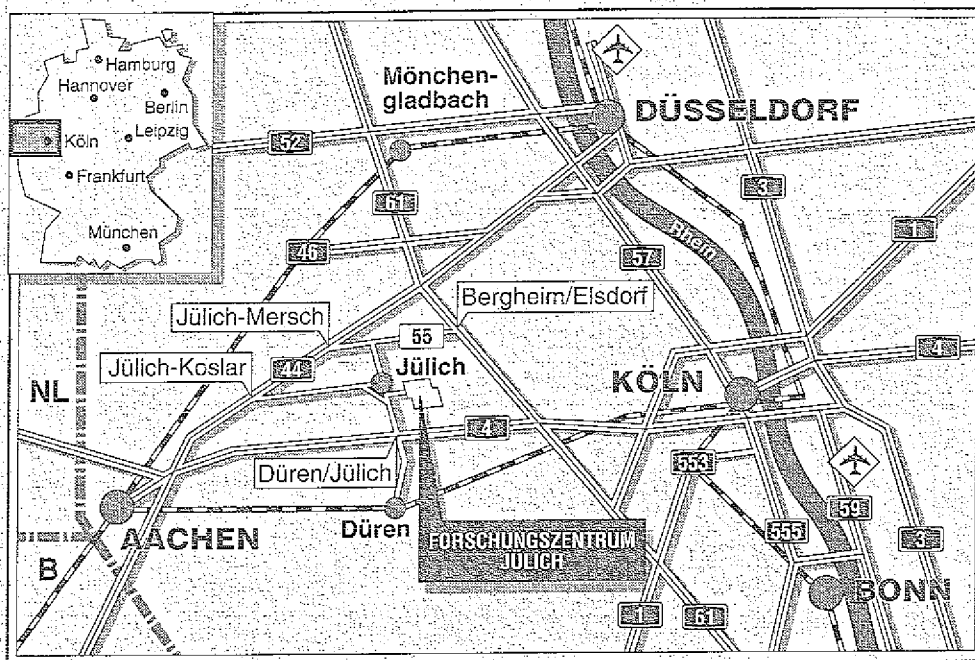


Institut für Medizin

Optimierung der Bildauflösung eines Positronen-Emissions-Tomographen

Karl Ziemons



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2827

ISSN 0944-2952

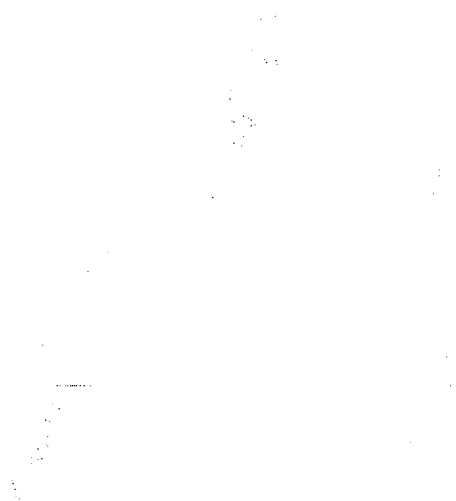
Institut für Medizin Jüli-2827

D 82 (Diss. RWTH Aachen)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon: 02461/61-6102 · Telefax: 02461/61-6103 · Telex: 833556-70 kfa d



Optimierung der Bildauflösung eines Positronen-Emissions-Tomographen

Karl Ziemons

Handwritten text, possibly a title or header, in a cursive script.

Handwritten text, possibly a date or reference number, in a cursive script.

Main body of handwritten text in a cursive script, consisting of several lines of dense, flowing handwriting.

Inhaltsverzeichnis

I.	Einleitung	1
II.	Theoretische Grundlagen	5
II.1.	Produktion der Isotope	6
II.2.	Der β - Zerfall	8
II.3.	Elektromagnetische Wechselwirkungen	15
II.3.1	Der Wirkungsquerschnitt	15
II.3.2	Wechselwirkung der Positronen	16
II.3.2.i	Ionisationsbremsung	17
II.3.2.ii	Bremsstrahlung	18
II.3.2.iii	Annihilation	20
II.3.2.iv	Vielfachstreuung	21
II.3.3	Reichweite der Positronen	23
II.3.4	Wechselwirkung von Photonen	24
II.3.4.i	Photoelektrischer Effekt	25
II.3.4.ii	Compton-Streuung	26
II.3.5	Photonabsorption	28
III.	Die Positronen-Emissions-Tomographie	31
III.1.	Medizinische Intention einer PET-Untersuchung	32
III.2.	Der Tomograph	36
III.2.1.	Prinzip der Positronen-Emissions-Tomographie	36
III.2.2.	Der Aufbau	38
III.3.	Die Datennahme	44

Inhaltsverzeichnis

III.3.1.	Die Datenerfassung	44
III.3.2.	Die Korrektur der Daten	46
III.4	Die Monte-Carlo Simulation des Tomographen	49
IV.	Die Bildrekonstruktion	55
IV.1.	Analytische Verfahren	56
IV.2.	Iterative Rekonstruktionen	63
IV.3.	Gewichtete Iterative Rekonstruktion	66
IV.4.	Diskussion einer vergleichenden Untersuchung	76
V.	Ausblick auf Verbesserungen	89
VI.	Zusammenfassung	100
	Literaturverzeichnis	103

I. Einleitung

Die Nuklearmedizin ist ein relativ junger Fachbereich der Medizin und beruht auf naturwissenschaftlichen Entdeckungen und technischen Entwicklungen der letzten 100 Jahre.

Ein grundlegender Schritt war die Entdeckung der Radioaktivität von Uran durch den französischen Physiker *Henri Becquerel* im Jahre 1896 kurz nach Entdeckung der X-Strahlen, später Röntgenstrahlen genannt, durch den deutschen Physiker *Wilhelm Conrad Röntgen*. *Marie* und *Pierre Curie* fanden weitere in der Natur vorkommende Elemente, die radioaktive Strahlung aussenden. In den folgenden Jahren wurden die kernphysikalischen Grundlagen von *Maz Planck*, *Albert Einstein*, *Ernest Rutherford* und *Niels Bohr* erarbeitet. Zum ersten Male benutzte *Georg von Hevesy* [Hev23] im Jahre 1923 eine radioaktive Substanz für biologische Untersuchungen an Pflanzen. Auf diese Erfahrungen stützten sich die ersten nuklearmedizinischen Untersuchungsmethoden am Menschen. *Blumgart* und *Weis* [Blu27] führten 1927 die ersten Kreislaufstudien mit Radium durch. Nachdem *Rutherford* 1919 [Rut19] entdeckt hatte, daß die Struktur der Materie geändert werden kann, indem er die Elemente mit Alpha-Teilchen des Radiums beschloß, eröffnete sich die Möglichkeit, künstliche Elemente herzustellen. Aber erst im Jahre 1931 gelang *Ernest O. Lawrence* [Law31] die Konstruktion eines Kreisbeschleunigers, der es erlaubte, Teilchen so zu beschleunigen, daß deren Energie ausreichend für eine Kernreaktion war. So stellte der Italiener *Enrico Fermi* 1934 [Fer34] als erster das Radionuklid ^{128}J her, das 1937 von *Hertz*, *Roberts* u. *Evans* [Her37] für Schilddrüsenuntersuchungen benutzt wurde.

Der Radioaktivitätsnachweis der Radioisotope war zunächst nur mit Hilfe eines einfachen Geiger-Müller-Zählrohres möglich. Durch die Einführung von kristallinen Nachweisgeräten konnte die Nachweisempfindlichkeit verabreichter Radioisotope erheblich gesteigert werden. 1947 nutzte *Kallmann* [Kal47] die Fähigkeit bestimmter Kristalle zu szintillieren, d.h. Gamma-Strahlen

Einleitung

zu absorbieren und Licht auszusenden. Daraus resultierte eine wesentliche Entwicklung, die erst die moderne Nuklearmedizin möglich machte: die Einführung der sogenannten Szintillationskamera (Gamma-Kamera) im Jahre 1958 durch *Hal O. Anger* [Ang58]. An einen Natriumjodidkristall waren sieben Sekundärelektronenvervielfacher gekoppelt, die die Lichtsignale in elektrische Signale umformten und einer entsprechenden elektronischen Schaltung zuführten. Mit ihr bestand die Möglichkeit, die örtliche Verteilung des Radionuklids in der Größe der Sekundärelektronenvervielfacher der Gamma-Kamera zu bestimmen.

Der erste erfolgreiche Aufbau einer Positronenkamera geschah durch *Brownwell u. Sweet* [Bro53] im Jahre 1953 und basierte auf einem Vorschlag von *Wrenn et al.* [Wre51], Positronenstrahler in der medizinischen Bildverarbeitung zu benutzen. Dieses Gerät bestand im wesentlichen aus zwei gegenüberliegenden Kristallen, die in zeitlicher Koinzidenz geschaltet waren und um den Patienten gedreht wurden. Diese Systeme waren nur zur planaren Darstellung der Verteilung von Positronenstrahlern geeignet. *Kuhl* stellt als erster im Jahre 1962 [Kuh62] einen transversalen Tomographen mit zwei kollimierten Sonden vor, der sowohl eine lineare Bewegung, wie die Drehbewegung um den Patienten ermöglicht. *Rankowitz et al.* [Ran62] und *Robertson et al.* [Rob62,Rob73] beschreiben als erste eine stationäre ringförmige Detektoranordnung mit 32 Natrium-Jodid-Kristallen im Koinzidenzbetrieb zur transversalen Positrontomographie für Untersuchungen des Gehirns. Weitere Positronen-Emissions-Tomographen (kurz PET genannt) wurden von *Anger* 1973 [Ang73], *Muehllehner et al.* 1971 [Mue71], *Todd-Pokropek* 1972 [Tod72], *Bowley et al.* 1973 [Bow73], *Tanaka* 1973 [Tan73] und *Burham et al.* 1972 [Bur72] entwickelt. All diese Geräte waren jedoch aufgrund der unzureichenden Rekonstruktionsalgorithmen stark limitiert.

Mitte der 70er Jahre kam es zum Durchbruch der Positronen-Emissions-Tomographie durch zwei entscheidende Entwicklungen: die erfolgreiche Synthetisierung und Applikation der ^{18}F -Fluordeoxyglukose von *Reivich et al.* [Rei77] und *Ido et al.* [Ido78] und der Aufbau eines industriereifen

Einleitung

Positronen-Emissions-Tomographen von *Ter-Pogossian et al.* 1975 [Ter75], *Phelps et al.* [Phe75] und *Hoffman et al.* [Hof76], der durch eine ringförmige Anordnung der Kristalle eine gleichzeitige Messung der Gammastrahlen in einer Schicht erlaubte. Seit dieser Zeit werden stetig Weiterentwicklungen der bestehenden Systeme, aber auch neue Aufnahmetechniken betrieben.

Die registrierten Ereignisse liegen in Form von Linieninformationen vor. Die parallele Anordnung der Linieninformationen für einen festen Raumwinkel bezeichnet man als Projektion. Die Aufgabe der Bildrekonstruktion ist es, aus den gemessenen Projektionen die Aktivitätsverteilung im Körperinneren zu berechnen. Das mathematische Problem, von einer Linieninformation auf eine Punktinformation zu schließen, war bereits 1917 von *Radon* [Rad17] gelöst worden. Eine erste Rekonstruktion von Projektionsdaten aus Schichtbildaufnahmen in der Medizin stellte *Oldendorf* [Old61] 1961 vor. Sie beruhte auf dem Prinzip der einfachen Rückprojektion (s. Kapitel IV.1). Eine wesentlich verbesserte Rekonstruktion entwarf *A.M. Cormack* 1963 [Cor63] und verdeutlichte damit die Möglichkeiten eines Einsatzes der tomographischen Geräte zu diagnostischen Zwecken. Der erste kommerziell einsetzbare Röntgencomputertomograph ist von *G.N. Hounsfield* 1972 [Hou72,Hou73] vorgestellt worden. Seit dieser Zeit sind verschiedene Techniken in der Bildrekonstruktion von tomographischen Daten entwickelt und weiter verfeinert worden. Ähnliche Algorithmen werden auch in der Radioastronomie und der Elektronenmikroskopie verwendet.

Die erste Aufgabe dieser Arbeit bestand in der Optimierung von Verfahren der Bildrekonstruktion für ein PET-System, das im Institut für Medizin des Forschungszentrums Jülich installiert ist. Dabei wurde der Auflösung und dem zugehörigen Signal-Rauschverhältnis rekonstruierter Bilder besondere Bedeutung beigemessen. Ein zweiter Schwerpunkt der Arbeit ist die Erarbeitung von möglichen Verbesserungen der technischen Daten des PET-Gerätes unter Benutzung von Monte-Carlo-Simulationsrechnungen.

In einer allgemeinen Einführung der physikalischen Grundlagen in Kapitel II wird der Weg von der Entstehung des Positrons aus dem β -Zerfall

Einleitung

über dessen Vernichtung in zwei Gamma-Quanten und deren Weg durch die Materie bis zur Registrierung in den Szintillationskristallen nach den heutigen Erkenntnissen beschrieben. Die ermittelten Wirkungsquerschnitte und Energieverteilungen fließen zu einem späteren Zeitpunkt in die Generierung von Meßereignissen mit ein.

In Kapitel III wird neben der Intention von PET-Untersuchungen der Positronen-Emissions-Tomograph ausführlich dargestellt. Dies dient dem Zweck, die hier interessierenden Maschinenparameter darzulegen und sie im letzten Abschnitt dieses Kapitels der Simulation der Meßdaten zugänglich zu machen. Außerdem werden die Datenerfassung und die notwendigen Korrekturen der gemessenen Daten in einem Abschnitt beschrieben. Diese sind notwendig für das Verständnis der Bildrekonstruktion und deren Weiterentwicklung.

Der Bildrekonstruktion ist Kapitel IV gewidmet. Neben den herkömmlichen Verfahren der gefilterten Rückprojektion werden die Grundlagen iterativer Verfahren und die Weiterentwicklung zu dem *Gewichteten Iterativen Verfahren (WIR)* hergeleitet und beschrieben. Ein anschließender Vergleich verdeutlicht die bestehenden Unterschiede vor allem unter dem Gesichtspunkt der rekonstruierbaren Auflösung und des Signal-Rauschverhältnisses. Vor- und Nachteile der jeweiligen Verfahren werden eingehend an Beispielen erläutert.

Im abschließenden Kapitel V wird anhand von Monte-Carlo Studien die Geometrie des PET-Systems verändert und auf mögliche Erkenntnisse für eine Weiterentwicklung geschlossen. Unter dem Gesichtspunkt der bestmöglichen Auflösung und Sensitivität, welches sich im Signal-Rauschverhältnisses niederschlägt, werden unterschiedliche Kristallgrößen und der Einfluß der Septen verfolgt. Beschränkt wurde die Entwicklung auf die zur Verfügung stehenden Kristalle, da hier das Simulationsverfahren anhand von gemessenen Daten getestet werden kann. Es wären auch durchaus Weiterentwicklungen auf der Basis von anderen Nachweisgeräten denkbar, doch würde dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Ein Ausblick auf mögliche neue Generationen von PET-Geräten bildet den Abschluß der Arbeit.

II. Theoretische Grundlagen

Mit der Erforschung des Beta-Zerfalls verbinden sich grundlegende Erkenntnisse der modernen Physik.

Die Entdeckung des Positrons im Jahre 1932 von Anderson, Blackett und Occhialini [And32] in einer Nebelkammer war eine Bestätigung der bereits im Jahre 1928 von Dirac [Dir28] vorausgesagten Existenz eines Antiteilchens des Elektrons mit der gleichen Masse, aber entgegengesetzter Ladung und magnetischem Moment. Durch Messungen mit magnetischen Spektrometern war schon 1914 von Chadwick [Cha14] gezeigt worden, daß manche Kerne Elektronen mit einer kontinuierlichen Energieverteilung emittieren, die β -Strahlen, bezeichnet nach ihrer Reihenfolge der Entdeckung. Aus der damaligen Sicht mußte die Gültigkeit des fundamentalen Energiesatzes in Frage gestellt werden, da es sich um einen Übergang zwischen Grundzuständen mit fest definierter Energie handelte. Um den fundamentalen Energiesatz nicht zu verletzen, postulierte Pauli 1933 [Pau33] als erster die Existenz eines weiteren neutralen Teilchens, des "Neutrinos", das bei dem Zerfall der Kerne ausgesendet wird. Erst Mitte der '50er Jahre gelang Cowan und Reines [Rei53, Cow56, Cow57] der Nachweis des Neutrinos.

Der erste theoretische Ansatz zur Beschreibung des Zerfallsmechanismus wurde 1934 von Fermi [Fer34] vorgeschlagen, die schwache Wechselwirkung. Eine der unerwartetsten Erscheinungen in der Physik wurde 1956 durch Lee und Yang [Lee56] und Wu et al. [Wu57] gefunden, als sie zeigten, daß der Beta-Zerfallsprozeß nicht invariant gegen Raumspiegelungen ist. Erst in den '60er Jahren fand man eine gesicherte Formulierung der elektroschwachen Wechselwirkung [Gla61, Wei67, Sal68]. Bis heutzutage kommt dem β -Zerfall zur Bestimmung einer oberen Grenze der Neutrinomasse eine entscheidende Rolle zu [Lub80, Lub85].

Aufgabe dieses Kapitels ist es, die physikalischen Grundlagen von der Erzeugung der Positronenstrahler bis hin zur Registrierung der aus dem

Annihilationsprozeß stammenden Photonen zu beschreiben. Die einzelnen Prozesse werden in ihrer Reihenfolge des möglichen Auftretens - Aussendung der Positronen aus dem β -Zerfall, Streuung und schließlich Vernichtung in 2 γ -Quanten, Streuung und Absorption der γ -Quanten - kurz erläutert, sowie ihre Wirkungsquerschnitte und Energiespektren für den in Frage kommenden Energiebereich bis zu wenigen *MeV* aufgezeichnet. Besonderer Wert wird hier auf die elektromagnetischen Wechselwirkungsprozesse gelegt, die die Bildauflösung eines Tomographen beeinflussen. Sie werden bei der Ereignissimulation und der Generierung der Messdaten notwendig sein.

II.1. Produktion der Isotope

Die am häufigsten zur Markierung verwendeten Positronen-Emittierenden Atomkerne sind in der nuklearmedizinischen Diagnostik Kohlenstoff-11 (^{11}C), Stickstoff-13 (^{13}N), Sauerstoff-15 (^{15}O) und Fluor-18 (^{18}F). Die ersten drei sind Isotope der am häufigsten in organischen Verbindungen vorkommenden Elemente und eignen sich daher besonders zur Markierung von Biomolekülen und Pharmaka, ohne deren chemisches und physikalisches Verhalten im lebenden Organismus zu verändern. Mit ^{18}F können Wasserstoff- oder Hydroxylgruppen ersetzt werden. Die verwendeten Radionuklide zeichnen sich durch einen möglichst reinen β^+ -Zerfall aus, so daß die Strahlenbelastung im lebenden Organismus nicht durch irrelevante Strahlenanteile erhöht wird.

Die Produktion der Isotope erfolgt durch den Beschuß eines stabilen Kerns mit hochenergetischen Protonen oder Deuteronen. Diese Teilchen dringen in den Kern ein und schlagen in der Regel ein Neutron oder ein Alphateilchen (bestehend aus zwei Protonen und zwei Neutronen) heraus. So kann ^{11}C aus ^{14}N durch Protonenbeschuß hergestellt werden, indem ein Proton ein Alphateilchen in dem Stickstoffkern Herausschlägt. Diese Kernreaktion wird durch die Reaktionsgleichung $^{14}\text{N}(p,\alpha)^{11}\text{C}$ beschrieben. In der Tabelle 2.1 sind die Reaktionsgleichungen weiterer Isotope aufgelistet.

Theoretische Grundlagen

Allgemein bezeichnet man den Austausch von einem oder mehreren Nukleonen durch einen direkten Prozeß als Transfer-Reaktion. Für die Auslösung einer solchen Kernreaktion müssen die beschleunigten Teilchen eine Mindestenergie von einigen MeV besitzen. Zur Erzeugung der benötigten hochenergetischen Teilchenstrahlen werden Zyklotronbeschleuniger eingesetzt. In der Mitte zwischen zwei halbkreisförmigen Metalldosen (Duanten bzw. "Dees" genannt) starten die erzeugten geladenen Teilchen von einer Ionenquelle. Durch ein senkrecht stehendes Magnetfeld werden diese Teilchen auf einer Kreisbahn gehalten und erhalten jeweils im Raum zwischen den Duanten eine Beschleunigung durch ein elektrisches Feld hoher Stärke. Das elektrische Feld wird stets so ausgerichtet, daß es phasenrichtig das Vorzeichen wechselt, damit immer eine Beschleunigung der Teilchen eintritt. Der Impuls der Teilchen wächst mit zunehmendem Radius. Bei Erreichen des größten Radius werden die Teilchen durch ein entgegengesetztes Magnetfeld herausgelenkt und auf ein Target geschossen. Das Target ist mit dem für die entsprechende Kernreaktion benötigten Targetgas unter hohem Druck (einige bar) gefüllt und mit einer dünnen Metallfolie gegen das Beschleunigervakuum abgeschlossen. Das Target und die Folie müssen gekühlt werden, um die bei der Abbremsung des Teilchenstrahls erzeugte Wärme abzuführen. Die meisten der zur Zeit verwendeten Zyklotronbeschleuniger liefern wahlweise 16 - 17 MeV Protonenstrahlen bzw. 8 - 10 MeV Deuteronenstrahlen mit Targetströmen von 50 μ A oder mehr.

Nach der Bestrahlung werden die erzeugten radioaktiven Isotope über eine Rohrleitung zur weiteren Synthese in eine "heiße" Zelle im Chemielabor, bzw. zur direkten Anwendung zum Patienten geleitet. Die chemischen Synthesen zur Herstellung einiger Radiopharmaka sind sehr komplex und richten sich sehr nach der Fragestellung des zu untersuchenden Stoffwechselvorgangs (s. Fowler und Wolf [Fow86]).

II.2. Der β - Zerfall

Das radioaktive Zerfallsgesetz war erstmals von Rutherford und Soddy [Rut02] Anfang dieses Jahrhunderts experimentell ermittelt worden. Die Zustände eines radioaktiven Stoffes zerfielen exponentiell zur Zeit.

Tabelle 2.1 : Positronenstrahler und ihre Eigenschaften*

Nuklid	Halbwertszeit (min)	max.Energie (MeV)	max. Reichweite (mm H_2O)	Kernreaktionen
^{11}C	20.4	0.97	4.1	$^{10}B(d,n)^{11}C$ $^{11}B(p,n)^{11}C$ $^{14}N(p,\alpha)^{11}C$
^{13}N	9.96	1.19	5.4	$^{12}C(d,n)^{13}N$ $^{16}O(p,\alpha)^{13}N$ $^{13}C(p,n)^{13}N$
^{15}O	2.05	1.72	3.2	$^{14}N(d,n)^{15}O$ $^{15}N(p,n)^{15}O$
^{18}F	109.7	0.64	2.4	$^{18}O(p,n)^{18}F$ $^{20}Ne(d,\alpha)^{18}O$

* Entnommen aus der Karlsruher Nuklidkarte [See81]

In der modernen Quantenmechanik wird diese Tatsache beschrieben durch die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeitintervall λ , eine charakteristische Größe. Bei einem Übergang eines Nuklids in mehrere Zerfallskanäle addieren sich die Übergangswahrscheinlichkeiten zu

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \dots \quad (2.1)$$

Bei einer Anzahl von N Nukliden ist die mittlere Zahl der zerfallenden Nuklide dN pro Zeiteinheit dt in differentieller Form gegeben durch

$$dN = -\lambda N dt \quad (2.2)$$

Theoretische Grundlagen

mit der Zerfallskonstanten λ . Die Integration von Gleichung (2.2) vom Anfangszeitpunkt $t = 0$ bis zum Zeitpunkt t liefert den exponentiellen Zusammenhang

$$N(t) = N(0)\exp(-\lambda t) \quad (2.3)$$

mit $N(0)$ als der Anzahl der Nukleonen zur Zeit $t = 0$. Somit wird die exponentielle Abnahme der Aktivität bestimmt durch die Konstante λ . In der Praxis benutzt man auch häufig die inverse Größe

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.4)$$

Sie gibt die Zeit wieder, in der die Startaktivität auf $1/e$ abgefallen ist. Folglich erhält man aus Gleichung (2.4) für die Halbwertszeit $T_{1/2}$ eines Radioisotops :

$$T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2 = \tau \ln 2. \quad (2.5)$$

Betrachten wir nun eine Anzahl Zerfälle einer radioaktiven Quelle in periodischen Zeitabständen δt , die klein sind gegenüber der Halbwertszeit der Substanz, so kann die Aktivität als konstant angesehen werden. Bei einer wiederholten Messung der Zerfälle in einem Intervall δt unterliegt das Ergebnis einer Fluktuation von Messung zu Messung. Dies entspricht der statistischen Natur des Zerfallsprozesses. Aus der Quantenmechanik weiß man, daß man keine genauen Zahlen vorhersagen kann, sondern nur Wahrscheinlichkeiten eines solchen Ereignisses. Für den radioaktiven Zerfall ist die Wahrscheinlichkeit der Beobachtung von n Zerfällen in einem Zeitintervall δt gegeben durch die Poisson-Verteilung :

$$P(n, \delta t) = \frac{m^n}{n!} e^{-m} \quad (2.6)$$

mit der mittleren Anzahl m von Zerfällen pro Zeitintervall. Die Standardabweichung beträgt

$$\sigma = \sqrt{m} \quad (2.7)$$

und ist eine charakteristische Größe der Poisson-Statistik.

Die Umwandlung instabiler Kerne in stabile Kerne längs eines Isobarenschnittes - dies sind Kerne mit gleicher Massenzahl A - erfolgt über

Theoretische Grundlagen

den β^- -Zerfall, falls ein Nachbarkern mit geringerer Masse existiert. Man unterscheidet zwischen drei β^- -Zerfallsprozessen :

$$\text{Elektronenemission :} \quad ZA \rightarrow (Z+1)A + e^- + \bar{\nu}_e;$$

$$\text{Positronenemission :} \quad ZA \rightarrow (Z-1)A + e^+ + \nu_e;$$

$$\text{Elektroneneinfang :} \quad ZA + e^- \rightarrow (Z-1)A + \bar{\nu}_e;$$

das Symbol ZA steht für den Kern mit der Anzahl Z von Protonen und der Massenzahl A , wobei $A - Z$ die Anzahl der Neutronen ergibt. Neben der Bezeichnung von e^- der Elektronen und e^+ der Positronen bedeuten die Symbole ν die Neutrinos bzw. $\bar{\nu}$ die Antiteilchen, Antineutrino. Der Elektroneneinfang ist ein Konkurrenzprozeß zur Positronenemission; statt der Emission eines Positrons fängt der Kern ein Hüllenelektron aus der K-Schale ein und emittiert lediglich ein Neutrino. Eng verknüpft mit diesen Zerfallsprozessen sind die Neutrino-Einfang-Reaktionen :

$$\nu + ZA \rightarrow (Z-1)A + e^+$$

$$\bar{\nu} + ZA \rightarrow (Z+1)A + e^-$$

Mit Hilfe einer solchen Neutrino-Einfang-Reaktion gelang Cowan und Reines 1956 erstmals der direkte Nachweis der Elektron-Antineutrinos [Cow56].

Welcher der obigen drei Prozesse eintritt, hängt von der totalen Energiedifferenz $M_A c^2 - M_E c^2$ zwischen dem Ausgangs- und dem Endkern ab. Die Elektronenemission, oder auch β^- -Zerfall genannt, ist bereits dann möglich, wenn die Masse des Ausgangskerns größer ist als die Masse des Endkerns *. Der Zerfall unter Emission eines Positrons, der β^+ -Zerfall, ist erst dann energetisch möglich, wenn zusätzlich noch die Energieschwelle von zwei Elektronenmassen ($= 1.02 \text{ MeV}$) überschritten wird **. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so

* Die gesamte Zerfallsenergie E_0 des β^- -Zerfalls :

$$\begin{aligned} E_0 &= \{m(Z; A) - Zm_0\} - \{m(Z+1; A) - (Z+1)m_0 + m_0\} c^2 \\ &= \{m(Z; A) - m(Z+1; A)\} c^2 \end{aligned}$$

** des β^+ -Zerfalls :

$$E_0 = \{m(Z; A) - m(Z+1; A) - 2m_0\} c^2$$

verläuft die Kernumwandlung allein über den Elektroneneinfang.

Entscheidend beim β - Zerfall ist folglich, daß neue Teilchen erzeugt werden. Unter Aussendung eines Elektrons und Neutrinos, beide gehören zu der Klasse der Leptonen, geht ein Kern in einen anderen wohldefinierten Kern über. Da man dieses Phänomen bei der damaligen Entdeckung weder durch eine elektromagnetische Wechselwirkung, noch durch eine Kernwechselwirkung erklären konnte, führte man aufgrund der langen Halbwertszeiten der β - Zerfallsprozesse (s.Tabelle 2.1) den Begriff "der schwachen Wechselwirkung" ein. Der beschriebene Übergang legt eine Analogie zu elektromagnetischen Übergängen nahe, bei denen ein angeregtes Atom oder ein angeregter Kern durch Aussendung eines Photons umgewandelt wird. In den '60er Jahren stellten schließlich Glashow [Gla61], Weinberg [Wei67] und Salam [Sal68] eine Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung auf, die Glashow-Weinberg-Salam (GWS) -Theorie, welche auch als Standardmodell bezeichnet wird, in der nun die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung als verschiedene Komponenten einer Eichtheorie hergeleitet werden. Mit der direkten Entdeckung der Eichbosonen, W^+ - und Z - Bosonen im Jahre 1983 am CERN in der tiefinelastischen pp -Streuung ([UA1 83a-c],[UA2 83]) fand die Theorie ihre experimentelle Bestätigung.

In der Abbildung 2.1 sind die zugehörigen Feynman-Diagramme * [Ait82] für die β - Zerfälle aufgezeichnet.

Weiterhin unterteilt man die β - Zerfälle in *erlaubte Übergänge*, bei denen das emittierte Leptonenpaar keinen relativen Bahndrehimpuls zueinander hat, und den *verbotenen Übergängen*, bei denen ein solcher Bahndrehimpuls beteiligt ist (d.h. anschaulich, daß das Elektron und das Neutrino nicht aus dem Zentrum des Kerns, sondern in einem Abstand voneinander emittiert werden). *Erlaubte Übergänge* haben eine große Übergangswahrscheinlichkeit, wogegen die *verbotenen Übergänge* mehr oder weniger stark behindert sind. Im Fall der

* Die Feynman-Diagramme enthalten in einer sehr einfachen zeichnerischen Sprache eine quantenmechanische Berechnungsvorschrift für die eingezeichneten Wechselwirkungen (Raum-Zeit-Diagramm entspricht X- und Y-Achse)

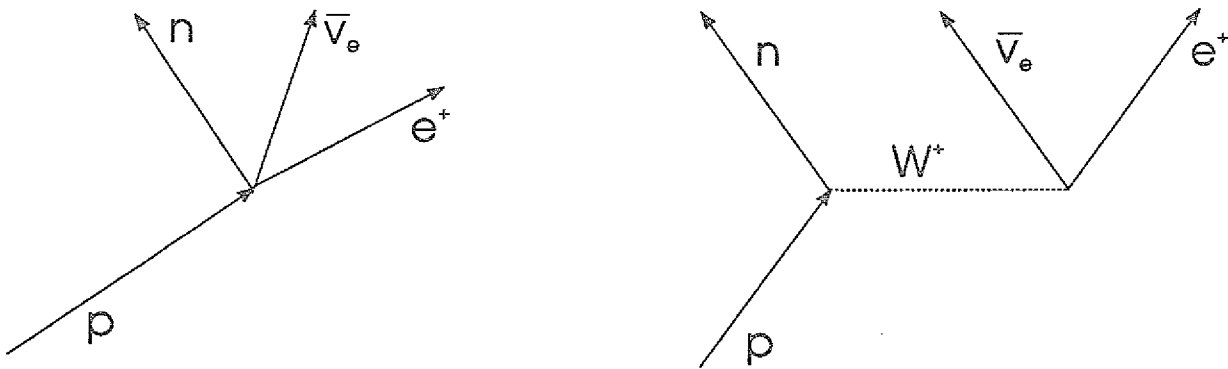


Abb. 2.1 : Feynman-Diagramme* des β^+ -Zerfalls : a) punktförmig in der Fermi-Theorie, b) unter Austausch eines geladenen W^+ -Bosons in der GWS-Theorie

erlaubten Übergänge unterscheidet man wiederum zwischen zwei Möglichkeiten, je nachdem ob die Eigendrehimpulse (sogenannte Spins, abgekürzt S) von Elektronen und Neutrinos antiparallel ($S=0$) -Fermiübergang-, oder parallel ($S=1$) -Gamow-Teller-Übergang- zueinander stehen. In allen Fällen jedoch bleibt die Parität π - sie definiert den Symmetriecharakter der Wellenfunktion bei Raumspiegelungen - des Ausgangs- und des Endkerns erhalten.

Die Form des β - Spektrums eines erlaubten Überganges wurde zuerst von Fermi im Jahre 1934 [Fer34] beschrieben. Da es sich um eine schwache Wechselwirkung handelt, kann die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit λ für den β - Zerfallsprozeß nach *Fermi's goldener Regel der Quantenmechanik* in erster Ordnung Störungsrechnung berechnet werden zu :

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE_0} \quad (2.8)$$

λ	Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit
τ	mittlere Lebensdauer
$ M ^2$	Quadrat des Matrixelementes für den Übergang von Anfangs- in den Endzustand
G	universelle Konstante
$\frac{dN}{dE_0}$	Phasenraumfaktor, Dichte des Endzustandes pro Energieintervall
$\hbar$	Plancksche Konstante = $h/2\pi$

Das Matrixelement $|M|^2$ enthält die gesamte Information über die Wechselwirkung des Zerfallsprozesses, während der Phasenraumfaktor dN/dE_0 die Kinematik des Zerfalls wiedergibt. Die Anzahl der Zustände im Phasenraum, beschränkt in einem Volumen V mit dem Impuls $p \rightarrow p + dp$, ist definiert als

$$dn = \frac{p^2}{2\pi^2 \hbar^3} dp \quad (2.9)$$

Da es sich um einen Dreiteilchenzerfall handelt, sind die Impulse von Elektronen und Neutrinos nicht korreliert, so daß die Gesamtwahrscheinlichkeit das Produkt aus den Einzelwahrscheinlichkeiten der einzelnen Intervalle ist. Zudem erhalten wir für den Neutrinoimpuls ^{*} :

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{E_0 - E}{c} \quad (\text{mit } m_0^{(\nu)} \sim 0) \quad (2.10)$$

Mit einem konstanten Beitrag des Matrixelementes M (Fermi's Beitrag zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit [Fer34]) ergeben sich so folgende Darstellungen für die Form der β - Impulsspektren

$$N(p_E)dp_E \sim p_E^2(E_0 - E)^2 dp_E \quad (2.11)$$

bzw. das Energiespektrum

$$N(E)dE \sim E \sqrt{E^2 - 1} (E_0 - E)^2 dE \quad (2.12)$$

Bisher sind noch keine Korrekturen infolge von Coulomb-Wechselwirkungen der emittierenden β -Teilchen mit der Kernladung, oder auch den Hüllenelektronen berücksichtigt worden. Der Unterschied durch die Coulombwechselwirkung mit dem Kern in der Spektrenform von β^+ und β^- - Zerfall (Abbildung 2.2) wird

^{*} Beim β -Zerfall ist die Summe der kinetischen Energien des Elektrons E und des Neutrinos E_ν konstant

$$E_0 = E + E_\nu$$

unter der Annahme, daß die Rückstoßenergie des Kerns vernachlässigt wird. Ferner kann die Ruhemasse des Neutrinos $m_0^{(\nu)}$ in guter Näherung gleich Null gesetzt werden, womit für den Impuls des Neutrons gilt :

$$p_\nu = m^{(\nu)} c; \quad E_\nu = m^{(\nu)} c^2 = p_\nu c$$

Theoretische Grundlagen

anschaulich verständlich, wenn man bedenkt, daß die emittierenden Positronen beim Verlassen des Kerns abgestoßen, sprich beschleunigt werden, wogegen die Elektronen abgebremst werden. Quantitativ ist diese Korrektur $F(Z, E)$, auch Fermifunktion genannt, von der Kernladungszahl Z und der Energie E des emittierenden Teilchens abhängig. Sie ist gegeben durch

$$F(Z, E) = \left| \frac{\Psi_e(0)_{Coul.}}{\Psi_e(0)_{frei}} \right|^2, \quad (2.13)$$

also das Quadrat des Verhältnisses der Elektronenwellenfunktion am Kernort $\Psi_e(0)$, einmal berechnet unter Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung und einmal ohne. Da es sich um keine einfache analytische Funktion handelt, ist man auf Tabellenwerte angewiesen (siehe [Fan52]).

