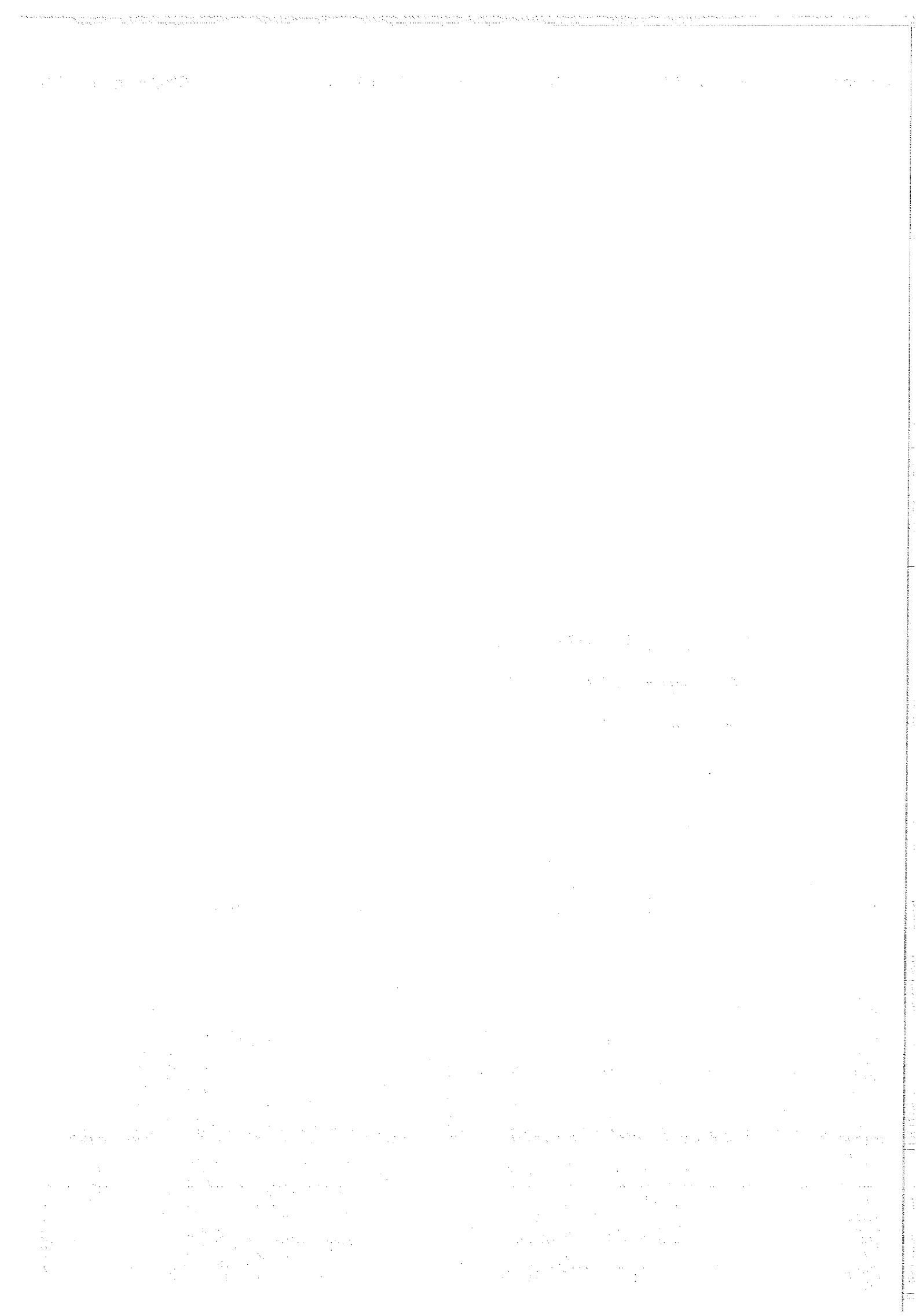
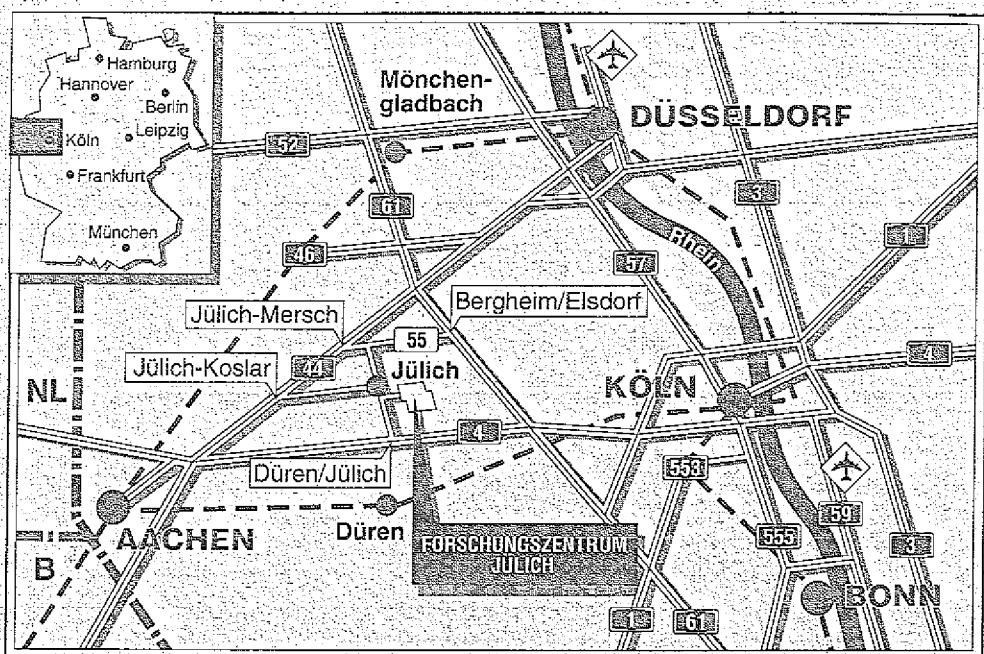


*Institut für Kernphysik*

**Proton-Proton- und  
Neutron-Proton-Bremsstrahlung  
im Potentialmodell**

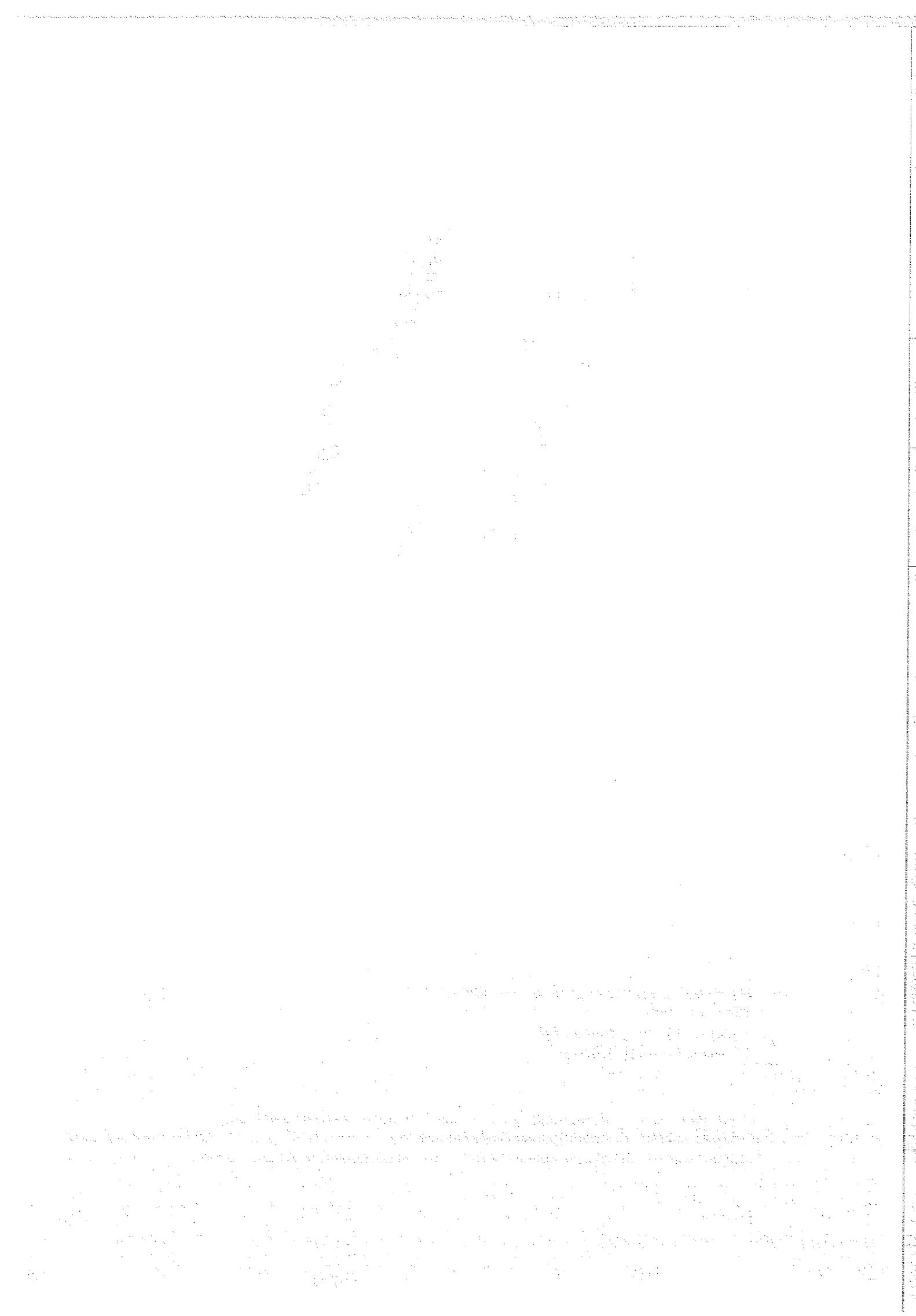
Volker Herrmann





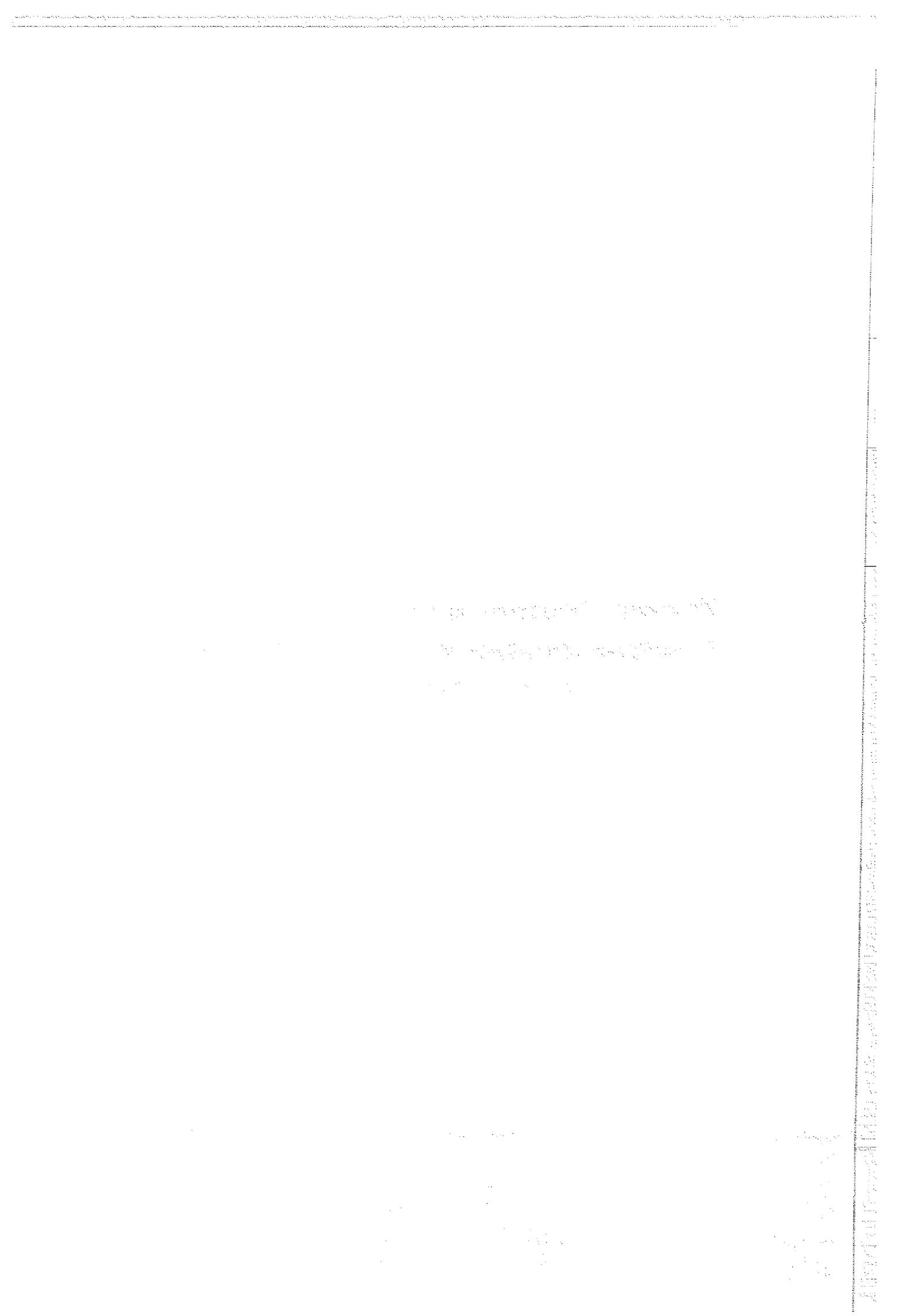
Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2840  
ISSN 0944-2952  
Institut für Kernphysik JüL-2840  
D 5 (Diss. Universität Bonn)

Zu beziehen durch : Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek  
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland  
Telefon: 02461/61-6102 · Telefax: 02461/61-6103 · Telex: 833556-70 kfa d



# **Proton-Proton- und Neutron-Proton-Bremsstrahlung im Potentialmodell**

Volker Herrmann



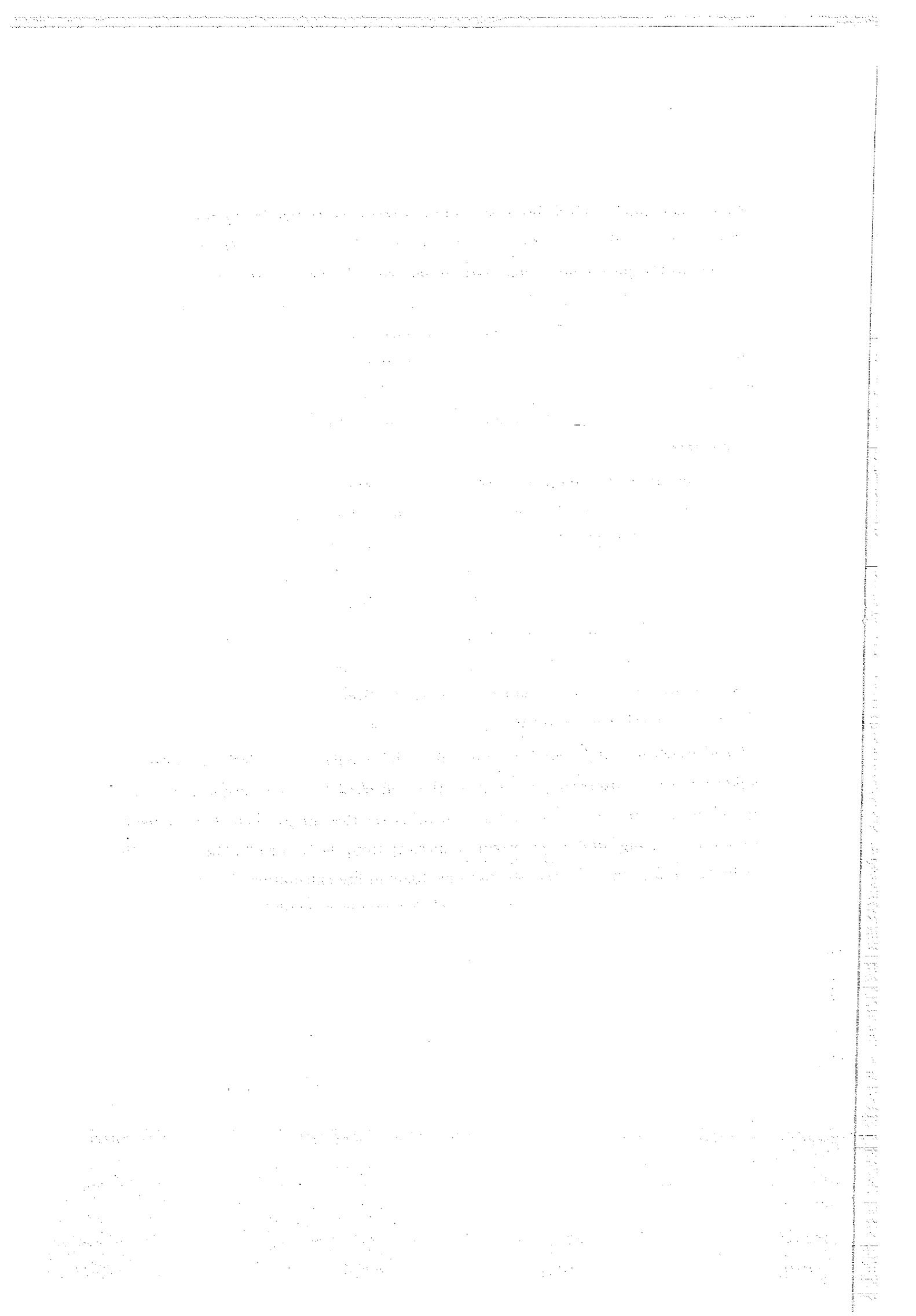
## Abstract

The nucleon-nucleon(NN) bremsstrahlung reaction is studied in the framework of a potential model. We investigate and explain the behavior of the most important corrections to the purely non-relativistic model considering only the external current; i.e. we include the relativistic spin correction, the one-body rescattering contribution and the Coulomb-effect, where it is needed. The important contribution of the two-body or meson-exchange current is treated in the soft-photon-approximation. In addition to the usual coplanar  $NN\gamma$  cross section we also study non-coplanar cross sections and spin observables like the analyzing power and spin correlation coefficients.

It is shown that the behavior of the relativistic spin correction is governed by the  $^1S_0$  partial-wave state, is almost energy independent and reduces the  $NN\gamma$  cross section by roughly 20 – 30%. The one-body rescattering contribution enhances the  $pp\gamma$  cross section for the geometry of the last TRIUMF experiment by about 20% and thus almost compensates the effect of the relativistic spin corrections.

The effects of each part of the NN interaction on the  $pp\gamma$  observables is studied in the coplanar geometry. We find that these effects depend on the proton scattering angles as well as on the considered observable. However, the tensor component of the NN interaction is important in all geometries.

The comparison of different NN potential models yields that the  $NN\gamma$  reaction is not able to discriminate these potentials in their off-shell behavior, although the corresponding T-matrices deviate from each other off the energy shell. It is concluded that the occurring differences originate already from deviations on the energy shell or from the fact that the approximations made in the calculations for the two-body current are not of the same quality for all NN potential models.



## Kurzzusammenfassung

Im Rahmen eines Potentialmodells wird die Nukleon–Nukleon(NN)–Bremsstrahlungsreaktion studiert. Wir untersuchen und erklären das Verhalten der wichtigsten Korrekturen zum rein nicht–relativistischen Modell, das nur den externen Strom beinhaltet, d.h. wir berücksichtigen die relativistischen Spinkorrekturen, den Einkörper–Rescatteringbeitrag und da, wo es nötig ist, ebenfall die Coulomb–Korrekturen. Der wichtige Beitrag des Zweikörper– oder Mesonaustauschstromes wird in der „soft–photon–approximation“ behandelt. Zusätzlich zum üblichen komplanaren NN $\gamma$ –Wirkungsquerschnitt untersuchen wir auch nicht–komplanare Streuquerschnitte und Spinobservablen wie die Analysierstärke und Spinkorrelationskoeffizienten.

Es wird gezeigt, daß das Verhalten der relativistischen Spinkorrekturen durch den  $^1S_0$ –Partialwellenzustand bestimmt wird, fast energieunabhängig ist und den NN $\gamma$ –Wirkungsquerschnitt um etwa 20 – 30% reduziert. Der Einkörper–Rescatteringbeitrag erhöht den pp $\gamma$ –Wirkungsquerschnitt für die Geometrie des letzten TRIUMF–Experimentes um ungefähr 20% und kompensiert somit beinahe den Effekt der relativistischen Spinkorrekturen.

Die Auswirkungen der einzelnen Teile der NN–Wechselwirkung auf die pp $\gamma$ –Observablen werden in der komplanare Geometrie studiert. Wir finden, daß die Effekte von den Protonenstreuwinkel und der betrachteten Observable abhängen. Die Tensorkomponente erweist sich jedoch in allen Geometrien als wichtig.

Der Vergleich verschiedener NN–Potentialmodells ergibt, daß die NN $\gamma$ –Reaktion nicht in der Lage ist, diese Potentiale in ihrem Off–Shell–Verhalten zu unterscheiden, obwohl die entsprechenden T–Matrizen außerhalb der Energieschale voneinander abweichen. Weiter ergibt sich die Schlußfolgerung, daß auftretende Differenzen ihre Ursache bereits in Abweichungen auf der Energieschale besitzen oder daß die in den Rechnungen gemachten Näherungen für den Zweikörperstrom nicht für alle NN–Potentialmodelle gleich gut sind.

卷之三

# Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung . . . . .	5
2. Das Potentialmodell . . . . .	12
2.1. Das Übergangsmatrixelement . . . . .	12
2.2. Einkörper- und Zweikörperstrom . . . . .	15
2.3. Die Eichinvarianz . . . . .	17
3. Die starke Wechselwirkung . . . . .	19
3.1. Die NN-T-Matrixelemente . . . . .	19
3.2. Die Struktur der NN-T-Matrix . . . . .	21
4. Die elektromagnetische Wechselwirkung . . . . .	24
4.1. Der Photon-Nukleon-Vertex . . . . .	25
4.2. Das elektromagnetische Übergangspotential . . . . .	28
4.3. Der Operator des Zweikörperstromes . . . . .	31
5. Die Observablen . . . . .	34
5.1. Der inklusive Wirkungsquerschnitt . . . . .	35
5.2. Der exklusive Wirkungsquerschnitt . . . . .	36
5.3. Die Spinobservablen . . . . .	38
6. Proton-Proton-Bremsstrahlung . . . . .	41
6.1. Kinematische Grundlagen . . . . .	42
6.2. Relativistische Effekte . . . . .	45
6.3. Der Einkörper-Rescatteringbeitrag . . . . .	51
6.4. Der Coulomb-Effekt . . . . .	56

6.5. Off-Shell-Effekte im $p\gamma$ -Prozeß . . . . .	60
6.6. Die NN-Wechselwirkung im $p\gamma$ -Prozeß . . . . .	63
6.7. Vergleich verschiedener NN-Potentialmodelle im $p\gamma$ -Prozeß . . . . .	69
6.8. Der elektromagnetische Off-Shell-Proton-Formfaktor . . . . .	79
<b>7. Neutron-Proton-Bremsstrahlung . . . . .</b>	<b>88</b>
7.1. Zweikörperstrombeitrag und relativistische Effekte . . . . .	89
7.2. Vergleich mit experimentellen Daten . . . . .	93
7.3. Off-Shell-Effekte im $n\gamma$ -Prozeß . . . . .	96
7.4. Vergleich verschiedener NN-Potentialmodelle im $n\gamma$ -Prozeß . . . . .	98
<b>8. Zusammenfassung und Ausblick . . . . .</b>	<b>110</b>
<b>A. Konventionen . . . . .</b>	<b>117</b>
<b>B. Spinmatrixelemente der T-Matrix . . . . .</b>	<b>119</b>
<b>C. Zerlegung des elektromagnetischen Stromes . . . . .</b>	<b>121</b>
<b>D. Die <math>NN\gamma</math>-Matrixelemente . . . . .</b>	<b>123</b>
D.1. Der Konvektionsstrom . . . . .	123
D.1.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung . . . . .	123
D.1.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung . . . . .	125
D.2. Der Magnetisierungsstrom . . . . .	127
D.2.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung . . . . .	127
D.2.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung . . . . .	129
D.3. Die relativistischen Spinkorrekturen $V_{rsc}$ . . . . .	130
D.3.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung . . . . .	130

D.3.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung . . . . .	131
D.4. Die relativistischen Spinkorrekturen $V_{rem}$ . . . . .	132
D.4.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung . . . . .	132
D.4.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung . . . . .	134
D.5. Das Matrixelement des Zweikörperstromes . . . . .	134
E. Berechnung von $\langle S'M_{S'} \vec{\sigma} \cdot \vec{a} SM_S\rangle$ . . . . .	136



# Kapitel 1

## Einleitung

Es gibt drei Gründe [1] für die Untersuchung der Nukleon–Nukleon(NN)–Wechselwirkung. Erstens will man die NN–Streudaten und die NN–Bindungszustände verstehen, welche wiederum dazu dienen, freie Parameter in den Wechselwirkungsmodellen zu fixieren. Man versucht zweitens, von realistischen NN–Wechselwirkungsmodellen, die die NN–Daten beschreiben, Eigenschaften endlicher Kerne abzuleiten. Aus auftretenden Diskrepanzen zwischen theoretischen Modellen und experimentellen Daten kann man andererseits Rückschlüsse über das Zwei–Nukleonensystem ziehen, d.h. spezielle Defizite und auch Wege zur Verbesserung der NN–Modelle könnten somit aufgezeigt werden. Schließlich kann man etwas über spezifische Eigenschaften der zugrundeliegenden Theorie, der Quantenchromodynamik (QCD), lernen, denn die NN–Wechselwirkung bei niedrigen Energien ist ein wichtiges Beispiel der starken Wechselwirkung im nicht–perturbativen Bereich.

Nun machen die unter Punkt eins beschriebenen NN–Streudaten, die zur Fixierung der NN–Potentialmodelle dienen, aber nur Aussagen über die sogenannte On–Shell–NN–Wechselwirkung, denn alle an der Wechselwirkung beteiligten Nukleonen sind reale Teilchen und sitzen somit vor und nach der Wechselwirkung auf der Massenschale; d.h.  $p^2 = m^2$ , wobei  $p$  der Viererimpuls des betrachteten Nukleons und  $m$  die Nukleonmasse ist. Information über Off–Shell–Aspekte der NN–Wechselwirkung hingegen sind viel schwerer zu erhalten, obwohl sie in einer ganzen Reihe von Prozessen eine Rolle spielen. Off–Shell–Effekte treten dann auf, wenn mindestens eins der an der Wechselwirkung beteiligten Nukleonen virtuell, also nicht beobachtbar ist und somit nicht auf der Massenschale sitzt. Es gilt dann für das betrachtete Nukleon:  $p^2 \neq m^2$ . Beispiele für Reaktionen, in denen die Off–Shell–Wechselwirkung eine Rolle spielt, sind neben dem  $NN\gamma$ –Prozeß Berechnungen in Kernmaterie, Deuteron–Aufbruchsreaktionen und auch quasielastische ( $p,2p$ ) Reaktionen. In allen genannten Prozessen, außer in  $NN\gamma$ , gibt es jedoch stark wechselwirkende „Zuschauerteilchen“, die die Interpretation solcher Prozesse ungemein verkomplizieren. Nicht zuletzt deswegen wird die  $NN\gamma$ –Reaktion schon lange Zeit für

die einfachste und sauberste Methode gehalten, etwas über das Off-Shell-Verhalten der starken NN-Wechselwirkung zu lernen.

Anregungen die NN-Bremsstrahlung zur Untersuchung des Off-Shell-Verhaltens der NN-Wechselwirkung zu nutzen, gehen bis auf das Jahr 1948 zurück, als Ashkin und Marshak [2] erstmals die  $NN\gamma$ -Reaktion studierten. Da die elektromagnetische Wechselwirkung sehr gut bekannt ist bzw. aus der Forderung nach Eichinvarianz abgeleitet werden kann, kann sie als Werkzeug benutzt werden, um die weniger gut bekannte starke Wechselwirkung zu untersuchen.

Mit der Arbeit von Sobel und Cromer [3] erwachte in den sechziger Jahren erneut das Interesse an der  $pp\gamma$ -Reaktion. Zahlreiche Experimente [4–9] und verschiedene theoretische Studien [10–16] wurden dann in dieser Dekade unternommen. Die theoretischen Ansätze basierten auf drei möglichen Vorgehensweisen. Zunächst wäre der feldtheoretische Ansatz zu nennen, dem die Mesonaustauschtheorie zugrunde liegt. Bei dieser Vorgehensweise betrachtet man im Prinzip alle möglichen Feynmangraphen des  $NN \rightarrow NN$  Prozesses und koppelt dann das Photon an jeden erlaubten Punkt dieser Graphen an. Solch ein Ansatz hat zwar die Vorteile, daß er relativistisch ist, die Eichinvarianz prinzipiell erfüllt und Baryonenresonanzen relativ leicht gehandhabt werden können, aber er eignet sich nur für die störungstheoretische Behandlung des Problems. Das heißt, die starke Wechselwirkung kann nicht in allen Ordnungen der Störungstheorie berücksichtigt werden. Es existieren jedoch Rechnungen, die die starke Wechselwirkung durch den Einmesonaustausch nähern [17, 11, 18]. Dieses Vorgehensweise lieferte eine relativ gute Beschreibung der bis dahin existierenden  $NN\gamma$ -Daten.

Die zwei Methoden, mit denen die  $NN\gamma$ -Amplitude am häufigsten berechnet wurde, sind die Näherung weicher Photonen oder auch soft-photon-approximation (SPA) und das Potentialmodell. In der SPA, die auf dem Low-Energy-Theorem (LET) [19] basiert, wird die Bremsstrahlungsamplitude nach Potenzen des Photon-impulses  $k$  entwickelt und unter Benutzung der Eichinvarianz werden die Koeffizienten der ersten beiden Terme der Amplitude durch Information aus dem nicht-radiativen Prozeß bestimmt [15, 16, 20–24]. Die  $NN\gamma$ -Amplitude in der SPA kann somit als

$$M_{NN\gamma} = \frac{A}{k} + B + Ck^2 + \mathcal{O}(k^3) \quad (1.1)$$

geschrieben werden, wobei  $A$  und  $B$  durch NN-Streuphasen bestimmt sind, d.h. also nur On-Shell-Information enthalten. Der Wirkungsquerschnitt verhält sich dann wie

$$d\sigma \approx \frac{A^2}{k} + 2AB + (B^2 + 2AC)k + \mathcal{O}(k^2) \quad (1.2)$$

mit  $A^2$ ,  $AB$  und  $B^2$ , die nur von elastischen Bedingungen abhängen. Bei dieser Vorgehensweise erhält man die Amplitude sowohl relativistisch als auch eichinvariant. Aber weil sie explizit keine Off-Shell-Information enthält, kann man wirklich neue Information über das Off-Shell-Verhalten der NN-Wechselwirkung nur erhalten, wenn die SPA-Amplitude die experimentellen Daten gerade nicht beschreiben kann. Tatsächlich war es ein Rätsel der siebziger Jahre, daß die SPA die Bremsstrahlungsdaten so gut beschrieb, wie sie es wirklich tat [25, 26]. Es stellte sich heraus, daß dies zum Teil auf die niedrigen Einschüßenergien zurückzuführen war und darauf, daß sich im Wirkungsquerschnitt die Off-Shell-Effekte verschiedener Partialwellen teilweise aufheben [27].

Der zweite Hauptweg, der beschritten wurde, war der des Potentialmodells. Bei dieser Vorgehensweise setzt man ein Potential für die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung voraus und geht weiter davon aus, daß der elektromagnetische Strom der beiden Nukleonen bekannt ist. Anschließend löst man die Schrödinger-Gleichung im Ortsraum oder die Lippmann-Schwinger-Gleichung im Impulsraum, um die Bremsstrahlungsamplitude zu erhalten. Das Potentialmodell hat den Vorteil, daß die starke Wechselwirkung in allen Ordnungen berücksichtigt werden kann. Die Nachteile sind, daß es nicht-relativistisch in dem Sinne ist, daß keine Zwischenzustände negativer Energie auftreten und daß Baryonenresonanzen nur mit erheblichem Aufwand berücksichtigt werden können. In dieser Arbeit wollen wir uns näher mit dem Potentialmodell zur Berechnung der  $NN\gamma$ -Amplitude beschäftigen.

Das Potentialmodell wurde von vielen Autoren [3, 12, 28–38] verwendet und in mehreren Stufen ausgebaut. Allerdings war der Ausbau bzw. die Verfeinerung des Potentialmodells nicht einheitlich, d.h. die Arbeiten verschiedener Gruppen waren nicht immer aufeinander abgestimmt. Wie schon erwähnt, benutzten Sobel und Cromer [3] als erste das Potentialmodell für die  $p\gamma$ -Reaktion. In ihrer Arbeit verwendeten sie den nicht-relativistischen elektromagnetischen Wechselwirkungsoperator und berücksichtigten nur den externen Strombeitrag (zur dessen Definition sei auf Abschnitt 2.2 verwiesen). Eine Weiterführung dieser Arbeit ist zum Beispiel in

Ref. 10 zu finden. Die Ausdehnung der bis dahin betrachteten sogenannten komplanaren Harvard–Geometrie auf die nicht–komplanare Geometrie wird neben einer ausführlichen Beschreibung der Dreikörperkinematik in Ref. 32 vorgenommen. Der Einkörper–Rescatteringbeitrag (siehe Abschnitt 2.2), d.h. der Beitrag, bei dem die NN–Wechselwirkung vor und nach der Photonemission auftritt, wird erstmals von Brown [30] exakt berechnet. Die Erweiterung des elektromagnetischen Übergangoperators durch die relativistischen Spinkorrekturen (RSC), die man durch die Foldy–Wouthuysen–Transformation des Dirac–Hamilton–Operators erhält [39], wird dann das erste Mal in Ref. 40 vorgenommen. Die Berücksichtigung des Zweikörperstromes, der durch die Induktion im starken NN–Wechselwirkungspotential verursacht wird, findet erstmals für realistische Potentiale in Ref. 12 statt. Allerdings sind hier die relativistischen Spinkorrekturen zum externen Strom nicht berücksichtigt. Die Columbkorrekturen werden von Heller und Rich [34] exakt in die Berechnung der  $p\bar{p}\gamma$ -Amplitude einbezogen. Das Studium der Effekte der  $\Delta$ -Anregung auf den  $NN\gamma$ -Prozeß wird in Ref. 18 und Ref. 13 vorgenommen und für die  $n\bar{p}\gamma$ -Amplitude werden die Effekte als gering abgeschätzt.

Die große Aktivität auf diesem Gebiet Ende der sechziger Jahre findet dann ihre nächsten Höhepunkte auf zwei Symposien in den siebziger Jahren, die schwerpunktmäßig der Nukleon–Nukleon–Bremsstrahlung gewidmet waren. Diese sind das „Gull Lake Symposium on the Two–Body Force in Nuclei“ von 1971 und die Konferenz über „Nucelon–Nucleon Interactions“, die 1977 in Vancouver stattfand. Genaue Überblicke über die jeweilige experimentelle Situation sind in Ref. 41 und Ref. 42 zu finden. Besonders hervorgehoben seien hier die Harvard– [4, 5, 6] und Manitoba–Experimente [43], die aufgrund ihrer Systematik und der relativ guten Statistik auffallen. Allerdings waren diese Experimente bei zu niedrigen Einschußenergien durchgeführt worden, um signifikante Off–Shell–Effekte in der NN–Wechselwirkung aufzeigen zu können; die Einschußenergien lagen nämlich bei  $157\text{ MeV}$  bzw.  $42\text{ MeV}$ . Die verschiedenen Rechnungen, die die SPA (die keine Off–Shell–Information enthält) und das Potentialmodell benutzen, beschreiben die experimentellen Daten für  $p\bar{p}\gamma$  in etwa gleich gut [25, 26]. Auf der anderen Seite gab es auch ein  $p\bar{p}\gamma$ –Experiment bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 730\text{ MeV}$  [44]. Hier konnten die Potentialmodelle aus prinzipiellen Gründen keine Beschreibung der Daten liefern, da die Einschußenergie außerhalb des Gültigkeitsbereichs dieser Modelle liegt. Für diesen Datensatz gibt es

allerdings eine Beschreibung durch ein Hybridmodell aus SPA und Feldtheorie [45], das die experimentellen Werte gut reproduziert.

Auch die wenigen älteren np $\gamma$ -Daten [7, 46–49] sind nicht in der Lage, Off-Shell-Effekte eindeutig aufzuzeigen bzw. zwischen verschiedenen NN-Potentialmodellen zu diskriminieren, da sie zu große Fehler aufweisen. Aufgrund dieser Fakten, relativ ungenaue Daten und bei den betrachteten Energien und Observablen nicht aufzudeckende Off-Shell-Effekte, ließ die Aktivität auf dem Gebiet der NN-Bremsstrahlung dann Ende der siebziger Jahre sehr stark nach.

Als dann in den achziger Jahren moderne, auf dem Mesonaustauschmodell beruhende NN-Potentiale [50, 51, 52] verfügbar wurden und zudem auch die Entwicklung auf der technischen Seite neue Experimentiermöglichkeiten eröffnete, wie sie zum Beispiel durch einen polarisierten Protonenstrahl geboten werden, wurde ein neues pp $\gamma$ -Experiment in TRIUMF geplant. Es sollten komplanare exklusive Wirkungsquerschnitte und die dazugehörige Analysierstärke über einen großen Bereich der Protonenstreuwinkel systematisch untersucht werden. Die ersten Ergebnisse dieses Experimentes wurden dann 1986 in Tokyo auf der „Eleventh International IUPAP Conference on Few Body Systems in Particle and Nuclear Physics“ vorgestellt [53, 54]. Die dort gezeigten Daten der pp $\gamma$ -Analysierstärke konnten eindeutig zwischen Potentialmodellrechnungen und der SPA unterscheiden und bewiesen somit, daß Off-Shell-Information über die NN-Wechselwirkung notwendig ist, um die experimentellen Daten zu beschreiben. Dieser Befund stimulierte erneute Untersuchungen der NN $\gamma$ -Reaktion [27, 31, 55, 56, 57] mit modernen NN-Potentialen bei Einschußenergien knapp unterhalb der Pionproduktionsschwelle. Waren die frühen Arbeiten auf diesem Gebiet meistens auf Teilespektren des NN $\gamma$ -Prozesses ausgerichtet, so erfolgte in den neuen Arbeiten eine Systematisierung und Verfeinerung des Modells. Insbesondere wurden auch wichtige Fragen bezüglich der Dynamik der NN $\gamma$ -Reaktion geklärt. Als dann alle Daten dieses Experimentes in Ref. 58 veröffentlicht wurden, stellte sich heraus, daß es für den Wirkungsquerschnitt zwischen Theorie und Experiment eine unerklärliche Diskrepanz gab. Veröffentlicht wurden Daten, die mit einem Faktor von  $\frac{2}{3}$  skaliert waren und erst dann gut mit dem theoretisch errechneten pp $\gamma$ -Wirkungsquerschnitt übereinstimmten. Es fand sich keine Erklärung für diese Differenzen [58]. Auch keine der anderen bis heute veröffentlichten theoretischen Arbeiten [59, 56, 35] ist in der Lage die Daten, des Wirkungsquerschnitts ohne

Normierungsfaktor zufriedenstellend zu erklären. Das ließ natürlich den Wunsch nach anderen Experimenten, die die Sachlage klären könnten, aufkommen.

Kurze Zeit später wurden die ersten Pläne für weitere  $NN\gamma$ -Experimente bekannt. Um möglichst viel Off-Shell-Information zu erhalten, wurde besonderes Augenmerk auf eine möglichst hohe Photonenergie gelegt, denn nur dann werden die höheren Terme der  $NN\gamma$ -Amplitude aus Gl. (1.1) wichtig, die vom Off-Shell-Verhalten abhängen. Hohe Photonenergien erreicht man in exklusiven Experimenten, bei denen alle drei Teilchen des Endzustandes gemessen werden, durch möglichst kleine Nukleonenstreuwinkel. Dieses Bemühen gipfelte in der neuesten und nach dem TRIUMF-Experiment ersten  $pp\gamma$ -Messung, die am IUCF in Bloomington/USA durchgeführt wurde [60]. Dort wurden Protonenstreuwinkel bis hinunter zu  $4.8^\circ$  erreicht. Weitere  $pp\gamma$ -Experimente sind in Planung und werden demnächst durchgeführt [61, 62].

Das wachsende Interesse auf diesem Gebiet führte schließlich zum „Workshop on NN Bremsstrahlung and Polarization Observables“, der im November 1992 in Groningen/NL stattfand. Neben einer Standortbestimmung der Theorie – es wurden die Ergebnisse der Potentialmodelle der Gruppen aus Hamburg [55], Melbourne [56], Livermore [31] und Vancouver [33] sowie von uns verglichen und eine gute Übereinstimmung konstatiert; die Abweichungen der einzelnen Modelle voneinander lagen um die 5% – wurden auch Pläne für weitere  $NN\gamma$ -Messungen bekannt gegeben. Zu nennen sind hier noch das geplante  $pp\gamma$ -Experiment bei AGOR [63] und die für diesen Sommer vorgesehene Messung der np-Bremsstrahlung am LAMPF [64].

Die vorliegende Arbeit soll nun das von uns in den letzten Jahren entwickelte  $NN\gamma$ -Potentialmodell vorstellen. Es werden die relativistischen Spinkorrekturen berücksichtigt, wobei wir nicht wie üblich die FW-Transformation, benutzen um diese zu erhalten sondern die sogenannte Pauli-Reduktion. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Wirkungsweise der RSC leicht zu verstehen und zu erklären, was bislang nicht möglich war. Der Einkörper-Rescatteringbeitrag wird exakt berechnet und für die Proton-Proton-Bremsstrahlung führen wir auch Coulomb-Korrekturen ein, wo sie benötigt werden. Der Zweikörperstrombeitrag wird in der SPA berechnet und trägt somit nur zur  $n\gamma$ -Reaktion bei. Die Berücksichtigung all dieser Korrekturen und Beiträge macht das hier vorgestellte Modell zu einem der aussagekräftigsten,

die derzeit existieren. Die damit gewonnenen Erkenntnisse über die Möglichkeiten und Beschränkungen der  $NN\gamma$ -Reaktion können somit nützliche Hinweise im Bezug auf geplante Experimente geben.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut: Nach einer Vorstellung des Potentialmodells in *Kapitel 2* wird in *Kapitel 3* beschrieben, wie wir die NN-T-Matrix erhalten. Die Gewinnung des elektromagnetischen Übergangsoperators durch die Pauli-Reduktion ist in *Kapitel 4* dargestellt. In *Kapitel 5* werden die hier betrachteten  $NN\gamma$ -Observablen vorgestellt, bevor wir dann in *Kapitel 6* die  $p\gamma\gamma$ -Reaktion besprechen. Dort werden die einzelnen Korrekturen zur  $p\gamma\gamma$ -Amplitude diskutiert und die Effekte der verschiedenen Teile der NN-Wechselwirkung auf die  $p\gamma\gamma$ -Observablen besprochen. Mit einem Vergleich von mehreren NN-Potentialen und der Diskussion des elektromagnetischen Off-Shell-Proton-Formfaktors schließt dieses Kapitel. Darauf folgend wird die Neutron-Proton-Bremsstrahlungsreaktion in kürzerer Form in *Kapitel 7* vorgestellt. Den Abschluß der Arbeit bildet *Kapitel 8*, in dem noch einmal die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt und ein Ausblick auf zukünftige Aufgaben gegeben werden. Konventionen und die explizite Berechnung von Bremsstrahlungsmatrixelementen sind in den Anhängen zu finden.

# Kapitel 2

## Das Potentialmodell

Dieses Kapitel dient der Darstellung des in dieser Arbeit benutzten Formalismus' zur Berechnung der NN-Bremsstrahlungsamplitude. Ausgehend vom Zwei-Potentialformalismus nach Gell-Mann und Goldberger [65] berechnen wir schließlich die NN-Bremsstrahlungsübergangsamplitude in der sogenannten DWBA (distorted wave Born approximation) [66]. Es erfolgt dann eine Klassifizierung der einzelnen Strombeiträge und den Abschluß dieses Kapitels bildet eine Diskussion über die Einschränkungen und Vorteile die dem hier vorgestellten Modell zugrunde liegen; insbesondere wird die wichtige Frage der Eichinvarianz diskutiert.

### 2.1. Das Übergangsmatrixelement

Die am Bremsstrahlungsprozeß beteiligten Nukleonen wechselwirken unter dem Einfluß zweier Kräfte, nämlich der elektromagnetischen und der starken Kraft, miteinander. Das damit verbundene Streuproblem läßt sich deshalb am besten im Zwei-Potentialformalismus nach Gell-Mann und Goldberger [65] behandeln.

Im folgenden sei  $V_N$  das Potential der starken und  $V_{em}$  das Potential der elektromagnetischen Wechselwirkungen. Seien weiterhin  $|\phi_n\rangle$  ebene Wellen, d.h. die Eigenfunktionen zum Hamiltonoperator  $H_o$ , der die kräftefreie Bewegung der beiden am Stoß beteiligten Nukleonen beschreibt. Des weiteren seien die Eigenfunktionen des gesamten Hamiltonoperators,  $H = H_o + V_N + V_{em}$ , mit  $|\Psi_n^\pm\rangle$  bezeichnet, sie beinhalten also die Streuwellen zum gesamten Wechselwirkungspotential  $W = V_N + V_{em}$ . Die Streulösungen für die starke Wechselwirkung alleine nennen wir  $|\psi_n^\pm\rangle$ , sie sind damit Eigenfunktionen des Hamiltonoperators  $H_N = H_o + V_N$ .

