = -\frac{1}{3}\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{1}{4\pi}(\omega^2 - m_\pi^2)\frac{e^{i\sqrt{\omega^2-m_\pi^2}r} - e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}}{r}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \quad (C.10)$$

$$V_\pi^{T,l_2}(\omega,r) = -\frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{1}{4\pi}\frac{i\sqrt{\omega^2-m_\pi^2}e^{i\sqrt{\omega^2-m_\pi^2}r} + \sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega_2}e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}}{r^2}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \quad (C.11)$$

$$V_\pi^{T,l_3}(\omega,r) = \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}\frac{1}{4\pi}\frac{e^{i\sqrt{\omega^2-m_\pi^2}r} - e^{-\sqrt{\Lambda_\pi^2-\omega^2}r}}{r^3}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2. \quad (C.12)$$

(Anmerkung: Die Indizierung $V_\pi^{T,l_k}(\omega,r)$ bedeutet, daß sich dieser Anteil des Potentials proportional zu $\frac{e^{i\alpha r}}{r^k}$ verhält, wenn Λ_π sehr große Werte annimmt.)

Der ρ - Austausch ist analog gegeben durch

$$V_\rho(\omega,q) = V_\rho^C(\omega,q) + V_\rho^T(\omega,q)$$

mit

$$V_\rho^C(\omega,q) = \frac{2}{3}\frac{f_\rho^2}{m_\rho^2}\left(\frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - \omega^2 + q^2}\right)^2\frac{q^2}{\omega^2 - q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2 \quad (C.13)$$

$$V_\rho^T(\omega,q) = -\frac{1}{3}\frac{f_\rho^2}{m_\rho^2}\left(\frac{\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2}{\Lambda_\rho^2 - \omega^2 + q^2}\right)^2\frac{q^2}{\omega^2 - q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon}S_{12}(\hat{q})\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2. \quad (C.14)$$

Damit stehen π - und ρ - Austausch in folgendem Verhältnis zueinander:

$$V_\rho^C(\omega,r) = 2V_\pi^C(\omega,r,m_\pi \to m_\rho,\Lambda_\pi \to \Lambda_\rho) \quad (C.15)$$

$$V_\rho^T(\omega,r) = -V_\pi^T(\omega,r,m_\pi \to m_\rho,\Lambda_\pi \to \Lambda_\rho). \quad (C.16)$$

Insbesondere ist zu beachten, daß der Tensoranteil vom Ein - ρ - Austausch das umgekehrte Vorzeichen zum Ein - π - Austausch hat.

Bei den bisherigen Betrachtungen haben wir die Austauschmatrixelemente noch nicht berücksichtigt. Da wir diese nicht explizit berechnen, müssen wir dessen Wirkung in der Δ - Loch - Restwechselwirkung mitberücksichtigen. Beim Ein - π - Austausch spielt der Austauschterm eine untergeordnete Rolle. Der kurzreichweitige Anteil der Wechselwirkung ist als effektive Wechselwirkung konstruiert, so daß der Einfluß der Austauschterme bereits in der Wahl der Wechselwirkung mitberücksichtigt wird. Hingegen kompensieren sich beim Ein - ρ - Austausch der

direkte und der Austauschanteil der Zentralkraft beinahe bis auf jenen Teil, der in den kurzreichweitigen Anteil übernommen wird. G - Matrix - Berechnungen, die Terme höherer Ordnung mitberücksichtigen, deuten an, daß im Medium der Zentralanteil der Ein - ρ - Austauschwechselwirkung bis auf 40 Prozent der ursprünglich zu erwartenden Stärke verschwindet. Wenn noch berücksichtigt wird, daß bei der Δ - Loch - Wechselwirkung die Bedeutung des ρ - Mesons deutlich geringer als die des Pions ist, läßt sich ein Verzicht auf den Zentralteil des Ein - ρ - Austausches rechtfertigen.

Anhang D. Multipolentwicklung der Δ - Loch - Wechselwirkung

Um die Δ - Loch - Restwechselwirkung $V_{\Delta h}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ im Kernstrukturanteil der Arbeit berücksichtigen zu können, muß sie nach Multipolen entwickelt werden [42]. Der Zentral-($\kappa = 0$) und der Tensoranteil ($\kappa = 2$) können als

$$\tilde{v}^{(\kappa)}(r) = V_\kappa(\vec{r})C^{(\kappa)}(\Omega) \tag{D.1}$$

geschrieben werden, wobei

$$C_q^k(\Omega) = [\frac{4\pi}{(2k+1)}]^{\frac{1}{2}} Y_{kq}(\Omega) \tag{D.2}$$

und

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \tag{D.3}$$

Zur Trennung der Variablen $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ wird die Wechselwirkung Fourier- transformiert und anschließend multipolentwickelt:

$$\begin{aligned} v^{(\kappa)}(\vec{p}) =& (2\pi)^{-3} \int V_\kappa(r) C^{(\kappa)}(\Omega) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} d^3r \\ =& \frac{1}{4\pi} i^\kappa v_\kappa(p) C^{(\kappa)}(\Omega_p) \end{aligned} \tag{D.4}$$

mit

$$v_\kappa(p) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty V_\kappa(r) j_\kappa(pr) r^2 dr, \tag{D.5}$$

wobei wir mit j_κ die sphärischen Besselfunktionen bezeichnen. $V_\kappa(r)C^{(\kappa)}(\Omega)$ wird durch Anwendung der inversen Fouriertransformation gebildet:

$$\begin{aligned} V_\kappa(r)C^{(\kappa)}(\Omega) =& \frac{1}{4\pi} i^\kappa \int v_\kappa(p) C^{(\kappa)}(\Omega_p) e^{-i\vec{p}\cdot(\vec{r}_2-\vec{r}_1)} d^3p \\ =& \sum_{k_1,k_2} i^{k_1-k_2+\kappa} \frac{\hat{k}_1^2 \hat{k}_2^2}{\hat{\kappa}^2} (k_1 0 k_2 0 | \kappa 0) v^{(\kappa_1,\kappa_2;\kappa)}(r_1, r_2) [C_1^{(k_1)} \times C_2^{(k_2)}]^{(\kappa)} \end{aligned}$$

$$\text{mit } v^{k_1,k_2;\kappa}(r_1, r_2) = \int_0^\infty j_{k_1}(pr_1) j_{k_2}(pr_2) v_\kappa(p) p^2 dp. \tag{D.6}$$

Mit diesen allgemeinen Ergebnissen kann nun die Zentralkraft geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} V_C(\vec{r})\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 =& 4\pi \sum_l (-)^{l+s} \hat{l}\hat{s} v_l(r_1, r_2) [[Y_l(\hat{r}_1) \times Y_l(\hat{r}_2)]^{(0)} [S_1 \times S_2]^{(0)}]^{(0)} \\ =& 4\pi \sum_{l,j} (-)^{l+s} \hat{j} v_l(r_1, r_2) [[Y_l(\hat{r}_1) \times S_1]^{(j)} [Y_l(\hat{r}_2) \times S_2]^{(j)}]^{(0)} \\ =& -4\pi \sum_{j,m,l} v_l(r_1, r_2) [i^l Y_l(\hat{r}_1) \times S_1]^{(jm)} [i^l Y_l(\hat{r}_2) \times S_2)]^{(\tilde{jm})} \end{aligned} \tag{D.7}$$

mit

$$v_l = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} V_C(r) P_l(cos\theta) d(cos\theta). \qquad (D.8)$$

Für die Tensorkraft gilt analog:

$$\begin{aligned}
V_T(\vec{r})S_{12} =& \sqrt{30}\sum_{l_1,l_2} i^{l_1-l_2+2}\frac{\hat{l}_1^2\hat{l}_2^2}{\hat{2}^2}(l_1 0 l_2 0|20) \\
& v^{l_1,l_2,2}(r_1,r_2)[[C_{l_1}(\hat{r}_1)\times C_{l_2}(\hat{r}_2)]^{(2)}\times[\vec{S}_1\times S_2]^{(2)}]^{(0)} \\
=& \sqrt{30}\,4\pi\sum_{l_1,l_2,j} i^{l_1-l_2+2}\frac{\hat{l}_1\hat{l}_2\hat{j}}{\hat{2}}(-)^{-l_1-1+j+2}W(l_1 1 l_2 1; j2)(l_1 0 l_2 0|20) \\
& v^{l_1,l_2,2}(r_1,r_2)[[Y_{l_1}(\hat{r}_1)\times S_1]^{(j)}\times[Y_{l_2}(\hat{r}_2)\times S_2]^{(j)}]^{(0)} \\
=& \sqrt{6}\sum_{l_1,l_2,j}(-)^j 4\pi\hat{l}_1\hat{l}_2 W(l_1 1 l_2 1; j2)(l_1 0 l_2 0|20) \\
& v^{l_1,l_2,2}(r_1,r_2)[i^{l_1}Y_{l_1}(\hat{r}_1)\times S_1]^{(jm)}[i^{l_2}Y_{l_2}(\hat{r}_2)\times S_2]^{(j\hat{m})}.
\end{aligned} \qquad (D.9)$$

Dabei sind die $v^{(l_1,l_2,2)}(r_1,r_2)$ gegeben durch

$$\begin{aligned}
v^{(l,l,2)}(r_1,r_2) =& r_1 r_2\{\frac{2l+3}{2l+1}w^{(l-1)}(r_1,r_2)+\frac{2l-1}{2l+1}w^{(l+1)}(r_1,r_2)\}-(r_1^2+r_2^2)w^{(l)}(r_1,r_2) \\
v^{(l,l+2,2)}(r_1,r_2) =& r_2^2 w^{l}(r_1,r_2)-2r_1r_2w^{(l+1)}(r_1,r_2)+r_1^2w^{(l+2)}(r_1,r_2) \\
v^{(l_1,l_2,2)}(r_1,r_2) =& v^{l_2,l_1,2}(r_2,r_1)
\end{aligned} \qquad (D.10)$$

mit

$$w^{(l)}(r_1,r_2) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\frac{V_T(r)}{r^2}P_l(cos\theta)d(cos\theta). \qquad (D.11)$$

Zusammengefaßt können also die Komponenten der Wechselwirkung beschrieben werden durch

$$V = \sum_{j,m,l_1,l_2} v_{l_1,l_2,j}(r_1,r_2)[i^{l_1}Y_{l_1}(\hat{r}_1)\times S_1]^{(jm)}[i^{l_2}Y_{l_2}(\hat{r}_2)\times S_2)]^{(j\hat{m})}$$

mit folgenden Ausdrücken für $v_{l_1,l_2,j}$

Zentralkraft: $-4\pi v_l(r_1,r_2)\delta_{l,l_1}\delta_{l,l_2}$

Tensorkraft: $4\pi\sqrt{6}(-)^j\hat{l}_1\hat{l}_2(l_1 0 l_2 0|20)W(l_1 1 l_2 1; j2)v^{(l_1,l_2,2)}(r_1,r_2).$

$$(D.12)$$

Diese Multipolentwicklung kann explizit für folgende Ortsabhängigkeiten durchgeführt werden:

$$\frac{e^{-mr}}{mr} = 4\pi \sum_l \omega_l(r_1, r_2) Y^*_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}(\Omega_2)$$

$$\frac{e^{ikr}}{kr} = 4\pi \sum_l \omega'_l(r_1, r_2) Y^*_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}(\Omega_2)$$

mit

$$\omega_l(r_1, r_2) = -j_l(imr_<) h_l(imr_>)$$

und

$$\omega'_l(r_1, r_2) = i j_l(kr_<) h_l(kr_>).$$

Aufgrund der starken Singularität am Ursprung können dagegen Terme, deren Ortsabhängigkeit sich wie $\frac{e^{\lambda r}}{r^2}$ oder $\frac{e^{\lambda r}}{r^3}$ verhalten, nicht multipolentwickelt werden. Da solche Terme aber im Tensoranteil der Δ - Loch - Restwechselwirkung auftreten, muß dieser folgendermaßen neu parametrisiert werden, damit er multipolentwickelt werden kann:

$$\frac{V_T^R(r)}{r^2} = \sum_i V_i^R \frac{e^{-A_i r}}{r}$$

$$\frac{V_T^I(r)}{r^2} = \sum_i V_i^I \frac{e^{-A_i r}}{r} + V_4^I \frac{sin A_4 r}{r}.$$

Anhang E. Geometrischer Faktor

In diesem Anhang ist das Targetdrehimpulsmatrixelement

$$\begin{aligned}&\int \phi^*_{j_{h_1}-m_{h_1}}(\hat{r}_1)[i^{l_1}Y_{l_1}\times\vec{S}_1^{\dagger}]_{jm}\phi_{j_{p_1}m_{p_1}}(\hat{r}_1)d\hat{r}_1\\ =&i^{-l_{h_1}+l_1+l_{p_1}}<(l_{h_1}\frac{1}{2})j_{h_1}|[Y_{l_1}\times\vec{S}_1^{\dagger}]_j|(l_{p_1}\frac{3}{2})j_{p_1}>\end{aligned} \tag{E.1}$$

zu berechnen. Das reduzierte Matrixelement ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}&<(l_{h_1}\frac{1}{2})j_{h_1}||[Y_{l_1}\times\vec{S}_1^{+}]_j||(l_{p_1}\frac{3}{2})j_{p_1}>\\ =&\hat{j}_{h_1}\hat{j}\hat{j}_{p_1}(l_{h_1}||Y_{l_1}||l_{p_1})\begin{Bmatrix} l_{h_1} & \frac{1}{2} & j_{h_1}\\ l_{p_1} & \frac{3}{2} & j_{p_1}\\ l_1 & 1 & j\end{Bmatrix}(\frac{1}{2}||S_1^{+}||\frac{3}{2}).\end{aligned} \tag{E.2}$$