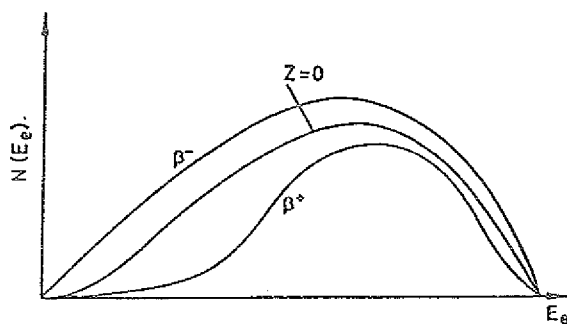


Abb. 2.2 : Einfluß der Coulomb-Korrektur auf die Form des β -Spektrums (schematisch, aus [May84])

Das β -Spektrum für erlaubte Übergänge hat somit die endgültige Form :

$$N(E)dE \sim F(Z, E)E\sqrt{E^2 - 1}(E_0 - E)^2 dE \quad (2.14)$$

II.3. Elektromagnetische Wechselwirkungen

Kenntnisse über die Art und Form der Wechselwirkungen der emittierten Positronen aus dem β -Zerfall beim Durchgang durch Materie sind für die Gestaltung eines Positronen-Emissions-Tomographen hinsichtlich der Sensitivität und Effizienz erforderlich, da Energieverluste, Richtungsänderungen und Absorptionen Fehler in den gemessenen Daten bewirken. Für den in Frage kommenden Energiebereich der physikalischen Teilchen von wenigen keV bis einigen MeV sind die maßgeblichen Wechselwirkungen elektromagnetischer Natur: elastische und unelastische Stöße der geladenen Teilchen mit den Hüllenelektronen oder Atomkernen sowie Streuungen, kohärent oder inkohärent und Absorptionen der Photonen. Die Quantenelektrodynamik, die gegenwärtig am besten ausgearbeitete Theorie im Mikrokosmos, liefert eine exakte oder zumindest genügend genaue Beschreibung elektromagnetischer Erscheinungen und ist durch viele experimentelle Tests bestätigt worden.

Im vorliegenden Abschnitt werden die dominierenden Wechselwirkungsprozesse kurz beschrieben und deren spezifische Energieverluste und maßgebende Wirkungsquerschnitte, eine Größe, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer eintretenden Reaktion darstellt, angegeben. Unterteilt werden die Prozesse in die Wechselwirkung der Positronen (Kapitel II.3.2) und in die Wechselwirkung der Photonen (Kapitel II.3.3).

II.3.1 Der Wirkungsquerschnitt

Die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen wird allgemein beschrieben durch den Wirkungsquerschnitt. Dieser ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Eintretens einer Reaktion.

Zur Definition des Wirkungsquerschnitts betrachte man den Fluß F der einfallenden Teilchen pro Einheitsfläche A und Zeitintervall. So ist die Anzahl der einfallenden Teilchen n_{einf} durch das Produkt FA gegeben. Unter der Annahme, daß die Streuzentren gleichmäßig verteilt sind, ist mit N die Dichte

des Streumediums und mit δx die zu durchlaufende Strecke der Teilchen angegeben. Daraus resultiert die Wahrscheinlichkeit ΔW für die Streuung eines Teilchens in den Raumwinkel Ω zu

$$\Delta W = N * \delta x * \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega \quad . \quad (2.15)$$

Der differentielle Streuquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ hat die Dimension einer Fläche. Im allgemeinen variiert der differentielle Streuquerschnitt mit der Energie E der einfallenden Teilchen und dem Winkel $d\Omega$ der gestreuten Teilchen. Durch Integration über den Raumwinkel Ω erhält man den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(E)$.

Im Gegensatz hierzu kann man die *mittlere freie Weglänge* λ definieren als

$$\lambda = \frac{1}{N * \sigma} \quad , \quad (2.16)$$

die Strecke, die ein Teilchen zurücklegt ohne eine Wechselwirkung einzugehen.

II.3.2. Wechselwirkung der Positronen

Im allgemeinen charakterisieren zwei Eigenschaften den Durchgang geladener Teilchen durch Materie: zum einen der Energieverlust und zum anderen die Richtungsänderung. Während der spezifische Energieverlust dE/dx , der mittlere Energieverlust pro Wegeinheit, schwerer Teilchen im wesentlichen vom Energieübertrag auf Hüllenelektronen herrührt, spielen bei der Bremsung von Positronen aufgrund ihrer geringen Ruhemasse m_e vier Effekte eine Rolle:

- a) Streuung an Hüllenelektronen (Ionisationsbremsung durch inelastische Stöße)
- b) elastische Streuung am Atomkern (Mott-Streuung)
- c) Strahlungsverluste im Coulombfeld der Kerne (Bremsstrahlung)
- d) Vernichtungsstrahlung der Positronen mit Elektronen (Annihilation)

Die Wirkungsweise und der relative Anteil der genannten Prozesse am gesamten Energieverlust hängen stark von der Energie der Teilchen ab und werden in den folgenden Abschnitten näher besprochen.

II.3.2.i Ionisationsbremsung

Geladene Teilchen übertragen ihre Energie beim Durchgang durch Materie an die Hüllenelektronen durch Ionisation.

Eine erste Berechnung des spezifischen Energieverlustes wurde von N. Bohr [Boh13, Boh15] mit klassischen Argumenten durchgeführt. Einige Zeit später berechneten Bethe [Bet30] und Bloch [Blo33] als erste das "Bremsvermögen elektrischer Teilchen" unter quantenmechanischen Gesichtspunkten, allgemein bekannt geworden als *Bethe-Bloch Formel*. Diese bildet die Basis der heutigen Berechnungen.

Korrekturen sind für große und sehr kleine Teilchenenergien erforderlich. Die Hauptbeiträge der Korrekturen liefert der *Dichteeffekt*; verursacht durch das elektrische Feld des Teilchens werden die Atome längs des Weges polarisiert, so daß das Feld entfernter Hüllenelektronen abgeschirmt wird. Die Werte hierzu findet man in den Tabellen von Sternheimer [Ste71]. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß die Annahme einer stationären Betrachtung der Hüllenelektronen an Gültigkeit verliert, wenn die Geschwindigkeiten der einfallenden Teilchen vergleichbar, oder sogar geringer als die Bahngeschwindigkeit der Hüllenelektronen sind. Man spricht hier von der *Shell-Korrektur*. Eine empirische Formel des gesamten Energieverlustes ist gegeben in Gl 2.17.

Für die Berechnung der spezifischen Energieverluste von Elektronen und Positronen muß neben der gleichwertigen Masse der Stoßpartner auch die Ununterscheidbarkeit bei Elektronstößen mit in die Bethe-Bloch Formel einbezogen werden. Berger und Seltzer [Ber64] kommen so zu der modifizierten Bethe-Bloch Formel:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{\tau^2(\tau+2)}{2(I/m_e c^2)^2} + F^\pm(\tau) - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (2.17)$$

Theoretische Grundlagen

- r_e : klassischer Elektronenradius = $2.817 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$
- m_e : Ruhemasse der Elektronen
- N_a : Avogadrosche Zahl = $6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- I : mittleres Ionisationspotential
- Z : Kernladungszahl des Absorbermaterials
- A : Atomgewicht ...
- ρ : Dichte ...
- β : $= v/c$ des einfallenden Teilchens
- δ : Dichtekorrektur (Tabellenwerte siehe [Ste71])
- C : *Shell*- Korrektur (siehe [2.4])

mit τ , der kinetischen Energie der β - Teilchen in Einheiten von $m_e c^2$, und der Funktion $F^\pm(\tau)$:

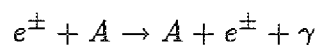
$$F^-(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\frac{\tau^2}{8} - (2\tau + 1)\ln 2}{(\tau + 1)^2} \quad (\text{für Elektronen})$$

$$F^+(\tau) = 2\ln 2 - \frac{\beta^2}{12} * \left(23 + \frac{14}{\tau + 2} + \frac{10}{(\tau + 2)^2} + \frac{4}{(\tau + 2)^3} \right) \quad (\text{für Positronen}).$$

Weitere Korrekturen, wie QED-Korrekturen höherer Ordnung usw. liegen in der Größenordnung von $\simeq 1\%$ und können hier vernachlässigt werden.

II.3.2.ii Bremsstrahlung

Nach den Gesetzen der Elektrodynamik sendet jedes beschleunigte geladene Teilchen elektromagnetische Strahlung in Form von Photonen aus. So führt auch die Abbremsung und Richtungsänderung geladener Teilchen beim Durchgang durch Materie im Coulombfeld der Kerne oder Hüllenelektronen zu einer *Bremsstrahlung*. Die Reaktion verläuft nach dem Schema



mit A als Ladungszentrum. Die Strahlungsintensität verhält sich wie das Quadrat der Beschleunigung und somit umgekehrt proportional zum Quadrat der Teilchenmasse. Daher spielen die Strahlungsverluste bei Elektronen und Positronen eine bedeutende Rolle. Die Bremsstrahlung hängt ebenfalls

von der Stärke des elektrischen Feldes ab, welches auf die Elektronen bzw. Positronen einwirkt. Infolgedessen ist der Beitrag, der durch die abschirmende Wirkung der Hüllenelektronen zustande kommt, nicht zu vernachlässigen. Der Wirkungsquerschnitt ist folglich nicht nur von der Energie der einfallenden Elektronen abhängig, sondern ebenfalls von der Struktur des Kerns und der Kernladungszahl des Mediums.

Bethe und Heitler erhielten [Bet34] auf den Grundlagen der Quantenelektrodynamik für den Strahlungsverlust

$$-\frac{dE}{dx} = N_V * E_e Z^2 f(\ln E_e) \sim E_e Z^2 \ln E_e \quad (2.18)$$

- E_e : Energie der Elektronen
- Z : Kernladungszahl des Absorbermaterials
- N_V : Atomkonzentration $1/m^{-3}$
- $f(\ln E_e)$: lineare Funktion von $\ln E_e$

Eine detailliertere Bestimmung ist sehr komplex und steht z.B. beschrieben in dem Bericht von R. Ford und W. Nelson [For78].

Bei einer relativ niedrigen Energie der Elektronen oder Positronen unterhalb von einigen MeV ist der Strahlungsverlust gering, nimmt jedoch bei höheren Energien sehr rasch zu. Für das Verhältnis von Strahlungsverlust zu Ionisationsverlust ergibt sich nach Bethe und Heitler [Bet34] ein grober Richtwert

$$\frac{(dE/dx)_{Str.}}{(dE/dx)_{Ion.}} \simeq \frac{Z E_e}{1600 m_e c^2} \simeq \frac{Z E_e [MeV]}{800} \quad (2.19)$$

mit $m_e c^2$ der Ruhemasse der Elektronen. Beide Anteile sind also bei einer *kritischen Energie* $E_{krit.} = 800/Z [MeV]$ einander gleich.

In der Abbildung 2.3 sind die Anteile der spezifischen Energieverluste von Elektronen bzw. Positronen in Blei dargestellt. Während bei niedrigen Energien der Ionisationsverlust überwiegt, nehmen die Strahlungsverluste ab der kritischen Energie rasch zu und dominieren im weiteren Verlauf.

Eine in diesem Zusammenhang oft verwendete Materialkonstante ist die *Strahlungslänge* des Materials. Sie ist definiert als die Länge in denen die Elektronenenergie auf $1/e$ durch Strahlungsverluste reduziert wurde.

Theoretische Grundlagen

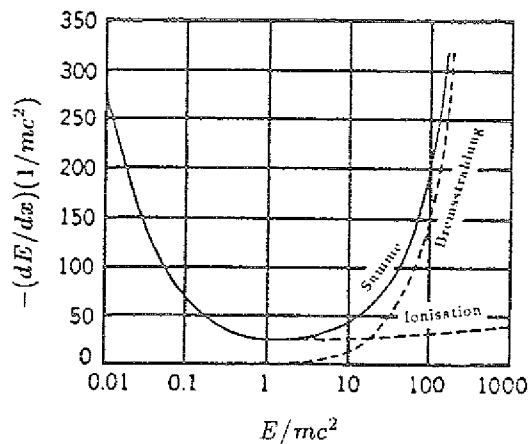


Abb. 2.3 : Energieabhängigkeit des spezifischen Energieverlustes der Elektronen und Positronen durch Ionisation und durch Bremsstrahlung in Blei [Hei44]

Für Moleküle und Verbindungen werden in guter Näherung die Einzelwerte eines jeden Elementes der Verbindung nach ihrem Anteil in Atomgewichten zum Molekülgewicht gewichtet (*Bragg'sche Regel*) :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{\omega_1}{\rho_1} \left(\frac{dE}{dx} \right)_1 + \frac{\omega_2}{\rho_2} \left(\frac{dE}{dx} \right)_2 + \dots \quad (2.20)$$

mit der Dichte ρ_i und ω_i der Anteile des i-ten Elementes in der Verbindung :

$$\omega_i = \frac{a_i A_i}{A_m}$$

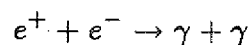
a_i : Anzahl der Atome pro Element im Molekül M

A_i : Atomgewicht des i-ten Elementes

A_m : $\sum a_i A_i$ Molekülgewicht

II.3.2.iii Annihilation

Positronen u. Elektronen können sich gegenseitig vernichten (*annihilieren*), falls sie aufeinandertreffen. Aus Energie- und Impulserhaltung ist die Vernichtung in ein einziges Photon nicht möglich. Die einfachste und bei weitem häufigste Reaktion ist die Vernichtung in zwei Photonen mit der Reaktionsgleichung :



Theoretische Grundlagen

Beide Photonen besitzen gemäß der Energie- und Impulserhaltung eine Energie von 511 keV und emittieren im Ruhesystem des Positrons unter 180° . Der totale Wirkungsquerschnitt für die Annihilation ist gegeben durch die Formel von Heitler [Hei54] :

$$\sigma = \frac{Z\pi r_e^2}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \left(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1} \right) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right] \quad (2.21)$$

- r_e : klassischer Elektronenradius
 Z : Kernladungszahl
 γ : $= E/m$ Energie des Positrons

Der Wirkungsquerschnitt ist klein und sinkt mit steigender Energie. Viele Positronen entkommen überhaupt der Annihilation im Fluge und werden erst in der Materie durch Bremsstrahlung und Ionisationsverluste bis praktisch zur Ruhe abgebremst, ehe sie annihilieren.

II.3.2.iv Vielfachstreuung

Neben den inelastischen Streuprozessen beim Durchgang geladener Teilchen durch Materie ist ebenfalls die elastische Coulombstreuung an den Atomkernen und den Hüllenelektronen mit einer geringen Wahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. Ohne Betrachtung von Spin- und Abschirmeffekten wird der Streuquerschnitt durch die bekannte *Rutherford-Streuformel* beschrieben :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z^2 Z^2 r_e^2 \frac{mc/\beta p}{4\sin^4(\Theta/2)} \quad (2.22)$$

- r_e : klassischer Elektronenradius
 z : Ladungszahl des gestreuten Teilchens
 Z : Kernladungszahl des Streuzentrums
 Θ : Winkel des gestreuten Teilchens zur Einfallsrichtung

Der Hauptbestandteil der Streuung besteht in der Ablenkung bei kleinen Winkeln, die durch die Abhängigkeit von $1/\sin^4(\Theta/2)$ deutlich hervorgehoben wird. Insgesamt addieren sich die kleinen Beiträge zu einer Nettostreuung auf.

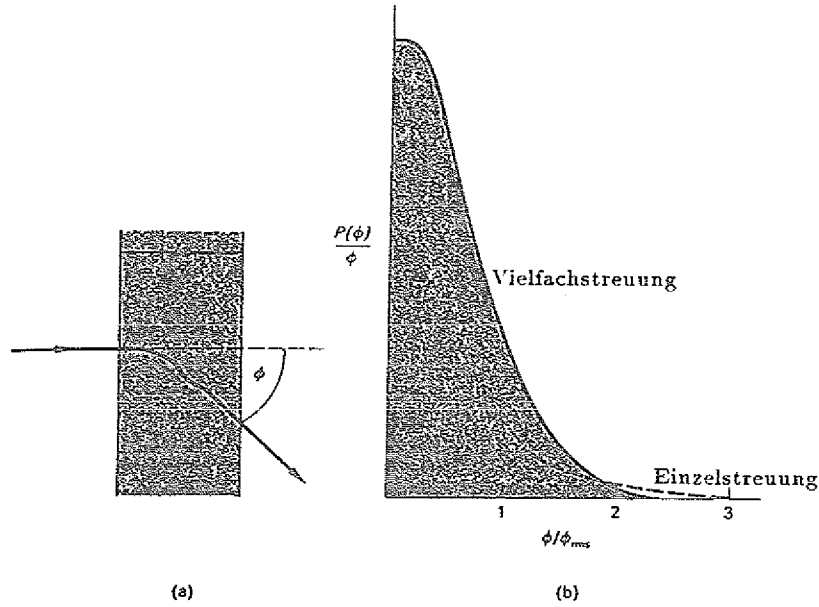


Abb. 2.4 : Winkelverteilung Φ [Per82]: a) Vielfachstreuung eines geladenen Teilchens beim Durchgang durch Materie der Dicke t . b) Schematische Darstellung der differentiellen Winkelverteilung $P(\Phi)d\Phi$, entspricht näherungsweise einer Gaußverteilung. Große Beiträge, gestrichelt eingezeichnet, stammen von Einzelstreuungen.

Für eine hinreichend große Zahl von unabhängigen Streuungen ($N > 20$) gilt der zentrale Grenzwertsatz, der besagt, daß die Winkelverteilung Θ einer Gaußverteilung mit dem Mittelwert 0 zustrebt :

$$P(\Theta)d\Omega = \frac{2\Theta}{\langle \Theta^2 \rangle} \exp\left(\frac{-\Theta^2}{\langle \Theta^2 \rangle}\right) d\Theta \quad (2.23)$$

Die Varianz der Gaußverteilung ist gegeben durch :

$$\sigma^2(\Theta_P) = \langle \Theta_P^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \Theta_S^2 \rangle, \quad (2.24)$$

wobei $\langle \Theta_S^2 \rangle$ der mittlere quadratische projizierte Ablenkswinkel ist. Für den projizierten mittleren Vielfachstreuwinkel Θ_P erhält man :

$$\langle \Theta_P^2 \rangle = \frac{1}{2} Z^2 \left(\frac{E_S}{p\beta c} \right)^2 \frac{x\rho}{X_0} \quad (2.25)$$

Abbildung 2.4 dient als ein schematisches Beispiel einer Winkelverteilung verursacht durch die Vielfachstreuung.

Für eine genaue Betrachtung ist zu beachten, daß die Streuwinkelverteilung nicht exakt einer Gaußverteilung entspricht, sondern leicht erhöhte Beiträge bei großen Winkeln besitzt, die von Einzelstreuprozessen herrühren.

II.3.3 Reichweite der Positronen

Die Reichweite der Positronen bis zur Annihilation ist durch die Vielfachstreuung, bei denen die Bewegungsrichtung stark verändert wird, nur eine unvollkommen meßbare Größe. Es werden daher die beiden Begriffe mittlere Reichweite $\bar{R}$ und praktische Reichweite R_p definiert. Die Abbildung 2.5 verdeutlicht den prinzipiellen Unterschied.

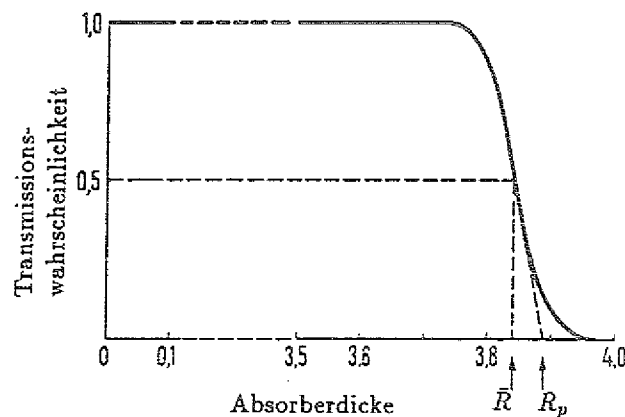


Abb. 2.5 : Definition der mittleren und praktischen Reichweite

Im Fall des β -Spektrums mit einer kontinuierlichen Energieverteilung der β -Teilchen ergibt sich empirisch bemerkenswerterweise eine exponentielle Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten μ :

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \quad (2.25)$$

- I : Intensität
- I_0 : Anfangsintensität
- μ : Absorptionskoeffizient
- x : Absorberdicke

Theoretische Grundlagen

Dieser einfache Zusammenhang gilt nur im Falle der erlaubten β -Zerfälle (s. Kapitel II.2) und ist kein allgemeines Charakteristikum. Der Massenabsorptionskoeffizient erweist sich hierbei als nahezu unabhängig vom Material, steht aber in einem direkten Zusammenhang zur Maximalenergie des β -Spektrums. Für den Zusammenhang zwischen Maximalenergie E_{max} des β -Spektrums und der Reichweite R_p fand Gubernator [Neu66] bei der Auswertung von Meßkurven für den Energiebereich von $0.01 \rightarrow 2.5 \text{ MeV}$ die empirische Beziehung :

$$R_p^- = 773 * E_{max}^{1.70} \quad (\text{für Elektronen})$$

$$R_p^+ = 759 * E_{max}^{1.72} \quad (\text{für Positronen})$$

In der Abbildung 2.6 ist die Beziehung zwischen der Reichweite der Elektronen und ihrer Anfangsenergie in Wasser (H_2O) aufgetragen [Neu66]. Da die Reichweite von Positronen etwas von denen der Elektronen abweicht, ist das Verhältnis R^+/R^- als Funktion der Energie in dem unteren Diagramm b) dargestellt. Oberhalb von 1 MeV sind die Abweichungen kleiner als 2%, während bei kleineren Energien der Unterschied bis auf 10% anwächst.

II.3.4 Wechselwirkung von Photonen

Bei der Wechselwirkung von Photonen im Energiebereich von $\sim \text{keV}$ bis $\sim \text{MeV}$ unterscheidet man die folgenden drei Prozesse :

- i) Photoelektrischer Effekt
- ii) Comptonstreuung (einschl. Thomson- und Rayleigh-Streuung)
- iii) Elektron-Positron Paarbildung

Vernachlässigt werden bei diesen Energien die Kernreaktionen.

Der Prozeß der Paarbildung bezeichnet den Vorgang des Übergangs eines Photons in ein Elektron-Positron-Paar. Dies kann jedoch nur bei einer Mindestenergie der Photonen aus Energie- und Impulserhaltungsgründen von zwei Elektronenruhemassen ($= 1.022 \text{ MeV}$) geschehen. Aus diesem Grunde tritt

Theoretische Grundlagen

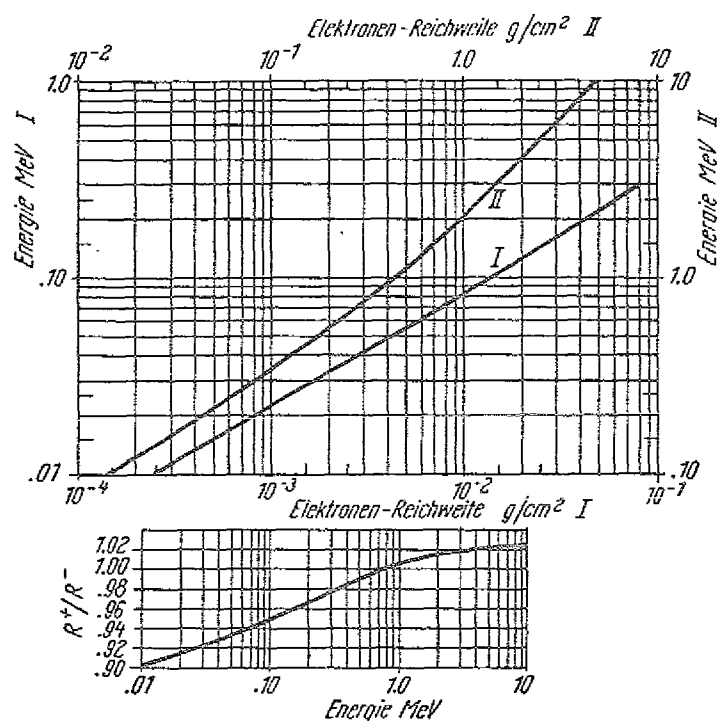


Abb. 2.6 : a) die Elektronen-Reichweite, multipliziert mit der Dichte des Absorbermaterials in g/cm^2 , gemessen in Wasser [Neu66]. b) Das Verhältnis der Reichweiten von Positronen R^+ und R^- , abhängig von der Energie.

dieser Prozeß bei den Photonen, die aus dem Annihilationsprozeß (s. Kapitel II.3.2.iv) stammen, nicht auf und wird deshalb nicht weiter berücksichtigt.

II.3.4.i Photoelektrischer Effekt

Als photoelektrischen Effekt, oder kurz *Photoeffekt*, bezeichnet man den Prozeß der Emission eines Elektrons aus der i -ten Schale der Elektronenhülle infolge der Absorption eines Photons. Die kinetische Energie der ausgestoßenen Elektronen E_e beträgt :

$$E_e = E_\gamma - E_B^i \quad (i=k,l,m,\dots)$$

mit der Energie des Photons $E_\gamma = h\nu$ und E_B^i der Bindungsenergie des Elektrons auf der i -ten Schale. Aus Gründen der Energie- und Impulserhaltung kann dieser Prozeß nicht am freien Elektron stattfinden,

Theoretische Grundlagen

da das Restatom einen Teil des Impulsübertrages übernehmen muß. Dies erklärt auch die charakteristischen Merkmale des Photoeffekts. Es treten starke Maxima im Wirkungsquerschnitt $\sigma_{Ph}(E_\gamma = E_B^i)$ auf, sogenannte Absorptionskanten. In der Nähe dieser Absorptionskanten ist die Berechnung recht kompliziert, jedoch dominiert der Effekt an der k-Schale mit etwa 80% des Gesamtwirkungsquerschnitts für $E_\gamma > E_B^{(k)}$.

Die Methoden der Quantenelektrodynamik gestatten eine ausreichend genaue Berechnung des Effektes. Für kleine Energien $E_\gamma > E_B^{(k)}$ kann der Wirkungsquerschnitt σ_{Ph} mit der Born'schen Näherung berechnet werden zu

$$\sigma_{Ph}^{(k)} = 4\sqrt{2}\alpha^4\sigma_0 \frac{Z^5}{(E_\gamma/m_e c^2)^{7/2}} \quad (2.26)$$

- α : Feinstrukturkonstante ($= 1/137$)
- σ_0 : Thomson Wirkungsquerschnitt des Elektrons ($= \frac{8}{3}\pi r_e^2$)
- Z : Kernladungszahl
- E_γ : Photonenergie
- $m_e c^2$: Ruheenergie des Elektrons

Die Abhängigkeit des Photoeffektes von der Kernladungszahl Z mit der 5-ten Potenz bevorzugt die Absorption von Photonen durch Materialien mit einer hohen Kernladungszahl. Diese Eigenschaft spielt beim Bau von γ -Strahlungs-Nachweisgeräten eine entscheidende Rolle. Der Photoeffekt bildet den größten Anteil am Gesamtwirkungsquerschnitt bei der Absorption von Photonen niedriger Energie (siehe Abb 2.8).

II.3.4.ii Compton-Streuung

Bei der Compton-Streuung von Photonen handelt es sich um einen Streuprozess, bei dem nur ein Teil der Photonenergie an das Elektron übertragen wird. Das Photon und das Elektron ändern ihre Richtung und Energie. Abbildung 2.7 zeigt die Kinematik der quasielastischen Streuung eines Photons mit einem freien Elektron, da bei genügend hoher Photonenergie die Bindungsenergie des

Elektrons vernachlässigt werden kann. Die gesamte Kinematik des Prozesses läßt sich aus dem Energieerhaltungssatz

$$E_\gamma = E_{\gamma'} + E_e$$

und dem Impulserhaltungssatz herleiten. Für die Energie der gestreuten Photonen $E_{\gamma'}$ und Rückstoßelektronen E_e folgt aus den obigen Gleichungen :

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \delta)} \quad (2.27)$$

bzw.

$$E_e = \frac{E_\gamma (1 - \cos \delta)}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \delta)} \quad (2.28)$$

Die Größe der Energieübertragung von Photon und Elektron ist richtungsabhängig. Das Maximum der Rückstoßenergie E_{max} liegt bei

$$E_{max} = E_\gamma \left(\frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \right) \quad (2.31)$$

E_γ : Photonenergie

γ : $E_\gamma / m_e c^2$ Energieanteil der Photonen

und wird *Compton-Kante* genannt.

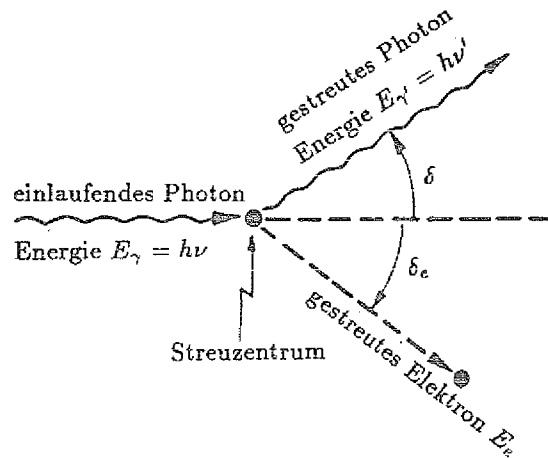


Abb. 2.7 : Kinematik der Compton-Streuung

Der Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung wurde von Klein u. Nishina [Kle29] als erste mit der Theorie der Quantenelektrodynamik berechnet und ist bekannt als die *Klein-Nishina Formel*.

Theoretische Grundlagen

Mit der Integration über alle Raumwinkel $d\Omega$ ergibt diese den totalen Wirkungsquerschnitt für ein Elektron :

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\gamma}{\gamma^2} \left[\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1+2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1+2\gamma) - \frac{1+3\gamma}{1+2\gamma)^2} \right\} \quad (2.29)$$

Eine weitere Formel, die für die Nachweisgeräte von Photonen oft benutzt wird, ist die Energieverteilung des Compton-Rückstoßelektrons. Aus der Klein-Nishina Formel ergibt sich hierfür :

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{\pi r_e^2}{m_e c^2 \gamma^2} \left[2 + \frac{s^2}{\gamma^2(1-s)^2} + \frac{s}{1-s} \left(s - \frac{2}{\gamma} \right) \right] \quad (2.30)$$

mit $s = E/h\nu$ der Energieanteil des Elektrons an der einfliegenden Photonenergie.

Sinkt die Photonenergie unter die Bindungsenergie der Elektronen $E_\gamma < E_B^{(i)}$, so findet die klassische Thomson-Streuung statt. Unter Einwirkung der einfallenden elektromagnetischen Welle geraten die gebundenen Elektronen in Resonanzschwingung und entsenden ihrerseits eine elektromagnetische Strahlung gleicher Frequenz aus. Es wird keine Energie an das Elektron übertragen und der Streuquerschnitt ist unabhängig von der Energie der einfallenden Photonen

$$\sigma_{Ph} = \sigma_0 = \frac{8}{3} \pi r_e^2 \quad . \quad (2.32)$$

Die Rayleigh-Streuung, eine Dipolstreuung, bezeichnet hingegen die Streuung am gesamten Atom mit dem Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{Ray} = \sigma_0 \frac{\nu^4}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2} \quad . \quad (2.33)$$

Die Anteile der Wirkungsquerschnitte sind in der Abbildung 2.8 zu erkennen.

II.3.5 Photonabsorption

Für die Absorption von Photonen existiert der Begriff der Reichweite nicht. Hier betrachtet man die Intensitätsabnahme, die definiert ist durch

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\mu x) \quad , \quad (2.36)$$

Theoretische Grundlagen

mit I_0 der Anfangsintensität und I der Intensität des Strahls nach Durchlaufen der Schichtdicke x des Materials mit dem totalen Absorptionskoeffizienten $\mu([m^{-1}])$. Dieser Koeffizient setzt sich zusammen aus dem Produkt von Atomkonzentration $N_V[m^{-3}]$ und dem effektiven Absorptionsquerschnitt :

$$\mu = N\sigma = \left(\frac{N_a\rho}{A}\right)\sigma \quad (2.37)$$

N_a : Avogradrosche Zahl
 ρ : Dichte des Materials
 A : Molekulargewicht

Der effektive Wirkungsquerschnitt im Material berechnet sich aus der Summe aller Prozesse :

$$\sigma = \sigma_{Ph.} + \sigma_{Coul.} + \sigma_{Paar} \quad (2.38)$$

Für Moleküle und Verbindungen wird der totale Absorptionskoeffizient, wie im Abschnitt II.3.2.ii bereits beschrieben, nach der Braggschen Regel berechnet.