Die Streulösungen  $|\Psi_n^\pm\rangle$  und  $|\psi_n^\pm\rangle$  erfüllen also die folgenden Lippmann-Schwinger-Gleichungen

$$\begin{aligned} |\psi_n^\pm\rangle &= |\phi_n\rangle + \mathcal{G}_o^\pm V_N |\psi_n^\pm\rangle \\ |\Psi_n^\pm\rangle &= |\phi_n\rangle + \mathcal{G}_o^\pm W |\Psi_n^\pm\rangle, \end{aligned} \tag{2.1}$$

wobei der Propagator  $\mathcal{G}_o^\pm$  durch

$$\mathcal{G}_o^\pm := \frac{1}{e_n - H_o \pm i\eta} \quad \text{und} \quad (\mathcal{G}_o^\pm)^\dagger = \mathcal{G}_o^\mp \quad (2.2)$$

gegeben ist. Hierbei bezeichnet  $e_n$  die Energie des jeweiligen Streuzustandes  $n$ . Das Übergangsmatrixelement  $\mathcal{M}$  ist dann definiert durch [66]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \langle \phi_f | W | \Psi_i^+ \rangle \\ &= \langle \psi_f^- | W | \Psi_i^+ \rangle - \langle \psi_f^- | V_N \mathcal{G}_o^+ W | \Psi_i^+ \rangle \\ &= \langle \psi_f^- | V_{em} | \Psi_i^+ \rangle + \langle \psi_f^- | V_N | \phi_i \rangle , \end{aligned} \quad (2.3)$$

wobei die Relationen aus Gl. (2.1) benutzt wurden. Mit dem Propagator  $\mathcal{G}_N^\pm = (e_n - H_N \pm i\eta)^{-1}$  und der Bedingung  $(e_n - H_N)|\psi\rangle = 0$  kann man noch folgende Lippmann–Schwinger–Gleichung für die Streulösung  $|\Psi_n^+\rangle$  zum Gesamtpotential  $W$  herleiten:

$$\begin{aligned} |\Psi_n^+\rangle &= |\psi_n^+\rangle + \mathcal{G}_N^+ V_{em} |\Psi_n^+\rangle \\ &= |\psi_n^+\rangle + \mathcal{G}_N^+ V_{em} |\psi_n^+\rangle + \mathcal{G}_N^+ V_{em} \mathcal{G}_N^+ V_{em} |\psi_n^+\rangle + \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

Da die elektromagnetische Kopplung im Gegensatz zur starken Kopplung sehr schwach ist, braucht man die elektromagnetische Wechselwirkung in unserem Falle nur bis zur ersten Ordnung in der Störungstheorie zu berücksichtigen, während die starke Wechselwirkung in allen Ordnungen zu berechnen ist. Diese Behandlung der Wechselwirkungen ist äquivalent zu der Vorgehensweise, in der man die Wellenfunktion  $|\Psi_i^+\rangle$  nur in erster Näherung als Funktion von  $|\psi_i^+\rangle$  berücksichtigt, d.h.  $|\Psi_i^+\rangle = |\psi_i^+\rangle$  (siehe Gl. (2.4)). Man erhält also schließlich für das Übergangsmatrixelement aus Gl. (2.3):

$$\mathcal{M} = \langle \psi_f^- | V_{em} | \psi_i^+ \rangle + \langle \psi_f^- | V_N | \phi_i \rangle . \quad (2.5)$$

Der zweite Term beschreibt hier die elastische NN–Streuung, die nicht Gegenstand der Betrachtungen in dieser Arbeit sein soll. Wir beschränken uns daher im folgenden auf den ersten Term der rechten Seite von Gl. (2.5), der das NN–Bremsstrahlungsübergangsmatrixelement in der DWBA [66] wiedergibt:

$$M = \langle \psi_f^- | V_{em} | \psi_i^+ \rangle . \quad (2.6)$$

Sei im folgenden  $T^\pm$  die zum Potential der starken Wechselwirkung  $V_N$  zugehörige NN-T-Matrix, die folgende Lippmann–Schwinger–Gleichung erfüllt:

$$T^\pm(e) = V_N + V_N \frac{1}{e - H_0 \pm i\eta} T^\pm(e), \quad (2.7)$$

dann lassen sich die entsprechenden Streulösungen wie folgt durch die NN-T-Matrix ausdrücken:

$$|\psi_n^\pm\rangle = |\phi_n\rangle + \mathcal{G}_o^\pm T^\pm(e_n)|\phi_n\rangle. \quad (2.8)$$

Durch Einsetzen von Gl. (2.8) in das Matrixelement aus Gl. (2.6) erhält man folgende Struktur für das Übergangsmatrixelement  $M_{fi}$  das die Produktion eines Photons mit Impuls  $\vec{k}$  und Polarisation  $\hat{\epsilon}$  in einem Streuprozeß zweier Nukleonen beschreibt:

$$\begin{aligned} M_{fi} &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \psi_f^- | V_{em} | 0; \psi_i^+ \rangle \\ &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_f | V_{em} | 0; \phi_i \rangle \\ &\quad + \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_f | [T^-(e_f)]^\dagger \mathcal{G}_f V_{em} | 0; \phi_i \rangle \\ &\quad + \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_f | V_{em} \mathcal{G}_i T^+(e_i) | 0; \phi_i \rangle \\ &\quad + \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_f | [T^-(e_f)]^\dagger \mathcal{G}_f V_{em} \mathcal{G}_i T^+(e_i) | 0; \phi_i \rangle. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Um die Präsenz bzw. das Fehlen eines Photons im End- bzw. Anfangszustand nochmals hervorzuheben, sind die Gößen  $\vec{\epsilon}$  und  $\vec{k}$  als Indizes in die Wellenfunktion des Endzustandes aufgenommen worden. Die 0 im Anfangszustand deutet an, daß hier noch kein Photon existiert. Damit ist  $|0\rangle$  der Vakuumzustand im Fockraum des Photons und  $|\vec{\epsilon}, \vec{k}\rangle$  steht für den Einphotonenzustand. Entsprechend dem Auftreten der starken Wechselwirkung (T-Matrix) in den einzelnen Termen auf der rechten Seite von Gl. (2.9) werden diese klassifiziert. Der erste Term wird als „Zero–Scattering“ bezeichnet, da hier die NN-T-Matrix überhaupt nicht vorkommt. Die beiden folgenden Terme, in denen die T-Matrix jeweils einmal auftritt, bilden die Beiträge zur sogenannten Einfachstreuung („Single–Scattering“). Der letzte Term stellt den Doppelstreuungsbeitrag oder auch Rescatteringterm („Double–Scattering“) dar. Da üblicherweise die NN-T-Matrixelemente im NN–Schwerpunktssystem (NN–CMS) berechnet werden, ist es am einfachsten, die Terme der Einfachstreuung in den entsprechenden CM–Systemen zu bestimmen, d.h. der zweite Term aus Gl. (2.9) wird im NN–CMS des Endzustandes und der dritte Term im NN–CMS des Anfangszustandes berechnet (Das Anfangs– und End–CMS sind um den Impuls des emittierten Photons gegeneinander verschoben).

## 2.2. Einkörper– und Zweikörperstrom

Neben der oben vorgenommenen Unterteilung in Zero-, Single- und Double-Scattering, kann man die NN-Bremsstrahlungsübergangsamplitude auch in Beiträge aufspalten, die unterschiedliche Komponenten des elektromagnetischen Stromes als ihren Ursprung besitzen.

Der elektromagnetische Wechselwirkungsoperator läßt sich nämlich in zwei grundsätzliche verschiedene Anteile  $V_{em}^{(1)}$  und  $V_{em}^{(2)}$  zerlegen, d.h.

$$V_{em} = V_{em}^{(1)} + V_{em}^{(2)} \quad (2.10)$$

Hierbei bezeichnet  $V_{em}^{(1)}$  den Einkörperstrom und  $V_{em}^{(2)}$  den Zweikörperstrom. Der Einkörperstrom entsteht durch die direkte Ankopplung des elektromagnetischen Feldes an die im Streuprozeß beteiligten Nukleonen, während der Zweikörperstrom durch die gleichzeitige Präsenz von starkem und elektromagnetischem Potential verursacht wird. Von einem mikroskopischen Standpunkt aus betrachtet, beinhaltet der Zweikörperstrom Mesonaustauschströme, die durch die Isospinabhängigkeiten des NN-Potentials verursacht werden, als auch Beiträge, die von Nichtlokalitäten des NN-Potentials herrühren. Wie die beiden Stromanteile in unserem Modell berechnet werden, ist Gegenstand des Kapitels 4.

Mit der gerade vorgestellten Zerlegung des elektromagnetischen Stromes läßt sich die Übergangsamplitude aus Gl. (2.9) nun weiter gliedern. In Abb. 2.1 ist diese Gliederung graphisch dargestellt [67]. Die durchgezogenen Linien in den Diagrammen beschreiben Nukleonen positiver Energie, d.h. die dargestellten Graphen sind somit keine Feynmangraphen.

Man erkennt in Abb. 2.1, daß zum Einkörperstrom nur die Einfachstreuungs- und Doppelstreuungsterme beitragen. Der Zero-Scattering-Term für den Einkörperstrom verschwindet wegen Energie- und Impulserhaltung, da er der Photonemission von freien Nukleonen entspräche.

Der Zweikörperstrom hingegen liefert neben Beiträgen zur Einfach- und Doppelstreuung auch Beiträge zum Zero-Scattering. Der schwarze Balken in den Diagrammen des Zweikörperstromes in Abb. 2.1 steht hier stellvertretend für alle Beiträge, die sich in einem mikroskopischen Modell (z.B. Mesonaustausch) explizit berechnen lassen. Zum Zweikörperstrom zählen neben der direkten Ankopplung des Photons an

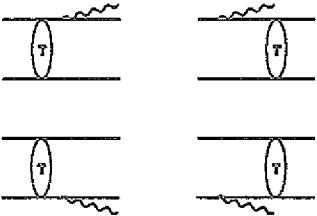
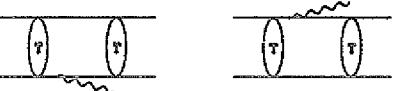
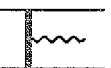
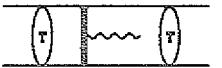
Strom	Anzahl der NN-WW's	externer Strom	interner Strom
$V_{em}^{(1)}$	0		
	1		
	2		
$V_{em}^{(2)}$	0		
	1		
	2		

Abb. 2.1: Darstellung der einzelnen Strombeiträge zur NN-Bremsstrahlung. Die durchgezogenen Linien sind Nukleonlinien während die geschwungenen Linien das jeweils emittierte Photon darstellen. Die NN-T-Matrix ist durch Blasen und der Zweikörperstrom durch Balken dargestellt.

das zwischen beiden Nukleonen ausgetauschte Meson auch sogenannte Paarterme, bei denen das Nukleon in ein Antinukleon im Zwischenzustand übergeht, an das wie-

derum das Photon ankoppelt. Hat man in einem mesontheoretischen Modell für die  $NN\pi$ -Kopplung die Pseudovektorkopplung gewählt, so gibt es neben den genannten Termen auch noch einen Kontakterm. Im nicht-relativistischen Limes reduzieren sich die beiden letztgenannten Terme auf den sogenannten „Seagull“-Term.

Damit ist aber auch klar, warum der Zweikörperstrom Beiträge zum Zero-Scattering liefert. Es wird nämlich in  $V_{em}^{(2)}$  immer ein Meson ausgetauscht (in einem mikroskopischen Modell), so daß sich im Gegensatz zum Einkörperstrom über den Impulsübertrag die Energie-Impulsbilanz erfüllen läßt.

Aus Abb. 2.1 läßt sich weiter die Definition von externem und internem Strom entnehmen. Der externe Strom besteht nur aus dem Beitrag der Einfachstreuung des Einkörperstromes, da nur hier die Photonemission von einer äußeren Nukleonenlinie erfolgt. Der Rescatteringbeitrag des Einkörperstromes und der gesamte Beitrag des Zweikörperstromes bilden den internen Strom. Hier koppelt das Photon nur an das Potential  $V_N$  oder an interne Nukleonenlinien an.

### 2.3. Die Eichinvarianz

Wir wollen in diesem Abschnitt die wichtige Frage der Eichinvarianz der  $NN\gamma$ -Amplitude diskutieren. Zunächst sei bemerkt, daß die Bremsstrahlungsübergangsamplitude eichinvariant berechnet wird, wenn wir in jedem impulsabhängigen Teil des Gesamt-Hamilton-Operators die minimale Substitution  $\vec{p} \rightarrow \vec{p} - e\vec{A}$  vornehmen. Diese Vorgehensweise stößt aber auf Schwierigkeiten, da sie es nicht ermöglicht, den Zweikörperstrombeitrag über die SPA ( $\vec{k} \rightarrow 0$ ) hinaus eindeutig zubestimmen [12, 67]; insbesondere bleiben Effekte des anomalen magnetischen Moments der beteiligten Nukleonen bei dieser Methode der Sicherstellung der Eichinvarianz unberücksichtigt. Da wir  $V_{em}^{(2)}$  in dieser Arbeit nur in der SPA berechnen werden, müssen wir uns also mit der Frage beschäftigen, welche Terme berücksichtigt werden müssen, damit die Eichinvarianz auch erhalten bleibt, wenn der Zweikörperstrombeitrag genähert werden muß. Die Bremsstrahlungsübergangsamplitude  $M$  läßt sich wie folgt schreiben (siehe Abb. 2.1):

$$M = M_{ext} + M_{rsct} + M_2 . \quad (2.11)$$

Hierbei sind  $M_{ext}$ ,  $M_{rsct}$  und  $M_2$  die Übergangsamplituden, die dem externen Strom-, Einkörper-Rescattering- und Zweikörperstrombeitrag entsprechen.

Berechnet man alle Beiträge der Bremsstrahlungsübergangsamplitude bis zur Ordnung  $k^0$ , dann ist die Bremsstrahlungsübergangsamplitude bis zu dieser Ordnung des Photonimpulses eichinvariant und alle Terme sind eindeutig bestimmt [68]. Weiter kann man die Bremsstrahlungübergangsamplitude für ein lokales NN-Potential für alle Ordnungen von  $k$  eichinvariant machen, indem man zu den Termen des externen Stromes einen zum Schwerpunktssimpuls proportionalen Term hinzufügt [69]. Allerdings ist dieser hinzuzufügende Term nicht eindeutig bestimmt [68]. Da wir die Bremsstrahlungsamplitude im Schwerpunktssystem berechnen, ist sie bis zu allen Ordnungen von  $k$  eichinvariant (wenn auch nicht eindeutig), wenn nur der externe Strombeitrag  $M_{ext}$  berücksichtigt und ein lokales Potential verwendet wird. Schließt man in die Betrachtung zusätzlich den internen Strombeitrag ein, der, wie wir sehen werden, bei der np-Bremsstrahlung von großer Bedeutung ist, so ist zu beachten, daß der Beitrag des Austauschstromes  $M_2$  in der gleichen Ordnung des Photonimpulses behandelt wird, wie der Einkörper-Rescatteringbeitrag  $M_{rsct}$ . Liou und Sobel [22] haben nämlich gezeigt, daß die Eichinvarianz der Bremsstrahlungsamplitude nur erhalten ist, wenn jeder Teil des internen Strombeitrages in der gleichen Ordnung des Photonenimpulses behandelt wird. Wir werden in unserem Modell dennoch den Einkörper-Rescatteringbeitrag für alle Ordnungen des Photonimpulses  $\vec{k}$  berücksichtigen und den Zweikörperstrombeitrag nur in der Näherung weicher Photonen ( $\vec{k} \rightarrow 0$ ) berechnen, wohlwissend, daß damit die Eichinvarianz prinzipiell verletzt wird. Allerdings gibt es Hinweise dafür, daß die Näherung weicher Photonen eine sehr gute Approximation für den Zweikörperstrom ist [12, 38]. Auf diese Tatsache vertrauend, glauben wir, daß die Eichinvarianz bei unserer Vorgehensweise nur minimal verletzt ist.

# Kapitel 3

## Die starke Wechselwirkung

Im vorhergehenden Kapitel wurden die Grundzüge des hier verwendeten Modells zur Berechnung der NN $\gamma$ -Amplitude relativ schematisch vorgestellt. Insbesondere wurde klar, daß die zwei wesentlichen Ingredienzen die starke und die elektromagnetische Wechselwirkung sind. Dieses Kapitel soll nun der Darstellung der Berechnung der NN-T-Matrixelemente gewidmet sein. Da wir in dieser Arbeit jedoch kein Modell für die starke NN-Wechselwirkung entwickeln, sondern nur existierende Modelle in der NN-Bremsstrahlungsreaktion untersuchen wollen, werden wir uns hier kurz fassen. Nach der Partialwellenzerlegung der NN-T-Matrix werden wir im zweiten Abschnitt dieses Kapitels auch noch auf die Spinoperatorstruktur der NN-T-Matrix eingehen.

### 3.1. Die NN-T-Matrixelemente

Im Impulsraum und im Schwerpunktssystem der beiden wechselwirkenden Nukleonen geht die Operatorgleichung (2.7) für die T-Matrix in die folgende Integralgleichung [70] über

$$T^\pm(\vec{p}', \vec{p}) = V_N(\vec{p}', \vec{p}) + \int d^3 p'' \frac{V_N(\vec{p}', \vec{p}'') T^\pm(\vec{p}'', \vec{p})}{e(\vec{p}') - e(\vec{p}'') \pm i\eta}. \quad (3.1)$$

Hierbei sind  $e(\vec{p}')$  und  $e(\vec{p}'')$  die Energien des Anfangs- bzw. Zwischenzustandes des Zweinukleonensystems. Die explizite Form von  $e(\vec{p})$  hängt von der Version der verwendeten NN-T-Matrix ab. Für nicht-relativistische Potentiale, wie z.B. das in Yukawa-Potentialen parametrisierte Paris-Potential [51] sowie für Potentiale deren T-Matrizen aus der Blankenbecler-Sugar-Reduktion [71, 72] der Bethe-Salpeter-Gleichung [73] gewonnen werden, gilt (siehe auch Refn. 52, 70):

$$e(\vec{p}) = \frac{\vec{p}^2}{m} \quad (3.2)$$

Für das in dieser Arbeit ebenfalls verwendete zeitgeordnete Potential der Bonn-Gruppe, OBEPT [52], hingegen gilt:

$$e(\vec{p}) = 2\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad (3.3)$$

Unter Verwendung der Standardpartialwellenzerlegung [38, 74]

$$\begin{aligned} \langle SM_{S'}|T^\pm(\vec{p}', \vec{p})|SM_S\rangle &:= \langle \vec{p}'; SM_{S'}|T^\pm|\vec{p}; SM_S\rangle \\ &= \frac{2}{\pi} \sum_{LL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} (SM_S L M_L | J M_J) (SM_{S'} L' M_{L'} | J M_J) \\ &\quad \times i^{L-L'} Y_{L' M_{L'}}(\hat{p}') Y_{LM_L}^*(\hat{p}) T_{L'L}^{JST\pm}(p', p) P_T , \end{aligned} \quad (3.4)$$

reduziert sich die dreidimensionale Integralgleichung (3.1) auf einen Satz gekoppelter eindimensionaler Integralgleichungen [74]

$$T_{L'L}^{JST\pm}(p', p) = V_{L'L}^{JST}(p', p) + \frac{2}{\pi} \sum_l \int p''^2 dp'' \frac{V_{L'l}^{JST}(p', p'') T_{lL}^{JST\pm}(p'', p)}{e(p) - e(p'') \pm i\eta} , \quad (3.5)$$

wobei  $J$  und  $L(L')$  den Gesamt- und Bahndrehimpuls sowie  $T$  den Gesamtisospin bezeichnen. In Gl. (3.5) sind  $M_J$  und  $M_L(M_{L'})$  die Projektionen des Gesamt- bzw. Bahndrehimpulses;  $P_T$  steht für den Isospinprojektionsoperator der die Zweinukleonwellenfunktion auf Zustände mit definiertem Isospin projiziert. Er ist analog zu dem Spinprojektionsoperator aus Gl. (3.11) definiert. Die Partialwellen- $T$ -Matrixelemente gehorchen der Relation [38]

$$T_{L'L}^{JST+}(p', p) = \left[ T_{L'L}^{JST-}(p', p) \right]^* . \quad (3.6)$$

Die Integralgleichung (3.5) für die  $T_{L'L}^{JST}(p', p)$  wird mit Hilfe der Matrixinversionsmethode von Haftel und Tabakin [75] gelöst.

Es sei hier noch eine Anmerkung über die Gewinnung der  $T$ -Matrix des Hamada-Johnston(HJ)-Potentials [76] erlaubt, daß in dieser Arbeit ebenfalls benutzt wird. Da das HJ-Potential einen „Hard-Core“ besitzt, existiert keine Impulsraumdarstellung dieses Potentials. Gl. (3.1) ist also nicht anwendbar. Die  $T$ -Matrixelemente dieses Potentials werden also durch Lösen der Schrödinger-Gleichung im Ortsraum bestimmt und anschließend durch eine numerische Fouriertransformation im Impulsraum dargestellt [77].

### 3.2. Die Struktur der NN-T-Matrix

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt erläutert wurde, wie man die Partialwellen T-Matrixelemente erhält, soll hier nun kurz auf die Operatorstruktur der NN-T-Matrix eingegangen werden. Die Gliederung der NN-Wechselwirkung in zentrale Spin-Singulett- und Spin-Triplett- sowie Spin-Bahn- und Tensoranteile erlaubt es, in einfacher Weise den Einfluß dieser Komponenten der NN-Wechselwirkung auf die Observablen in der NN-Bremsstrahlung zu studieren. Diese Effekte werden wir insbesondere in der  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion untersuchen.

Zunächst sei bemerkt, daß sich der allgemeine Zweiteilchenoperator für identische Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen folgendermaßen im Impulsraum ausdrücken läßt [78]

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\vec{k}', \vec{k}) = & \{\alpha' + \beta' \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{n} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{n} + i\gamma' (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} + \delta' \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{q} + \epsilon' \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{Q} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{Q} \\ & + (\hat{q} \cdot \hat{Q}) \omega'' [\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{Q} + \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{Q} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{q}] \} P_T . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Hierbei sind die Größen  $\vec{q}$ ,  $\vec{Q}$  und  $\vec{n}$  durch die beiden Relativimpulse  $\vec{k}$  und  $\vec{k}'$  der Nukleonen definiert als

$$\begin{aligned} \vec{q} &:= \vec{k} - \vec{k}' \\ \vec{Q} &:= \vec{k} + \vec{k}' \\ \vec{n} &:= \vec{k} \times \vec{k}' = \frac{1}{2} \vec{q} \times \vec{Q} . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Größe  $P_T$  stellt wiederum den Isospinprojektionsoperator dar, während  $\vec{\sigma}_1$  und  $\vec{\sigma}_2$  die Paulischen Spinmatrizen der Teilchen 1 und 2 sind.  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$ ,  $\delta'$ ,  $\epsilon'$  und  $\omega''$  sind zunächst freie Parameter. Die Darstellung des Zweiteilchenoperators in Gl. (3.7) ist konsistent mit den Prinzipien der Galileiinvarianz [78].

Führt man nun den Tensoroperator  $S_{12}(\hat{p}', \hat{p})$  ein, der durch

$$\begin{aligned} S_{12}(\hat{p}', \hat{p}) &:= 3(\hat{p}' \times \hat{p})^2 \cdot (\vec{\sigma}_1 \times \vec{\sigma}_2)^2 \\ &= \frac{3}{2} (\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{p}' \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{p} + \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{p} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{p}') - \hat{p}' \cdot \hat{p} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

definiert ist,  $\hat{p}$  und  $\hat{p}'$  sind hier willkürlich gewählte Einheitsvektoren, läßt sich Gl. (3.7) umschreiben in [79]:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\vec{k}', \vec{k}) &= [\alpha P_{S=0} + \beta P_{S=1} + i\gamma (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} \\ &+ \delta S_{12}(\hat{q}) + \epsilon S_{12}(\hat{Q}) + (\hat{q} \cdot \hat{Q}) \omega S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})] P_T . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Hierbei sind  $P_{S=0}$  und  $P_{S=1}$  die Spin-Singulett- und Spin-Triplett-Projektionsoperatoren. Explizit lauten sie:

$$\begin{aligned} P_{S=0} &= \frac{1}{2}(1 - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \\ P_{S=1} &= \frac{1}{4}(3 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Weiter ist  $S_{12}(\hat{p}) = 3\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{p} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{p} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$  der übliche Tensoroperator. Es sei noch bemerkt, daß für  $\hat{p} = \hat{p}'$  gilt:  $S_{12}(\hat{p}', \hat{p}) = S_{12}(\hat{p})$ . Die Koeffizienten  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  und  $\omega$  sind in Anhang A von Ref. 79 angegeben.

Die NN-T-Matrix aus Gl. (3.1) kann man nun wie folgt zerlegen: Zunächst läßt sich die NN-T-Matrix als Operator im Spinraum der beiden Nukleonen schreiben, wenn man die Relation

$$T(\vec{p}', \vec{p}) = \sum_{SM_S M'_S} |SM'_S\rangle \langle SM'_S| T(\vec{p}', \vec{p}) |SM_S\rangle \langle SM_S| \quad (3.12)$$

benutzt. Setzt man nun Gl. (3.4) in Gl. (3.12) ein und drückt die Kopplung der sphärischen Tensoren  $|SM_S\rangle$  und  $(-)^{S+M_S} \langle SM_S|$  durch die Paulispinmatrizen  $\vec{\sigma}_1$  und  $\vec{\sigma}_2$  aus, wie dies in Ref. 80 ausführlich beschrieben ist, so erhält man den Zweiteilchenoperator als Funktion der Partialwellenkomponenten  $T_{L'L}^{JST}$  für Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$ . Weitere Tensoralgebra führt dann schließlich auf die gewünschte Form aus Gl. (3.10), d.h.

$$\begin{aligned} T(\vec{p}', \vec{p}) &= [\alpha P_{S=0} + \beta P_{S=1} + i\gamma(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} \\ &\quad + \delta S_{12}(\hat{q}) + \varepsilon S_{12}(\hat{Q}) + (\hat{q} \cdot \hat{Q})\omega S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})] P_T. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die ersten zwei Terme auf der rechten Seite von Gl. (3.13) die proportional zum Spinprojektionsoperator sind, sind die zentralen Spin-Singulett ( $S = 0$ )- und Spin-Triplett ( $S = 1$ )-Komponenten der NN-Wechselwirkung. Die Spin-Bahn-Komponente ist durch den zu  $(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n}$  proportionalen Term gegeben. Die drei restlichen Summanden in Gl. (3.13) beschreiben den Tensoranteil der NN-Wechselwirkung, denn sie beinhalten den Tensoroperator  $S_{12}$ . Da das Skalarprodukt  $(\hat{q} \cdot \hat{Q})$  auf der Energieschale ( $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$ ) aufgrund der Zeitumkehrinvarianz der NN-Wechselwirkung verschwindet [78], d.h.  $\hat{q} \cdot \hat{Q} = 0$ , tritt der letzte Term in Gl. (3.13), der proportional zu  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$  ist, nur für Off-Shell-T-Matrizen auf. Die Darstellung

der Größen  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  und  $\omega$  als Funktion der Partialwellen-T-Matrixelemente ist in Anhang A von Ref. 79 aufgeführt.

Mit der T-Matrix als Operator im Spinraum (Gl. (3.13)) reduziert sich die Berechnung der NN-Bremsstrahlungsamplitude im Prinzip auf die Auswertung von Spinmatrixelementen, die die Spinoperatoren der NN-Wechselwirkung und des elektromagnetischen Übergangsoperators  $V_{em}$  enthalten. Diese Spinmatrixelemente sind in Anhang B berechnet.

# Kapitel 4

## Die elektromagnetische Wechselwirkung

Den ersten wichtigen Bestandteil der NN-Bremsstrahlungsübergangsamplitude, nämlich die NN-T-Matrix, haben wir im vorhergehenden Kapitel berechnet. In diesem wollen wir uns nun der Berechnung des elektromagnetischen Übergangspotentials zuwenden. Wir werden über den vierkomponentigen komplett relativistischen Photon–Nukleon–Vertex ein effektives zweikomponentiges Übergangspotential definieren, das mit nicht relativistischen Zweinukleonwellenfunktionen benutzt werden kann. Zu diesem Zweck bedienen wir uns nicht wie sonst üblich [33, 35, 36, 56] der Foldy–Wouthuysen(FW)–Transformation [39] der Diracgleichung eines Nukleons in einem äußeren elektromagnetischen Feld, sondern wir benutzen die sogenannte Pauli–Reduktion. Das bedeutet, ausgehend vom allgemeinen relativistischen elektromagnetischen Photon–Nukleon–Vertex führen wir die Reduktion auf zwei Spinkomponenten durch, indem wir die Vertexfunktion auf beiden Seiten mit den Dirac–Spinoren für Nukleonen multiplizieren. Diese Vorgehensweise vernachlässigt zwar genau wie die FW–Transformation die Möglichkeit negativer Energiezustände des Off–Shell–Nukleons, aber der Hauptunterschied zwischen beiden Methoden besteht darin, daß die FW–Transformation die Anteile positiver und negativer Energie entkoppelt, während die Pauli–Reduktion dies nicht leistet. Die Vorteile der Pauli–Reduktion sind jedoch ihre bessere Übersichtlichkeit über die Struktur des elektromagnetischen Wechselwirkungsoperators sowie die Konsistenz in der Berechnung mit der bei der Modellierung von realistischen modernen NN–Potentialen [52]. Eine neue Rechnung von Fearing [81] zeigt, daß die numerischen Unterschiede zwischen beiden Vorgehensweisen sehr gering ist. Ein weiterer Punkt, der unsere Methode vorteilhaft erscheinen läßt, ist die Möglichkeit, die elektromagnetischen Off–Shell–Formfaktoren leicht zu untersuchen.

Im nächsten Unterkapitel werden wir, ausgehend vom allgemeinen Photon–Nukleon–Vertex, zunächst den uns interessierenden Anteil extrahieren. Die Reduktion auf zwei Spinkomponenten erfolgt dann im zweiten Unterkapitel, wo auch die

Aufspaltung in die einzelnen Anteile des Einkörperstromes vorgenommen wird. Die Berechnung des Operators des Zweikörperstromes erfolgt dann im letzten Abschnitt dieses Kapitels. Die zu den im folgenden dargestellten Stromoperatoren gehörenden  $NN\gamma$ -Matrixelemente sind in Anhang D ausführlich berechnet.

## 4.1. Der Photon–Nukleon–Vertex

Aus der relativistischen Kovarianzbedingung ergibt sich, daß zwölf Funktionen benötigt werden [82], um den in Abb. 4.1 dargestellten allgemeinen Photon–Nukleon Vertex zu parametrisieren.

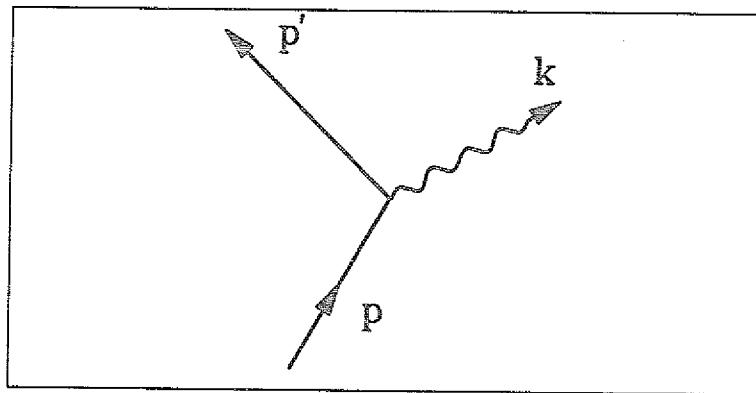


Abb. 4.1: Photon–Nukleon Vertex,  $p$  und  $p'$  sind die Viererimpulse des ein- und auslaufenden Nukleons und  $k$  ist der Viererimpuls des emittierten Photons.

Da der  $NN\gamma$ -Vertex aus Abb. 4.1 allgemein ist, wollen wir in diesem Zusammenhang annehmen, daß alle drei an den Vertex ankoppelnden Teilchen nicht auf ihrer Massenschale ( $p^2 = m^2$ ) sitzen müssen, sondern Off–Shell sein können. Die Vertexfunktion  $\Gamma_\mu$  lässt sich dann wie folgt als Funktion der beiden Nukleonenimpulse schreiben [83]:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu(p', p) &= e \left\{ \Lambda^+(\vec{p}') \left[ F_1^{++} \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^{++} - k_\mu F_3^{++} \right] \Lambda^+(\vec{p}) \right. \\ &\quad + \Lambda^+(\vec{p}') \left[ F_1^{+-} \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^{+-} - k_\mu F_3^{+-} \right] \Lambda^-(\vec{p}) \\ &\quad + \Lambda^-(\vec{p}') \left[ F_1^{-+} \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^{-+} - k_\mu F_3^{-+} \right] \Lambda^+(\vec{p}) \\ &\quad \left. + \Lambda^-(\vec{p}') \left[ F_1^{--} \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^{--} - k_\mu F_3^{--} \right] \Lambda^-(\vec{p}) \right\}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Nukleonimpulse im Anfangs- und Endzustand sind mit  $p$  und  $p'$  bezeichnet. Der Photonimpuls ist durch  $k = p - p'$  gegeben und  $\sigma_{\mu\nu} = i/2[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ . Die Formfaktoren  $F_i^{\rho'\rho}$  ( $i = 1, 2, 3; \rho', \rho = \pm$ ) sind Funktionen des Photonimpulses  $k^2$  und der invarianten Massen der Nukleonen  $W = \sqrt{p^2}$  und  $W' = \sqrt{p'^2}$  im Anfangs- bzw. Endzustand; d.h.  $F_i^{\rho'\rho} = F_i^{\rho'\rho}(k^2, W'^2, W^2)$ . Die Projektionsoperatoren  $\Lambda^+$  und  $\Lambda^-$  auf positive und negative Energiezustände sind in Anhang A definiert. Die Funktionen  $F_i^{\rho'\rho}$  besitzen eine Isospinstruktur und können wie folgt in einen Protonanteil  $F_{i,p}^{\rho'\rho}$  und einen Neutronanteil  $F_{i,n}^{\rho'\rho}$  zerlegt werden:

$$F_i^{\rho'\rho} = \frac{1 - (\vec{\tau})_z}{2} F_{i,p}^{\rho'\rho} + \frac{1 + (\vec{\tau})_z}{2} F_{i,n}^{\rho'\rho}. \quad (4.2)$$

Unter Benutzung der Ward-Takahashi(WT)-Identität [84, 85], d.h. mit der Forderung nach Stromerhaltung am Photon-Nukleon-Vertex,

$$k^\mu \Gamma_\mu(p', p) = \hat{e}[S_F^{-1}(p) - S_F^{-1}(p')], \quad (4.3)$$

kann man den Ausdruck für den allgemeinen Off-Shell-NN $\gamma$ -Vertex in Gl. (4.1) vereinfachen. In Gl. (4.3) ist  $\hat{e}$  der Ladungsoperator des Nukleons

$$\hat{e} = e \cdot e_N = e \frac{1 - (\vec{\tau})_z}{2}, \quad (4.4)$$

mit  $e_p = 1$  und  $e_n = 0$ . Setzt man nun den Off-Shell-Vertex aus Gl. (4.1) in die WT-Identität aus Gl. (4.3) ein, so erhält man folgende Beziehung zwischen den Formfaktoren  $F_1^{\rho'\rho}$  und  $F_3^{\rho'\rho}$ :

$$F_1^{\rho'\rho} = e_N + \frac{k^2}{\not{k}} F_3^{\rho'\rho}. \quad (4.5)$$

Für ein On-Shell-Nukleon gilt  $\Lambda^+ = 1$  und  $\Lambda^- = 0$  sowie  $F_3^{\rho'\rho} = 0$  (siehe Refn. 83, 86). Sitzt nun das Nukleon sowohl im Anfangs- als auch im Endzustand auf der Massenschale ( $p^2 = p'^2 = m^2$ ), dann reduziert sich die allgemeine Form aus Gl. (4.1) auf die wohl bekannte On-Shell-Form des Photon-Nukleon-Vertex' (mit  $F_i^{++} = F_i$ )

$$\Gamma_\mu(p', p) = e [F_1 \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2]. \quad (4.6)$$

Verwendet man diesen On-Shell-Vertex bei Berechnungen von Prozessen, die eigentlich den Off-Shell-NN $\gamma$ -Vertex erfordern, so entspricht dies folgender Wahl für die einzelnen Formfaktoren:

$$\begin{aligned} F_1^{++} &= F_1^{+-} = F_1^{-+} = F_1^{--} , \\ F_2^{++} &= F_2^{+-} = F_2^{-+} = F_2^{--} , \\ F_3^{++} &= F_3^{+-} = F_3^{-+} = F_3^{--} = 0 . \end{aligned} \quad (4.7)$$

Der Vertex in Gl. (4.6) ist im allgemeinen nicht eichinvariant, wenn er in Reaktionen verwendet wird, in denen auch Off-Shell-Nukleonen eine Rolle spielen. Trotzdem ist die Verwendung des Vertex' aus Gl. (4.6) mangels besserer Alternativen allgemein üblich. Es existieren höchstens sehr grobe Abschätzungen und Modelle [83, 87, 16, 88, 89] für die Beschreibung von Off-Shell-Nukleon-Formfaktoren. Darauf soll näher in Kapitel 7 eingegangen werden, wo die Effekte von Off-Shell-Formfaktoren auf die pp $\gamma$ -Reaktion untersucht werden.

Falls nur das einlaufende Nukleon nicht auf seiner Massenschale sitzt, gilt:  $\Lambda^+(p') = 1$  und  $\Lambda^-(p') = 0$ . In diesem Fall reduziert sich der allgemeine Off-Shell-Vertex aus Gl. (4.1) auf den Halb-Off-Shell-Vertex

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu(p', p) &= e \left\{ \left[ F_1^+ \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^+ - k_\mu F_3^+ \right] \Lambda^+(p) \right. \\ &\quad \left. + \left[ F_1^- \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2^- - k_\mu F_3^- \right] \Lambda^-(p) \right\}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Die Halb-Off-Shell-Formfaktoren  $F_i^\pm(k^2, W^2, m^2)$  hängen somit nicht länger vom Impuls  $p'$  des auslaufenden Nukleons ab. Verwendet man die Halb-Off-Shell-Form in Fällen, in denen all drei an den Vertex ankoppelnden Teilchen nicht auf ihrer Massenschale sitzen, so entspricht das der folgenden Wahl für die Formfaktoren:

$$F_i^{+\rho} = F_i^{-\rho} = F_i^\rho . \quad (4.9)$$

Weiter ergibt sich aus Gl. (4.5) und damit aus der Stromerhaltung, daß für reelle Photonen gilt:

$$F_1^{\rho'\rho}(k^2 = 0, W'^2, W^2) = e_N , \quad (4.10)$$

d.h. für  $k^2 = 0$  ist der Formfaktor  $F_1$  gleich der Nukleonladung  $e_N$ . Außerdem gilt:

$$F_2^{++}(k^2 = 0, m^2, m^2) = \kappa_N , \quad (4.11)$$

wobei  $\kappa_N$  das anomale magnetische Moment des Nukleons in Einheiten des Kernmagnetons ist ( $\kappa_p = 1.793$  und  $\kappa_n = -1.913$ ).

Wie schon erwähnt, sind die Off-Shell-Nukleon-Formfaktoren experimentell nicht bekannt und es existieren nur wenige dynamische Modelle für elektromagnetische Halb-Off-Shell-Formfaktoren, die aber noch jeder experimentell gesicherten Grundlage entbehren. Aus diesem Grund, wird in dieser Arbeit der On-Shell-NN $\gamma$ -Vertex aus Gl. (4.6) verwendet; nur in Abschnitt 6.8 wird der Effekt von  $F_2^{++}$  auf die Observablen in der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion untersucht, d.h. dort verwenden wir den Vertex aus Gl. (4.8). Da es sich beim Bremsstrahlungsprozeß um die Erzeugung eines reellen Photons handelt, gilt:  $k^2 = 0$  und Gl. (4.6) reduziert sich auf

$$\Gamma_\mu(p', p) = e [e_N \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} \kappa_N]. \quad (4.12)$$

## 4.2. Das elektromagnetische Übergangspotential

Wie bereits in den einleitenden Bemerkungen zu diesem Kapitel angeklungen ist, berechnen wir das elektromagnetische Übergangspotential, in dem wir den relativistischen Photon-Nukleon-Vertex aus Gl. (4.12) mit Dirac-Spinoren multiplizieren, also das im Prinzip Matrixelement  $\langle \bar{u}(\vec{p}', s') | \epsilon^\mu \Gamma_\mu | u(\vec{p}, s) \rangle$  berechnen. Die Auswertung dieses Matrixelementes soll in diesem Abschnitt geschehen.

Im folgenden wird der Spinor  $|u(\vec{q})\rangle$  benutzt, wie er im Anhang A definiert ist. Damit bleiben bei der Bestimmung des obigen Matrixelementes die Spinwellenfunktionen zunächst unberücksichtigt. Um mit den Konventionen aus Ref. 59 in Übereinstimmung zu sein, multiplizieren wir das obige Matrixelement noch mit Normierungsfaktoren und erhalten dann für den elektromagnetischen Übergangsoperator (die  $\delta$ -Funktion berücksichtigt explizit die Impulserhaltung, siehe auch Abb. 4.1):

$$\begin{aligned} \langle \vec{q}' | V_{em} | \vec{q} \rangle &= \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \langle \bar{u}(\vec{q}') | \epsilon^\mu \Gamma_\mu | u(\vec{q}) \rangle \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} \delta(\vec{q}' + \vec{k} - \vec{q}) \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}') + m}{2m}} \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}') + m}{2m}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} \delta(\vec{q}' + \vec{k} - \vec{q}) \quad (4.13) \\ &\times \left( 1, -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}'}{\varepsilon(\vec{q}') + m} \right) e \left[ e_N \not{k} - i \frac{\epsilon^\mu \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} \kappa_N \right] \left( \frac{1}{\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{\varepsilon(\vec{q}) + m}} \right). \end{aligned}$$

Verwendet man die Transversalität des reellen Photons,  $\epsilon_\mu k^\mu = 0$ , und zudem die Coulomb-Eichung  $\epsilon^0 = 0$ ,  $\vec{\epsilon} \cdot \vec{k} = 0$ , und  $\omega := |\vec{k}|$  sowie  $\varepsilon(\vec{q}) = \sqrt{\vec{q}^2 + m^2}$ , wobei  $m$  die Nukleonmasse ist, so lat sich der Ausdruck für das Matrixelement in Gl. (4.13) unter Ausnutzung der  $\delta$ -Funktion, d.h. der Beziehung  $\vec{q} = \vec{q}' + \vec{k}$  (siehe Abb. 4.1) wie in Anhang C gezeigt, folgendermaßen umschreiben:

$$\begin{aligned} \langle \vec{q}' | V_{em} | \vec{q} \rangle &= \left[ -\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \tilde{e}_N \vec{\epsilon} \cdot (\vec{q} + \vec{q}') \right. \\ &\quad - i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \tilde{\mu}_N \vec{\epsilon} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}) \\ &\quad + i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \tilde{\nu}_N \vec{\epsilon} \cdot [(\vec{q} + \vec{q}') \times \vec{\sigma}] \\ &\quad \left. - i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \tilde{\eta}_N \vec{\sigma} \cdot (\vec{q} + \vec{q}' + \vec{k}) \vec{\epsilon} \cdot [(\vec{q} + \vec{q}') \times \vec{k}] \right] \delta(\vec{q}' + \vec{k} - \vec{q}). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Es werden dabei die folgenden Abkürzungen benutzt:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_N &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} [e_N \mathcal{J}^+(q', q) - \mathcal{Y} \{ \mathcal{P}(q', q) - \mathcal{J}^-(q', q) \}] \\ \tilde{\mu}_N &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} \left[ e_N \mathcal{J}^+(q', q) - \mathcal{Y} \{ \mathcal{P}(q', q) - \mathcal{J}^-(q', q) \} \right. \\ &\quad \left. + \kappa_N \frac{\varepsilon(\vec{q}') + \varepsilon(\vec{q})}{m} \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}) + m}{\varepsilon(\vec{q}') + m}} \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\nu}_N &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} [e_N \mathcal{J}^-(q', q) + \mathcal{Y} \{ \mathcal{P}(q', q) + \mathcal{J}^+(q', q) \}] \\ \tilde{\eta}_N &= \frac{1}{4m} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} \frac{\kappa_N}{\sqrt{\varepsilon(\vec{q}') + m} \sqrt{\varepsilon(\vec{q}) + m}}, \end{aligned}$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^\pm(q', q) &= \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}) + m}{\varepsilon(\vec{q}') + m}} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}') + m}{\varepsilon(\vec{q}) + m}} \\ \mathcal{P}(q', q) &= \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon(\vec{q}') + m} \sqrt{\varepsilon(\vec{q}) + m}} \\ \mathcal{Y} &= \frac{\omega}{2m} \kappa_N. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Für die Photonemission im Streuprozes zweier Nukleonen lautet der elektromagnetische Übergangsoperator dann:

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}'_1, \vec{p}'_2 | \hat{V}_{em}^{(1)} | \vec{p}_1, \vec{p}_2 \rangle &:= \langle \bar{u}(\vec{p}'_1) | V_{em}(1) | u(\vec{p}_1) \rangle \delta(\vec{p}'_1 + \vec{k} - \vec{p}_1) \delta(\vec{p}'_2 - \vec{p}_2) \\ &\quad + \langle \bar{u}(\vec{p}'_2) | V_{em}(2) | u(\vec{p}_2) \rangle \delta(\vec{p}'_2 + \vec{k} - \vec{p}_2) \delta(\vec{p}'_1 - \vec{p}_1). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Führt man nun Schwerpunkts- und Relativkoordinaten gemäß

$$\begin{aligned}\vec{p}_1 &= \frac{\vec{P}}{2} + \vec{p} \quad ; \quad \vec{p}'_1 = \frac{\vec{P}'}{2} + \vec{p}' \\ \vec{p}_2 &= \frac{\vec{P}}{2} - \vec{p} \quad ; \quad \vec{p}'_2 = \frac{\vec{P}'}{2} - \vec{p}'\end{aligned}\tag{4.18}$$

ein und geht in das Schwerpunktssystem der beiden Nukleonen vor der Photonenemission, ( $\vec{P} = 0$ ), schreibt sich Gl. (4.17) als

$$\begin{aligned}\langle \vec{p}'_1, \vec{p}'_2 | \hat{V}_{em}^{(1)} | \vec{p}_1, \vec{p}_2 \rangle &= \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2} | \hat{V}_{em}^{(1)} | \vec{p}, -\vec{p} \rangle \\ &= \langle \bar{u}(\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) | V_{em}(1) | u(\vec{p}) \rangle \delta(\vec{P} - \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) \\ &\quad + \langle \bar{u}(-\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) | V_{em}(2) | u(-\vec{p}) \rangle \delta(\vec{P} - \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \\ &= \frac{e}{2m} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \delta(\vec{P} - \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) \\ &\quad \left\{ -\tilde{e}_N^1 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p} + \vec{p}') - i\tilde{\mu}_N^1 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}_1) \right. \\ &\quad \left. + i\tilde{\nu}_N^1 2\vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{\sigma}_1) - i\eta_N^1 2\vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) 2\vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{k}) \right\} \\ &+ \frac{e}{2m} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \delta(\vec{P} - \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \\ &\quad \left\{ -\tilde{e}_N^2 \vec{\epsilon} \cdot (-\vec{p} - \vec{p}') - i\tilde{\mu}_N^2 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}_2) \right. \\ &\quad \left. + i\tilde{\nu}_N^2 2\vec{\epsilon} \cdot (-\vec{p}' \times \vec{\sigma}_2) - i\eta_N^2 2\vec{\sigma}_2 \cdot (-\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) 2\vec{\epsilon} \cdot (-\vec{p}' \times \vec{k}) \right\}.\end{aligned}\tag{4.19}$$

Faßt man die Terme entsprechend ihrer Spinoperatorstruktur zusammen, so läßt sich der elektromagnetische Übergangsoperator in vier Terme aufspalten (der Einfachheit halber wird die  $\delta$ -Funktion für die Gesamtimpulserhaltung im Verlauf der folgenden Diskussion nicht mehr explizit ausgeschrieben):

$$V_{em}^{(1)} = V_{con} + V_{mag} + V_{rsc} + V_{rem}\tag{4.20}$$

mit

$$V_{con} = -\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p} + \vec{p}') \left\{ \tilde{e}_N^1 \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) - \tilde{e}_N^2 \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \right\}\tag{4.21a}$$

$$\begin{aligned}V_{mag} &= -i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left\{ \tilde{\mu}_N^1 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}_1) \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{\mu}_N^2 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}_2) \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \right\}\end{aligned}\tag{4.21b}$$

$$V_{rsc} = i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left\{ 2\tilde{\nu}_N^1 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{\sigma}_1) \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) - 2\tilde{\nu}_N^2 \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{\sigma}_2) \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \right\} \quad (4.21c)$$

$$V_{rem} = -i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left\{ 4\tilde{\eta}_N^1 \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) + 4\tilde{\eta}_N^2 \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) \vec{\epsilon} \cdot (\vec{p}' \times \vec{k}) \delta(\vec{p} - \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) \right\} \quad (4.21d)$$

Wie man aus Gl. (4.15) entnehmen kann, sind die untersten Ordnungen einer  $p/m$ -Entwicklung von  $\tilde{e}_N^{1/2}$  und  $\tilde{\mu}_N^{1/2}$  gegeben durch  $\tilde{e}_N^{1/2} = e_N$  und  $\tilde{\mu}_N^{1/2} = e_N + \kappa_N = \mu_N$ , d.h.  $V_{con}$  und  $V_{mag}$  aus Gln. (4.21a, 4.21b) entsprechen dem Konvektions- bzw. Magnetisierungsstrom in der konventionellen nicht relativistischen Betrachtungsweise. Für  $\tilde{\nu}_N^{1/2}$  und  $\tilde{\eta}_N^{1/2}$  ergibt sich in unterster Ordnung einer  $p/m$ -Entwicklung  $\tilde{\nu}_N^{1/2} = \kappa_N \frac{\omega}{m}$  und  $\tilde{\eta}_N^{1/2} = \frac{\kappa_N}{2m^2}$ . Außer den geringfügigen Modifikationen in  $\tilde{e}_N$  und  $\tilde{\mu}_N$  im Vergleich  $e_N$  und  $\mu_N$  sind also die wesentlichen relativistischen Korrekturen zum konventionellen nicht-relativistischen elektromagnetischen Wechselwirkungsoperator im Auftreten der Komponenten  $V_{rsc}$  und  $V_{rem}$  zu sehen, die wir als relativistische Spinkorrekturen bezeichnen. Da jedoch die Beiträge von  $V_{rem}$  zumindest in den in dieser Arbeit betrachteten kinematischen Bedingungen vernachlässigbar sind, sind immer nur die Beiträge von  $V_{rsc}$  gemeint, wenn im folgenden von den relativistischen Spinkorrekturen (RSC) die Rede ist.