Wir werten nun sukzessive die verschiedenen Faktoren aus:

$$\begin{aligned}&(l_{h_1}||Y_{l_1}||l_{p_1})\\ =&(-)^{l_1}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\hat{l}_{h_1}\hat{l}_1(l_{h_1}0l_10|l_{p_1}0)\\ &(\frac{1}{2}||S_1^{+}||\frac{3}{2})=-2\\ &\begin{Bmatrix} l_{h_1} & \frac{1}{2} & j_{h_1}\\ l_{p_1} & \frac{3}{2} & j_{p_1}\\ l_1 & 1 & j\end{Bmatrix}=(-)^{l_{h_1}+l_{p_1}+l_1+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+1+j_{h_1}+j_{p_1}+j}\begin{Bmatrix} l_{p_1} & \frac{3}{2} & j_{p_1}\\ l_{h_1} & \frac{1}{2} & j_{h_1}\\ l_1 & 1 & j\end{Bmatrix}.\end{aligned} \tag{E.3}$$

Damit erhalten wir als Endergebnis für den geometrischen Faktor

$$g_{p_1h_1}=-2i^{l_{p_1}+l_{h_1}-l_1}(l_{h_1}0l_{p_1}0|l_10)\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\hat{l}_{h_1}\hat{l}_{p_1}\hat{j}_{h_1}\hat{j}_{p_1}\begin{Bmatrix} l_{p_1} & \frac{3}{2} & j_{p_1}\\ l_{h_1} & \frac{1}{2} & j_{h_1}\\ l_1 & 1 & j\end{Bmatrix}. \tag{E.4}$$

Die analoge Auswertung für

$$(-)^{j_{h_2}+m_{h_2}}(j_{p_2}m_{p_2}j_{h_2}-m_{h_2}|JM)<j_{p_2}m_{p_2}|[i^{l_2}Y_{l_2}(\hat{r}_1)\times\sigma_2)]^{(jm)}|j_{h_2}-m_{h_2}>$$

führt zum geometrischen Faktor

$$g_{p_2h_2}=2i^{-l_{p_2}-l_{h_2}+l_2}(l_{h_2}0l_{p_2}0|l_20)\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\hat{l}_{h_2}\hat{l}_{p_2}\hat{j}_{h_2}\hat{j}_{p_2}\begin{Bmatrix} l_{p_2} & \frac{3}{2} & j_{p_2}\\ l_{h_2} & \frac{1}{2} & j_{h_2}\\ l_2 & 1 & j\end{Bmatrix}. \tag{E.5}$$

Anhang F. Berechnung des Projektilspinisospinmatrixelementes mittels 2. Quantisierung

Wir berechnen das Projektilspinisospinmatrixelement

$$< (2p)|\sigma_{-\mu}\tau_\nu|d > . \tag{F.1}$$

In zweiter Quantisierung ist die Deuteronwellenfunktion gegeben durch

$$|s_a m_a, t_a \nu_a >= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{j_1',m_1',j_2',m_2',t_1',t_2',\nu_1',\nu_2'} (j_1' m_1' j_2' m_2' | s_a m_a)(t_1' \nu_1' t_2' \nu_2' | t_a \nu_a) c_1'^{\dagger} c_2'^{\dagger} \tag{F.2}$$

und die Diprotonwellenfunktion durch

$$|s_b m_b, t_b \nu_b >= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{j_1'',m_1'',j_2'',m_2'',t_1'',t_2'',\nu_1'',\nu_2''} (j_1'' m_1'' j_2'' m_2'' | s_b m_b)(t_1'' \nu_1'' t_2'' \nu_2'' | t_b \nu_b) c_1''^{\dagger} c_2''^{\dagger}. \tag{F.3}$$

Hierbei beschreiben die j_i und t_i den Spin bzw. Isospin der beteiligten Nukleonen, die m_i und ν_i die zugehörigen Projektionen. Der Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dient als Normierungsfaktor, so daß

$$< d|d >=< (2p)|(2p) >= 1. \tag{F.4}$$

Die $c_i^\dagger$ sind die Teilchenerzeugungsoperatoren der Projektilnukleonen mit Spin-, Isospin- und Projektionskomponenten $j_i m_i, t_i \nu_i$. Damit erhalten wir folgende Darstellung des Einteilchenoperators in 2. Quantisierung

$$\sigma_{-\mu}\tau_\nu = \sum_{m_1''',\nu_1''',m_2''',\nu_2'''} < j_2''', m_2''', t_2''', \nu_2''' | \sigma_{-\mu}\tau_\nu | j_1''', m_1''', t_1''', \nu_1''' > c_2'''^{\dagger} c_1'''. \tag{F.5}$$

Dabei sind σ und τ die zugehörigen Spin- und Isospinoperatoren. Dieses Matrixelement ist leicht auszuwerten:

$$\begin{aligned} & < j_2''', t_2''', m_2''', \nu_2''' | \sigma_{-\mu}\tau_\nu | j_1''', t_1''', m_1''', \nu_1''' > \\ =& \frac{1}{j_2'''} \frac{1}{t_2'''} (j_1''' m_1''' 1\mu | j_2''' m_2''')(t_1''' \nu_1''' 1-\nu | t_2''' \nu_2''')(j_2''' || \sigma || j_1''')(t_2''' || \tau || t_1''') \\ =& \sqrt{3}(j_1''' m_1''' 1\mu | j_2''' m_2''')(t_1''' \nu_1''' 1-\nu | t_2''' \nu_2'''). \end{aligned} \tag{F.6}$$

Das ergibt folgende Form des Projektilspinisospinmatrixelementes

$$
\begin{aligned}
&< (2p)|\sigma_{-\mu}\tau_\nu|d > \\
=&\frac{3}{2}\sum_i \sum_{j_i',m_i',t_i',\nu_i',j_i'',m_i'',t_i'',\nu_i'',j_i''',m_i''',t_i''',\nu_i'''} \\
&(j_1''m_1''j_2''m_2''|00)(t_1''\nu_1''t_2''\nu_2''|1-1)(j_1'''m_1'''1\mu|j_2'''m_2''')(t_1'''\nu_1'''1-\nu|t_2'''\nu_2''') \\
&(j_1'm_1'j_2'm_2'|1m_a)(t_1'\nu_1't_2'\nu_2'|00) \\
&< 0|c_1''c_2''c_2'''^\dagger c_1'''c_1'^\dagger c_2'^\dagger|0 > .
\end{aligned}
\tag{F.7}
$$

Als nächstes muß der letzte Faktor umgeformt werden in

$$
\begin{aligned}
&< 0|c_1''c_2''c_2'''^\dagger c_1'''c_1'^\dagger c_2'^\dagger|0 > \\
=&(\delta_{2'',2'}\delta_{1''',1'}\delta_{1'',2'''} + \delta_{2',1'''}\delta_{2'',2'''}\delta_{1'',1'}) - (\delta_{1'',2'}\delta_{1''',1'}\delta_{2'',2'''} + \delta_{2'',1'}\delta_{1'',2'''}\delta_{1''',2'}).
\end{aligned}
\tag{F.8}
$$

Dabei ist die obige Schreibweise als Kurzform zu verstehen für $\delta_{i,j} = \delta_{m_i,m_j}\delta_{\nu_i,\nu_j}$. Damit besteht $< (2p)|\sigma_{-\mu}\tau_\nu|d >$ aus ingesamt vier Summanden. Deren Auswertung wird exemplarisch am Beispiel des ersten Summanden durchgeführt; die Auswertung der übrigen erfolgt dann völlig analog. Der erste Summand ist dann gleich

$$
\begin{aligned}
&\frac{3}{2}\sum_i \sum_{j_i',m_i',t_i',\nu_i',j_i'',m_i'',t_i'',\nu_i''} \\
&(j_1''m_1''j_2'm_2'|00)(t_1''\nu_1''t_2'\nu_2'|1-1)(j_1'm_1'1\mu|j_1''m_1'')(t_1'\nu_1'1-\nu|t_1''\nu_1'') \\
&(j_1'm_1'j_2'm_2'|1m_a)(t_1'\nu_1't_2'\nu_2'|00) \\
=&\frac{3}{2}\sum_i \sum_{j_i',m_i',t_i',\nu_i',j_i'',m_i'',t_i'',\nu_i''} \\
&(-)(1-\mu j_1'm_1'|j_1''m_1'')(-)(1\nu t_1'\nu_1'|t_1''\nu_1'')(j_1''m_1''j_2'm_2'|00)(t_1''\nu_1''t_2'\nu_2'|1-1) \\
&(j_1'm_1'j_2'm_2'|1m_a)(t_1'\nu_1't_2'\nu_2'|00) \\
=&\frac{3}{2}\sum_i \sum_{j_i',m_i',t_i',\nu_i',j_i'',m_i'',t_i'',\nu_i''} \\
&j_1''t_1''1\dot{0}(1-\mu 1m_a|00)(1\nu 00|1-1)W^{\cdot}(1j_1'0j_2''|j_1''1)W^{\cdot}(1t_1'1t_2''|t_1''0) \\
=&\frac{1}{2}(-)^{m_a}\delta_{m_a,-\mu}\delta_{\nu,-1}.
\end{aligned}
\tag{F.9}
$$

Die Rechnung liefert für den zweiten Summanden dasselbe Ergebnis, für den dritten und vierten Summanden erhalten wir

$$\frac{1}{2}(-)^{m_a+1}\delta_{m_a,-\mu}\delta_{\nu,-1}. \tag{F.10}$$

Dies ergibt für die Gesamtsumme das folgende Ergebnis

$$\begin{aligned} &< (2p)|\sigma_{-\mu}\tau_\nu|d > \\ =&2(-)^{m_a}\delta_{m_a,-\mu}\delta_{\nu,-1}. \end{aligned} \tag{F.11}$$

Dies entspricht dem Ergebnis der elementaren Auswertung, wenn mitberücksichtigt wird, daß dann über beide Projektilnukleonen zu summieren ist und daher mit einem Faktor 2 zu multiplizieren ist.

Anhang G. Rotationswinkel Ψ_N

Der Rotationswinkel Ψ_N aus Kap. 4.2 ist gegeben als der Winkel der durch Hintereinanderausführung folgender Lorentztransformationen resultierenden Rotation:

1. Boost vom Ruhsystem zum Breit-frame $:L(\vec{p})$
2. Transformation vom Breit-frame ins CMS $:\Lambda$ $\qquad (G.1)$
3. Boost vom CMS zurück ins Ruhsystem $:L^{-1}(\Lambda\vec{p})$.

Auf Grund der Darstellungseigenschaft

$$S(L^{-1}(\Lambda\vec{p}))S(\Lambda)S(L(\vec{p})) = S(L^{-1}(\Lambda\vec{p})\Lambda L(\vec{p})) \qquad (G.2)$$

muß also nur der Winkel Ψ_N der effektiven Rotation um die Streuebene bestimmt werden, da für die Rotation $R(\Psi_N)$ dann $S(R(\Psi_N))$ gegeben ist durch

$$S(R(\Psi_N)) = cos\frac{\Psi_N}{2} - i\hat{\Psi}_N \cdot \vec{\sigma} sin\frac{\Psi_N}{2}. \qquad (G.3)$$

Also müssen nun die drei Lorentztransformationen sukzessive hintereinander ausgeführt werden. Das Koordinatensystem wird so gewählt, daß als nullte Komponente die Zeitkomponente, die erste längs der der Impulsrichtung im Breit-frame und die zweite so gewählt wird, daß die Transformation vom Breit - frame zum CMS in diesem dreidimensionalen Unterraum durchgeführt werden kann. Die hintereinander auszuführenden Lorentztransformationen sind:

$$L^{-1}(\Lambda\vec{p})\Lambda L(\vec{p}) = R'^{-1}L^{-1}(\tilde{\Lambda}\vec{p})R'R^{-1}L(\tilde{\Lambda})RL(\vec{p}). \qquad (G.4)$$

Hierbei beschreiben R die Rotation im Breit - frame, die erforderlich ist, damit die Richtung des Boosts vom Breit - frame ins CMS parallel zur ersten Ortskomponente liegt, und R' die Rotation im CMS, die erforderlich ist, damit die Richtung des Boosts vom CMS ins Breit - frame parallel zur ersten Ortskomponente liegt. Dabei stellt $L^{-1}(\tilde{\Lambda}\vec{p})$ den Boost vom CMS ins Ruhsystem im entsprechend rotierten System und $L(\tilde{\Lambda})$ den Boost vom Ruhsystem ins Breit - frame im entsprechend

rotierten System dar. Damit gilt

$$L(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \bar{\gamma} & \bar{\beta}\bar{\gamma} & 0 \\ \bar{\beta}\bar{\gamma} & \bar{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } L^{-1}(\tilde{\Lambda}\vec{p}) = \begin{pmatrix} \gamma' & \beta'\gamma' & 0 \\ \beta'\gamma' & \gamma' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{sowie } L(\tilde{\Lambda}) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{G.5}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\chi & -sin\chi \\ 0 & sin\chi & cos\chi \end{pmatrix} \text{ und } R' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & -sin\theta \\ 0 & sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}.$$