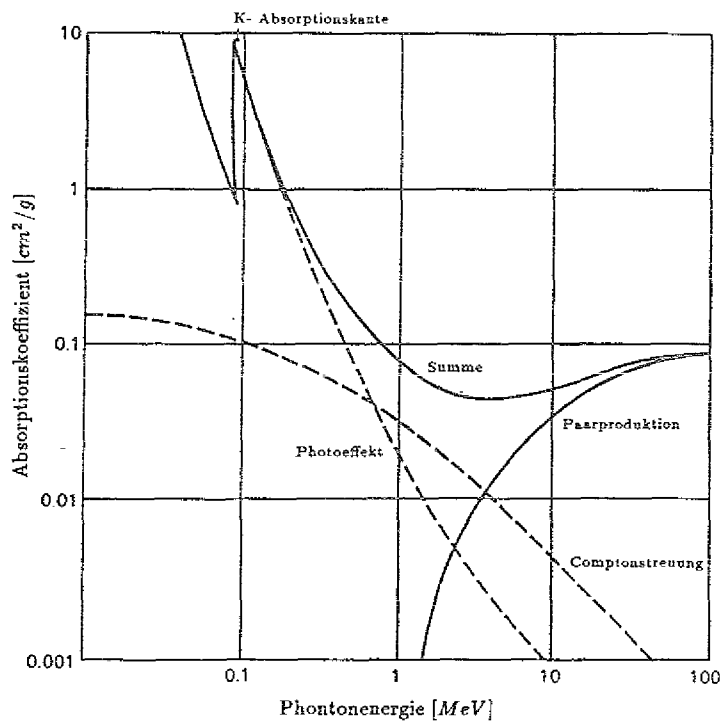


Abb. 2.8 : Massenabsorptionskoeffizient in cm^2/g der Photonen als Funktion der Energie in Blei [Per82]

Theoretische Grundlagen

Der totale Massenabsorptionskoeffizient (s. Abb.2.8) μ'

$$\mu' = \frac{\mu}{\rho} \quad , \quad (2.39)$$

ist mit den jeweiligen Anteilen der oben beschriebenen Prozesse für Blei in Abhängigkeit von der Photonenergie eingezeichnet [Per82]. Bei einer Photonenergie $E_\gamma < 0.5 \text{ MeV}$ überwiegt die Absorption durch den Photoeffekt. Im Bereich von $0.5 \text{ MeV} < E_\gamma < 5 \text{ MeV}$ bildet die Compton-Streuung den Hauptbeitrag zur Energieminderung und bei höheren Energien findet fast ausschließlich Paarbildung statt.

Je nach Material unterscheiden sich die Bereiche etwas, jedoch das primäre Erscheinungsbild des Absorptionsspektrums bleibt gleich.

III. Die Positronen-Emissions-Tomographie

Die Benutzung von Positronenstrahlern in der medizinischen Bildverarbeitung ist zuerst von Wrenn et al. [Wre51] und Sweet [Swe51] vorgeschlagen worden. Der erste erfolgreiche Aufbau eines Positronenscanners wurde von Brownell und Sweet [Bro53] im Jahre 1953 durchgeführt. 1958 schlug Anger [Ang58,Ang59] eine Positronenkamera mit zwei Gamma-Kameraköpfen in Koinzidenzschaltung vor und erwähnte deren tomographischen Eigenschaften; der erste Positronen-Emissions-Tomograph wurde gebaut.

Eine kurze Einführung in die medizinische Diagnostik schildert die heutige Bedeutung eines PET im Gegensatz zu den herkömmlichen Methoden in der Nuklearmedizin und anderer bildgebender Verfahren. Basierend auf dem Verständnis des Meßprinzips wird im folgenden Abschnitt auf die spezifischen Eigenschaften möglicher Nachweisgeräte für die niederenergetischen γ -Strahlen eingegangen. Es folgen die technischen Spezifikationen des PET, der im Institut für Medizin des Forschungszentrums Jülich von der Firma Scanditronix unter der Bezeichnung *PC4096 - 15WB* aufgestellt wurde.

In dem Abschnitt zur Datennahme wird zu Beginn die Datenerfassung und deren Speicherung in geeignete Strukturen geschildert. Bevor die bildliche Darstellung der Aktivitätskonzentrationsverteilung rekonstruiert werden kann, sind Korrekturen der Originaldaten erforderlich, auf die im weiteren Verlauf des Abschnitts eingegangen wird.

Den Abschluß bildet die Beschreibung der Verwirklichung eines Monte-Carlo Verfahrens zur Simulation des Tomographen und der Generierung der Ereignisse.

III.1. Medizinische Intention einer PET-Untersuchung

Eine grundlegende Annahme der Medizin besagt, daß alle biologischen Vorgänge das Ergebnis biochemischer Reaktionen sind und krankhafte Veränderungen insbesondere auf Störungen der biochemischen Abläufe zurückgehen. Das besondere Ziel der nuklearmedizinischen Diagnostik und speziell auch der PET ist es, die biochemischen Störungen bei einer Erkrankung zu finden und in einem möglichst frühen Stadium der Erkrankung sichtbar zu machen.

In der medizinischen Diagnostik werden verschiedene bildgebende Verfahren eingesetzt. So liefert die Röntgen-Computertomographie (kurz "CT"), Ultraschall- und Kernspintomographie (kurz "NMR", für *Nuclear Magnetic Resonance*) im wesentlichen Bilder von Gewebestrukturen. Dagegen können mit der Emissions-Computertomographie, indem radioaktiv markierte Substanzen einem Patienten verabreicht werden, Stoffwechselvorgänge beobachtet werden. Die Emissions-Computertomographie umfaßt die Einzel-Photonen-Emissions-Computertomographie (kurz "SPECT", von *Single Photon Emission Computed Tomography*) und die Positronen-Emissions-Tomographie (kurz "PET"). Beide Verfahren beruhen auf der Registrierung von γ -Quanten, bei SPECT durch Verwendung von radioaktiven Isotopen, die ausschließlich γ -Quanten emittieren und bei PET von Positronen emittierenden Substanzen, die, wie im vorherigen Kapitel II dargestellt, nach einer relativ geringen Reichweite von 2 – 5mm im Gewebe in zwei γ -Quanten zerstrahlen. Die γ -Quanten durchdringen das Gewebe und werden schließlich mit geeigneten Nachweisgeräten registriert. Aus den Meßdaten wird die räumliche Verteilung der Radioaktivität innerhalb der gewünschten Querschnitte rekonstruiert. Meist werden Farbdarstellungen benutzt, um die verschiedenen Strahlungsintensitäten der Raumpunkte wiederzugeben. Im Gegensatz hierzu wird bei den in der Röntgendiagnostik verwendeten Verfahren der Transmissions-Computertomographie die Schwächung der Röntgenstrahlen nach Durchgang durch das Objekt gemessen. Die Abbildungseigenschaften der CT sind besser als die der Emissionstomographie, weil zum Durchstrahlen des Objekts ein Röntgenstrahl mit konstanter Intensität und hoher Bündelung benutzt wird. Bei der Emissionstomographie stammen

die gemessenen Intensitätsprofile von verschiedenen Emissionsorten, so daß es zu einer richtungsabhängigen Schwächung der Strahlung kommt. Hier besteht auch der große Vorteil der PET im Vergleich zu SPECT. Da die Korrekturfaktoren für die Abschwächung der Vernichtungsphotonen wegen der 180° Richtungskorrelation sehr exakt bestimmt werden können, ist eine absolute Quantifizierung möglich. Dies wird im Detail in einem späteren Abschnitt beschrieben. Die herkömmlichen Methoden der planaren Szintigraphie in der Nuklearmedizin liefern überlagerte Bilder der Strahlungsmuster, denn sie projizieren räumliche Strukturen in ein zweidimensionales Bild.

Anhand einer dynamischen Sequenz, bei der die Aufnahmen in zeitlichen Abständen wiederholt werden, können biochemische Abläufe im lebenden Organismus verfolgt werden, die Informationen über Stoffwechselprozesse liefern. Die kinetischen Vorgänge sind im Einzelfall sehr kompliziert. Man versucht diese komplexen Vorgänge vereinfacht in einer mathematischen Modellrechnung zu erfassen, der sogenannten *Kompartiment-Analyse*.

Im Gegensatz zu anderen nuklearmedizinischen Methoden bleiben bei der PET die biochemischen Eigenschaften der Substrate erhalten, so daß ihr natürlicher Stoffwechselweg verfolgt werden kann. So wird für Kohlenstoff das Radioisotop ^{11}C , für Sauerstoff ^{15}O und für Stickstoff ^{13}N benutzt. Desweiteren können die Wasserstoffatome oder *OH*-Gruppen durch ^{18}F substituiert werden. Mit diesen Radioisotopen ist ein Großteil der Stoffwechselsubstrate markierbar.

Ein Beispiel des Einsatzes von PET in der Diagnostik demonstriert der Glukoseverbrauch des Gehirns. Da die für die Aktivität der Nervenzellen des Gehirns benötigte Energie fast vollständig durch die Oxidation von Glukose gewonnen wird, ist die von Reivich [Rei77] und Phelps [Phe79] nach grundlegenden Arbeiten von Sokoloff [Sok76] eingeführte Messung des Glukoseverbrauchs im Gehirn mit Hilfe der ^{18}F -Fluorodeoxyglukose (*FDG*) zu der am meisten eingesetzten PET-Untersuchungsmethode geworden. *FDG* ist ein Glukoseanalogon, das nach der ersten Reaktion in der Stoffwechselkette am Reaktionsort verbleibt und nicht weiter abgebaut wird. Die im Gewebe aufgenommene Menge *FDG* ist ein Maß für den Glukoseverbrauch. Die

Die Positronen-Emissions-Tomographie

Aktivität der Nervenzellen des Gehirns vollzieht sich überwiegend in der grauen Substanz der Hirnrinde und in den Basalganglien, die einen entsprechend höheren Glukoseverbrauch als andere Gebiete aufweisen, in denen sich hauptsächlich Nervenbahnen befinden. Aus diesem Zusammenhang können durch die PET-Messung aktive Zentren des Gehirns bildlich dargestellt werden (s. Abb 3.1).

Bei vielen klinischen Fragestellungen wird jedoch mehr nach Gebieten mit einem verringerten Glukoseverbrauch und damit einer Funktionseinschränkung gesucht. So liefert PET bei Durchblutungsstörungen (mögliche Infarkte) Informationen über Stoffwechselbeeinträchtigungen als Ergänzung zu der Strukturanalyse mit CT und NMR.

Tabelle 3.1 : *Energiedosis in mGy bei verschiedenen PET-Untersuchungen [Wie89]*

Studie verabreichte Aktivität	$^{18}\text{F} - \text{FDG}$ [mGy] 185 MBq	C^{15}O [mGy] 37 MBq=l für 20 Minuten	C^{15}O_2 [mGy]	$^{15}\text{O}_2$ [mGy]
Hirn	4.00	0.30	2.30	1.40
Herz	8.00	2.90	2.60	2.20
Leber	3.75	1.80	2.20	1.60
Milz	8.00	5.20	2.30	3.20
Nieren	4.25	2.60	2.30	1.90
Lunge	3.90	9.30	3.80	12.00
Ganzkörper	1.95	1.10	1.30	1.00

Jede Anwendung von Radioisotopen ist mit einer im Grunde unerwünschten Strahlenbelastung verbunden. Die Strahlenbelastung ist abhängig von den physikalischen Eigenschaften des Radionuklids (emittierte Strahlungsart, physikalische Halbwertszeit) und dem biologischen Verhalten im Organismus (biologische Halbwertszeit). Meistens werden Radionuklide verwendet mit kurzer physikalischer Halbwertszeit und reiner Positronen-Emission.

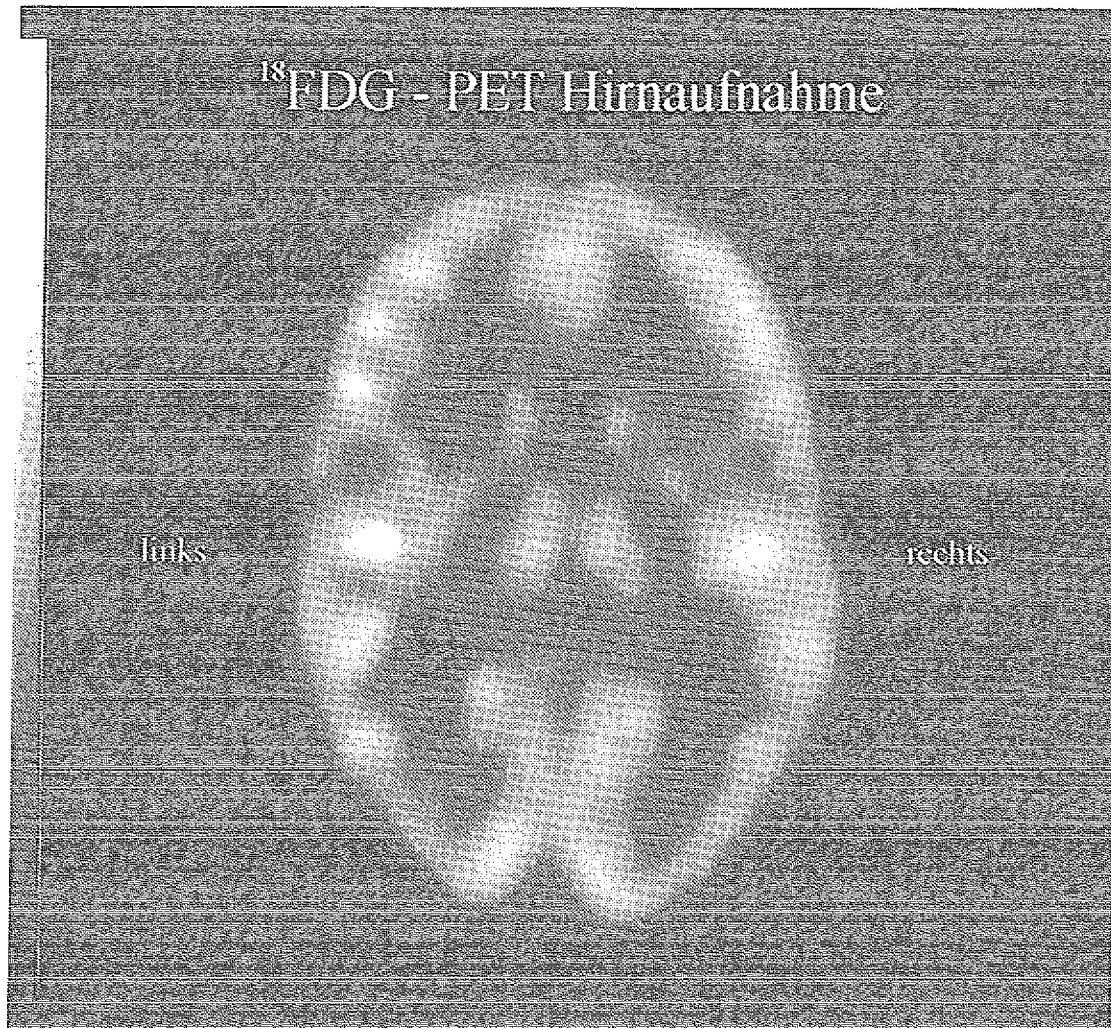


Abb. 3.1 : Darstellung des Glukoseverbrauchs mit ^{18}F -Fluorodeoxyglukose bei einer Normalperson an einer transversalen Schicht des Gehirns. Die Grauwertskala reicht von dunkel- bis hellgrau, entsprechend der Aktivitätskonzentrationen von niedrigen zu hohen Anteilen.

Die Tabelle 3.1 [Wie89] gibt Aufschluß über die Strahlenbelastung einzelner Organe des Patienten bei verschiedenen PET-Untersuchungen. Die Angaben der absorbierten Strahlendosis, *Energiedosis* genannt, verursacht durch direkt oder indirekt ionisierende Strahlung, entspricht der Energie, welche dem

Gewebe übertragen wird. Mit der Maßeinheit *Gray* (frühere Angaben erfolgten in Rad : $1[\text{Gy}] = 100[\text{Rad}]$) ist die Energieabsorption von 1Joule/kg verbunden. Während bei der Messung des Glukoseverbrauchs mit $^{18}\text{F}-\text{FDG}$ eine einmalige Injektion einer Aktivität von 185MBq verabreicht worden ist, ist in den ^{15}O -Tabellen [Big83] eine konstante Inhalation von radioaktivem Gas über jeweils 20min mit einer Rate von 37MBq zugrunde gelegt worden. Die höchsten Energiedosen erleiden die Ausscheidungsorgane, bei gasförmigen Radionukliden ist dies die Lunge, bei flüssigen die Niere und Blase. Die Ganzkörperdosen sind wesentlich niedriger. Bei einer CT-Untersuchung betragen die Energiedosen zum Vergleich $10 - 50[\text{mGy}]$.

III.2. Der Tomograph

III.2.1 Prinzip der Positronen-Emissions-Tomographie

Das Grundprinzip eines Positronen-Emissions-Tomographen liegt in der Koinzidenzmessung der γ -Quanten aus der Positronen-Annihilation. Bei der Koinzidenzmessung werden nur dann Ereignisse zugelassen, wenn innerhalb eines kleinen Zeitfensters von einigen Nanosekunden zwei Ereignisse in verschiedenen Nachweisgeräten registriert wurden.

Die im PET verwendeten Radionuklide dienen zur Markierung einer chemischen Verbindung, die an dem interessierenden Stoffwechselprozeß beteiligt ist. Beim Zerfall sendet dieses Isotop ein Positron aus, das aufgrund seiner niedrigen Energie von $\sim \text{MeV}$ (s. Tabelle 2.1) sehr schnell durch Ionisationsprozeße, die im theoretischen Abschnitt II.3.2.i beschrieben wurden, bis fast zur Ruhe abgebremst wird und damit eine kinetische Energie von wenigen eV besitzt. Anschließend rekombiniert es sofort mit einem Elektron und beide Teilchen zerstrahlen in zwei γ -Quanten. Da die γ -Quanten gleichzeitig erzeugt werden und aus Impuls- und Energieerhaltung in fast genau entgegengesetzter Richtung fliegen, kann man den Entstehungsort mit

Die Positronen-Emissions-Tomographie

geeigneten Nachweisgeräten bestimmen, die in Koinzidenz geschaltet sind. Die Verbindungsgerade zwischen den beiden Nachweisgeräten legt eine Linie fest, auf der die γ -Quanten in dem untersuchten Gewebe entstanden sind.

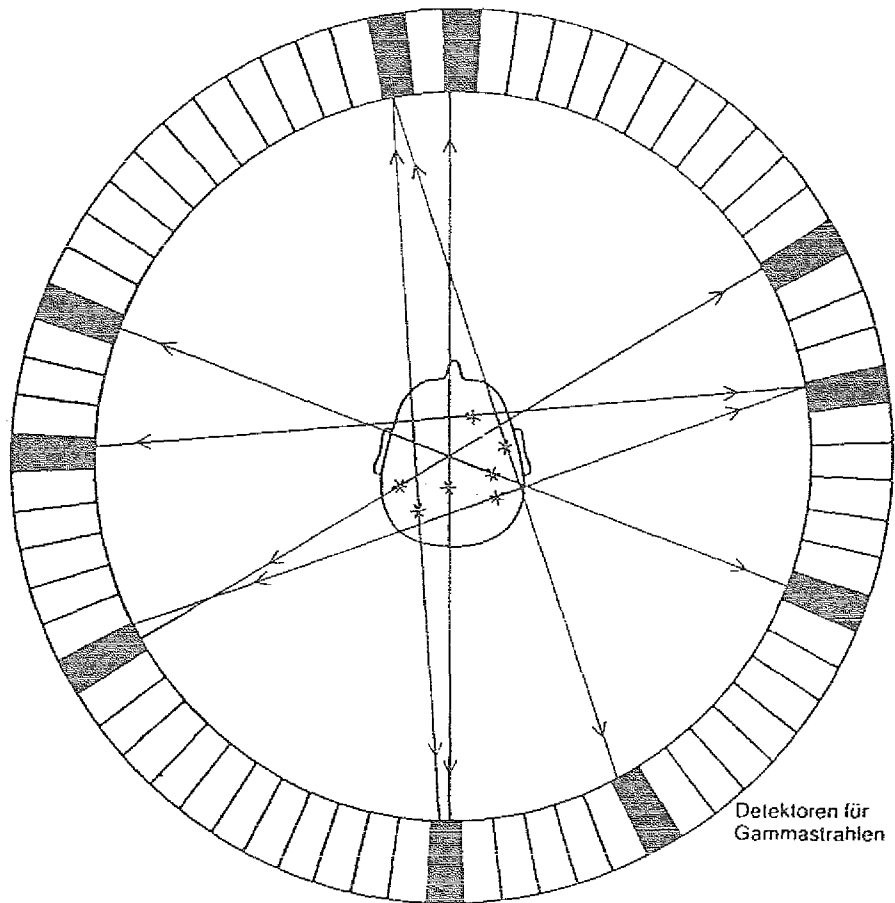


Abb. 3.2 : Meßprinzip des Positronen-Emissions-Tomographen

In den meisten Tomographen sind die Nachweisgeräte ringförmig um den Patienten angeordnet. In Abbildung 3.2 ist das Meßprinzip für eine ringförmige Anordnung der Nachweisgeräte dargestellt. Gewöhnlich werden mehrere Ringsysteme zusammengefaßt, damit ausgedehntere Objekte, wie z.B. das Gehirn, gleichzeitig in mehreren Schichtebenen in einem Meßablauf erfaßt werden können.

III.2.2 Der Aufbau

Nach der ersten Entwicklung eines Positronen-Emissions-Tomographen von Anger [Ang59], der aus zwei gegenüberliegenden in Koinzidenz geschalteten Nachweisgeräten bestand, wurden die Lösungen immer komplexer. So variierten die Geräte von der Rotation zweier gegenüberliegender in Blöcken zusammengefaßte Nachweisgeräte [Bro73] bis hin zu einer planaren Anordnung von Einzelringen der Nachweisgeräte (Robertson et al. [Rob73]; Phelps et al. [Phe75]; Hoffman et al. [Hof76]). Doch erst in der Mitte der 70er Jahre wuchs das Interesse an PET durch Fortschritte in der Rechnerumgebung für Schichtbildaufnahmen und der ersten erfolgreichen Synthetisierung der Substanz ^{18}F - *deoxyglucose* (Ido et al [Ido78]; Reivich et al [Rei77]) deutlich. In den letzten Jahren ist die Qualität des PET in der Bilddarstellung und der Sensitivität durch den Einsatz verbesserter ortsauflösender Nachweisgeräte und der Elektronik noch deutlich gestiegen.

Der ideale Tomograph für PET sollte folgende Bedingungen erfüllen :

- eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für 511keV Photonen
- die Abdeckung eines großen Raumwinkelbereichs
- eine gute Ortsauflösung
- eine kurze Zeitauflösung und gute Energieauflösung

Eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit reduziert zum einen die Strahlenbelastung der Patienten und ermöglicht zum anderen Messungen von dynamischen Sequenzen in Sekundenabständen mit einer ausreichenden Statistik. Hierzu dient ebenfalls die Registrierung der Photonen über einen großen Raumwinkelbereich. Die damit verbundene dreidimensionale Aufnahmetechnik wird in Kapitel 5 beschrieben. Eine gute Energie- und Zeitauflösung ist wesentlich, um gestreute Photonen zu eliminieren und um zufällige Ereignisse zu reduzieren. Die Ortsauflösung ist infolge der endlichen Reichweite der Positronen bereits limitiert, da nur der Vernichtungsort der beiden Photonen und nicht der eigentlich interessierende Entstehungsort gemessen werden kann. Hinzu kommt

noch die Abweichung von der 180° Linie, da das Positron bei seiner Vernichtung noch einen kleinen Impuls besitzt, den es auf die γ -Quanten weitergibt. Die Unschärfe beträgt ca. 0.3° . Für eine möglichst genaue Lokalisierung der Aktivitätskonzentration wird daher eine Ortsauflösung von 2mm oder besser angestrebt.

Der Nachweis der 511keV Photonen im PET geschieht meistens mit Szintillationskristallen. Die Photonen treten durch den Photoeffekt und die Compton-Streuung mit den Kristallatomen in Wechselwirkung und übertragen dabei ihre Energie ganz oder teilweise auf die Elektronen. Ein Teil der erzeugten Photonen, das Szintillationslicht, gelangt über Lichtleiter, die in einem möglichst engen optischen Kontakt mit den Kristallen verbunden sind, zu Photokathoden. An der Photokathode erzeugen die Lichtquanten über den Photoeffekt Elektronen. Diese werden durch einen nachgeschalteten Sekundärelektronen-Vervielfacher beschleunigt, lösen ihrerseits lawinenartig weitere Elektronen aus und werden zum Abschluß in ein elektrisches Spannungssignal umgeformt. Die Höhe des elektrischen Impulses am Ausgang des Sekundärelektronen-Vervielfachers ist proportional dem Energieverlust der Photonen ($-dE/dx$) beim Durchgang durch den Szintillatorkristall. Die elektrischen Signale werden anschließend in Normimpulse verwandelt, wenn die Spannungsamplituden einen Schwellwert überschritten haben. Diese Normimpulse werden an eine entsprechende Koinzidenzschaltung weitergeleitet, in der die weitere Datenaufnahme festgelegt ist.

Die in der ersten Phase verwendeten $NaJ(Tl)$ -Szintillationskristalle sind heute durchweg von BGO -Kristallen (Wismuthgermanat : $Bi_4Ge_3O_{12}$) abgelöst worden, vor allem wegen der höheren Nachweiswahrscheinlichkeit. Die physikalischen Eigenschaften der in der PET verwendeten Kristalle sind in der Tabelle 3.2 zusammengefaßt.

BaF_2 (Bariumfluorid)-Kristalle bieten wegen ihrer guten Zeitauflösung - dies wird bestimmt durch die Abklingzeit des Schauers in dem Szintillatormaterial - unterhalb von $1/2$ Nanosekunde, die Möglichkeit "Flugzeitmessungen" mit in die Datenaufnahme einzubeziehen. Dies hat den Vorteil den

Tabelle 3.2 : Eigenschaften der Szintillationskristalle [Sca85],[Eri86]

Material	$NaJ(Tl)$	BGO $Bi_4Ge_3O_{12}$	BaF_2^*	GSO $Ce : Gd_2SiO_5$
Dichte (g/cm^3)	3.67	7.13	4.89	6.71
Szintillations- Abklingzeit (nsec)	230	300	0.8/620	60
Lichtausbeute (Photonen=MeV)	40000	4800	2000/6500	8000
Wellenlänge der max. Lichtemission (nm)	410	480	225/310	430
Brechungsindex	1.78	2.15	1.57/1.55	1.9
Energieauflösung bei 511keV (% FWHM)	8	11	13	9
Zeitauflösung (nsec; FWHM)	1-5	2-10	≤ 0.5	nn
Abschwächungskoeffizient bei 511keV (cm^{-1})	0.34	0.92	0.47	nn
Hygroskopisch	ja	nein	sehr gering	nein

(* Bariumfluorid setzt sich aus zwei Emissionskomponenten zusammen, einer "schnellen" und einer "langsamen" Komponente. Die erste Zahlenangabe bezieht sich auf die schnelle Komponente. Die langsame Komponente kann durch eine elektronische Schaltung unterdrückt werden.)

Vernichtungsort der Positronen nicht nur auf das Volumenelement zwischen den Nachweiskristallen zu beschränken, sondern ebenfalls noch im Bereich von ca. 5cm innerhalb dieses Volumenelementes eine Ortseinschränkung durchzuführen [Jor81]. Dieser durchaus wertvollen zusätzlichen Information zur Unterdrückung des Untergrundes für die spätere Bildverarbeitung stehen jedoch die Nachteile der geringeren Lichtausbeute des Kristalls gegenüber; die geringere Dichte des Kristalls setzt den Wirkungsquerschnitt für 511keV Photonen herab und die kurze Wellenlänge des Emissionslichtes im Kristall wird eher absorbiert.

Ein exzellenter Kristall mit kurzen Abklingzeiten und guter Lichtausbeute ist Germaniumsiliziumoxid (GSO). Unglücklicherweise ist der Preis sehr hoch, so daß der kommerzielle Einsatz derzeit nicht in Frage kommt.

Die derzeit besten Selektionskriterien bietet der BGO-Kristall. Die hohe Dichte führt zu sehr kleinen Kristallen, wodurch eine hohe Ortsauflösung

erreicht werden kann, ohne an Sensitivität zu verlieren. Die erreichbare Ortsauflösung wird zur Zeit durch die Dimensionen der Sekundärelektronen-Vervielfacher beschränkt, die nicht genügend verkleinert werden können.

Neben der Verwendung von Szintillationkristallen besteht noch eine weitere interessante Möglichkeit zur Registrierung der Photonen. Sie liegt in der Benutzung von großflächigen, ortsaufösenden mit einem Gasgemisch gefüllten Nachweisgeräten, den Proportionaldraht-Kammern (kurz *MWPC*, von "Multi Wire Proportional Chamber"). Diese Nachweisgeräte stammen aus den Laboratorien der Hochenergiephysik. Eine ausführliche Beschreibung des Meßprinzips und der technischen Einzelheiten ist von Sauli in einem "Cern"-Bericht [Sau77] niedergelegt worden. Ein elektrisches Hochspannungsfeld zwischen parallel angeordneten Anodendrahten und der umgebenden Wandung als Kathode dient zur Verstärkung der durch die Photonen ausgelösten Elektronen und ionisierten Atomen im Gasgemisch. Diese lösen nach ihrer Wanderung zu den entsprechenden Polen einen Spannungsimpuls aus.

Die Proportionaldraht-Kammern besitzen eine sehr gute räumliche Auflösung : einige hundert μm entlang der Richtung der Anode während in den anderen Richtungen der Abstand der Anoden von $\simeq 2\text{mm}$ der begrenzende Faktor ist. Weiterhin können diese Nachweisgeräte großflächig hergestellt werden, mit denen ein großer Raumwinkelbereich abgedeckt werden könnte. Jedoch besteht bei dieser Art von Nachweisgeräten die Schwierigkeit darin, daß die Photonen aufgrund der geringen Dichte der verwendeten Gase nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit wechselwirken. So liegt z.B. die Nachweiswahrscheinlichkeit zur Registrierung der vollständigen Energie von 511keV Photonen in 1cm des Gases Xenon unter dem Druck von 10 Atmosphären noch unter 1%. Daher sind Materialien mit großer Dichte als vorgeschaltete Photon-Elektron Umwandler notwendig. Eine Gruppe um A.Del Guerra [Gue83,Gue85] versucht auf diese Art, einen hochauflösenden Tomographen mit einer großen Nachweiswahrscheinlichkeit zu erstellen.

Im Forschungszentrum Jülich ist ein Ganzkörper-PET der Firma *Scanditronix* installiert. Er trägt die Bezeichnung *PC4096-15WB* und ist derzeit

einer der führenden Entwicklungen auf dem kommerziellen Markt. Da die Studien in der vorliegenden Arbeit sich vorwiegend mit dieser Konzeption eines Tomographen beschäftigen, werden hier die technischen Spezifikationen des Apparates kurz angegeben. Eine Auflistung der technischen Daten existiert in einem internen Firmenbericht [Sca85] und wird im wesentlichen in den Veröffentlichungen über die Eigenschaften der Kamera von S.Holte et al. [Hol88] und E.Rota Kops [Rot90] vorgestellt.

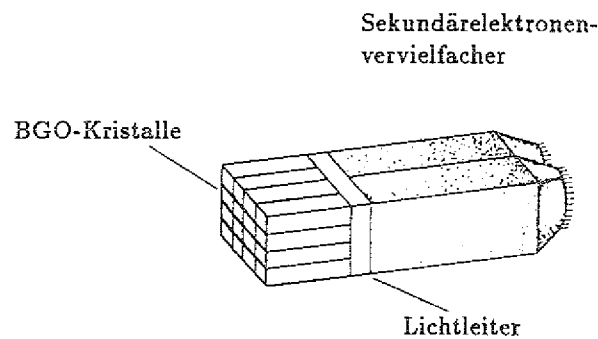


Abb. 3.3 : Konfiguration eines Detektormoduls bestehend aus 4×4 BGO-Kristallen gekoppelt an zwei Sekundärelektronen-Vervielfacher

Der PET *PC4096-15WB* basiert auf 4096 BGO-Szintillationskristallen, die in 8 Ringen zu je 512 Kristallen angeordnet sind. Der Ring hat einen Durchmesser von 1010mm und erlaubt somit auch die Durchführung von Schichtaufnahmen am ganzen Körper. Zwei Sekundärelektronen-Vervielfacher mit je zwei Photokathoden sind über Lichtleiter mit 16 Einzelkristallen zu einer 4×4 -Blockeinheit verbunden. Die Lichtleiter sind so geformt, daß das Szintillationslicht der äußeren Kristalle nur die ihnen nächst gelegenen Photokathoden erreicht, während das Licht der inneren Kristalle auch in die benachbarten Photokathoden einfällt. Durch diese Anordnung ist die Identifikation des szintillierenden Kristalls nach dem Prinzip der Anger-Kamera [Mur82] für jede Dimension separat möglich (siehe hierzu auch die Abbildung 3.4). Die charakteristischen Eigenschaften des Kristallblocks sind beschrieben in der Arbeit von L.Eriksson [Eri86]. Die Kristallgröße, und damit eine verbesserte

Die Positronen-Emissions-Tomographie

räumliche Auflösung, konnte durch eine solche Anordnung mit einer Dimension von $6 \times 12 \times 30 \text{ mm}^3$ viel kleiner als der Sekundärelektronen-Vervielfacher gehalten werden. Die Abbildung 3.3 zeigt eine solche komplette Einheit. Die Tabelle 3.3 beinhaltet die wichtigsten Größen.

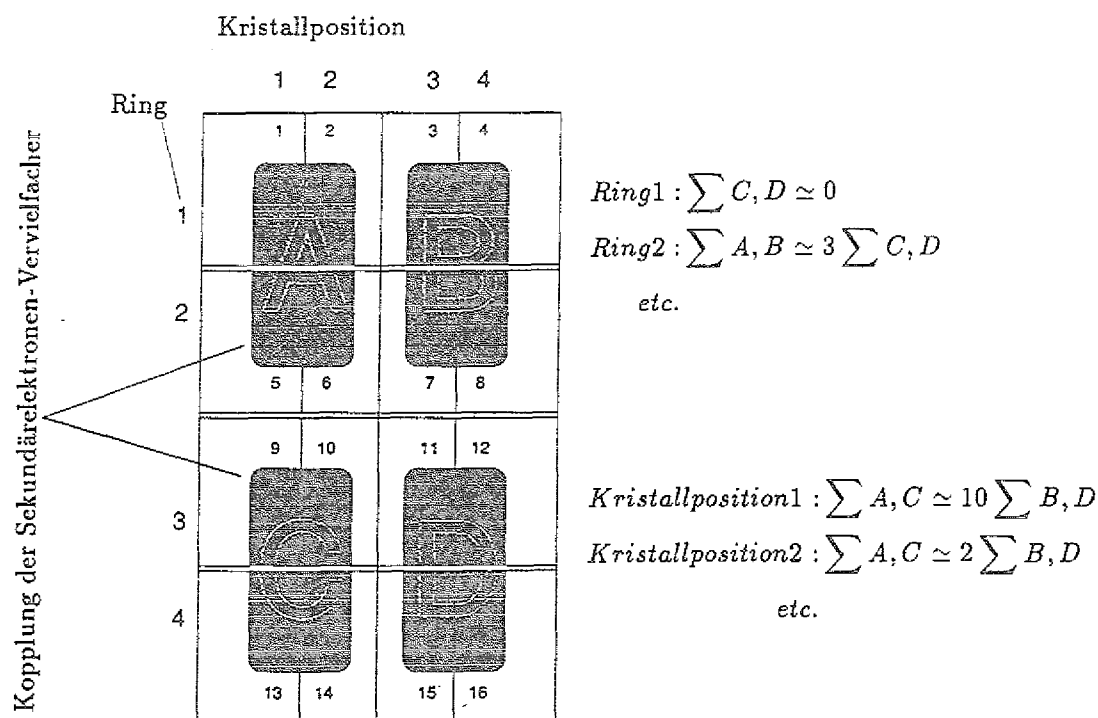


Abb. 3.4 : Kristallidentifikation innerhalb eines Moduls (s. Abb. 3.3)

Zwischen den einzelnen Kristallen eines Blocks befinden sich keine Bleiabschirmungen, jedoch sind die einzelnen Blöcke durch kleine 1.1 mm dicke Bleikeile voneinander getrennt, um Strahlungsübergänge zu vermeiden. Daraus resultiert eine Verpackungsdichte von $\sim 95\%$ innerhalb der Ebene. Jeder Kristall ist mit 195 gegenüberliegenden Kristallen, die sich entweder im gleichen Ring oder im direkt benachbarten befinden, in Koinzidenz geschaltet. Daher erhält man insgesamt 15 Schichten, die sich aus 8 direkten Ebenen und 7 gekreuzten Ebenen zusammensetzen. Der transversal empfindliche Bereich beträgt 55 cm im Durchmesser, kann aber für kleinere Objekte auf 27 cm reduziert werden. In axialer Richtung werden 10.4 cm abgedeckt.