### 4.3. Der Operator des Zweikörperstromes

In diesem Unterkapitel berechnen wir den Teil des elektromagnetischen Stromes, der vom impulsabhängigen Teil des Nukleon-Nukleon-Potentials herrührt. Wir gehen hierbei zunächst von einem allgemeinen NN-Potential aus, das eine wohldefinierte Impulsdarstellung  $V_N(\vec{p}_i) := V_N(\vec{p}'_1, \vec{p}'_2, \vec{p}_1, \vec{p}_2)$  besitzt. Die  $\vec{p}_i$  und  $\vec{p}'_i$  sind die Impulse der Nukleonen vor bzw. nach der Wechselwirkung. In Ref. 12 ist nun gezeigt, daß man einen Zweikörperstrom erhält, wenn man die induzierte elektromagnetische Wechselwirkung des NN-Potentials dadurch berücksichtigt, daß man im impulsabhängigen Teil des NN-Potentials die minimale Substitution vornimmt und dann das ursprüngliche (nackte) Potential wieder subtrahiert.  $V_{em}^{(2)}$  ist also gegeben durch:

$$V_{em}^{(2)} = V_N(\vec{p}_i - e_i \vec{A}(\vec{r}_i)) - V_N(\vec{p}_i) . \quad (4.22)$$

Diese Vorgehensweise garantiert zwar, daß der Zweikörperstrom eichinvariant bestimmt wird (siehe Diskussionen in Abschnitt 2.3), aber sie legt den Zweikörperstrom nicht eindeutig fest. Zum Beispiel kann diese Methode prinzipiell keine Beiträge liefern, die durch die anomalen magnetischen Momente der beteiligten Nukleonen verursacht werden. Außerdem entstehen, wie in Ref. 12 ausgeführt, Mehrdeutigkeiten dadurch, daß das elektromagnetische Potential  $\vec{A}$  im allgemeinen nicht mit den Impulsoperatoren  $\vec{p}_i$  und deren Potenzen vertauscht und somit das Ergebnis für  $V_{em}^{(2)}$  von der Reihenfolge abhängt, in welcher die  $\vec{p}_i$  explizit im NN-Potential auftreten [12] (für ein NN-Potential gibt es im elastischen (On-Shell) Fall mehrere äquivalente Möglichkeiten für die Schreibweise). In einer etwas anderen Betrachtungsweise kommt Heller [67] zu dem Schluß, daß es generell unmöglich ist, den Zweikörperstrom im Potentialmodell nur mit Hilfe der Forderung nach Eichinvarianz eindeutig zu bestimmen.

Wir werden in dieser Arbeit jedoch den oben dargestellten Weg der minimalen Substitution einschlagen und zudem noch in die Näherung weicher Photonen (soft-photon-approximation (SPA)) übergehen, da in dieser Näherung die eindeutige Bestimmung von  $V_{em}^{(2)}$  mit der von uns gewählten Methode möglich ist [12]. In der SPA ( $\vec{k} = 0$ ) lautet das Vektorpotential für die Erzeugung eines Photons mit Polarisation  $\hat{\epsilon}$  und Impuls  $\vec{k}$ :

$$\vec{A} := \vec{A}(\vec{r})|_{\vec{k}=0} = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \hat{\epsilon} a^\dagger(\vec{k}, \hat{\epsilon}). \quad (4.23)$$

Wir wollen das elektromagnetisch induzierte Zweikörperpotential  $V_{em}^{(2)}$  in der ersten Ordnung von  $e\vec{A}$  berechnen. Die Taylor-Entwicklung der rechten Seite von Gl. (4.22) liefert

$$V_N(\vec{p}_i - e_i \vec{A}(\vec{r}_i)) = V_N(\vec{p}_i) - \sum_i e_i \vec{A} \cdot (\nabla_{\vec{p}_i} V_N(\vec{p}_i)). \quad (4.24)$$

Das NN-Potential, in dem die minimale Ankopplung an das elektromagnetische Feld durchgeführt wurde, separiert also in das ursprüngliche NN-Potential und in einen Term, der die Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld berücksichtigt. Damit ergibt sich das Potential für den Zweikörperstrom zu:

$$V_{em}^{(2)}(\vec{p}_i) = - \sum_i e_i \vec{A} \cdot \left\{ \nabla_{\vec{p}_i} V_N(\vec{p}_i) \right\}. \quad (4.25)$$

Nun führen wir wieder Schwerpunkts- und Relativkoordinaten ein und erhalten folgende Ausdrücke für die Gradienten:

$$\vec{\nabla}_{\vec{p}_1} = \vec{\nabla}_{\vec{P}} + \frac{1}{2}\vec{\nabla}_{\vec{p}} \quad \vec{\nabla}_{\vec{p}'_1} = \vec{\nabla}_{\vec{P}'} + \frac{1}{2}\vec{\nabla}_{\vec{p}'} \quad (4.26a)$$

sowie

$$\vec{\nabla}_{\vec{p}_2} = \vec{\nabla}_{\vec{P}} - \frac{1}{2}\vec{\nabla}_{\vec{p}} \quad \vec{\nabla}_{\vec{p}'_2} = \vec{\nabla}_{\vec{P}'} - \frac{1}{2}\vec{\nabla}_{\vec{p}'} . \quad (4.26b)$$

Wir wählen die NN-Schwerpunktsimpulse und die NN-Relativimpulse des Anfangs- und Endzustandes als die vier unabhängigen Variablen des NN-Potentials. Im Grenzfalle weicher Photonen sind die beiden Schwerpunktsimpulse gleich. Nehmen wir nun weiter an, daß das Nukleon-Nukleon-Potential nur schwach vom Schwerpunktimpuls abhängt [90, 91], so daß  $\vec{\nabla}_{\vec{P}} V_N \approx 0$ , so erhalten wir unter Benutzung von Gl. (4.26) aus Gl. (4.25)

$$V_{em}^{(2)}(\vec{p}', \vec{p}) = -\vec{A} \cdot \left\{ e'_1 \frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\vec{p}'} V_N(\vec{p}', \vec{p}) - e'_2 \frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\vec{p}'} V_N(\vec{p}', \vec{p}) + e'_1 \frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\vec{p}} V_N(\vec{p}', \vec{p}) - e'_2 \frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\vec{p}} V_N(\vec{p}', \vec{p}) \right\} . \quad (4.27)$$

Setzen wir Gl. (4.23) in Gl. (4.27) ein, so erhalten wir schließlich für den Operator des Zweikörperstromes

$$V_{em}^{(2)}(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{\vec{\epsilon}}{2} \cdot \left[ (e'_2 - e'_1) \vec{\nabla}_{\vec{p}'} + (e_2 - e_1) \vec{\nabla}_{\vec{p}} \right] V_N(\vec{p}', \vec{p}) . \quad (4.28)$$

In dieser, d.h. der niedrigsten Ordnung des Photonimpulses, trägt der Zweikörperstrom nur zur np Bremsstrahlung bei. Dies ist aus der obigen Gleichung ersichtlich, da die Faktoren  $(e_1 - e_2)$  bzw.  $(e'_1 - e'_2)$  für pp- oder nn-Bremsstrahlung verschwinden. Weil die Kinematik in dem hier benutzten Formalismus exakt behandelt wird (nur die Dynamik wird im Grenzfall weicher Photonen berechnet), gilt in Gl. (4.28) nicht notwendigerweise die Beziehung  $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$ . Die Gültigkeit der SPA für  $V_{em}^{(2)}$  wird in den Refn. 12, 38 und 18 diskutiert, wo gezeigt wird, daß die SPA für den Zweikörperstrom eine gute Näherung auch für relativ hohe Photonenergien ist, zumindest solange nur der inklusive Bremsstrahlungswirkungsquerschnitt betrachtet wird.

# Kapitel 5

## Die Observablen

In dieser Arbeit untersuchen wir die  $NN\gamma$ -Raktion für verschiedene exklusive und inklusive sowie komplanare und nicht-komplanare experimentelle Setups. Die Observablen, die in den jeweiligen Geometrien benötigt werden, sollen in diesem Kapitel berechnet werden. Neben den üblichen Wirkungsquerschnitten interessieren wir uns ebenfalls für Spinobservable insbesondere für Analysierstärken und Spinkorrelationskoeffizienten.

Zunächst schreiben wir die invariante Übergangsamplitude [78] für die Produktion eines Photons mit Impuls  $\vec{k}$  und Polarisation  $\vec{\epsilon}$  in einer Nukleon–Nukleon–Kollision als

$$M = \sqrt{\varepsilon'_1 \varepsilon'_2 \omega} \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \psi_f^- | V_{em} | 0; \psi_i^+ \rangle \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}, \quad (5.1)$$

wobei  $\varepsilon'_1, \varepsilon'_2$  ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) die Energien der Nukleonen im Endzustand (Anfangszustand) sind.

Falls der einfallende Strahl und das Target unpolarisiert sind und der Spin des Endzustandes sowie die Polarisation des Photons unbeobachtet bleiben, ist der unpolarisierte differentielle NN–Bremsstrahlungswirkungsquerschnitt gegeben durch [78]:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 [(\vec{\beta}_1 - \vec{\beta}_2)^2 - (\vec{\beta}_1 \times \vec{\beta}_2)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} \times \left\{ \sum_{\vec{\epsilon}} \frac{1}{4} \text{Tr}(MM^\dagger) \right\} \\ &\times \left\{ (2\pi)^4 \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2 - \vec{k}) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2 - \omega) \right. \\ &\quad \left. \frac{d^3 p'_1}{\varepsilon'_1 (2\pi)^3} \frac{d^3 p'_2}{\varepsilon'_2 (2\pi)^3} \frac{d^3 k}{\omega (2\pi)^3} \right\}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Hierbei ist  $\vec{\beta}_i = \vec{p}_i / \varepsilon_i$  die Geschwindigkeit des Nukleons  $i$  im Anfangszustand. Die Impulse der Nukleonen sind mit  $\vec{p}'_1, \vec{p}'_2$  ( $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ ) bezeichnet. Die gestrichenen (ungestrichenen) Größen beziehen sich auf den Endzustand (Anfangszustand). Die Spur in Gl. (5.2) erstreckt über die Spins der Nukleonen. Jeder Term in geschweiften

Klammern in Gl. (5.2) ist eine Lorentz-Invariante und kann deshalb in jedem beliebigen Lorentz-System ausgewertet werden. Insbesondere reduziert sich der einfache Fluß auf  $1/(\varepsilon_1 \varepsilon_2 \beta_1)$ , wenn man berücksichtigt, daß Nukleon 2 im Laborsystem ruht.

## 5.1. Der inklusive Wirkungsquerschnitt

Für das inklusive Experiment, bei dem nur das emittierte Photon im Endzustand gemessen wird, berechnen wir den Photonwirkungsquerschnitt pro Photonenergie und Photonraumwinkel zu

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} &= 2\pi\omega \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 [(\vec{\beta}_1 - \vec{\beta}_2)^2 - (\vec{\beta}_1 \times \vec{\beta}_2)^2]^{1/2}} \right\} \\ &\times \int \frac{d^3 p'_1}{\varepsilon'_1 (2\pi)^3} \frac{d^3 p'_2}{\varepsilon'_2 (2\pi)^3} \left\{ \sum_{\vec{\epsilon}} \frac{1}{4} \text{Tr}(MM^\dagger) \right\} \\ &\times \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2 - \vec{k}) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2 - \omega). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Da über die Endzustände integriert werden muß, läßt sich das obige Integral am einfachsten im NN-Schwerpunktssystem des Endzustandes berechnen [38]. Wir erhalten in diesem System

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{\omega}{(2\pi)^5} \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \beta_1} \right\} \left( \frac{p'}{2\varepsilon_{p'}} \right) \int d\Omega' \left\{ \sum_{\vec{\epsilon}} \frac{1}{4} \text{Tr}(MM^\dagger) \right\}. \quad (5.4)$$

Jede der Größen in den geschweiften Klammern kann wieder in einem geeigneten Lorentz-System berechnet werden, da jede für sich eine Lorentz-Invariante ist. Weil  $\frac{d^3 p}{\varepsilon_p (2\pi)^3}$  und die  $\delta$ -Funktionen ebenfalls Lorentz-Invarianten sind, erkennt man leicht aus Gl. (5.3), daß die Transformation des Wirkungsquerschnitt von einem System ins andere durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega' d\Omega'} = \frac{\omega'}{\omega} \frac{d\sigma}{d\omega d\Omega} \quad (5.5)$$

gegeben ist.

## 5.2. Der exklusive Wirkungsquerschnitt

Als nächstes berechnen wir den exklusiven  $NN\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Labor-system. Die Richtungen aller drei auslaufenden Teilchen (Nukleonen und Photon) seien fixiert. Wir erhalten dann aus Gl. (5.2)

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 d\theta} &= \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1 \varepsilon [(\vec{\beta}_1 - \vec{\beta}_2)^2 - (\vec{\beta}_1 \times \vec{\beta}_2)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} \int \frac{p_1'^2 dp_1' p_2'^2 dp_2' \omega d\omega \sin\theta d\varphi}{(2\pi)^5 \varepsilon'_1 \varepsilon'_2} \\ &\times \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}'_1 - \vec{p}'_2 - \vec{k}) \delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2 - \omega) \\ &\times \left\{ \sum_{\vec{\epsilon}} \frac{1}{4} \text{Tr}(MM^\dagger) \right\}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Angesichts der zylindrischen Symmetrie um die Strahlachse ist diese Integration am einfachsten durchzuführen, wenn man den Photonimpuls in zylindrische Koordinaten umschreibt. Eine detaillierte Beschreibung dieser Integration ist in Ref. 32 zu finden. Wir erhalten schließlich (im Laborsystem)

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 d\theta} = \frac{\mathcal{J}}{(2\pi)^6} \left\{ \sum_{\vec{\epsilon}} \frac{1}{4} \text{Tr}(MM^\dagger) \right\}, \quad (5.7)$$

wobei der Phasenraumfaktor  $\mathcal{J}$  die folgende Form besitzt [32]:

$$\mathcal{J} = \frac{2\pi}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \beta_1} \frac{p'_1 \beta'_1 p'_2 \beta'_2 \omega \sin\theta}{|N|}, \quad (5.8)$$

mit

$$\begin{aligned} N &= (p'_2 \sin\theta_2 - p'_1 \sin\theta_1) [\sin(\theta_1 + \theta_2) - (\beta_1 \sin\theta_2 + \beta_2 \sin\theta_1) \cos\theta] \\ &- \omega (\beta_1 \cos\theta_2 - \beta_2 \cos\theta_1) \sin^2\theta \\ &+ 2 \sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin^2\phi [p'_1 \cos\theta_1 - p'_2 \cos\theta_2 - (\beta_1 p'_1 - \beta_2 p'_2) \cos\theta]. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Hierbei sind die  $\theta_i$  die Polarwinkel der Nukleonen ( $i = 1, 2$ ) im Bezug auf die Strahlachse, die wir als Quantisierungsachse ( $z$ -Achse) betrachten. Der entsprechende Photonemissionswinkel ist mit  $\theta$  bezeichnet. Der Nicht-komplanaritätswinkel  $\phi$  ist durch  $\phi = \frac{1}{2}(\pi + \varphi_2 - \varphi_1)$  definiert, wobei hier  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  die Azimuthwinkel der beiden Nukleonen sind. Aus Symmetriegründen kann man das Koordinatensystem so um die Strahlachse drehen, daß die auslaufenden Nukleonen mit den Azimuthwinkeln  $\varphi_2 = \phi$  und  $\varphi_1 = \pi - \phi$  emittiert werden [32]. Die Projektion der Endzustandsimpulse in die  $x - y$  Ebene ist in Abb. 5.1 dargestellt. Abb. 5.1 definiert also Nukleon 2

als das Teilchen, das in Richtung der positiven  $x$ -Achse gestreut wird, während der Impuls von Teilchen 1 eine negative  $x$ -Komponente besitzt. Wir benutzen weiter die Konvention, daß der Photonemissionswinkel  $\theta$  positiv (negativ) ist, wenn das Photon auf der selben Seite des Strahls wie Teilchen 2(1) emittiert wird.

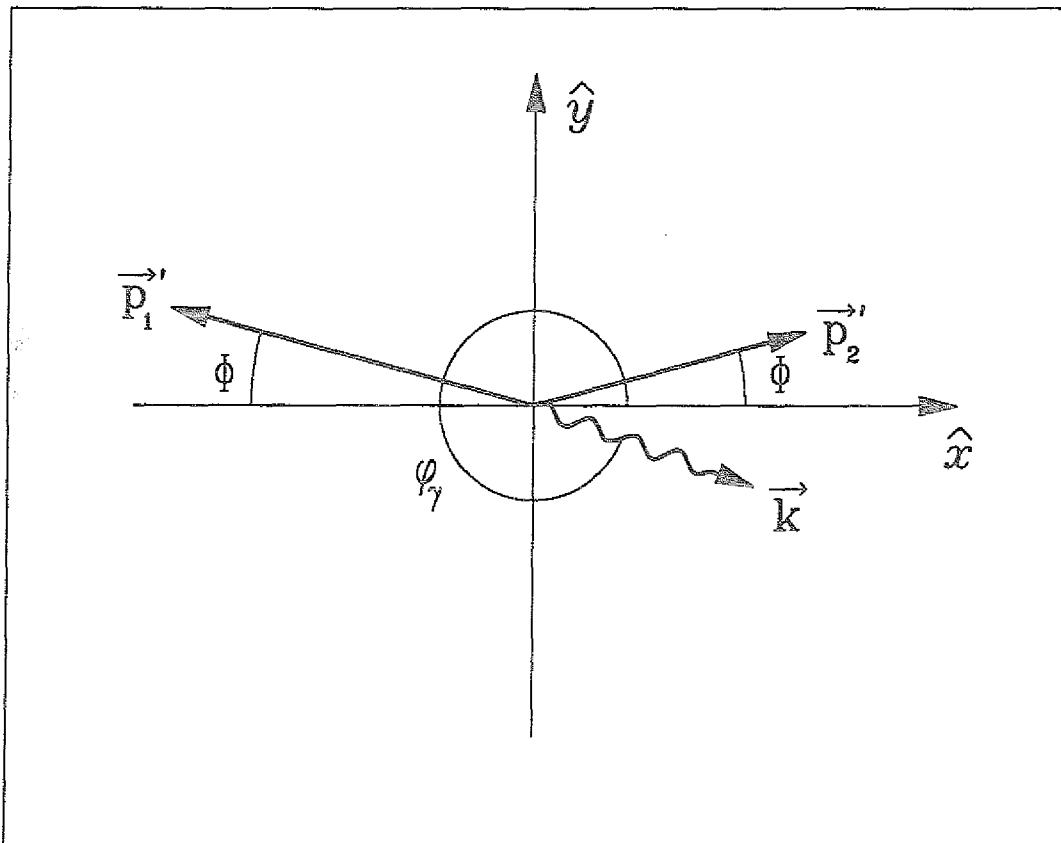


Abb. 5.1: Darstellung der nicht-komplanaren Geometrie [32] (Laborsystem) für das exklusive Experiment. Die  $\vec{p}_i$  ( $\vec{p}'_i$ ) sind die Impulse der Nukleonen im Anfangszustand (Endzustand) und  $\vec{k}$  bezeichnet den Photonimpuls. Die  $\theta_i$  bezeichnen die Nukleonestreuwinkel (Polarwinkel),  $\theta$  ist der Photonemissionswinkel. Der Nichtkomplanitätswinkel ist mit  $\phi$  bezeichnet.

In der komplanaren Geometrie ( $\phi = 0$ ) reduziert sich  $\mathcal{J}$  auf

$$\mathcal{J} = \frac{1}{\epsilon_1 \epsilon_2 \beta_1} \frac{2\pi p'_1 \beta'_1 p'_2 \beta'_2}{|\sin(\theta_1 + \theta_2) - \beta_2 \sin(\theta_1 + \theta) - \beta_1 \sin(\theta_2 - \theta)|}. \quad (5.10)$$

Für weitere Details der komplanaren Kinematik sei auf Abb. 5.2 verwiesen. Im Fall der np-Bremsstrahlung treffen wir die Vereinbarung, daß der Photonemissionswinkel  $\theta$  von  $0^\circ$  in der Strahlrichtung bis  $+180^\circ$  ( $-180^\circ$ ) auf der Seite von  $\theta_p$  ( $\theta_n$ ) gemessen

wird. Im Falle des  $n\gamma$ -Prozesses haben wir dann in Gl. (5.9) und Gl. (5.10) folgende Transformation durchzuführen:

$$\begin{aligned}\theta_1 &\rightarrow \theta_n \\ \theta_2 &\rightarrow \theta_p.\end{aligned}\quad (5.11)$$

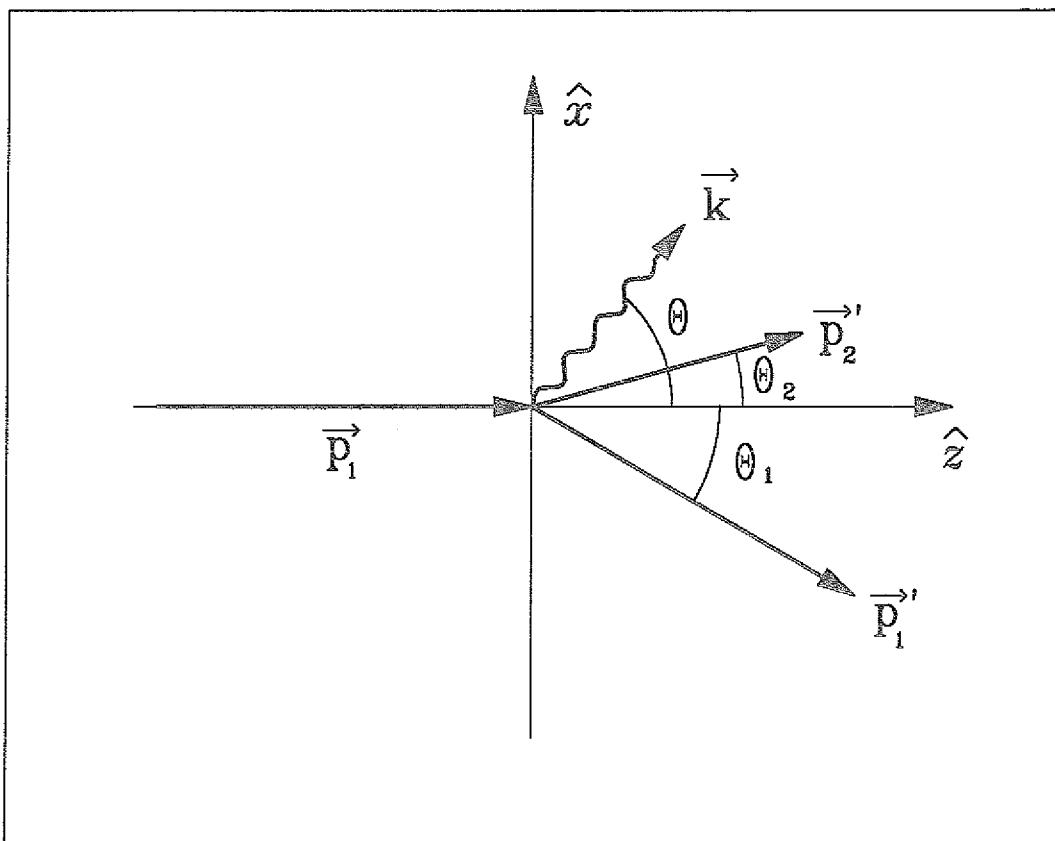


Abb. 5.2: Darstellung der komplanaren Harvard-Geometrie [6, 4, 5] (Laborsystem) für das exklusive Experiment. Die  $\vec{p}_i$  ( $\vec{p}'_i$ ) sind die Impulse der Nukleonen im Anfangszustand (Endzustand) und  $\vec{k}$  bezeichnet den Photonimpuls. Die  $\theta_i$  bezeichnen die Nukleonenstreuwinkel (Polarwinkel),  $\theta$  ist der Photonenemissionswinkel.

### 5.3. Die Spinobservablen

Um detailliertere Informationen über die NN Bremsstrahlungsreaktion zu erhalten, kann man Observable betrachten, für die die Spinzustände der Nukleonen ganz oder zumindest teilweise bestimmt sind. Wir werden uns im folgenden nur mit den Spinzuständen der Nukleonen im Anfangszustand beschäftigen und somit nur die Analysierstärke und Spinkorrelationskoeffizienten diskutieren.

Die Spinkorrelationskoeffizienten sind definiert durch [92]:

$$C_{ij} = \frac{\text{Tr}(M\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{n}_i \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{n}_j M^\dagger)}{\text{Tr}(MM^\dagger)}. \quad (5.12)$$

Hierbei sind  $\vec{\sigma}_1$  und  $\vec{\sigma}_2$  die üblichen Paulischen Spinmatrizen und  $\hat{n}_i$  und  $\hat{n}_j$  bezeichnen die Einheitsvektoren entlang der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse in Abb. 5.1 und Abb. 5.2 (die drei orthogonalen Achsen bilden das übliche rechtshändige Koordinatensystem).

Im folgenden werden wir unsere Betrachtungen auf die Fälle beschränken, für die gilt:  $\hat{n}_i = \hat{n}_j$ , d.h.  $C_{ii}$ . Die physikalische Bedeutung des Spinkorrelationkoeffizienten  $C_{ii}$  wird klar, wenn wir ihn durch

$$C_{ii} = \frac{[\sigma_i(++) + \sigma_i(--)] - [\sigma_i(+-) + \sigma_i(-+)]}{[\sigma_i(++) + \sigma_i(--)] + [\sigma_i(+-) + \sigma_i(-+)]} \quad (5.13)$$

ausdrücken, wobei  $\sigma_i$  den Wirkungsquerschnitt bezeichnet, bei dem die Spins von Strahl- und Targetnukleon in die Richtung  $\hat{n}_i$  weisen. Die Argumente von  $\sigma_i$  zeigen an, ob die Spins von Strahl- (erstes Argument) und Targetnukleon (zweites Argument) parallel (+) oder antiparallel (-) zu  $\hat{n}_i$  sind.

Die Analysierstärke ist durch

$$A_i = \frac{\text{Tr}(\tilde{M}\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{n}_i \tilde{M}^\dagger)}{\text{Tr}(\tilde{M}\tilde{M}^\dagger)} \quad (5.14)$$

definiert [92]. Sie ist das Verhältnis der Differenz und der Summe der Wirkungsquerschnitte, bei denen der Spin des Strahlteilchens parallel und antiparallel zu der Richtung  $\hat{n}_i$  ist:

$$A_i = \frac{\sigma_i(+) - \sigma_i(-)}{\sigma_i(+) + \sigma_i(-)}. \quad (5.15)$$

In der komplanaren Geometrie gilt wegen der Paritätserhaltung [93]  $A_x = A_z = 0$ .

Weil das Spinübergangselement aus Gl. (5.1) gewöhnlich in der Basis gekoppelter Nukleonenspins berechnet wird, müssen wir eine Basistransformation von gekoppelten  $|SM_S\rangle$  zu ungekoppelten  $|m_1 m_2\rangle$  Spinzuständen vornehmen, um die Spinobservablen explizit berechnen zu können. Hier bezeichneten  $S$  und  $M_S$  den Gesamtspin der zwei wechselwirkenden Nukleonen und die zugehörige Projektion auf die Quantisierungsachse;  $m_1$  und  $m_2$  sind die Spinprojektionen der einzelnen Nukleonen. Das

Übergangsmatrixelement aus Gl. (5.1) in der ungekoppelten Basis steht mit dem in der gekoppelten Basis über

$$\begin{aligned} \langle m'_1 m'_2 | M | m_1 m_2 \rangle &= \sum_{S M_S} \sum_{S' M_{S'}} \left( \frac{1}{2} m'_1 \frac{1}{2} m'_2 | S' M_{S'} \rangle \right) \left( \frac{1}{2} m_1 \frac{1}{2} m_2 | S M_S \rangle \right) \\ &\quad \times \langle S' M_{S'} | M | S M_S \rangle \end{aligned} \quad (5.16)$$

in Beziehung. Dies führt auf die folgenden Formeln für die Spinkorrelationskoeffizienten:

$$C_{xx} = \frac{1}{4I_o} \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4} \langle m_3 m_4 | M | m_1 m_2 \rangle \langle m_3 m_4 | M | -m_1 -m_2 \rangle^*, \quad (5.17a)$$

$$C_{yy} = \frac{1}{4I_o} \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4} (-)^{m_1 + m_2} \langle m_3 m_4 | M | m_1 m_2 \rangle \langle m_3 m_4 | M | -m_1 -m_2 \rangle^*, \quad (5.17b)$$

und

$$C_{zz} = \frac{1}{4I_o} \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4} (-)^{1+m_1+m_2} |\langle m_3 m_4 | M | m_1 m_2 \rangle|^2, \quad (5.17c)$$

mit

$$\begin{aligned} I_o &= \frac{1}{4} \text{Tr}(M M^\dagger) \\ &= \frac{1}{4} \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4} |\langle m_3 m_4 | M | m_1 m_2 \rangle|^2. \end{aligned} \quad (5.17d)$$

Für die Analysierstärke erhalten wir:

$$A_y = \frac{1}{4I_o} 2 \text{Im} \left( \sum_{m_2 m_3 m_4} \langle m_3 m_4 | M | +\frac{1}{2} m_2 \rangle \langle m_3 m_4 | M | -\frac{1}{2} m_2 \rangle^* \right). \quad (5.18)$$

Damit haben wir die notwendigen Formeln angegeben, die wir für die in dieser Arbeit interessierende Spinobservablen brauchen. Für das Matrixelement  $\langle m_3 m_4 | M | m_1 m_2 \rangle$  aus Gl. (5.17) und Gl. (5.18) ist die Strahlachse als Quantisierungsachse ( $z$ -Achse) gewählt worden.

# Kapitel 6

## Proton–Proton–Bremsstrahlung

In diesem Kapitel werden die mit dem hier vorgestellten Modell erhaltenen Ergebnisse für die  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion besprochen.

Dieses Kapitel gliedert sich in mehrere Abschnitte. Zunächst werden ein paar kinematische Grundlagen diskutiert, die sowohl für das qualitative als auch das quantitative Verständnis der folgenden Ergebnisse notwendig sind. Dann untersuchen wir, wie sich die relativistischen Spinkorrekturen auf den  $p\bar{p}\gamma$ -Wirkungsquerschnitt auswirken und versuchen eine genauere Analyse, als das in früheren Arbeiten der Fall war. Daran schließt sich die Besprechung des exakt berechneten Einkörper-Rescatteringbeitrages und die Diskussion des Coulomb-Effektes in der  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion an. Schließlich fahren wir mit einer kurzen Diskussion über Off-Shell-Effekte in der  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion fort, der dann ein Vergleich verschiedener NN-Potentialmodelle folgt. Zu guter Letzt untersuchen wir noch die Auswirkungen des Off-Shell-Formfaktors auf die Observablen in der  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion.

Falls nicht ausdrücklich anders erwähnt, wird in diesem Unterkapitel die T-Matrix des Bonn-Potentials (OBEPQ-Version) [52, 94] zur Berechnung der NN-Bremsstrahlungsamplitude verwendet.

Bevor wir jedoch die Erörterung der Ergebnisse beginnen, wollen wir, um die nachfolgenden Diskussionen zu erleichtern, die einzelnen Beiträge zur  $p\bar{p}\gamma$ -Amplitude noch einmal wiederholen. In der  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion verschwindet der Zweikörperstrom in der hier verwendeten Näherung und somit auch der Zero-Scattering-Term aus Gl. (2.9). Wir erhalten also für das  $p\bar{p}\gamma$ -Matrixelement

$$M_{p\bar{p}\gamma} = M_a + M_b + M_{rsct} . \quad (6.1)$$

Hierbei steht  $M_a$  für den zweiten Term auf der rechten Seite von Gl. (2.9) also für den Prozeß, in dem die beiden Nukleonen nach der Photonemission stark miteinander wechselwirken.  $M_b$  beschreibt die starke Wechselwirkung vor der Photonemission (dritter Term auf der rechten Seite von Gl. (2.9)) und  $M_{rsct}$  schließlich steht für den Rescatteringbeitrag des Einkörperstromes (letzter Term auf der rechten Seite von

Gl. (2.9)).

## 6.1. Kinematische Grundlagen

In diesem Abschnitt sollen ein paar grundlegende Einzelheiten kinematischer Natur kurz dargestellt werden, die wesentlich für die in dieser Arbeit diskutierten Aspekte der NN-Bremsstrahlung sind. Ausführliche Diskussionen dazu lassen sich in Refn. 32, 95 finden.

Der exklusive  $NN\gamma$ -Wirkungsquerschnitt ist nach Gl. (5.7) ein Produkt aus dem Phasenraumfaktor  $\mathcal{J}$  und dem Bremsstrahlungübergangsmatrixelement. In der komplanaren Geometrie, die in dieser Arbeit die Hauptrolle spielt, hängt die Winkelverteilung des Phasenraumfaktors (als Funktion des Photonemissionswinkels) stark von den Nukleonestreuwinkeln ab [96]. Für größere Nukleonewinkel  $\theta_1 = \theta_2 \approx 30^\circ$  ist der Phasenraum praktisch isotrop. Seine Struktur wird allerdings sehr stark ausgeprägt, sobald die Nukleonestreuwinkel klein werden. Er weist dann Maxima für die Photonemission in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung auf und besitzt ein Minimum bei  $\theta \approx 60^\circ$  (siehe Abb. 6.1).

Auch die Photonenergie weist in Abhängigkeit des Photonemissionswinkels und der Nukleonestreuwinkel ein ähnliches Verhalten wie der Phasenraum auf [96]. Für relativ große Nukleonewinkel ist die Energie des emittierten Photons praktisch unabhängig von seinem Emissionswinkel. Die Winkelabhängigkeit wird jedoch um so stärker, je kleiner die Nukleonestreuwinkel werden. Für  $\theta_1 = \theta_2 \approx 10^\circ$  erreicht die Photonenergie für Vorwärts- und Rückwärtsemissionswinkel praktisch ihren maximal kinematisch erlaubten Wert, während sie bei  $\theta \approx 60^\circ$  ein Minimum aufweist. Mit dem Anwachsen der Nukleonestreuwinkel nimmt die Photonenergie ab. Dieser Sachverhalt ist ebenfalls in Abb. 6.1 illustriert.

Für die weitere Diskussion ist es zudem nützlich, die effektive Einschussenergie, die dem Relativimpuls  $p' = |\vec{p}'|$  der beiden wechselwirkenden Nukleonen im Endzustand entspricht, zu definieren:

$$T'_{lab} = \frac{2p'^2}{m}. \quad (6.2)$$

Die Abhängigkeit dieser Größe vom Photonemissionswinkel ist eingehend in Ref. 95 diskutiert worden und deshalb seien hier nur die wichtigsten Aspekte erörtert. In den zu betrachtenden Fällen ist  $T'_{lab}$  mehr als einen Faktor *zwei* kleiner als die eigentliche

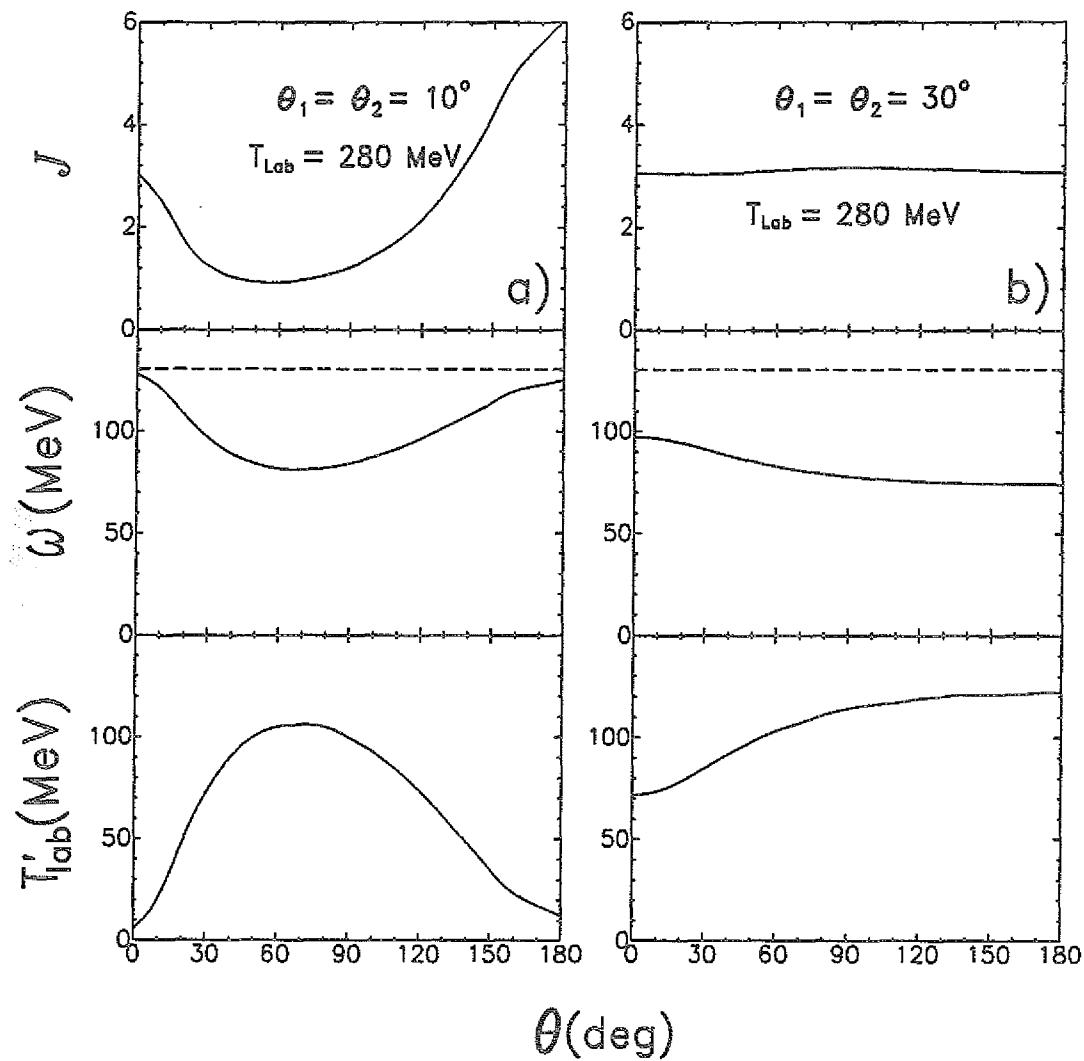


Abb. 6.1: Phasenraumfaktor  $J$  aus Gl. (5.7), Photonenergie  $\omega$  im Schwerpunktsystem und effektive Einschussenergie  $T'_{\text{lab}}$  aus Gl. (6.2) als Funktion des Photonemissionswinkels in der komplanaren Geometrie. Die gestrichelte Linie stellt die im CMS maximal erreichbare Photonenergie dar. Die Einschussenergie beträgt  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  und die Nukleonentreuwinkel sind  $10^\circ$  und  $30^\circ$ .

Einschussenergie. Für kleine Nukleonentreuwinkel und für Photonemissionswinkel in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung erreicht  $T'_{\text{lab}}$  bei einer Einschussenergie von  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  Werte von  $10 - 20 \text{ MeV}$ .  $T'_{\text{lab}}$  ist somit eng mit der Photonenergie korreliert (siehe Abb. 6.1); für hochenergetische Photonen ist  $T'_{\text{lab}}$  klein, da dann der größte Teil der zur Verfügung stehenden Energie dem produzierten Pho-

ton zuteil wird. Obwohl die eigentliche Einschußenergie  $T_{lab}$  hoch sein kann, testet der Bremsstrahlungsprozeß also insbesondere bei der Produktion von energiereichen Photonen die NN-Wechselwirkung bei niedrigen Energien. In der komplanaren Geometrie hängt der Bereich von  $T'_{lab}$ , der von der  $NN\gamma$ -Reaktion als Funktion des Photonemissionswinkels erreicht wird, von der Einschußenergie und von den Nukleonestreuwinkel ab. Zum Beispiel liegt für  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und symmetrischen Nukleonestreuwinkel von  $10^\circ$  der Bereich von  $T'_{lab}$  zwischen  $\approx 10\text{MeV}$  und  $100\text{MeV}$ , was bedeutet, daß in diesem Fall die NN-Wechselwirkung gerade in diesem Bereich der Einschußenergie untersucht wird.

Eine andere Größe, die zwar nicht vollständig unabhängig von der Photonenergie ist, aber ein Maß dafür darstellt, wie weit sich das intermediäre Nukleon von der Massenschale bewegt (Off-Shellness), ist die Differenz der Beträge der Nukleonensimpulse im Anfangs- und Endzustand. So können die Off-Shell-Parameter [54]

$$\begin{aligned}\Delta_a^\pm &:= |\vec{p} \pm \vec{k}/2| - |\vec{p}'| , \\ \Delta_b^\pm &:= |\vec{p}| - |\vec{p}' \pm \vec{k}/2| ,\end{aligned}\tag{6.3}$$

definiert werden, welche gerade die Differenzen der jeweiligen Impulsargumente sind, die in den T-Matrixelementen z.B. in Gl. (D.2) und Gl. (D.3) auftreten. Um einen Eindruck zu vermitteln, wie weit Off-Shell man sich in der komplanaren Geometrie bei den bisherigen Experimenten begeben hat, ist der Off-Shell-Parameter  $\Delta_a^-$  in Abb. 6.2 durch die durchgezogenen Kurven für zwei verschiedene Sätze von Nukleonestreuwinkel bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  dargestellt. Man erkennt, daß man sich bei  $\theta_1 = \theta_2 = 30^\circ$  nur etwa  $\Delta_a^- \approx 0.7\text{fm}^{-1}$  weit Off-Shell begibt, während für Nukleonestreuwinkel von  $10^\circ$  der Off-Shell-Parameter  $\Delta_a^-$  Werte von  $1.8\text{fm}^{-1}$  erreicht. In Abb. 6.2 entsprechen die gestrichelten und strichpunktuierten Kurven den Beträgen des Impulsübertrages  $q = |\vec{q}|$  bzw. des Austauschimpulsübertrages  $Q = |\vec{Q}|$ . Sie deuten an, welche Bereiche des Impulsübertrages (der in die T-Matrix eingeht) durch die NN-Bremsstrahlungsreaktion in den betrachteten Geometrien erreicht werden.

Nachdem nun die wichtigsten kinematischen Sachverhalte nochmals kurz angeschnitten wurden, soll in den nächsten Abschnitten die Reaktionsdynamik untersucht werden.

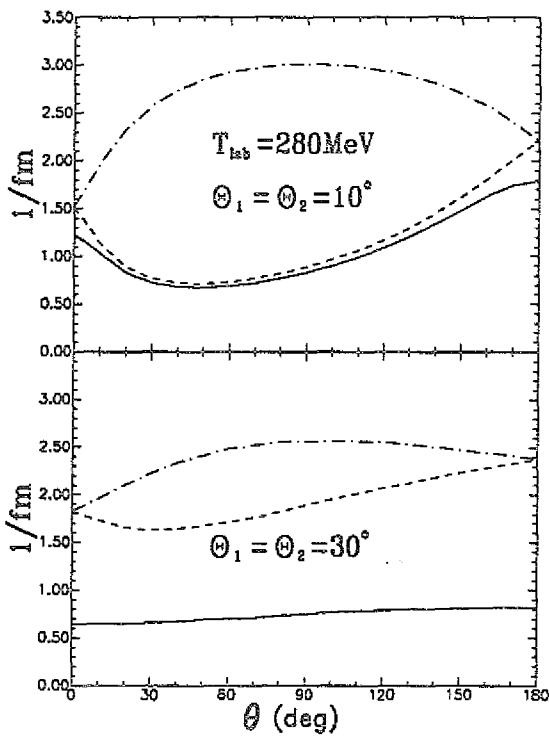


Abb. 6.2: Off-Shell-Parameter  $\Delta_a^-$  (durchgezogen), Impulsübertrag (gestrichelt) und Austauschimpulsübertrag (strichpunktiert) als Funktion des Photonemissionswinkels. Die Einschußenergie beträgt  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und die symmetrischen Protonenstreuwinkel sind  $10^\circ$  und  $30^\circ$ .

## 6.2. Relativistische Effekte

Nur in einer Arbeit von Liou und Sobel [36] wird nach unserem Kenntnisstand der physikalische Hintergrund der relativistischen Spinkorrekturen (RSC) zum  $p\gamma\gamma$ -Prozeß untersucht. Diese Autoren stellen fest, daß die relativistischen Effekte für Protoneinschußenergien bis zu  $T_{lab} = 160\text{MeV}$  und Protonenstreuwinkel um  $30^\circ$  klein sind. Dies Resultat steht aber im Widerspruch zu ihrer Erwartung, denn aufgrund kinematischer Erwägungen wurden die RSC für größer gehalten, d.h. eine Reduktion des  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnittes um den Faktor  $(1 - [1 - \mu_p/2]p/m)^2$  wurde erwartet. Liou und Sobel fanden bei näherer Untersuchung der einzelnen Spinmatrixelemente des RSC-Terms, daß diese Matrixelemente ungefähr proportional zur Summe der Impulse  $\vec{p}_1 + \vec{p}'_1$  der beiden wechselwirkenden Nukleonen sind und somit im Schwerpunktssystem der Nukleonen, in welchem sie die  $p\gamma\gamma$ -Amplitude be-

rechnen, praktisch verschwinden. Daß diese Tatsache jedoch nicht die vollständige Erklärung für den beobachteten Effekt der RSC ist, ergibt sich aus der in Ref. 28 gefundenen Wichtigkeit der RSC für eine Einschußenergie von  $T_{lab} = 156\text{MeV}$  und für Protonenstreuwinkel von  $\theta_1 = 15^\circ$  und  $\theta_2 \approx 20^\circ$ . Die RSC verringern hier den Wirkungsquerschnitt um ungefähr 30% im Vergleich zum nicht-relativistischen Ergebnis, d.h. ohne Berücksichtigung der RSC. Dies ist aber in Anbetracht der in Ref. 36 gefundenen Resultate sehr verwunderlich. Ein Erklärung für diesen Sachverhalt könnte sein, daß in der in Ref. 28 betrachteten Geometrie die Photonenergie höher ist als für den Fall in Ref. 36; die Photonenergie wächst nämlich, wenn in der komplanaren Geometrie bei konstanter Einschußenergie die Protonenstreuwinkel verringert werden (siehe Abb. 6.1). Da allerdings, wie weiter unten gezeigt wird, der dominante RSC-Term ( $V_{rsc}$ ) im Gegensatz zum Magnetisierungsstrom  $V_{mag}$  nur langsam mit dem Photonimpuls variiert, kann die in Ref. 28 beobachtete starke Reduktion des  $p\gamma$ -Wirkungsquerschnittes (relativ zu Ref. 36) nicht allein durch das Anwachsen der Photonenergie erklärt werden. Ein weiteres Indiz dafür ergibt sich daraus, daß der Effekt der RSC für die Geometrie des letzten Bremsstrahlungsexperiments der TRIUMF-Gruppe [33, 58], bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und Protonenstreuwinkeln von ca.  $12^\circ$  ebenfalls nur 20 – 30% beträgt. Bei diesen Geometrien ist die Photonenergie jedoch sehr viel höher und die Protonenstreuwinkel sind viel kleiner als bei dem in Ref. 28 betrachteten Fall. Folglich würde man aufgrund kinematischer Faktoren eine stärkere Reduktion des Wirkungsquerschnittes erwarten, was aber nicht der Fall ist. Somit muß dem Effekt der RSC noch ein zusätzlicher Faktor zugrunde liegen.