Dabei ist γ gegeben durch $\gamma = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$. Wir beschränken uns auf den Fall $\chi = \frac{\pi}{2}$. Dies wäre exakt richtig im Fall gleicher Massen von Target und Restkern. Um Aussagen über die verschiedenen Boost- und Rotationsparameter zu finden, genügt es, zunächst $L^{-1}(\tilde{\Lambda}\vec{p})R'R^{-1}L(\tilde{\Lambda})RL(\vec{p})$ zu berechnen, was eine erhebliche Vereinfachung darstellt . Da aber auch dieser Ausdruck eine Rotation ist, lassen sich die erforderlichen Rückschlüsse auf diese Parameter ziehen. Es gilt:

$$L^{-1}(\tilde{\Lambda}\vec{p})R'R^{-1}L(\tilde{\Lambda})RL(\vec{p}) = \begin{pmatrix} (0,0) & (1,0) & (2,0) \\ (0,1) & (1,1) & (2,1) \\ (0,2) & (1,2) & (2,2) \end{pmatrix} \tag{G.6}$$

mit

$$\begin{aligned}
(0,0) =& \gamma'\gamma\bar{\gamma} + \beta'\gamma'\bar{\beta}\bar{\gamma}cos\theta - \beta'\gamma'\beta\gamma\bar{\gamma}sin\theta \\
(0,1) =& \beta'\gamma'\gamma\bar{\gamma} + \bar{\beta}\bar{\gamma}\gamma'cos\theta - \beta\gamma\bar{\gamma}\gamma'sin\theta \\
(0,2) =& \beta\bar{\gamma}\gamma cos\theta + \beta\gamma\bar{\gamma}sin\theta \\
(1,0) =& \gamma'\gamma\bar{\gamma}\bar{\beta} + \beta'\gamma'\bar{\gamma}cos\theta - \beta'\gamma'\beta\gamma\bar{\beta}\bar{\gamma}sin\theta \\
(1,1) =& \beta'\gamma'\gamma\bar{\beta}\bar{\gamma} + \bar{\gamma}\gamma'cos\theta - \beta\gamma\bar{\beta}\bar{\gamma}\gamma'sin\theta \\
(1,2) =& \bar{\beta}\bar{\gamma}\beta\gamma cos\theta + \bar{\gamma}sin\theta \\
(2,0) =& \beta\gamma'\gamma - \gamma\beta'\gamma'sin\theta \\
(2,1) =& \beta'\gamma'\gamma\beta - \gamma\gamma'sin\theta \\
(1,2) =& \gamma cos\theta.
\end{aligned} \tag{G.7}$$

Da dies eine Rotation ist, können folgende Forderungen aufgestellt werden :

$$\begin{aligned} &1.\ (2,0) = 0 \\ &2.\ (0,2) = 0 \\ &3.\ (2,1) = -(1,2) \\ &4.\ sin^2\theta + cos^2\theta = 1. \end{aligned} \tag{G.8}$$

Aus 1. und 2. folgt, daß

$$tan\theta = -\frac{\beta\gamma}{\bar{\beta}} \tag{G.9}$$

und

$$sin\theta = \frac{\beta}{\beta'}, \tag{G.10}$$

so daß

$$cos\theta = -\frac{\bar{\beta}}{\beta'\gamma}. \tag{G.11}$$

Aus 3. aus Gl. $(G.8)$ folgt, daß

$$\gamma' = \gamma\bar{\gamma}. \tag{G.12}$$

Aus 4. aus Gl. $(G.8)$ folgt die äquivalente Aussage

$$\beta'^2 = \beta^2 + \frac{\beta^2}{\bar{\gamma}^2}. \tag{G.13}$$

Nun werten wir das volle Matrixelement

$$R'^{-1}L^{-1}(\bar{\Lambda}\vec{p})R'R^{-1}L(\bar{\Lambda})RL(\vec{p}) \tag{G.14}$$

aus. Es ist in diesem Falle ausreichend, das Matrixelement (2,2) zu berechnen, denn dieses entspricht nun $cos\Psi_N$. Wir erhalten also

$$cos\Psi_N = -\beta'\gamma'\beta\gamma sin\theta + \gamma(\gamma' sin^2\theta + cos^2\theta). \tag{G.15}$$

Mit Hilfe der vorher hergeleiteten Beziehungen erhalten wir dann

$$cos\Psi_N = 1 - (\gamma - 1)\frac{\vec{\bar{p}}^2}{(E' + m)(\bar{E} + m)}. \tag{G.16}$$

wobei $\vec{p}$ den zu $\bar{\beta}$ zugehörigen Impuls (bei Masse m) und E' sowie $\bar{E}$ die Energie im CMS bzw. im Breit - frame angibt.

In unserem Falle, der Δ - Anregung, sind der Projektilimpuls $\vec{\bar{p}}$ im Breit - frame und die Richtung des Boosts vom Breit - frame ins CMS nicht mehr orthogonal. $cos\Psi_N$ ist dann gegeben durch

$$cos\Psi_N = 1 - (\gamma - 1)\frac{(\hat{u} \times \vec{\bar{p}})^2}{(E' + m)(\bar{E} + m)}. \qquad (G.17)$$

Anhang H. Der ($d, 2p$) - Formfaktor

Bei der Berechnung der Quellfunktion haben wir darauf verzichtet, näher auf den (d , 2p) - Formfaktor einzugehen. Er ist definiert durch [29]

$$F_i(Q) = \int d^3r_1 \Phi_k^{(-)*}(\vec{r}_1) exp\{\frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}_1}{2}\}\Psi_i(\vec{r}). \qquad (H.1)$$

Dabei gibt Φ_k die Diprotonwellenfunktion für gegebenen relativen Impuls k und Ψ_i die S- Wellen - bzw. D - Wellen - Deuteronwellenfunktion an. $\vec{q}$ ist der Impulsübertrag und r_1 der Relativabstand zwischen den beiden Nukleonen. Die Auswertung dieses Integrals erfolgt im Breit - frame. Dieses Bezugssystem ist durch die Forderung festgelegt, daß für das Projektilsystem die vektorielle Summe von Eingangs- und Ausgangsimpuls gleich 0 ist. Insbesondere beträgt der Impulsübertrag im Breit - frame gerade gleich $\sqrt{-t}$. Das im Detektor nachgewiesene Diproton liegt praktisch in einem reinen S - Zustand vor, so daß Φ_k gegeben ist durch

$$\Phi_k^{(-)}(r) = \frac{1}{2\pi^{\frac{3}{2}}} e^{i\delta} \frac{cos\delta sinkr + sin\delta(coskr - e^{-\beta r})}{kr}. \qquad (H.2)$$

Dabei ist die Phasenverschiebung δ gegeben durch

$$kcot\delta = \frac{(k^2+\beta^2)^2}{2\pi\lambda^2} + \frac{(k^2-\beta^2)}{2\beta} \qquad (H.3)$$

$$\text{mit } \lambda = 0.153 fm^{-1}$$

$$\text{und } \beta = 1.22 fm^{-1}.$$

Die Deuteronwellenfunktionen Ψ_i werden mit dem Paris - Potential berechnet. [43]. Der Radialanteil der S - Wellenfunktion ist gegeben durch

$$\Psi_S(r) = \sum_i c_i \frac{e^{-\alpha_i r}}{r}. \qquad (H.4)$$

und der des D- Wellenanteils durch

$$\Psi_D(r) = \sum_j d_j \frac{e^{-\gamma_j r}}{r}(1 + \frac{3}{\gamma_j r} + \frac{3}{\gamma_j^2 r^2}) \qquad (H.5)$$

mit den Koeffizienten c_i, d_i, α_iund γ_i. Wegen der unterschiedlichen Winkelanteile von S- und D- Wellendeuteron und mit Hilfe der Multipolentwicklung für ebene Wellen erhalten wir

$$F_0(k,q) = \int dr_1 r_1^2 \Phi_k^{(-)*}(r_1) j_0(qr_1) \Psi_S(r_1) \qquad (H.6)$$

$$F_2(k,q) = \int dr_1 r_1^2 \Phi_k^{(-)*}(r) j_2(qr_1) \Psi_D(r_1). \tag{H.7}$$

Nun hängt die Verteilung der relativen Impulse zwischen den beiden Protonen im Ausgangskanal von den Eigenschaften des Spektrometers (hier: SPES4) ab. Von Gaarde liegt eine Parametrisierung [14] des Formfaktors vor, die die Impulsverteilung berücksichtigt und für Impulsüberträge bis $2.5 fm^{-1}$ und auch darüber [44] geeignet ist:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{S^+ + 2S^-}{3} \\ F_2 &= \frac{(S^+ - S^-)\sqrt{2}}{3} \end{aligned} \tag{H.8}$$

mit den transversalen und longitudinalen Formfaktoren

$$\begin{aligned} S^- &= 1.31 e^{-1.38 qfm} - 0.31 e^{-7.3 qfm} \\ S^+ &= e^{0.13 q^2 fm^2} S^-. \end{aligned} \tag{H.9}$$

LITERATURVERZEICHNIS

[1] B.E. Bonner et al., *Phys. Rev.* **C 18** (1978) 1418

[2] D.A. Lind, *Can. J. Phys.* **65** (1987) 637

[3] C. Gaarde, *Nucl. Phys.* **A 478** (1988) 475c

[4] V.G.Ableev et al., *Sov. J. N. Phys.* **46** (2) (1987)300

[5] T. Udagawa , S.-W. Hong, F. Osterfeld, *Phys. Lett.* **245 B** (1990) 1

[6] J. Delorme, P.A.M.Guichon, Preprint Lycen 89.06, Lyon1989

[7] K.Ikeda, *Progr.of Theor.Phys.* **31** (1964) 434

[8] C. Gaarde, *Nucl. Phys.* **A 396** (1983) 127c

[9] A.S.Carroll et al., *Phys. Rev.* **C 14** (1974) 635

[10] S.Ciulli, H.Pilkuhn, H.G.Schlaile, *Z. Phys.* **A 302** (1981) 45

[11] D.Ashery et al., *Phys. Rev.* **C 23** (1981) 2173

[12] J.Ahrens, *Nucl. Phys.* **A 446** (1985) 229c

[13] J.H.Koch,E.J.Moniz,N.Ohtsuka, *Ann. of Phys.* **154** (1984) 99

[14] C. Ellegaard et al., *Phys. Lett.* **231 B** (1989) 365

[15] C. Ellegaard et al., *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 974

[16] C. Ellegaard et al., *Can. J. Phys.* **65** (1987) 600

[17] F. Osterfeld, Reviews of Modern Physics, to be published

[18] G.G. Ohlsen, *Rep. Prog. Phys.* **35** (1972) 717

[19] A.K. Kerman, H. Mc Manus, R.M. Thaler, *Ann. of Phys.* **8** (1959) 551

[20] R.R.Silbar, R.J.Lombard, W.M.Kloet, *Nucl. Phys.* **A 381** (1982) 381

[21] A. Brockstedt, Ph.D.thesis, Universität Lund,1987

[22] H. Pilkuhn, Relativistic Particle Physics,
Springer, 1979

[23] E.P. Wigner, *Rev. of Mod. Phys.* **29** (1957) 255

[24] N. Hoshizaki, *Suppl.of the Progr.of Theor.Phys.* **42** (1968) 107

[25] R.F. Roth, Ph.D.thesis, Princeton University,1964

[26] R. Hagedorn, Relativistic Kinematics,
Benjamin, New York, 1963

[27] G.Alberi, M.Bleszynski, T.Jaroszewicz, *Ann. of Phys.* **142** (1982) 299

[28] S. Gasiorowicz, Elementary Particle Physics,
Wiley, 1966

[29] D.V.Bugg, C.Wilkin, *Nucl. Phys.* **A 467** (1987) 575

[30] M.Hirata, J.H.Koch,F.Lenz,E.J.Moniz, *Ann. of Phys.* **120** (1979) 205

[31] H. Esbensen, T.-S.H. Lee, *Phys. Rev.* **C 32** (1985) 1966

[32] R.R. Whitehead et al., Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. , eds. M. Baranger and E. Vogt, Vol. 9 (Plenum, New York,1977), p.123

[33] E. Oset, E. Shiino and H. Toki, *Phys. Lett.* **224 B** (1989) 249

[34] S.Mundigl, W.Weise, *Phys. Rev.* **C 39** (2) (1989)710

[35] Y. Horikawa, M. Thies and F. Lenz, *Nucl. Phys.* **A 345** (1980) 386

[36] G.F. Chew and F.E. Low, *Phys. Rev.* **101** (1956) 1570

[37] J. Speth, V. Klemt, J. Wambach and G.E. Brown, *Nucl. Phys.* **A 343** (1980) 382

[38] S. Krewald, K. Nakayama and J. Speth, *Phys. Rep.* **161, No.3** (1988) 103

[39] M.Rho, *Nucl. Phys.* **A 231** (1974) 493

[40] M.Rho, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **3 4** (1984) 531

[41] G. E. Brown, *Nucl. Phys.* **A 518** (1990) 99

[42] H.Horie, K.Sasaki, *Progr.of Theor.Phys.* **25** (1961) 475

[43] M. Lacombe et al., *Phys. Lett.* **101 B** (1981) 139

[44] C. Gaarde, private Mitteilung

Figurenlegende

Fig.1 : Nullgradspektrum der $p(^3He,t)\Delta^{++}$ - Reaktion bei der Einschußenergie von 2 GeV. In der durchgezogenen Kurve benutzen wir $t_{NN,N\Delta}$ aus Gl. (6.1). Die gestrichelte Kurve wurde unter der Annahme des Ein - π - Austausches berechnet und mit dem Normierungsfaktor $N = 0.5$ versehen.

Fig.2 : Wie in Fig.1, aber $p(p,n)\Delta^{++}$ - Reaktion bei der Einschußenergie von 800 MeV. Die gestrichelte Kurve (Ein - π - Austausch) wurde mit dem Normierungsfaktor $N = 0.33$ multipliziert.