Tabelle 3.3 : Technische Daten des PET PC4096-15WB [Sca85]

Kristallmaterial	BGO
Kristalldimension	6 mm * 12 mm * 30 mm
Kristallringdurchmesser	1010 mm
Packungsdichte d. Kristalle	95%
Kristallseparation im Ring	0.2 mm
Kristallseparation zw. den Ringen	1.0 mm
Anzahl der Ringe	8
Anzahl der Schnittbilder	15
Schichtdicke	6 mm
Anzahl der Kristalle pro Ring	512

Die Vermeidung der Messung äußerer Strahlungsquellen geschieht durch 5cm dicke Bleiringe an jedem Ende der acht Ringe. Zwischen den Ringen sind ebenfalls nochmals 3mm dicke und 195mm tiefe Bleiringe , sogenannte *Septen*, angebracht, die die Strahlungseinflüsse von außerhalb der in Koinzidenz liegenden Schichten reduzieren sollen.

Eine Schilderung der Datennahme erfolgt im folgenden Abschnitt.

III.3. Die Datennahme

III.3.1 Die Datenerfassung

Die Datenerfassung, auch *Akquisition* genannt, muß in einem Echtzeitverfahren geschehen. Dies bedeutet, daß jedes gültige Koinzidenzereignis, das zwei Detektoren registrieren, ein Ereignis oberhalb ihrer Energieschwelle und innerhalb eines vom ersten Meßsignal ausgelösten Zeitfensters, direkt in den Speicherbereich eines angeschlossenen Rechners geschrieben wird, so daß die entsprechende logische Schaltung wieder frei wird zur Registrierung weiterer Ereignisse. Es werden jeweils die Adressen der angesprochenen Detektoren

gespeichert. Zusätzliche Informationen in Form von Zeitmarken werden ebenfalls noch vermerkt. Der Rechner verwaltet die aufgenommenen Daten und schreibt diese auf ein sicheres Speichermedium.

Man unterscheidet generell zwischen zwei verschiedenen Aufnahmetechniken, dem Histogramm-Modus und dem List-Modus. Im Histogramm-Modus wird das Koinzidenzereignis durch die Inkrementierung des Speicherinhaltes der dem Detektorzweig zugeordneten Adresse gespeichert. Beim List-Modus werden Adresse und Zeit hintereinander auf einem Speichermedium gesichert. Die Histogramme können zu einem späteren Zeitpunkt mit beliebiger Intervallbreite gebildet werden. Zusätzlich werden meist auch die Einzelzählraten aller Detektoren abgespeichert, da diese zur Berechnung der zufälligen Koinzidenzereignisse benötigt werden (siehe hierzu den nächsten Abschnitt).

Die Histogramme können als eine dreidimensionale Matrix verstanden werden. Die z-Achse identifiziert die Schichtnummer, in der das Koinzidenzereignis registriert wurde. Da die Koinzidenzereignisse als geradlinige Verbindung zweier Detektoren angesehen werden, faßt man solche Ereignisse mit derselben Richtung zusammen. Diese bilden folglich eine parallele Abbildung des Objekts auf eine Gerade, eine sogenannte *Projektion*. Auf der x-Achse wird die Position auf einer solchen Projektion festgehalten. Die y-Achse entspricht der Sortierung solcher parallelen Scharen nach einem frei wählbaren Winkel. Diese Form der Histogramme erhalten in der Tomographie den Namen *Sinogramme*.

Die räumliche Auflösung eines PET-Systems ist bestimmt durch die verwendete Detektorbreite, die aus unterschiedlichen Gründen (s. Kapitel V) nicht beliebig verkleinert werden kann. Damit nun kleinere Intervalle als die gegebene Detektorbreite abgetastet werden können, bedient man sich bei den meisten Tomographen einer mechanischen Bewegung des gesamten Detektorsystems. Dabei bewegt sich der Detektorring mit seinem Mittelpunkt auf einem Kreisumfang (s. Abb. 3.5), dessen Durchmesser etwas größer als die Detektorbreite ist ("wobble motion"). Cho et al. [Cho76] haben im Jahre 1976 als erste ein PET-System mit dieser Eigenschaft gebaut. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse ist in der Veröffentlichung von Colsher und

Muehllehner gegeben [Col81].

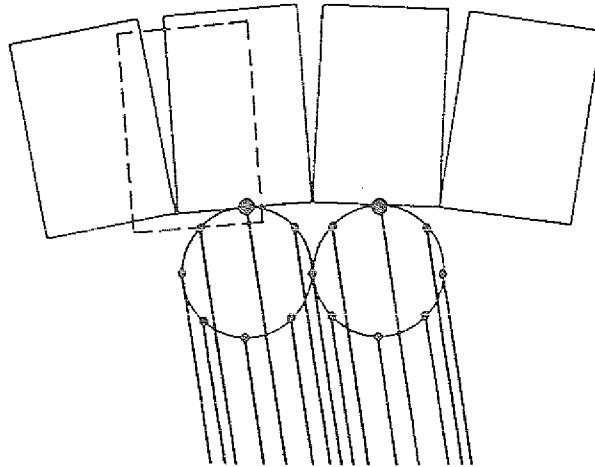


Abb. 3.5 : Kreisförmige Bewegung der 4 Detektoren um ihren Mittelpunkt, die 8 Punkte beziehen sich auf die räumlichen Meßpunkte.

III.3.2 Die Korrektur der Daten

"Echte" Koinzidenzereignisse sind in diesem Sinne registrierte Ereignisse, in denen die beiden Photonen aus dem gleichen Annihilationsprozeß stammen und auf ihrem Weg bis zu den Detektoren keiner weiteren Wechselwirkung erliegen.

Die gesamte Zählrate N_{ges} setzt sich zusammen aus :

$$N_{ges.} = N_{eK} + N_{zK} + N_{sK} \quad (3.1)$$

$N_{ges.}$: gesamte Koinzidenzzählrate

N_{eK} : "echte" Koinzidenzzählrate

N_{zK} : zufällige Koinzidenzzählrate

N_{sK} : gestreute Koinzidenzzählrate

Weitere Korrekturen müssen zusätzlich die :

- Abschwächung der Photonen
- Zählratenverluste durch die Totzeiten des Systems

- unterschiedliche Nachweiswahrscheinlichkeiten der einzelnen Detektoren berücksichtigen.

Zufällige Koinzidenzen treten auf, wenn zwei Photonen aus verschiedenen Ereignissen innerhalb des Koinzidenzintervalls (hier 12 nsec) ein Signal auslösen. Die Bestimmung der Rate geschieht über die Messung der Einzelzählraten N_i und N_j eines jeden Detektorpaares. Da die Wahrscheinlichkeit für zufällige Koinzidenzen zeitlich konstant bleibt, ist das Produkt der Einzelzählraten eines jeden Detektorpaares multipliziert mit der doppelten Intervallzeit τ die Rate für die zufälligen Koinzidenzen :

$$N_{zK} = 2\tau N_i N_j \quad (3.2)$$

Es wäre auch eine direkte Messung, durch die Messung der Koinzidenzen die eine Zeitverzögerung größer als das doppelte Koinzidenzintervall besitzen, möglich. Jedoch würde dies einen höheren Aufwand in der Datenerfassung verursachen.

Aus dem theoretischen Kapitel über die Wechselwirkung von Photonen mit Materie entnehmen wir für die 511keV Photonen eine hohe Wahrscheinlichkeit einer Comptonstreuung (s.Abb 2.8). Daraus resultieren die gestreuten Koinzidenzen. Da die gestreuten Photonen in einem anderen Detektorzweig registriert werden, verfälschen sie bei einer geradlinigen Annahme somit die Daten. In dem Medium Wasser, das dem menschlichen Gewebe am nächsten kommt, wechselwirkt jedes 2 Photon im Mittel auf einer Weglänge von 7cm. Der Anteil an den gemessenen Koinzidenzzählraten beträgt bei dem hier installierten PET-System 15 – 20%. Ihr Anteil ist abhängig vom Material und Ausmaß der Szintillationskristalle und der Abgrenzung in axialer Richtung durch Bleisepten (s. Abschnitt III.2.2). Die Streuverteilung einer Punktquelle in einem streuenden Medium kann im gesamten zu messenden Raum des Tomographen experimentell bestimmt werden. Durch die Entfaltung der gemessenen Projektionen mit diesen Streuverteilungen kann ihr Anteil berechnet und von den Daten subtrahiert (s.Bergström et al. [Ber80]) werden. Der Anteil kann durch diese Methode bis auf 1% reduziert werden.

Die Korrekturen für die Abschwächung der Photonen im Medium können wegen der 180° Korrelation der beiden Vernichtungstrahlen sehr exakt bestimmt werden. Die Wahrscheinlichkeit P , daß beide Vernichtungsphotonen ohne Wechselwirkung im Körper die beiden Koinzidenzdetektoren erreichen, ist gegeben durch das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten :

$$\begin{aligned} P_{ij} &= P_i * P_j \\ &= e^{-\mu X_1} * e^{-\mu X_2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

und ist mit einem konstanten Abschwächungskoeffizienten μ aus Gleichung 2.36 direkt ableitbar. Die Addition der Strecken X_1 und X_2 ist die Gesamtlänge D der Koinzidenzlinie in dem Medium. Das heißt, nach Gleichung 3.3

$$P_{ij} = e^{-\mu D} \quad (3.4)$$

ist die Abschwächungskorrektur nur von der Gesamtlänge des zu durchlaufenden Mediums abhängig und nicht vom Ort der Positronenvernichtung. Dies ist ein entscheidender Vorteil gegenüber den SPECT-Systemen.

Aufgrund dieser Beziehung ist es ebenfalls möglich, aus einer Koinzidenzmessung mit Hilfe einer außerhalb des abschwächenden Mediums liegenden Quelle den Abschwächungsfaktor zu bestimmen. Dies wird bei einer Transmissionsmessung ausgenutzt, indem eine rotierende stabförmige Quelle an den Detektoren vorbeigeführt wird. Man erhält eine Profilverteilung über die Schwächungsverteilung des streuenden Objektes. Führt man die Messung auch ohne das streuende Medium aus, sogenannte "Blankmessung", so ist aus dem Verhältnis der Profile direkt auf den Korrekturfaktor zu schließen, wenn auch ein zusätzliches statistisches Rauschen hinzukommt.

Verschiedene Ansprechwahrscheinlichkeiten der Detektorkanäle, verursacht durch

- unterschiedliche Lichtausbeute der Detektoren
- Unterschiede in der Lichtkopplung mit den Sekundärelektronen-Vervielfachern
- Unterschiede in der Empfindlichkeit der Photokathode der Sekundärelektronen-Vervielfacher

werden durch eine Eichmessung aufeinander abgestimmt.

Totzeitverluste treten auf bei sehr hohen Aktivitätskonzentrationen. Sie sind bedingt durch die endliche Registrierungszeit der Koinzidenzereignisse, die sich in diesem Fall überlappen. Es treten Abweichungen vom linearen Zusammenhang zwischen der rekonstruierten Aktivität und der Aktivität im untersuchten Phantom auf. Korrekturfaktoren werden durch ein mit hoher Aktivität gefülltes Phantom bestimmt. Während die Aktivität abklingt, können Messungen in regelmäßigen Zeitabständen durchgeführt werden, deren Abweichung bestimmt und als Korrekturfaktoren in die Berechnung miteinbezogen werden.

III.4. Die Monte-Carlo Simulation des Tomographen

Es ist im Rahmen dieser Arbeit ein Simulationsprogramm entwickelt worden, um die unterschiedlichen physikalischen Effekte mit ihren Auswirkungen auf die Bilddaten besser beurteilen zu können. In diesem werden die Positronen-Emissionen generiert und die anschließende Datenaufnahme mit der PET-Kamera *PC4096 - 15WB* simuliert.

Das erste Ziel war die Nachahmung des geometrischen Aufbaus des vorhandenen PET-Systems. Dies geschah exakt für die Form und Gestaltung der Kristalle. So wurden die einzelnen Module nicht nur in den Maßen der Kristalle (s.Abschnitt V.3.2), sondern ebenfalls mit ihren kleinen Bleiabschirmungen

Die Positronen-Emissions-Tomographie

zum nächst anliegenden Modul generiert. In der Abbildung 3.6 ist der 4×4 Kristallblock mit einem oben und unten anliegenden Bleikeil zu erkennen.

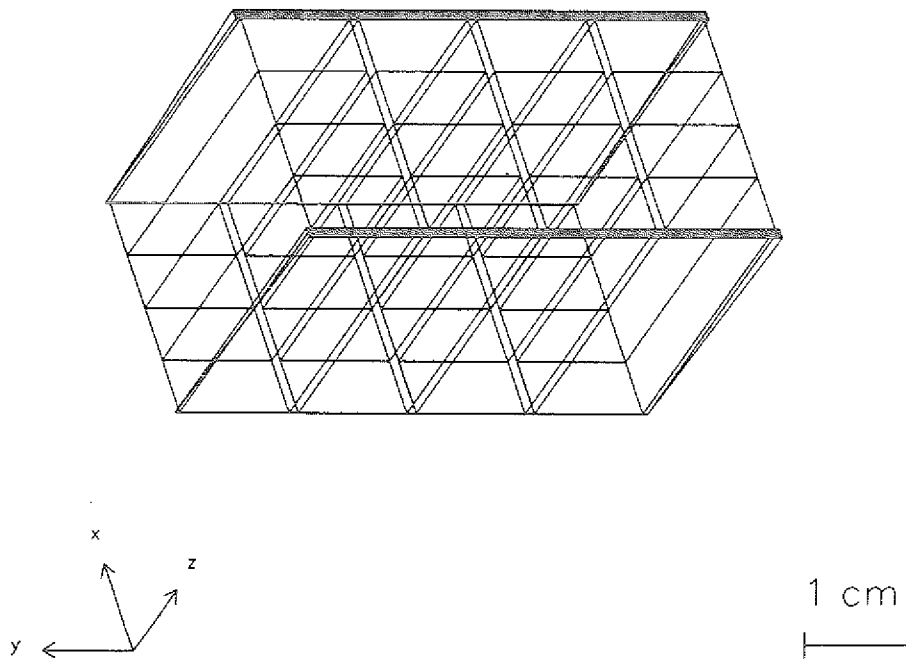


Abb. 3.6 : Geometrie eines Detektormoduls, bestehend aus einem 4×4 Kristallblock und zwei Bleikeilen als obere und untere Abschirmung (s. auch Abbildung 3.3), verwendet für die Simulationen.

Diese Module wurden in Kassetten, bestehend aus vier solcher Module, und schließlich zu einem kompletten Doppelring von je 32 Kassetten zusammengefaßt (s. Abb. 3.6). Die Lichtkopplung an die Sekundärelektronen-Vervielfacher ist hierbei nicht näher untersucht worden und wurde als optimal im Rahmen dieser Arbeit angesehen. Weiterhin wurden die Bleisepten innerhalb dieses Kristallblocks eingeblendet. Dieser detaillierte Aufbau dient dazu, die Ergebnisse der Simulation mit den gemessenen Daten vergleichen zu können. Denn erst durch das Verständnis des Apparates in seiner bestehenden Konfiguration kann eine weiterführende Optimierung der Maschinenparameter betrachtet werden (siehe hierzu auch Kapitel V). Deshalb sind die Maße und die Anzahl der Kristalle auch veränderbar gespeichert worden.

PET Scanner : PC4096-15WB

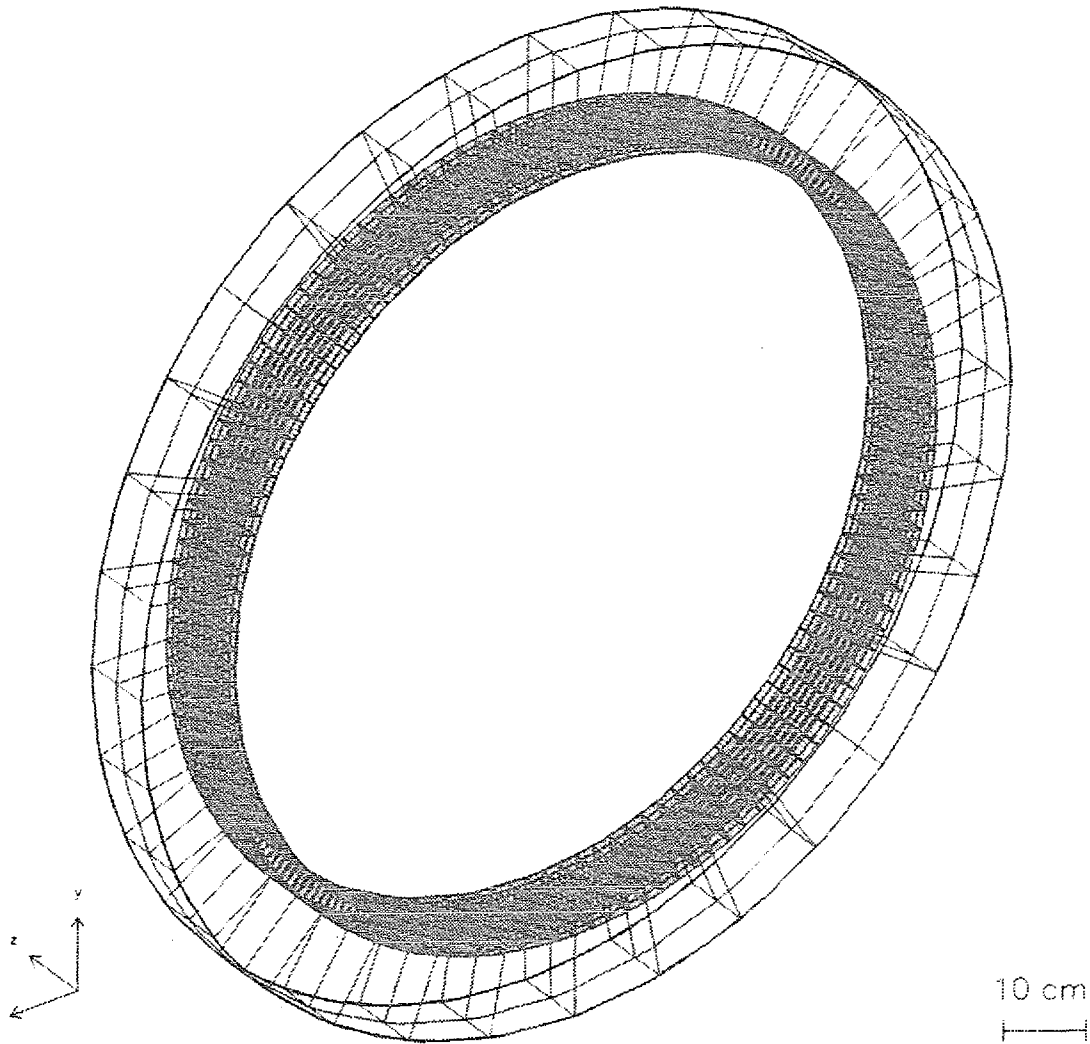


Abb. 3.7 : Simuliertes PET-System PC4096-15WB dargestellt mit den sensitiven BGO-Kristallen, den Bleisepten und deren Verbund zu Kassetten.

Die Generierung eines Ereignisses unterteilt sich in mehrere Phasen, angefangen von der Entstehung der Positronen über deren Zerfall in zwei Photonen, bis zur Registrierung, d.h. Energiedeposition in den einzelnen Kristallen. Die Art und die Häufigkeit des Auftretens der in Frage kommenden

elektromagnetischen Wechselwirkungen ist im Kapitel II beschrieben worden.

In einer ersten Phase steht die Generierung von Positronen. Innerhalb des Ringes stehen mehrere geometrische Formen, Quader, Zylinder, Kugeln etc. zur Auswahl, die mit oder ohne Aktivität gefüllt werden können. Sie werden meist so in ihren Formen und Maßen ausgewählt, wie sie bei einer Phantommessung benutzt werden. Die Ereignisse der Positronen-Emission werden je nach Aktivitätsverteilung mit einer Poissonverteilung generiert. In einer homogenen dreidimensionalen Verteilung werden Richtung und Energie bzw. Impuls der Positronen bestimmt. Die Energieverteilung richtete sich dabei nach dem verwendeten Isotop. Für die vier in Frage kommenden Isotope ist die theoretische Energieverteilung von Konopinski und Rose [Kon65] unter Benutzung der tabellierten Fermi-Funktionen von Fano [Fan52] berechnet worden. Die β -Spektren (s.Abb. 3.8) gleichen denen von Cross et al. [Cro83] und stehen in Form einer Tabelle zur Verfügung.

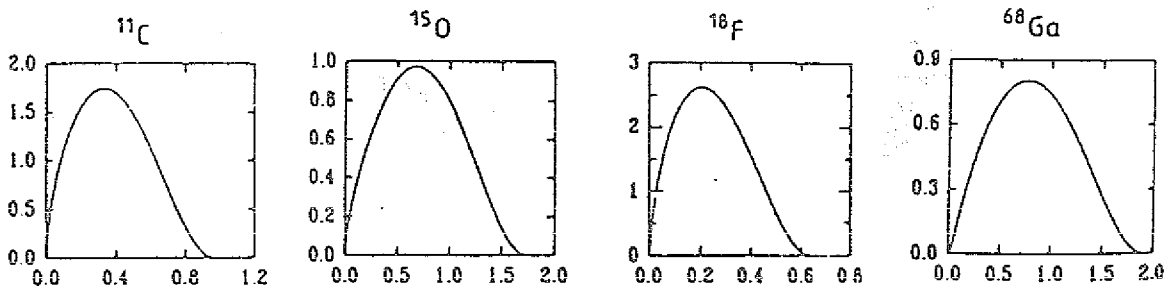


Abb. 3.8 : Normierte Energiespektren in MeV der vier verwendeten Positronenstrahler [Cro83]

Nach der Entstehung eines Positrons werden die Wahrscheinlichkeiten und damit die freien Weglängen des Teilchens für folgende Wechselwirkungsprozesse berechnet: Vielfachstreuung, Ionisation, Bremsstrahlung und der Annihilation. Dies geschieht für die beteiligten Medien, meist Wasser, Luft und Aluminium. Energie und Richtung des Positrons wurden bis zu einer Mindestenergie von 10 keV verfolgt, anschließend tritt der Vernichtungsprozeß ein. Da 1% – 5%

der Positronen, je nach verwendetem Isotop, im Fluge zerstrahlen, wird die Kinematik des Positrons bei der Generierung der Photonen berücksichtigt.

Die Position der Entstehung sowie Energie und Richtung der beiden Photonen bilden den Start der zweiten Phase der Generierung. Auch hier werden wiederum die Wahrscheinlichkeiten für die Prozesse der Comptonstreuung und des photoelektrischen Effekts berechnet in Abhängigkeit der verwendeten Medien, inklusive Blei und BGO. Sekundär entstehende Teilchen sind außerhalb der Kristalle nicht weiter verfolgt worden, da ihre Energie für eine Registrierung keine Rolle spielen und nur die Rechenzeit unnötig erhöhen. Innerhalb der Kristalle werden die Photonen erst bei Überschreiten einer Energieschwelle (hier 100 keV) weiter verfolgt. Bei der Generierung der Prozesse kommt es auf die Energie an, die in den jeweiligen Kristallen deponiert worden ist.

Abgespeichert werden zu jedem Ereignis der Entstehungsort und Impuls des Positrons sowie der Vernichtungsort, der Winkel der entstehenden Photonen und das gemessene Energiespektrum in den Kristallen. Außerdem werden die Kristallidentifikationen mit der darin deponierten Energie abgespeichert. Diese Technik hat den Vorteil, daß man die Energieschwellen und andersartige Schnitte noch im nachhinein den gegebenen Anforderungen anpassen kann, ohne die Ereignisse nochmals generieren zu müssen.

Ermöglicht werden konnte diese aufwendige Technik durch das Programmpaket "HBOOK" [Bru88] aus dem Hochenergieforschungszentrum CERN (European Organization for Nuclear Research) bei Genf. Die Visualisierung konnte aufgrund der gespeicherten Informationen mit dem "PAW" -Paket [Bru89], ebenfalls vom CERN, geschehen.

Nach Anlegen von Schnitten können so die generierten Rohdaten erzeugt werden. Diese simulierten Daten stehen wie die gemessenen Daten einer weiteren Bildverarbeitung zur Verfügung. An Hand dieses Grundkonzepts können nun physikalische Effekte (unterschiedliche Reichweite der Positronen auf Grund ihrer kinetischen Energie etc.) und deren Auswirkungen auf die Auflösungseigenschaften studiert werden.

Die Positronen-Emissions-Tomographie

Zur Beurteilung der Rekonstruktionsalgorithmen im folgenden Kapitel sind "ideale" Daten generiert worden. So ist die Energie der erzeugten Positronen zu Null gesetzt worden, damit diese direkt in zwei Photonen unter 180° annihilieren. Transport und Registrierung der Photonen finden unter optimalen Möglichkeiten statt. Diese Daten sind folglich als ideal anzusehen und unterliegen nur der Poissonstatistik in ihrer Entstehung. Anhand dieser Datensätze ist es möglich, die Güte der Rekonstruktionen in ihrer Abweichung von der Originalverteilung zu bestimmen.

IV. Die Bildrekonstruktion

Dieses Kapitel beschreibt die mathematischen Verfahren, die die räumliche Verteilung des injizierten radioaktiven Isotops in der Emissions-Tomographie abbilden. Die Rekonstruktion eines dreidimensionalen Objekts reduziert sich durch die bisherigen Aufnahmetechniken auf die Rekonstruktion der zweidimensionalen Schichten, die als unabhängig voneinander betrachtet werden.

Die Algorithmen zur Rekonstruktion der Aktivitätsverteilung aus den gemessenen Projektionen lassen sich in zwei Gruppen einteilen: in die analytischen und in die iterativen Verfahren.

In Abschnitt IV.1 wird eine heute allgemein eingesetzte analytische Lösung, die *gefilterte Rückprojektion*, mathematisch hergeleitet. Analytische Verfahren gehen von einer kontinuierlichen Betrachtungsweise des Rekonstruktionsproblems aus. Bei der notwendigen Diskretisierung der Projektions- und Bildmatrizen entstehen nun Bildstörungen, die im System verborgen liegen und unvermeidbar sind. Sie beeinflussen ebenfalls die Auflösung des PET-Systems und damit einhergehend auch das Signal-Rauschverhältnis.

Einen Ausweg bilden die iterativen Rekonstruktionsmethoden, die direkt von einer diskreten Formulierung der Problemstellung ausgehen. In Abschnitt IV.2 wird deren Grundprinzip dargelegt und die bisher bekannten Methoden kurz vorgestellt.

Auf der Basis des ISS-Verfahrens von Schmidlin [Sch72, Sch73], publiziert Anfang der 70er Jahre, ist mit den Möglichkeiten der heutigen Rechenleistungen ein volumengewichtetes, iteratives Verfahren, kurz WIR (weighted iterative reconstruction) entwickelt worden. Damit wurde eine deutliche Verbesserung im Hinblick auf die Kontinuität in den Bilddaten erreicht. Der Rekonstruktionsalgorithmus wird im Abschnitt IV.3 beschrieben. Ein Vergleich mit der in der Routine eingesetzten gefilterten Rückprojektion, einem analytischen Verfahren, findet in dem darauffolgenden Abschnitt IV.4 statt.

IV.1. Analytische Verfahren

Da keine Punktinformationen $f(\vec{r})$ erfaßt werden, sondern die in Koinzidenz geschalteten Detektorpaare Zählraten liefern, die die Summe L von einzelnen Punkten auf der Detektorverbindungsline G bilden

$$L = \int_G f(\vec{r}) dr \quad , \quad (4.1)$$

muß von der Linieninformation auf die Punktinformation geschlossen werden.

Die Position der Detektorverbindungsline G , die den Integrationsweg beschreibt, wird durch den Betrag des Radiusvektors l und einem zugehörigen Winkel Θ in einer Schnittebene eindeutig beschrieben (s. Abb 4.1).

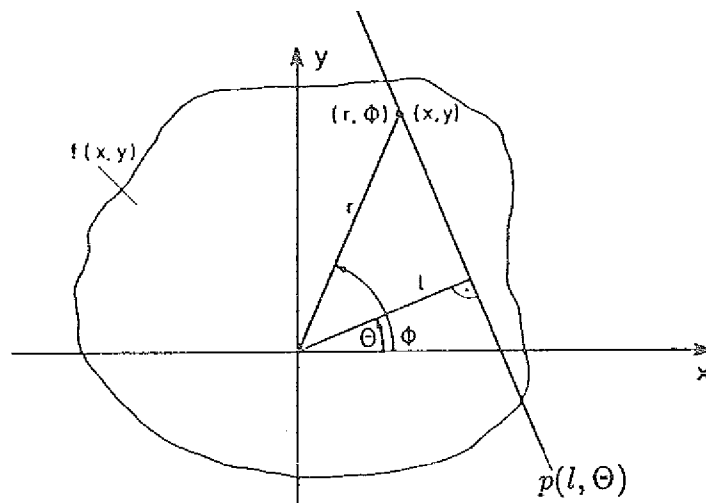


Abb. 4.1 : Projektionsgeometrie : Jede Projektion $p(l, \Theta) = \text{const.}$ ist eine parallele Schar von Linienintegralen, die jeweils durch den senkrechten Abstand l vom Ursprung und dem Winkel Θ eindeutig bestimmt sind.

Durch das Ordnen der Linienintegrale L unter dem gleichen Winkel Θ , aber unterschiedlichem senkrechten Abstand l vom Ursprung, erhält man die Projektionanordnung, wie sie ebenfalls in der Datennahme (Kapitel III.3) vorliegen. Sie reichen von $0^\circ - 180^\circ$.

Der einfachste Algorithmus bestünde in der Rückprojektion der gemessenen Projektionsprofile und der Aufsummierung in den betroffenen Bildpunkten

(s. Abb. 4.2). Bei einer genügend großen Anzahl von Projektionen fällt diese Dichteverteilung umgekehrt proportional zum Abstand r vom gemessenen Objektpunkt ($1/r$ -Abfall). Wäre diese Verteilung, die auch Systemfunktion genannt wird, da sie alle apparativen Verzerrungen beinhaltet, die von einem gemessenen Objektpunkt ausgehen, für alle Orte die gleiche, dann könnte man durch eine Faltung der Rückprojektion mit der Inversen dieser Systemfunktion eine scharfe Abbildung des Objekts erhalten. Doch ist die Systemfunktion in der Tomographie aufgrund der zylindrischen Meßanordnung abstandsabhängig. Daher muß man zur Rekonstruktion der Aktivitätsverteilung bei tomographischen Aufnahmen auf detaillierte Verfahren zurückgreifen, wie sie im folgenden geschildert werden.

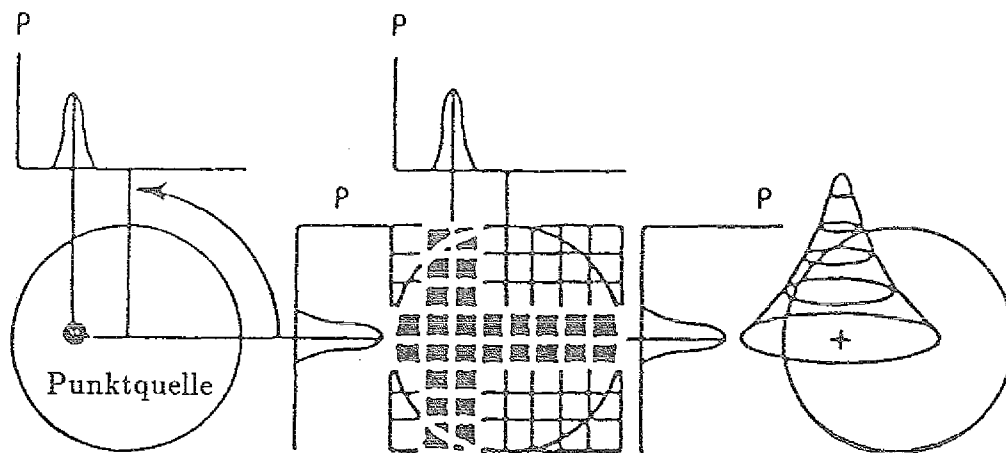


Abb. 4.2 : Einfache Rückprojektion der gemessenen Profile einer Punktquelle in die Bildmatrix

Den Übergang von der Punktinformation $f(\vec{r})$ zu einer Linieninformation $p(l, \Theta)$ bildet die Radon-Transformation R (benannt zu Ehren von Johann Radon, der als erster 1917 eine Lösung dieser Integralwerte angab [Rad17]). Die inverse Transformation R^{-1} liefert also die Verteilung der Punktinformationen im gemessenen Objekt aus seinen Projektionen:

$$[R^{-1} R f](\vec{r}) = f(\vec{r}) \quad (4.2)$$

Der Operator der inversen Radontransformation setzt sich aus folgenden

Die Bildrekonstruktion

Operatoren zusammen :

$$R^{-1} = -\frac{1}{2\pi} B H D \quad (4.3)$$

D : partielle Differentiation nach l

$$[Dp](l, \Theta) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{p(l + \Delta l, \Theta) - p(l, \Theta)}{\Delta l} \quad (4.3a)$$

H : Hilbertransformation * .

$$[Hp'](l, \Theta) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p'(l, \Theta)}{l' - l} dl \quad (4.3b)$$

p' ist die Ableitung von p .

B : Rückprojektion

$$[Bt](r, \Phi) = \int_0^{\pi} t(r \cos(\Theta - \Phi), \Theta) d\Theta \quad (4.3c)$$

$-\frac{1}{2\pi}$: = Normalisierung

Die Lösung dieser inversen Transformation lautet :

$$[R^{-1}f] = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-R}^R dl \int_0^{\pi} d\Theta \frac{p'(l, \Theta)}{r \cos(\Theta - \Phi)} \quad (4.4)$$

mit den Integrationswegen : $-R \leq l \leq R$ und $0 \leq \Theta \leq \pi$. $2R$ bildet den Durchmesser des betrachtenden Volumens. Da der Ausdruck $r \cos(\Theta - \Phi)$ in der Integration über dl eine Konstante ist, schreibt man stattdessen auch $l'(r, \Theta, \Phi)$.