Bevor die Hauptresultate dieses Abschnitts diskutiert werden, soll noch ein kurzer Vergleich der Terme  $V_{mag}$  und  $V_{rsc}$  vorgenommen werden, der zeigt, daß es nicht ausreicht den Effekt der RSC durch eine Reduktionsfaktor für den Wirkungsquerschnitt auszudrücken, wie es in Ref. 36 vorgeschlagen wurde. Zunächst gilt in unterster Ordnung einer  $p/m$ -Entwicklung  $\tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2 = \mu_p$  und  $\tilde{\nu}_1 = \tilde{\nu}_2 = \kappa_p\omega/m$  (siehe Gl. (4.15) und Gl. (4.16)). Weiter ist  $V_{mag}$  nach Gl. (4.21) proportional zu  $|\vec{k}| = \omega$ . Der Term  $V_{rsc}$  hingegen enthält den Faktor  $|\vec{p}'|$  und ist damit, falls man noch den führenden Beitrag von  $\tilde{\nu}_1$  und  $\tilde{\nu}_2$  beachtet, ungefähr proportional zu  $\omega|\vec{p}'|/m$ . Aus der Energie- und Impulserhaltung ergibt sich, daß  $\omega$  wächst, wenn  $|\vec{p}'|$  abnimmt und umgekehrt. Folglich verändert sich  $V_{rsc}$  nur langsam, wenn die Energie des Photons

variiert wird.

Wie bereits in Ref. 97 gezeigt wurde, dominiert bei der Erzeugung hochenergetischer Photonen im  $p\gamma$ -Prozeß der Magnetisierungsstrom,  $V_{mag}$ . Zudem ist für diese Photonen derjenige Beitrag maßgeblich, der die Photonemission vor der starken Wechselwirkung beschreibt [27], d.h.  $M_a$  aus Gl. (6.1) dominiert über  $M_b$ . Das liegt daran, dass die starke Wechselwirkung der beiden Nukleonen bei niedriger Kollisionsenergie (das Photon entzieht dem NN-System viel Energie und verringert somit die effektive Einschussenergie  $T'_{lab}$  aus Gl. (6.2)) größer ist, als bei hoher Kollisionsenergie. Das Spinmatrixelement von  $V_{mag}$  für den beschriebenen Prozeß ist dann proportional zu [27]

$$\langle S'|V_{mag}|S\rangle \propto (1 - \delta_{S',0}\delta_{S,0}) [(-)^S \tilde{\mu}_1 f(\vec{p}', \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}) + (-)^{S'} \tilde{\mu}_2 f(\vec{p}', \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2})] \quad (6.4)$$

Hierbei bezeichnet  $S(S')$  den Gesamtspin des NN-Systems im Anfangs(End)zustand und  $f$  ist eine Funktion der Nukleonimpulse. Der erste Faktor in Gl. (6.4) spiegelt die Tatsache wider, daß der Spinoperator keine Spin-Singulett-Zustände miteinander koppeln kann. Darüber hinaus haben  $f(\vec{p}', \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2})$  und  $f(\vec{p}', \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2})$  in den meisten Geometrien der bereits durchgeführten oder geplanten  $NN\gamma$ -Experimente das gleiche Vorzeichen und für identische Teilchen gilt  $\tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2$  in unterster Ordnung. Das hat zur Folge, daß das Spinmatrixelement, wie schon in Ref. 27 herausgearbeitet, stark unterdrückt wird, wenn ein Spin-Singulett-Zustand entweder im Anfangs- oder Endzustand vorliegt. Besonders der starke  $^1S_0$ -Partialwellenzustand trägt deshalb nur dann signifikant zum  $p\gamma$ -Wirkungsquerschnitt bei, wenn diese Unterdrückung in Gl. (6.4) minimiert wird [27].

Nach dieser Diskussion ist es einfach, den Effekt der RSC zu verstehen. Vergleicht man die Form des Spinmatrixelements des Magnetisierungsstromes Gl. (6.4) mit Gl. (4.21b) und Gl. (4.21c), so findet man, daß für das Spinmatrixelement von  $V_{rsc}$  gilt:

$$\langle S'|V_{rsc}|S\rangle \propto (1 - \delta_{S',0}\delta_{S,0}) [(-)^S \tilde{\nu}_1 g(\vec{p}', \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}) - (-)^{S'} \tilde{\nu}_2 g(\vec{p}', \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2})]. \quad (6.5)$$

Hierbei ist  $g$  wieder nur eine Funktion der Nukleonimpulse und in führender Ordnung gilt, wie schon oben bemerkt,  $\tilde{\nu}_1 = \tilde{\nu}_2 = \kappa_p \omega / m$ . Die zwei Terme in den eckigen Klammern in Gl. (6.5) unterscheiden sich durch ein relatives Minuszeichen

von denen des Magnetisierungsstromes. Diese zwei Terme beschreiben die Photonenemission von Nukleon 1 und 2. Das relative Minuszeichen zwischen den beiden erwähnten Termen hat seine Ursache darin, daß  $V_{rsc}$  proportional zum Kreuzprodukt aus Paulischer Spinmatrix und der Summe der Nukleonenimpulse ist, d.h.  $\vec{\sigma}_1 \times (\vec{p}_1 + \vec{p}'_1)$  im ersten und  $\vec{\sigma}_2 \times (\vec{p}_2 + \vec{p}'_2)$  im zweiten Term (siehe auch Gl. (4.14)), und sich die Impulse der Nukleonen 1 und 2 im Schwerpunktssystem nur durch ein Minuszeichen unterscheiden. Im Magnetisierungsstrom tritt dieses Minuszeichen nicht auf, da hier in beiden Fällen anstelle der Nukleonenimpulse der Photonimpuls auftritt. Aufgrund dieser Struktur wird im  $V_{rsc}$ -Term der Beitrag von Spin-Singulett-Partialwellenzuständen, im speziellen der  $^1S_0$ -Beitrag, nicht wie beim Magnetisierungsstrom unterdrückt. Gerade wenn die zwei Nukleonen *nach* der Emission des Photons miteinander wechselwirken (Amplitude  $M_a$ ), wird der  $^1S_0$ -Beitrag des RSC wichtig, obwohl das  $V_{rsc}$ -Spinmatrixelement die relativ kleinen Faktoren  $|\vec{p}'|/\tilde{\nu}_1$  und  $|\vec{p}'|/\tilde{\nu}_2$  (im Vergleich zu  $\omega\tilde{\mu}_1$  und  $\omega\tilde{\mu}_2$  im Beitrag des Magnetisierungsstromes) enthält. Dies ist der Fall, da dann die Energie im Endzustand klein ist und somit die NN-Wechselwirkung hauptsächlich durch den  $^1S_0$ -Zustand beschrieben wird, dessen T-Matrixelemente bei diesen Energien groß sind. Es sei noch darauf hingewiesen, daß der  $V_{rsc}$ -Term selbst sehr klein ist, aber seine Wichtigkeit für den  $p\gamma\gamma$ -Prozeß durch die Interferenz mit dem Beitrag des Magnetisierungsstromes erhält. Ob die Interferenz destruktiver oder konstruktiver Art ist, hängt von der relativen Größe der Terme  $g(\vec{p}', \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2})$  und  $g(\vec{p}', \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2})$  in Gl. (6.5) ab. Für die meisten betrachteten kinematischen Bedingungen ist die Interferenz zwischen  $V_{rsc}$  und  $V_{mag}$  destruktiv.

Die gerade diskutierten Sachverhalte sind in Abb. 6.3 wiederzufinden. Hier ist der komplanare  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt für Einschubenergien von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  und  $100\text{ MeV}$  sowie Protonenstreuwinkel von  $\theta_1 = 12.4^\circ$  und  $\theta_2 = 12.0^\circ$  (Abb. 6.3a und Abb. 6.3b) dargestellt. Für diese Rechnungen ist nur der externe Strombeitrag berücksichtigt. Die Daten stammen von Ref. 58. Zunächst fällt auf, daß die Rechnungen, die die RSC beinhalten (durchgezogene Kurven) im Vergleich zu den nicht-relativistischen Rechnungen (strichpunktierte Kurven), d.h. ohne RSC, für Vorwärts- und Rückwärtsphotonemissionswinkel kleinere Wirkungsquerschnitte liefern. Für  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  beträgt diese Reduktion  $\approx 30\%$  und für  $T_{lab} = 100\text{ MeV}$  wird der Wirkungsquerschnitt um ca. 50% gesenkt. (Hier wird deutlich, daß der Begriff Korrektur zur Beschreibung der Wirkungsweise von  $V_{rsc}$  nicht angemessen

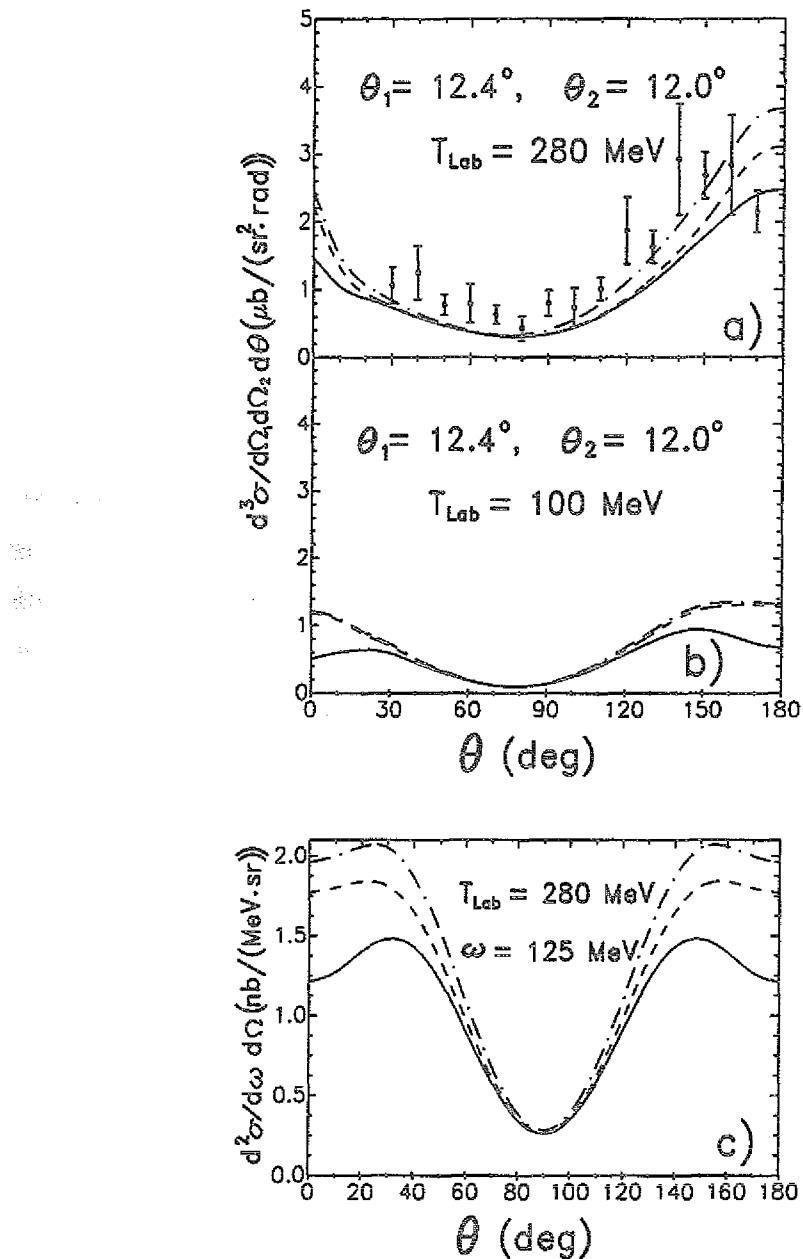


Abb. 6.3:  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt als Funktion des Photonemissionswinkels mit (durchgezogen) und ohne (strichpunktiert) die RSC. Die Ergebnisse mit RSC wenn der Beitrag vom  $^1S_0$ -Zustand in  $V_{rsc}$  abgeschaltet ist, sind durch die gestrichelten Linien dargestellt. a) Komplanare Geometrie für  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  und  $\theta_1 = 12.4^\circ$  und  $\theta_2 = 12.0^\circ$ . Die Daten stammen von Ref. 58 und enthalten nicht den willkürlichen Normierungsfaktor  $\frac{2}{3}$ . b) Genau wie a) aber bei  $T_{lab} = 100 \text{ MeV}$ . c) Inklusiver Wirkungsquerschnitt im NN-CM-System des Anfangszustandes bei  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  und fester Photonenergie  $\omega = 125 \text{ MeV}$ .

ist. Vielmehr müßte man von relativistischen Spineffekten und nicht von relativistischen Spinkorrekturen sprechen.) Der Grund für die relativ stärkere Abschwächung des Wirkungsquerschnitts bei  $T_{lab} = 100\text{MeV}$  im Vergleich zu  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  liegt darin, daß der Einfluß des  $^1S_0$ -Zustandes bei niedrigerer Einschußenergie höher ist und somit der  $V_{rsc}$ -Term an Bedeutung gewinnt. Die gestrichelte Kurven sind die Resultate, bei denen der  $^1S_0$ -Beitrag zu  $V_{rsc}$  (und nur zu  $V_{rsc}$ ) nicht berücksichtigt wurde. Man erkennt, daß hier, wie bereits oben diskutiert, die RSC durch den  $^1S_0$ -Zustand dominiert werden. Das ist für  $T_{lab} = 100\text{MeV}$  besonders deutlich; hier sind die RSC fast ausschließlich auf den  $^1S_0$ -Zustand zurückzuführen. Abb. 6.3c illustriert die Rolle der RSC für den inklusiven  $\text{pp}\gamma$ -Wirkungsquerschnitt (siehe Gl. (5.4)) bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und fester Photonenergie  $\omega = 125\text{MeV}$  (das ist nur  $5\text{MeV}$  unterhalb der für diese Einschußenergie maximalen kinematisch zulässigen Photonenergie). Die zu beobachtenden Effekte ähneln denen in Abb. 6.3b.

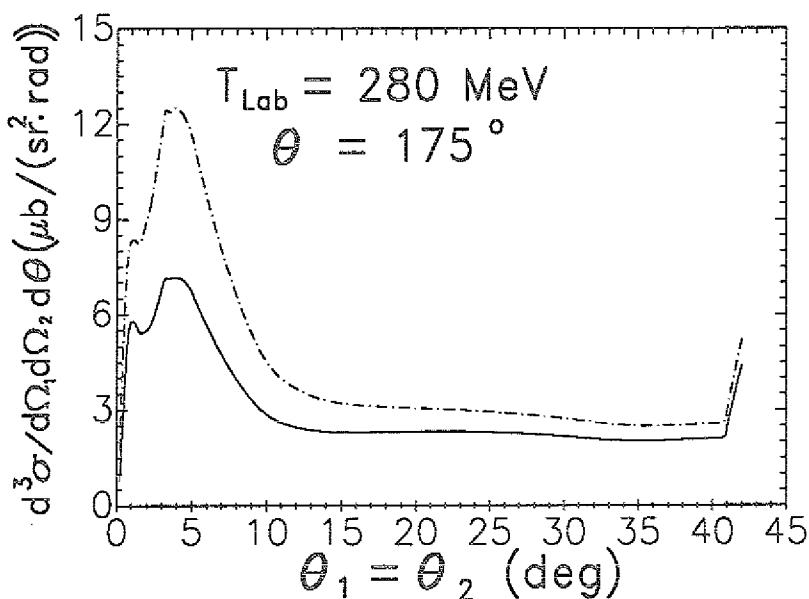


Abb. 6.4: Komplanarer  $\text{pp}\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Laborsystem als Funktion der symmetrischen Protonenstreuwinkel  $\theta_1 = \theta_2$  mit (durchgezogen) und ohne (strichpunktiert) den RSC. Die Einschußenergie beträgt  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und der Photonenemissionswinkel  $\theta = 175^\circ$ .

In der komplanaren Geometrie gewinnen die RSC bei fester Einschußenergie

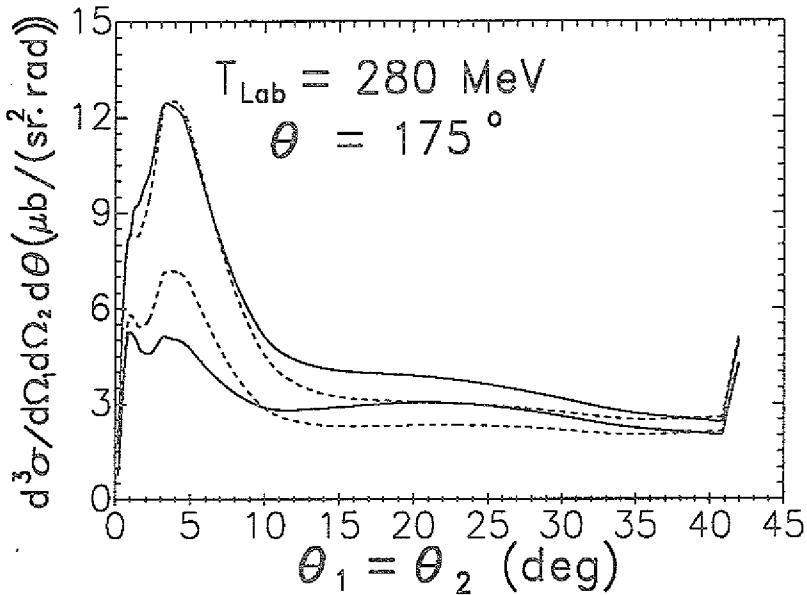
an Gewicht, wenn die Protonenstreuwinkel verringert werden. Dies liegt daran, daß dann die Energie des emittierten Photons anwächst und somit die im Schwerpunktsystem der beiden wechselwirkenden Nukleonen zur Verfügung stehende effektive Einschußenergie  $T'_{lab}$  in Gl. (6.2) abgesenkt wird, was zum Anwachsen der T-Matrix im  $^1S_0$ -Zustand führt. Dieser Sachverhalt wird in Abb. 6.4 illustriert, wo der  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  und dem Photonemissionswinkel  $\theta = 175^\circ$  als Funktion der symmetrischen Protonenstreuwinkel  $\theta_1 = \theta_2$  dargestellt ist. Bei  $\theta_1 = \theta_2 = 5^\circ$  reduzieren die RSC (durchgezogene Kurve) den Wirkungsquerschnitt um ungefähr einen Faktor 2 im Vergleich zum nicht-relativistischen Resultat (strichpunktierte Kurve). Für  $\theta_1 = \theta_2 > 10^\circ$  ist ein praktisch konstanter Effekt der RSC zu beobachten, obwohl die Photonenergie sehr schnell für größere Protonenstreuwinkel abnimmt. Dies läßt sich darauf zurückführen, daß die T-Matrix für im  $^1S_0$ -Zustand für diesen Bereich der Protonenstreuwinkel sehr viel kleiner und auch weniger energieabhängig als für kleinere Protonenstreuwinkel. Außerdem wird der Effekt der Abnahme der Photonenergie in  $V_{rsc}$  teilweise durch die Zunahme des Relativimpulses  $|\vec{p}'|$  der Nukleonen kompensiert, s.o..

Es sei noch erwähnt, daß die Analysierstärke relativ unempfindlich im Vergleich zum Wirkungsquerschnitt auf die RSC reagiert. Dies ist nicht verwunderlich, da der dominante Beitrag zu den RSC durch den  $^1S_0$ -Zustand geschieht und diese Partialwelle, wie schon in Ref. 27 gezeigt, kaum Einfluß auf die Analysierstärke in der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion nimmt.

### 6.3. Der Einkörper–Rescatteringbeitrag

Wie bereits im Abschnitt 2.3 erwähnt, sollten, um die Eichinvarianz der  $NN\gamma$ -Amplitude zu gewährleisten, der Einkörper–Rescatteringbeitrag (RES) und der Zweikörperstrombeitrag bis zur gleichen Ordnung des Photonimpulses berücksichtigt werden. Daß dies im Moment aber noch nicht möglich ist, wurde bereits in Abschnitt 4.3 diskutiert, wo aber auch festgestellt wurde, daß die Näherung weicher Photonen eine gute Approximation für den Zweikörperstrom sein sollte. Deswegen wollen wir den Rescatteringbeitrag des Einkörperstromes exakt berechnet in der  $NN\gamma$ -Amplitude berücksichtigen und annehmen, daß die Verletzung der Eichinvarianz nur geringfügig ist.

Zunächst sei darauf hingewiesen, daß der hier vorgestellte RES-Beitrag im nicht-relativistischen Limes mit dem Resultat von Ref. 30 verglichen und eine gute Übereinstimmung gefunden wurde [97]. Ohne Berücksichtigung der RSC decken sich die Beiträge des externen Stromes mit denen aus Ref. 30 und stimmen bei Berücksichtigung der RSC und mit denen aus Refn. 33, 58 überein.



*Abb. 6.5: Komplanarer  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Laborsystem als Funktion der symmetrischen Protonenstreuwinkel  $\theta_1 = \theta_2$  bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und festem Photonemissionswinkel  $\theta = 175^\circ$ . Die oberen (unteren) zwei Kurven entsprechen den Ergebnissen ohne (mit) RSC. Die Resultate mit (ohne) RES-Beitrag sind durch die durchgezogenen (gestrichelten) Kurven dargestellt.*

In Abb. 6.5 ist der Effekt des RES-Terms auf den  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt in der komplanaren Geometrie illustriert. Gezeigt ist der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion der symmetrischen Protonenstreuwinkel  $\theta_1 = \theta_2$  für eine Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und festen Photonemissionswinkel  $\theta = 175^\circ$ . Man erkennt, daß der RES-Beitrag in dem hier vorgestellten Modell (untere durchgezogene Kurve) den Wirkungsquerschnitt für Protonenstreuwinkel von  $\theta_1 = \theta_2 > 10^\circ$  um ungefähr 20% erhöht (vergleiche mit der unteren gestrichelten Kurve). Für Protonenstreuwinkel kleiner als  $10^\circ$  jedoch reduziert der RES- Beitrag den Wirkungsquerschnitt erheblich und zwar ist diese Reduktion größer als die entsprechende

Erhöhung für größere Protonenstreuwinkel. Besonders für  $\theta_1 = \theta_2 \approx 5^\circ$  beträgt die Reduktion etwa  $2\mu b/sr^2 \cdot rad$  (oder  $\approx 30\%$ ). Dies wird hauptsächlich durch den starken  ${}^1S_0$ -Beitrag zu  $V_{rsc}$  verursacht, was oben bereits diskutiert wurde. Für sehr kleine Protonenstreuwinkel trägt das emittierte Photon den größten Teil der zur Verfügung stehenden Energie und führt damit zu einer sehr kleinen effektiven Einschussenergie  $T'_{lab}$ . Somit testet der pp $\gamma$ -Prozeß den  ${}^1S_0$ -Zustand, der für solche Energien sehr stark ist.

Abb. 6.5 zeigt ebenfalls die Ergebnisse mit (obere durchgezogene Kurve) und ohne (obere gestrichelte Kurve) RES-Beitrag wenn die RSC nicht berücksichtigt werden. Hier ist die Erhöhung des Wirkungsquerschnitts durch den RES-Term für Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  etwas größer als bei Berücksichtigung der RSC. Dies läßt sich auf die fehlende destruktive Interferenz zwischen  $V_{rsc}$  und  $V_{mag}$  zurückführen. Andererseits wird der RES-Beitrag für sehr kleine Protonenstreuwinkel vernachlässigbar im Gegensatz zu dem Fall, wenn die RSC berücksichtigt werden. Dies liegt wiederum in dem Fehlen von  $V_{rsc}$  begründet. Es sei noch einmal betont, daß die andere relativistische Korrektur,  $V_{rem}$ , für die hier betrachteten kinematischen Situationen vernachlässigbar ist. Als interessanter Aspekt sei noch vermerkt, daß für Protonenstreuwinkel zwischen ungefähr  $15^\circ$  und  $35^\circ$ , d.h. also in dem Bereich, in dem fast alle bisherigen Rechnungen gemacht und die Experimente durchgeführt wurden, die Rechnung unter Berücksichtigung der RES+RSC-Beiträge praktisch das gleiche Resultat liefert wie die viel einfachere nicht-relativistische Rechnung, in der diese Beiträge vernachlässigt werden. In den meisten der bisher betrachteten komplanaren Geometrien tritt also ein Kompensationseffekt zwischen den RES- und RSC-Beiträgen auf.

Abb. 6.6 zeigt einen Vergleich zwischen dem hier vorgestellten Modell und den Daten aus Ref. 58 für den komplanaren pp $\gamma$ -Wirkungsquerschnitt als Funktion des Photonemissionswinkels für verschiedene asymmetrische Protonenstreuwinkel bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280 MeV$ . Die durchgezogenen und gestrichelten Kurven entsprechen den Ergebnissen mit den RSC- und mit bzw. ohne den RES-Beiträgen. Die Resultate, die weder die RES- noch die RSC-Beiträge enthalten, sind durch die punktierten Kurven dargestellt. Wie nach der Diskussion von Abb. 6.5 erwartet, erhöht der RES-Beitrag für die betrachteten Geometrien den Wirkungsquerschnitt und reduziert somit die Diskrepanz zwischen Theorie und

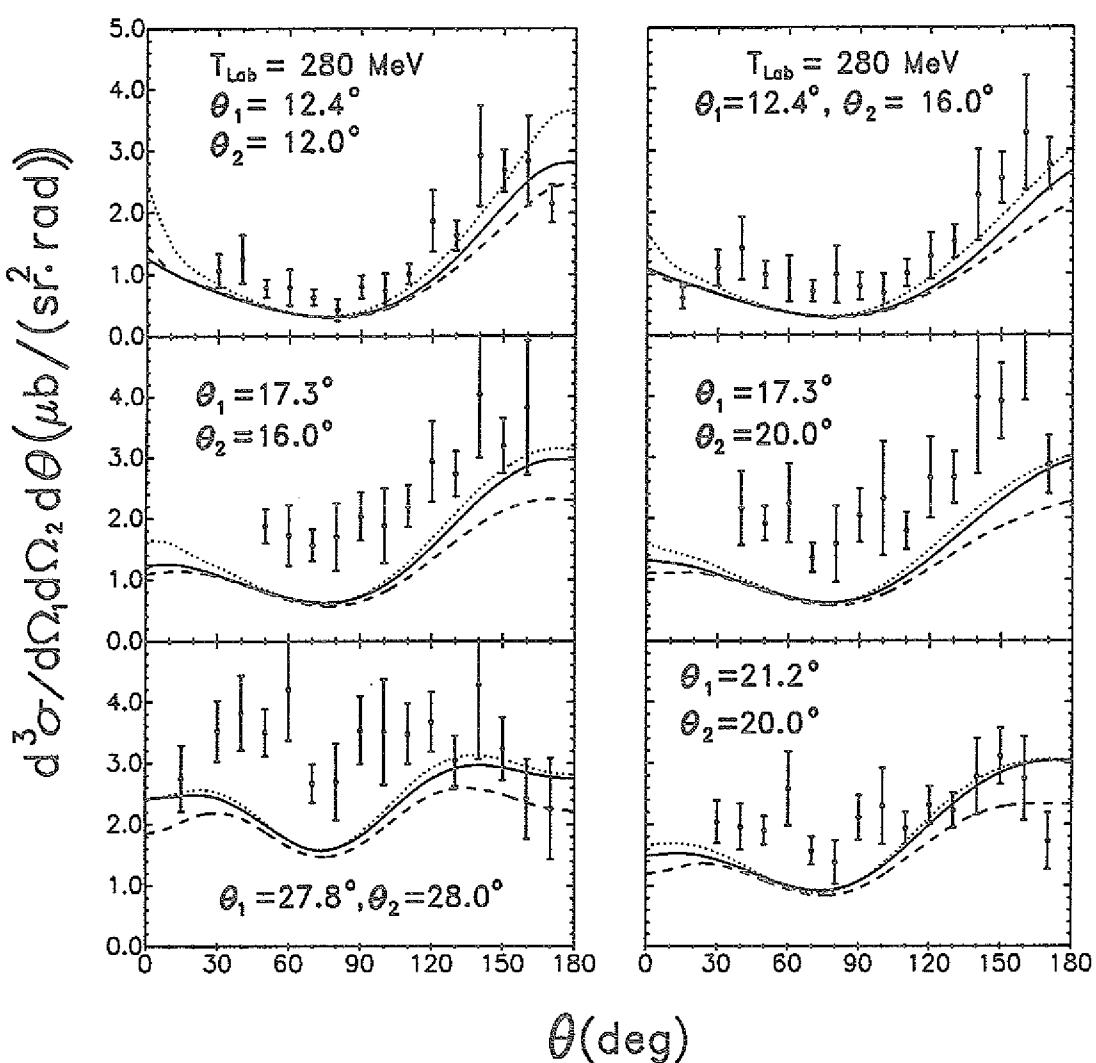


Abb. 6.6: Komplanarer  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Laborsystem als Funktion des Photonemissionswinkels  $\theta$  bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  und verschiedenen asymmetrischen Protonenstreuwinkeln. Die durchgezogenen und gestrichelten Kurven entsprechen den Ergebnissen mit den RSC aber mit bzw. ohne den RES-Beitrag. Die gepunktete Kurven enthalten weder den RES- noch den RSC-Beitrag. Die Daten stammen aus Ref. 58 und enthalten nicht den willkürlichen Normierungsfaktor  $\frac{2}{3}$ .

Experiment. Aber diese Erhöhung reicht nicht aus, um eine wirklich gute Übereinstimmung zu erzielen. Sobald die Protonenwinkel größer werden, nähern sich die durchgezogenen (einschließlich RSC+RES) und die punktierten (ohne RSC+RES)

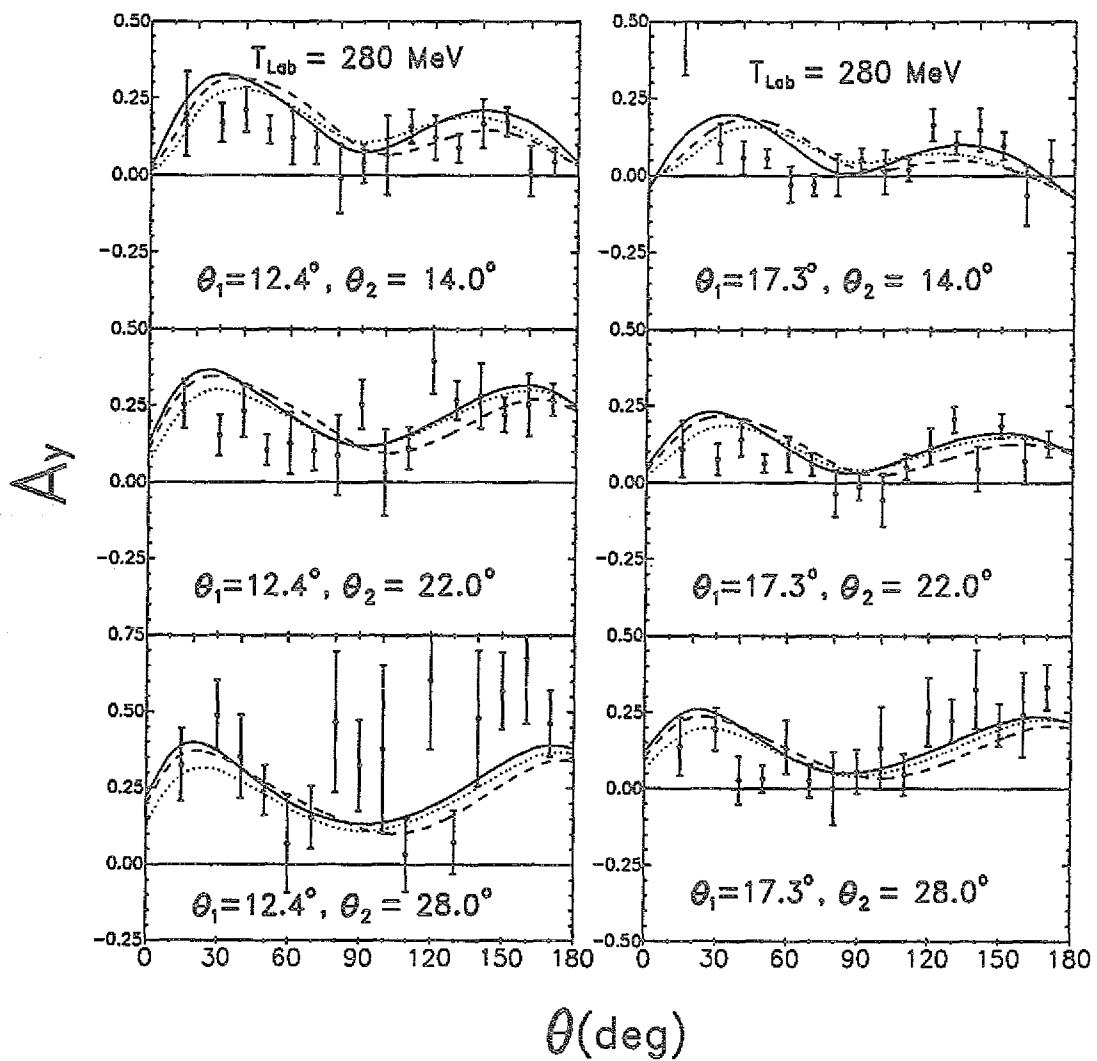


Abb. 6.7: Genau wie Abb. 6.6 aber nur für die Analysierstärke. Die Daten sind aus Ref. 58 und wurden zur Anpassung an unsere Konvention mit  $-1$  multipliziert.

Kurven an, was genau der Diskussion von Abb. 6.5 auch zu erwarten war.

Führt man den von der TRIUMF Gruppe vorgeschlagenen Reduktionsfaktor  $\frac{2}{3}$  ein, so stimmen für kleine Protonenstreuwinkel die theoretischen Vorhersagen ziemlich gut mit den experimentellen Daten des Wirkungsquerschnitts überein [58]. Allerdings ist diese Übereinstimmung für größere Protonenstreuwinkel nicht von gleicher Qualität. Für sehr asymmetrische Protonenstreuwinkel kann man selbst mit einem anderen Normierungsfaktor keine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erreichen, da die Form der Winkelverteilungen

unterschiedlich ist [58] (siehe auch Abb. 6.19). Jedoch ist gerade für solche Geometrien aus Gründen des experimentellen Setups die Meßgenauigkeit am schlechtesten [98]. Wünschenswert ist also ein anderes Experiment mit möglichst genauer absoluter Normierung, so daß entschieden werden kann, ob die theoretischen Vorhersagen oder die experimentellen Daten für den  $p\gamma$ -Wirkungsquerschnitt der TRIUMF-Gruppe [58] Fehler aufweisen.

Das einzige nach den TRIUMF-Messungen durchgeführte  $p\gamma$ -Experiment [60] ist ein Nebenprodukt der Pionerzeugung die am IUCF in Bloomington/USA gemessen wurde. Das IUCF-Experiment enthält die Integration der Protonenstreuwinkel um die Strahlachse, ist also im Gegensatz zum TRIUMF-Experiment nicht komplanar. Weiter wurden hier auch größere „bins“ für die Protonendetektoren verwendet, so daß eine Winkelmitteilung für die Protonenstreuwinkel bei der Berechnung nötig wird. Außerdem ist eine Winkelauflösung von  $10^\circ$  für das detektierte Photon zu beachten. Da jedoch in diesem Experiment sehr kleine Protonenstreuwinkel von bis zu  $4.8^\circ$  auftreten, ist zu erwarten, daß die Coulomb-Wechselwirkung eine wichtige Rolle spielen könnte [35]. Wir wollen deshalb den Vergleich zwischen Theorie und Daten für dieses Experiment im nächsten Abschnitt durchführen, wo auch beschrieben wird, wie wir die Coulomb-Wechselwirkung in unserem Modell berücksichtigen können.

In Abb. 6.7 soll zunächst noch ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment für die Daten der  $p\gamma$ -Analysierstärke von Ref. 58 vorgenommen werden. Die Kurven bezeichnen wieder die Beiträge gemäß Abb. 6.6. Man erkennt, daß alle drei verschiedenen Resultate nicht vernachlässigbare Differenzen aufweisen, jedoch sind diese Unterschiede nicht groß genug, um von den experimentellen Daten diskriminiert zu werden; d.h. alle Kurven reproduzieren die Daten gleich gut.

## 6.4. Der Coulomb-Effekt

In diesem Abschnitt wollen wir uns mit den Coulomb-Korrekturen beschäftigen, die in einem Streuprozess zweier Protonen neben der starken Wechselwirkung auftreten.

Zur Berechnung der Coulomb-Korrekturen für die NN-T-Matrix geht man am besten wieder vom Zweipotentialformalismus nach Gell-Mann und Goldberger [65] aus, den wir schon bei der Berechnung der NN-Bremsstrahlungsamplitude in Ab-

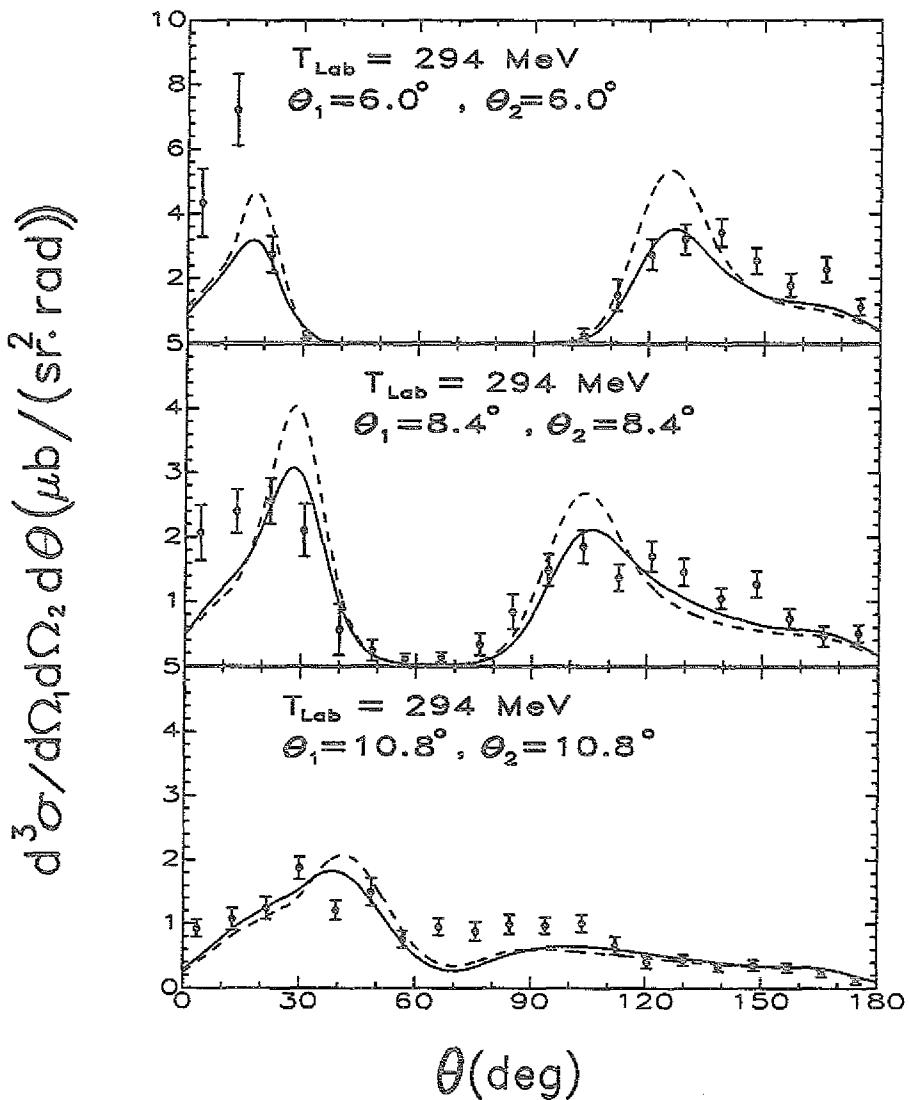


Abb. 6.8: Vergleich von theoretischen Vorhersagen mit dem Paris-Potential [51] und experimentellen Daten für die kinematischen Bedingungen des IUCF-Experiments [60]. Die durchgezogenen Kurven enthalten im Gegensatz zu den gestrichelten Kurven die Coulomb-Korrekturen.

schnitt 2.1 verwendet haben. Wir übernehmen dabei die Vorgehensweise von Ref. 35. Definieren wir dazu die Coulomb-Funktionen  $|\chi_n^\pm\rangle$  über

$$|\chi_n^\pm\rangle = |\phi_n\rangle + \mathcal{G}_o^\pm V_C |\chi_n^\pm\rangle, \quad (6.6)$$

d.h. die  $|\chi_n^\pm\rangle$  sind die Eigenfunktionen für die Streuung am reinen Coulomb-

Potential  $V_C$ . In Anlehnung an Gl. (2.5) erhält man dann:

$$\begin{aligned} T_{NN}^C &:= M^C = \langle \phi_f | V_N + V_C | \Psi_i^+ \rangle \\ &= \langle \chi_f^- | V_N | \psi_i^+ \rangle + \langle \chi_f^- | V_C | \phi_i \rangle \\ &= \langle \chi_f^- | T_N^C | \chi_i^+ \rangle + \langle \phi_f^- | T_C | \phi_i \rangle . \end{aligned} \quad (6.7)$$

Bei Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung besteht die NN-T-Matrix aus einem Anteil reiner Coulomb-Streuung  $\langle \phi_f | T_C | \phi_i \rangle$  und einer Coulomb-korrigierten hadronischen Amplitude  $\langle \chi_f^- | T_N^C | \chi_i^+ \rangle$ . Die reine Halb-Off-Shell-Coulomb-Amplitude ist analytisch bekannt und lautet für ein Coulomb-Potential  $V_C(r) = \beta/r = e^2/r$  [99]:

$$T^C(\vec{p}', \vec{p}, E_p) = \beta e^{-\frac{n\pi}{2}} \Gamma(1+i\eta) \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{[p'^2 - (p+i\lambda)^2]^{in}}{[(\vec{p}' - \vec{p})^2 + \lambda^2]^{1+in}} \quad (6.8)$$

mit  $n = m\beta/(2p)$ . Die entsprechende On-Shell-Amplitude ist dann

$$T^C(\vec{p}, \vec{p}, E_p) = \frac{\beta}{4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{2i\eta^c - in \ln(\sin^2 \frac{\theta}{2})} , \quad (6.9)$$

wobei  $\eta^c := \arg(1+in)$  und  $(\vec{p}' - \vec{p})^2 = 4p^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$  für  $|\vec{p}'| = |\vec{p}| = p$ . Für ein System identischer Teilchen ist die Coulomb-Amplitude zu antisymmetrisieren. Dies bedeutet, daß die Coulomb-Amplitude für das pp-System vom Gesamtspin  $S$  abhängig wird [78]:

$$\begin{aligned} T^C(\vec{p}', \vec{p}, E_p) &= \langle \vec{p}' ; S' M_{S'} | T^C | \vec{p}; S M_S \rangle \\ &= \delta_{SS'} \delta_{M_S M_{S'}} [\langle \vec{p}' | T^C | \vec{p} \rangle + (-)^S \langle -\vec{p}' | T^C | \vec{p} \rangle] . \end{aligned} \quad (6.10)$$

Für die Berechnung der Coulomb-korrigierten Bremsstrahlungsamplitude sind alle in Anhang D auftretenden NN-T-Matrizen durch die Summe aus Coulomb-korrigierter hadronischer und reiner Coulomb-T-Matrix zu ersetzen.

Betrachten wir nun den Effekt, den die Coulomb-Korrektur auf den  $p\gamma\gamma$  Wirkungsquerschnitt ausübt. Abb. 6.8 zeigt einen Vergleich des hier vorgestellten Modells mit den IUCF Daten [60] bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 294\text{ MeV}$  und verschiedenen Protonenstreuwinkel. Wichtig bei diesem Experiment ist, daß die Protonendetektoren eine Breite von  $2.4^\circ$  hatten und um die angegebenen Winkel

zentriert waren. Bei der theoretischen Rechnung wurde über den angegebenen Winkelbereich integriert und eine Auflösung des Photonemissionswinkels von  $10^\circ$  wurde ebenfalls berücksichtigt. Experimentell konnten nur Protonen gemessen werden, für deren kinetische Energie galt:  $20\text{MeV} \leq T_p \leq 120\text{MeV}$ . Auch diesem Umstand wurde im theoretischen Ergebnis Rechnung getragen. Die durchgezogenen Kurven in Abb. 6.8 berücksichtigen die Coulom-Korrektur, während die gestrichelten Kurven nur den rein hadronischen Anteil der pp-Wechselwirkung in Betracht ziehen. Die Coulomb-Korrekturen reduzieren den Wirkungsquerschnitt, wobei diese Reduktion mit größer werdenden Protonenstreuwinkeln schwächer wird. Bei Streuwinkeln von  $6^\circ$  beträgt diese Reduktion für einzelne Photonemissionswinkel noch ca. 30% und bei  $10.8^\circ$  ist sie bereits auf maximal ca. 15% abgefallen. In der kinematischen Situation des letzten TRIUMF-Experiments [58] ist der Effekt der Coulomb-Korrektur sehr viel geringer [55], da dort die Protonenstreuwinkel größer als  $12^\circ$  sind und zudem der Phasenraum die Photonemissionswinkel unterdrückt, bei denen die Coulomb-Effekte am größten sind. Die Coulomb-Korrekturen betragen in der TRIUMF-Geometrie ca. 1–2% [35]. In Abb. 6.8 verursacht die Coulomb-Korrektur für die Protonenstreuwinkel von  $10.8^\circ$  und  $8.4^\circ$  eine Ergebnisverbesserung. Für Protonenstreuwinkel von  $6.0^\circ$  beschränkt sich die Ergebnisverbesserung nur auf die Photonemissionswinkel in Rückwärtsrichtung. In Vorwärtsrichtung reduzieren die Coulomb-Korrekturen den ohnehin schon zu niedrigen Wirkungsquerschnitt weiter, um so die Übereinstimmung mit dem Experiment zu verschlechtern. Generell ist aber festzustellen, daß die Coulomb-Korrekturen in dieser Geometrie notwendig sind, um eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen Theorie und experimentellen Daten zu erreichen.

Die fehlende Stärke des Wirkungsquerschnitts bei  $0^\circ$  liegt vermutlich in der unzureichenden Berücksichtigung der experimentellen Randbedingungen in unserer Rechnung. Jetter [35] erreicht für kleine Photonemissionswinkel eine hervorragende Übereinstimmung mit den Daten, liegt aber für große Photonwinkel mit seinem Wirkungsquerschnitt zu hoch. Ein Problem mit der absoluten Normierung der Daten scheint es für dieses Experiment nicht zu geben, allerdings ist die Übereinstimmung von Theorie und Experiment nicht so gut, daß man nun den Fehler in der Normierung des TRIUMF-Experimentes [58] nachgewiesen hätte. Es bleibt zur endgültigen Klärung der Sachverhalte nur noch auf möglichst exklusive pp $\gamma$ -

Wirkungsquerschnitt mit exakter Normierung zu warten. Diese sind in Planung bei COSY [62], AGOR [63] und CELSIUS [61].

## 6.5. Off–Shell–Effekte im pp $\gamma$ –Prozeß

Nachdem nun die Dynamik des Bremsstrahlungsprozesses untersucht und zudem einen relativ gute Beschreibung der experimentellen Daten durch das theoretische pp $\gamma$ –Modell festgestellt wurde, soll in diesem Abschnitt kurz darauf eingegangen werden, inwieweit es überhaupt möglich ist, Off–Shell–Effekte der NN–Wechselwirkung mit der pp–Bremsstrahlung zu studieren. Ähnliche Untersuchungen wurden ohne Berücksichtigung der RSC bereits in den Refn. 95, 27 vorgenommen.