Fig.3 : Tensoranalysierstärke der $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion bei der Einschußenergie von 2 GeV unter einem Streuwinkel von 0° in Abhängigkeit des Energieübertrages unter verschiedenen Annahmen für die $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude. Die kurz (lang) gestrichelten Kurven erhalten wir bei einer rein transversalen (longitudinalen) Wechselwirkung. Die gepunktete Linie beschreibt die Tensorpolarisation bei einer Δ - Anregung mit Ein - π - Austausch, Ein - ρ - Austausch und einem kurzreichweitigen Anteil. Die durchgezogene Linie gehört zur von uns gewählten, in Gl. (6.1) angegebenen kurzreichweitigen $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude.

Fig.4 : Tensorpolarisation der $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion bei einer Einschußenergie von 2 GeV und einem Laborstreuwinkel von 2.1° mit $t_{NN,N\Delta}$ aus Gl. (6.1).

Fig.5 : Wie in Fig.4, aber nun für den Streuwinkel 4.3°.

Fig.6 : Wie in Fig.4, aber nun für den Streuwinkel 5.7°.

Fig.7 : Wirkungsquerschnitt für die $p(\vec{d},2p)\Delta^0$ - Reaktion bei einer Einschußenergie von 2 GeV und einem Streuwinkel von 0° in Abhängigkeit vom Energieübertrag. Hierbei wurde die von uns konstruierte $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude aus Gl. (6.1) benutzt. Die theoretischen Ergebnisse wurden mit dem Faktor 0.7 normiert.

Fig.8 : Wie in Fig.4, aber nun für den Streuwinkel 2.1°.

Fig.9 : Wie in Fig.4, aber nun für den Streuwinkel 5.7°.

Fig.10 : Wirkungsquerschnitt der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion im Δ - Resonanzbereich. Die theoretischen Wirkungsquerschnitte sind mit Hilfe der von uns konstruierten $t^f_{NN,N\Delta}$ - Amplitude aus Gl. (6.1) bei einer Einschußenergie von 2 GeV

berechnet worden. Im hier benutzten Modell A werden nur ΔN^{-1} - Zustände angenommen. Die gestrichelte Kurve gehört zur Rechnung ohne Korrelationen, die durchgezogene zu der mit Berücksichtigung der ΔN^{-1} - Korrelationen. Die theoretischen Ergebnisse wurden mit dem Faktor 0.7 normiert.

Fig.11 : Wie in Fig.10, aber nun unter Verwendung von Modell B. Im Modell B werden sowohl ΔN^{-1} - Zustände (unter Benutzung von $t_{NN,N\Delta}$ aus Gl. (6.1)) als auch NN^{-1} - Zustände angeregt unter Verwendung einer $t_{NN,NN}$ - Amplitude, die eine zur $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude analoge Spinstruktur und Stärke besitzt. Die gestrichelte Kurve gehört zur Rechnung ohne Korrelationen, die durchgezogene der mit Berücksichtigung der ΔN^{-1} - und der NN^{-1} - Korrelationen. Die theoretischen Ergebnisse wurden mit dem Faktor 0.7 normiert.

Fig.12 : Nullgradspektrum der $^{12}C(^3He,t)$ - Reaktion im Δ - Resonanzbereich bei einer Einschußenergie von 2 GeV unter Benutzung von Modell A. Die durchgezogene Kurve wird mit $t_{NN,N\Delta}$ aus Gl. (6.1) berechnet und mit einem Normierungsfaktor $N = 1.5$ multipliziert.

Fig.13 : Wie Fig.12, aber $^{12}C(p,n)$ - Reaktion bei Einschußenergie von 800 MeV. Die theoretische Kurve wurde mit demselben Normierungsfaktor $N = 1.5$ multipliziert.

Fig.14 : Wie Fig.10, Modell A, aber nun für den Streuwinkel 2.1°.

Fig.15 : Wie Fig.11, Modell B, aber nun für den Streuwinkel 2.1°.

Fig.16 : Wie Fig.10, Modell A, aber nun für den Streuwinkel 5.7°.

Fig.17 : Wie Fig.11, Modell B, aber nun für den Streuwinkel 5.7°.

Fig.18 : Tensoranalysierstärke der $^{12}C(\vec{d},2p)$ - Reaktion bei einer Einschußenergie von 2 GeV unter einem Streuwinkel von 0° in Abhängigkeit des Energieübertrages unter Benutzung von $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude aus Gl. (6.1). Die gestrichelte Kurve gehört zur Rechnung ohne Korrelationen, die durchgezogene Linie gehört zur Rechnung in Modell A, wobei ΔN^{-1} - Korrelationen mitberücksichtigt wurden, und die gepunktete gehört zur Rechnung in Modell B, wobei NN^{-1} - Korrelationen mitberücksichtigt wurden.

Fig.19 : Wie Fig.18, aber nun für den Streuwinkel 2.1°.

Fig.20 : Wie Fig.18, aber nun für den Streuwinkel 4.3°.

Fig.21 : Wie Fig.18, aber nun für den Streuwinkel 5.7°.

Fig.22 : Wirkungsquerschnitte der $^{12}C(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion im Δ - Resonanzbereich mit dem Vergleich ebene Welle - distortierte Welle. Die theoretischen Wirkungsquerschnitte sind mit Hilfe der von uns konstruierten $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude unter Annahme des Modells A bei einer Einschußenergie von 2 GeV berechnet worden. Hier wird der Einfluß der distortierten Projektilwellen auf den Wirkungsquerschnitt gezeigt. Die kurz gestrichelte Kurve gehört zur Rechnung ohne Korrelationen und ohne Distorsion, die lang gestrichelte Linie gehört zur Rechnung mit ebenen Wellen, aber mit Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen; die gepunktete Kurve wird berechnet mit distortierten Wellen ohne Korrelationen, und die durchgezogene Linie gehört zur (vollen) Rechnung mit distortierten Wellen bei Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen. Während die Kurven, die mit distortierten Projektilwellen berechnet wurden, mit dem Normierungsfaktor $N = 0.7$ multipliziert wurden, wurden die mit ebenen Projektilwellen berechneten Kurven mit $N = 0.25$ multipliziert.

Fig.23 : Wie Fig.10, Modell A, Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Landau - Migdal - Parameter $g'_{\Delta\Delta}$. Die lang gestrichelte Linie gehört zu einem Wert von $g'_{\Delta\Delta} = 0.33$, die gepunktete Linie zu einem von $g'_{\Delta\Delta} = 0.4$, die kurz gestrichelte Linie zu einem von $g'_{\Delta\Delta} = 0.5$, und die durchgezogene zur Rechnung ohne Berücksichtigung der ΔN^{-1} - Korrelationen.

Fig.24 : Wie Fig.10, Modell A, Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Realteil des Δ - Kern - Potentials U_Δ. Die durchgezogene Linie gehört zu einem Wert von $U_\Delta = -25 MeV$. die kurz gestrichelte Linie einem von $U_\Delta = -50 MeV$, die punktierte Linie einem von $U_\Delta = 0 MeV$ und die lang gestrichelte der Rechnung ohne Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen bei einem U_Δ von -25 MeV.

Fig.25 : Wie Fig.10, Modell A, aber nun Wirkungsquerschnitte im Vergleich Punktprojektil - ausgedehntes Projektil. Die gepunktete Kurve gehört zur Rechnung für ein Punktprojektil ohne Korrelationen, die lang gestrichelte Kurve gehört zur Rechnung für ein Punktprojektil bei Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen; die gepunktete Kurve wird berechnet mit Berücksichtigung der Projektilformfaktoren ohne Korrelationen, und die durchgezogene Linie gehört zur (vollen) Rechnung mit Projektilformfaktoren bei Einschluß der ΔN^{-1} - Korrelationen. Die Kurven,

die mit ebenen Projektilwellen berechnet wurden, sind mit einem Normierungsfaktor $N = 0.125$ multipliziert worden, während die anderen Kurven mit $N = 0.7$ multipliziert worden.

Fig.26 : Wie Fig.11, Modell B, Wirkunsquerschnitt in Abhängigkeit vom Landau - Migdal - Parameter $g'_{N\Delta}$. Die durchgezogene Linie gehört zu einem Wert von $g'_{N\Delta} = 0.33$, die lang gestrichelte Linie zu einem von $g'_{N\Delta} = 0.4$, und die kurz gestrichelte Linie zu einem von $g'_{N\Delta} = 0.6$.

Fig.27 : Wie Fig. 18, Modell A, Einfluß des D - Wellenbeitrages des Deuterons auf die Tensoranalysierstärke. Vergleich einer Rechnung ohne Einschluß der D-Welle im Deuteron (gestrichelte Kurve) und einer unter Einschluß der D - Welle (durchgezogene Linie) bei einer Rechnung in Modell A ohne ΔN^{-1} - Korrelationen.

Fig.28 : Wie Fig.27, aber Rechnungen mit ΔN^{-1} - Korrelationen.

Fig.29 : Wie Fig. 18, Modell A, Tensoranalysierstärke in Abhängigkeit vom Landau - Migdal - Parameter $g'_{\Delta\Delta}$. Die punktierte Linie gehört zu einem Wert von $g'_{\Delta\Delta} = 0.33$, die kurz gestrichelte Linie zu einem von $g'_{\Delta\Delta} = 0.4$, die lang gestrichelte Linie zu einem von $g'_{\Delta\Delta} = 0.5$, und die durchgezogene zur Rechnung ohne Berücksichtigung der ΔN^{-1} - Korrelationen.

Fig.30 : Wie Fig. 18, mit Modell A bei Variation des Realteils des Δ - Kern - Potentials U_Δ. Die durchgezogene Linie gehört zu einem Wert von $U_\Delta = -25MeV$, die lang gestrichelte Linie einem von $U_\Delta = -50MeV$, die kurz gestrichelte Linie einem von $U_\Delta = 0MeV$, und die gepunktete der Rechnung ohne Berücksichtigung der ΔN^{-1} - Korrelationen.

Fig.31 : Wie Fig. 18, mit Modell B bei Variation von $t_{NN,NN}$. Die durchgezogene Kurve gehört zu einer $t_{NN,NN}$ - Amplitude, in der die Spinstruktur und die Stärke analog zur $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude gewählt wird, die kurz gestrichelte Kurve einer $t_{NN,NN}$ - Amplitude, in der die longitudinale Komponente nur halb so groß ist wie die beiden transversalen sind, und die lang gestrichelte einer $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude, in der umgekehrt die beiden transversalen Komponenten jeweils nur halb so groß wie die longitudinale sind.

Fig. 32: Wirkungsquerschnitt der $^{12}C(\vec{d}, 2p)$ - Reaktion im Δ - Resonanzbereich in Abhängigkeit der Einschußenergie. Die theoretischen Wirkungsquerschnitte sind mit Hilfe der von uns konstruierten $t_{NN,N\Delta}$ - Amplitude unter An-

nahme des Modells B bei Variation der Einschußenergie berechnet worden. Die durchgezogene Kurve gehört zu einer Einschußenergie von 2 GeV, die gepunktete Linie einer Einschußenergie von 1.5 GeV, die gestrichelte Linie einer von 2.5 GeV, die lang gestrichelte Linie einer von 3 GeV , und die doppeltgepunktete Linie gehört zu einer Einschußenergie von 3.5 GeV.

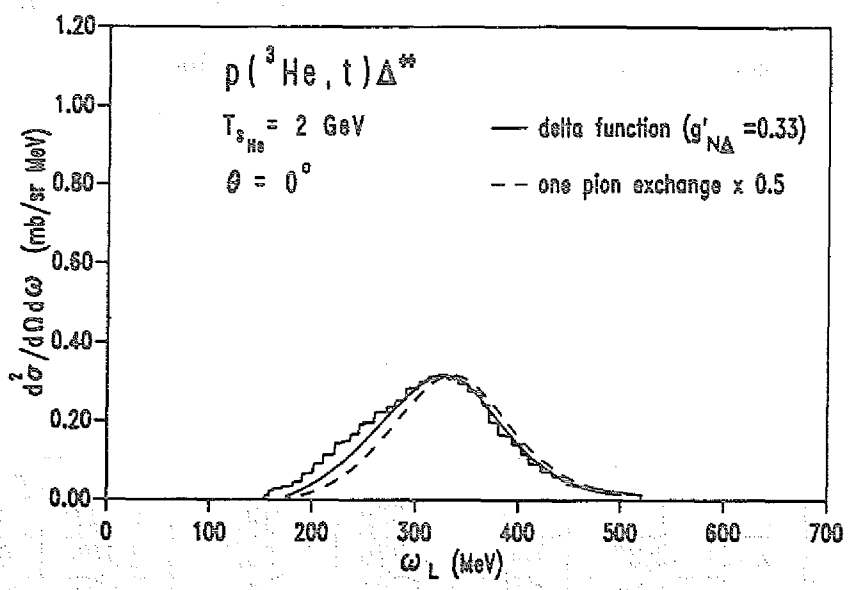
Fig.33: Die ΔN^{-1} - Restwechselwirkung im spin - longitudinalen Kanal (durchgezogene Kurven) und die longitudinale Übergangsdichte für den $J^{\pi} = 1^{+}$ - Zustand,$L = 0$ - Zustand (gestrichelte Kurve) in Abhängigkeit vom Impulsübertrag q.

Tabelle 1

Parameter für das optische Potential zur Berechnung der distortierten Projektil- und Ejektilwellen: Potentialtiefe $V(W)$ für die Tiefe, $r(r_I)$ für den Radius und $a(a_I)$ für die Diffuseness des Realteils (Imaginärteils) des optischen Potentials.