* Nach der Definition der Faltung zweier Funktionen

$$[\Phi * \Psi](v) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(u - v) \Psi(u) du$$

ist die Hilbertransformation zu verstehen als eine Faltung der Funktion $\Phi(u)$ mit der Funktion $\rho(v) = -(1/\pi u)$:

$$[H\Phi](v) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi(u)}{v - u} du$$

Die Bildrekonstruktion

Die Anwendung von Radons Lösung in ihrer direkten Form (Gl.4.4) hat wenig Verbreitung gefunden, nicht zuletzt wegen der Schwierigkeit der numerischen Approximation des partiellen Differential. Einer der wenigen Ansätze in dieser Richtung gibt Cormack (1973) [Cor73]. Er entwickelt den gemessenen Projektionssatz in eine Fourierreihe der Winkelvariablen. Dann ist das Objekt in gleicher Weise darstellbar und das Rekonstruktionsproblem kann durch Bestimmung der Koeffizienten der Reihenentwicklung einer der Lösung des resultierenden Integralgleichungssystems bestimmt werden.

Da das Faltungsintegral aufgrund der Unstetigkeitsstelle bei $l' = l$, verursacht durch die Hilberttransformation, nicht konvergiert, muß der Faltungskern durch eine Regularisierungsfunktion approximiert werden [Her80], welche die Unstetigkeitsstelle behebt. Die Methode der Regularisierung, indem ein divergenter Ausdruck mit einem konvergenten Ausdruck in Zusammenhang gebracht wird, wurde bereits von Pauli und Villers [Pau49] im Jahre 1949 zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten eingesetzt.

Für eine definierte Schar von Funktionen : $\rho_A(l') | A > 0$ mit dem Parameter A wird folgende Faltungseigenschaft festgelegt :

$$\lim_{A \rightarrow \infty} p'(l', \Theta) * \rho_A(l') = [Hp'](l', \Theta) \quad (4.5)$$

Unter dieser Voraussetzung ist das Faltungsintegral lösbar. ρ_A nennt man die Regularisierungsfunktion mit dem Parameter A . Sie hat die Form :

$$\rho_A(l') = -2 \int_0^{A/2} F_A(u) \sin(2\pi l' u) du \quad (4.6)$$

mit der Bedingung :

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_A(u) \leq 1 \\ F_A(u) &= 0 \quad \text{für } u \geq A/2 \\ F_A(u) &= \alpha + (1 - \alpha) \cos(2\pi u/A) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$F_A(u)$ nennt man das *generalisierte Hanning-Filter* mit dem Parameter α . Nimmt α den Wert 0.5 an, so bezeichnet man dies als *Hanning-Filter*, für $\alpha = 0.54$ das *Hamming-Filter*. Die Variable u erhält die Bedeutung einer

Die Bildrekonstruktion

Frequenz und $F_A(u)$ die entsprechende Amplitude. Zudem ist das Filter durch die obige Einschränkung (Gl. 4.7) der Variablen u begrenzt. Man spricht in der Nachrichtentechnik von einer Bandbreite A . Mit dem Ansatz der Regularisierungsfunktion zur Lösung des Faltungsintegrals 4.3b erhält man für die Hilbertransformation unter Ausnutzung des *Cauchy- Prinzips*

$$[p'(l', \Theta) * \rho_A(l')] = \int_{-\infty}^{\infty} p'(l, \Theta) \rho_A(l' - l) dl \quad (4.8)$$

Mit der Ableitung der Regularisierungsfunktion ρ'_A :

$$\rho_A(l') = -4 \int_0^{A/2} u F_A(u) \cos(2\pi u(l' - l)) du \quad (4.9)$$

ist dies nach der partiellen Integration der Gleichung 4.8 die Lösung der inversen Radontransformation 4.2 mit :

$$[[R^{-1} Rf] = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-1}^R dl \int_0^\pi d\Theta p(l, \Theta) \rho'_A(l - l') \quad (4.10)$$

bzw.

$$f(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\Theta [p(l, \Theta) * \rho_A(l)] \quad (4.11)$$

Die Gleichung 4.11 wird in der Literatur als *gefilterte Rückprojektion* bezeichnet.

Die Methode der *Rückprojektion gefilterter Projektionen* stellt heute bei Anwendung analytischer Verfahren wegen ihrer rechentechnischen Eleganz die Methode der Wahl dar. Zum einen können alle wesentlichen Rechenschritte eindimensional ausgeführt werden, zum anderen kann die Berechnung schon nach Vorliegen der ersten Projektion begonnen werden. Die Verwirklichung der gefilterten Rückprojektion geschieht in zwei voneinander unabhängigen Schritten. Als erstes werden die gemessenen Profile $p(l, \Theta)$ mit der Filterfunktion ρ'_A im Ortsraum gefaltet und anschließend durch Rückprojektion aller Winkelanteile die angesprochenen Bildpunkte aufsummiert.

Die erste Anwendung der Methode wird von Bracewell u. Riddle (1967) [Bra67] beschrieben, unabhängig erfolgte die Neuentdeckung des Verfahrens durch Ramachandran u. Lakshminarayanan (1971) [Ram71].

Die Bildrekonstruktion

Durch die geschickte Wahl der theoretisch erforderlichen Regularisierungsfunktion, die auch Fensterfunktion genannt wird, kann das Rekonstruktionsergebnis im Hinblick auf Rauschverstärkung, Artefaktneigung und Auflösung beeinflußt werden, wie auch in der Theorie der Bildrefokussierung hinlänglich bekannt ist.

Da auch negative Anteile, bedingt durch den $\cos$ -Ausdruck, in der Filterfunktion auftreten, produzieren diese in der Faltung der Profile ebenfalls negative Flanken. Im Idealfall, daß hieße eine kontinuierliche Integration über alle Winkel zwischen $0^\circ - 180^\circ$, würden sich die Anteile gegenseitig aufheben. So treten jedoch bei der Diskretisierung der Gleichung Strahlungserscheinungen bei Objektpunkten mit erhöhter Aktivitätskonzentration auf. Dies verdeutlicht auch die Abbildung 4.3, in der die Rekonstruktion einer Punktquelle dargestellt wird.

Ferner erscheinen bei scharfen Kanten auch *Überschwinger*, das sogenannte *Gibbs-Phänomen* (s. [Bro76, Bra78]) zu sehen in der vergleichenden Untersuchung im Bild 4.12 als erhöhte Randerscheinung. Diese Art der Bildstörungen können durch Filterungen unterdrückt werden, jedoch verliert man hierdurch wiederum Informationen über hochfrequente Anteile in den Strukturen. Generell erweist es sich als vorteilhaft, zur Unterdrückung von Rekonstruktionsartefakten aufgrund des Gibbschen Phänomens, einen weichen Übergang des Rekonstruktionsfilters von seinem Maximalwert hin zum Wert Null an der Filtergrenzfrequenz zu erzeugen. Das gleiche Verhalten ist ebenfalls zur Begrenzung der Rauschverstärkung anzustreben, d.h. eine exakte Annäherung an das erforderliche Rampenfilter für niedrige Frequenzen mit gutem Signal-Rauschverhältnis sowie eine Dämpfung der Verstärkung bei höheren Frequenzen. Gleichzeitig wird durch diese Maßnahme die resultierende Bildauflösung verschlechtert. Je nach gewünschter Darstellung einer gemessenen Aktivitätsverteilung muß zwischen der erwünschten Auflösung und der erforderlichen Rauschunterdrückung abgewägt werden.

Durch die Digitalisierung, d.h. die Einführung von Abtastintervallen im Winkel und in der linearen Koordinate, wird von vornherein die Bildauflösung

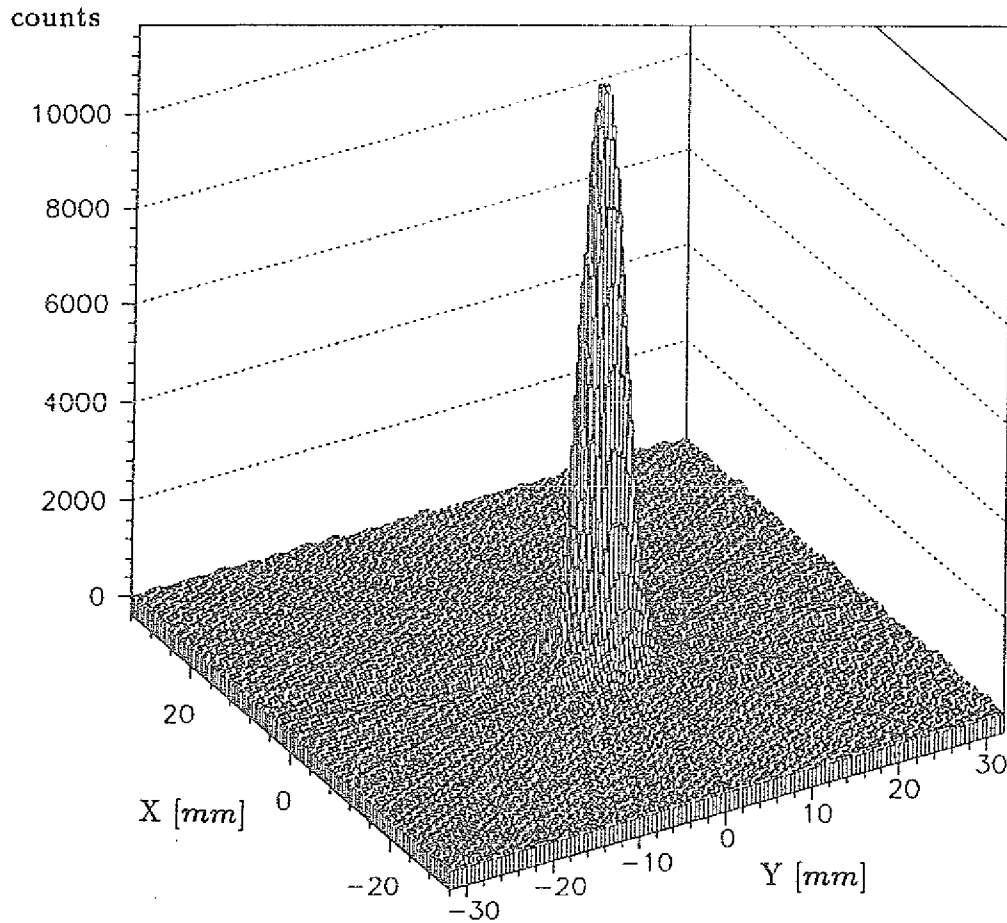


Abb. 4.3 : Bild einer Punktquelle, rekonstruiert mit der gefilterten Rückprojektion

begrenzt. Es ergibt sich nach dem Abtasttheorem [Bra78] eine maximal auflösbare Ortsfrequenz u_{max} . Frequenzanteile oberhalb der Grenzfrequenz u tauchen gespiegelt an der Grenzfrequenz im Frequenzband wieder auf und verfälschen deren Anteile. Dieses Phänomen ist bekannt unter dem Begriff *Aliasing*. Es kann dadurch vermieden werden, daß alle höheren Frequenzanteile abgeschnitten werden.

IV.2. Iterative Rekonstruktionen

Bei den iterativen Rekonstruktionsverfahren wird direkt von einer diskreten Formulierung der Radontransformation ausgegangen. Somit ist auch die räumliche Auflösung durch die Breite der Projektionselemente begrenzt. Das Objekt wird in der transversalen Schicht durch eine $n \times n$ Matrix angenähert. Die Dichte eines jeden Elementes dieser Matrix wird mit einer konstanten Verteilung angenommen. Bezeichnet man die Dichte des i -ten Bildelementes mit b_i so erhält man aus Gleichung 4.1 ein diskretes Gleichungssystem, in das die einzelnen Projektionswerte p_j als Richtungssummen über die beteiligten Bildelemente

$$p_j = \sum_{i=1}^n g_{ij} b_i \quad (4.12)$$

mit einem Abbildungsfaktor g_{ij} , der den Anteil des i -ten Bildelementes an der j -ten Richtungssumme p_j wiedergibt, eingehen. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 4.4 illustriert und wird im nächsten Abschnitt IV.3 näher erläutert. Die zweidimensionalen Bildelemente werden auch als "Pixel" bezeichnet, die dreidimensionalen Volumenelemente als "Voxel".

Die dreidimensionale Darstellung stellt in diesem Zusammenhang lediglich eine Verallgemeinerung der zweidimensionalen dar und wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels nicht weiter berücksichtigt. In Kapitel V werden unter dem Aspekt der Verbesserungen einer tomographischen Aufnahme Möglichkeiten und Auswirkungen einer dreidimensionalen Datenaufnahme und Verarbeitung angesprochen.

Die Größe der Bildmatrix ist im allgemeinen unabhängig von der Breite der einzelnen Projektionen. Da jedoch eine feinere Unterteilung der Bildpunkte als die Breite d der Projektionselemente keine zusätzlichen Informationen liefert, wohl aber die Matrix und damit den Rechenaufwand unnötig vergrößert, nimmt man sinnvollerweise die gleiche Kantenlänge d in den quadratischen Bildelementen. Obwohl Vorschläge gemacht worden sind, mit überlappenden [Her76] oder hexagonalen [Mer79] Bildelementen zu arbeiten, wird in der Regel mit quadratischen aneinanderstoßenden Bildelementen gearbeitet. Die Anzahl

Die Bildrekonstruktion

N der zu berücksichtigenden Bildelemente einer transversalen Schicht des Tomographen (s. Kapitel III), ist bei einem gemessenen Durchmesser D ungefähr $N \simeq \pi n^2/4$ mit $n = D/d$.

Das Gleichungssystem 4.12 setzt sich zusammen aus M -Gleichungen der Projektionen mit N -Unbekannten der Bildpunkte. Im Prinzip könnte das Gleichungssystem durch die Invertierte der Abbildungsmatrix g_{ij}^{-1} gelöst werden :

$$b_i = \sum_{j=1}^M (g_{ij})^{-1} p_j \quad (4.13)$$

Doch ist das Gleichungssystem entweder überbestimmt oder unterbestimmt, je nach Umfang der Projektionen und der Bildmatrix. Ist die Anzahl der Projektionselemente kleiner als die Anzahl N der Bildpunkte, so existieren gleich mehrere mögliche Lösungen, das Gleichungssystem ist unterbestimmt. In der Regel sind bei heutigen tomographischen Aufnahmen die Anzahl der unabhängigen Projektionen größer als die Dimension des zu rekonstruierenden Bildes. Selbst bei kleinen Änderungen in den Projektionsdaten variiert die Lösung im allgemeinen sehr stark. Man spricht hier von einer *schlechten Konditionierung* des Gleichungssystems. Keine Lösung existiert bei inkonsistenten Projektionsdaten, verursacht durch große Schwankungen oder apparative Effekte.

Kashyap u. Mittal [Kas73] sowie Tewarson [Tew73] versuchten durch eine Minimierung der mittleren quadratischen Abweichung der Projektionsfehler eine akzeptable Lösung für die Bildmatrix zu finden. Diese Form der Lösungsmethode ist für die meisten medizinischen Anwendungen nicht geeignet und wird nicht weiter verfolgt.

Die eigentliche Strategie zur Lösung des Gleichungssystems 4.11 besteht in einer iterativen Annäherung der aus der Bildmatrix stammenden Richtungssumme mit den gemessenen Projektionen. Aufgrund des Vergleichs der Projektionswerte wird in einem Korrekturschritt die angenäherte Verteilung in der Bildmatrix modifiziert, d.h. es findet ein Übergang von der n -ten zur

$(n + 1)$ -ten Näherung statt :

$$b_i^{n+1} = b_i^n + \sum_{j=1}^M \Delta b_{ij}^n \quad (4.14)$$

- b_i^n : Dichteverteilung des i -ten Bildelementes vor dem Iterationsschritt
 b_i^{n+1} : nach dem Iterationsschritt
 Δb_{ij}^n : Korrekturschritt für das i -te Bildelement bei der j -ten Projektion

Die Minimierung der Abweichungen zwischen angenäherter und gemessener Projektion ist zwar ein notwendiges Kriterium für ein erfolgreiches Verfahren, aber kein hinreichendes. So ist es mit einer zunehmenden Übereinstimmung von gemessener zu angenäherter Projektion keineswegs gewährleistet, daß die angenommene Verteilung im Bild der tatsächlichen wirklich näher kommt. Je nach der Struktur des zu messenden Objekts nähert sich eine angenommene Verteilung dem eigentlichen Objekt früher oder später an, um anschließend durch eine Überkorrektur der Bildwerte wieder zu verrauschen. Dies ist eine Folge der schlechten Konditionierung des Gleichungssystems und trifft somit auf alle iterativen Rekonstruktionsalgorithmen zu. Somit fällt der Wahl eines Abbruchkriteriums nicht nur aus Zeitgründen eine große Bedeutung zu. Wann und aufgrund welcher Kriterien der Abbruch erfolgen soll, ist bisher noch nicht geklärt worden. Im folgenden Abschnitt finden Untersuchungen diesbezüglich statt.

Die meisten Verfahren wurden etwa zeitgleich mit den grundlegenden Untersuchungen zur gefilterten Rückprojektion Anfang der 70er Jahre publiziert. Anhand des Korrekturschrittes können die in der Literatur angegebenen Verfahren eingeteilt werden. Brooks und DiChiro [Bro76] folgend unterscheidet man zwischen drei Gruppen :

- i) Gleichzeitige Korrektur aller Bildelemente

Die Bildelemente werden erst nach der Bestimmung des Korrekturfaktors aus allen Richtungssummen gleichzeitig korrigiert.

Die Bildrekonstruktion

Auch ein erster iterativer Versuch von Bracewell [Bra56] zur Lösung dieses Gleichungssystems beruht auf dieser Art des Korrekturschrittes, jedoch konvergierte diese Methode nicht. Erst Grotein [Gro72] gelang es durch die Einbeziehung eines Dämpfungsfaktors in der Korrektur, der die kleinste mittlere quadratische Abweichung darstellte, das Problem in den Griff zu bekommen. Das Verfahren wird dementsprechend ILST "Iterative Least Squares Technique" genannt. Die Methode ist von Schmidlin [Sch72] als ISS-Verfahren ("Iterative Section Separation") und von Budinger und Gullberg [Bud74] für die Darstellung von Radioisotopenverteilungen angewendet worden.

Dempster et al. [Dem77] stellten im Jahre 1977 einen EM-Algorithmus ("Expectation Maximization") vor, welcher die Likelihood Funktion der Bilddaten maximiert. Dies war ein erster Schritt, die Wahrscheinlichkeit in die Verteilung der Daten miteinzubeziehen. Shepp und Vardi [She82,Var85,Lan84] brachten diese Funktion in den Zusammenhang mit der Poisson-Statistik der Emissionsdaten und nannten ihre Methode MLR-Verfahren ("Maximum Likelihood Reconstruction"). Dieses Verfahren bildet bis heute noch den Gegenstand vieler Untersuchungen. Im nächsten Abschnitt wird hierauf zurückzukommen sein.

ii) Pixelweise Korrektur

Hier wird Bildelement für Bildelement der Korrekturfaktor aus allen betroffenen Projektionselementen und Richtungssummen gebildet, wobei das korrigierte Bildelement bereits für den folgenden Korrekturschritt berücksichtigt wird. Diese Technik ist für die Elektronenmikroskopie von Gilbert 1972 [Gil72] eingeführt worden und trägt den Namen SIRT ("Simultaneous Iterative Reconstruction Technique").

Hierfür ist ein enormer Rechenaufwand notwendig, da nach jeder Korrektur eines Bildelementes die Richtungssumme und die Rückprojektion ins Bild neu berechnet werden müssen.

iii) Richtungsweise Korrektur

Dieser Korrekturschritt bezieht sich auf die gesamte Projektion einer Richtung. Gordon et al. [Gor70] benutzte sie erfolgreich in der Elektronenmikroskopie mit dem Namen ART ("Algebraic Reconstruction Technique"). Hounsfield [Hou72] entwickelte den gleichen Algorithmus für die Transmissionstomographie.

Sensitiv ist diese Form jedoch hinsichtlich der Wahl der Projektionsreihenfolge in der die Korrektur erfolgt [Kuh73,Rob74].

IV.3. Gewichtete Iterative Rekonstruktion

Der Zielsetzung dieser Arbeit entsprechend besteht der erste Teil aus der Optimierung der Rekonstruktion. Dies soll im Hinblick auf die erreichbare Auflösung und gutes Signal- zu Rauschverhältnisses unter den momentanen Gegebenheiten der installierten PET-Kamera geschehen.

Wie bereits im vorhinein begründet, besitzen iterative Algorithmen Vorteile gegenüber der gefilterten Rückprojektion, da sie keine Bildstörungen durch Diskretisierungseffekte beinhalten. Die Ausstattung des Rechenzentrums des Forschungszentrums Jülich bietet die besten Voraussetzungen zur Implementierung iterativer Verfahren. Basierend auf dem ISS-Algorithmus [Sch72], entwickelt von P.Schmidlin aus dem Institut für Nuklearmedizin des deutschen Krebsforschungszentrums in Heidelberg, ist ein verbesserter iterativer Algorithmus entwickelt worden. Im folgenden wird der Grundgedanke des ISS-Verfahrens kurz dargelegt. Anhand dessen werden die Schwachstellen des Verfahrens und die Motivation für eine Eigenentwicklung erläutert.

Der Aktivitätsgehalt der einzelnen Bildzellen wird simultan für alle Bildzellen der Ebene Schritt für Schritt berechnet. Das Verfahren beginnt mit der 0'ten Näherung, die darin besteht, daß die gesamte im Bild enthaltene Aktivität gleichmässig auf alle Zellen verteilt wird. Der erste Rechenschritt des

Die Bildrekonstruktion

Verfahrens besteht nun in der Multiplikation der einzelnen Zellinhalte längs der Richtung d mit dem Quotienten $p(b, d)_{gem}/p_0(b, d)$. Da dieses Produkt für alle in Frage kommenden Projektionsrichtungen gebildet wird, kommt dies einem geometrischen Mittel für jede Bildzelle gleich. Der vollständige Iterationsschritt besteht also in der Korrektur des Inhalts der einzelnen Zellen mit Hilfe des Quotienten aus wahrer und genäherter Richtungssumme über alle Richtungen. Die $n + 1$ -te Näherung lautet somit für ein Bildelement b :

$$b^{n+1} = b^n * \prod_{d=1}^D \left(\frac{p(b, d)_{gem}}{p_n(b, d)_{appr.}} \right)^{Z/D} \quad (4.15)$$

b^n	:	Dichteverteilung der Bildzelle vor dem Iterationsschritt
b^{n+1}	:	nach dem Iterationsschritt
$p(b, d)_{gem}$	:	gemessener Projektionswert
$p_n(b, d)_{appr.}$	:	Richtungssumme nach dem Iterationsschritt
Z	:	Dämpfungsfaktor > 1.0
D	:	Gesamtzahl der Projektionen

Das Produkt geht hierbei über alle Projektionen D . Es wird die Notation von Shepp und Vardi [She82] benutzt, in der der Projektionswert $p(b, d)$ eindeutig festgelegt wird durch die Bildzelle b und der Projektion d . Das Verfahren läßt sich grundsätzlich soweit fortführen, bis der Fehler der Näherung in der Größenordnung der statistischen Fehler der Aufnahme liegt.

Der Dämpfungsfaktor Z ist hinzugenommen worden, damit der Algorithmus schneller konvergiert und Rechenzeit eingespart werden konnte. Weiterhin ist die Bildung der Richtungssumme nach einem sehr vereinfachten Verfahren geschehen, indem die Abbildungsmatrix entweder den Wert 0 oder 1 für die einzelnen Bildzellen erhält. In der Abbildung 4.4 ist die Vorgehensweise erläutert, wie aus einer vereinfachten trigonometrischen Betrachtung diejenigen Bildelemente aus der Matrix bestimmt werden, die zu der betrachteten Richtungssumme beitragen. Entsprechend des Winkels θ , der aktuell betrachteten Projektion, wird vom Mittelpunkt des Bildes aus der Startpunkt der Richtungssumme mit dem Abstand l berechnet. Von dort aus werden in einem gleichmässigen Abstand ($\tan \theta$ bzw. $\cot \theta$ -Werte des Projektionswinkels)

die x - und y -Anteile aufaddiert -beziehungsweise subtrahiert- bis hin zum Rand der Bildmatrix. Die Zellen, die auf diese Weise getroffen werden, werden zur Bildung der Richtungssumme und der späteren Rückprojektion in vollem Umfang herangezogen. Addiert man die entsprechenden Beiträge der Zellen in eine der Bildmatrix entsprechenden Matrix auf, so erhält man die Abbildungsmatrix einer Projektion.

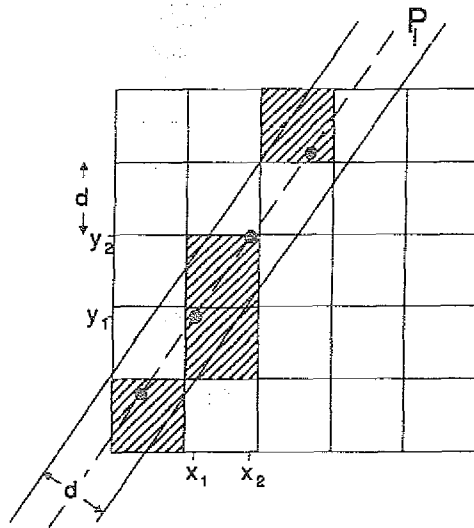


Abb. 4.4 : Bildung der Richtungssumme in dem ISS-Verfahren [Sch72], Berechnung der fortlaufenden Bildpunkte durch Addition von $x_2 = x_1 + \tan\Theta$ bzw $y_2 = y_1 + \cot\Theta$

Weiterhin sind zur Beschleunigung des Verfahrens in den ersten Iterationsschritten nicht alle Projektionsrichtungen benutzt worden. Dadurch wird das Verfahren relativ schnell.

Nach der Implementierung dieses Verfahrens zeigten sich jedoch verschiedene Nachteile. Bei Aufnahmen mit geringeren Statistiken bildeten sich vom Bildzentrum aus ringförmige Strukturen in den Bildern. Zum anderen änderte sich die Bildgüte mit der Änderung des Dämpfungsfaktors.

Die Summierung aller Abbildungsmatrizen der Projektionen unter dem Winkel von $0^\circ - 180^\circ$ ergibt ebenfalls eine symmetrische Struktur um den Bildmittelpunkt. In der Abbildung 4.7 ist diese Summenmatrix dargestellt. Die Einzelwerte variieren bis zur Hälfte des Maximalwertes. Diese Anteile werden

zwar in dem obigen Verfahren korrigiert, doch treten bei kleinen Statistiken Strukturen im Rekonstruktionsbild auf, die auf diesen vereinfachten Ansatz beruhen (s. Abb. 4.5). Aufgrund der dargestellten Nachteile wurde ein neues iteratives Verfahren entwickelt, die *Gewichtete Iterative Rekonstruktion*.

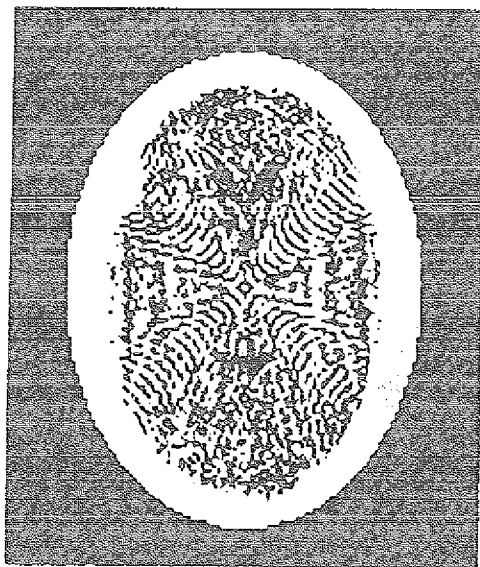


Abb. 4.5 : Rekonstruktionsartefakte beim ISS-Verfahren

Die Abbildungsgleichung wurde dabei exakt formuliert. Jeder Zelleninhalt trägt entsprechend seinem Raumanteil an der jeweiligen Richtungssumme (s. Abb. 4.6) mit dem Gewicht $g_{ij}(d)$ bei :

$$\begin{aligned} g_{ij}(d) &= \int_{x_1}^{x_2} p_l(x) - \int_{x_1}^{x_2} p_{l+1}(x) \\ &= \left[\frac{1}{2} m x^2 + a_y x \right]_{x_1}^{x_2} + [x]_{a_x}^{x_2} - \left[\frac{1}{2} m x^2 + a'_y x \right]_{a'_x}^{x_2} - [x]_{x_2}^{x_2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Die entsprechenden Parameter der Gleichung können aus Abbildung 4.6 entnommen werden. Diese Wichtung entspricht dem Beitrag eines jeden Objektpunktes, wenn innerhalb dieser Zelle die Aktivitätsverteilung als konstant angesehen werden kann. Daher auch die Namensgebung für das neue Verfahren *WIR* ("Weighted Iterative Reconstruction"). Die Aufsummierung der entsprechenden Abbildungsmatrizen aller Projektionsrichtungen ergibt für

jeden Bildpunkt den gleichen Wert. Dies wird belegt durch die Summenmatrix in der Abbildung 4.7.

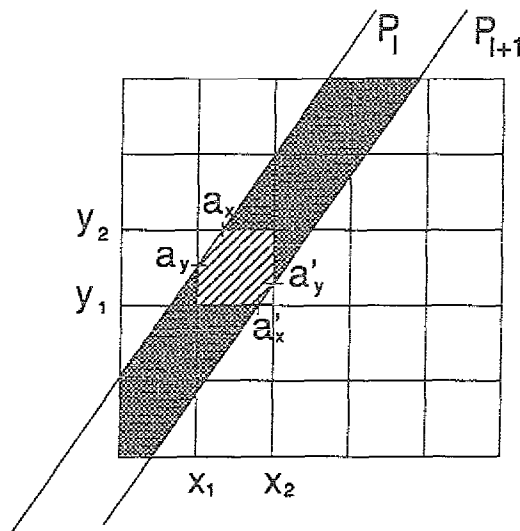


Abb. 4.6 : Bildung der Richtungssumme nach dem neuen "Gewichteten Iterativen Rekonstruktionsverfahren"

Der neue Algorithmus zur Wichtung der Pixelbeiträge ist optional zur Benutzung auf einer Vektormaschine, speziell für die im Zentralinstitut für angewandte Mathematik des Forschungszentrums Jülich zur Verfügung stehenden Cray X/MP 416, geschrieben worden. Somit werden die Ausführungszeiten pro Schichtbild auf ein Maß von 90 Sekunden reduziert (s. Tabelle 4.3). Ferner ist auf jede Beschleunigung des Konvergenzverfahrens durch die Einbeziehung eines Dämpfungsfaktors oder lediglich eines Teils der Projektionen verzichtet worden .

Bei dem WIR-Verfahren treten die Bildstörungen, wie sie im ISS-Verfahren auftraten (s. Abb. 4.5), nicht auf. Außerdem kommt es auch zu einer verbesserten Anpassung des genäherten Bildes an die ursprüngliche Verteilung, wenn auch die Annäherung langsamer, d.h. mit einer höheren Anzahl von Iterationsschritten, geschieht. Simulationsstudien bestätigen den visuellen Eindruck.

Als Vorteil des ISS-Verfahrens wurde die Reduktion aller Bildelemente

auf den Wert 0 ausgelegt, für die keine Koinzidenzen auf der entsprechenden Verbindungslinie registriert wurden. Dies bildet zwar die Ursache dafür, daß außerhalb der Aktivitätsverteilung die Bildelemente bereits im ersten Schritt zu Null gesetzt werden, jedoch bilden sich Leerstreifen in den Verbindungslinien, bei denen z.B. durch einen Detektorausfall keine Zählraten vorhanden sind oder auch aufgrund geringer Statistiken keine Einträge registriert werden. Der letzte Punkt ist in Verbindung mit dynamischen Studien, bei denen in Sekundenintervallen Messungen der Aktivitätsverteilung geschehen, ein schwerwiegender Nachteil. Dieser Effekt beeinflußt gleichermaßen die Auflösungsbestimmung. Betrachtet man zwei Punktquellen im Raum, so werden diese mit diesem Verfahren so lange eindeutig getrennt bleiben, wie noch mindestens eine Detektorlinie zwischen diesen beiden Punkten keinen Eintrag aufweist. Dieser Zustand tritt in der Realität nicht auf, da hier die Aktivitätszentren meist in einer Grundverteilung eingebettet sind. Deshalb sollte man eine solche Auflösungsbestimmung in einer gleichmäßig verteilten Grundaktivität messen.

Der Übergang vom geometrischen zum arithmetischen Mittel behebt diesen Nachteil. Man kann zeigen, daß dies die Einbindung der Poissonstatistik der einzelnen Bildzellen impliziert. Es werden die Nulleinträge in den Projektionsdaten mit ihrem entsprechenden Wahrscheinlichkeitswert berücksichtigt. Die Maximum-Likelihood Funktion L der Poissonstatistik mit dem Parameter λ

$$L = \prod_{i=0}^r \left(\frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda} \right)_i^f \quad (4.17)$$

liefert als Abschätzung $\hat{\lambda}$ nichts anderes als den arithmetischen Mittelwert der Verteilung [Brn80] :

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k = \bar{x} \quad (4.18)$$

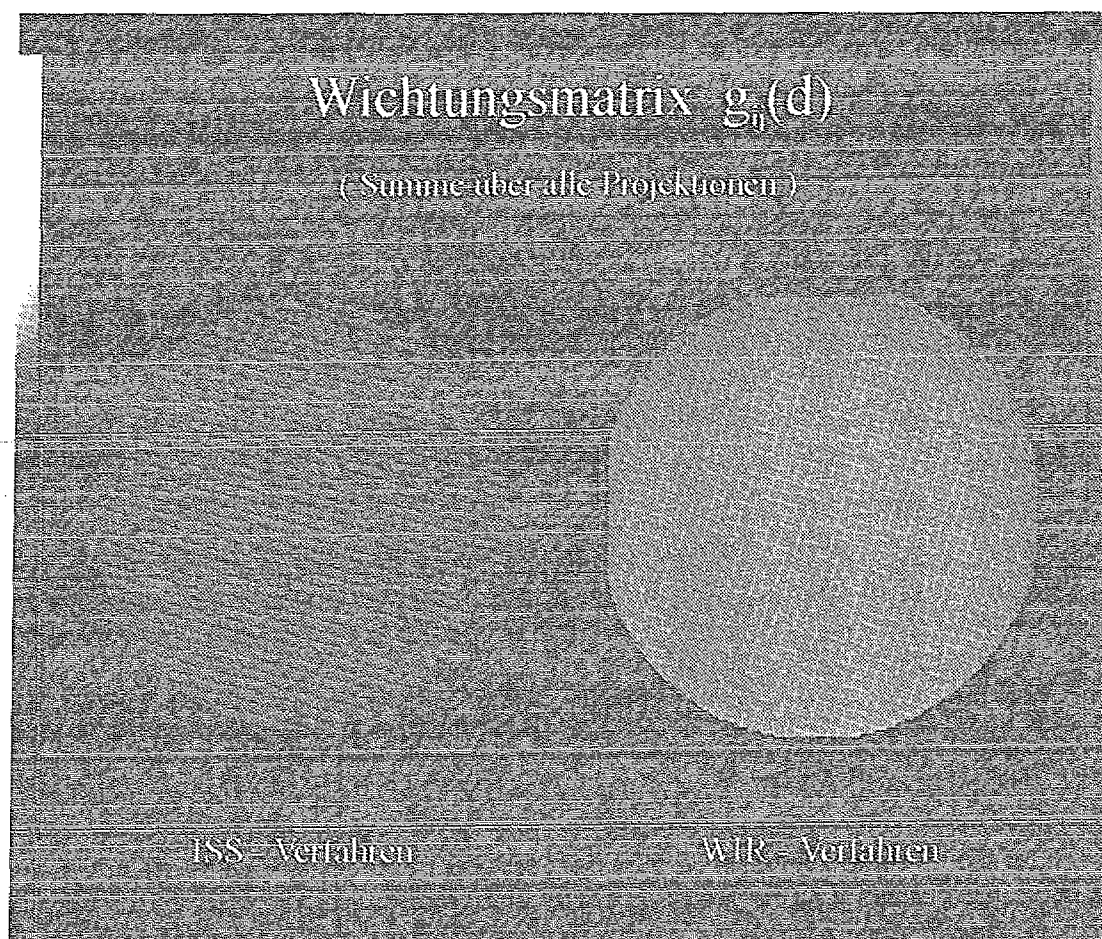


Abb. 4.7 : Summe der Wichtungsmatrizen aller Projektionen, links für das ISS-Verfahren, rechts für das neue WIR-Verfahren

Die Korrekturformel für das neue Verfahren der gewichteten iterativen Rekonstruktion lautet nun :

$$b^{n+1} = b^n * \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \left(\frac{p(b, d)_{gem}}{g(b, d) * p_n(b, d)_{appr.}} \right) \quad (4.19)$$

- b^n : Dichteverteilung der Bildzelle vor dem Iterationsschritt
- b^{n+1} : nach dem Iterationsschritt
- $p(b, d)_{gem}$: gemessener Projektionswert
- $p_n(b, d)_{appr.}$: Richtungssumme nach dem Iterationsschritt
- D : Gesamtzahl der Projektionen
- $g(b, d)$: Wichtungsfaktor, normiert auf $\sum_{d=1}^D g(b, d) = 1$

Das Verfahren konvergiert, wie das Ergebnis aus der normalisierten, quadratischen Abweichung zwischen der gemessenen und angenäherten Verteilung in Abbildung 4.8 zeigt.