Es soll nun zuerst definiert werden, was im folgenden unter Off–Shell–Effekten zu verstehen ist. In der Bremsstrahlungreaktion treten die Partialwellen–T–Matrixelemente [95, 27]

$$T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' \pm \vec{k}/2|, p; E_p) \text{ und } T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} \pm \vec{k}/2|, p'; E_{p'}) \quad (6.11)$$

auf. Um zu betonen, bei welcher Startenergie  $E_q$  die T–Matrixelemente berechnet werden, ist diese hier explizit aufgeführt. Die Quantenzahlen  $S$ ,  $L$ ,  $J$ , und  $T$  stehen für den Spin, Bahndrehimpuls, Gesamtdrehimpuls und Isospin. Die gestrichenen bzw. ungestrichenen Größen beziehen sich auf den End– bzw. Anfangszustand. Die T–Matrixelemente aus Gl. (6.11) werden auch als Halb–Off–Shell–(oder kurz: Off–Shell–)T–Matrixelemente bezeichnet, da  $E_q$  nicht unabhängig sondern eine Funktion von  $q = p$  oder  $q = p'$  ist und zudem die Beträge der beiden in den T–Matrixelementen auftretenden Impulsargumente nicht gleich groß sind. Bei der elastischen NN–Streuung, bei der kein Photon erzeugt wird ( $\vec{k} = 0$ ), gilt wegen Energie– und Impulserhaltung  $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$  (On–Shell). Als zu den Halb–Off–Shell– gehörenden On–Shell–T–Matrixelementen seien nun die folgenden Grenzwerte definiert:

$$\begin{aligned} T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' \pm \vec{k}/2|, p; E_p) &\rightarrow T_{L'L}^{JST}(p, p; E_p) \\ T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} \pm \vec{k}/2|, p'; E_{p'}) &\rightarrow T_{LL'}^{JS'T}(p', p'; E_{p'}) . \end{aligned} \quad (6.12)$$

Wenn im folgenden von der On–Shell–Rechnung gesprochen wird, so ist damit die Rechnung gemeint, bei der die Halb–Off–Shell–T–Matrixelemente des externen Stromes durch die entsprechenden On–Shell–T–Matrixelemente nach Gl. (6.12) ersetzt werden. Im Falle des RES–Beitrages ist dies nicht möglich, da dort über den Off–Shell–Impuls integriert wird (siehe z.B. Gl. (D.8)). Nur in der externen Amplitude

ist somit der direkte On-Shell- $\leftrightarrow$  Off-Shell-Vergleich möglich. Der Unterschied zwischen dem On-Shell-und dem Off-Shell-Ergebnis spiegelt also gerade die Abhängigkeit der T-Matrixelemente von dem ersten Impulsargument wider.

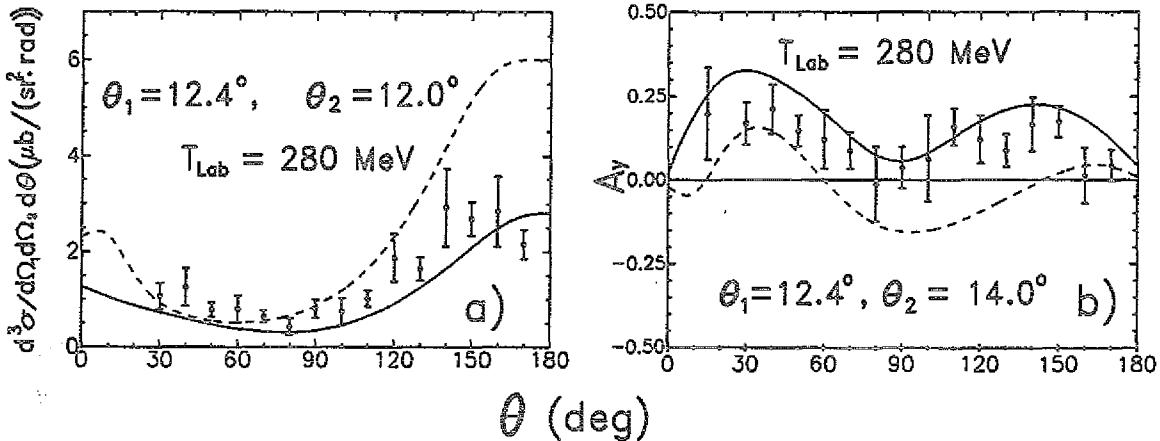


Abb. 6.9: On-Shell (gestrichelte Kurven) und Off-Shell-Rechnung (durchgezogene Kurven) für Analysierstärke (b)) und Wirkungsquerschnitt (a)) in der komplanaren Geometrie bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280$  MeV. Die Daten stammen aus Ref. 58.

In Abb. 6.9 werden nun die Ergebnisse der On-Shell-(gestrichelt) und Off-Shell-(durchgezogen)Rechnungen verglichen. Gezeigt sind der komplanare Wirkungsquerschnitt und die zugehörige Analysierstärke bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280$  MeV. Man erkennt zunächst, daß die Resultate beider Rechnungen sowohl für den Wirkungsquerschnitt (Abb. 6.9a) als auch für die Analysierstärke (Abb. 6.9b) stark auseinanderfallen. Insbesondere beschreiben die Off-Shell-Resultate die experimentellen Daten [58] gut, während man dies für die On-Shell-Ergebnisse nicht bestätigen kann. Das bedeutet aber, daß Off-Shell-T-Matrixelemente für eine korrekte Beschreibung der  $p\gamma$ -Daten erforderlich sind, was auch bereits in Refn. 95, 27, 54, 55, 53 gezeigt wurde.

Daß Off-Shell-Effekte in den Spinkorrelationen besser zu sehen sind als in der Analysierstärke [100], ist in Abb. 6.10 illustriert, wo die  $p\gamma$ -Spinkorrelationskoefizienten  $C_{xx}$ ,  $C_{yy}$  und  $C_{zz}$  sowie  $A_y$  in der komplanaren Geometrie bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280$  MeV für symmetrische Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  (Abb. 6.10a) und  $20^\circ$  (Abb. 6.10b) als Funktion des Photonemissionswinkels dargestellt sind. Man erkennt, daß  $C_{xx}$  für Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  empfindlicher auf

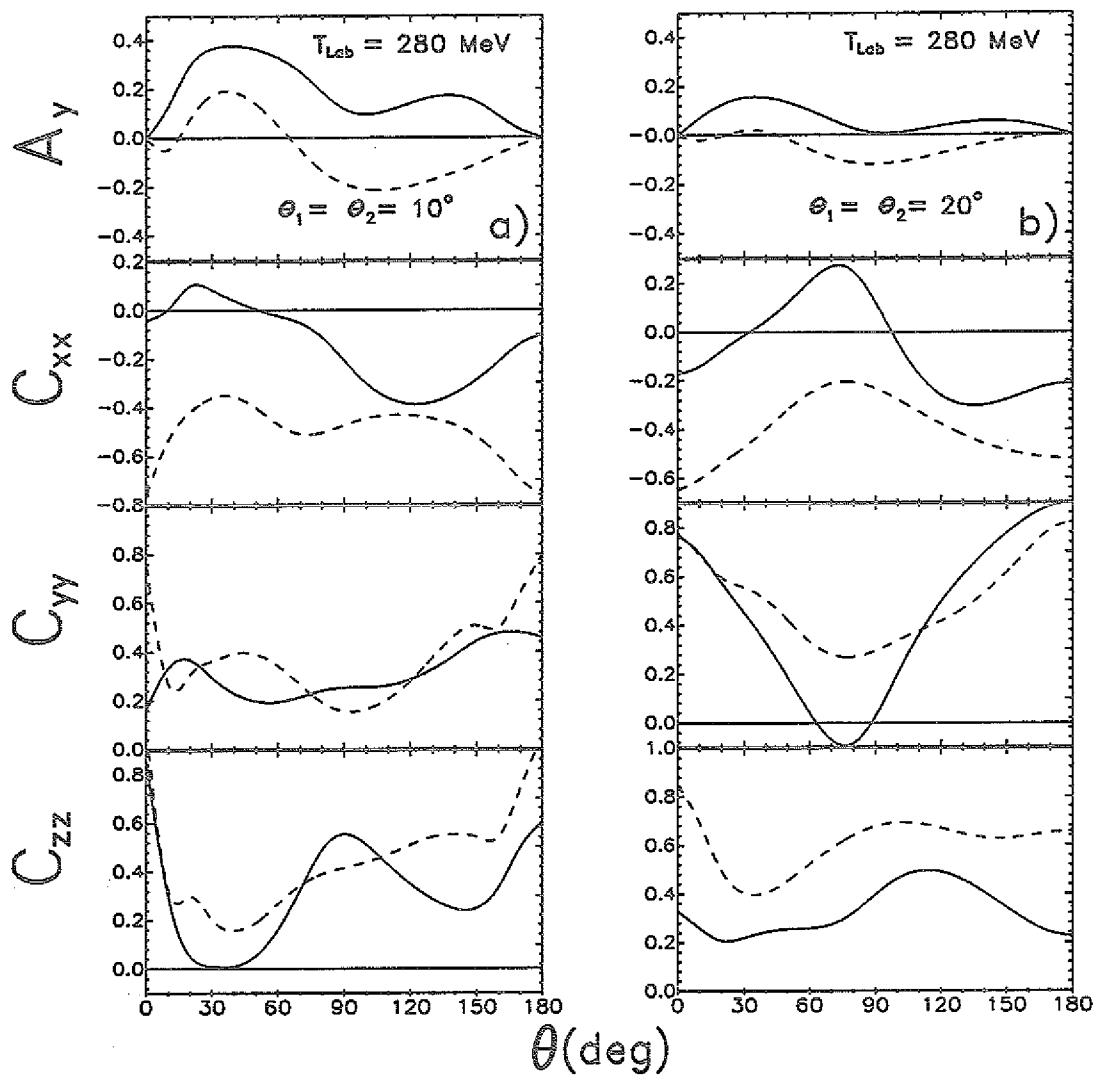


Abb. 6.10: On- (gestrichelte Kurven) und Off-Shell-Rechnung (durchgezogene Kurven) für  $A_y$ ,  $C_{xx}$   $C_{yy}$  und  $C_{zz}$  in der komplanaren Geometrie bei einer Einschussenergie von  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  und Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  (a)) und  $20^\circ$  (b)).

Off-Shell-Effekte reagiert als die entsprechende Analysierstärke.  $C_{yy}$  und  $C_{zz}$  sind allerdings weniger sensitiv als  $C_{xx}$ . Bei größeren Protonenstreuwinkeln (Abb. 6.10b) zeigen alle Spinkorrelationskoeffizienten eine stärkere Empfindlichkeit als bei Protonenstreuwinkeln von  $10^\circ$  und zudem reagieren alle Spinkorrelationen empfindlicher auf Off-Shell-Effekte als die dazugehörige Analysierstärke, deren Empfindlichkeit auf Off-Shell-Effekte mit dem Anwachsen der Protonenstreuwinkel abnimmt [95].

## 6.6. Die NN–Wechselwirkung im $p\gamma\gamma$ –Prozeß

In diesem Abschnitt soll die Off–Shell–NN–Wechselwirkung besprochen werden, wie sie in die Berechnung der  $p\gamma\gamma$ –Amplitude eingeht. Wie schon in Gl. (6.11) gezeigt, werden in der NN–Bremsstrahlungreaktion Halb–Off–Shell–NN–T–Matrixelemente benötigt. Der Absolutbetrag jeder Komponente der NN–Wechselwirkung ist in Abb. 6.11 als Funktion des Photonemissionswinkels bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  und für symmetrische Protonenstreuwinkel von  $\theta_1 = \theta_2 = 10^\circ$  und  $30^\circ$  aufgetragen. Die Spalten *a*) und *b*) zeigen die Wechselwirkung bei  $\theta_1 = \theta_2 = 10^\circ$ , wie sie in die Prozesse eingeht, in denen die Nukleonen nach (Amplitude  $M_a$  in Gl. (6.1)) und vor (Amplitude  $M_b$  in Gl. (6.1)) der Photonemission wechselwirken. Die durchgezogenen und gestrichelten Kurven entsprechen den T–Matrixelementen der Bremsstrahlungsamplitude, bei denen das Photon von Nukleon 1 bzw. 2 emittiert wird. Die Spalten *c*) und *d*) zeigen für  $\theta_1 = \theta_2 = 30^\circ$  die gleichen Größen wie die Spalten *a*) und *b*). Der Off–Shell–Tensor–Kanal  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$  ist in Abb. 6.11 nicht gezeigt, weil er im Vergleich zu den anderen Komponenten der Wechselwirkung bei den betrachteten kinematischen Verhältnissen vernachlässigbar ist.

Diskutieren wir zunächst den Fall der Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$ . In Spalte *a*) erkennt man, daß alle Spin–Triplet–Komponenten der Off–Shell–Wechselwirkung in der gleichen Größenordnung liegen, während die Spin–Singulett–( $P_{S=0}$ )Komponente viel stärker ist. Dies beruht darauf, daß, wie schon mehrfach erwähnt, die Bremsstrahlungsprozesse, in denen die Nukleonen nach der Photonemission wechselwirken, die NN–Wechselwirkung bei kleinen Einschußenergien ( $T'_{lab}$ ) testen, wo die Off–Shell–Wechselwirkung, ähnlich wie die On–Shell–Wechselwirkung, durch den starken Beitrag des  $^1S_0$ –Partialwellenzustandes dominiert wird [101]. Ebenso ist die starke Abhängigkeit der  $P_{S=0}$ –Komponente vom Photonemissionswinkel hauptsächlich auf die ausgeprägte Energieabhängigkeit der Off–Shell–Wechselwirkung im  $^1S_0$ –Zustand bei niedrigen Energien zurückzuführen, denn sowohl die effektive Einschußenergie  $T'_{lab}$  (siehe Abb. 6.1) als auch die Off–Shell–Parameter  $\Delta_a^\pm$  (siehe Abb. 6.2) ändern sich mit dem Photonemissionswinkel. In Spalte *b*), die die Wechselwirkung der Nukleonen vor der Photonemission zeigt, d.h. die Nukleonen streuen aneinander bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  (unabhängig vom Photonemis-

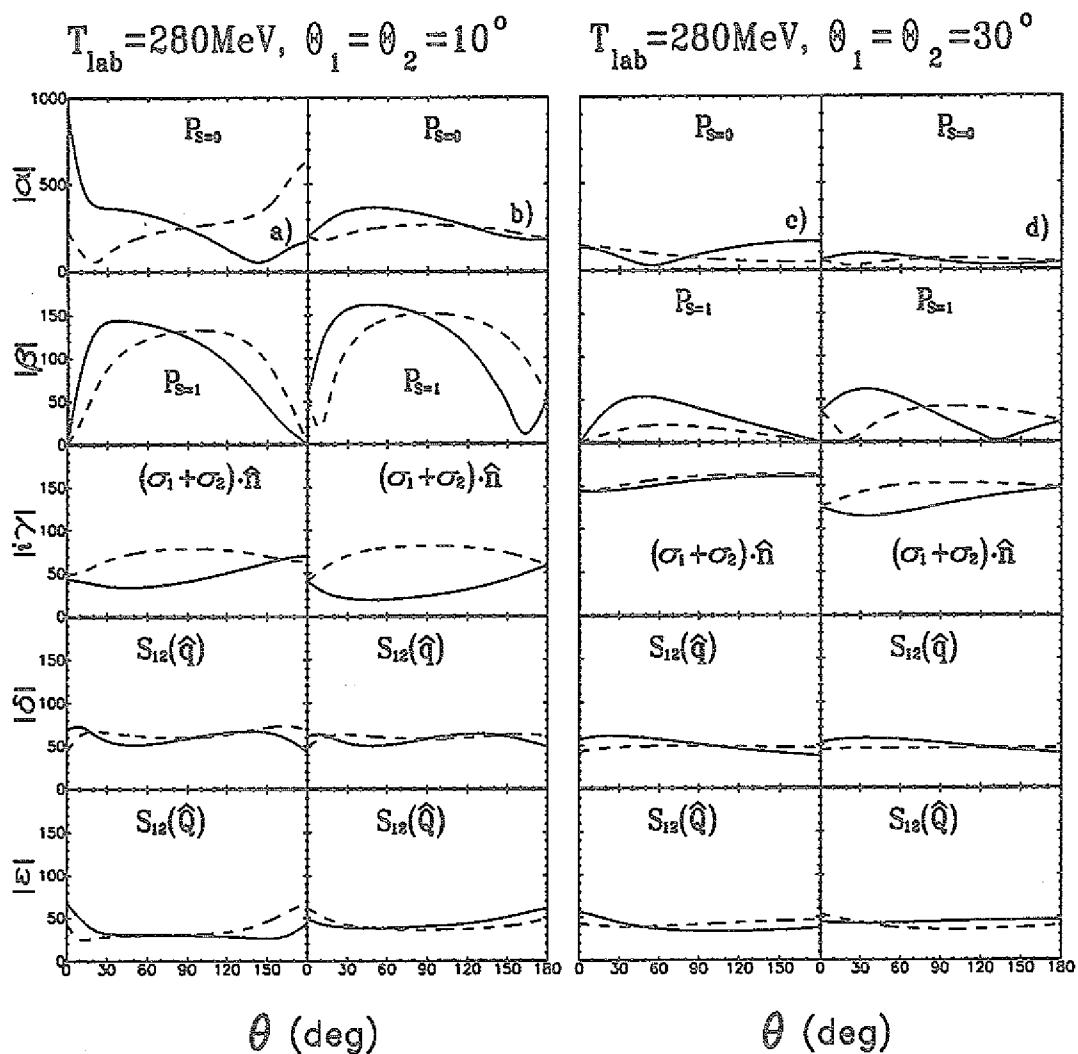


Abb. 6.11: Absolutbetrag der  $T$ -Matrixelemente in den verschiedenen Kanälen der NN-Wechselwirkung wie sie im  $p\bar{p}\gamma$ -Prozeß auftreten. Die durchgezogenen (gestrichelten) Kurven kommen in den Diagrammen vor, die die Photonenemission von Nukleon 1 (2) beschreiben.

sionswinkel), ist die Stärke der Spin-Singulett-Komponente zwar immer noch viel größer als die der Spin-Triplett-Komponenten, aber sie ist im Vergleich zu Spalte a) um einen Faktor 3 – 5 reduziert. Dies ist erneut auf die starke Energiababhängigkeit der  $P_{S=0}$ -Komponente zurückzuführen. Da die Wechselwirkungsstärke in den Spin-Triplett-Anteilen im Vergleich zu den niedrigeren Energien in Spalte a) praktisch unverändert bleibt, kann man von einer schwachen Energieabhängigkeit dieser

Komponenten der Off-Shell-Wechselwirkung ausgehen.

Für Protonenstreuwinkel von  $30^\circ$  erfordert die Kinematik der Bremsstrahlungsreaktion NN-T-Matrixelemente, die viel weniger weit Off-Shell-sind (siehe Abb. 6.2). Ein Vergleich mit dem Fall der Protonenwinkel von  $10^\circ$  ergibt, daß nun die  $P_{S=0}$ -Komponente stark reduziert ist. Dies erklärt sich im Falle von Abb. 6.11a und Abb. 6.11c wieder mit der starken Energieabhängigkeit der Spin-Singulett-Komponente, denn bedingt durch die bei großen Protonenstreuwinkeln niedrige Photonenergie ist auch die damit verbundene effektive Einschußenergie hoch (siehe Abb. 6.1) und führt somit zu einer Abschwächung der  $^1S_0$ -Komponente. Ein Vergleich von Abb. 6.11b und Abb. 6.11d zeigt die Off-Shell-Abhängigkeit der  $P_{S=0}$ -Komponente bei einer festen Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$ . Hier nimmt die Stärke der Wechselwirkung in der Spin-Singulett-Komponente ab, wenn man sich dem On-Shell-Punkt nähert, d.h. niedrigere Photonenergien auftreten wie für  $\theta_1 = \theta_2 = 30^\circ$ . (Das Off-Shell-Verhalten der NN-Wechselwirkung bei fester Einschußenergie läßt sich jedoch besser in Abb. 6.15 erkennen. Der zentrale Spin-Triplett-Anteil ist im Vergleich zu kleinen Protonenstreuwinkeln reduziert, während der Spin-Bahn-Term an Gewicht zulegt. Die Tensorkomponente hingegen ändert ihre Wechselwirkungsstärke praktisch nicht. Weiter ist festzustellen, daß alle T-Matrixelemente, die in den Amplituden  $M_a$  (Abb. 6.11c) und  $M_b$  (Abb. 6.11d) vorkommen in allen Komponenten eine vergleichbare Stärke aufweisen. Das ist für kleine Protonenstreuwinkel von etwa  $10^\circ$  nicht der Fall. Dies ist darauf zurückzuführen, daß sich die NN-Bremsstrahlungsreaktion in der komplanaren Geometrie dem elastischen Streulimit ( $\omega = 0$ ) nähert, wenn die Protonenstreuwinkel größer werden; die Amplituden  $M_a$  und  $M_b$  werden dann gleich groß.

Die Empfindlichkeit der  $p\gamma\gamma$ -Observablen auf die unterschiedlichen Komponenten der NN-Wechselwirkung ist in Abb. 6.12 und Abb. 6.13 illustriert. Die durch die Spinoperatoren  $P_{S=0}$ ,  $P_{S=1}$  etc. gekennzeichneten Spalten zeigen die Resultate, die erhalten werden, wenn die T-Matrixwechselwirkung in den angegebenen Komponenten (und nur in diesen Komponenten) mit einem willkürlichen Faktor  $r$  multipliziert wird. Die „tensor“ Spalte zeigt die Ergebnisse, wenn alle drei Tensorkomponenten (siehe Gl. (3.13)) gleichzeitig mit dem selben Reduktionsfaktor  $r$  multipliziert werden. Die gestrichelten und strichpunktuierten Kurven entsprechen den Resultaten, die mit einem Reduktionsfaktor von  $r = 0.5$  bzw.  $r = 0$  gewonnen

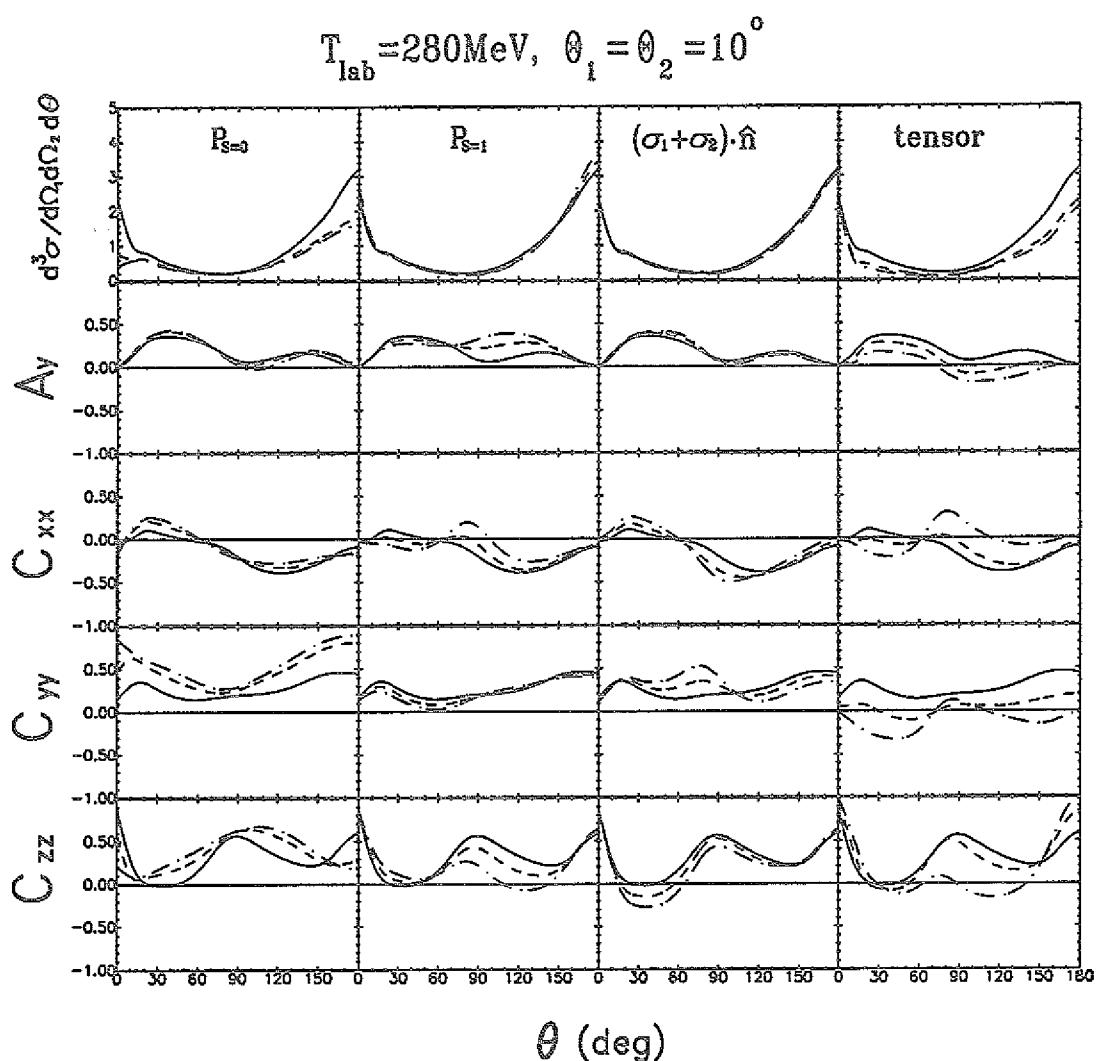


Abb. 6.12: Effekt der verschiedenen Teile der NN-Wechselwirkung auf die  $p\gamma\gamma$ -Observablen. Die durchgezogenen, gestrichelten und strichpunktuierten Linien sind die Ergebnisse, wenn die T-Matrixelemente in den betrachteten Kanälen mit 1, 0.5 bzw. 0.0 multipliziert werden. Die Einschussenergie beträgt 280 MeV und die Protonenstreuwinkel sind  $10^\circ$ .

werden. Die durchgezogenen Kurven entsprechen  $r = 1$ , d.h. der unmodifizierten T-Matrixwechselwirkung und sind die gleichen in allen Spalten.

Bei einer Einschussenergie von  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  und symmetrischen Protonenstreuwinkeln von  $10^\circ$  (Abb. 6.12) ist der  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt nur sensitiv auf den zentralen Spin-Singulett- und den Tensoranteil der NN-Wechselwirkung. Er

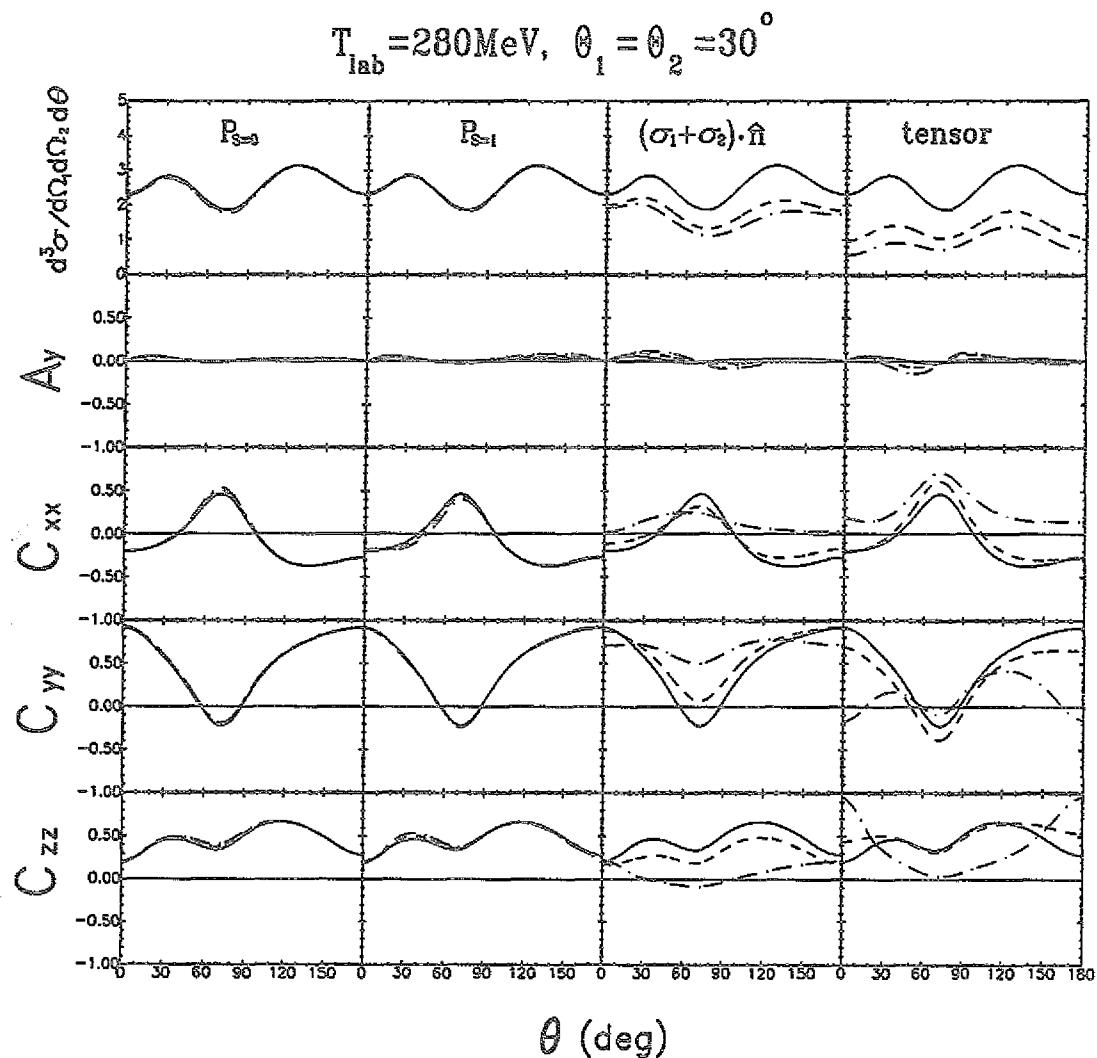


Abb. 6.13: Genau wie Abb. 6.12 für Protonenstreuwinkel von  $30^\circ$ .

bleibt praktisch unverändert, wenn die  $P_{S=1}$ - oder die Spin-Bahn-Komponenten verändert werden. Aufgrund der nicht-trivialen Interferenz verschiedener Terme in der pp-Bremsstrahlungsamplitude ist das Verhalten des Wirkungsquerschnitts stark nicht-linear abhängig von Variationen in den Tensor- oder Spin-Singulett-Komponenten der NN-Wechselwirkung. Obwohl die Wechselwirkungsstärke in der  $P_{S=0}$ -Komponente mehr als 10 mal größer ist als in den Tensorkomponenten (siehe Abb. 6.11), führen Variationen dieser Anteile mit dem gleichen Reduktionsfaktor zu einer ähnlichen Verringerung des Wirkungsquerschnitts. Die Begründung dafür ist, wie bereits in den vorhergehenden Abschnitten und auch in Ref. 27 bespro-

chen wurde, eine starke Auslöschung der dominanten  $p\gamma$ -Amplituden, wenn Spin-Singulett-Partialwellenzustände involviert sind. Oder anders ausgedrückt, die in Abb. 6.12 beobachtete Empfindlichkeit des Wirkungsquerschnittes auf die  $P_{S=0}$ -Komponente röhrt nur von der sehr großen Wechselwirkungsstärke in dieser Komponente bei niedrigen Energien her. Legt man Absolutwerte der T-Matrixelemente zugrunde, reagiert der Wirkungsquerschnitt also viel empfindlicher auf Änderungen im Tensoranteil als in der Spin-Singulett-Komponente. Die Empfindlichkeit des  $p\gamma$ -Wirkungsquerschnittes auf die Tensorkraft wurde bereits in früheren Arbeiten [27, 30] durch eine Partialwellenanalyse festgestellt. Die Analysierstärke erweist sich insbesondere Veränderungen in der Tensorkomponente der NN-Wechselwirkung gegenüber als sehr empfindlich, gefolgt von Variationen im zentralen Spin-Triplett-Anteil. Auch dies wird durch eine Partialwellenanalyse bestätigt [27]. Diese Observable ist unempfindlich gegenüber der Spin-Singulett- und auch der Spin-Orbit-Komponente. Die Spinkorrelationskoeffizienten sind im allgemeinen sensitiv auf jeden Teil der NN-Wechselwirkung, wobei sie allerdings am stärksten auf Veränderungen in der Tensorkomponente reagieren.

In Abb. 6.13 ist die Situation für größere Protonenstreuwinkel illustriert. Nunmehr übt eine Reduktion der Wechselwirkungsstärke in den beiden zentralen Komponenten der NN-T-Matrix praktisch keinen Einfluß auf die verschiedenen  $p\gamma$ -Observablen aus. Das ergibt sich beinahe schon aus der Tatsache, daß, wie Abb. 6.11 entnehmen ist, beide Anteile der NN-Wechselwirkung nun viel kleiner sind als für kleinere Protonenstreuwinkel wie in Abb. 6.12. Die  $p\gamma$ -Reaktion erweist sich bei diesen relativ großen Protonenwinkeln als sensitiv auf den Spin-Orbit- und Tensoranteil der NN-Wechselwirkung. Es sei darauf hingewiesen, daß hier die Spin-Bahn-Kraft ungefähr dreimal größer ist als in der kinematischen Situation von Abb. 6.12 (vergleiche auch Abb. 6.11).

## 6.7. Vergleich verschiedener NN– Potentialmodelle im $p\gamma$ –Prozeß

Nachdem bis jetzt einige allgemeine Sachverhalte über den  $p\gamma$ –Prozeß diskutiert wurden, sollen nun  $p\gamma$ –Resultate verglichen werden, die mit verschiedenen modernen realistischen NN–Wechselwirkungen erhalten werden. Dies soll dazu dienen, die Unterschiede im Off–Shell–Verhalten systematischer zu untersuchen, als es bereits in Ref. 102 getan wurde. Die NN–Wechselwirkungen, die in diesem Abschnitt benutzt werden, sind das OBEPQ–Potential [52, 94] wie bereits vorher, das energieabhängige OBEPT–Potential [52], sowie die Yukawa–parametrisierte Version des Paris–Potentials [51]. Bei den folgenden Betrachtungen der  $p\gamma$ –Observablen werden sowohl die Beiträge der Einfach– als auch der Doppelstreuung (RES) berücksichtigt.

Um einen Eindruck davon zu erhalten, wie sich die verschiedenen NN–Potentialmodelle unterscheiden, vergleichen wir zunächst diese Modelle auf der Energieschale und Halb–Off–Shell direkt miteinander und nehmen die Gegenüberstellung in der  $p\gamma$ –Reaktion erst im Anschluß daran vor. In Abb. 6.14 sind die winkelgemittelten Absolutbeträge der verschiedenen Komponenten der On–Shell–( $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$ )NN–Wechselwirkung  $T(\vec{p}', \vec{p}, E_p)$  als Funktion der Einschußenergie  $T_{lab}$  gezeigt. Weil über den Winkel zwischen  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$  gemittelt ist, gilt  $|\delta| = |\varepsilon|$  [79]. Weiter verschwindet auf der Energieschale die Tensorkomponente  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$ , was bereits in Abschnitt 3.2 bemerkt wurde. Die durchgezogenen, gestrichelten und strichpunktuierten Kurven entsprechen dem OBEPQ–, OBEPT– und dem Paris–Potential. Genau gesagt, erstreckt sich der Gültigkeitsbereich dieser Potentiale nur bis zur Pionproduktionsschwelle, da sie keine Inelastizitäten berücksichtigen. Andererseits ist es interessant zu sehen, wie die betrachteten Potentiale bei höheren Energien übereinstimmen oder differieren. Die T–Matrix des energieabhängigen OBEPT–Potentials kann durch Beschränkungen numerischer Art jedoch nur bis zur Pionproduktionsschwelle berechnet werden [103]. Man entnimmt Abb. 6.14, daß die verwendeten NN–Wechselwirkungen im allgemeinen über einen weiten Bereich der Einschußenergie gut übereinstimmen. Dies ist auch zu erwarten, da die in den einzelnen Potentialen auftretenden Parameter so gewählt werden, daß sie die gemessenen On–Shell–Observablen (bis ca. 300 MeV), wie Streuphasen, beschreiben.

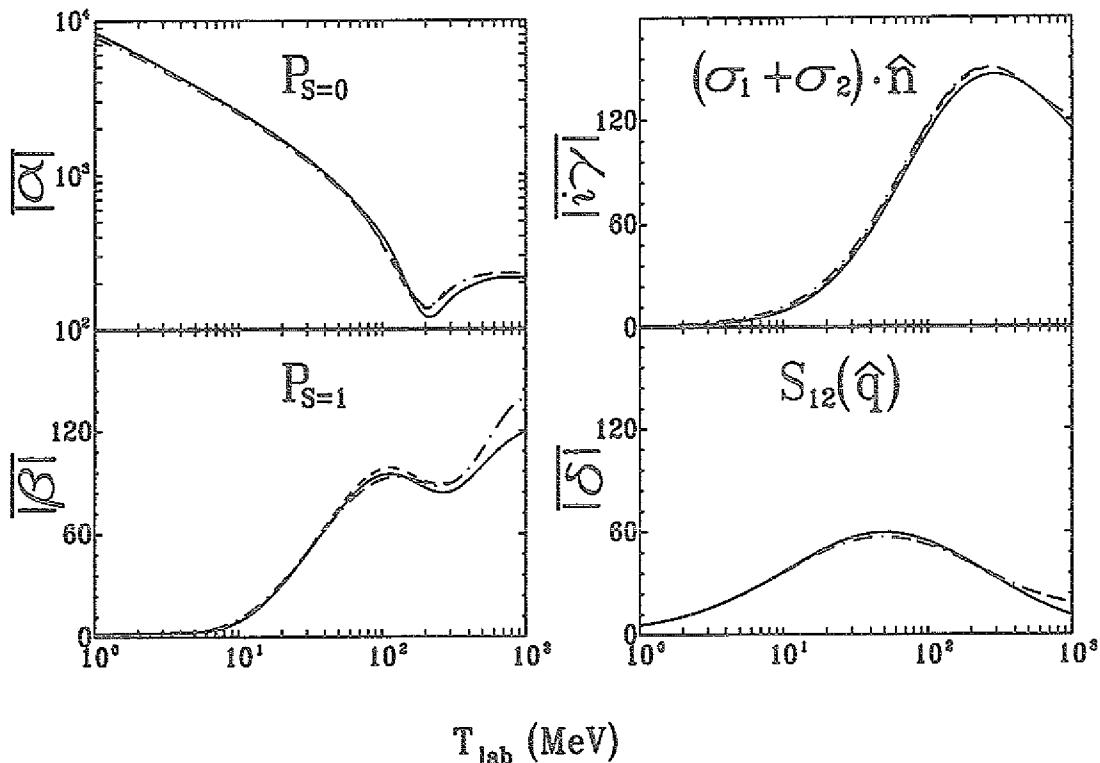


Abb. 6.14: Absolutbetrag der winkelgemittelten On-Shell-T-Matrizen  $T(\vec{p}, \vec{p})$  für die verschiedenen Komponenten der NN-Wechselwirkung mit Isospin  $T = 1$  (siehe Gl. (3.13)) in  $\text{MeV fm}^3$  als Funktion der Einschussenergie. Bei der Berechnung der T-Matrix sind alle Partialwellen bis zum Gesamtdrehimpuls  $J = 12$  berücksichtigt. Die durchgezogenen, gestrichelten und strichpunktuierten Kurven sind das OBEPQ-, OBEPT- und das Paris-Potential.

Im Spin-Singulett-Kanal unterscheidet sich das OBEPQ-Potential von den anderen um rund 27% für Einschussenergien nahe 300 MeV. Das Paris- und das OBEPQ-Potential hingegen unterscheiden sich bei sehr hohen Einschussenergien im zentralen Spin-Triplettanteil um ca. 20% auf der Energieschale.

In Abb. 6.15 sind die Halb-Off-Shell-( $|\vec{p}'| \neq |\vec{p}|$ )T-Matrizen  $T(\vec{p}', \vec{p}, E_p)$  als Funktion des Impulses  $p' = |\vec{p}'|$  für Einschussenergien von  $T_{lab} = 20\text{ MeV}$  und  $280\text{ MeV}$  dargestellt. Diese beiden Energien sind zunächst beliebig und im Sinne von Gl. (6.2) als effektive Einschussenergien zu verstehen. Für die kinematische Situation des letzten TRIUMF-Experiments [58] jedoch ist  $280\text{ MeV}$  die Einschussenergie für die Prozesse, die in  $M_b$  aus Gl. (6.1) zusammengefaßt sind und  $20\text{ MeV}$  ist eine typische effektive Einschussenergie, wie sie in der betrachteten kinematischen

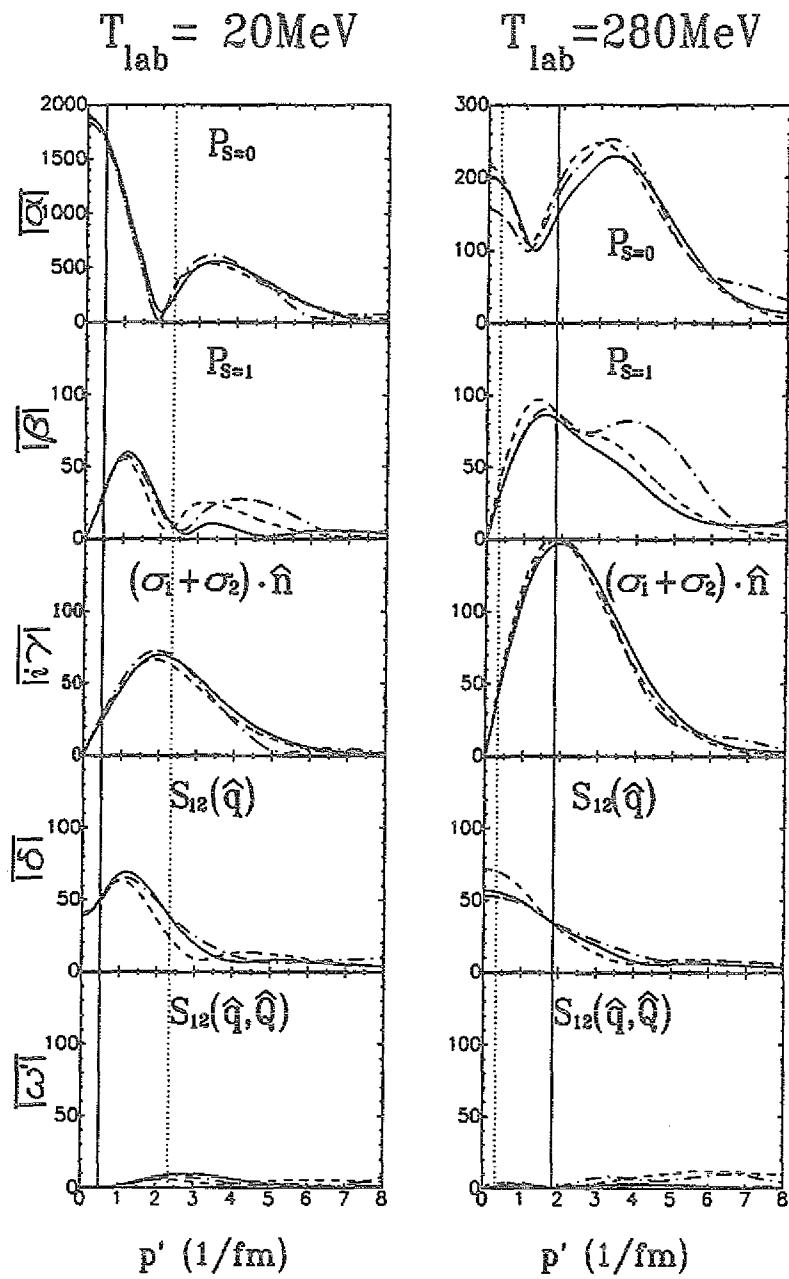


Abb. 6.15: Absolutbetrag der winkelgemittelten Halb-Off-Shell-T-Matrizen  $T(\vec{p}', \vec{p})$  mit Isospin  $T = 1$  für die verschiedenen Komponenten der NN-Wechselwirkung (siehe Gl. (3.13)) in  $\text{MeV fm}^3$  als Funktion der Off-Shell-Impulse für  $T_{\text{lab}} = 20$  und  $280 \text{ MeV}$ . Bei der Berechnung der T-Matrix sind alle Partialwellen bis zum Gesamtdrehimpuls  $J = 12$  berücksichtigt. Die senkrechten durchgezogenen und gepunkteten Linien deuten die den Einschussenergien entsprechenden On-Shell-Impulse an, bzw. zeigen den in der betrachteten Geometrie maximal erreichbaren Off-Shell-Impuls an. Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.14.

Situation für kleine Protonenstreuwinkel vorkommt und in die Berechnung der Amplitude  $M_a$  aus Gl. (6.1) einfließt. In diesem Sinne soll auch die weitere Diskussion verstanden werden. Gezeigt ist wiederum der über den Winkel zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{p}'$  gemittelte Betrag und es gilt  $|\overline{\delta}| = |\overline{\varepsilon}|$ . Im unteren Teil von Abb. 6.15 ist die Tensorkomponente  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$  gezeigt, die auf der Energieschale verschwindet. Sie ist auch hier im Vergleich zu den anderen Komponenten vernachlässigbar klein, es sei denn, man geht sehr weit Off-Shell. Die vertikalen durchgezogenen Linien geben die On-Shell-Impulse an, die den betrachteten Einschüßenergien entsprechen. Die vertikalen gepunkteten Linien deuten für  $T_{lab} = 20\text{MeV}$  den Punkt an, den die Bremsstrahlungsreaktion in der komplanaren Geometrie bei der eigentlichen Einschüßenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  testet. Bei  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  hingegen, wird der ganze Bereich zwischen den beiden vertikalen Linien von der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion in der komplanaren Geometrie bei einer realen Einschüßenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  abgetastet.

Bei der Einschüßenergie von  $T_{lab} = 20\text{MeV}$  gehen alle drei T-Matrizen nahezu durch den gleichen On-Shell-Punkt, dies wurde auch schon in Abb. 6.14 beobachtet. Für diese Energie sind die betrachteten Wechselwirkungen also praktisch On-Shell-äquivalent. Weiter zeigen die T-Matrizen ein sehr ähnliches Off-Shell-Verhalten. Unterschiede im Off-Shell-Verhalten der verschiedenen Wechselwirkungen sind nur jenseits von  $p' = 1\text{fm}^{-1}$  zu erkennen, insbesondere unterscheidet sich die OBEPT-T-Matrix von den anderen beiden. Im zentralen Spin-Triplett- $(P_{S=1})$ Anteil zeigen die untersuchten Wechselwirkungen relativ große Off-Shell-Unterschiede im Bereich  $p' > 2.5\text{fm}^{-1}$ . Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß Off-Shell-T-Matrizen bei solch niedrigen Energien in die Bremsstrahlungsamplitude eingehen, wenn energiereiche Photonen produziert werden und das selbst dann, wenn die eigentliche Einschüßenergie hoch ist. Weiter deutet die gepunktete Linie an, welche T-Matrixelemente für die Bremsstrahlungsreaktion bei der eigentlichen Einschüßenergie und bei kleinen Protonenstreuwinkeln benötigt werden. Dies bedeutet, man könnte erwarten, daß die gerade beobachteten Unterschiede im Off-Shell-Verhalten der Tensorkraft unter den genannten kinematischen Bedingungen durch die  $p\gamma\gamma$ -Reaktion sichtbar werden. Besonders augenfällig könnte dies für die Spinobservablen sein, die hauptsächlich auf auf die Tensorkomponente der NN-Wechselwirkung reagieren (siehe Abb. 6.12). Wie später gezeigt wird, ist dies tatsächlich der Fall. Die Unterschiede in der  $P_{S=1}$ -Komponente können jedoch nur für höhere Einschüß-

energien sichtbar werden, bei denen man sich weiter Off-Shell bewegt.

Bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  sind nicht vernachlässigbare Unterschiede im Off-Shell-Verhalten der einzelnen Wechselwirkungen in den zentralen und den Tensorkomponenten festzustellen. Da sich, wie oben bereits erwähnt, der für die betrachteten Kinematiken relevante Bereich zwischen den beiden vertikalen Linien befindet, kann das sehr unterschiedliche Off-Shell-Verhalten der Potentiale im zentralen Spin-Triplett-Anteil für  $p' > 3\text{fm}^{-1}$  in der pp Bremsstrahlungsreaktion nicht beobachtet werden. In der zentralen  $P_{S=0}$ -Komponente unterscheidet sich die Paris-T-Matrix erheblich in ihrem Off-Shell-Verhalten von den anderen beiden Wechselwirkungen für den durch die gepunktete Linie definierten Grenzimpuls  $p'$ . On-Shell unterscheidet sich die OBEPQ-Wechselwirkung von den anderen beiden, was bereits in Abb. 6.14 bemerkt wurde. Beides spielt aber für die  $\text{pp}\gamma$  keine Rolle, da, wie in Abb. 6.13 festgestellt, die NN-Bremsstrahlungsreaktion nicht sensitiv auf die  $P_{S=0}$ -Komponente ist, falls deren Stärke in der Größenordnung liegt, welche bei diesen Energien auftritt. In der T-Matrix des OBEPT-Potentials genauso wie bei niedrigeren Einschußenergien beträchtliche Unterschiede im Vergleich zu den beiden anderen Wechselwirkungen auf. Diese Unterschiede treten besonders deutlich im Bereich um  $p' = 0.5\text{fm}^{-1}$  hervor und können, wie weiter unten gezeigt wird, in den Spinobservablen der  $\text{pp}\gamma$ -Reaktion beobachtet werden.

Ein Vergleich der Off-Shell-NN-Wechselwirkungen für eine spezielle Kinematik des TRIUMF-Experiments [58], nämlich  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  sowie  $\theta_1 = 12.4^\circ$  und  $\theta_2 = 12.0^\circ$ , ist in Abb. 6.16 gezeigt. Die Spalten *a*) und *b*) zeigen die T-Matrix, wie sie in der Amplitude  $M_a$  (Gl. (6.1)) auftritt, die die Photonemission vor der NN-Wechselwirkung beschreibt. Im zentralen Spin-Singulett-Anteil unterscheidet sich die OBEPQ-Wechselwirkung von den OBEPT- und Paris-Wechselwirkungen um ungefähr  $100\text{MeV fm}^3$  für Vorwärts- und Rückwärtsphotonemissionswinkel. Das entspricht einer Diskrepanz von rund 20% und wird hauptsächlich durch Unterschiede im  ${}^1S_0$ -Partialwellenzustand verursacht [27]. In den zentralen Spin-Triplett- und Tensorkomponenten unterscheidet sich die OBEPT-Wechselwirkung von den anderen beiden um ungefähr  $30\text{MeV fm}^3$  bzw.  $15\text{MeV fm}^3$ . Das entspricht einer Diskrepanz von ca. 25% bzw. 20%. Im Tensoranteil röhrt diese Differenz von den nicht-diagonalen  ${}^3PF_2 + {}^3FP_2$ -Partialwellenzuständen [102] her, während sie in der  $P_{S=1}$ -Komponente hauptsächlich durch den  ${}^3P_0$ -Zustand verursacht wird. Im

$$T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}, \theta_1 = 12.4^\circ, \theta_2 = 12.0^\circ$$

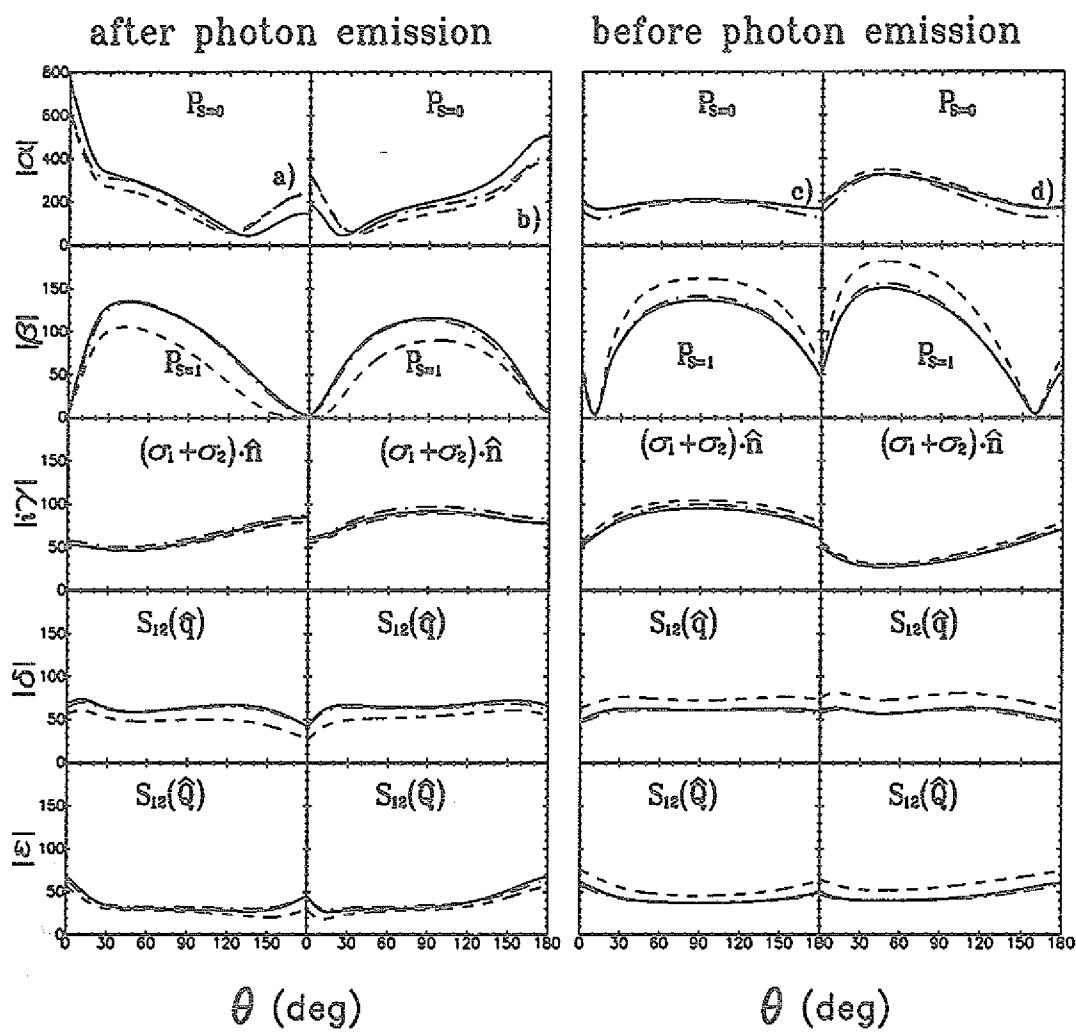


Abb. 6.16: Absolutbetrag der Halb-Off-Shell-T-Matrizen  $T(\vec{p}', \vec{p})$  für die verschiedenen Komponenten der NN-Wechselwirkung (siehe Gl. (3.13)) in  $\text{MeV fm}^3$  als Funktion des Photonemissionswinkels, wie sie in der Bremsstrahlungsreaktion auftreten. Die Spalten a) und b) entsprechen der Photonemission vor und die Spalten c) und d) nach der starken Wechselwirkung. Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.14.

Spin–Orbit–Anteil erkennt man praktisch keine Unterschiede in den betrachteten T-Matrizen. Die Spalten c) und d) zeigen die T-Matrizen, die in die Amplitude  $M_b$  eingehen, die die NN-Wechselwirkung vor der Photonemission beschreibt. In den Spin–Triplet–Komponenten ist ein ähnliches Verhalten wie in Abb. 6.16a und

Abb. 6.16b zu beobachten. In der Spin-Singulett-Komponente sind praktisch keine Unterschiede zwischen den einzelnen Potentialen zu erkennen.

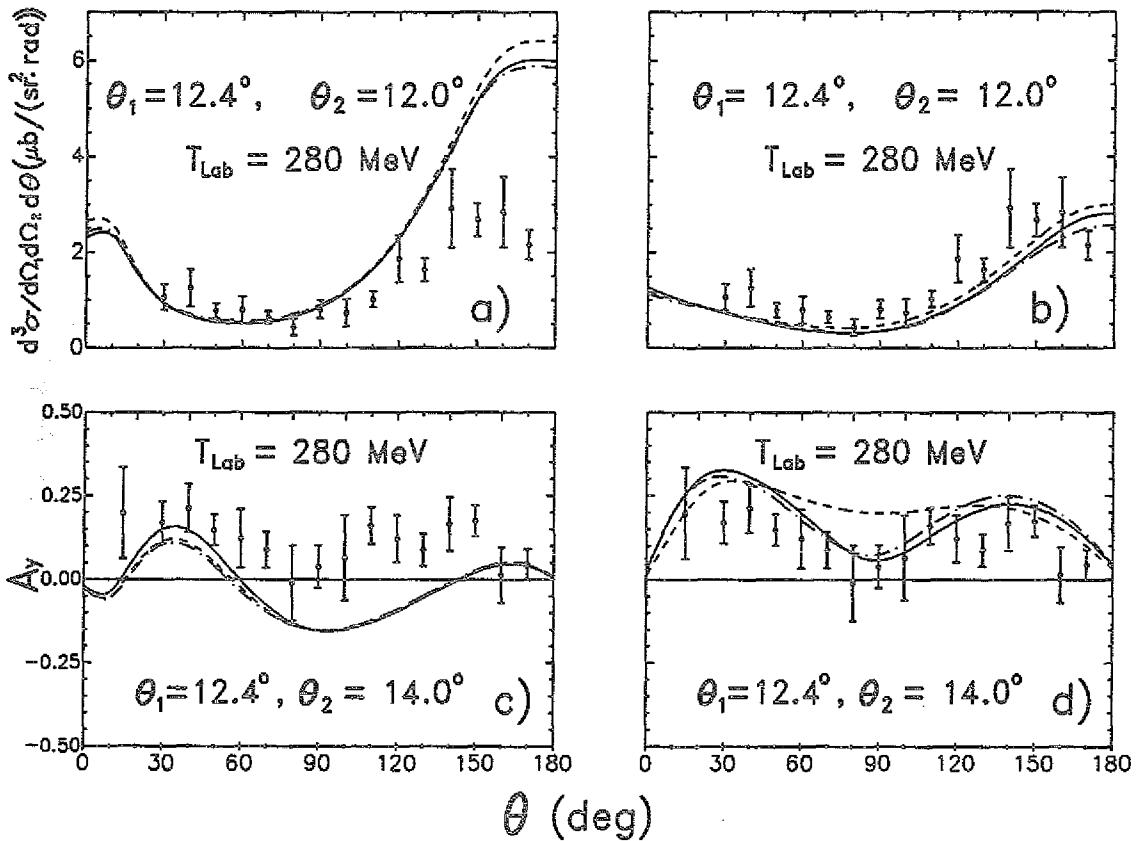


Abb. 6.17: Komplanarer  $pp\gamma$ -Wirkungsquerschnitt und zugehörige Analysierstärke als Funktion des Photonenemissionswinkels. Die Teile a) und c) zeigen die Ergebnisse der On-Shell-Rechnung nach Gl. (6.12). Die Teile b) und d) zeigen die Ergebnisse der Off-Shell-Rechnung. Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.14. Die Daten stammen aus Ref. 58.

Um die Ergebnisse aus Abb. 6.16 besser zu illustrieren, sind in Abb. 6.17 die Vorhersagen [102] (vergleiche auch Abb. 6.9) der betrachteten Potentialmodelle für den  $pp\gamma$ -Wirkungsquerschnitt und die Analysierstärke zusammen mit den experimentellen Daten der TRIUMF-Gruppe [58] für den kinematischen Bereich von Abb. 6.16 dargestellt. In Abb. 6.17a und Abb. 6.17c sind die On-Shell-Resultate und in Abb. 6.17b und Abb. 6.17d die Off-Shell-Resultate dargestellt. Die On-Shell-Ergebnisse für alle drei Potentiale stimmen sowohl im Wirkungsquerschnitt

als auch in der Analysierstärke gut überein, was aufgrund einer Untersuchung der On-Shell-T-Matrixelemente ähnlich der in Abb. 6.16 auch nicht anders zu erwarten war, da die On-Shell-T-Matrixelemente praktisch identisch waren. Die betrachteten Potentiale sind für die Bremsstrahlungsreaktion also On-Shell-äquivalent, was bereits bei der Diskussion von Abb. 6.15 angedeutet wurde. Die in Abb. 6.16 beobachteten Off-Shell-Differenzen von ca. 20% jedoch kann der Wirkungsquerschnitt (Abb. 6.17b) nicht diskriminieren, während die Analysierstärke diese Diskrepanzen aufzeigt. Da diese Observable hauptsächlich sensitiv auf die Tensorkomponente ist und sich völlig unempfindlich gegenüber Variationen in der Spin-Singulett-Komponente erweist (siehe Abb. 6.12), folgt, daß sich der beobachtete Unterschied zwischen dem Ergebnis des OBEPT-Potentials einerseits und den Ergebnissen mit dem OBEPQ- bzw. Paris-Potential auf verschiedene Wechselwirkungsstärken in den Tensor- und  $P_{S=1}$ -Komponenten zurückführen läßt (siehe Abb. 6.16). Die Analysierstärke ist also in der Lage NN-Wechselwirkungen zu unterscheiden, wenn sie in den Spin-Triplett-Komponenten (außer Spin-Bahn) mehr als 20% differieren, das gilt insbesondere für den Tensoranteil der NN-Wechselwirkung.

Die Fähigkeit, verschiedene Potentiale zu unterscheiden, ist bei den Spinkorrelationskoeffizienten noch ausgeprägter als bei der Analysierstärke. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 6.18 illustriert. Abb. 6.18a, die die On-Shell-Resultate wiedergibt, zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen den Potentialen. Die Off-Shell-Resultate (Abb. 6.18b) zeigen wiederum eine starke Diskrepanz zwischen dem OBEPT-Potential und den anderen beiden. Dieser Unterschied erstreckt sich bei den Spinkorrelationskoeffizienten praktisch über den ganzen Bereich des Photonemissionswinkels und ist nicht wie im Falle der Analysierstärke auf den Bereich um  $\theta = 90^\circ$  beschränkt. Da die Spinkorrelationen, wie in Abb. 6.12 gezeigt, bei kleinen Protonenstreuwinkel empfindlich auf alle Komponenten der NN-Wechselwirkung sind, läßt sich der Ursprung des Unterschieds in den Resultaten allerdings nicht genau lokalisieren. Für Protonenstreuwinkel von  $30^\circ$  hingegen, bei denen für  $C_{xx}$  und  $C_{zz}$  immer noch Unterschiede in den Resultaten für die einzelnen Potentiale auszumachen sind, läßt sich jedoch wiederum die Tensorkraft als Ursache für die Diskrepanzen ausmachen (siehe Abb. 6.13).

Es ist hier noch eine Anmerkung bezüglich der Unterschiede der Potentiale angebracht. Im Gegensatz zu den Paris- und OBEPQ-Potentialen ist das OBEPT-

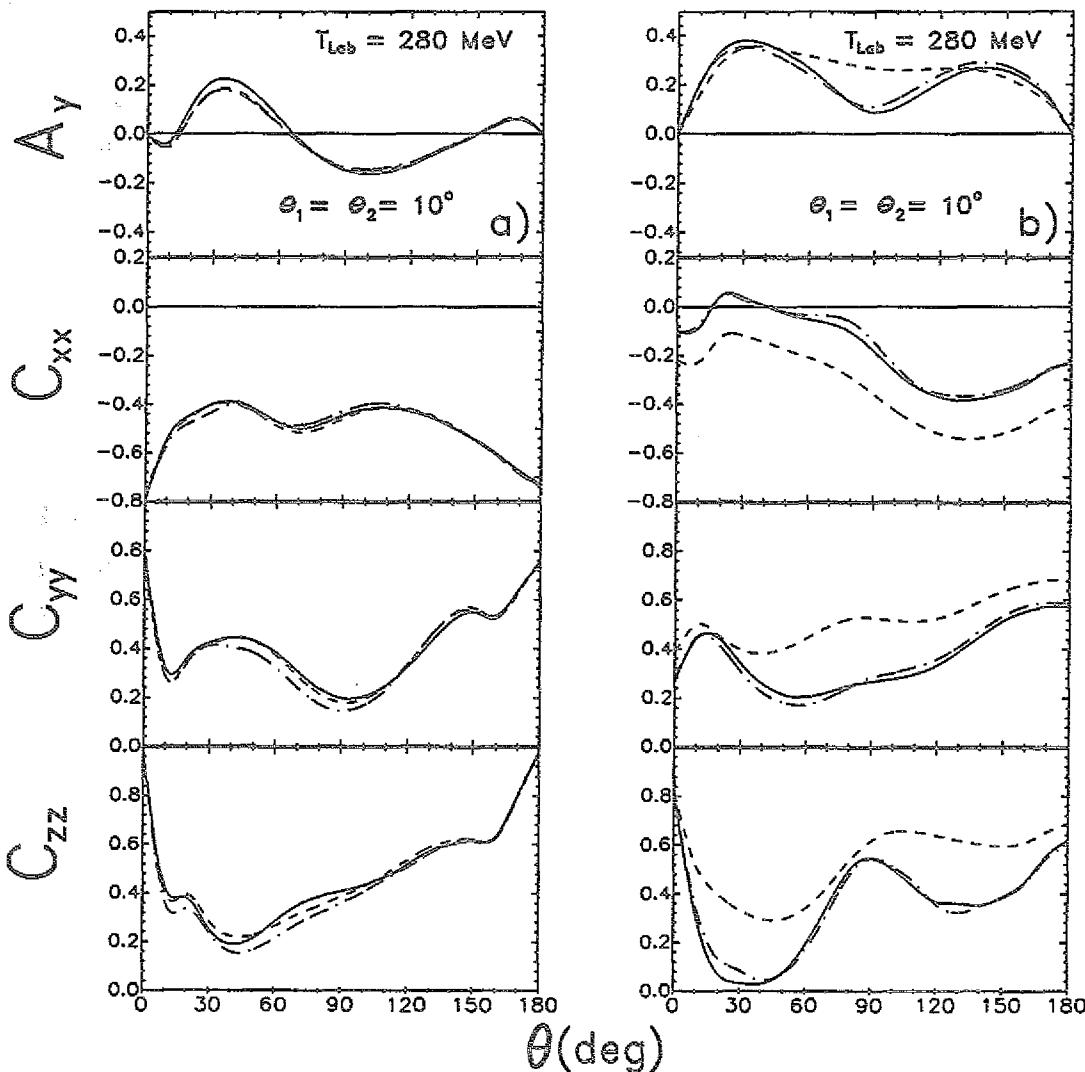


Abb. 6.18: Spinobservable  $C_{xx}$ ,  $C_{yy}$ ,  $C_{zz}$  und  $A_y$  als Funktion des Photonenemissionswinkels. Die Spalte a) zeigt die Ergebnisse der On-Shell-Rechnung nach Gl. (6.12). Die Spalte b) zeigt die Ergebnisse der Off-Shell-Rechnung. Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.14.

Potential in der zeitgeordneten Störungstheorie [52, 104] berechnet und berücksichtigt Mesonretardierungseffekte. Die anderen beiden Potentiale hingegen besitzen statische Propagatoren. Dadurch bedingt sich, daß, von einem feldtheoretischen Standpunkt der Mesontheorie aus gesehen, mehr Graphen zur  $p\bar{p}\gamma$ -Reaktion beitragen, wenn das OBEPT-Potential benutzt wird, als wenn ein „statisches“ Potential verwendet wird. Unter anderem treten sogenannte „Recoil“-Terme auf, bei denen das

Photon von einem Nukleon während des Mesonaustausches emittiert wird [105, 106], die bei den statischen Potentialen nicht vorkommen. Solche Graphen sind in unserem Formalismus aber implizit im Zweikörperstrom enthalten, der in der hier benutzten Näherung für die  $p\gamma$ -Reaktion verschwindet. Damit wiederum sind die Bremsstrahlungsamplituden für die einzelnen Potentiale konsistent berechnet. Es kann aber durchaus sein, daß die Näherung weicher Photonen für den Zweikörperstrom für die einzelnen Potentiale unterschiedlich gut ist. In Ref. 38 und Ref. 12 wurde die SPA in  $V_{em}^{(2)}$  nur für ein statisches Einpionenaustauschpotential überprüft. Eine Ausweitung des Zweikörperstromes für beliebige Photonenergien wird derzeit versucht [107].

Nun sei noch ein ausführlicher Vergleich mit den experimentellen Daten erlaubt. In Abb. 6.19 sind die Vorhersagen der verschiedenen Potentialmodelle mit den Daten der TRIUMF-Gruppe [58] für verschiedene asymmetrische Protonenstreuwinkel dargestellt. Hierbei stellen die gepunkteten Kurven die Ergebnisse dar, die mit dem Hamada–Johnston–Potential [76] erzielt werden. Zwischen den verschiedenen Resultaten sind keine augenfälligen Unterschiede zu erkennen, insbesondere können die Daten die Ergebnisse der einzelnen Potentiale nicht unterscheiden.

In Abb. 6.20 sind die theoretischen Ergebnisse der einzelnen Potentiale für die Analysierstärke zusammen mit den experimentellen Daten [58] für verschiedene Protonenstreuwinkel dargestellt. Wiederum kann das Resultat, das mit dem OBEPT–Potential erhalten wird, von den anderen deutlich unterschieden werden, was wie oben diskutiert, auf Unterschiede in den zentralen Spin–Triplet– und Tensorkomponenten zurückgeführt werden kann. Allerdings ist auch hier die experimentelle Unsicherheit zu groß, um sagen zu können, daß das OBEPT–Potential die Daten schlechter beschreibt als die anderen Potentialmodelle.

Der Vollständigkeit halber sind in Abb. 6.21 noch die Spinobservablen in der nicht–komplanaren Geometrie für die zwei Nicht–Komplanaritätswinkel  $\phi = 10^\circ$  und  $\phi = 30^\circ$  dargestellt. Im Gegensatz zur komplanaren Geometrie ist hier der Bereich des Photonemissionswinkels durch kinematische Bedingungen beschränkt [32]. Qualitativ erkennt man die gleichen Resultate wie in der komplanaren Geometrie. Die Nicht–Komplanarität führt zu keiner Erhöhung der Empfindlichkeit der  $p\gamma$ –Reaktion auf die Off–Shell–Effekte der NN–Wechselwirkung.

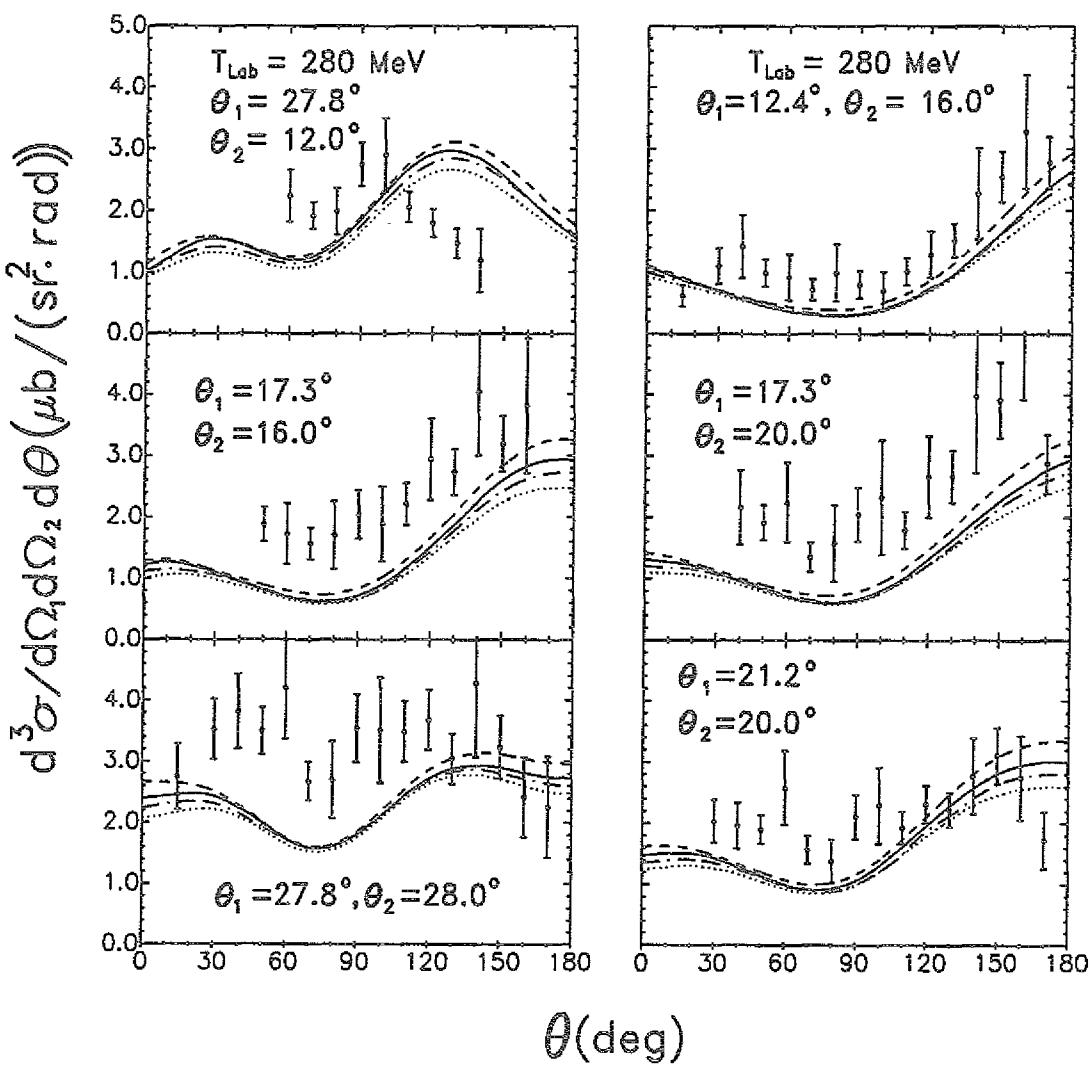


Abb. 6.19: Komplanarer Wirkungsquerschnitt bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  für verschiedene Protonenstreuwinkel als Funktion des Photonemissionswinkels. Die Daten stammen aus Ref. 58 und enthalten keinen willkürlichen Normierungsfaktor von  $2/3$ . Die gepunkteten Linien sind die mit dem HJ-Potential [76] erhaltenen Resultate. Die restlichen Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.14.

## 6.8. Der elektromagnetische Off–Shell–Proton–Formfaktor

Nachdem gezeigt wurde, daß sich die Proton–Proton–Bremsstrahlung zwar zum Studium der Off–Shell–Effekte der NN–Wechselwirkung eignet, aber nur sehr be-

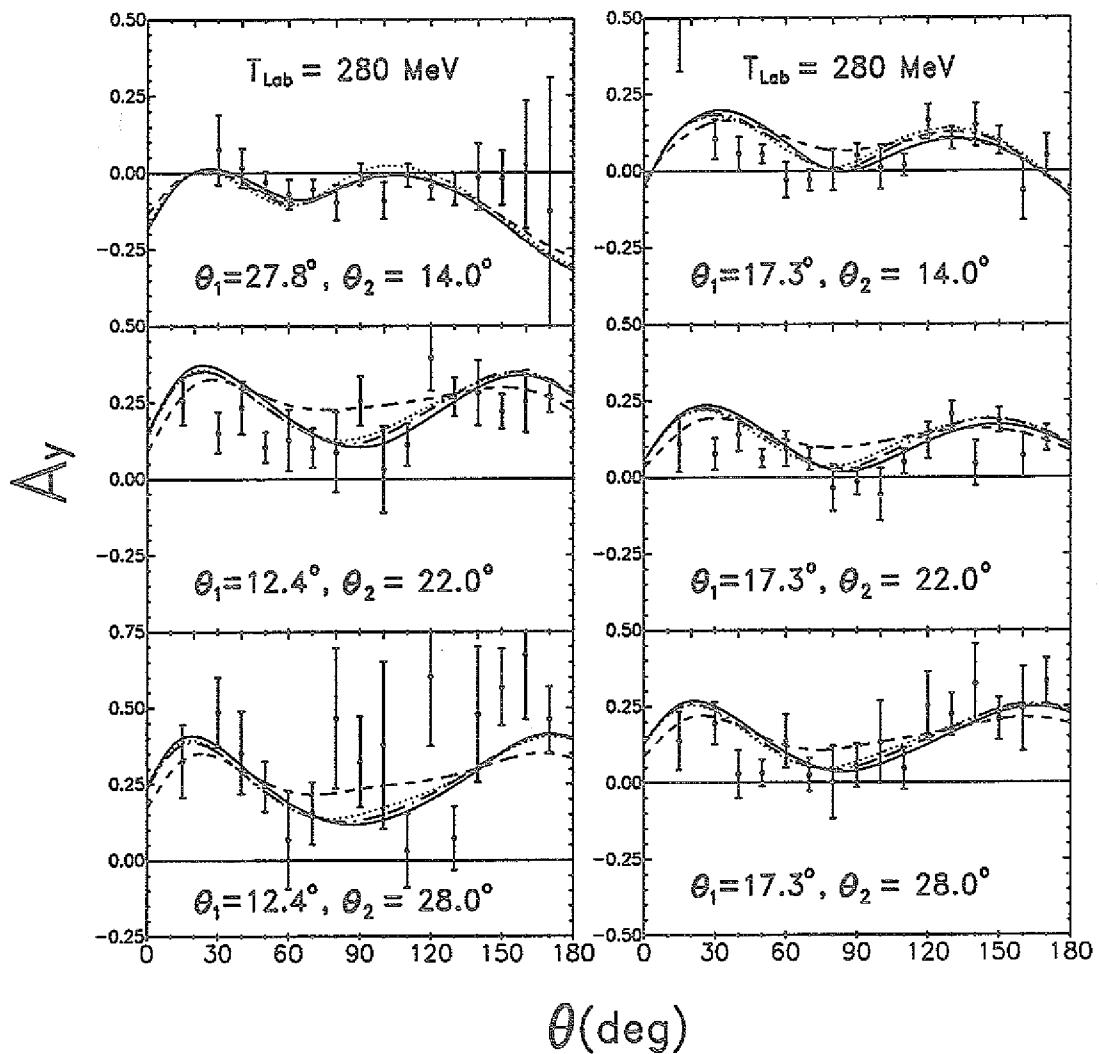


Abb. 6.20: Komplanare Analysierstärke bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280$  MeV für verschiedene Protonenstreuwinkel als Funktion des Photonemissionswinkels. Die Daten stammen aus Ref. 58 und sind mit -1 zur Angleichung an die hier verwendete Konvention von  $A_y$  multipliziert. Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.19.

dingt die verschiedenen NN-Potentialmodelle unterscheiden kann, soll in diesem Abschnitt versucht werden, die Empfindlichkeit der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion auf den elektromagnetischen Off-Shell-Formfaktor des Protons zu testen.

Wie bereits in Kapitel 4 diskutiert, kann für reelle Photonen aufgrund der Ladungs- und Stromerhaltung nur der magnetische Vertex Off-Shell-Modifikationen

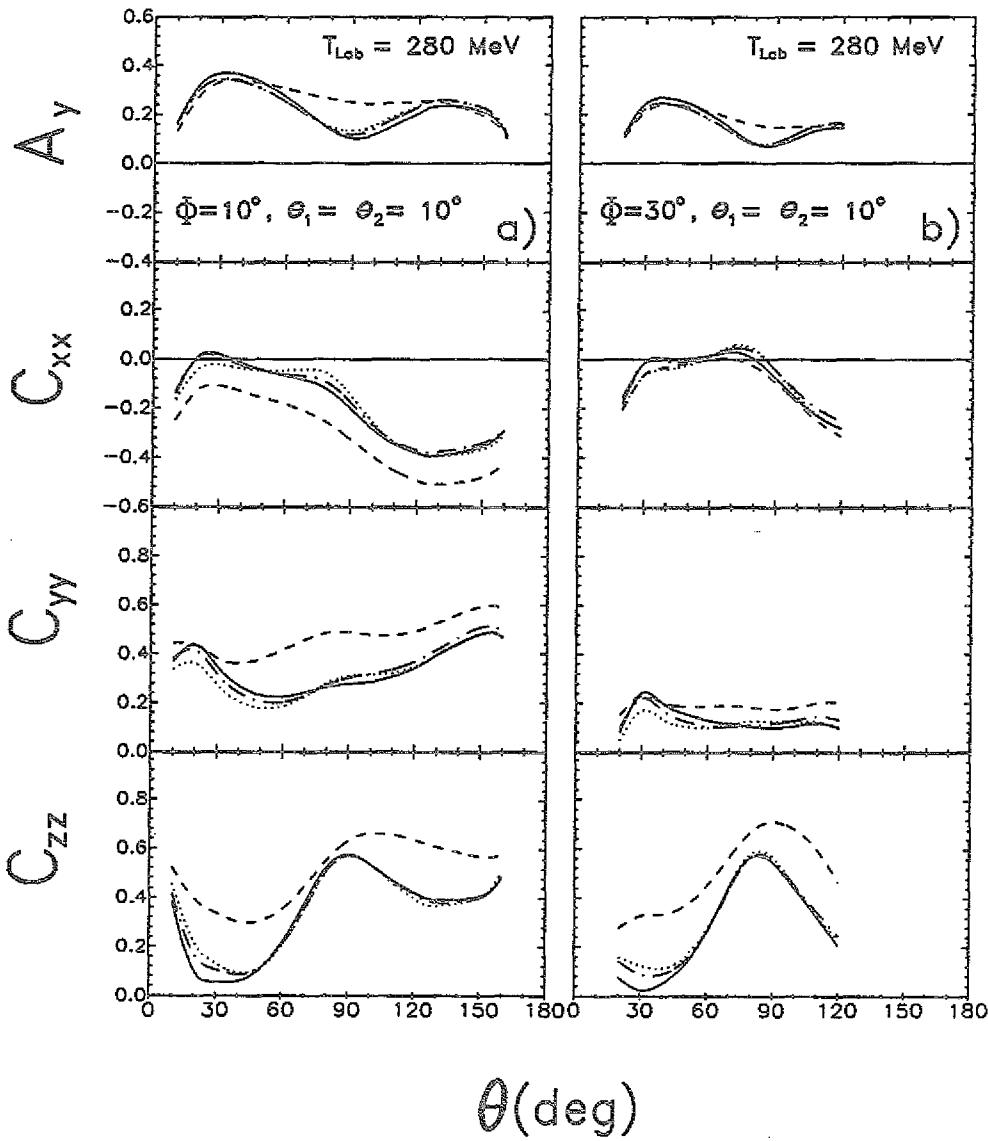


Abb. 6.21: Nicht-komplanare Spinobservable bei einer Einschußenergie von  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  für Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  als Funktion des Photonemissionswinkels. Die Nicht-Komplanaritätswinkel betragen  $\phi = 10^\circ$  (Spalte a)) und  $\phi = 30^\circ$  (Spalte b)). Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 6.19.

unterworfen sein. Für hochenergetische Photonen wird der  $\text{pp}\gamma$ -Prozeß vom Magnetisierungsstrom dominiert [97], da der Konvektionsstrom stark unterdrückt ist und der Zweikörperstrom in unserer Näherung sogar verschwindet. Damit scheint die  $\text{pp}\gamma$ -Reaktion die für diese Untersuchung optimalen Bedingungen bereitzustellen.

Ein zweiter Grund, warum die  $\text{pp}\gamma$ -Reaktion besonders geeignet für den genannten Zweck erscheint, ist die große Unabhängigkeit vom verwendeten Potentialmodell.

Wie wir bereits in den vorhergehenden Abschnitten gesehen haben, liefern bis auf die Ausnahme OBEPT alle anderen untersuchten NN-Potentiale praktisch die gleichen Resultate für die Observablen in der  $p\gamma$ -Reaktion. Auch andere Autoren [108, 31, 59, 55, 56] die unterschiedliche On-Shell-äquivalente Potentiale benutzen kommen zu den gleichen Ergebnissen in den Wirkungsquerschnitten und Spinobservablen. Dies impliziert aber, daß die detaillierte Struktur der NN-Wechselwirkung, sobald sie die NN-Streuphasen beschreibt, die Ergebnisse für die  $p\gamma$ -Reaktion nicht mehr sonderlich beeinflußt. Somit kann die Proton-Proton-Bremsstrahlungsreaktion als gutes Werkzeug angesehen werden, um den grundlegenden, hier vorliegenden Produktionsmechanismus für Photonen zu untersuchen. Nyman [109] studierte bereits den aus Dispersionsrelationen erhaltenen [110] Off-Shell-Proton-Formfaktor mittels der  $p\gamma$ -Reaktion in der Soft-Photon-Näherung. Da diese Untersuchungen bei niedrigen Einschüßenergien stattfanden und sich zudem nur auf den Wirkungsquerschnitt bezogen, sollen in diesem Abschnitt nun in unserem Modell und bei höheren Einschüßenergien die Konsequenzen eines Off-Mass-Shell-Formfaktors auf die Observablen in der  $p\gamma$ -Reaktion untersucht werden.

Für reelle Photonen, wie sie in der  $p\gamma$ -Reaktion auftreten, lautet der  $p\gamma$ -Vertex nach Gl. (4.8) und Gl. (4.10)

$$\Gamma_\mu(p', p) = e \left[ e_N \gamma_\mu - \frac{i \sigma_{\mu\nu} k^\nu}{2m} F_2(0, W', W) \right], \quad (6.13)$$

wobei die Projektion auf Dirac-Spinoren positiver Energie vorausgesetzt wurde. Wie bereits in Gl. (4.11) gezeigt, reduziert sich  $F_2$  auf der Massenschale auf  $\kappa_p$ , das anomale magnetische Moment des Protons. Um die folgende Diskussion zu vereinfachen, sei hier noch die Funktion  $\bar{F}_2(W)$  eingeführt, die über

$$\bar{F}_2(W) = \frac{F_2(0, W, m)}{F_2(0, m, m)} \quad (6.14)$$

definiert ist und  $\bar{F}_2(m) = 1$  erfüllt.

Wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, ist  $F_2$  experimentell nicht bekannt und seine theoretische Berechnung erfordert mikroskopische dynamische Modelle, wie sie beispielsweise von Naus und Koch [87] sowie Tiemeijer und Tjon [83] in einem Vektor-Dominanz-Modell entwickelt wurden. Speziell an das zweite Modell ist auch die hier

verwendete Parametrisierung von  $\bar{F}_2(W)$  angelehnt. Sie ist wie folgt definiert:

$$\bar{F}_2(W) = 1 + A \cdot \left( \frac{W^2}{m^2} - 1 \right) + B \cdot \left( \frac{W^2}{m^2} - 1 \right)^2. \quad (6.15)$$

Die Resultate von Ref. 83 entsprechend der pseudoskalaren NN $\pi$ -Kopplung werden mit  $A = -0.13$  und  $B = -0.04$  reproduziert, während jene mit der pseudovektoriellen Kopplung am NN $\pi$ -Vertex durch die Wahl von  $A = -0.2$  und  $B = 0$  erzielt werden. Da diese Resultate für die Off-Shell-Formfaktoren jedoch auf relativ einfachen dynamischen Modellen basieren, sind die erhaltenen Ergebnisse mit einer relativ großen Unsicherheit behaftet [111]. Trotzdem bieten sie einen Anhaltspunkt und bestimmen mehr oder weniger den Bereich der Parameter  $A$  und  $B$  die im folgenden untersucht werden.

Wie bereits in den einleitenden Bemerkungen zu diesem Kapitel erwähnt wurde, läßt sich die externe Bremsstrahlungsamplitude als  $M = M_a + M_b$  schreiben, wobei  $M_b$  die Photonemission nach der starken Wechselwirkung und  $M_a$  die Photonemission vor der starken Wechselwirkung beschreibt. Aufgrund der Energie- und Impulserhaltung unterscheiden sich die invarianten Massen der Off-Shell-Nukleonen, die in den Zwischenzuständen der vier externen Amplituden auftreten ( $M_a$  und  $M_b$ , wobei jeweils die Photonemission von Nukleon 1 bzw. 2 geschehen kann). Somit ändert der Off-Shell-Formfaktor des Nukleons die relative Größen der verschiedenen Amplituden im Gegensatz zu dem Fall, wenn der On-Shell-Formfaktor benutzt wird.

In Abb. 6.22 sind der komplanare Wirkungsquerschnitt, die Analysierstärke und der Spinkorrelationskoeffizient  $C_{xx}$  für  $A = \pm 0.5$  und  $B = 0$  dargestellt. Dies entspricht einer Variation des Formfaktors von ungefähr  $\pm 10\%$  im Vergleich zu seinem On-Shell-Wert (= 1) in dem hier betrachteten Bereich. Das Verhältnis von invarianten Masse und physikalischer Masse reicht dann von ca. 0.78 bis 0.92 in der Amplitude  $M_a$  und von 1.08 bis 1.14 in der Amplitude  $M_b$ .

Der Effekt, den die Variation von  $A$  auf den Wirkungsquerschnitt hat, kann man qualitativ verstehen, wenn man in Betracht zieht, daß für  $A > 0$  die Amplitude  $M_a$  im Vergleich zu ihrem On-Shell-Wert abnimmt (beachte die Größe der invarianten Masse  $W$  im Vergleich zur Nukleonenmasse  $m$ ), während  $M_b$  anwächst und somit die Summe, also die gesamte Amplitude  $M$ , praktisch unverändert bleibt. Das gleiche gilt für  $A < 0$ , dann gewinnt  $M_a$  an Stärke und  $M_b$  wird reduziert. Nur für sehr

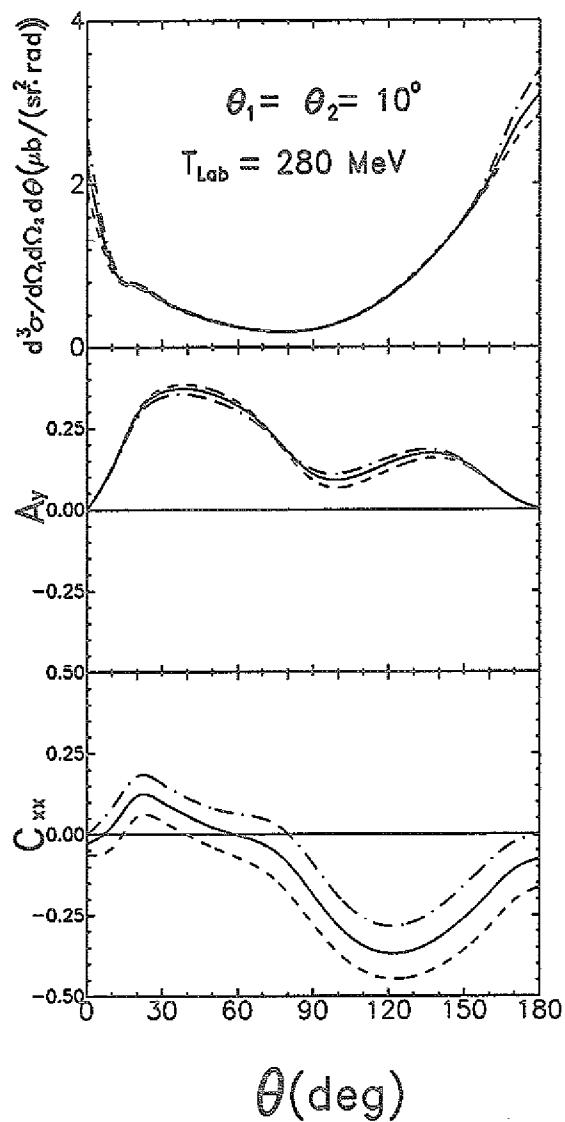


Abb. 6.22:  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt, Analysierstärke  $A_y$  und Spinkorrelationskoeffizient  $C_{xx}$  in der komplanaren Geometrie bei einer Einschussenergie von  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  für Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  als Funktion des Photonemissionswinkels. Die durchgezogenen Kurven stellen das mit dem On-Shell-Formfaktor ( $A = B = 0$  in Gl. (6.15)) erhaltene Ergebnis dar. Die gestrichelten (strichpunktuierten) Kurven wurden mit  $A = 0.5$  ( $A = -0.5$ ) und  $B = 0$  berechnet.

kleine und große Protonenstreuwinkel, wo die Energie des emittierten Photons fast die Maximalenergie erreicht, ist die Situation anders. Für diese Photonenstreuwinkel dominiert die Amplitude  $M_a$  über  $M_b$ , da hier die Wechselwirkungsstärke des  ${}^1S_0$ -Zustandes in  $M_a$  sehr groß ist. Das röhrt davon her (siehe vorherige Abschnitte und

Ref. 27), daß in jenen Fällen, der Endzustand des NN-Systems eine sehr kleine relative Energie besitzt. Neben dem generellen Anwachsen und Abschwächen von  $M_a$  in Abhängigkeit des Vorzeichens des Parameters  $A$  tritt eine starke Unterdrückung des Beitrages des  $^1S_0$ -Zustandes auf, die durch die destruktive Interferenz der beiden in  $M_a$  auftretenden Terme des Magnetisierungsstroms verursacht wird [27]. Diese Unterdrückung wird für Photonenemissionswinkel in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung minimiert, da die Off-Shell-Formfaktoren die zwei interferierenden Terme in  $M_a$  unterschiedlich wichtigen. Obwohl diese unterschiedlichen Gewichte sich nur schwach unterscheiden, haben sie einen nicht vernachlässigbaren Effekt im Wirkungsquerschnitt, da die T-Matrixelemente des  $^1S_0$ -Zustandes sehr groß sind. Dieses Verhalten kann besser im inklusiven Wirkungsquerschnitt für feste Photonenenergie als Funktion des Photonenemissionswinkels untersucht werden, wie später noch zu sehen ist (siehe auch Abb. 6.23). Ein positiver (negativer) Parameter  $B$  erhöht (erniedrigt) die Beiträge von  $M_a$  und  $M_b$  und führt so zu einem generellen Anwachsen (Abnehmen) des Wirkungsquerschnitts. Da jedoch in dem hier betrachteten kinematischen Bereich nur eine relativ beschränkte Off-Shell-Region untersucht wird, ist der  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt weniger sensitiv auf den Parameter  $B$  als auf den Parameter  $A$ , beispielsweise wird der Wirkungsquerschnitt für  $B = 1$  um 5% erhöht.

Die Analysierstärke zeigt wenig Sensitivität auf Modifikationen des Off-Shell-Formfaktors durch den Parameter  $A$ . Dies stammt aus der Insensitivität der Analysierstärke bezüglich des  $^1S_0$ -Zustandes [27]. Da alle interferierenden Amplituden durch die Variation des quadratischen Terms  $B$  um einen ähnlichen Betrag modifiziert werden, verändert sich auch das Verhältnis der polarisierten Wirkungsquerschnitte kaum, wie es in  $A_y$  und den Spinkorrelationskoeffizienten auftritt.

Die Resultate für den Spinkorrelationskoeffizient  $C_{xx}$  [100] sind im unteren Teil von Abb. 6.22 dargestellt. Dieser Koeffizient misst die Differenz der Wirkungsquerschnitte mit parallelen und antiparallelen Spinstellungen von Target und Projektil. Die Spinorientierungen liegen hierbei in der Reaktionsebene (siehe auch Abschnitt 5.3). Während die Analysierstärke durch die Variation des Off-Shell-Formfaktors kaum beeinflußt wird, hängt  $C_{xx}$  ziemlich stark von dem Formfaktor ab. Das gleiche gilt für  $C_{zz}$ , was hier nicht gezeigt ist. Eine Änderung von ungefähr  $\pm 10\%$  im Formfaktor im Vergleich zu seinem On-Shell-Wert führt zu einer Änderung dieser Spinobservablen von etwa  $\pm 0.15$ . Die von der TRIUMF-Gruppe [58] gemessenen Daten der

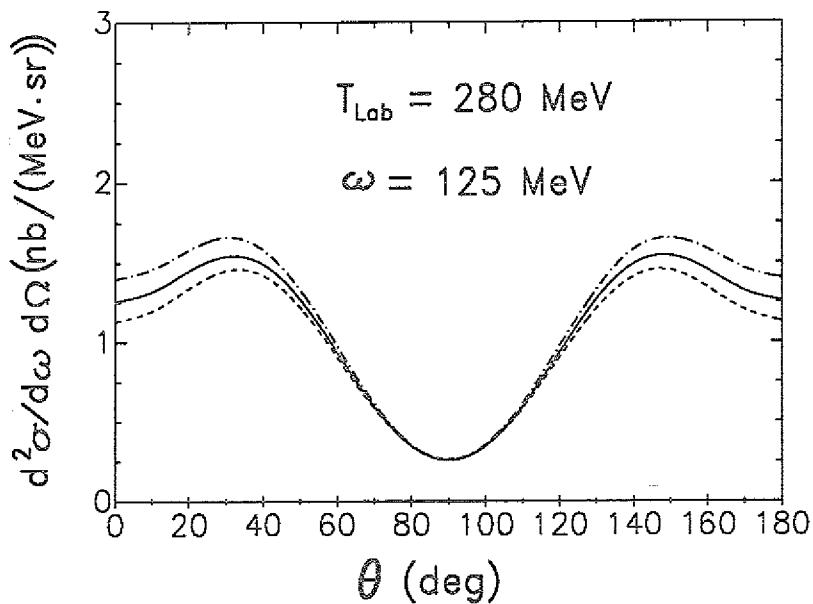


Abb. 6.23: Inklusiver  $p\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im NN-CMS des Anfangszustandes als Funktion des Photonemissionswinkels. Die Einschussenergie beträgt  $T_{\text{lab}} = 280 \text{ MeV}$  und die Photonenergie ist  $\omega = 125 \text{ MeV}$ . Die Kurven bezeichnen die gleich Parameterwahl für A und B wie in Abb. 6.22.