	V (MeV)	r (fm)	a (fm)	W (MeV)	r_I (fm)	a_I (fm)
p	4.70	0.900	0.530	-40.0	0.931	0.568
n	-3.27	1.125	0.976	-20.0	1.125	0.592
d	4.70	0.900	0.530	-45.0	0.931	0.568
2p	-3.27	1.125	0.976	-45.0	1.125	0.592
^{3}He	4.70	0.900	0.530	-72.0	0.931	0.568
t	-3.27	1.125	0.976	-35.0	1.125	0.592

Fig. 1 und Fig. 2



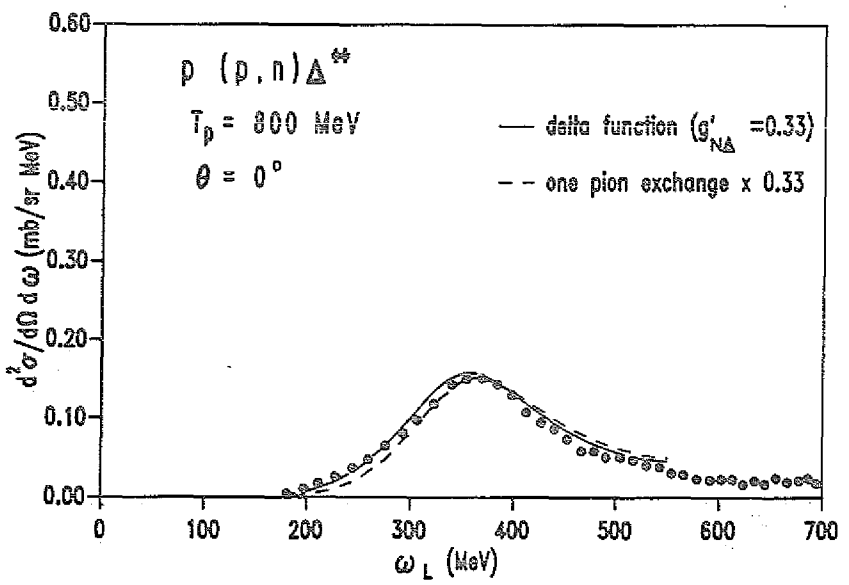
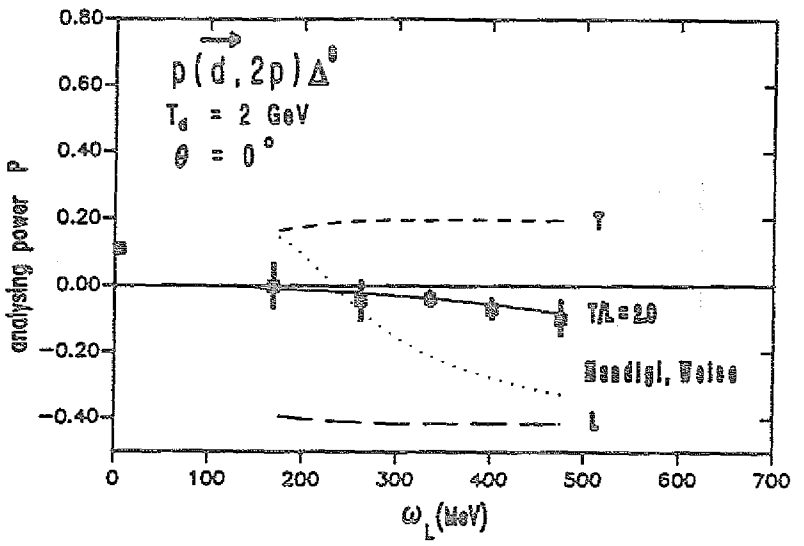


Fig. 3 und Fig. 4



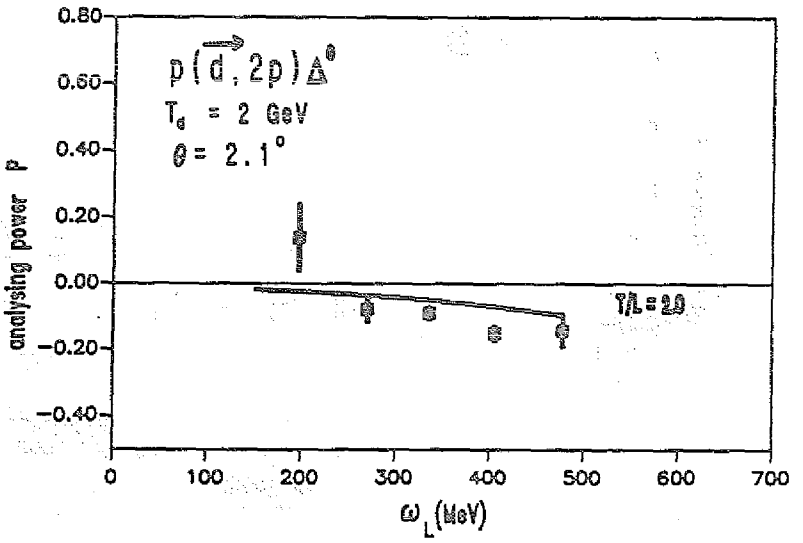
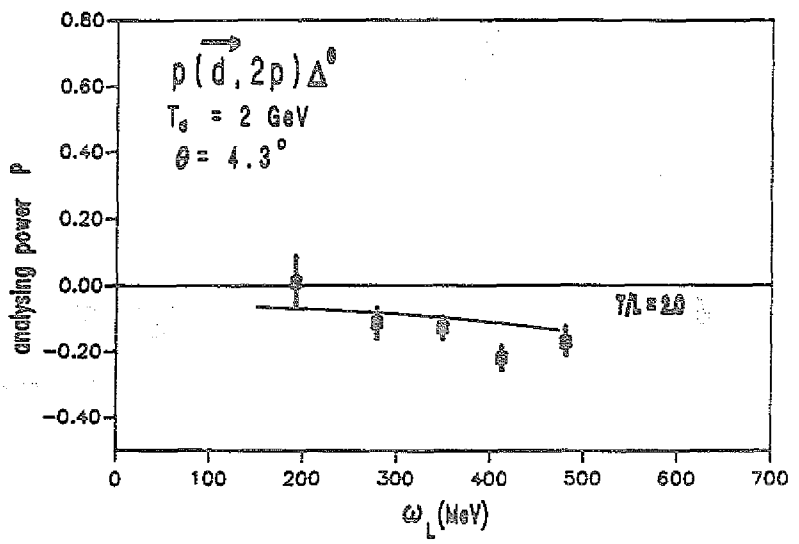


Fig. 5 und Fig. 6



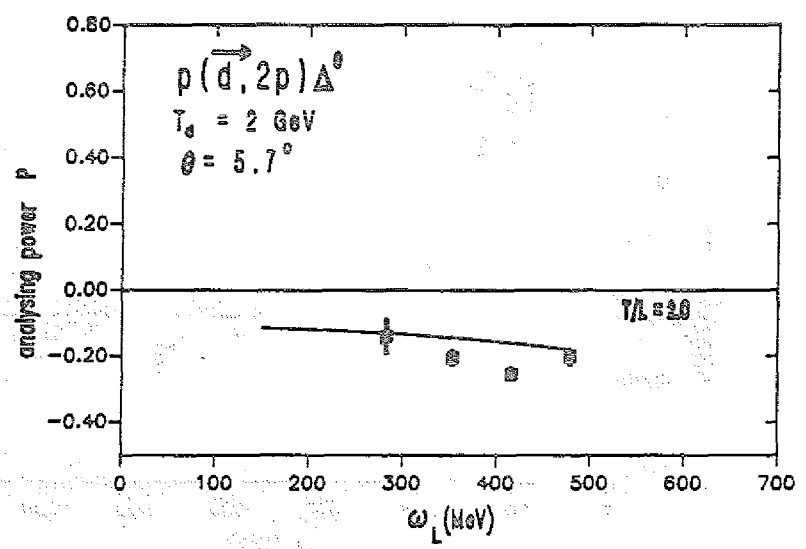


Fig. 7

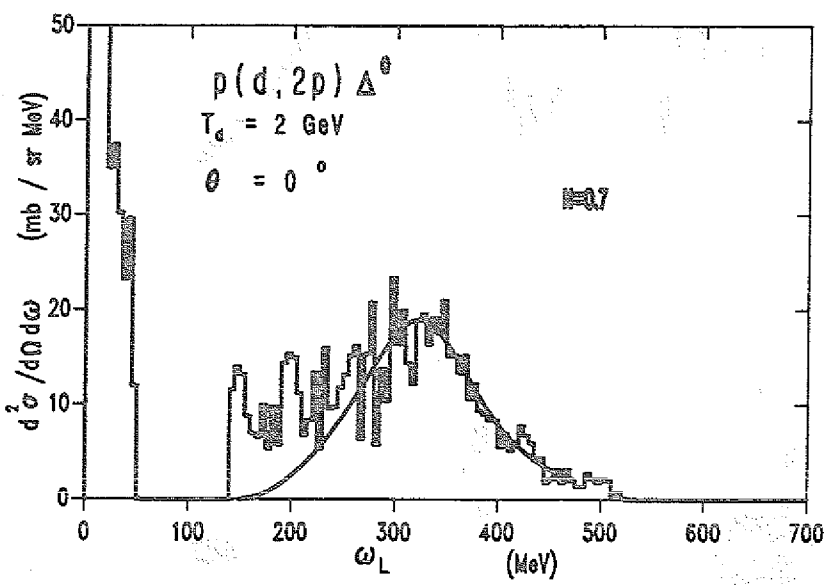
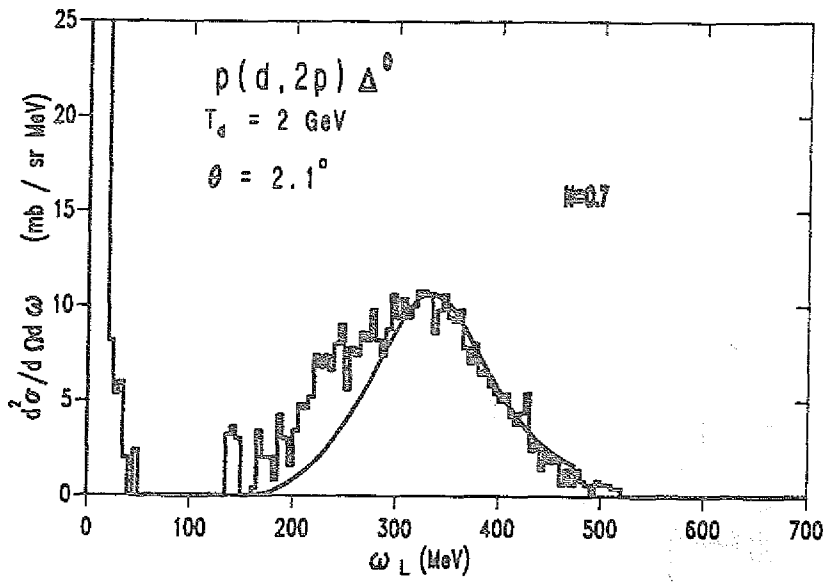

p(d, 2p) Δ⁰
T_d = 2 GeV
θ = 0 °
d²σ/dΩdω (mb / sr MeV)
ω_L (MeV)
0
10
20
30
40
50
100
200
300
400
500
600
700

Fig. 8 und Fig. 9



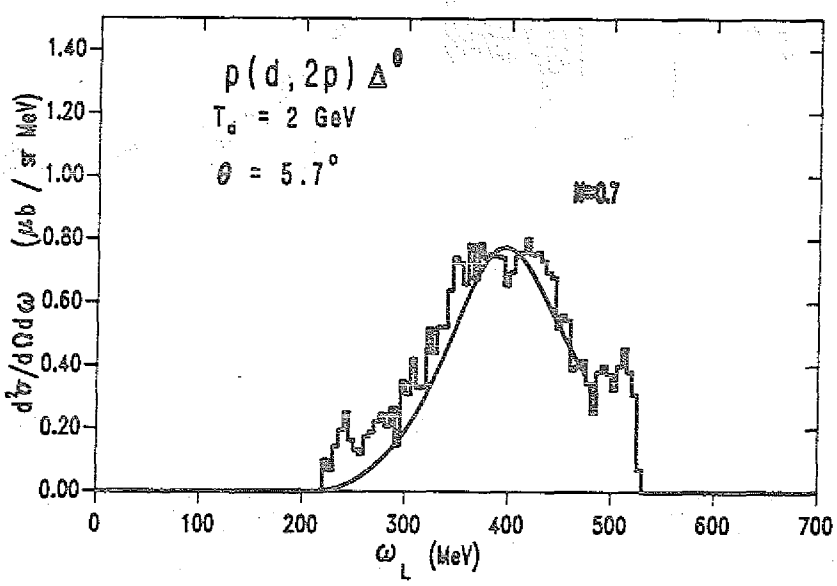
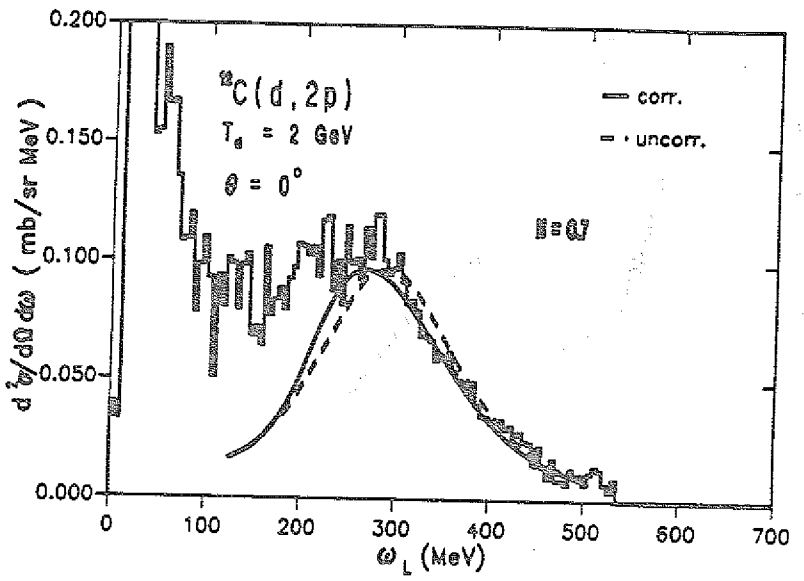