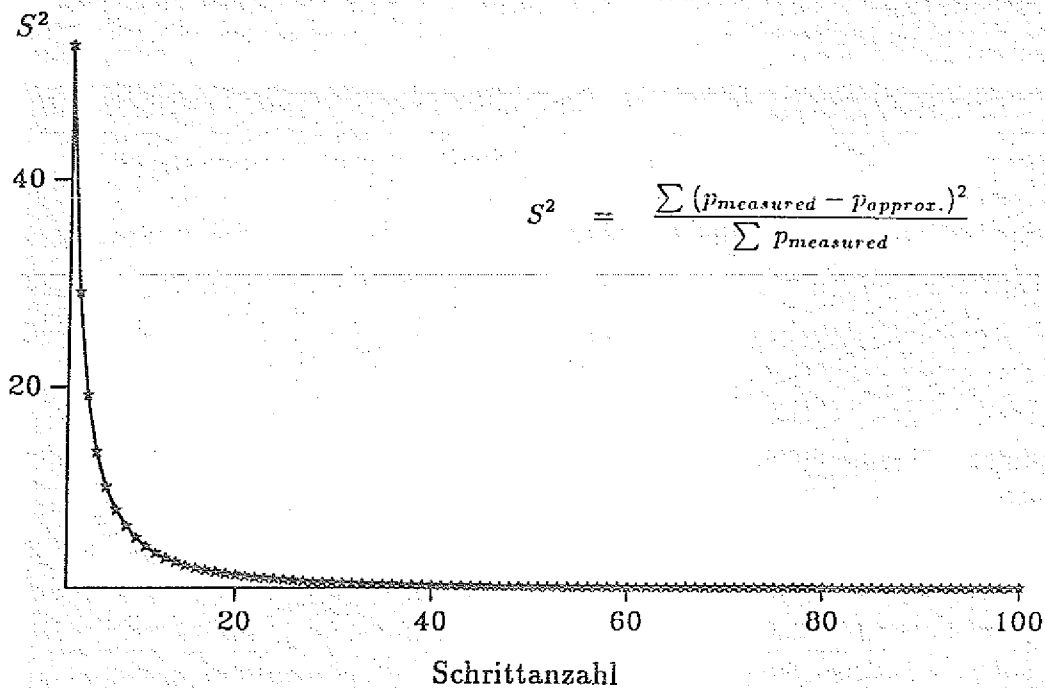


Abb. 4.8 : Normalisierte quadratische Abweichung S in Abhängigkeit von den Iterationsschritten

Von besonderem Interesse ist aber die Tatsache, daß nicht nur die Bildqualität verbessert wird, sondern ebenfalls auch eine stark verlängerte Phase der Semikonvergenz der Bilddaten auftritt. Bei den bisherigen Algorithmen beginnt nach einem kurzen Durchlaufen eines Minimums in der Abweichung der Originalverteilung zu den angenäherten Bilddaten nach etwa 10-20 Iterationsschritten, je nach Art der Aktivitätsverteilung, wieder ein rasch zunehmender Anstieg. Abbildung 4.11 stellt das Ergebnis einer Vergleichsstudie unterschiedlicher iterativer Rekonstruktionsverfahren dar [Hol90]. Diese Phase erstreckt sich nun über 100 Iterationschritte, so daß ein Abbruchkriterium nach einer festen Anzahl von Iterationschritten festgelegt werden kann. Abbildung 4.9 demonstriert an einer Simulationsstudie den optischen Verlauf bei einer fortlaufenden Anzahl von Iterationschritten mit dem neuen Verfahren. Es

ist zu diesem Zweck eine homogene Aktivitätsverteilung, aufgeteilt in 7 unterschiedlich große Kreisflächen, mit dem in Kapitel III.4 dargelegten Monte-Carlo Programm, simuliert worden. Während zu Beginn das Maximum der großen Kreisflächen bereits nach wenigen (10) Iterationsschritten erreicht ist, benötigt man zur Ausbildung der Randbereiche und der Punktquellen noch einige zusätzliche Iterationsschritte. Ihre Anzahl ist unkritisch, da selbst bei einer Anzahl von 100 Schritten visuell kaum eine Zunahme von Rauschanteilen festzustellen ist.

Dieser Eindruck ist durch den quantitativen Vergleich zwischen dem simulierten und dem angenäherten Bild bestätigt worden. Als Beispiel für die Bildqualität in Abhängigkeit von der Iterationsanzahl ist der normalisierte, mittlere absolute Abstand r untersucht worden, gegeben durch :

$$r = \sum_{i,j=1}^{I*J} |t_{ij} - r_{ij}| / \sum_{i,j=1}^{I*J} |t_{ij}| \quad (4.20)$$

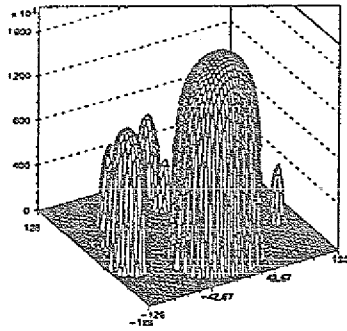
- r : normierte, absolute mittlere Abstand
 t_{ij} : simulierte Dichte in der Bildzelle ij
 r_{ij} : angenäherte Dichte in der Bildzelle ij

In der Abbildung 4.10 sind die Ergebnisse anhand einer generierten Aktivitätsverteilung (s. Abb. 4.12) eingetragen. Der absolute Abstand berücksichtigt insbesondere viele kleine Abweichungen. Er liefert einen geringeren Beitrag bei großen Abweichungen. Aus dieser Verteilung kann man das ausgeprägte Minimum leicht erkennen.

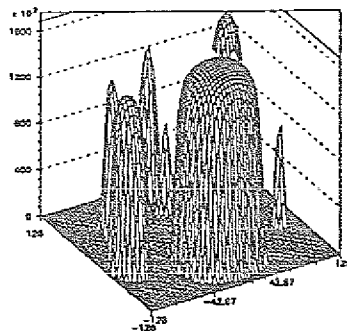
Nicht verschwiegen werden soll die Divergenz des Verfahrens bei sehr großen Iterationsanzahlen von 1000 und mehr. Die Untersuchungen verschiedener geometrischer Anordnungen und Aktivitätsinhalte der Zellen ergaben, daß man das Verfahren vorteilhaft bei einer festen Iterationsanzahl von 35 abbricht. Für einzelne Objekte genügt sogar eine geringere Iterationsanzahl. Sehr Komplexe und große räumliche Verteilungen benötigen eine erhöhte Anzahl von Iterationsschritten, um die Einzelstrukturen in den Daten herauszuheben. Bei einer Anzahl von 35 Schritten tritt der Effekt des Bildrauschens noch nicht ein. Da die Fehlerfunktion bei dem WIR-Verfahren ein breites Minimum hat, ist die

Die Bildrekonstruktion

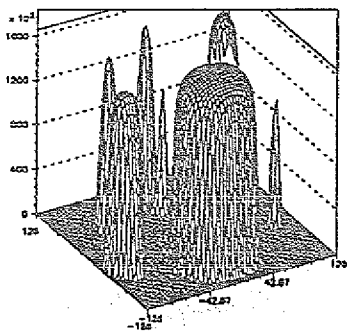
Iterationsabfolge



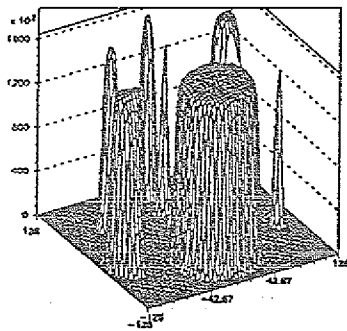
1. Schritt



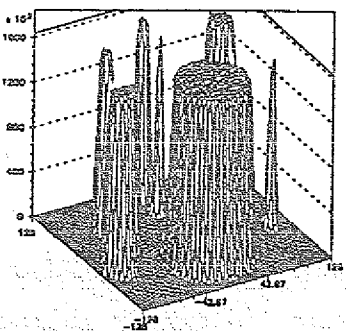
3. Schritt



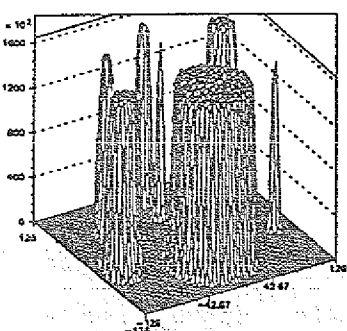
5. Schritt



10. Schritt



35. Schritt



100. Schritt

Abb. 4.9 : Iterationsabfolge der Gewichteten Iterativen Rekonstruktion (WIR)

Die Bildrekonstruktion

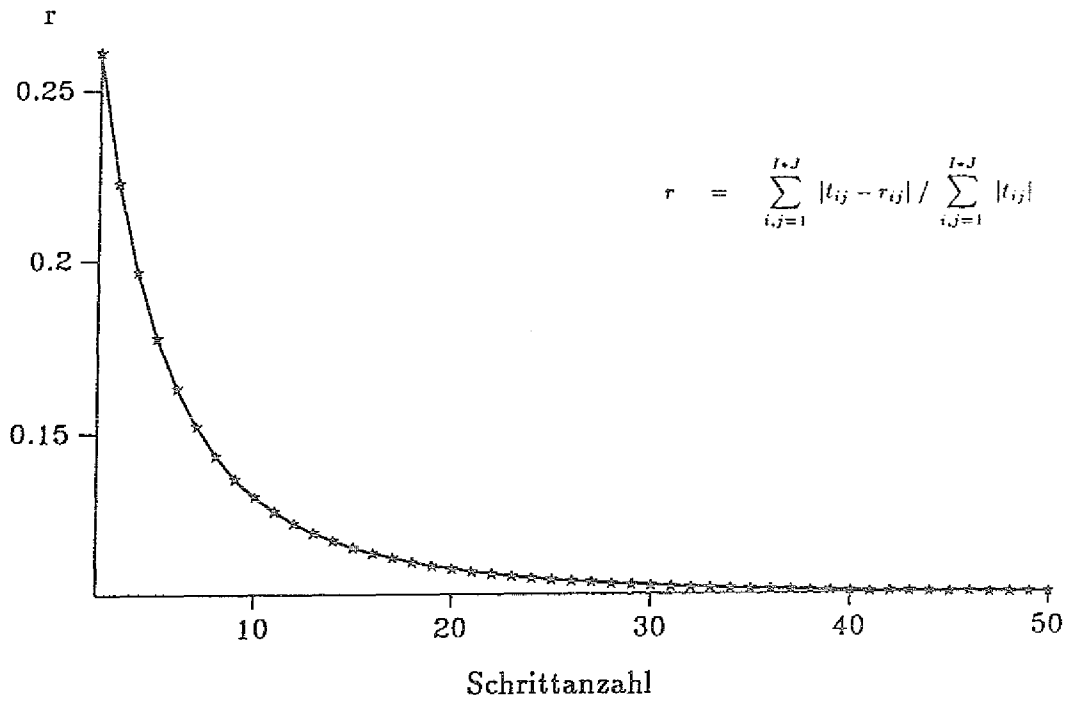


Abb. 4.10 : Normalisierte, absolute Abstandsmessung zw. wahren und angenähertem Bildinhalt, siehe Abb.4.9

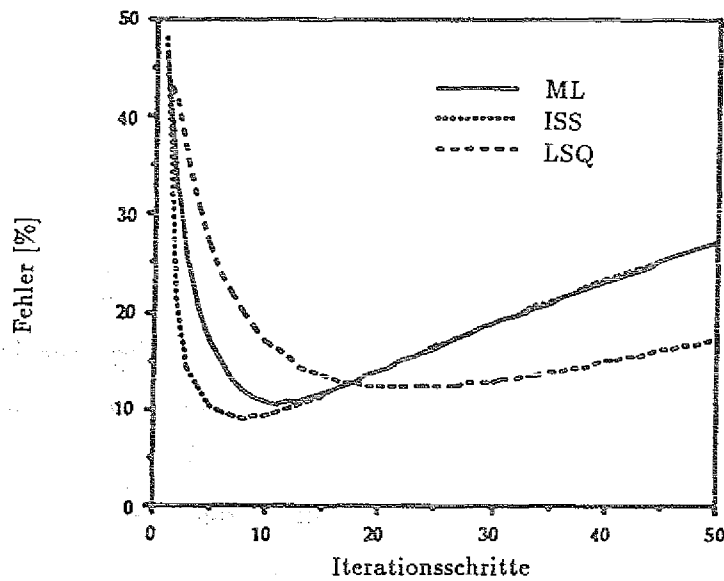


Abb. 4.11 : Prozentuale Abweichung der rekonstruierten Bilddaten zur simulierten Aktivitätsverteilung in Abhängigkeit von der Iterationsschrittanzahl [Hol90] für die iterativen Verfahren : ML - Maximum Likelihood [She82], LSQ - Least Square [Dau87], ISS - Verfahren [Sch72].

Definition eines Abbruchkriteriums, das bei der Realisierung anderer iterativer Rekonstruktionsverfahren eine wichtige Rolle spielt, ohne Bedeutung.

Interessant ist in diesem Zusammenhang eine Überlegung von Veklerov u. Llacer [Vek87], die aufgrund von statistischen Erwartungswerten ein Abbruchkriterium des Iterationsvorganges herleiten.

Es folgt im nächsten Abschnitt ein Vergleich der neuen gewichteten iterativen Methode mit der herkömmlich benutzten gefilterten Rückprojektion.

IV.4. Diskussion einer vergleichenden Untersuchung

Eine vergleichende Untersuchung der neu entwickelten "Gewichteten Iterativen Rekonstruktion" und der allgemein benutzten "Gefilterten Rückprojektion" ist durchgeführt worden im Hinblick auf den möglichen Einsatz dieses Verfahrens in der Diagnostik. Das Iterationsverfahren ist nach einer festen Anzahl von 35 Iterationsschritten abgebrochen worden, als Ergebnis der vorhergehenden Betrachtungen.

Die angegebenen Daten beziehen sich auf die gleiche Aktivitätsverteilung, wie sie bereits im vorherigen Abschnitt angesprochen wurde. In der Abbildung 4.11 ist die Originalverteilung der generierten Daten eingezeichnet. Bei der Simulation der Daten ist nur die Poissonverteilung der emittierten Positronen generiert worden, jedoch nicht die Energieverteilung oder irgendwelche Streueffekte. Da man hier die ursprüngliche Verteilung kennt, kann die rekonstruierte Bildqualität verlässlich ermittelt werden. Neben dem Wert der absoluten Abstandsgrößen r in den Bilddaten (Definition siehe vorherigen Abschnitt) ist die mittlere quadratische Abweichung d bestimmt worden :

$$d = \left(\sum_{i,j=1}^{I*J} (t_{ij} - r_{ij})^2 / \sum_{i,j=1}^{I*J} (t_{ij} - \bar{t})^2 \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

Die Bildrekonstruktion

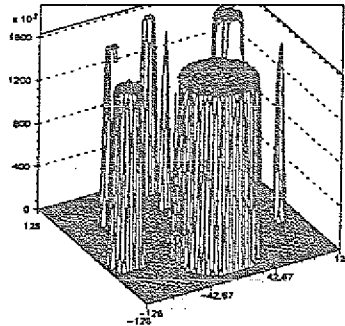
- d : normierter, mittlerer quadratischer Abstand
- t_{ij} : simulierte Dichte in der Bildzelle ij
- $\bar{t}$: Mittelwert der simulierten Dichte
- r_{ij} : angenäherte Dichte in der Bildzelle ij

Dieser Wert ist ein Maß für sehr große Abweichungen in den Bildzellen.

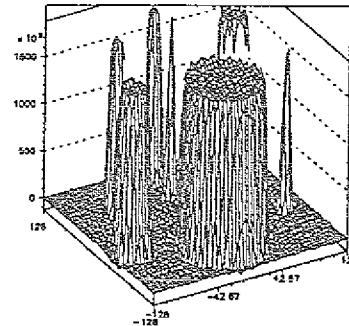
Für die gefilterte Rückprojektion wurde die standardmäßig benutzte Hanning-Filterung mit einer Frequenzbegrenzung von $0.2/mm$ eingesetzt und zum Zwecke einer verbesserten Auflösung [Rot90] eine Hanning-Filterung mit einer Frequenzbegrenzung von $0.33/mm$ benutzt. In der Abbildung 4.11 sind die rekonstruierten Bilder dargestellt.

Die ermittelten Werte zur Bestimmung der Bildqualität sind in der Tabelle 4.1 für zwei unterschiedliche Gesamtaktivitäten aufgeführt. Während bei geringen statistischen Schwankungen der Ausgangsdaten die gefilterte Rückprojektion zumindest gleichwertig ist, sprechen doch die Ergebnisse bei niedrigen Zählraten mit 1.5 - 3 fach geringeren Abweichungen eindeutig für die iterative Rekonstruktion. Bei einer guten Statistik der Ausgangsdaten tritt ein gering erhöhter mittlerer Abstand d in der iterativen Rekonstruktion auf, der durch die Randbereiche der Verteilungen gegeben ist. Wie man an den Profilen in der Abbildung 4.12, die mitten durch die Objekte gelegt worden sind, sieht. Diese Profile verdeutlichen die gemessenen Werte zur Bildqualität. Sehr gut erkennt man hier das Auftreten von Überschwingern bei einer Grenzfrequenz von $0.33/mm$ in der gefilterten Rückprojektion. Die Maximalwerte werden auch in der Quelle mit dem kleinen Durchmesser gut erreicht. Bei der Benutzung des "groberen" Filters $0.2/mm$ ist dies nicht mehr der Fall. Im Gegensatz dazu erkennt man in den iterativ rekonstruierten Profilen bei einer Anzahl von 35 Iterationsschritten, daß sowohl das Maximum als auch die Flanken gut ausgebildet sind. Bei 10 Iterationsschritten ist hingegen das Maximum der kleinen Quelle noch nicht ganz erreicht und die Flanken sind noch nicht ganz ausgeprägt.

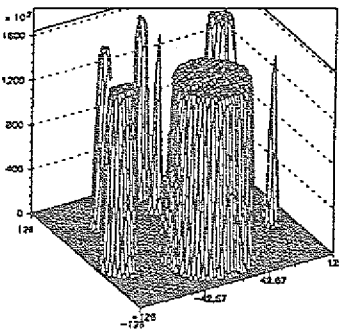
Zur Bestimmung der Auflösung und des Signal-Rauschverhältnisses sind Phantommessungen durchgeführt worden. Die Auflösungsbestimmung ge-



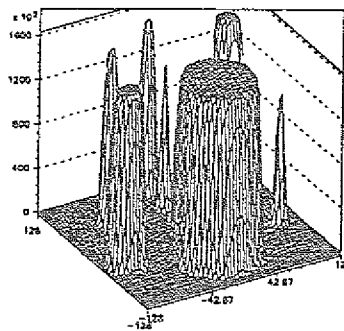
Generierte Verteilung



Hanning 0.33/mm



WIR-Verfahren nach 35 Schritten



Hanning 0.2/mm

Abb. 4.12 : Vergleich der Rekonstruktionen anhand einer generierten Aktivitätsverteilung.

schiebt anhand einer Linienquelle mit einem Innendurchmesser von 0.5mm , die mit einer hohen Aktivität gefüllt und in verschiedenen Raumpunkten des Tomographen fixiert wird. Für den Vergleich an dieser Stelle beschränken wir uns auf eine Messung im Zentrum des Tomographen. Dort ist die tangentielle und radiale Auflösung gleich. Aus der rekonstruierten Aktivitätsverteilung werden durch das Zentrum Profile gelegt und die Daten mit einer anschließenden modifizierten Gausskurve gefittet. In der Tabelle 4.2 finden sich die vollen Halbwertsbreiten FWHM in Millimeter eingetragen. Wie erwartet liefert die

Die Bildrekonstruktion

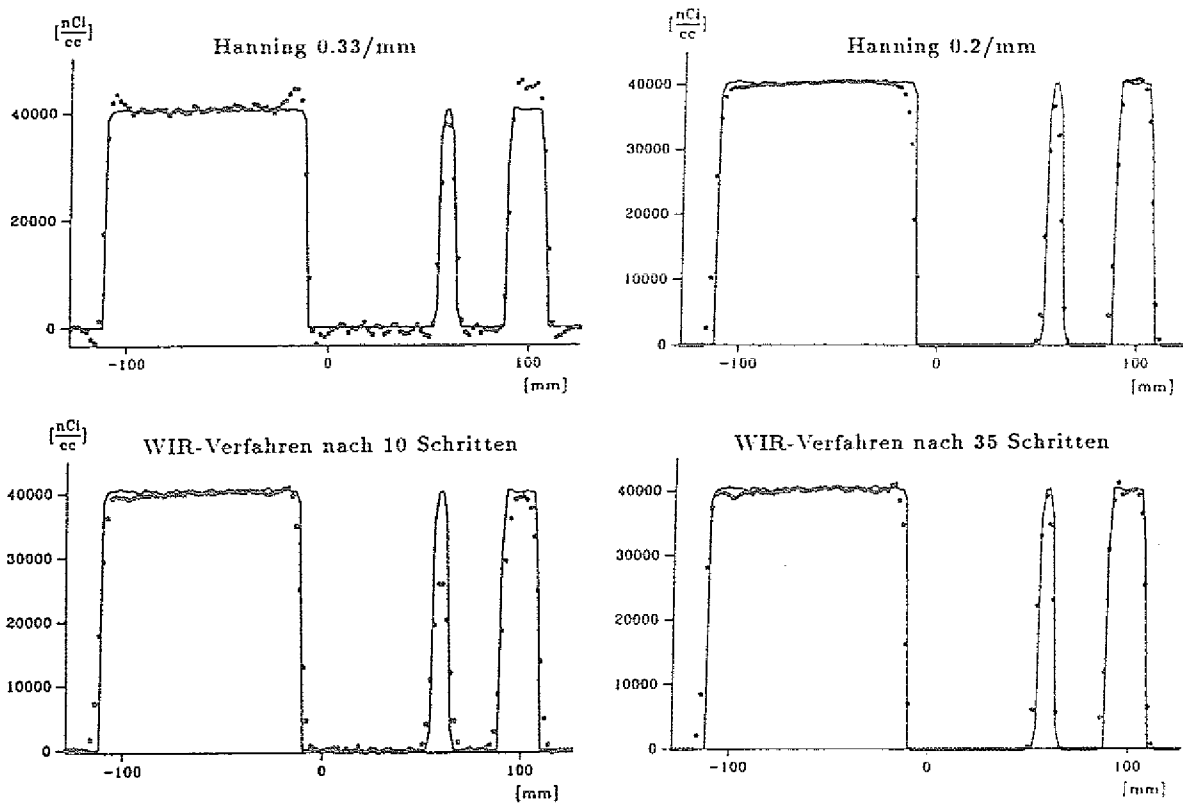


Abb. 4.13 : Profile aus den rekonstruierten Daten der Abbildung 4.11. Die durchgezogene Linie entspricht der generierten Verteilung. Oben rekonstruiert mit einer Hanning-Filterung von 0.33/mm links und 0.2/mm rechts. Unten das WIR-Verfahren nach 10 (links) und 35 (rechts) Iterationsschritten.

gefilterte Rückprojektion mit höheren Frequenzanteilen die besseren Werte als die mit niedrigeren Anteilen *. Doch wird dieser Wert noch von der iterativen Rekonstruktion übertroffen.

* Man muß hierbei bedenken, daß die Filterwahl nicht den besten Wert in der Rekonstruktion von Punktquellen liefert [Rot90]. Doch diese hier angeführten Filter werden in der praktischen Routine eingesetzt und sollen deshalb auch als Vergleichswerte zur iterativen Rekonstruktion dienen

Tabelle 4.1 : Maße für die Bildqualität nach Gl. 4.20 und 4.21

Rekonstruktion	10 ⁸ counts		10 ⁵ counts	
	d	r	d	r
<i>Gefilterte Rückprojektion mit Hanning-Filter</i>				
<i>Grenzfrequ.: 0.2 mm⁻¹</i>	0.180	0.139	0.449	0.741
<i>Grenzfrequ.: 0.33 mm⁻¹</i>	0.138	0.146	0.915	1.560
<i>Gewichteter Iterativer Algorithmus</i>				
<i>Schrittanzahl : 35</i>	0.195	0.105	0.342	0.280

Ähnlich verhält es sich bei dem Signal-Rauschverhältnis, das hier durch den Parameter RMS ("Root Mean Square") repräsentiert wird. Unter RMS versteht man das Verhältnis des Maximalwertes zur Standardabweichung des Mittelwertes einer Aktivitätsverteilung. Angegeben wird dieser Wert in Prozent.

Das Signal-Rauschverhältnis wird an einem Zylinderphantom mit 20cm im Durchmesser und einer homogenen Aktivitätsverteilung bestimmt. Die Anteile an Aktivitätsinhalten der Bildelemente sind entsprechend aufgetragen und in ihrer Höhe und Breite angefügt worden. Die RMS-Werte in der Tabelle 4.2 weisen wiederum auf die besseren Eigenschaften der iterativen Rekonstruktionen hin. In der gefilterten Rückprojektion werden diese Werte nur bei einer Grenzfrequenz von 0.2mm⁻¹ erreicht. Auch diese Werte decken sich mit dem visuellen Eindruck aus der Rekonstruktion in der obigen Abbildung 4.11.

Die Auswertung dieser Ergebnisse befürwortet den Einsatz der iterativen Technik in der hier realisierten Form des WIR-Verfahrens im Gegensatz zur konventionellen Methode der gefilterten Rückprojektion. Ein wichtiger Nachteil ist die sehr lange Rechenzeit für konventionelle Rechner (siehe Tabelle 4.3). Vertretbare Rechenzeiten findet man bei dem Einsatz des Vektorrechners Cray

Die Bildrekonstruktion

Tabelle 4.2 : *Signal-Rauschverhältnis (RMS) und Bildauflösung bei unterschiedlichen Bildrekonstruktionen*

<i>Rekonstruktion</i>	<i>RMS Rauschen</i>	<i>Bildauflösung FWHM [mm]</i>
<i>gefilterte Rückprojektion mit Hanning-Filter</i>		
<i>Grenzfrq.: 0.2 mm⁻¹</i>	5.9%	7.2
<i>Grenzfrq.: 0.33 mm⁻¹</i>	9.1%	5.7
<i>Gewichteter Iterativer Algorithmus</i>		
<i>Schrittanzahl 35</i>	5.6%	4.9

XMP/416. Doch da gerade die Entwicklung neuer Rechner zu immer schnelleren und vektorisierbaren Systemen bei geringen Kosten führt, wird es nur noch eine Frage der Zeit sein, daß auch auf kostengünstigeren Rechnern ähnliche Rechenleistungen realisierbar sind.

Tabelle 4.3 : *Rechenzeiten der Gewichteten Iterativen Rekonstruktion*

VAXstation 3100 :	3 h	38 min
IBM 3090 200E :		20 min
Cray X-MP/416 :		1 min 30 sec*

* *Der Algorithmus ist optimiert für die Vektorprozessorstruktur*

Den Abschluß soll an dieser Stelle drei Bildrekonstruktionsvergleiche aus der täglichen Routine bilden. In Abbildung 4.14 ist die Bildrekonstruktion einer Hirnaufnahme zu erkennen, die mit einer Gesamtzählrate von ca. 200.000 eine untere Grenze für ein nahezu artefaktfreies Bild mit der gefilterten Rückprojektion darstellt. Doch auch hier bilden sich bereits Bereiche einer überhöhten Aktivitätskonzentration gegenüber der iterativen Rekonstruktion aus. Die eingezeichneten Pfeile markieren zwei Beispiele solcher Regionen.

Die Bildrekonstruktion

Sie werden verursacht durch das Gibbs-Phänomen. Bei der Quantifizierung solcher Regionen treten somit systematische Fehlerquellen auf, die mit dem WIR-Verfahren vermieden werden können.

Als Beispiel einer Bildrekonstruktion aus einer dynamischen ^{11}CMG -Hirnstudie ist in Abbildung 4.15 eine Sequenz mit der Meßdauer von 5 Sekunden extrahiert worden. Die gefilterte Rückprojektion liefert die bei dieser geringen Zählratenstatistik (~ 5000 Ereignisse) starke Filterungsartefakte, die auch durch eine stark glättende Filterwahl nicht unterdrückt werden können. Hingegen zeigt das WIR-Verfahren bereits den Schädelumfang und die Blutbahnen. Dieses Verfahren läßt erstmals eine vernünftige Interpretation solch kurzfristiger dynamischen Sequenzen zu, die eine hohe Bedeutung in der Kompartiment-Analyse besitzen.

Die darauffolgende Aufnahme eines Herzens (Abb. 4.16) verdeutlicht sehr eindrucksvoll die Rekonstruktionsartefakte in der gefilterten Rückprojektion durch den Einfluß erhöhter Strahlungsquellen außerhalb des Bildbereiches aber innerhalb der Meßregion. Bei dieser Messung ist im Randbereich des Meßfeldes die Injektionsstelle mit erfaßt worden. In der gefilterten Rückprojektion überstrahlt dieses Ereignis, ausgehend von dem Ort der erhöhten Aktivität, das komplette Bild. Diagnostische Aussagen sind hier kaum noch machbar. Ganz im Gegensatz dazu steht das Ergebnis der gewichteten, iterativen Rekonstruktion. Hier tritt kein Überstrahlen der hohen Aktivitätsanteile auf die anderen Bildelemente auf. Da die eigentliche Bildmatrix etwas größer als das dargestellte Bild ist, werden diese hohen Anteile in den Projektionsdaten in die jeweiligen Randbereiche verdrängt. Dort tragen sie weiterhin zur Bestimmung des Korrekturfaktors bei, beeinflussen aber nicht den Bildinhalt.

Diese Eigenschaft ist recht vielversprechend für die Benutzung dieses Verfahrens in einer "echten" dreidimensionalen Aufnahmetechnik und Rekonstruktion. So kann die Bildmatrix auf die Größe des interessierenden Volumens in einer möglichen gefilterten Vorabrekonstruktion begrenzt werden, um damit das Gleichungssystem nicht allzu groß werden zu lassen. Die Erweiterung des Rekonstruktionsalgorithmus auf die dritte Dimension ist ohne Einschränkung

Die Bildrekonstruktion

möglich. Hierfür werden die Richtungssummen durch Hinzunahme des axialen Raumwinkelbereichs erweitert werden müssen. Das Prinzip der Wichtung (s.Gl. 4.16 und Abb. 4.6) ist durch die Volumenanteile zu ergänzen, die Korrekturformel 4.19 ist folglich über die Summe aller Projektionsdaten zu bilden. Maßgebend ist lediglich die Größe der Bildmatrix für das zu rekonstruierende Volumen, die mit der dritten Potenz in die Rechenzeit eingeht.

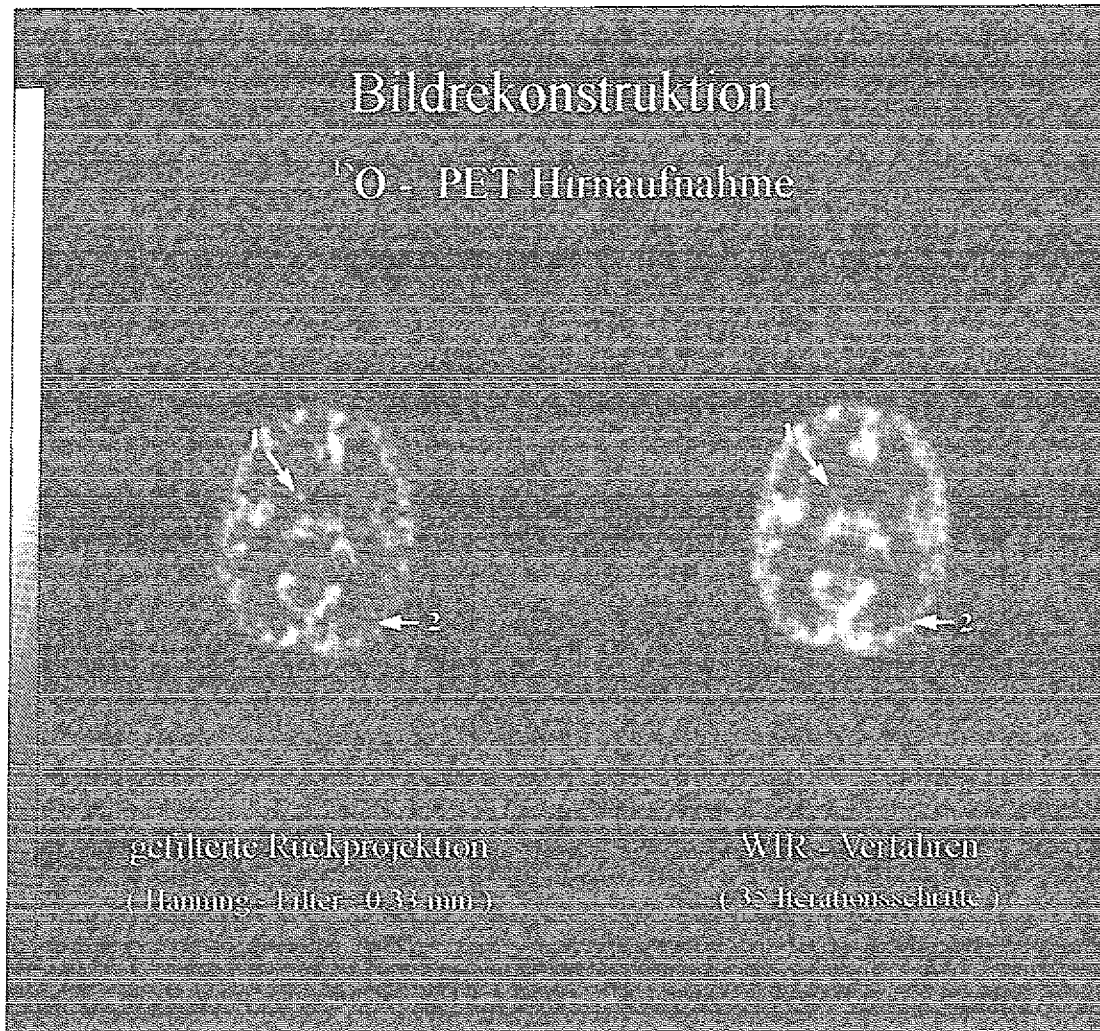


Abb. 4.14 : Bildrekonstruktion einer Hirnaufnahme mit einer Gesamtzählrate von ca. 200.000; links die gefilterte Rückprojektion, rechts das WIR - Verfahren. Die Pfeile 1 und 2 deuten auf eine erhöhte Aktivitätskonzentration in der gefilterten Rückprojektion hin, die auf Filterungsartefakte zurückzuführen sind.