Analysierstärke weisen eine typische Unsicherheit von ca.  $\pm 0.07$  auf und natürlich sind die Spinkorrelationskoeffizienten schwieriger zu messen als die entsprechende Analysierstärke. Aber trotzdem deutet dieser Vergleich an, wie gut die Möglichkeiten oder auch wie stark die Beschränkungen sind, die  $p\gamma\gamma$ -Reaktion zur Extraktion von Information über den Halb-Off-Shell-Vertex zu benutzen. Die beobachteten Effekte des Off-Shell-Formfaktors in  $C_{xx}$  werden hauptsächlich durch die nicht-diagonalen  ${}^3FP_2$ - und  ${}^3PF_2$ -Tensorzustände verursacht. Wenn diese Zustände nicht in die Berechnung mit einbezogen werden, ist die Sensitivität der Spinkorrelationskoeffizienten bezüglich der Variation des Off-Shell-Formfaktors stark reduziert. Der Spinkorrelationskoeffizient  $C_{yy}$ , bei dem die Spinorientierungen senkrecht zur Reaktionsebene sind, zeigt eine sehr schwache Abhängigkeit vom Formfaktor. Genauere numerische Analysen ließen keine eindeutig bestimmbarer Ursache für dieses Verhalten erkennen.

In Abb. 6.23 ist die Winkelverteilung des inklusiven Wirkungsquerschnitts für die Emission eines sehr hochenergetischen Photons dargestellt. Für die kinemati-

schen Bedingungen, die in dem hier betrachteten Energiebereich erreicht werden, führt nur der  $A$ -Term im Formfaktor zu spürbaren Veränderungen des Wirkungsquerschnitts für Photonenemissionswinkel in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung, d.h. niedrige relative Protonenenergie im Endzustand. Allerdings sind diese Modifikationen wie bereits beim komplanaren Wirkungsquerschnitt zu gering, um experimentell erfaßt werden zu können.

Es sei noch erwähnt, daß in diesem Abschnitt der Einkörper-Rescatteringbeitrag vernachlässigt wurde. Der  $NN\gamma$ -Vertex im Rescatteringterm erfordert den Full-Off-Shell-Formfaktor aus Gl. (4.1), für den keine Modellrechnungen existieren. Eine Abschätzung, bei der der Full-Off-Shell-Formfaktor  $F(0, W, W')$  ähnlich parametrisiert wurde wie in Gl. (6.15), ergab, daß dieser Beitrag praktisch unempfindlich auf eine solche Modifikation des Formfaktors reagiert. Damit sollten aber die in diesem Abschnitt erzielten qualitativen Aussagen noch Bestand haben, wenn der Rescatteringbeitrag konsistent mit entsprechendem Full-Off-Shell-Formfaktor in der Rechnung berücksichtigt wird.

# Kapitel 7

## Neutron–Proton–Bremsstrahlung

Nachdem im vorhergehenden Kapitel die Proton–Proton–Bremsstrahlung eingehend untersucht wurde, soll hier nun die Neutron–Proton–Bremsstrahlung studiert werden. Untersuchungen dieses Prozesses wurden z.B. bereits in den Refn. 12, 29 bei niedrigeren Einschussenergien und größeren Nukleonestreuwinkeln vorgenommen. Zudem wurden in beiden Arbeiten unterschiedliche Korrekturen zur  $n\gamma$ -Amplitude berücksichtigt. Während in Ref. 12 der nicht-relativistische elektromagnetische Stromoperator verwendet und der Einkörper-Rescatteringbeitrag exakt berechnet wurde, sind in Ref. 29 zwar die relativistischen Spinkorrekturen berücksichtigt worden, aber der Einkörper-Rescatteringbeitrag wurde nur in der Näherung weicher Photonen verwendet; d.h. der Magnetisierungsstrom fehlte im RES-Beitrag ganz. Wir wollen hier nun beide Korrekturen (RSC und RES) in unserer  $n\gamma$ -Amplitude berücksichtigen. Eine neuere Rechnung von Jetter [35] berücksichtigt zwar auch beide Korrekturen, verwendet aber ebenfalls für den Einkörper-Rescatteringbeitrag eine Näherung, nämlich die MSPA (modified soft-photon approximation) die in Ref. 97 eingeführt wurde.

Wir wollen nun in unserem Modell (Zweikörperstrom in der SPA und Einkörper-Rescatteringbeitrag exakt) das Studium der  $n\gamma$ -Reaktion fortsetzen. Da, wie erwähnt, bereits andere Studien zu dem  $n\gamma$ -Prozeß vorliegen, kann der Überblick, über die einzelnen Beiträge bzw. Korrekturen zur  $n\gamma$ -Amplitude, der im nächsten Abschnitt gegeben werden soll, kurz ausfallen. Im zweiten Abschnitt nehmen wir einen Vergleich unserer Rechnung mit experimentellen Daten vor. Dann untersuchen wir, wie deutlich die Off-Shell-Effekte der NN-Wechselwirkung im  $n\gamma$ -Prozeß hervortreten und vergleichen schließlich verschiedene NN-Potentialmodelle in der Neutron–Proton–Bremsstrahlung.

Falls nicht anders erwähnt, wird wie im Falle der Proton–Proton–Bremsstrahlung in den vorgenommenen Betrachtungen das OBEPQ–Potential [52, 94] verwendet.

## 7.1. Zweikörperstrombeitrag und relativistische Effekte

Der größte Unterschied des  $n\gamma$ -Prozesses im Vergleich zum  $p\gamma$ -Prozeß besteht in der Bedeutung des Zweikörperstrombeitrages. Da im  $np$ -System durch die starke Wechselwirkung geladenene Mesonen ausgetauscht werden, an welche wiederum das Photon ankoppeln kann, ist dieser Beitrag sehr groß. In Ref. 12 wurde nämlich gezeigt, daß der Hauptbeitrag zum Zweikörperstrom durch die Isospinabhängigkeit des NN-Potentials erzeugt wird, d.h. in einem mikroskopischen Modell durch den Austausch von geladenen Mesonen. Die Effekte, die die nicht-lokalen Anteile des NN-Potentials auf den Zweikörperstrom haben, sind vernachlässigbar [12].  $V_{em}^{(2)}$  verschwindet auch nicht in der hier benutzten Näherung weicher Photonen (siehe Abschnitt 4.3), wie das für die Proton-Proton-Bremsstrahlung der Fall ist. Wir wollen uns hier aber nicht mit den einzelnen Bestandteilen des Zweikörperstromes beschäftigen, sondern untersuchen, wie sich die Berücksichtigung bzw. das Vernachlässigen des gesamten Zweikörperstromes auf die Observablen des  $n\gamma$ -Prozesses auswirkt.

In Abb. 7.1 ist nun der Effekt von  $V_{em}^{(2)}$  auf die  $n\gamma$ -Reaktion dargestellt. Gezeigt sind alle in dieser Arbeit betrachteten Observablen in der komplanaren Geometrie bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$ . Die Nukleonenstreuwinkel betragen  $10^\circ$  (Abb. 7.1a) und  $30^\circ$  (Abb. 7.1b). Die durchgezogenen Kurven entsprechen dem vollen Modell, die strichpunktuierten Kurven beinhalten nur den Einkörperstrom (externer + RES-Beitrag), d.h.  $V_{em}^{(2)}$  wurde nicht berücksichtigt. Die gestrichelten Kurven in den Figuren des Wirkungsquerschnitts entsprechen dem Zweikörperstrombeitrag.

Betrachten wir nun zunächst Abb. 7.1a. Für Vorwärts- und Rückwärtsphotonemissionswinkel ergibt der Zweikörperstrombeitrag ca. 50% des Wirkungsquerschnitts (bei  $0^\circ$  sogar etwas mehr). Die Berücksichtigung des Einkörperstromes alleine (strichpunktuiert) liefert für diese Photonemissionswinkel nur knapp 15% des Wirkungsquerschnitts. Das wiederum bedeutet aber, daß die Interferenz von Ein- und Zweikörperstrombeiträgen bei den betrachteten kinematischen Verhältnissen von enormer Bedeutung ist. Für Photonemissionswinkel, bei der die Photonenergie geringer ist als für Vorwärts- und Rückwärtsemissionswinkel (siehe auch Abb. 6.1) nimmt die relative Bedeutung des Zweikörperstromes ab bzw. die des Einkörper-

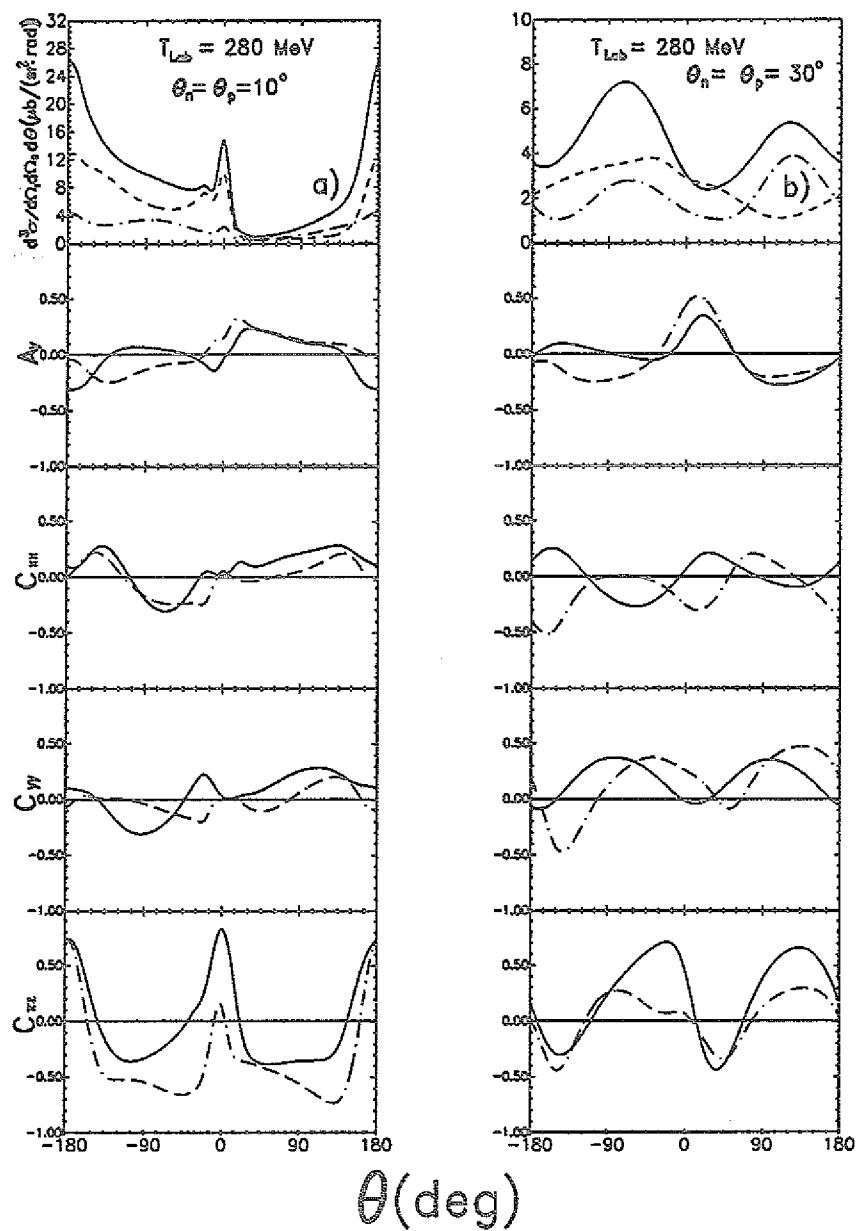


Abb. 7.1: Zweikörperstrombeitrag zu den  $n\gamma\gamma$ -Observablen in der komplanaren Geometrie bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  und Nukleonestreuwinkeln von  $10^\circ$  (Teil a) und  $30^\circ$  (Teil b). Die durchgezogenen Kurven entsprechen der vollen Rechnung, die strichpunktuierten berücksichtigen nur  $V_{em}^{(1)}$  und die gestrichelten nur  $V_{em}^{(2)}$ .

stromes zu. Dieses Verhalten der einzelnen Strombeiträge als Funktion der Photonenergie wurde auch in Ref. 97 beobachtet. Der Effekt, den die Vernachlässigung

des Zweikörperstrombeitrages auf die Spinobservablen ausübt, ist von der gerade betrachteten Observable und vom Photonemissionswinkel abhängig. Die größten Effekte treten jedoch für den Spinkorrelationskoeffizienten  $C_{zz}$  auf.

Für größere Nukleonenstreuwinkel Abb. 7.1b sind die Auswirkungen von  $V_{em}^{(2)}$  auf den Wirkungsquerschnitt nicht so gravierend wie für kleinere Nukleonenstreuwinkel. Das liegt wiederum daran, daß bei konstanter Einschussenergie für größere Nukleonenwinkel die Photonenergie abnimmt (siehe Abb. 6.1) und somit auch die Stärke des Einkörperstromes im Verhältnis zum Zweikörperstrom zunimmt [97]. Weiter ist die Interferenz zwischen beiden Stromanteilen nicht mehr in dem Maße von Bedeutung, da die inkohärente Summe der beiden Beiträge bereits praktisch den totalen Wirkungsquerschnitt liefert. Für den Effekt des Zweikörperstromes auf die Spinobservablen gilt ähnliches wie in Abb. 7.1a. Insgesamt scheinen die Spinobservablen hier aber empfindlicher auf den Zweikörperstrom zu reagieren.

Der Effekt der RSC auf die verschiedenen betrachteten np $\gamma$ -Observablen ist für die gleichen kinematischen Bedingungen wie in Abb. 7.1 in Abb. 7.2 dargestellt. Für Nukleonenstreuwinkel von  $10^\circ$  (Abb. 7.2) und Photonemissionswinkel in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung reduzieren die relativistischen Spinkorrekturen den Wirkungsquerschnitt um ca. 30%. Dies liegt wie im Fall der Proton-Proton-Bremsstrahlung an den S-Wellenbeiträgen und zwar in erster Linie am  $^3S_1$ -Partialwellenzustand. Zunächst einmal erreicht man für die betrachteten Photonemissionswinkel sehr niedrige effektive Einschussenergien (vergleiche auch mit den Diskussionen in Abschnitt 6.1), so daß die T-Matrixelemente der S-Partialwellenzustände sehr groß werden. Desweiteren wird im Gegensatz zur Proton-Proton-Bremsstrahlung der RSC-Term gerade dann groß, wenn Spin-Triplett-Zustände sowohl im Anfangs- als auch im Endzustand auftreten. Dies ergibt sich sofort, wenn man sich noch einmal das Spinmatrixelement aus Gl. (6.5) vor Augen führt und berücksichtigt, daß gilt:  $\hat{\nu}_i = \kappa_i \omega / m$ , wobei wir im np $\gamma$ -Prozeß  $\kappa_n \approx -\kappa_p$  haben. Der ebenfalls starke  $^1S_0$ -Partialwellenzustand ist gerade wegen der unterschiedlichen Vorzeichen der anomalen magnetischen Momente stark unterdrückt. Für Photonemissionswinkel, für die die effektive Einschussenergie (siehe Abb. 6.1) wieder ansteigt und die  $^3S_1$ -Partialwellen-T-Matrixelemente an Stärke verlieren, geht auch der Effekt der RSC auf den Wirkungsquerschnitt zurück. Alle Spinobservablen zeigen wie im pp $\gamma$ -Prozeß wenig Empfindlichkeit auf die relativistischen

Spinkorrekturen; gezeigt sind deshalb nur die Analysierstärke  $A_y$  und der Spinkorrelationskoeffizient  $C_{xx}$ . Die anderen Spinobservablen zeigen eine ähnliche Reaktion bezüglich der RSC.

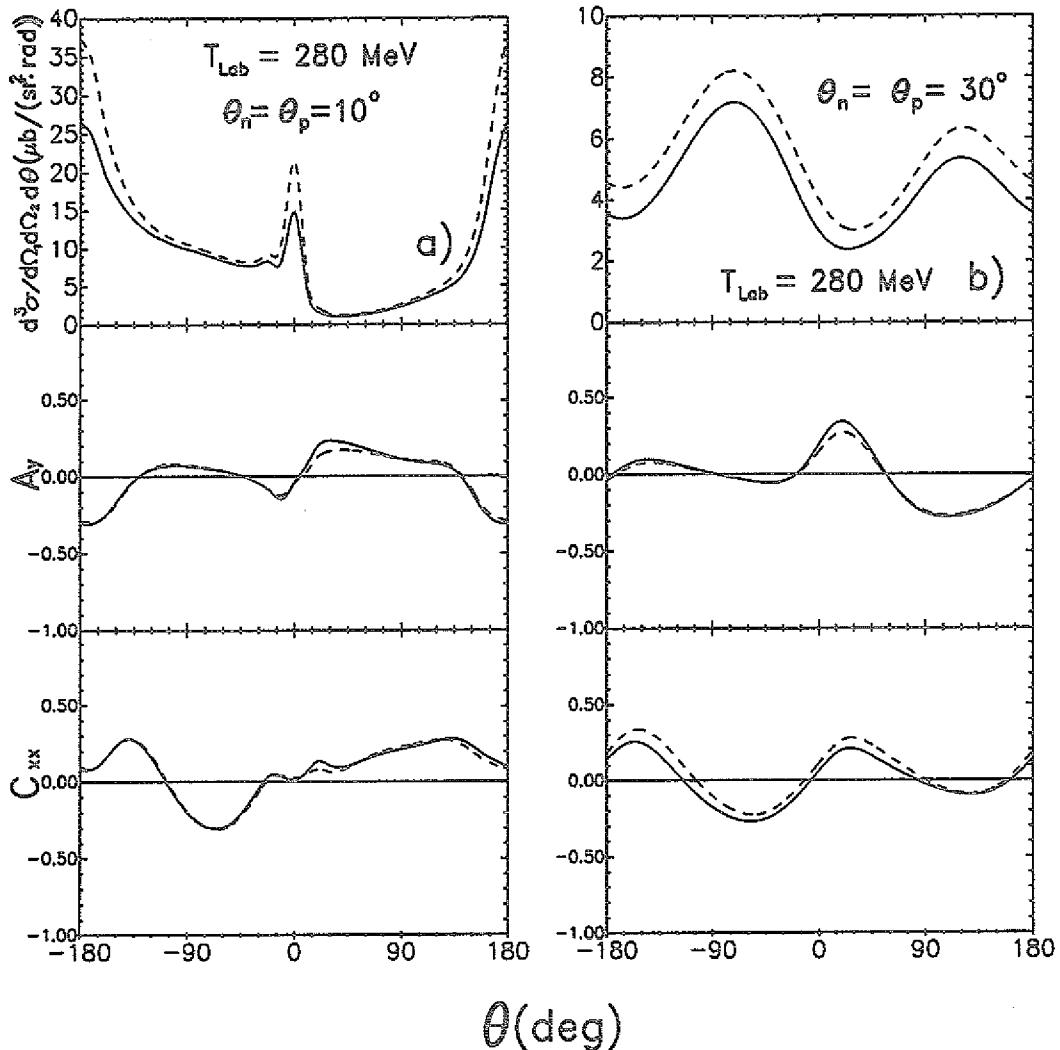


Abb. 7.2: Effekt der RSC auf die  $np\gamma$ -Observablen der komplanaren Geometrie für die gleichen kinematischen Bedingungen wie in Abb. 7.1. Die durchgezogenen Kurven zeigen das volle Modell und die gestrichelten Kurven sind die Resultate unter Vernachlässigung der RSC.

In Abb. 7.2b sind die gleichen Observablen für  $\theta_n = \theta_p = 30^\circ$  dargestellt. Im Unterschied zu den Nukleonenstrewwinkel von  $10^\circ$  erfährt der Wirkungsquerschnitt durch die relativistischen Spinkorrekturen eine Reduktion, die praktisch unabhängig

vom Photonemissionswinkel ist. Dies liegt daran, daß neben der ohnehin konstanten Einschußenergie  $T_{lab}$  auch die effektive Einschußenergie  $T'_{lab}$  (siehe Abb. 6.1) im Vergleich zu der kinematischen Situation aus Abb. 7.2a nur eine geringfügige Variation mit dem Photonemissionswinkel aufweist. Damit erreichen aber auch die Partialwellen-T-Matrixelemente für alle Photonwinkel in etwa die gleiche Stärke, was zu einer Konstanz des Effektes führt. Eine Dominanz einer bestimmten Partialwelle im RSC-Term läßt sich in dieser Geometrie nicht ausmachen. Die untersuchten Spinobservablen zeigen wie für kleine Nukleonentreuwinkel nur eine sehr schwache Reaktion auf die relativistischen Spinkorrekturen.

Im Prinzip bliebe noch die Aufgabe, den Effekt des Einkörper-Rescatteringbeitrages auf die  $n\gamma$ -Amplitude zu untersuchen. Dies wurde jedoch schon in Ref. 97 ohne die Berücksichtigung der RSC getan und es wurde nur ein kleiner Effekt festgestellt. Die Berücksichtigung der RSC führt im Bezug auf den Einfluß des RES-Beitrages auf die  $n\gamma$ -Amplitude zu keinem anderen Resultat. Wir verzichten deshalb hier auf eine ausführliche Diskussion dieses Beitrages.

## 7.2. Vergleich mit experimentellen Daten

Nachdem grob die Effekte der wichtigen Beiträge zur  $n\gamma$ -Amplitude besprochen wurden, soll nun ein Vergleich des hier vorgestellten Modells mit einigen experimentellen Daten vorgenommen werden.

Tab. 1 zeigt einen Vergleich unseres Modells mit einem älteren Datensatz [47, 48] und mit den theoretischen Resultaten aus Ref. 97 und Ref. 35. Gezeigt ist der komplanare über den Photonemissionswinkel integrierte  $n\gamma$ -Wirkungsquerschnitt  $d^2\sigma/d\Omega_n d\Omega_p$  für verschiedene Nukleonentreuwinkel bei einer Neutroneinschußenergie von  $T_{lab} = 200\text{ MeV}$ . Die Resultate in der dritten Spalte entstammen Ref. 97, sind mit dem OBEPQ-Potential gewonnen und vernachlässigen die relativistischen Spinkorrekturen. Die vierte und fünfte Spalte hingegen zeigen die Ergebnisse des aktuellen Modells für das OBEPQ- und das Paris-Potential. Wie bereits nach der Diskussion von Abb. 7.1 erwartet ist der  $n\gamma$ -Wirkungsquerschnitt durch die Berücksichtigung der RSC leicht verringert (vergleich Spalten drei und vier). Dadurch wird die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten geringfügig verschlechtert. Obwohl die experimentellen Daten relativ große Fehler aufweisen, scheint es jedoch so, als ob die vorgelegte theoretische Rechnung die experimentellen Meßwerte ins be-

sondere für große Nukleonenstreuwinkel unterschätzt. Allerdings stimmen unsere Ergebnisse, sowohl die mit dem OBEPQ- als auch mit dem Paris-Potential erhaltenen, gut mit denen aus Ref. 35 überein, denen ebenfalls das Paris-Potential zugrunde liegt.

$\theta_n$	$\theta_p$	Ref. 97	OBEPQ	Paris	Ref. 35	Expt.
30	30	30.8	28.6	27.9	28.9	$35 \pm 14$
35	35	38.7	36.0	35.0	36.7	$57 \pm 13$
38	38	56.4	58.0	56.8	57.2	$116 \pm 20$
40	30	55.6	54.8	53.6	55.4	$114 \pm 44$
45	30	101.0	93.9	91.9	89.7	$132 \pm 53$

Tab. 1: Komplanarer  $n\gamma$ -Wirkungsquerschnitt  $d^2\sigma/d\Omega_n d\Omega_p$  in  $\mu\text{b}/\text{sr}^2$  im Laborsystem bei einer Neutroneneinschussergie von  $T_{lab} = 200\text{MeV}$ . Die verschiedenen Neutron- und Protonstreuwinkel,  $\theta_n$  bzw.  $\theta_p$  sind in Grad angegeben. Die aktuelle Rechnung in den Spalte vier und fünf mit dem OBEPQ- bzw. Paris-Potential schließt alle Partialwellen bis zu einem Gesamtdrehimpuls  $J_{max} = 11$  ein. Die Ergebnisse aus Ref. 97 mit dem OBEPQ-Potential sind in Spalte drei gezeigt und enthalten die RSC nicht. Die Rechnung aus Ref. 35 berücksichtigt die RSC und wurde mit dem Paris-Potential erstellt. Die Daten stammen aus den Refn. 47, 48.

Das Resümee eines Vergleichs mit den neuen Daten aus Ref. 112, der in Abb. 7.3 dargestellt ist, fällt etwas anders aus. Hier ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment sehr gut. Es wird allerdings deutlich, daß zur Beschreibung der experimentellen Daten durch die theoretische Rechnung wesentlich ist, daß die experimentelle Energieverteilung des Neutronenstrahls von ca.  $\pm 35\text{MeV}$  berücksichtigt wird (durchgezogene Kurve). Führt man die Berechnung des Photonenspektrums bei der mittleren Einschussergie von  $T_{lab} = 170\text{MeV}$  durch (gestrichelte Kurve), so mißlingt die Beschreibung des Wirkungsquerschnitts für hochenergetische Photonen, da dann die kinematisch maximal erlaubte Photonenergie bei  $\omega_{max} \approx 75\text{MeV}$  liegt. Erst die Berücksichtigung einer endlichen Energieauflösung des Neutronenstrahls läßt höhere Einschussergien und somit auch höhere Photonenergien zu, was auf eine adäquate Beschreibung der Daten für die hochenergetischen Photonen führt.

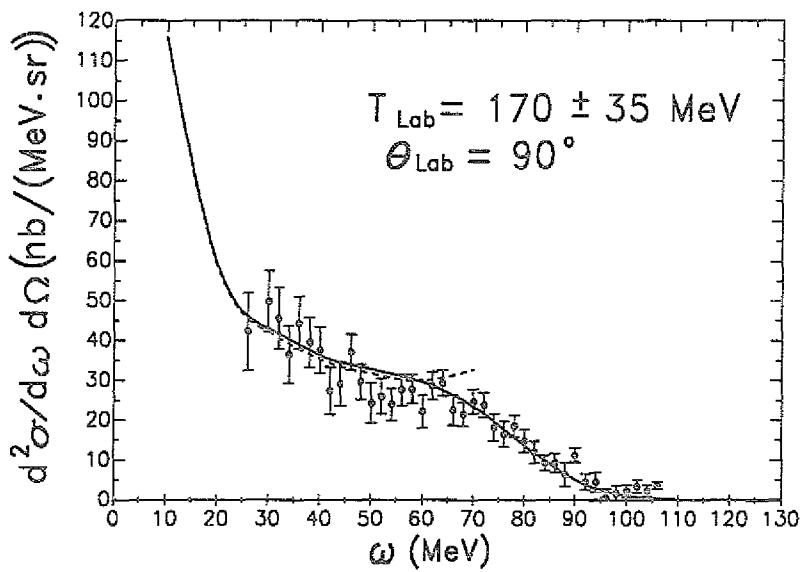


Abb. 7.3: Inklusiver  $n\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Laborsystem als Funktion der Photonenergie bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 170 \pm 35$  MeV. Der Photonenemissionswinkel beträgt  $\theta = 90^\circ$ . Die durchgezogene Kurve entspricht unserem Modell, wobei die Rechnung mit einer Gaußkurve der Halbwertsbreite  $\Gamma_{FWHM} = 70$  MeV und einem Maximum bei  $T_{lab} = 170$  MeV gefaltet wurde. Die gestrichelte Kurve ist das Ergebnis für die selbe Einschussenergie aber ohne Rücksichtnahme auf die endliche Energieauflösung des Neutronenstrahls. Die Daten stammen aus Ref. 112.

Angesichts der gezeigten Übereinstimmung mit den neuen Daten [112] kann man davon ausgehen, daß die hier vorgestellte np-Bremsstrahlungsamplitude in der Lage ist, das Experiment richtig zu beschreiben. Die für manche Nukleonewinkel mehr als qualitative Übereinstimmung mit den älteren Daten [47, 48] bestätigt diese Annahme, da man zudem das ältere Experiment aufgrund der großen Fehler in seiner Bedeutung nicht zu stark wichtigen sollte.

### 7.3. Off–Shell–Effekte im np $\gamma$ –Prozeß

Nachdem nun die gute Übereinstimmung der theoretischen Rechnung mit den experimentellen np $\gamma$ –Daten festgestellt wurde, wollen wir uns in diesem Abschnitt dem Studium der Off–Shell–Effekte in der Neutron–Proton–Bremsstrahlung zuwenden. Die sogenannte On–Shell–Rechnung ist wieder dadurch gekennzeichnet, daß alle in der np $\gamma$ –Amplitude auftretenden Halb–Off–Shell–T–Matrixelemente, über die nicht intergiert wird, gemäß Gl. (6.12) durch die entsprechenden On–Shell–T–Matrixelemente ersetzt werden.

In Abb. 7.4 ist der Vergleich von On–Shell– (Abb. 7.4a) und Off–Shell–Rechnung (Abb. 7.4b) in der komplanaren Geometrie für eine Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  und symmetrische Nukleonestreuwinkel von  $10^\circ$  und  $30^\circ$  gezeigt. Die On–Shell–Ergebnisse sind durch die gestrichelten und die Off–Shell–Resultate durch die durchgezogenen Kurven dargestellt. Auf alle dargestellten Observablen üben die Off–Shell–Effekte einen großen Einfluß auf. Insbesondere verringern die Off–Shell–Effekte den np $\gamma$ –Wirkungsquerschnitt, was auf die starke Energieabhängigkeit der  $^3S_1$ – und  $^1S_0$ –Partialwellen–T–Matrixelemente zurückzuführen ist (vergleiche auch die Diskussion zu den Off–Shell–Effekten in der Proton–Proton Bremsstrahlung in Abschnitt 6.5) Da die Energien der erzeugten Photonen bei den Nukleonestreuwinkeln von  $30^\circ$  kleiner sind als bei  $10^\circ$ , sind die Off–Shell–Parameter  $\Delta_{a,b}^\pm$  aus Gl. (6.3) in Abb. 7.4b kleiner als in Abb. 7.4a, d.h. in der kinematischen Situation von Abb. 7.4b befindet man sich also näher an der Energieschale. Damit sind aber die Off–Shell–Effekte erwartungsgemäß nicht so groß wie in Abb. 7.4a. Eigentlich ist das gebrachte Argument nicht ganz richtig. Denn die Off–Shell–Effekte sind gerade die Unterschiede in der Größe zwischen dem On–Shell–T–Matrixelement und dem in der Bremsstrahlungsamplitude auftretenden Halb–Off–Shell–T–Matrixelement. Nun kann es aber sein, daß beide betrachteten T–Matrixelemente gleich groß sind (siehe z.B. Abb. 6.15). Das bedeutet, es kommt nicht darauf an, wie weit Off–Shell man geht, sondern wie groß die Unterschiede in den betrachteten T–Matrixelementen sind. Im Wirkungsquerschnitt von Abb. 7.4b sind die Off–Shell–Effekte deswegen geringer, weil die S–Wellen–T–Matrixelemente bei niedrigen (effektiven) Einschußenergien (Abb. 7.4a) eine starke Off–Shell–Abhängigkeit zeigen, während dies für hohe Einschußenergien nicht der Fall ist (siehe  $|\alpha|$  in Abb. 6.15 sowie  $|\beta|$  in Abb. 7.6).

Insgesamt kann man sagen, daß die Off-Shell-Effekte der NN-Wechselwirkung in der  $n\gamma\gamma$ -Reaktion ähnlich deutlich hervortreten wie im  $pp\gamma$ -Prozeß.

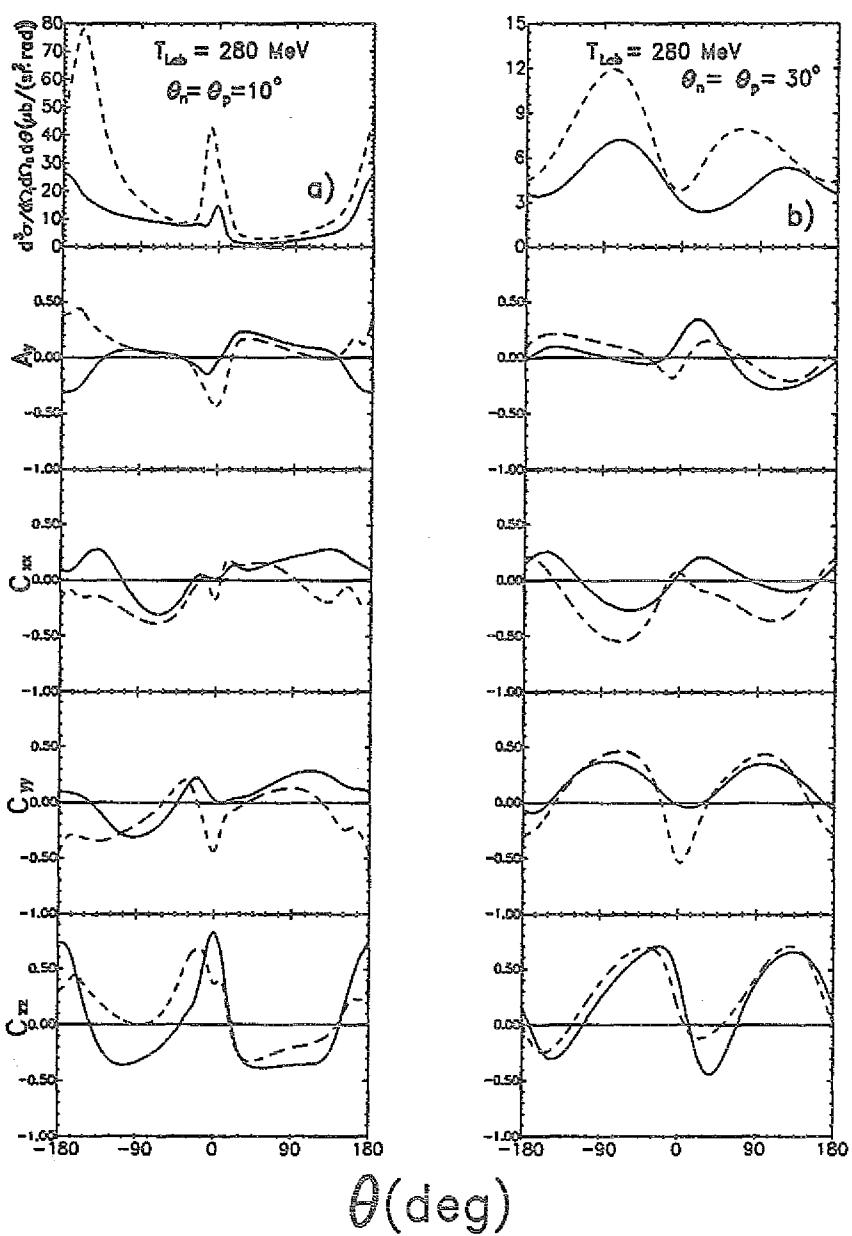


Abb. 7.4: Off-Shell-Effekte in der  $n\gamma\gamma$ -Reaktion in der komplanaren Geometrie (siehe Abb. 7.1). Die durchgezogenen Kurven zeigen die Off-Shell und die gestrichelten Kurven die On-Shell-Rechnung.

## 7.4. Vergleich verschiedener NN– Potentialmodelle im np $\gamma$ –Prozeß

Wie im pp $\gamma$ –Prozeß sollen auch im np $\gamma$ –Prozeß die Ergebnisse, die man bei Verwendung verschiedener NN–Potentialmodelle erhält, einander gegenüber gestellt werden. Während in der pp $\gamma$ –Reaktion nur NN–T–Matrixelemente mit Isospin  $T = 1$  auftreten, hat man in der Neutron–Proton–Bremsstrahlung zusätzlich die NN–T–Matrixelemente mit Isospin  $T = 0$  zu berücksichtigen. Ein Vergleich der benutzten Wechselwirkungen in np $\gamma$ –Prozeß kann sich also nicht auf die Diskussion der Abbn. 6.14, 6.15 beschränken, da diese nur den  $T = 1$  Anteil der benutzten Wechselwirkungen miteinander vergleichen. Die Komponenten der NN Wechselwirkung mit Isospin  $T = 0$  sind in Abbn. 7.5, 7.6 dargestellt.

Nun könnte man wieder wie bereits in Abschnitt 6.6 vorgehen und die np $\gamma$ –Reaktion im Hinblick auf die Empfindlichkeit bezüglich einzelner Komponenten der NN–Wechselwirkung untersuchen. Allerdings ist dies hier viel aufwendiger als in der pp $\gamma$ –Reaktion, da man beide Isospin–Kanäle untersuchen muß. Weiter treten auch keine Mechanismen auf, die bestimmte Teile der NN–Wechselwirkung stark hervorheben oder unterdrücken, wie das in der pp $\gamma$ –Reaktion für die Spin–Singulett–Zustände im Magnetisierungsstrom der Fall ist. Vielmehr weist zusätzlich der Konvektionsstrom in der np $\gamma$ –Reaktion einen Dipolcharakter auf und ist damit stärker als in der Proton–Proton–Bremsstrahlung. Der Magnetisierungsstrom hingegen ist aufgrund der verschiedenen Vorzeichen der magnetischen Momente der Nukleonen zwar schwächer als in der pp $\gamma$ –Reaktion, aber dennoch nicht zu vernachlässigen, insbesondere für hohe Photonenergien. Als entscheidender Punkt tritt dann noch der starke Zweikörperstrom hinzu. Angesichts der Komplexität dieser Situation wollen wir hier einen etwas pragmatischen Standpunkt einnehmen und die np $\gamma$ –Reaktion zunächst als „Black–Box“ benutzen; d.h. wir werden im Prinzip nur schauen ob die Neutron–Proton–Bremsstrahlung in der Lage ist, verschiedene NN–Potentialmodelle zu diskriminieren. Die Suche nach den Ursachen für etwaige Diskrepanzen bei den verschiedenen Potentialen werden wir dann der Sachlage entsprechend gestalten.

Zunächst betrachten wir den  $T = 0$  Anteil für die verschiedenen NN–Wechselwirkungen auf der Energieschale. Die winkelgemittelten Absolutbeträge

der einzelnen Komponenten der On-Shell-Wechselwirkung sind als Funktion der Einschüßenergie  $T_{lab}$  in Abb. 7.5 gezeigt, die entsprechenden Komponenten mit  $T = 1$  hatten wir schon in Abb. 6.14 diskutiert. Die durchgezogenen, gestrichelten und strichpunktuierten Kurven entsprechen wiederum dem OBEPQ-, OBEPT- und Paris-Potential und die T-Matrix des energieabhängigen OBEPT-Potentials ist erneut nur bis unterhalb der Pionproduktionsschwelle berechnet [103] (vergleiche auch die Diskussion zu Abb. 6.14). Ein Vergleich von Abb. 6.14 und Abb. 7.5 ergibt, daß die beiden Isospinanteile der NN-Wechselwirkung in verschiedenen Spinkomponenten unterschiedlich stark sind. Während die Spin-Bahn- und Tensoranteile in beiden Isospinkanälen von gleicher Größenordnung sind, ist die  $P_{S=0}$ -Komponente im  $T = 1$  Anteil viel größer als im  $T = 0$  Anteil; umgekehrt gilt das für die  $P_{S=1}$ -Komponente. Dies beruht auf dem Auftreten der  $^1S_0$ - und der  $^3S_1$ -Partialwellen in den jeweiligen Spinkomponenten.

Aus Abb. 7.5 geht hervor, daß die betrachteten NN-Wechselwirkungen im  $P_{S=1}$ - und Tensoranteil über einen weiten Bereich der Einschüßenergie sehr gut übereinstimmen, ähnlich wie im Fall der Komponenten mit Isospin  $T = 1$ . In der Spin-Bahn-Komponente treten Abweichungen von bis zu 20% der Potentiale untereinander auf. Die Diskrepanzen in der Spin-Singulett-Komponente zwischen dem OBEPT- und den beiden anderen Potentialen sind im Energiebereich von ca.  $30\text{MeV}$  bis ca.  $300\text{MeV}$  in der Größenordnung bis ca. 20%. Etwaige Unterschiede in den On-Shell-Ergebnissen für die np $\gamma$ -Amplitude könnten darauf zurückzuführen sein.

In Abb. 7.6 sind die Halb-Off-Shell-T-Matrizen  $T(\vec{p}', \vec{p}, E_p)$  mit Isospin  $T = 0$  als Funktion des Off-Shell-Impulses  $p'$  für Einschüßenergien von  $T_{lab} = 20\text{MeV}$  und  $280\text{MeV}$  dargestellt (vergleiche auch Abb. 6.15). Wie schon für die On-Shell-T-Matrizen zeigt ein Vergleich der  $T = 1$  (Abb. 6.15) und  $T = 0$  (Abb. 7.6) Anteile, daß diese in den verschiedenen Komponenten der NN-Wechselwirkung unterschiedlich stark sind. Betrachten wir zunächst die Verhältnisse bei der Einschüßenergie von  $T_{lab} = 20\text{MeV}$ . Hier ist die Wechselwirkungsstärke im Spin-Singulett-Anteil größer für die  $T = 1$  als für die  $T = 0$  Komponente, da in der  $T = 1$  Komponente der sehr große Beitrag des  $^1S_0$ -Partialwellenzustandes enthalten ist. Ähnliches gilt wenn auch mit anderen Vorzeichen für den zentralen Spin-Triplett-Anteil. Zu der  $T = 0$  Komponente trägt der  $^3S_1$  Zustand bei, was zu der großen Wechsel-

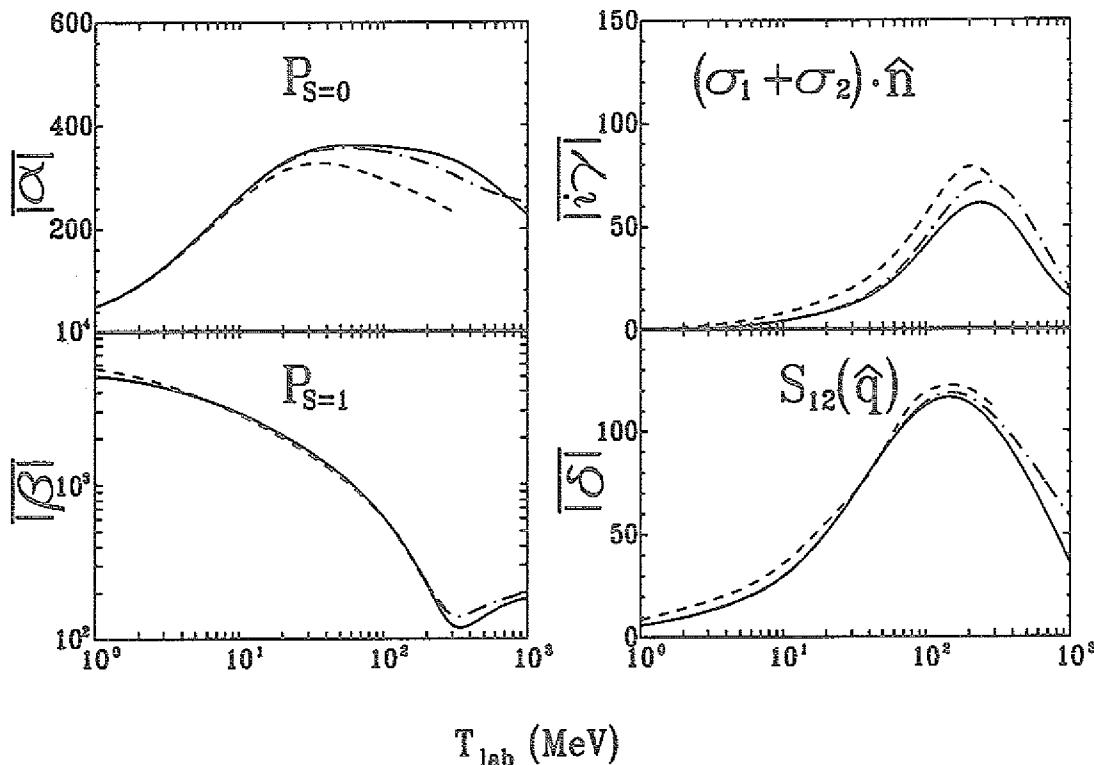


Abb. 7.5: On-Shell-T-Matrizen mit Isospin  $T = 0$  (siehe Abb. 6.15).

wirkungsstärke führt. Während die Spin-Bahn-Beiträge in beiden Isospinkanälen in etwa gleich groß ausfallen, treten bei den Tensorkomponenten, insbesondere bei dem Off-Shell-Tensoranteil  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$ , deutliche Unterschiede in den Wechselwirkungsstärken auf. Ist die  $S_{12}(\hat{q})$  Komponente On-Shell noch für beide Isospinanteile ungefähr gleich groß (vergleiche auch Abb. 6.14 mit Abb. 7.5), so nimmt der Betrag der T-Matrixelemente für den  $T = 0$  Anteil am von der Bremsstrahlungsreaktion getesteten Punkt um das ca. fünf- bis sechsfache zu, während die Stärke für den  $T = 1$  Anteil in etwa gleich bleibt oder sogar etwas reduziert wird. Sehr bemerkenswert ist die Stärke der Off-Shell-Tensorkomponente  $S_{12}(\hat{q}, \hat{Q})$  im  $T = 0$  Anteil. Dieser nimmt hier ca. die hundertfache Stärke an, wie das im  $T = 1$  Kanal der Fall ist. Für die Einschussenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  sind die Unterschiede zwischen den  $T = 1$  und  $T = 0$  Komponenten nicht so frappierend. Hier bewegen sich alle T-Matrizen in der gleichen Größenordnung, wobei die  $T = 0$  Komponenten in manchen Kanälen bis zu einem Faktor von ungefähr zwei größer sind als in den entsprechenden  $T = 1$  Kanälen.