Fig. 10 und Fig. 11



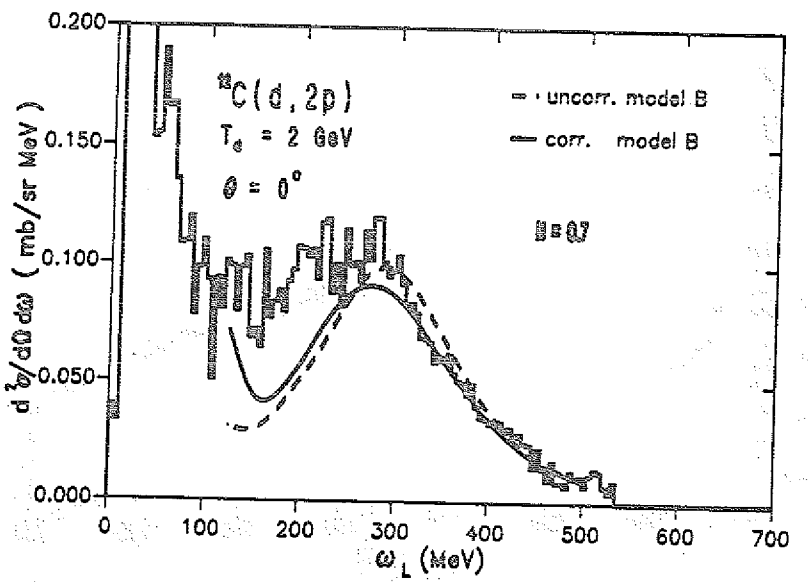
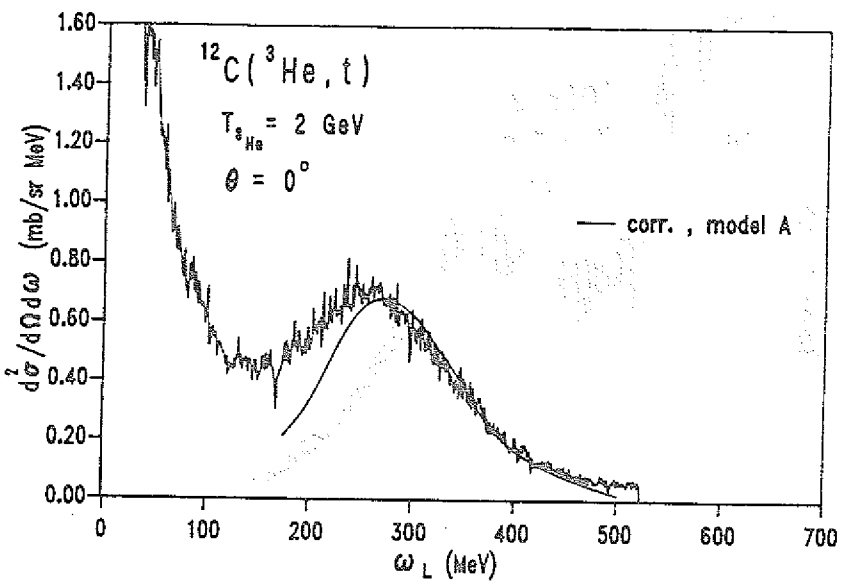


Fig. 12 und Fig. 13



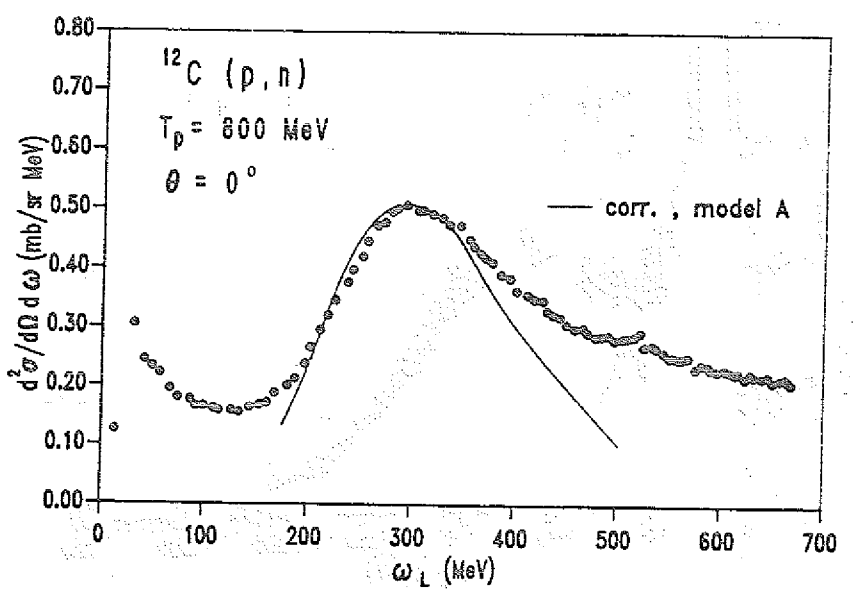
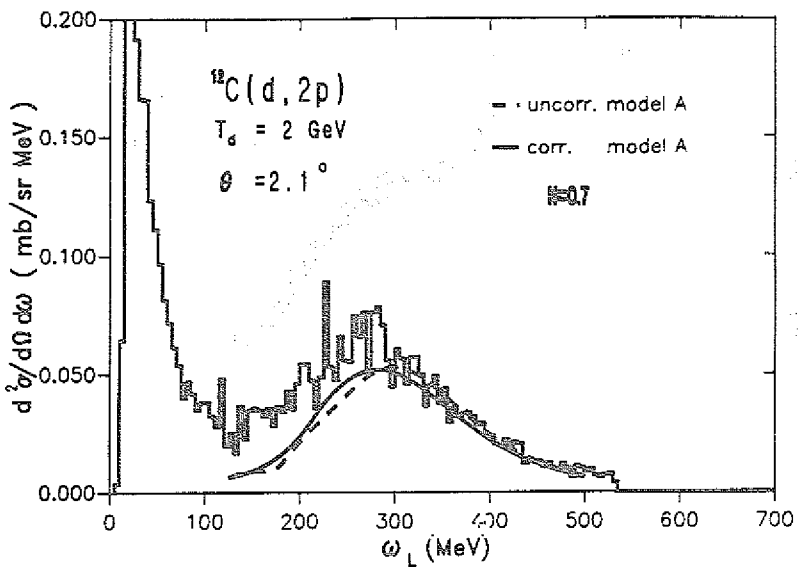


Fig. 14 und Fig. 15



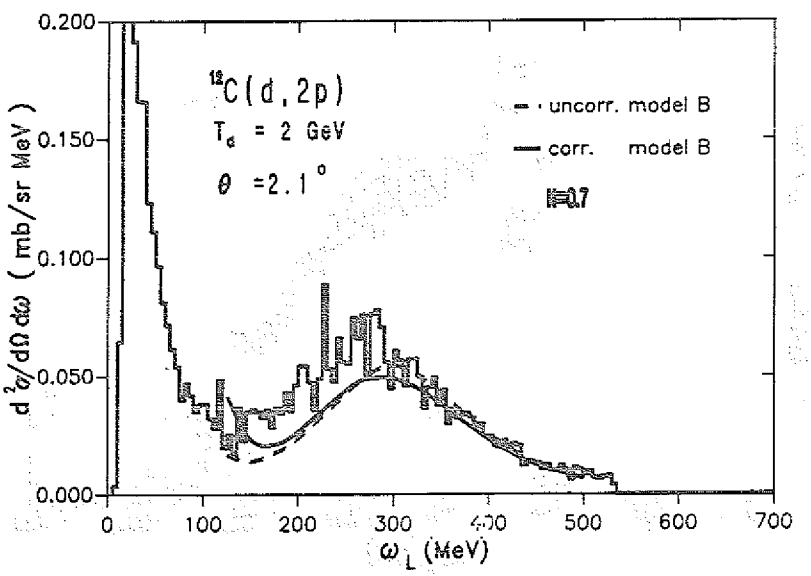
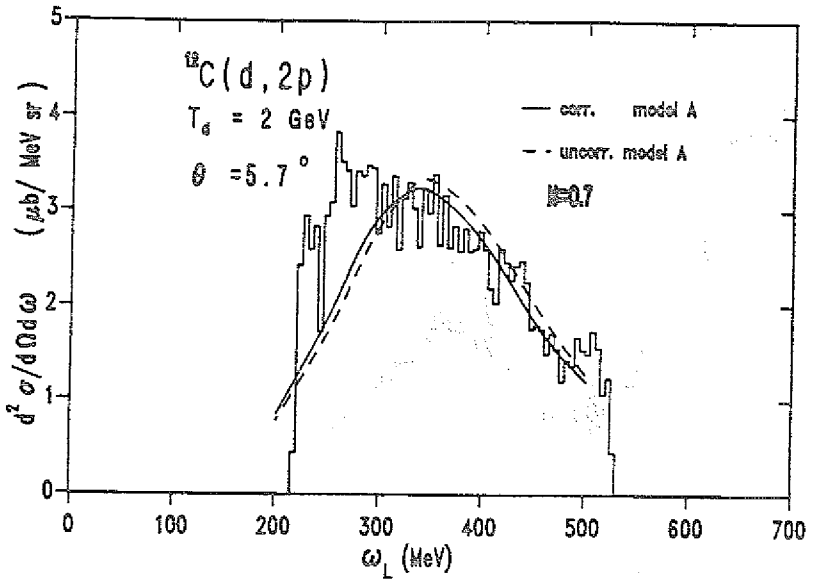


Fig. 16 und Fig. 17



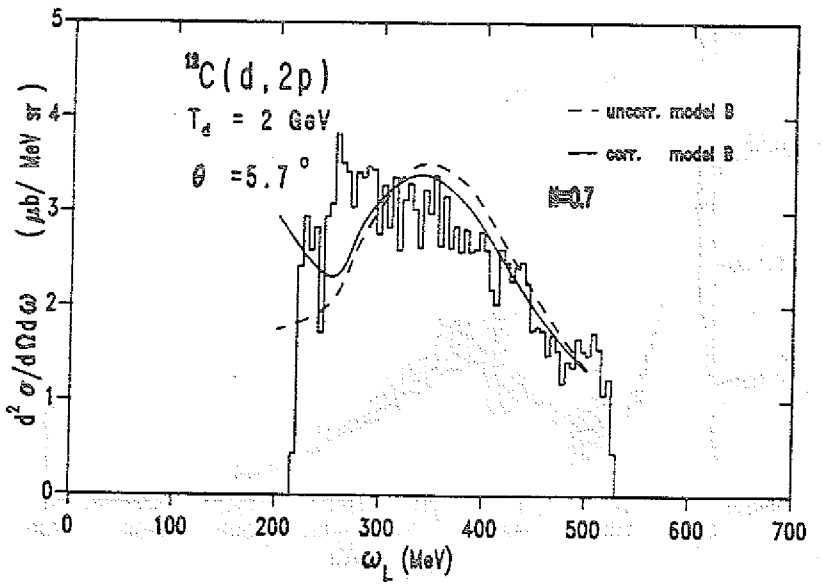
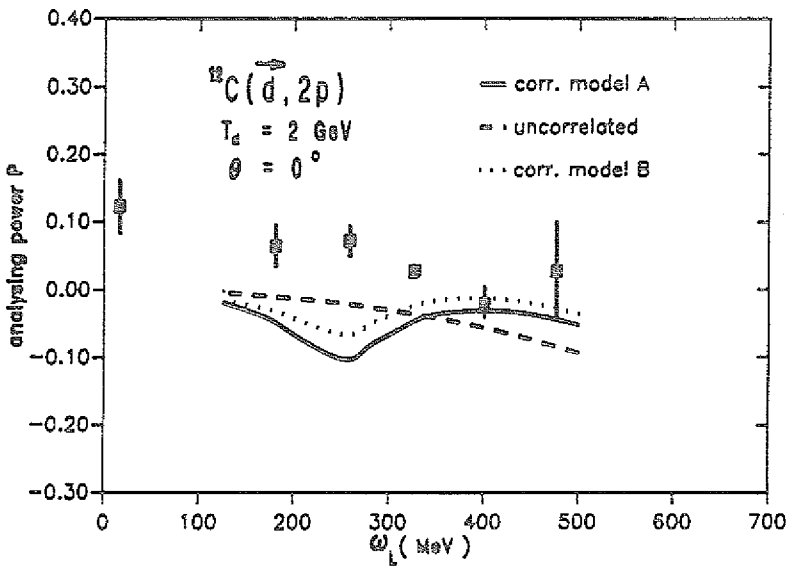