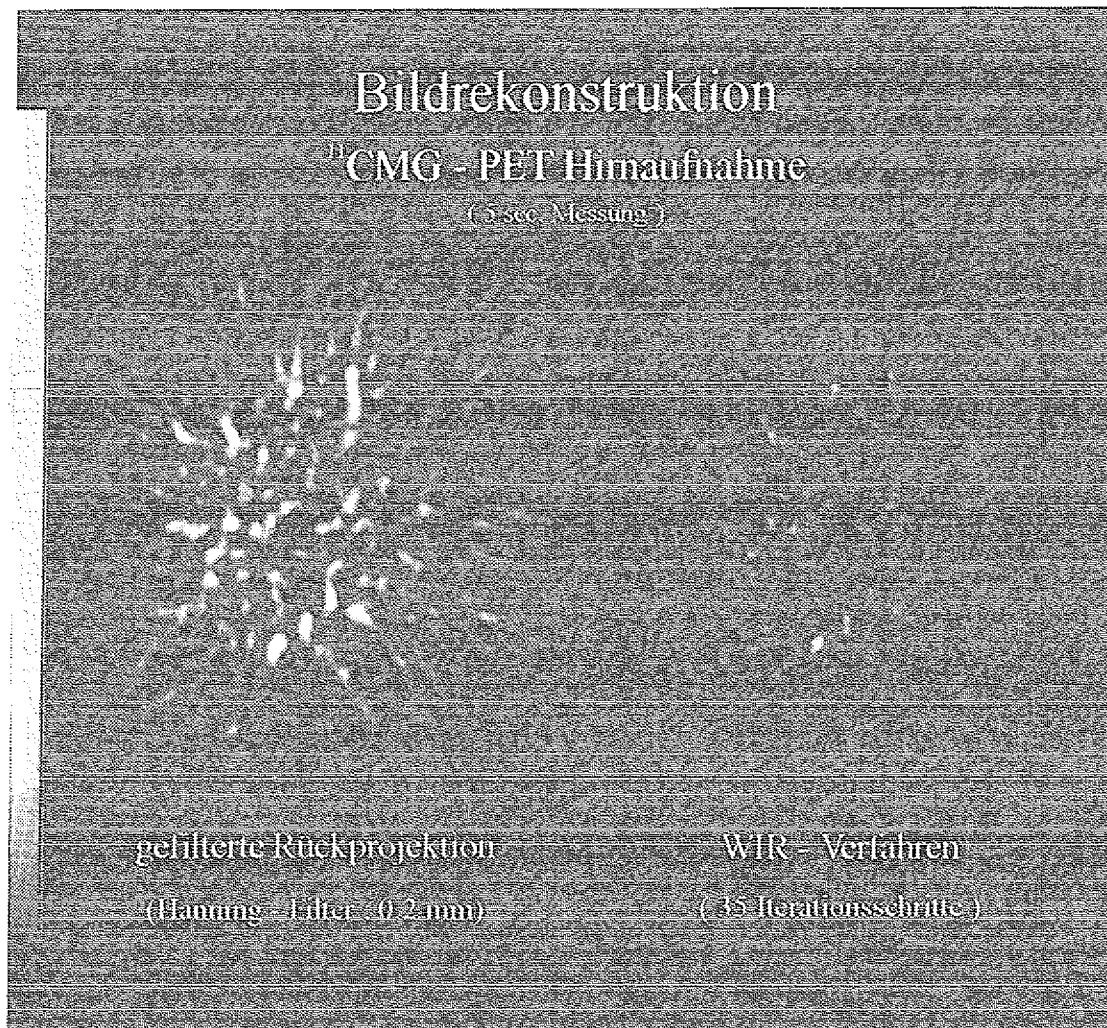


Abb. 4.15 : Bildrekonstruktion einer Schichtaufnahme aus einer dynamischen ^{11}CMG -Hirnstudie mit einer Meßdauer von 5 Sekunden: links die gefilterte Rückprojektion mit starken Filterungsartefakten, die bei dieser geringen Zählratenstatistik (~ 5000 Ereignisse) nicht unterdrückt werden können; rechts das WIR - Verfahren ohne Artefaktstrukturen, der Schädelumfang und die Blutbahnen sind bereits zu erkennen.

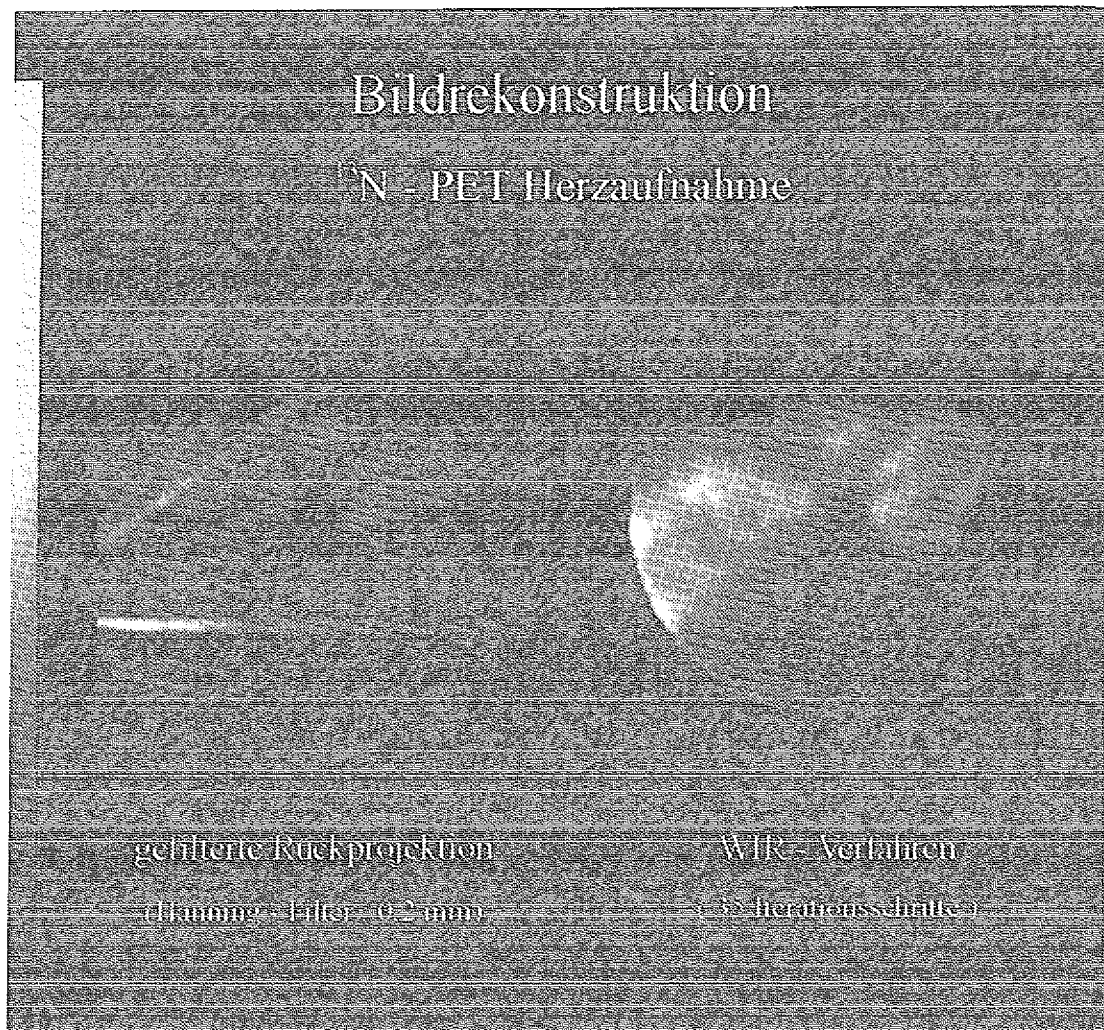


Abb. 4.16: Rekonstruktion einer Schichtaufnahme des Herzens unter Einfluß der Injektionsstelle am linken Bildrand; links das Bild der gefilterten Rückprojektion mit sehr deutlichen Strahlungsartefakten, rechts das iterative mittels WIR - Verfahren, welches artefaktfrei rekonstruiert wurde.

V. Ausblick auf Verbesserungen

Die Verbesserung der Bildauflösung selbst bei niedrigen Zählraten erreicht mit dem neuen iterativen Rekonstruktionsverfahren WIR die intrinsische Auflösung des verwendeten PET-Systems. Eine weitere Optimierung ist nur aufgrund von Veränderungen in den Dimensionen, oder der Art der Szintillationskristalle, oder in der Benutzung anderer Nachweisgeräte möglich.

In diesem Kapitel wird kurz der derzeitige Stand der Entwicklungen von Positronen-Emissions-Tomographen geschildert. Simulationsstudien anhand einer veränderten Kristallgeometrie auf der Grundlage des vorhandenen PET-Systems geben Aufschlüsse über die Realisierung eines optimierten Systems. Den Abschluß bildet ein Ausblick in kommende PET-Generationen.

Die Entwicklungen der Positronen-Emissions-Tomographen weisen in den letzten 20 Jahren eine große Mannigfaltigkeit mit dem Ziel auf, die intrinsische Auflösung und die Sensitivität des Systems zu steigern. Die grundlegenden Möglichkeiten zur Registrierung der 511keV Gammastrahlen sind bereits im Kapitel III.2.2 angesprochen worden. Die räumliche Auflösung im Bild wird neben der eigentlichen Auflösung der Nachweisgeräte noch von einer Anzahl von Faktoren beeinflusst. Diese beruhen auf: physikalische Effekte wie die Positronenreichweite und die Winkelabweichung von 180° der aus der Annihilation stammenden Photonen, Kameraeffekte wie die Stabilität der Aufhängung der Nachweisgeräte, Uniformität der Nachweisgeräte, sowie die Glättung der Bilder innerhalb des Rekonstruktionsalgorithmus. Weiterhin beeinflussen ebenfalls Patienten- bzw. Organbewegungen die Bildauflösung. Allen voran steht das Bestreben, die Ortsauflösung in den $\sim \text{mm}$ -Bereich durch die Verfeinerung der Abtastintervalle zu steigern und dies sowohl in transversaler als auch in axialer Richtung, um so eine möglichst homogene Struktur zu erreichen. Die Mehrzahl der derzeitigen PET beruhen auf der Kristalltechnologie. Die limitierende Größe der zur Verfügung stehenden Sekundärelektronenvervielfacher für PET [Hay89] wird durch eine Multikristallanordnung in Verbindung mit einer

logischen Verschaltung zur Selektion teilweise aufgehoben. Somit ist die Kristallgröße heute nur noch von der gewünschten Effizienz abhängig, bis zu einer unteren Grenze von $\sim 1\text{mm}$ bei der der Photopeak noch registriert werden kann (siehe Tabelle 5.2). Hierbei ist eine Unterscheidung zwischen den Systemen mit und ohne Flugzeitmessung zu treffen. Da die derzeitigen Kristalle, die eine Flugzeitmessung erlauben (vorwiegend BaF), eine geringere Dichte als die herkömmlich verwendeten BGO-Kristalle besitzen, ist deren Auflösung durch eine längere Absorptionslänge gekennzeichnet. Sie kommen für eine Verbesserung der Auflösungseigenschaften nicht in Frage, führen jedoch aufgrund der zusätzlichen Zeitinformation zu einer Lokalisierung auf der Koinzidenzlinie und somit zu einer Unterdrückung des Untergrundes.

Ein Beispiel eines modernen PET mit Flugzeitmessung ist der *TTV03-PET* der Gruppe LETI aus Grenoble [Maz89]. Er ist in Orsay installiert worden. Die Bildauflösung ist in transversaler Richtung angegeben mit 5.7mm im Zentrum und mit 8.8mm in axialer Richtung. Die BaF-Kristallgröße beträgt an diesem System $7\text{mm} \times 18\text{mm} \times 45\text{mm}$ und ist deutlich größer als die, der hier verwendeten BGO-Kristalle $6\text{mm} \times 12\text{mm} \times 30\text{mm}$, des PC4096-15WB der Firma Scanditronix. Die derzeit kleinste Kristallgröße, die in einem PET eingesetzt wurde, befindet sich im *Donner 600 Kristall-PET* der Gruppe in Berkeley [Der88, Mos89, Val90] und beträgt $3\text{mm} \times 10\text{mm}$ in der Frontfläche. Mit diesem System ist eine Auflösung von 2.6mm in transversaler und 6.0mm in axialer Richtung erreicht worden. Interessant ist in diesem Zusammenhang der Bau von hochauflösenden PET unter der Verwendung von Vieldrahtkammern. Das *HISPET* der Gruppe um A. Del Guerra [Del90] erreicht derzeit eine Auflösung von 9mm sowohl in transversaler als auch in axialer Richtung. Jedoch rechnet man nach Beendigung der Entwicklung mit einer Auflösung von $\sim 4\text{mm}$. Die Positronenkamera *HIDAC* von D. Townsend et al. [Tow87] ist sogar mit einer intrinsischen Auflösung von $< 2\text{mm}$ angegeben worden. Der Vorteil der Vieldrahtkammern liegt sowohl in ihrer guten Auflösung als auch in der homogenen und großflächigen Registrierung der Photonen. Nachteilig zu bewerten ist die relativ geringe Effizienz von $\epsilon \sim 12\%$ der

Ausblick auf Verbesserungen

Kammern für 511keV-Photonen. Die Sensitivität des Gesamtsystems der in Koinzidenz geschalteten Kammern erhält man aus dem Produkt der Einzeleffizienzen und beträgt folglich $\epsilon^2 \sim 1.4\%$. Diese Sensitivität ist für dynamische Untersuchungen zu gering. Die wichtigsten Eigenschaften der oben geschilderten Systeme sind in der Tabelle 5.1 aufgelistet.

Wie aus dieser kleinen Auswahl von existierenden PET-Systemen ersichtlich ist, hat man die Auflösung in den letzten Jahren zwar noch steigern können, doch ist diese noch nicht ausreichend und ebenfalls nicht homogen in transversaler und axialer Richtung mit Ausnahme der zuletzt vorgestellten Vieldrahtkammer-Systeme.

Tabelle 5.1 : *Eigenschaften moderner PET-Systeme*

Größe	PC4096-15WB [Rot90]	Donner 600 [Der88]	TTV03-PET [Maz89]	HIDAC (Prototyp) [Tow87]
Kristallgröße [mm ³]	6*12*30	3*10*nn	7*18*45	310*310mm ²
Material	BGO	BGO	BaF	MWPC
optische Kopplung	4 → 1		1 → 1	Schichtaufbau
Anzahl d. Kristalle pro Ring	512	600	324	5mm Konverter
Ringdurchmesser [cm]	101	60	89	54
intrinsische Aufl. (FWHM) [mm]				
transversal im Zentrum	4.9	2.6	4.2	1.5
transversal mit Abstand	(10cm)	(10cm)	(11cm)	(10cm)
radial	5.3	2.8	4.6	1.5
tangential	5.7	4.8	5.4	1.5
axial	6.0	6.0	8.8	1.5
Effizienz [$\mu Ci/mL$]	4940	7000	9800 (150keV)	2850

Ausblick auf Verbesserungen

Das heute zumeist eingesetzte Material für Szintillationskristalle ist BGO. Es ist besonders vorteilhaft wegen seiner großen Dichte und erlaubt somit den Bau kleinster Kristalle zur Registrierung der Gammastrahlen. Im Hinblick auf die Dichte ist in der Entwicklung neuer Szintillationsmaterialien nicht mehr viel zu erwarten. Viel mehr gehen die Anstrengungen auf ein möglichst gleich dichtes Material mit einer sehr guten Zeitauflösung ähnlich dem BaF-Kristall, so daß es neben einer guten Auflösung noch zu einer weiteren Unterdrückung des Untergrundes mittels der Flugzeitmessung kommt. Erste Ansätze in diese Richtung sind durch das Material CeF_3 (Cerium-Fluorid) [And89,Mos89b] gemacht worden. Mit einer Dichte von $6.16g/cm^3$ erreicht CeF_3 eine Absorptionslänge für $511keV$ Photonen von $1.9cm$. Im Vergleich zu BGO-Kristallen ist dies $0.8cm$ länger. Die Zerfallskonstante der kurzlebigen Komponente hingegen ist mit $\sim 2ns$ in dem Bereich der BaF-Kristalle ($0.8ns$). Weitere Entwicklungen auf diesem Sektor bleiben abzuwarten.

Die intrinsische Auflösung eines Systems wird in erster Linie durch die Kristallgröße bestimmt. Dies belegen auch die Daten der modernen PET-Systeme (Tab. 5.1). Verschiedene Aufnahmetechniken in der Datenerfassung, wie sie im Kapitel III.3.1 angesprochen wurden, erlauben darüber hinaus eine geringfügige Steigerung. Im Rahmen dieser Arbeit ist der Einfluß der Kristallgröße in der Auflösung und der Effizienz der Registrierung der Photonen anhand von Simulationstudien untersucht worden.

Bereits bei der Beurteilung der verschiedenen Bildrekonstruktionsalgorithmen ist damit begonnen worden ein Monte-Carlo Programm zur Generierung der Positronen-Emissionen und zur Simulation der anschließenden Datenaufnahme mit dem PET-Scanner *PC4096 - 15WB* zu entwickeln (siehe Kap. III.4). Als Ergebnis stehen diese Daten wie die gewöhnlich gemessenen Rohdaten einer weiteren Bildverarbeitung zur Verfügung. Die Generierung der Positronen-Emissionen erfolgt nach der Poisson-Statistik mit einem entsprechenden Energiespektrum, welches aus einer Tabelle für die jeweilig benutzten Isotope entnommen wird. Die in Betracht kommenden physikalischen Prozesse: Bremsstrahlung, Vielfachstreuung und Annihilation der Positronen,

sowie Compton-Streuung und Photoeffekt der γ -Quanten, werden in dem Simulationsprogramm mitberücksichtigt. Die Generierung dieser Ereignisse erfolgt nach der bereits in anderen Laboratorien getesteten Version von *R.Ford & W.Nelson vom SLAC* [For78], die diese Prozesse bis hinunter in den keV -Bereich erfolgreich simulieren konnten. Durch die Integration der technischen Daten des vorhandenen PET-Scanners in das Simulationsprogramm ist eine Überprüfung zwischen den realen Rohdaten und den simulierten Daten möglich. Zur Visualisierung der Apparatur und der ablaufenden Prozesse ist auf dem institutseigenen System eine komplexe Graphikebene mit Hilfe von Programmen des europäischen Forschungsinstituts CERN installiert worden.

Zwei Beispiele der Ereignisgenerierung befinden sich in der Abbildung 5.1 und 5.2. Bei der ersten Abbildung 5.1 sind generierte Positronen-Emissionen aus einem mit Wasser gefüllten Zylinder-Phantom mit ihren Vernichtungsstrahlen (gestrichelt dargestellt) eingezeichnet. Diejenigen Photonen, die die Kristalle erreichen deponieren ihre Energie in Form eines Schauers. Als ein Maß der deponierten Energie je Kristall dient die Größe der Quadrate. Deutlich ist der Zusammenhang zwischen den Coulomb-gestreuten Ereignissen und der dadurch verminderten Energie der registrierten Photonen zu erkennen. In dieser Abbildung sind keine Selektionskriterien wie Energieschwelle zur Ereignisregistrierung oder Auswahl der in Koinzidenz geschalteten Kristallmodule angelegt worden. Daher auch der relativ hohe Anteil an gestreuten Ereignissen.

In der Abbildung 5.2 sind im Gegensatz zu vorhin nur die Ereignisse eingetragen, die den in der Praxis benutzten Energieschwellenwert von $300keV$ überschreiten und deren Verbindungslinien den inneren Meßbereich durchlaufen. Auch hier werden noch gestreute Ereignisse gemessen, doch ist deren Anteil auf $(10.48 \pm 1.81)\%$ reduziert.

Dieses Monte-Carlo-Programm ermöglicht ferner, Modifikationen hinsichtlich der technischen Daten und deren Einflüsse auf die Bildauflösung und Qualität zu testen. Die Bestimmung der intrinsischen Auflösung des Systems ist für unterschiedliche Kristallgrößen durch die Generierung einer Linienquelle im Zentrum des PET-Systems geschehen. In den so gewonnen Projektionsdaten

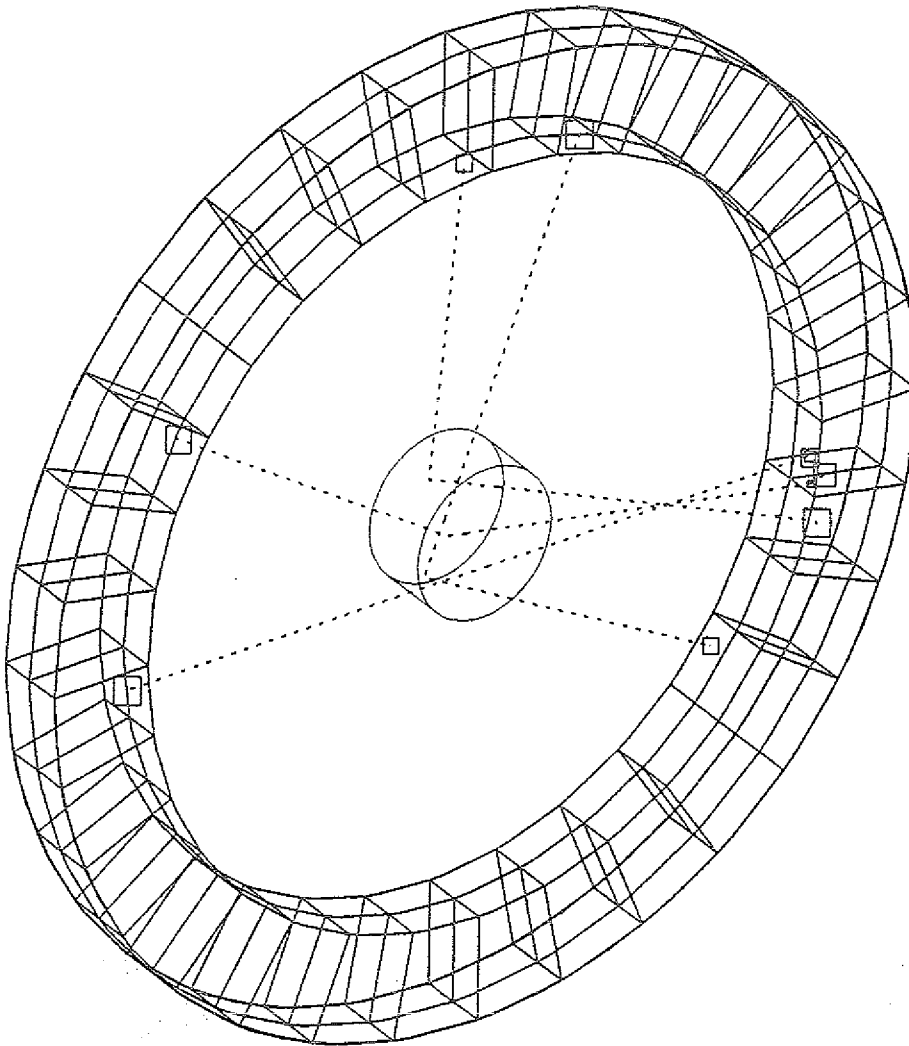


Abb. 5.1 : Generierung von Positronen-Emissionen in einem mit Wasser gefüllten Zylinderphantom und der Verlauf (gestrichelt) der aus der Vernichtung stammenden Photonen. Die Größe der Quadrate bildet ein Maß für die deponierte Energie je Kristall. Es ist keine Selektion vorgenommen worden.

ist die volle Halbwertsbreite (FWHM) bestimmt worden. Bis hinunter zu $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ in der Kristallgröße weicht die instrinsische Auflösung nicht von der Kristallgröße ab (s. Tabelle 5.2). Physikalische Effekte wie Positronenreichweite

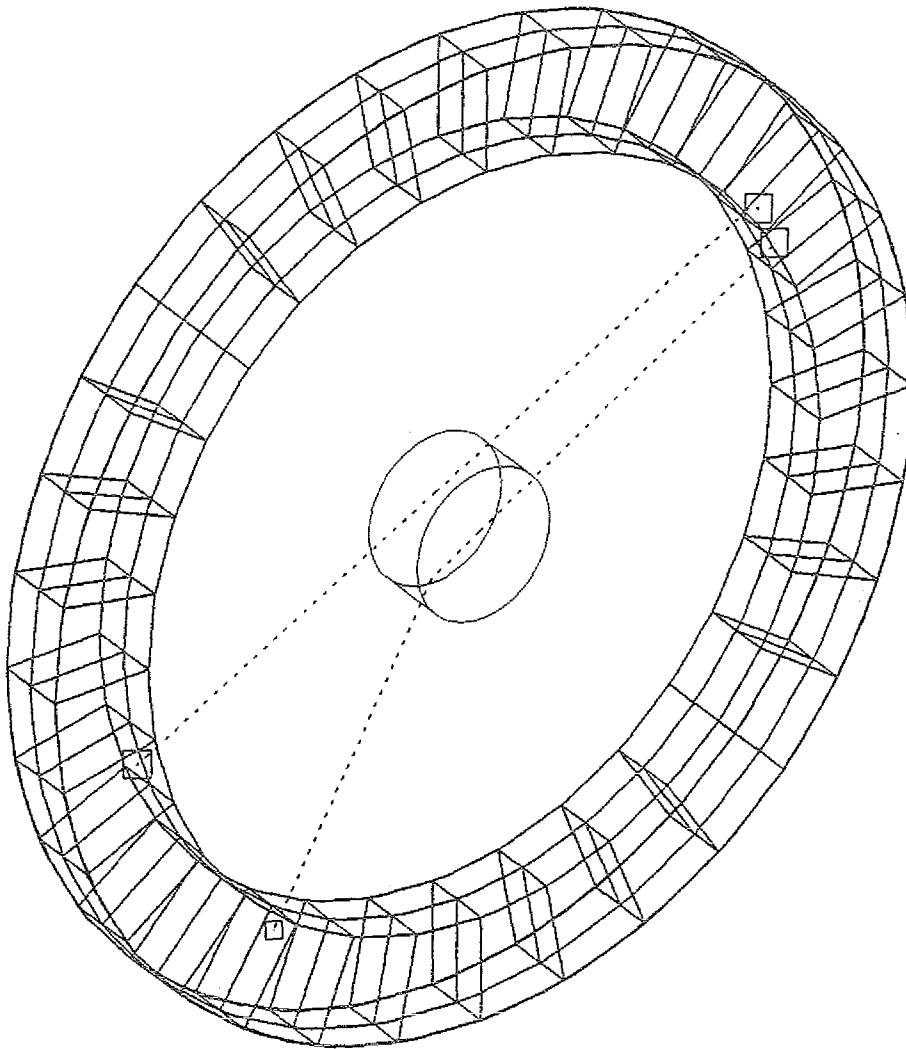


Abb. 5.2 : Generierung von Positronen-Emissionen in einem mit Wasser gefüllten Zylinderphantom und der Verlauf (gestrichelt) der aus der Vernichtung stammenden Photonen. Die Größe der Quadrate bilden ein Maß für die deponierte Energie je Kristall. Es ist eine untere Energieschwelle von 300keV angelegt worden.

und die Winkelabweichung von 180° der aus der Annihilation stammenden Photonen treten erst im *mm*-Bereich der Kristallgröße auf und bilden somit eine untere Grenze bei dieser Dimension des PET-Systems.

Ausblick auf Verbesserungen

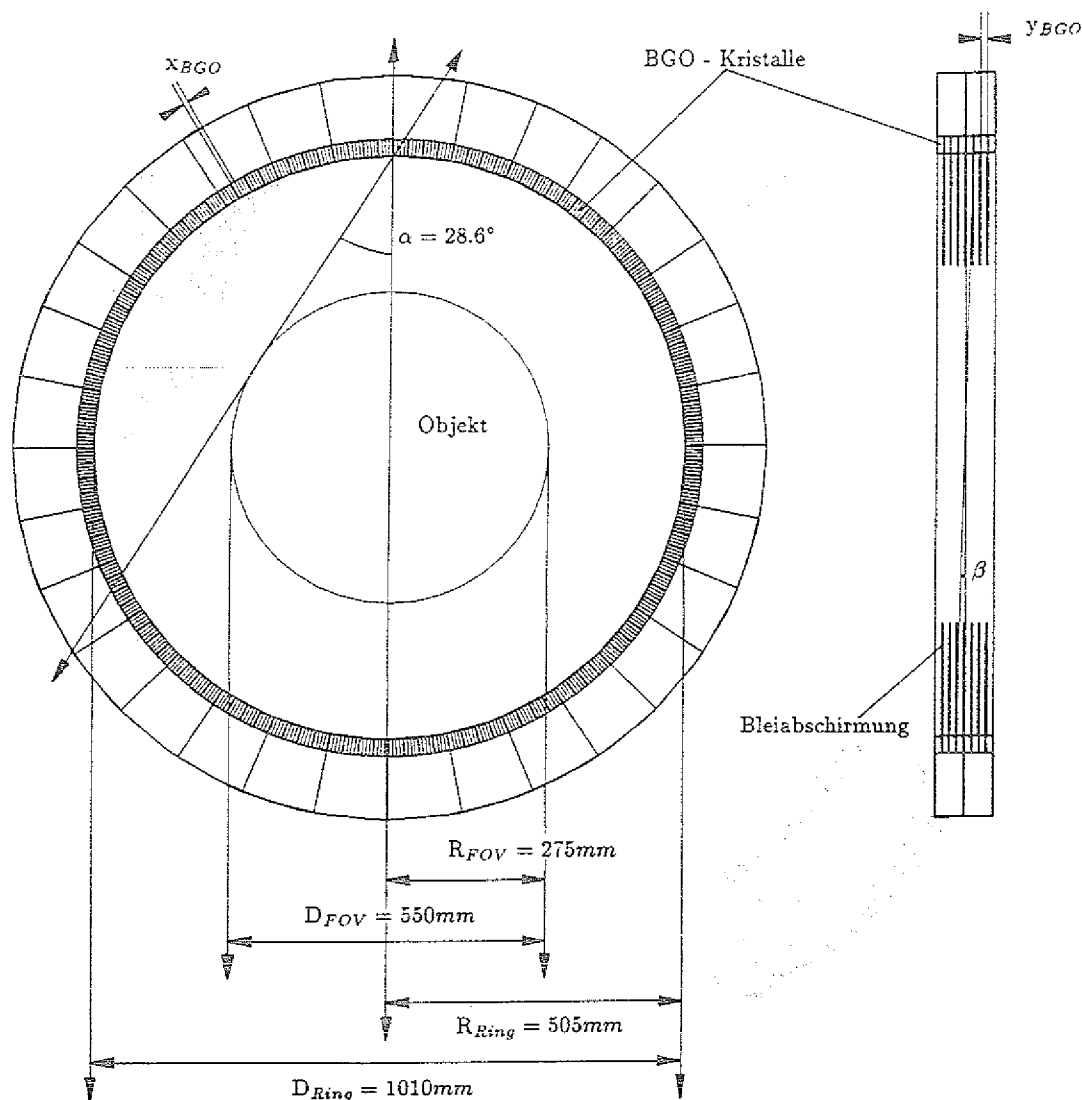


Abb. 5.3 : Die verwendeten Systemmaße des PC4096-15WB der Firma Scanditronix, der für die Bestimmung der Effizienz der Kristalle maßgeblich ist und zur Ereignisgenerierung herangezogen wurde. Für eine homogene Winkelverteilung der generierten Photonen ist zur Bergrenzung in transversaler Richtung der Winkel α lediglich von dem sensitiven Bereich (FOV) abhängig, während in azialer Richtung der Winkel β abhängig von der y-Dimension der Kristalle ist.

Neben der erreichbaren Auflösung gewinnt der Effekt der Effizienz, d.h. der Nachweiswahrscheinlichkeit der einlaufenden Photonen, bei den kleiner werdenden Kristallen immer mehr an Bedeutung. Die Effizienz ist an einem kleinen Kristallmodul mit nur wenigen Kristallen unter dem Aspekt der Energiedeponierung bei einer homogenen Verteilung der Einfallsrichtungen der Photonen simuliert worden. Die Grenzwinkel der Einfallsrichtungen der Photonen ergeben sich in der transversalen Ebene durch den Durchmesser des Tomographen, der hier im Vergleich zum Original nicht verändert wurde, und dem äußeren sensitiven Meßbereich. Die Dimensionen sind der Abbildung 5.3 zu entnehmen. In der axialen Richtung wird der Winkelbereich durch die Bleiabschirmungen, die für eine rein transversale Aufnahmetechnik eingesetzt werden, stark reduziert und ist abhängig von der Breite der Kristalle in y-Richtung. Als Kristallgröße dienen die Originalgröße von $6\text{mm} \times 12\text{mm}$ in der Frontfläche als Vergleich, während wahlweise die Größen von $4\text{mm} \times 4\text{mm}$, $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ und $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ zur Verfügung stehen. In der Praxis hat sich ein Energieschwellenwert von 300keV zur weitgehenden Unterdrückung der gestreuten Photonen mit einer gleichzeitig guten Sensitivität bewährt, deshalb ist dieser Schwellenwert zur Bestimmung der Effizienz herangezogen worden. Für die Bestimmung der Gesamteffizienz der in Koinzidenz geschalteten Kristallmodule ist das Produkt der Einzeleffizienzen zu bilden.

Aus der Monte-Carlo Simulation verschiedener Kristallgrößen (siehe Tabelle 5.2) ist eine untere Grenze von $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ in der Kristallblockgröße unschwer zu erkennen. Die Effizienz von 14.62% liegt mit einem Faktor ~ 3.5 deutlich unter der bisherigen Effizienz der Kristalle. Aber auch die Fehlinterpretation in der Ortsbestimmung durch die Registrierung des Photopeaks im benachbarten Kristall steigert sich auf 50%. Die Reduktion der Effizienz bei einer angestrebten Kristallgröße von $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ um 50.3% gegenüber der Originalgröße, dies bedeutet eine Reduktion der Gesamteffizienz auf 25.3%, wäre sicherlich durch eine Erhöhung der Meßzeit zu verkraften. Auf der anderen Seite könnte man die Sensitivität des Systems durch eine umfassende Messung der Koinzidenzen in allen 3 Raumrichtungen

Ausblick auf Verbesserungen

erhöhen, indem die Bleiabschirmungen weggelassen werden. Eine Gruppe am Karolinska-Institut untersuchte den Einfluß der Streustrahlung anhand von Simulationsstudien an einem ähnlichen Ringsystem [Dah89] mit und ohne Bleiabschirmungen und kam zu dem Ergebnis, daß die Sensitivität um den Faktor 4 gesteigert werden kann. Dieser Wert deutet darauf hin, daß der Verlust an Effizienz durch die Verkleinerung der Kristallgröße durch eine volle dreidimensionale Registrierung auszugleichen wäre. Erwartungsgemäß erhöht sich der Anteil der Streustrahlung im Gegensatz hierzu um den Faktor 3.

Tabelle 5.2 : *Intrinsische Auflösung und Effizienz der BGO-Kristalle in Abhängigkeit von der Kristallgröße (MC-Generierung von 10^6 Ereignissen und einer Energieschwelle von 300keV)*

Kristallgröße [mm ²]	Intrinsische Aufl. im Zentrum FWHM [mm]	Effizienz [%]	Effizienz im angrenzenden Kristall [%]
6 * 12	6.0 ± 0.1	48.30 ± 0.14	10.35 ± 0.22
4 * 4	4.0 ± 0.1	37.97 ± 0.16	10.44 ± 0.22
2 * 2	2.0 ± 0.1	24.28 ± 0.20	9.63 ± 0.23
1 * 1	1.2 ± 0.2	14.62 ± 0.26	7.27 ± 0.26

Diese hier ermittelten Ergebnisse lassen die Schlußfolgerung zu, daß mit dem heutigen Stand der Technik der Szintillationskristalle durchaus Auflösungen im $\sim mm$ Bereich zu realisieren wären allerdings mit leichten Einschränkungen in der Erhöhung des Untergrundes und im Anwachsen des Datenumfangs.

Einen möglichen Ausweg zur Steigerung der Sensitivität des Gesamtsystems bietet die Registrierung der Koinzidenzereignisse über einen größeren

Ausblick auf Verbesserungen

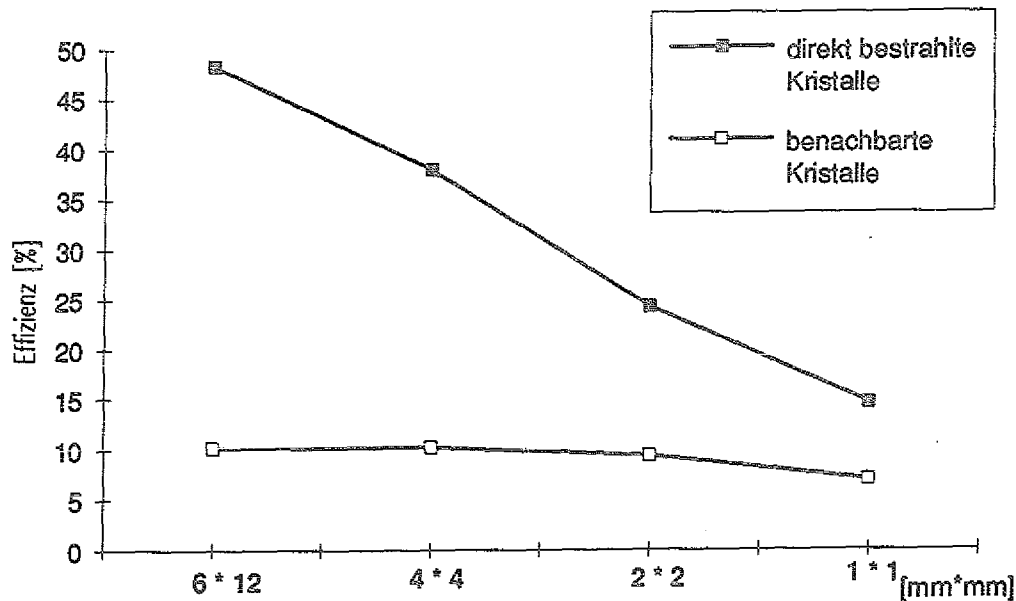


Abb. 5.4 : Effizienz der BGO-Kristalle in Abhängigkeit der Kristallgröße (s.Tab.5.2)

axialen Raumwinkelbereich. So könnten großflächige Szintillationskristalle, gekoppelt an kleinen Photodioden, mit einer guten Energie- und Ortsauflösung den Untergrund herabsetzen und die Sensitivität in Abhängigkeit vom überspannten Raumwinkelbereich deutlich steigern. Die Entwicklungen der Proportionalvieldrahtkammern, wie sie im HIDAC bzw. im HISPET benutzt werden, geben bereits erste Aufschlüsse über die hochauflösenden Eigenschaften solcher Systeme.

Die kommenden Entwicklungen versprechen daher eine weitere Verbesserung der intrinsischen Auflösung. In Kombination mit dem hier vorgestellten iterativen Rekonstruktionsverfahren WIR, welches ohne Einschränkung auf eine dreidimensionale Ereignisregistrierung umgestellt werden kann, würden diese in der medizinischen Diagnostik zur Untersuchung von Stoffwechselvorgängen dienlich sein.

VI. Zusammenfassung

Im Vergleich der heutigen tomographischen Verfahren ist die Auflösung von rekonstruierten Bildern von routinemäßig eingesetzten Positronen-Emissions-Tomographen, kurz PET genannt, mit 7 – 9mm relativ schlecht. Die Bildauflösung bei einem möglichst guten Signal-Rauschverhältnis wird in der Positronen-Emissions-Tomographie zum einen durch das Rekonstruktionsverfahren und zum anderen durch die intrinsische Auflösung des Systems beeinflusst. Für meßtechnische Untersuchungen stand der PET im Institut für Medizin des Forschungszentrums Jülich von der Firma Scanditronix mit der Bezeichnung PC4096 – 15WB zur Verfügung.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit ist auf die Optimierung der Bildrekonstruktion gelegt worden. Das Ziel war es, unabhängig von der Untersuchungsmethode die intrinsische Auflösung eines PET zu erreichen.

Die Methode der *gefilterten Rückprojektion* stellt heute bei den routinemäßigen Rekonstruktionsverfahren wegen ihrer rechentechnischen Eleganz die Methode der Wahl dar. Bei dieser Art der Bildrekonstruktion muß je nach gewünschter Darstellung einer gemessenen Aktivitätsverteilung zwischen der Bildauflösung und der erforderlichen Rauschunterdrückung durch die Wahl der Filterfunktion abgewägt werden. Hinzu treten noch Filterungsartefakte und Strahlungsartefakte, die ebenfalls die Bildqualität verschlechtern.

Iterative Algorithmen gehen direkt von einer diskreten Formulierung der Problemstellung aus. Der Nachteil der bestehenden Verfahren liegt in ihrer Instabilität der Annäherung der rekonstruierten an die vorgegebene Aktivitätsverteilung, die abhängig vom Objekt ist. Dies wird durch die schlechte Konditionierung des zu lösenden Gleichungssystems verursacht. Nach wenigen Iterationsschritten der Annäherung werden die Bereiche einer erhöhten Aktivität weiterhin überbestimmt und umgekehrt, so daß es zu einer Divergenz in den Abweichungen zur realen Verteilung bei erhöhter Schrittzahl kommt. Geeignete Abbruchkriterien bestehen derzeit nicht.

Zusammenfassung

Auf der Basis des iterativen Rekonstruktionsverfahrens von Schmidlin in der Literatur als ISS-Verfahren bezeichnet (*iterativ section separation*) ist ein volumengewichtetes, iteratives Verfahren, kurz *WIR-Verfahren* (*Weighted Iterative Reconstruction*) entwickelt worden. Diese Wichtung entspricht dem exakten Beitrag eines jeden Bildpunktes zu seinen Projektionselementen, wenn innerhalb dieser Zelle die Aktivitätsverteilung als konstant angesehen wird. Ferner ist auf jede Beschleunigung des Konvergenzverfahrens durch die Einbeziehung von Dämpfungsfaktoren im Korrekturschritt oder der Berücksichtigung lediglich eines Teils der gemessenen Projektionen verzichtet worden. Geringe Zählratenstatistiken bei dynamischen Aufnahmesequenzen oder auch der Ausfall von Nachweisgeräten führten zu einem Übergang vom ursprünglich geometrischen zu einem arithmetischen Mittel. Dies impliziert, wie gezeigt, die Einbindung der Poissonstatistik in der Aktivitätsverteilung. Somit werden die Nulleinträge in den Projektionsdaten mit ihrem entsprechenden Wahrscheinlichkeitswert für die Bildpunkte berücksichtigt.

Das Resultat ist ein ausgeprägtes Minimum in der Abweichung der rekonstruierten Aktivitätsverteilung zur realen, beginnend bei ca. 20 Iterationsschritten bis weit über 100. Eine Festlegung der Schrittzahl auf 35 ist daher zulässig. Sie beinhaltet eine optimale Annäherung der rekonstruierten Verteilung unabhängig vom gemessenen Objekt mit einer weitgehend reduzierten Gesamtreakonstruktionszeit. Ein allgemein gültiges Abbruchkriterium ist hingegen nicht gefunden worden; es ist bei dieser Lösung aber auch nicht notwendig.

Für den routinemäßigen Einsatz wird mit dem neuen WIR-Verfahren eine Bildauflösung von 4.9mm erreicht, sie liegt damit an der Grenze der intrinsischen Auflösung des hiesigen PET-Systems, ohne das gefundene Rauschsignal, definiert als Standardabweichung der Bildwerte in einer homogenen Aktivitätsverteilung, von 5.6% zu verschlechtern. Die Bildrekonstruktion mittels der gefilterten Rückprojektion kann beide Werte gleichzeitig nicht erreichen, entweder führt eine spezielle Wahl der Filterfunktion annähernd zu der guten Auflösung, dann treten jedoch die Filterungsartefakte (z.B.

Zusammenfassung

"Gibbs-Phänomene") verstärkt auf, oder die Rauschanteile werden vermindert, doch gleichzeitig wird auch die Bildauflösung verschlechtert. Bildartefakte oder auch Strahlungsartefakte treten, wie eindrucksvoll an Beispielen gezeigt, mit dem neuen iterativen Rekonstruktionsverfahren nicht auf.

Der neue Algorithmus zur Wichtung der Pixelbeiträge ist direkt zur Benutzung auf einer Vektormaschine, speziell für die im Zentralinstitut für angewandte Mathematik des Forschungszentrums Jülich zur Verfügung stehenden Cray X/MP 416, geschrieben worden. Die Ausführungszeiten betragen pro Schichtbild 90 Sekunden, die sich bei Einsatz zukünftiger stark parallelisierter Rechnersysteme weiter verringern dürfte.

In einem Ausblick auf Verbesserungen der Bildauflösung eines PET-Systems sind anhand von Simulationsstudien die momentan realisierbaren Veränderungen bezüglich der Kristallgröße untersucht worden. Eine Verkleinerung der Kristallgröße auf 2mm^2 in Transversalrichtung bewirkt zwar eine Optimierung der Auflösung bis hinunter zu den physikalischen Grenzen der möglichen Bestimmung des Positronenemissionsortes, jedoch wird hierdurch die Effizienz in der Registrierung der beiden Gammastrahlen bis auf 25.3% des derzeitigen Systems reduziert.

Einen möglichen Ausweg bietet die Registrierung der Koinzidenzereignisse über einen größeren axialen Raumwinkelbereich. So könnten großflächige Szintillationskristalle, gekoppelt an kleine Photodioden, mit einer guten Energie- und Ortsauflösung den Untergrund herabsetzen und die Sensitivität in Abhängigkeit vom überspannten Raumwinkel deutlich steigern.

In Kombination mit dem hier vorgestellten WIR-Verfahren, welches ohne Einschränkungen auf eine "echte" dreidimensionale Registrierung von Koinzidenzereignissen einzusetzen ist, wären so durchaus Bildauflösungen der PET-Kamera im mm -Bereich denkbar. Dies würde eine Präzision in der Lokalisierung von aktiven Stoffwechselvorgängen, die einer Zuordnung mit den gemessenen Gewebestrukturen anderer tomographischen Verfahren dienlich wäre, bedeuten.

VII. Literaturverzeichnis

- [And32] C.D.Anderson P.M.S.Blackett u. O.Occhialini,
" Photography of Penetrating Corpuscular Radiation."
Science 76, 238 (1932)
- [And89] D.F.Anderson,
" Properties of the High-Density Scintillator Cerium Fluoride."
IEEE Trans. Nucl. Sci 36, 137-140 (1989)
- [Ang58] H.O.Anger,
" Scintillation camera."
Rvi. Sci. Instrum. 29, 27-33 (1958)
- [Ang59] H.O.Anger u. D.J.Rosenthal,
" Scintillation Camera and Positron Camera."
Medical Radioisotope Scanning, IAEA 59, Vienna (1959)
- [Ang73] H.O.Anger,
"Multiple Plane Tomographic Scanner."
Tomographic Imaging in Nuclear Medicine (G.S.Freedman, ed.) New York,
Society of Nuclear Medicine: , 2 (1973)
- [Ber64] M.J.Berger und S.M.Selzer, NASA-SP-3012 (1964)
- [Ber80] M.Bergström et al.,
" Corrections for attenuation, scattered radiation, and random coincidences
in a ring detector positron emission transaxial tomograph."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-27/1, 549 (1980)
- [Bet30] H.Bethe,
" Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Ma-
terie."
Ann. d. Physik 5, 325 (1930)
- [Bet34] H.Bethe u. Heitler,
" On the Stopping of Post Particles and on the Creations of Positive
Electrons."
Proc. Roy. Soc. London (A) 146, 83-112 (1934)
- [Big83] R.E.Bigler u.G.Sgouros,
" Biological analysis and dosimetry for ^{15}O - labeled O_2 ; CO_2 and CO gases
administered continuously by inhalation."
J. Nucl. Med 24, 431 (1983)

Literaturverzeichnis

- [Blo33] F.Bloch,
" Bremsvermögen von Atomen mit mehreren Elektronen."
Z.Physik 81, 363 (1933)
- [Blu27] H.L.Blumgart u. S.Weis,
" Studies on the velocity of blood flow. VI. The method of collecting the
active deposit of radium and its preparation for intravenous injection."
J. Clin. Investigation 4, 389-398 (1927)
- [Boh13] N.Bohr,
Phil. Mag. 25, 10 (1913)
- [Boh15] N.Bohr,
" Über die Abnahme der Geschwindigkeit von sich rasch bewegenden
elektrischen Teilchen beim Durchgang durch Materie."
Phil. Mag. 30, 581-612 (1915)
- [Bow73] A.R.Bowley et al.,
" A Radioisotope Scanner for Rectilinear, Arc, Transverse Section
Scanning."
Br. J. Radiol. 46, 262 (1973)
- [Bra56] R.N.Bracewell,
" Strip integration in radio astronomy."
Aust. J. Phys. 9, 198-217 (1956)
- [Bra67] R.N.Bracewell u. A.C.Riddle,
" Inversion of Fan-Beam scans in radio astronomy."
The Astrophysical J. 150, 427-434 (1967)
- [Brn80] I.N.Bronstein u. K.A.Semendjajew,
" Taschenbuch der Mathematik."
Verlag Harri Deutsch , Frankfurt (1980)
- [Bro53] G.L.Brownell and W.H.Sweet,
" Localization of Brain Tumours with Positron Emitters."
Nucleonics 11, 40 (1953)
- [Bro73] G .L.Brownell u. C.A.Burnham, MGH Positron Camera.
Tomographic imaging in nuclear medicine (ed. G.S.Freedman) 154, Society
of Nuclear Medicine: , New York (1973)
- [Bro76] R.A.Brooks u. G.DiChiro,
" Principles of computer assisted tomography (CAT) in radiographic and
radioisotopic imaging."
Phys. Med. Biol. 21, 689-732 (1976)

Literaturverzeichnis

- [Bru88] R.Brun u. D.Lienart,
" HBOOK User Guide - Version 4."
CERN Program Library Y250, (1988)
- [Bru89] R.Brun et al.,
" PAW Physic Analysis Workstation (1989)."
CERN Program Library Q121, (1989)
- [Bud74] T.F. Budinger u. G.T.Gullberg,
" Three-dimensional reconstruction in nuclear medicine emission imaging."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-21/3, 2-20 (1974)
- [Bur72] C.A.Burham u. G.L.Brownwell,
" A Multi-Crystal Positron Camera."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-19, 201 (1972)
- [Cha14] J.Chadwick,
Ver. Deutsch. Phys. Ges. 16, 383 (1914)
- [Cho76] Z.H.Cho, J.K.Chan u. L.Eriksson,
" Circular ring transverse axial positron camera for 3-dim. reconstruction
of radionuclides distribution."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-23, 613 (1976)
- [Col81] J.G.Colsher u. G.Muehllehner,
" Effects of wobble motion on image quality in positron tomography."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-28/1, 90-93 (1981)
- [Cor63] A.M.Cormack,
" Representation of a Function by its Line Integrals, with some Radiological
Applications."
J. Appl. Phys. 34, 2722 (1963)
- [Cow56] C.L.Cowan u. F.Reines,
" The Neutrino."
Nature 178, 466 (1956)
- [Cow57] C.L.Cowan u. F.Reines,
" Neutrino Magnetic Moment Upper Limit."
Phys. Rev. 107, 528 (1957)
- [Cro83] W.G.Cross et al.,
" A short atlas of beta-ray spectra."
Phys. Med. Biol. 28, 1251 (1983)
- [Dah89] M.Dahlbom et al.,
" A study of the possibility of using multi-slice PET systems for 3D
imaging."
IEEE Trans. Nucl. Sci. 36, 1066-1071 (1989)

Literaturverzeichnis

- [Dau87] M.E.Daube-Witherspoon u. G.Muehlelehner,
" An iterative image space reconstruction algorithm suitable for volume PET."
IEEE Trans. Med. Imaging MI-6, 52-56 (1987)
- [Del90] A.Del Guerra et al.,
" Test of the HISPET prototype."
IEEE Trans. Nucl. Sci 37/2, 817-821 (1990)
- [Dem77] A.P.Dempster, N.M.Laird u. D.B.Rubin,
" Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm."
J. Royal Stat. Soc. B 39, 1-37 (1977)
- [Der88] S.E.Derenzo et al.,
" A positron tomograph with 600 BGO crystals and 2.6mm resolution."
IEEE Trans. Nucl. Sci 35, 659-664 (1989)
- [Der89] S.E.Derenzo et al.,
" Initial characterization of a position-sensitive photodiode/BGO detector for PET."
IEEE Trans. Nucl. Sci 36, 1084-1089 (1989)
- [Dir28] P.A.M.Dirac,
" The Quantum Theory of the Electron."
Proc. Roy. Soc. 117, 610-624 (1928)
- [Eri86] L.Eriksson et al.,
" Figures of merit for different detector Configurations utilized in High Resolution Positron Cameras."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-33, (1986)
- [Fan52] U.Fano,
" Tables for the Analysis of Beta Spectra."
Nat. Bureau of Stand. - Applied Mathematics Series 13, (1952)
- [Fer34a] E.Fermi,
" Versuch einer Theorie der β -Strahlen."
Z. Physik 88, 161 (1934)
- [Fer34b] E.Fermi,
" Possible Production of Elements of Atomic Number higher than 92."
Nature 133, 898-899 (1934)
- [For78] R.Ford und W.Nelson,
SLAC-210 , UC-32 (1978)
- [Fow86] Fowler u. Wolf,
" 2-deoxy-2-(^{18}F)fluoro-D-glucose for metabolic studies: Current status."
Appl. Radiat. Isot. 37, 663-668 (1986)

Literaturverzeichnis

- [Gil72] P.Gilbert,
" Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object
from projections."
J. Theor. Biol. 36, 105-117 (1972)
- [Gla61] S.L.Glashow,
" Particle-Symmetries of Weak Interactions."
Nucl. Phys. 22, 579 (1961)
- [Gor70] R.Gordon, R.Bender u. G.T.Herman,
" Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron
microscopy and X-ray photography."
J. Theor. Biol. 29, 471-481 (1970)
- [Gro72] M.Grotein,
" Three-dimensional density reconstruction from a series of two-dimensional
projections."
Nucl. Instr. Meth. 101, 509-518 (1972)
- [Gue83] A.Del Guerra et al.,
" Design Considerations for a high Spatial Resolution Positron Camera with
Dense Drift Space MWPCs."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-30, 646 (1983)
- [Hay89] T.Hayashi,
" New photomultiplier tubes for medical imaging."
IEEE Trans. Nucl. Sci 36, 1078-1083 (1989)
- [Hei44] W.Heitler,
" The Quantum Theory of Damping."
Phys. Berichte 27, 159 (1944)
- [Hei54] W.Heitler,
" The Quantum Theory of Radiation."
Clarendon Press, Oxford , (1954) 270
- [Her37] S.Hertz, A.Roberts u. R.D.Evans,
" Radioactive iodine as an indicator in the study of thyroid physiology."
Proc. Soc. Exp. Biol. and Med. 38, 510-513 (1938)
- [Her76] G.T.Herman u. A.Lent,
" Iterative Reconstruction Algorithms."
Comput. Biol. Med. 6, 273-294 (1976)
- [Hev22] G. von Hevesy,
" An Attempt to influence the Rate of Radioactivity Desintage by use of
Penetrating Radiation."
Nature 110, 216 (1922)

Literaturverzeichnis

- [Hof76] E.J.Hoffman et al.,
" Design and Performance Characteristics of a Whole Body Positron
Transaxial Tomograph."
J. nucl. Med. 17, 493 (1976)
- [Hol88] S.Holte et al.,
" A Preliminary Evaluation of a Positron Camera System using Weightes
Decoding of Individual Crystals."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-35, 730 (1988)
- [Hol90] S.Holte et al.,
" Iterative image reconstruction for positron emission tomography: A study
of convergence and quantitation problems."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-37/2, 629-635 (1990)
- [Hou72] G .N. Hounsfield,
A method of and apparatus for examination of a body by radiation such as
X or gamma radiation. The Patent Office, London, Patent Spec. 1283915
(1972)
- [Hou73] G.N. Hounsfield,
" Computerized transverse axial scanning (tomography) Part I.: Description
of system."
Brit. J. Radiol. 46, 1016 (1973)
- [Ido78] T.Ido et al,
" Labeled 2-deoxy-D-glucose analogs. F-18 labeled 2-deoxy-2-fluoro-
D-glucose, 2-deoxy-2-fluoro-D-mannose and C-14 2-deoxy-12-fluoro-D-
glucose."
J.label.Compds Radiopharm. 24, 174 (1978)
- [Ish89] H.Ishibashi et al.,
" Cerium doped GSO scintillators and its application to positron sensitive
detectors."
IEEE Trans. Nucl. Sci 36, 170-172 (1989)
- [Jae83] A.Jaevons et al.,
" The High Density Avalanche Chamber for Positron Emission Tomogra-
phy."
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-30, 640 (1983)
- [Kal47] H.Kallmann u. I.Broser,
" Anregung von Leuchtstoffen durch schnelle Korpuskularteilchen.
I.Methode zur Registrierung und Energiemessung schwerer geladener
Teilchen."
Phys. Berichte 27, 703 (1947)

Literaturverzeichnis

- [Kle29] O.Klein u. Y.Nishina,
" Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac."
Z. Physik 52, 853 (1929)
- [Kon65] E .J.Konopinski a. M.E.Rose, The Theory of Nuclear */beta*-Decay.
ed. K.Siegbahn, Alpha-, Beta- and Gamma-Ray-Spectroscopy, North-Holland Publ.Co.: , Amsterdam (1965) 1327
- [Kuh63] D.E.Kuhl u. R.Q.Edwards,
" Image separation radioisotope scanning."
Radiology 80, 653-662 (1962)
- [Lan84] K.Lange u. R.Carson,
" EM reconstruction algorithmfor emission and transmission tomography."
Jou. Comp. Ass. Tomog. 8, 306 (1984)
- [Law31] E.O.Lawrence u. M.S.livingstone,
" The Production of High Speed Protons Without the Use of High Voltages."
Phys. Rev.(2) 38, 834 (1931)
- [Lee56] T.D.Lee u.C.N.Yang,
" Conservation of heavy particles and generalized gauge transformation."
Phys. Rev. 104, 254 (1956)
- [Lub80] V.A.Lubimov et al.,
Phys. Lett. 94B, 266 (1980)
- [Lub85] V.A.Lubimov et al.,
" An estimate of the ν_e mass from the β -spectrum of tritium in the volire molecule."
Phys. Lett. 159B, 217 (1985)
- [May84] T.Mayer-Kuckuk,
" Kernphysik."
TB Stuttgart , 301 (1979)
- [Maz90] B.Mazoyer et al.,
" Physical characteristics of TTV03, a new high spatial resolution time-of-flight positron tomograph."
IEEE Trans. Nucl. Sci 37/2, 778-782 (1990)
- [Mer79] R.M.Mersereau,
" The processing of hexagonally sampled two-dimensional signals."
IEEE Proc. 67, 930-949 (1979)

Literaturverzeichnis

- [Mos89] W.W.Moses et al.,
" The tuning algorithms used by the donner 600 Crystal Tomograph."
IEEE Trans. Nucl. Sci. 36, 1025-1029 (1989)
- [Mos89b] W.W.Moses u. S.E.Derenzo,
" Cerium Fluoride, a new fast, heavy Scintillator."
IEEE Trans. Nucl. Sci. 36, 173-176 (1989)
- [Mue71] G.Muehlelehner u. R.A.Wetzel,
" Section Imaging by Computer Calculation."
J. Nucl. Med. 12, 79 (1971)
- [Mur82] H.Murayama et al.,
" A quad BGO Detector and its Timing and Positioning Discrimination for
Positron Computed Tomography."
Nucl. Instr. Meth. 192, 501 (1982)
- [Nel85] W.R.Nelson, H. Hirayama u. D.W.O.Rogers,
" The EGS4 Code System."
SLAC-265 UC-32, (1985)
- [Neu66] H.Neuert,
" Kernphysikalische Meßverfahren zum Nachweis für Teilchen und Quan-
ten."
Verlag G.Braun , Karlsruhe (1966)
- [Old61] W.H.Oldendorf,
" Isolated flying spot detection of radiodensity discontinuities - displaying
the internal structured pattern of a complex object."
IRE Trans. Bio-Med. Electronics BME-8, 68-72 (1961)
- [Pau33] W.Pauli,
" Über die Formulierung der Naturgesetze mit fünf homogenen Koordinaten.
Teil II. Die Diracschen Gleichungen für die Materiewellen."
Ann. d. Phys. 18, 337-372 (1933)
- [Pau49] W.Pauli u. F.Villers,
" On the invariant regularization in relativistic quantum theory."
Rev. Mod. Phys. 21, (1949) 434
- [Per82] D.H.Perkins,
" Introduction to High Energy Physics."
Addison-Wesley Pub. Comp. , (1982)
- [Phe75] M.E.Phelps u. M.M.Ter-Pergossian,
" Application of annihilation coincidence detection to transaxial reconstruc-
tion tomography."
J. nucl. Med. 16, 210 (1975)

Literaturverzeichnis

- [Phe79] M.E.Phelps, C.E.Selin u. D.E.Kuhl,
" Tomographic Measurement of local cerebral glucose metabolic rate in man
with F-18 fluorodeoxyglucose: Validation of method."
Ann. Neurol. 6, 371 (1979)
- [Rad17] J.Radon,
Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte lngs gewisser
Mannigfaltigkeiten.
Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, Math. Phys. Kl: 69, 262-277
(1917)
- [Ram71] G.N.Ramachandran u. A.V.Lakshminarayanan,
" Three-dimensional recontruction from radiographs and electron micro-
graphs: Application of convolution instead of fourier transforms."
Proc. Natl. Acad. Sci. USA 68/9, 2236-2240 (1971)
- [Ran62] S.Rankowitz et al.,
" Positron Scanner for Locating Brain Tumors."
IRE. Int. Conv. Rec. 9, 49 (1962)
- [Rei53] F.Reines u. C.L.Cowan,
" Detection of the Free Neutrino."
Phys. Rev. 92, 830 (1953)
- [Rei77] M.Reivich et al,
" Measurement of local cerebral glucose metabolism in man with F-18
2-fluoro-2-deoxy-D-glucose."
Acta neurol. scand. 56 Suppl. 64, 192 (1977)
- [Rob62] J.S.Robertson u. A.M.Neil,
" Use of a Digital Computer in the Development of a Positron Scanning
Procedure."
Proc. 4th IBM Medical Symposium , 77 (1962)
- [Rob73] J.S.Robertson et al.,
32-crystal positron transverse section detector ring for positron tomography.
Tomographic imaging in nuclear medicine (ed. G.S.Freedman): 142, Society
of Nuclear Medicine, New York (1973)
- [Rot90] E.Rota Kops et al.,
" Performance characteristics of an Eight-Ring Whole Body PET Scanner."
J.Comp. Assist. Tomo. 14(3), 437 (1990)
- [Rut02] E.Rutherford u. F.Soddy,
" Die Radioaktivität des Uraniums."
Chem. News. 86, 199-200 (1902)

Literaturverzeichnis

- [Rut19] E.Rutherford,
" Collision of α -particles with light Atoms."
Phil. Mag. 37, 537-587 (1919)
- [Sal68] A.Salman, Proc. 8th Nobel Symposium, Stockholm 1968, 367
- [Sau77] F.Sauli,
" Principles of Operation of MultiWire Proportional and Drift Chambers."
CERN Report 77-06, (1977)
- [Sca85] Firma Scanditronix,
" Technical Specification, PC4096-15WB, High Resolution Whole Body
positron Camera."
Scanditronix 10-22, (1985)
- [Sch72] P.Schmidlin,
" Iterative separation of sections in tomographic scinitgrams."
Nuklearmedizin XI , 1 (1972)
- [See81] W.Seelmann-Eggebert et al., Karlsruher Nuklidkarte (1981)
- [She82] L.A.Shepp u. Y.Vardi,
" Maximum likelihood reconstruction for emission tomography."
IEEE Trans. Med. Imag. 2, (1982) 113
- [Ste71] R.M.Sternheimer,
" General expression to the density effect for the ionization loss of charged
particles."
Phys.Rev. B3, 3681 (1971)
- [Swe51] W.H.Sweet,
" Uses of Nuclear Desintegration in the Diagnosis and Treatment of Brain
Tumours."
New Engl. J. Med. 245, 875 (1951)
- [Tan73] E.Tanaka,
Multi-Crystal section Imaging Device and its data Processing.
Proceedings of the 13th Congress of Radiology, Madrid, Amsterdam,
Excerpta Medica: , 81 (1973)
- [Ter75] M.M.Ter-Pogossian et al.,
" A Positron-Emission Transaxial Tomograph for Nuclear Medicine Imaging
(PETT)."
Radiology 114, 89 (1975)
- [Tod72] A.E.Todd-Pokropek,
The Formation and Display of Section Scans.
Proceedings of the Symposium of the America Congress of Radiology 1971,
Amsterdam, Excerpta Medica: , 545 (1972)

Literaturverzeichnis

- [Tow87] D.Townsend et al.,
" High Density Avalanche Chamber (HIDAC) Positron Camera."
J. Nucl. Med. 28, 1554-1562 (1987)
- [UA183a] UA1 Collaboration,
" Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with
associated missing energy at $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$."
Phys. Lett. 122B, 103 (1983)
- [UA183b] UA1 Collaboration,
Phys. Lett. 126B, 398 (1983)
- [UA183c] UA1 Collaboration,
Phys. Lett. 129B, 141 (1983)
- [UA283] UA2 Collaboration,
" Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in
events with missing transverse energy at the CERN $p\bar{p}$ Collider."
Phys. Lett. 122B, 476 (1983)
- [Val90] P.E.Valk et al.,
" Clinical Evaluation of a high-resolution (2.6mm) Positron Emission
Tomograph."
Radiology 176, 783-790 (1990)
- [Var85] Y.Vardi, L.A.Shepp u. L.Kaufmann,
" A statistical model for positron emission tomography."
Amer. Stat. Ass. 80, 389 (1985)
- [Vek87] E.Veklerov u. J.Llacer,
" Stopping rule for the MLE algorithm based on statistical hypothesis
testing."
IEEE Trans. Med. Imag. 4, 313 (1987)
- [Wei67] S.Weinberg,
" A model of leptons."
Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967)
- [Wie89] K.Wienhard, R.Wagner u. W.D.Heiss,
" PET."
Springer-Verlag , Berlin (1989)
- [Wre51] E.R.Wrenn, M.L.Good and P.Handler,
" The Use of Positron Emitting Radioisotopes for the Localization of Brain
Tumors."
Sci. 113, 525 (1951)

Literaturverzeichnis

- [Wu57] C.S. Wu et al.,
" Experimental test of parity conservation in Beta Decay."
Phys. Rev. 105, 1413 (1957)
- [Wu65] C.S.Wu, The Shape of β - Spectra.
K.Siegbahn Editor - Alpha-, Beta- and Gamma-Ray-Spectroscopy: , 1365
(1965)

Danksagung

Diese Arbeit entstand unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. med. L.E. Feinendegen. Für seine großzügige Förderung und Bereitstellung des Arbeitsumfeldes bin ich ihm zu großem Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. P. Bosetti möchte ich für die zahlreichen Diskussionen zur Klärung der physikalischen Fragestellungen und die Unterstützung der Arbeit an einem externen Institut recht herzlich danken.

Für die kurzfristige Übernahme des Korreferats bedanke ich mich recht herzlich bei Prof. Otter.

Ganz besonderer Dank gilt Dr. H. Herzog, dem Leiter der PET-Gruppe. Von ihm kam die Anregung zur Mitarbeit bei einer interdisziplinären Gruppe; sein großes Interesse an dieser Arbeit und manch guter Rat waren eine große Hilfe.

Allen Mitarbeitern der PET-Gruppe und der Nuklearmedizinischen Abteilung sowie den Ansprechpartnern im Zentralinstitut für angewandte Mathematik und dem Zentrallabor für Elektronik des Forschungszentrums Jülich danke ich für die kollegiale Zusammenarbeit.

Die vortreffliche Betreuung der Rechenanlage der PET-Gruppe durch Herrn A. Schmid trug ebenfalls in großem Maße zum Gelingen dieser Arbeit bei, ebenso die große Hilfsbereitschaft bei Phantommessungen und die Bereitstellung der Daten durch Frau E. Theelen.

Ohne die Unterstützung meiner Frau wäre diese Arbeit um vieles schwieriger gewesen, sie war mir bei der Korrektur der Arbeit und der Anfertigung der Zeichnungen behilflich.

Jül-2827
Oktober 1993
ISSN 0944-2952