Fig. 18 und Fig. 19



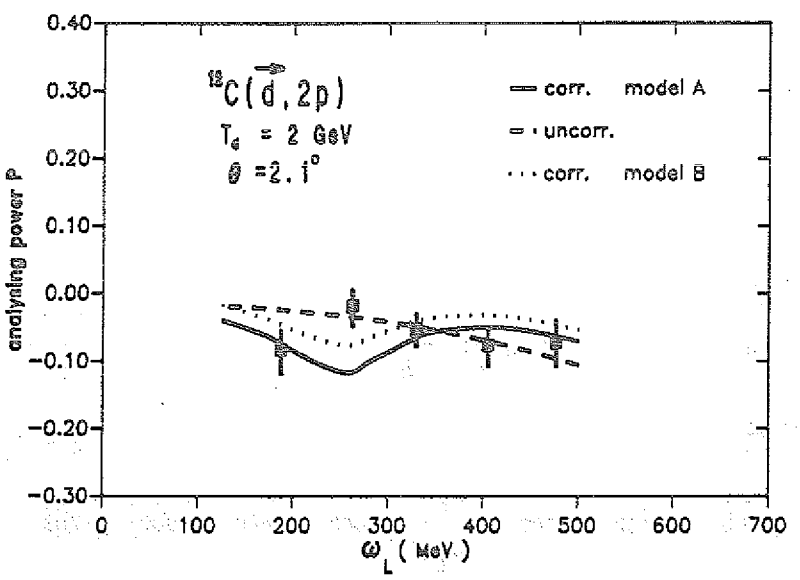
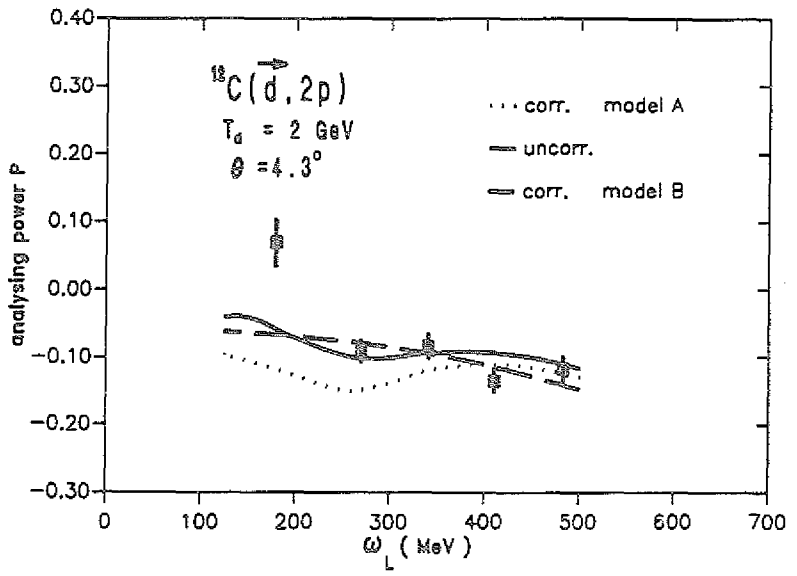


Fig. 20 und Fig. 21



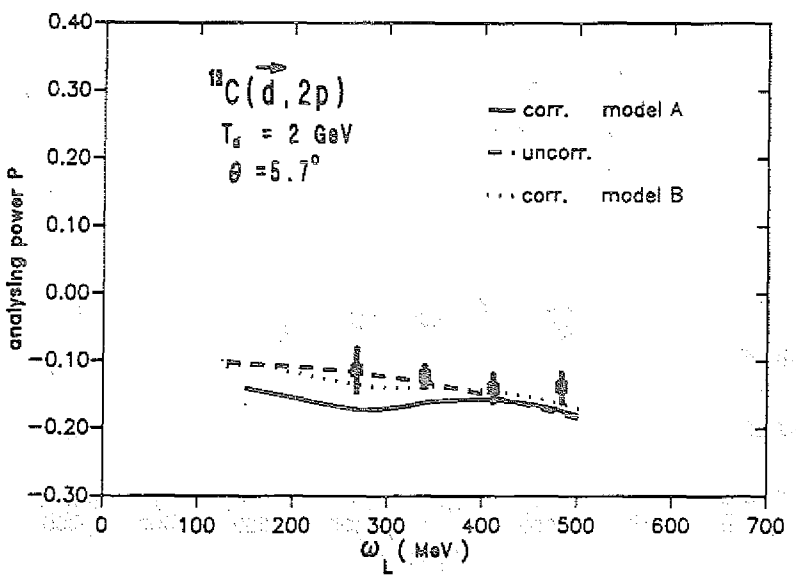


Fig. 22

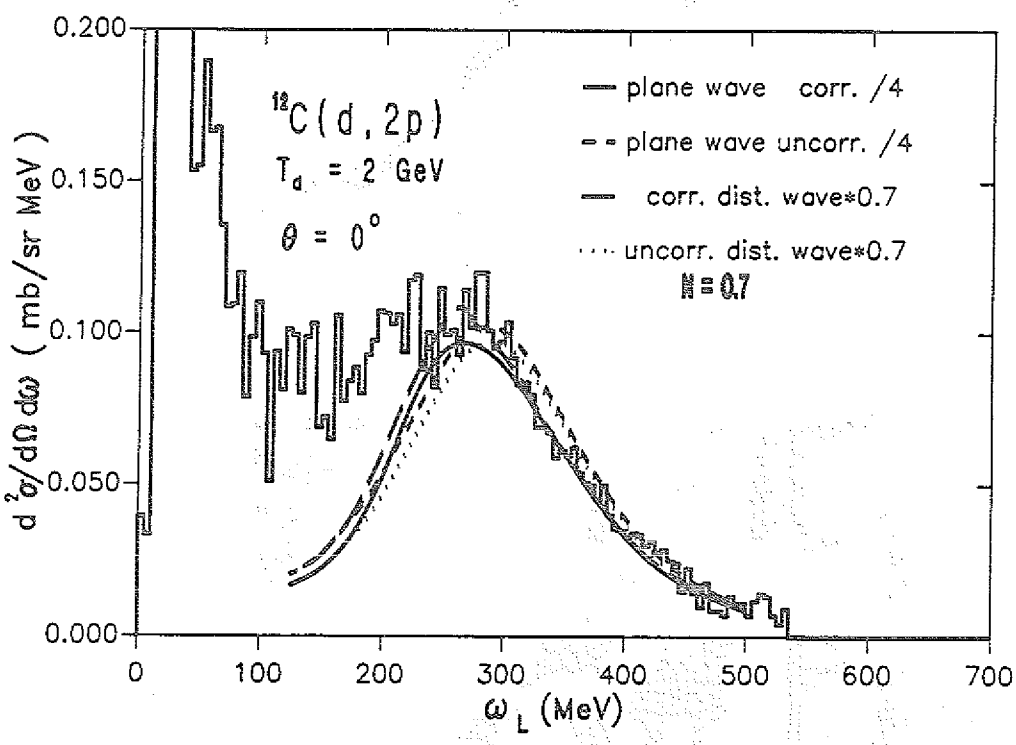
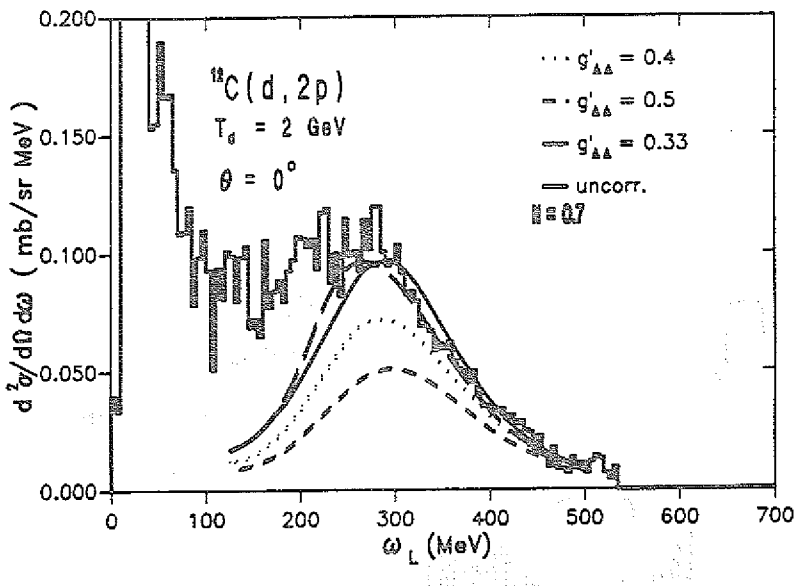

0.200
0.150
0.100
0.050
0.000
0
100
200
300
400
500
600
700
ω_L (MeV)
$d^2\sigma/d\Omega\, d\omega$ (mb/sr MeV)
$^{12}C(d,2p)$
T_d = 2 GeV
θ = 0°
plane wave corr. /4
plane wave uncorr. /4
corr. dist. wave*0.7
uncorr. dist. wave*0.7
N = 0.7

Fig. 23 und Fig. 24



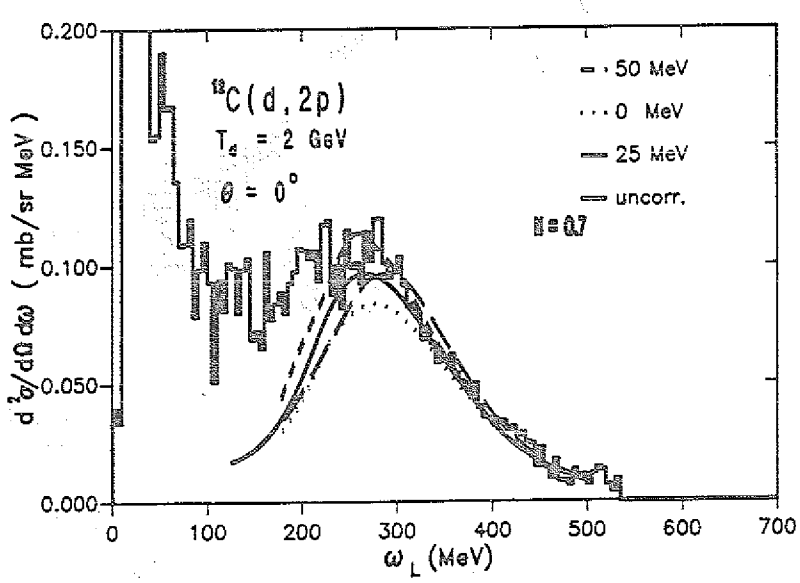
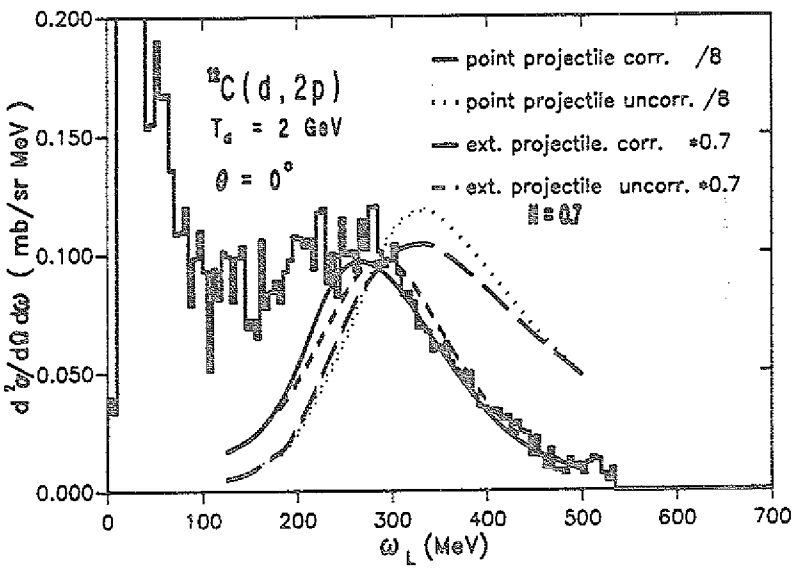


Fig. 25 und Fig. 26



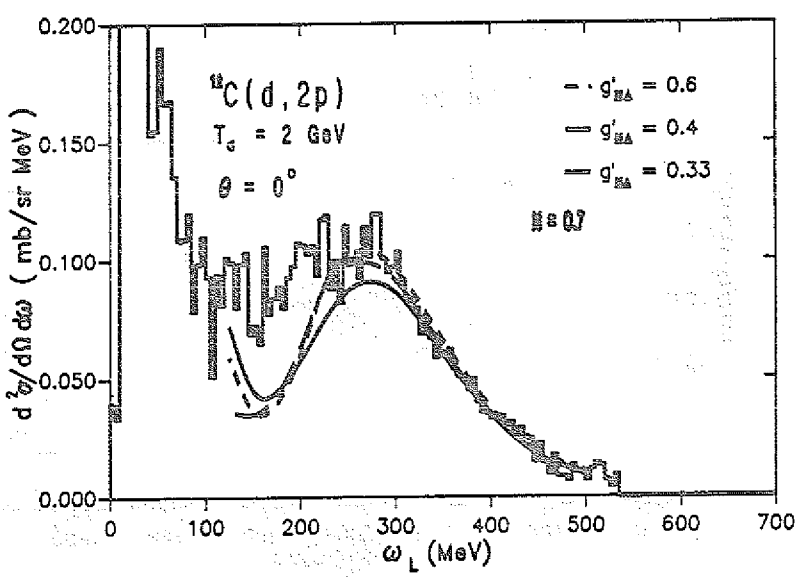
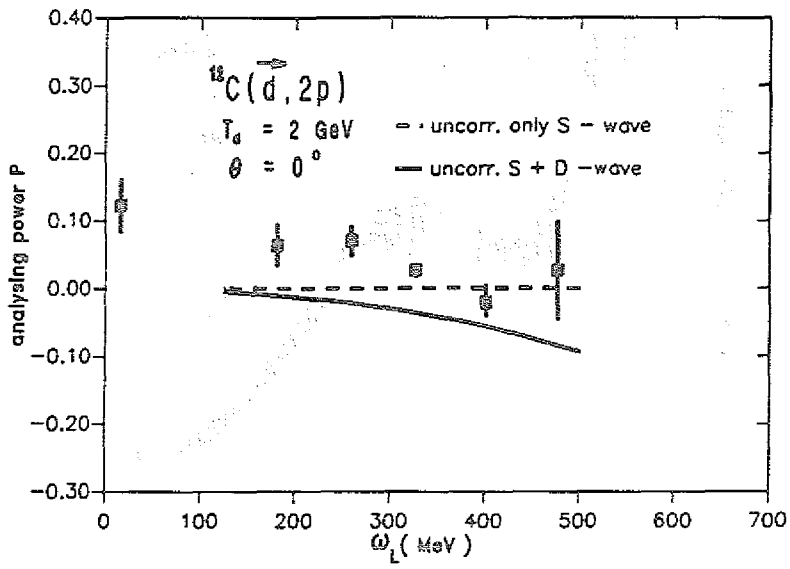


Fig. 27 und Fig. 28



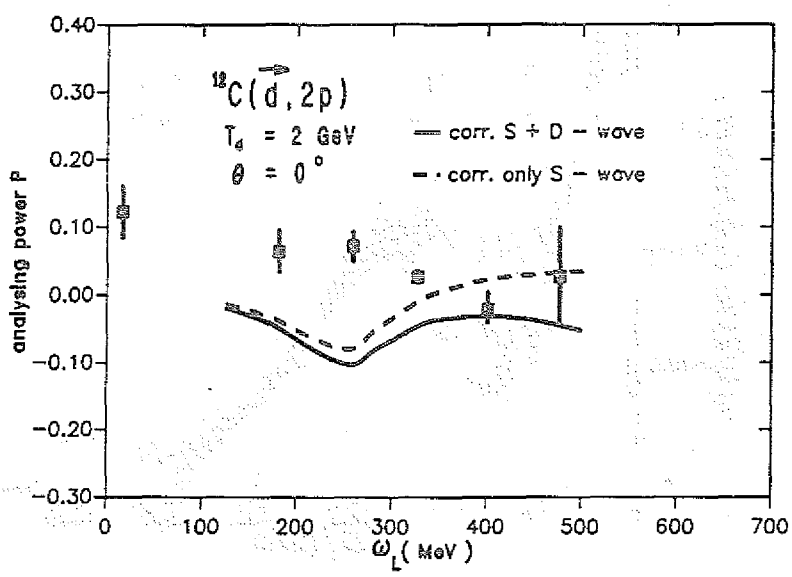
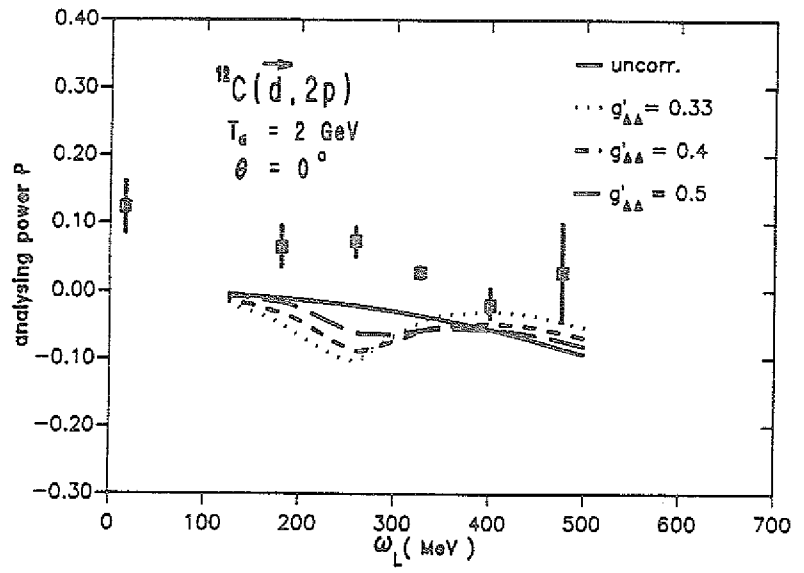


Fig. 29 und Fig. 30



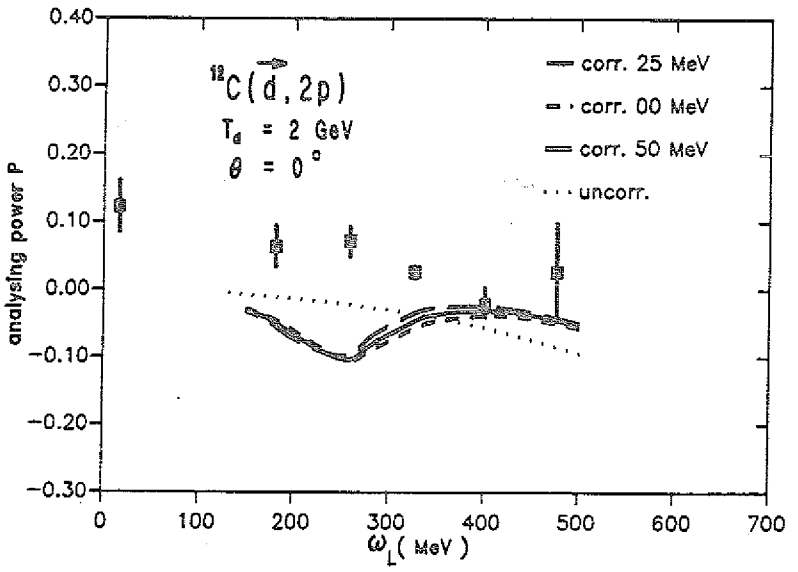


Fig. 31

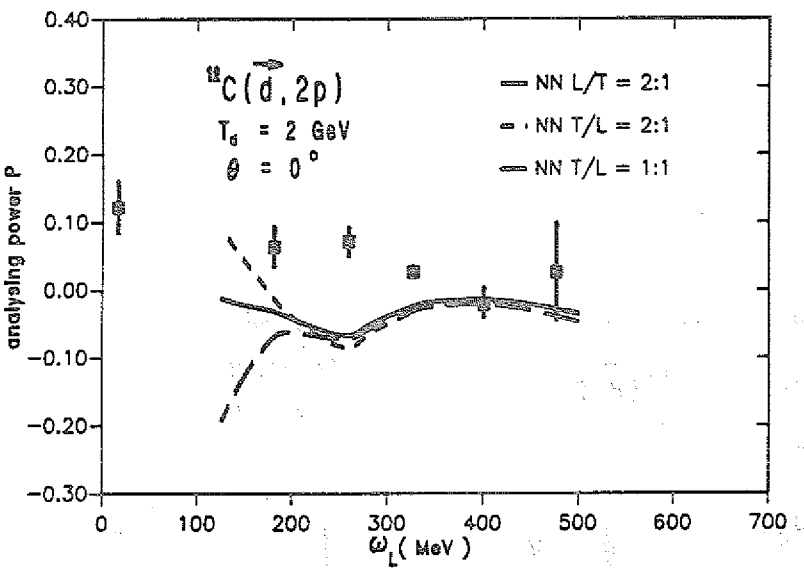

$^{12}C(\vec{d},2p)$
T_d = 2 GeV
θ = 0°
NN L/T = 2:1
NN T/L = 2:1
NN T/L = 1:1
analysing power P
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
−0.10
−0.20
−0.30
0
100
200
300
400
500
600
700
ω_L(MeV)

Fig. 32

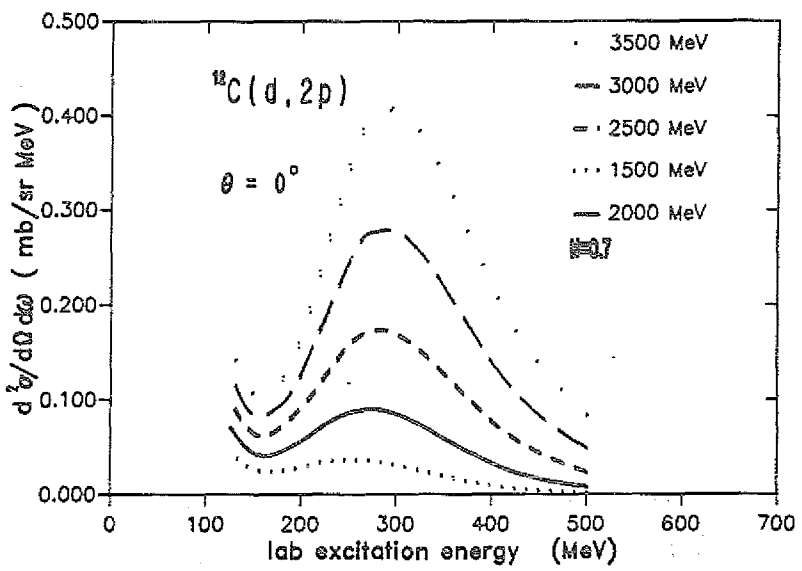
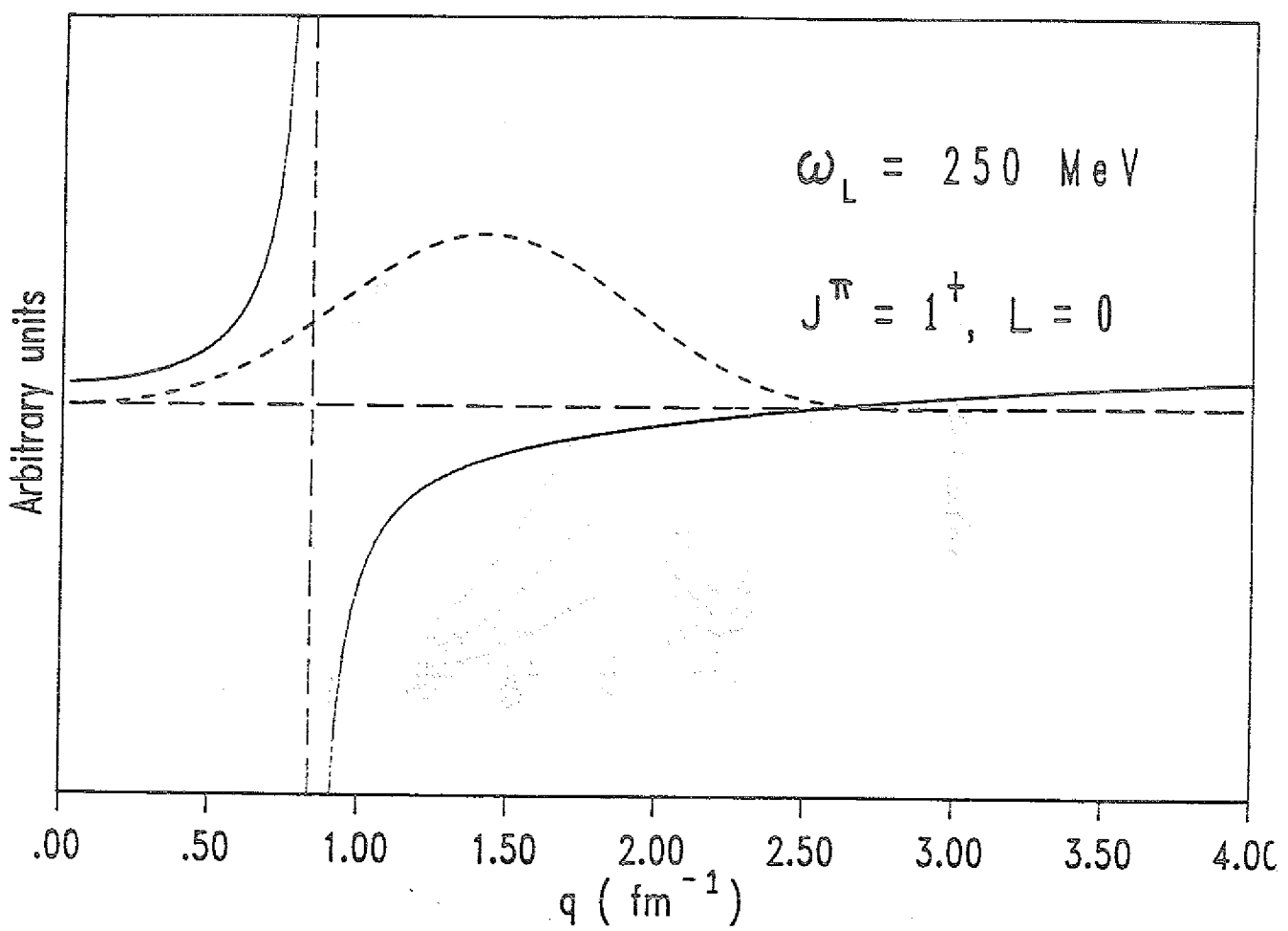

0.500
0.400
0.300
0.200
0.100
0.000
0
100
200
300
400
500
600
700
lab excitation energy (MeV)
d²σ/dΩdω (mb/sr MeV)
¹²C(d,2p)
θ = 0°
3500 MeV
3000 MeV
2500 MeV
1500 MeV
2000 MeV

Fig. 33


ω_L = 250 MeV
$J^\pi = 1^+$, L = 0
Arbitrary units
.00
.50
1.00
1.50
2.00
2.50
3.00
3.50
4.00
q (fm^{-1})

FORSCHUNGSZENTRUM JÜLICH GmbH

KFA

Jül-2510
August 1991
ISSN 0366-0885