Kommen wir nun zum Vergleich der verschiedenen Potentiale in den  $T = 0$

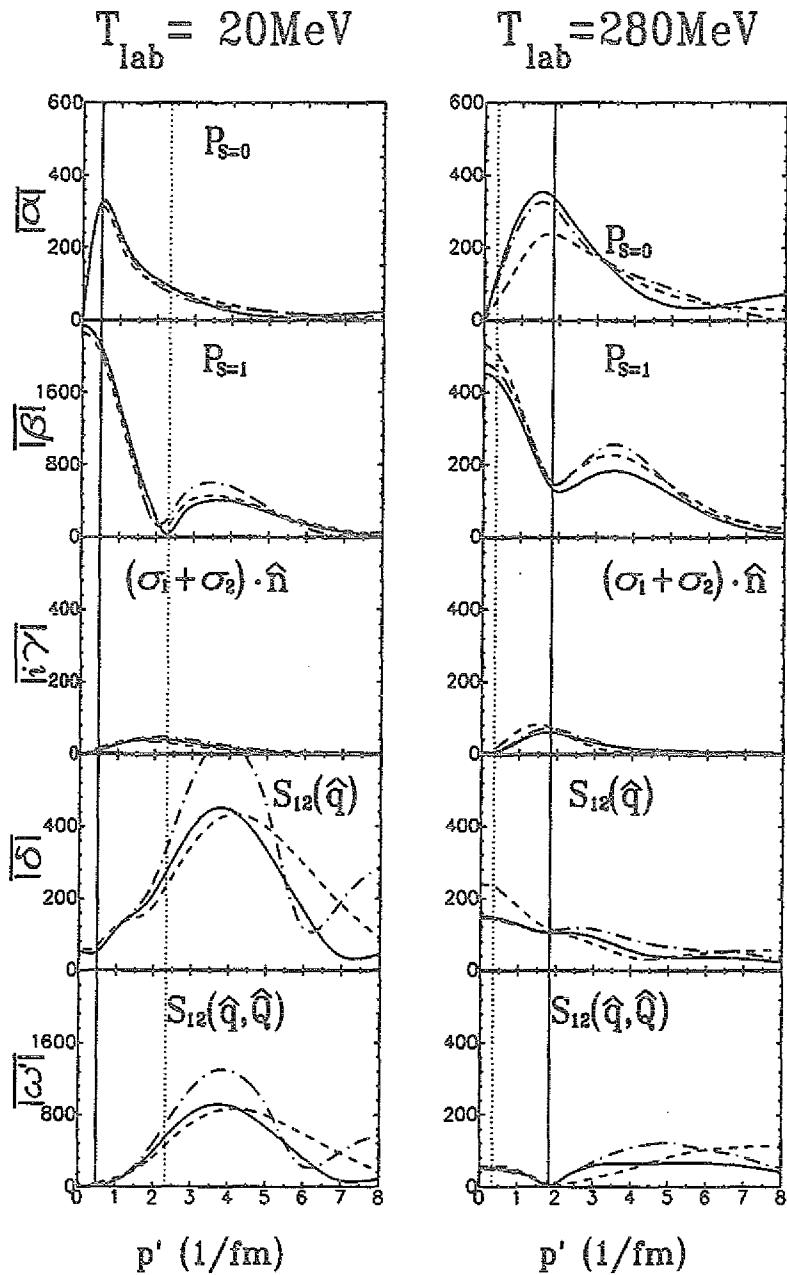


Abb. 7.6: Halb-Off-Shell-T-Matrizen mit Isospin  $T = 0$  (siehe Abb. 6.16).

Kanälen für die Halb-Off-Shell-T-Matrizen aus Abb. 7.6. Betrachten wir zunächst die Verhältnisse für  $T_{lab} = 20\text{MeV}$ . Hier stimmen alle drei Potentiale am On-Shell-Punkt (senkrechte durchgezogene Linie) gut überein. Allerdings treten Abweichungen von ca. 20% in den Tensorkomponenten an dem Punkt auf, der bei einer Einschussenergie von  $T_{lab} = 280\text{MeV}$  von der Bremsstrahlungsreaktion getestet wird (senkrechte gepunktete Linie). Außerhalb des in der Bremsstrahlung bei diesen

Einschußenergien zugänglichen Bereiches (rechts von der senkrechten gepunkteten Linie) fallen sehr große Differenzen insbesondere in beiden dargestellten Tensorkomponenten auf. Diese Diskrepanzen sind allerdings sehr weit Off-Shell und können deshalb nur bei viel höheren Photonenergien erreicht werden, für die wiederum höhere Einschußenergien  $T_{lab}$  benötigt werden. Für Energien oberhalb der Pionproduktionsschwelle verlieren die Potentialmodelle jedoch ihre Gültigkeit, so daß ein Testen dieses kinematischen Bereiches mit diesen NN-Wechselwirkungsmodellen äußerst fragwürdig erscheint. Für die Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  ist die Situation anders. Hier stimmen in dem kinematisch erlaubten Bereich nur die T-Matrizen des OBEPQ- und des Paris-Potentials weitgehend überein. Das OBEPT-Potential unterscheidet sich insbesondere im Spin-Singulett- und  $S_{12}(\hat{q})$ -Anteil von den beiden anderen Potentialen. Im  $P_{S=0}$ -Anteil weicht es sogar am On-Shell-Punkt von den beiden anderen Potentialen ab. Ein ähnliches Verhalten konnten wir bereits im  $T = 1$  Kanal beobachten (vergleiche Abb. 6.15).

Nachdem nun die T-Matrizen der verschiedenen Potentiale direkt miteinander verglichen wurden, sollen im folgenden die Ergebnisse für die  $\text{np}\gamma$ -Observablen, die mit den einzelnen NN-Potentialen erzielt werden, einander gegenüber gestellt werden. Zunächst betrachten wir wie im Fall der Proton-Proton-Bremsstrahlung die Übereinstimmung der verschiedenen Resultate On-Shell und Off-Shell. Dieser Vergleich wird in Abb. 7.7 bei einer Einschußenergie von  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  und Nukleonentreuwinkeln von  $10^\circ$  für den komplanaren  $\text{np}\gamma$ -Wirkungsquerschnitt und die entsprechenden Spinobservablen vorgenommen. Die On-Shell-Resultate sind in Abb. 7.7a und die Off-Shell-Resultate sind in Abb. 7.7b dargestellt. Man erkennt, daß die Übereinstimmung auf der Energieschale in Abb. 7.7a außer für den Spin-korrelationskoeffizienten  $C_{zz}$  sehr gut ist, was wiederum zu erwarten war, da die einzelnen On-Shell-Wechselwirkungen gut übereinstimmen (vergleiche Abb. 6.14 und Abb. 7.5). Die Diskrepanzen, die in Abb. 7.7a bei  $C_{zz}$  auftreten, haben zwei Ursachen, die nicht voneinander zu entkoppeln sind. Zunächst treten bereits in der On-Shell-Wechselwirkung Differenzen zwischen den Potentialen in der  $P_{S=0}$ -Komponente auf (siehe Abb. 7.5) und zum anderen gibt es in der  $\text{np}\gamma$ -Reaktion nicht so eine klare Trennung zwischen On-Shell- und Off-Shell-Rechnung wie in der  $\text{pp}\gamma$ -Reaktion, da in beiden Rechnungen Halb-Off-Shell-T-Matrixelemente benutzt werden müssen, die im RES-Beitrag oder im Zweikörperstrom auftauchen.

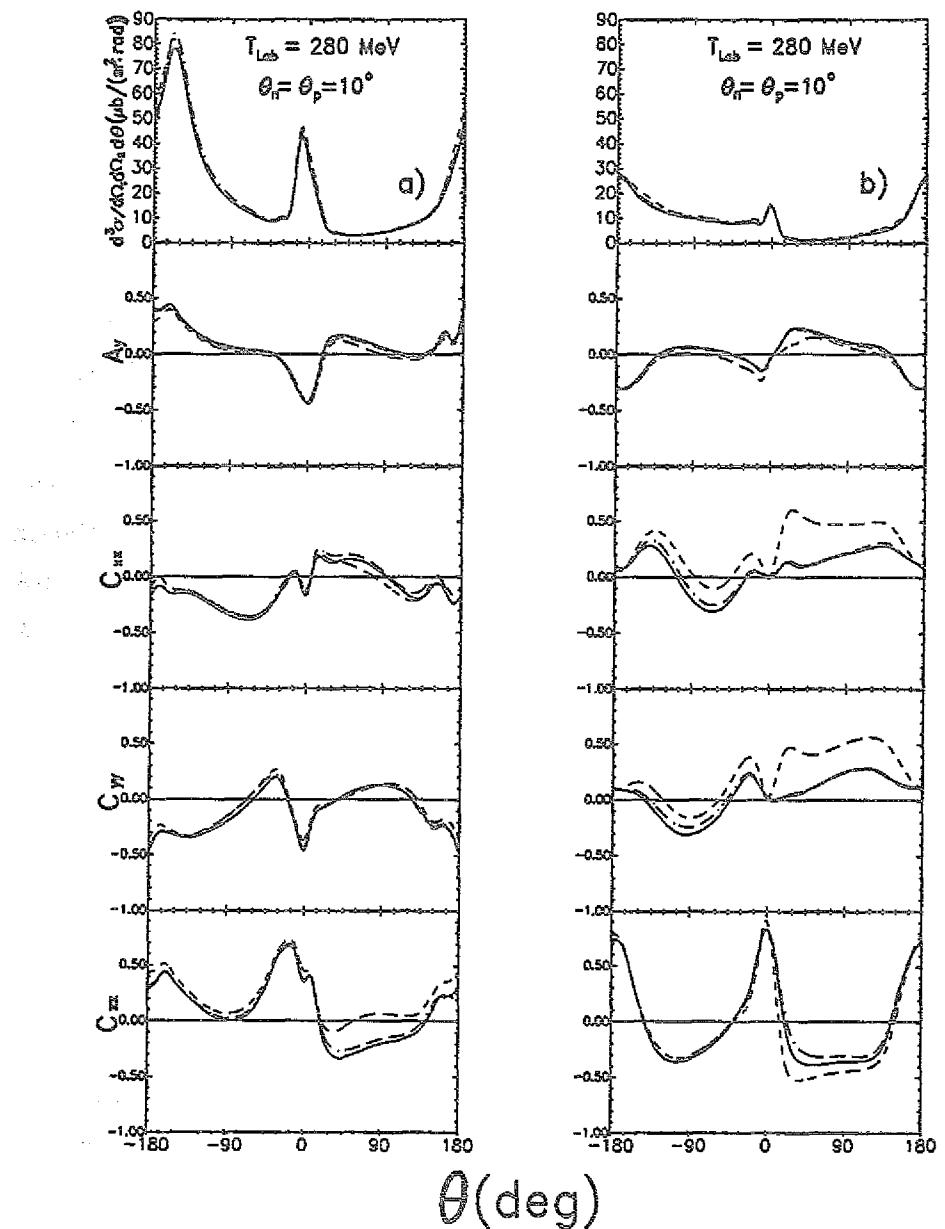


Abb. 7.7: Vergleich von On-Shell- (Teil a) und Off-Shell-Rechnung (Teil b) im  $np\gamma$ -Prozeß der komplanaren Geometrie. Die Kurven bezeichnen dieselben Potentiale wie in Abb. 7.5.

Die Unterschiede in den Halb-Off-Shell-T-Matrizen haben wir bereits in Abb. 6.15 und Abb. 7.6 beobachtet. In Abb. 7.7b, wo die Ergebnisse der Off-Shell-Rechnung dargestellt sind, sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Potentialen für den Wirkungsquerschnitt und die Analysierstärke in etwa gleich groß wie in der On-

Shell-Rechnung. In dieser Geometrie und für diese Observablen macht sich das unterschiedliche Off-Shell-Verhalten der einzelnen Potentiale nicht bemerkbar. Anders sieht das Verhalten der Potentiale bei den Spinkorrelationskoeffizienten  $C_{xx}$  und  $C_{yy}$  aus. Nach der guten On-Shell-Übereinstimmung treten nun Off-Shell deutliche Diskrepanzen zwischen dem OBEPT-Potential und den anderen beiden auf. Dieses Ergebnis ist nun eindeutig auf das verschiedene Off-Shell-Verhalten der einzelnen Potentiale zurückzuführen, da der Anteil, der auch in der On-Shell-Rechnung aus Halb-Off-Shell-T-Matrixelementen besteht, in der Off-Shell-Rechnung der gleiche ist. Eine genauere numerische Analyse ergibt, daß der gerade beobachtete Effekt nicht auf eine bestimmte Komponente bzw. Partialwelle der NN-Wechselwirkung zurückzuführen ist, sondern durch eine nicht-triviale Interferenz mehrere Partialwellen zustande kommt. Werden die Partialwellen  ${}^0P_1$ ,  ${}^3(SD)_1$  und  ${}^3(PF)_2$  abgeschaltet, so stimmen alle drei Potentiale in der On-Shell- wie auch in der Off-Shell-Rechnung überein. Man testet mit  $C_{xx}$  und  $C_{yy}$  also genau wie im  $p\gamma$  hauptsächlich das Off-Shell-Verhalten der Tensorkraft. Für den Spinkorrelationskoeffizienten  $C_{zz}$  ergibt sich eine völlig andere Situation. Hier sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Potentialen in der Off-Shell-Rechnung kleiner als in der On-Shell-Rechnung. Der Grund dafür ist, daß die Potentiale im  $P_{S=0}$ -Anteil für den  $T = 0$  Anteil Off-Shell teilweise besser übereinstimmen als auf der Energieschale (vergleiche Abb. 7.5 und Abb. 7.6). Dieser Effekt wiederum wird durch das Off-Shell-Verhalten der oben genannten Partialwellen überlagert.

Damit läßt Abb. 7.7 also den Schluß zu, daß die beobachteten Differenzen nur für  $C_{xx}$  und  $C_{yy}$  hauptsächlich den Off-Shell-Effekten zuzuschreiben sind. Bei den anderen Observablen treten sie gar nicht auf oder werden durch die Nebeneffekte, daß die T-Matrixelemente bereits auf der Energieschale differieren und daß sowohl im Einkörper-Rescatteringbeitrag als auch im Beitrag des Zweikörperstromes auch in der On-Shell-Näherung immer Halb-Off-Shell-T-Matrixelemente auftauchen, überlagert. Das ist auch der Grund, warum sich die  $p\gamma$ -Reaktion prinzipiell besser zum Studium des Off-Shell-Verhaltens der NN-Wechselwirkung eignen sollte. Hier sind nämlich die Korrekturen zum externen Strom relativ klein, so daß sich ein fast reiner On-Shell  $\leftrightarrow$  Off-Shell-Vergleich durchführen läßt.

Als nächstes wollen wir die Off-Shell-Ergebnisse für die verschiedenen Potentiale für alle hier betrachteten  $n\gamma$ -Observablen für Einschußenergien von  $T_{lab} =$

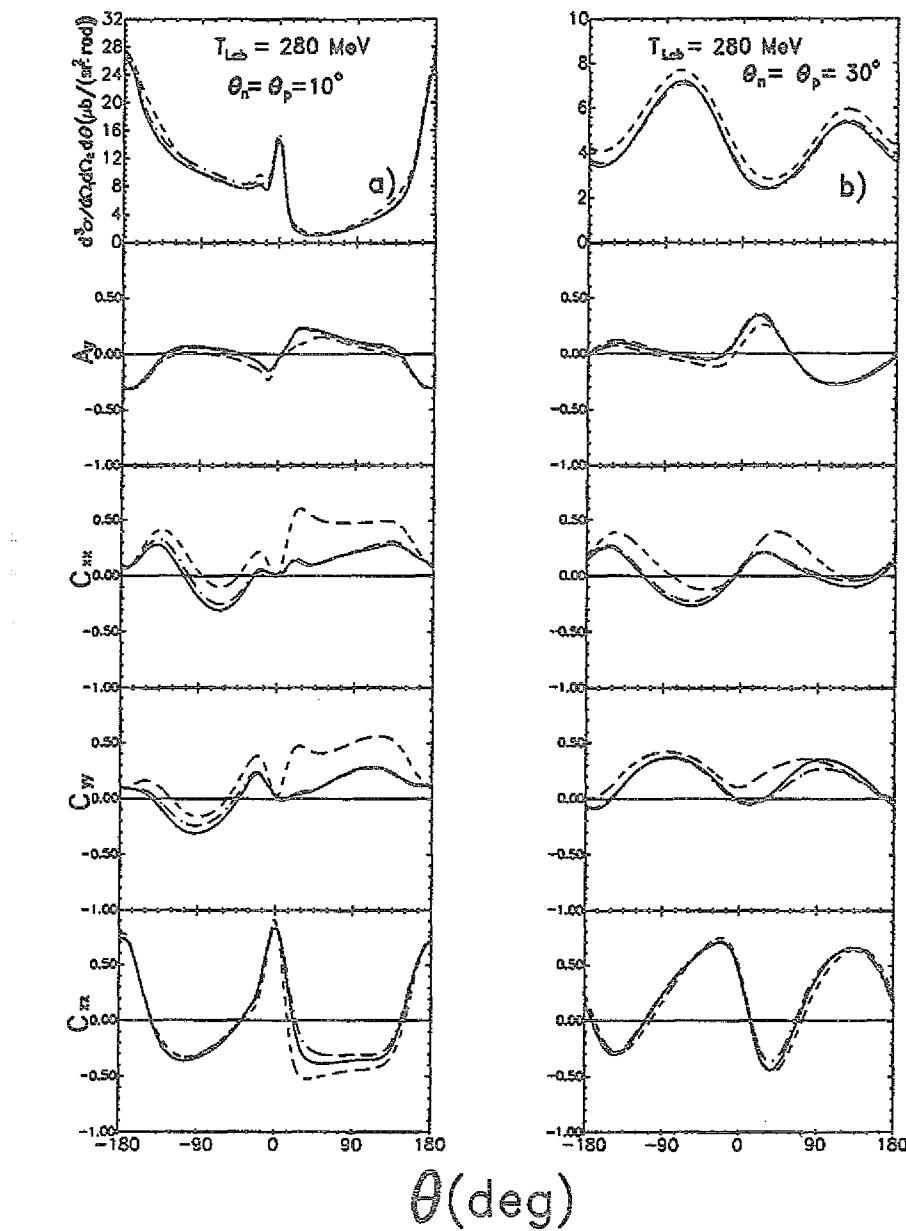


Abb. 7.8: Observablen im  $n\gamma$ -Prozeß. Die Einschussenergie beträgt  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  und die Nukleonenstreuwinkel sind  $10^\circ$  und  $30^\circ$ . Die Kurven bezeichnen die gleichen Potentiale wie in Abb. 7.5.

$280 \text{ MeV}$  und  $150 \text{ MeV}$  untersuchen. In Abb. 7.8 sind die Ergebnisse der drei verschiedenen Potentiale für die Einschussenergie von  $280 \text{ MeV}$  und Nukleonenstreuwinkel von  $10^\circ$  und  $30^\circ$  dargestellt. Gezeigt sind wiederum der komplanare Wirkungsquerschnitt und die zugehörigen Spinobservablen. Abb. 7.8a ist damit identisch mit

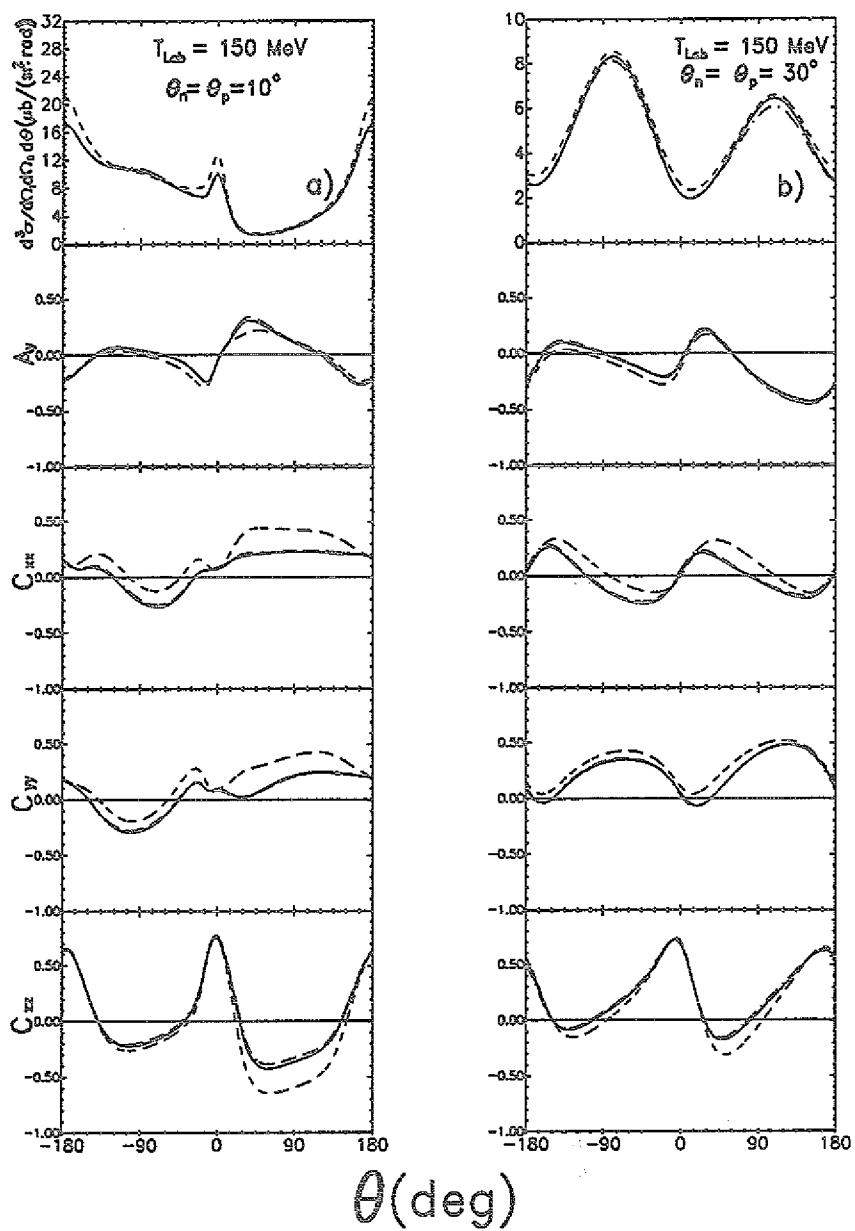


Abb. 7.9: Observablen im  $n\gamma$ -Prozeß. Die Einschußenergie beträgt  $T_{lab} = 150 \text{ MeV}$  und die Nukleonestreuwinkel sind  $10^\circ$  und  $30^\circ$  (siehe Abb. 7.8).

Abb. 7.7b ist aber zum besseren Vergleich noch einmal aufgeführt.

Die Situation der kleinen Streuwinkel von  $10^\circ$  wurde gerade diskutiert. Bei Streuwinkeln von  $30^\circ$  ist die Situation der in Abb. 7.8a sehr ähnlich. Zwar nehmen die Unterschiede zwischen dem OBEPT-Potential und den anderen beiden im Wirkungsquerschnitt etwas zu, aber in den Spinobservablen nähern sich alle Resultate

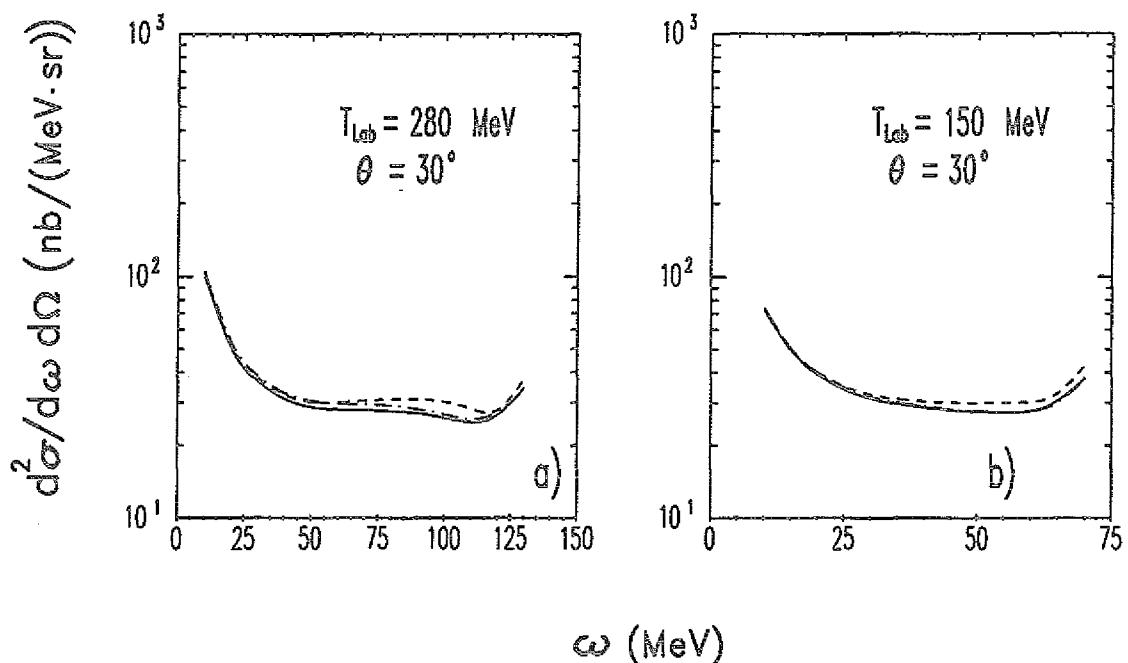


Abb. 7.10: Inklusiver  $n p \gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktssystem als Funktion der Photonenergie für festen Photonemissionswinkel von  $30^\circ$ . Die Einschussenergien betragen  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  (Teil a) und  $T_{lab} = 150\text{ MeV}$  (Teil b) (siehe auch Abb. 7.8).

an einander an.

Die gleichen Geometrien sind für die Einschussenergie von  $T_{lab} = 150\text{ MeV}$  in Abb. 7.9 dargestellt. Für  $\theta_n = \theta_p = 30^\circ$  sind die Unterschiede zwischen den Potentia- len praktisch gänzlich verschwunden. Betrachten wir nun die Verhältnisse für die Nu- kleonenstreuwinkel von  $10^\circ$ . Hier sind genau wie bei  $T_{lab} = 280\text{ MeV}$  die Unterschie- de in den Resultaten für Wirkungsquerschnitt und Analysierstärke nicht besonders erwähnenswert. Im Vergleich zu der höheren Einschussenergie sind die Diskrepanzen in  $C_{xx}$  und  $C_{yy}$  etwas zurückgegangen. Betrachtet man aber den Unterschied der Potentiale in  $C_{zz}$ , so stellt man fest, daß das OBEPQ- und Paris-Potential hervor- ragend übereinstimmen, während die Diskrepanz zum OBEPT-Potential vergrößert wurde. Das deutet erneut darauf hin, daß die „Off-Shellness“ alleine keine Aussa- gen über Off-Shell-Effekte, d.h. Unterschiede im Verhalten der Potentiale, zuläßt. Es kommt vielmehr darauf an, in welcher Off-Shell-Region man sich befindet und ob

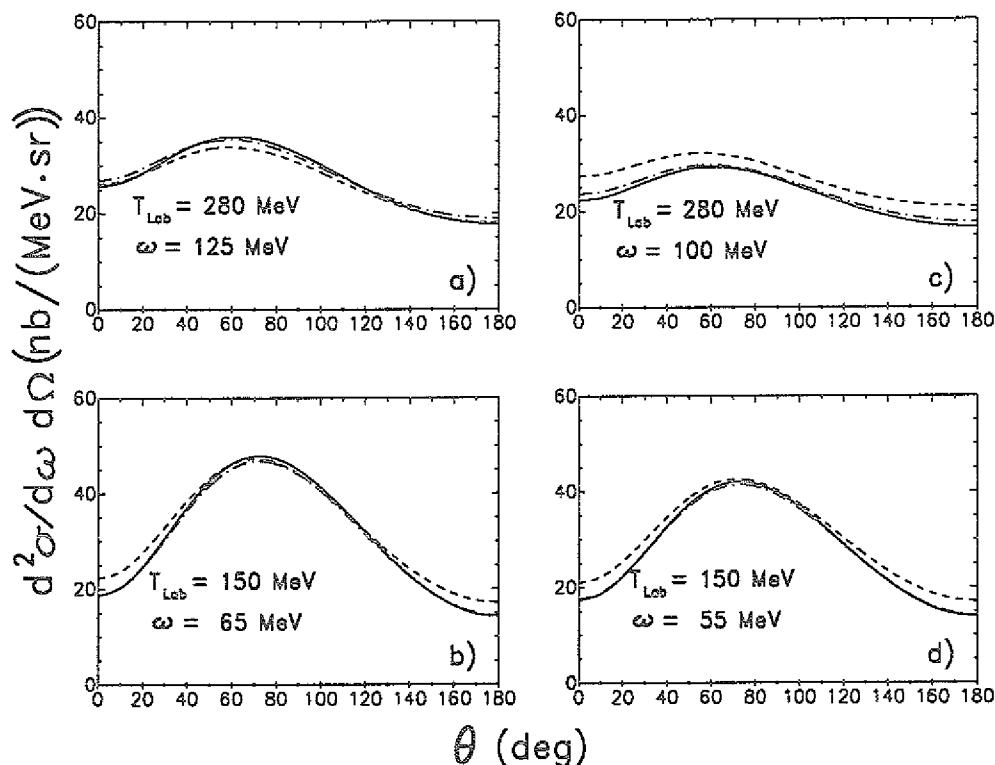


Abb. 7.11: Inklusiver  $n\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktssystem als Funktion des Photonemissionswinkels für feste Photonenergie  $\omega$  (siehe auch Abb. 7.8).

- a)  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 125 \text{ MeV}$ , c)  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 100 \text{ MeV}$
- b)  $T_{lab} = 150 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 65 \text{ MeV}$ , d)  $T_{lab} = 150 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 55 \text{ MeV}$ .

die Potentiale sich gerade dort unterscheiden oder nicht. So können Unterschiede im Off-Shell-Verhalten relativ nahe beim On-Shell-Punkt auftreten, während sich die Potentiale „weiter draußen“ wieder einander annähern. Dieser Punkt wurde schon in der Diskussion zu Abb. 6.15 und Abb. 7.6 erwähnt.

Genau dieses Verhalten kann man noch einmal gut beim inklusiven  $n\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt erkennen, der der Vollständigkeit halber noch gezeigt sei. In Abb. 7.10 ist dieser im Schwerpunktssystem als Funktion der Photonenergie für Einschussenergien von  $280 \text{ MeV}$  (Abb. 7.10a) und  $150 \text{ MeV}$  (Abb. 7.10b) dargestellt. Der Photonemissionswinkel beträgt jeweils  $30^\circ$ . Alle Potentiale liefern für  $T_{lab} = 280 \text{ MeV}$  in etwa den gleichen Wirkungsquerschnitt. Allerdings sind die Diskrepanzen zwischen den Resultaten für Photonenergien zwischen  $80 \text{ MeV}$  und  $100 \text{ MeV}$  am größten und nicht für die maximale Photonenergie von ca.  $130 \text{ MeV}$ . Diese Tatsache ist noch einmal in Abb. 7.11a und Abb. 7.11c illustriert, wo der in-

klusive Wirkungsquerschnitt für feste Photonenergie von  $125\text{MeV}$  und  $100\text{MeV}$  als Funktion des Photonenemissionswinkel dargestellt ist. Ganz deutlich sind die Unterschiede in den einzelnen Potentialabhängigen Resultaten für niedrigere Photonenergie größer als für hohe Photonenergie. Die Verhältnisse bei  $T_{lab} = 150\text{MeV}$  zeigen ein ähnliches Bild.

Damit kann man sagen, daß die in der  $\text{n}\gamma$ -Reaktion auftretenden Differenzen zwischen den einzelnen Potentialen (mit Ausnahme des OBEPT-Potentials in den Spinkorrelationskoeffizienten) marginal sind. Über etwaige Ursachen für die Ausnahmestellung des OBEPT-Potentials wurde bereits in Abschnitt 6.7 spekuliert. Ange- sichts dieser Tatsachen scheint es unwahrscheinlich, die  $\text{n}\gamma$ -Reaktion als Werkzeug zur Diskriminierung des Off-Shell-Verhaltens verschiedener realistischer Potentiale benutzen zu können.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Proton–Proton– und Neutron–Proton–Bremsstrahlungsreaktion im Potentialmodell untersucht. Zunächst haben wir einen effektiven zweikomponentigen elektromagnetischen Übergangsoperator definiert, den wir mittels der Pauli–Reduktion aus dem vierkomponentigen Photon–Nukleon–Vertex gewonnen haben. Diese Vorgehensweise hat gegenüber der sonst verwendeten Foldy–Wouthuysen–Transformation [39] den Vorteil, daß man die relativistischen Spinkorrekturen (RSC) besser studieren kann. Das liegt daran, daß der so erhaltene elektromagnetische Übergangsoperator nur aus vier Teilen mit unterschiedlicher Spinoperatorstruktur besteht. Zunächst sind gegenüber dem nicht–relativistischen Stromoperator leicht modifizierte konvektive und magnetische Anteile,  $V_{con}$  und  $V_{mag}$ , zu identifizieren. Zusätzlich ergeben sich noch zwei Terme,  $V_{rsc}$  und  $V_{rem}$ , die RSC, die eine andere Spinoperatorstruktur besitzen. In den betrachteten Geometrien und kinematischen Bedingungen erweist sich  $V_{rem}$  als bedeutungslos und deswegen bedarf dieser Term hier keiner näheren Diskussion.

Nach der Definition des Wechselwirkungsoperators war die  $p\gamma$ –Reaktion Gegenstand unserer Untersuchungen. Zunächst wurde der Effekt der RSC in diesem Prozeß studiert. Wir konnten feststellen, daß  $V_{rsc}$  selbst sehr klein ist, aber durch die Interferenz mit dem für hohe Photonenergien dominierenden Magnetisierungsstrom enorme Bedeutung erlangt.  $V_{rsc}$  bewirkt insbesondere für Photonenemissionswinkel in Vorwärts– und Rückwärtsrichtung eine 20 – 30% Reduktion des komplanaren  $p\gamma$ –Wirkungsquerschnitts; die Stärke der Reduktion hängt natürlich von den Protonenstreuwinkeln ab. Insbesondere konnten wir die Wirkungsweise der RSC erklären, die lange Zeit nicht richtig verstanden worden war. Der Operator  $V_{rsc}$  besteht genau wie der Magnetisierungsstrom aus zwei Termen, die der Photonenemission von Proton 1 bzw. Proton 2 entsprechen. Da im Gegensatz zum Magnetisierungsstrom nicht der Photonimpuls  $\vec{k}$  in beiden Komponenten auftritt sondern der jeweilige Protonimpuls, erhält man, wenn man den Stromoperator  $V_{rsc}$  im Schwerpunktssystem der beiden Nukleonen ausdrückt, ein relatives Minuszeichen zwischen den beiden Ter-

men. Da weiter die Auswahlregeln für den Spinübergang in beiden Fällen ( $V_{mag}$  und  $V_{rsc}$ ) identisch sind, — es können keine Spin-Singulett-Zustände im Anfangs- und Endzustand der beiden Protonen gleichzeitig auftreten — ergibt sich, daß die starke Auslöschung des  $^1S_0$ -Beitrages im Magnetisierungsstrom für hohe Photonenergien von einem starken Beitrag des  $^1S_0$ -Zustandes in  $V_{rsc}$  begleitet wird. Dies erklärt die Bedeutung der relativistischen Spinkorrekturen für hohe Photonenergien und man erkennt außerdem, daß diese Spinkorrekturen in erster Linie dynamischen Ursprungs sind und erst in zweiter Linie von der gerade betrachteten Kinematik abhängen. Diesen Punkt haben wir nochmals durch die Darstellung des Effekts der RSC bei einer relativ niedrigen Einschußenergie von  $T_{lab} = 100\text{ MeV}$  demonstriert, da dort die RSC sogar noch einen größeren Einfluß haben.

Als nächstes wurde der Einfluß des exakt berechneten Einkörper-Rescatteringbeitrages auf die  $p\gamma\gamma$ -Reaktion untersucht. Die hier vorliegende Rechnung ist die erste und im Moment auch die einzige, die sowohl relativistische Spinkorrekturen als auch den Einkörper-Rescatteringbeitrag simultan und ohne Näherungen in der  $NN\gamma$ -Amplitude berücksichtigt. In der komplanaren Geometrie zeigt der RES-Beitrag für die sehr oft betrachteten Nukleonentreuwinkel zwischen  $10^\circ$  und  $30^\circ$  eine Erhöhung des Wirkungsquerschnitts und führt somit zu einer teilweisen Aufhebung des Effektes, der alleine durch die RSC verursacht wird. Dies ergibt also praktisch das Ergebnis, das man erhält, wenn man in der Bremsstrahlungsamplitude nur den externen Strom und den nicht-relativistischen elektromagnetischen Übergangsoperator berücksichtigt. Die Einbeziehung des RES-Beitrages in die  $p\gamma\gamma$ -Amplitude führt zu einer Verbesserung der Übereinstimmung von theoretischen Rechnungen mit den experimentellen Daten des letzten TRIUMF-Experiments [58]. Der Normierungsfaktor  $\frac{2}{3}$ , der in der Orginalveröffentlichung zu diesem Experiment willkürlich eingeführt wurde, um die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu verbessern, wird nach wie vor für eine befriedigende Konsistenz zwischen Theorie und Experiment benötigt. Vorläufige Ergebnisse zeigen [113], daß die Berücksichtigung von  $\Delta$ -Isobar-Freiheitsgraden in den intermediären Baryonzuständen im  $p\gamma\gamma$ -Prozeß eine erneute Erhöhung des Wirkungsquerschnittes und somit eine Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Theorie und unnormalisierten Daten erbringt. Sogar die schon gute Beschreibung der Daten der Analysierstärke scheint sich noch zu verbessern.

Das neueste  $p\gamma$ -Experiment [60], das am IUCF-Cooler durchgeführt wurde, behauptet keine Probleme mit der absoluten Normierung zu haben. Ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment liefert eine gute Übereinstimmung. Insbesondere für die kleinen Protonenstreuwinkel von bis zu  $4.8^\circ$  hat es sich als notwendig erwiesen, den Coulomb-Effekt in der Berechnung der  $p\gamma$ -Amplitude zu berücksichtigen. Nach wie vor bestehen aber Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment für Photonemissionswinkel in Vorwärtsrichtung, die wir darauf zurückführen, daß wir in unserer Berechnung nicht alle kinematischen und experimentellen Bedingungen berücksichtigen konnten. Die Gruppe aus Hamburg [35] erreicht bei ihrer Berechnung eine bessere Übereinstimmung mit den Daten für Vorwärtsemissionswinkel, dafür verschlechtert sich aber die Übereinstimmung in Rückwärtsrichtung.

Anschließend konnten wir die schon in früheren Arbeiten [27, 25] gefundene Tatsache bestätigen, daß sich die Proton-Proton-Bremsstrahlungsreaktion zum Studium des Off-Shell-Verhaltens der NN-Wechselwirkung eignet. Off-Shell-T-Matrixelemente werden benötigt, um zum Beispiel die experimentellen Daten der Analysierstärke aus dem letzten TRIUMF-Experiment zu beschreiben [25]. Eine On-Shell-Rechnung kann dies nicht leisten. Weiter reagieren die Spinkorrelationskoeffizienten empfindlicher auf Off-Shell-Effekte als die entsprechende Analysierstärke [100].

Um das Verhalten verschiedener Potentiale in der Proton-Proton Bremsstrahlungsreaktion besser analysieren zu können, haben wir dann zunächst den Effekt der einzelnen Anteile der NN-Wechselwirkung auf die  $p\gamma$ -Reaktion in verschiedenen komplanaren Geometrien studiert. Wir konnten feststellen, daß für Protonenstreuwinkel von  $10^\circ$  die Spin-Singulett- und Tensorkomponenten den Wirkungsquerschnitt bestimmen. Während sich die Tensorkomponente auch in allen Spinobservablen als sehr wichtig erweist, hängt die Bedeutung der anderen Komponenten der NN-Wechselwirkung von der gerade betrachteten Spinobservable ab. Die Situation für große Protonenstreuwinkel stellt sich hingegen vollkommen anders dar. Hier üben die zentralen Komponenten der NN-Wechselwirkung überhaupt keinen Einfluß auf eine der untersuchten Observablen aus. Vielmehr bestimmen sowohl die Spin-Bahn- als auch die Tensorkomponenten vollkommen das Geschehen.

Der Vergleich verschiedener Potentiale wurde dann zunächst auf der Ebene

der einzelnen Komponenten der NN-T-Matrizen durchgeführt. Zu diesem Vergleich wurden das OBEPQ-, OBEPT- und Paris-Potential herangezogen. Die On-Shell-Wechselwirkungen sind für den hier betrachteten Anteil mit Isospin  $T = 1$  praktisch identisch, d.h. die Potentiale sind On-Shell-äquivalent. Die Halb-Off-Shell-T-Matrizen hingegen weisen deutliche Unterschiede im Off-Shell-Verhalten auf. Insbesondere ist hier die Abweichung des Paris-Potentials von den beiden Bonn-Potentialen im Spin-Singulett-Kanal zu nennen. Des weiteren unterscheidet sich das OBEPT-Potential von den anderen beiden in der Tensorkraft. Ein Vergleich der Potentiale in der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion ergibt dann, daß die Unterschiede im  $P_{S=0}$ -Anteil in dieser Reaktion nicht sichtbar sind, da dieser Teil der Wechselwirkung stark unterdrückt ist. Die Resultate, die mit dem OBEPT-Potential erhalten wurden, unterscheiden sich jedoch in den Spinobservablen von denen der beiden anderen Potentiale. Dies wiederum läßt sich auf das unterschiedliche Off-Shell-Verhalten in der Tensorkomponente und des  $P_{S=1}$ -Anteils der NN-Wechselwirkung zurückführen.

Für einen Vergleich mit den Daten des letzten TRIUMF-Experiments [58] wurde dann noch das Hamada-Johnston-Potential hinzugezogen. Alle vier betrachteten Wechselwirkungen beschreiben die Daten für den Wirkungsquerschnitt gleich gut. Für die Analysierstärke hingegen kann das OBEPT-Potential nicht ganz so gute Resultate wie die anderen Wechselwirkungen liefern. Die exklusive nicht-komplanare Geometrie, die der Vollständigkeit halber untersucht wurde, offenbart keine neuen entscheidenden Informationen über die einzelnen Potentiale. Wie schon in Abschnitt 6.7 angeführt, kann dieses Verhalten der Potentiale zueinander durch die Vernachlässigung der Zweikörperstromes bedingt sein. Es ist nicht klar, ob die Näherung weicher Photonen im Zweikörperstrom für alle verwendeten Potentialmodelle gleich gut ist. Es könnte durchaus sein, daß höhere Ordnungen (in  $k$ ) für verschiedene Potentiale unterschiedlich viel beitragen. Auf das gleiche Problem wurde in einem anderen Zusammenhang in Ref. 1 hingewiesen.

Als letzter Punkt wurde der elektromagnetische Off-Shell-Formfaktor des Protons in der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion untersucht. Zu diesem Zweck haben wir die Ergebnisse, die mit einem einfachen Vektor-Dominanz-Modell von Tiemeijer und Tjon [83] erhalten wurden, durch eine simple Funktion der invarianten Masse des Off-Shell-Protons parametrisiert. Sowohl der inklusiven als auch der exklusiven komplanaren Wirkungs-

querschnitt erweisen sich als unempfindlich bezüglich der Variation des Off-Shell-Formfaktors. Bei den Spinobservablen in der komplanaren Geometrie zeigen diejenigen Observablen, die die Spinprojektion senkrecht zur Reaktionsebene berücksichtigen nur eine sehr schwache Reaktion auf Veränderungen des Formfaktors. Die Spinkorrelationskoeffizienten  $C_{xx}$  und  $C_{zz}$  hingegen erweisen sich als sensitiv auf  $F_2$  und zeigen Auswirkungen, die beinahe unabhängig vom Photonemissionswinkel sind. Damit wären diese Observablen auch als über den Photonemissionswinkel integrierte Meßgrößen zum Studium des Off-Shell-Formfaktors geeignet.

In der Neutron-Proton-Bremsstrahlung haben wir zunächst den Effekt des Zweikörperstromes auf die verschiedenen Observablen studiert. Für hohe Photonenergien ist der Zweikörperstrom von enormer Bedeutung. Er alleine liefert ca. 50% des Wirkungsquerschnitts während der Einkörperstrom fast zur Korrektur degradiert wird; allerdings erbringt erst die Interferenz zwischen Ein- und Zweikörperstrom den sehr hohen Gesamtwirkungsquerschnitt. Bei niedrigeren Photonenergien oder größeren Nukleonen Streuwinkel ist die Dominanz des Zweikörperstromes nicht mehr so entscheidend. Beide Strombeiträge liefern dann jeweils etwa 50% des Wirkungsquerschnitts und der Interferenzeffekt ist gering. Außer  $C_{zz}$  reagieren die Spinobservablen relativ verhalten auf den Einfluß des Zweikörperstromes.

Der Effekt der RSC auf den  $n\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt ist von ähnlicher Bedeutung wie im  $p\gamma\gamma$ -Prozeß. Auch hier bewirken die RSC eine Reduktion des Streuquerschnitts um 20 – 30%. Dieser Effekt wird wiederum durch die  $S$ -Wellenzustände verursacht. Auf die Spinobservablen üben die RSC praktisch keinen Einfluß aus.

Der Vergleich unseres Modells mit einigen experimentellen Daten für den  $n\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt ergibt ein sehr gutes Ergebnis. Die neuen Daten [112] werden hervorragend beschrieben, wenn in der theoretischen Rechnung die experimentelle Energiebreite des Neutronenstrahls mittels einer Gaußverteilung simuliert wird. Auch die Übereinstimmung mit dem hier gezeigten älteren Datensatz [47, 48] ist zufriedenstellend, wenn man berücksichtigt, daß seine Aussagekraft aufgrund der großen experimentellen Fehler nicht besonders hoch zu bewerten ist. Schließlich ergibt ein weiterer Vergleich, daß die neuesten Ergebnisse von Jetter [35] gut mit den unsrigen übereinstimmen.

Ähnlich groß wie in der  $p\gamma\gamma$ -Reaktion ist auch die Empfindlichkeit der

$n\gamma$ -Reaktion auf Off-Shell-Effekte durch die NN-Wechselwirkung. Diese werden im Wirkungsquerschnitt für hohe Photonenergien in erster Linie von den  $S$ -Wellenbeiträgen bestimmt. Die Spinkorrelationskoeffizienten reagieren empfindlicher auf die Off-Shell-Effekte als die Analysierstärke.

In dem Vergleich verschiedener Potentiale können wir feststellen, daß die On-Shell-Rechnung für alle Potentiale praktisch die gleichen Ergebnisse liefert. Nur für den Spinkorrelationskoeffizienten  $C_{zz}$  ist dies nicht der Fall. Dort treten auch in der On-Shell-Rechnung Differenzen zwischen dem OBEPT- und den anderen betrachteten Potentialen auf. Dies ist unter anderem auf Unterschiede in den On-Shell-T-Matrixelementen des  $P_{S=0}$ -Anteils der NN-Wechselwirkung zurückzuführen und auch auf die Tatsache, daß selbst in der On-Shell-Rechnung Off-Shell-Effekte durch den Zweikörperstrom und den Einkörper-Rescatteringbeitrag ins Spiel kommen, da hier die Halb-Off-Shell-T-Matrixelemente, über die intergriert wird, nicht durch ihren On-Shell-Wert ersetzt werden können. Dies ist ein Hinweis darauf, daß in der  $n\gamma$ -Reaktion die Off-Shell-Effekte nicht so leicht zu separieren sind wie in der  $p\gamma$ -Reaktion.

Resümierend kann man sagen, daß die  $NN\gamma$ -Reaktion nur bedingt geeignet erscheint, verschiedene realistische NN-Potentialmodelle in ihrem Off-Shell-Verhalten zu unterscheiden. Wichtig für diesen Zweck ist eine möglichst komplettetheoretische Behandlung des  $NN\gamma$ -Prozesses. Bis heute weisen alle existierenden Modelle Defizite insbesondere in der Behandlung des Zweikörperstromes auf. Unumgänglich ist deshalb eine Weiterentwicklung dieses Strombeitrages, die wir derzeit in unserer Arbeitsgruppe versuchen [107]. Von entscheidender Bedeutung ist ebenfalls die Berücksichtigung von  $\Delta$ -Isobaren in den Zwischenzuständen des  $NN\gamma$ -Prozesses, die den Wirkungsquerschnitt erhöhen können [113]. Sobald diese Entwicklungen auf den Weg gebracht wurden, kann man schließlich versuchen den elektromagnetischen Off-Shell-Formfaktor des Protons mittels der Spinobservablen der  $p\gamma$ -Reaktion zu bestimmen.

Die zukünftigen Experimente sind also mehr als ein Test für das Potentialmodell bzw. als Test für die theoretische  $NN\gamma$ -Amplitude überhaupt zu verstehen denn als Werkzeug zur Unterscheidung von verschiedenen NN-Potentialen. Insbesondere sind dafür möglichst genaue, exklusive experimentelle Daten wünschenswert. Von beson-

derer Bedeutung ist dabei die absolute Normierung des  $NN\gamma$ -Wirkungsquerschnitts.

# Anhang A

## Konventionen

Es gelten die Konventionen aus Ref. 86.

a) Metrischer Tensor:

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (A.1)$$

b) Paulimatrizen, Diracmatrizen, Vertauschungsrelationen

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}. \quad (A.2)$$

$$\gamma^\circ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} \gamma^\circ \\ \vec{\gamma} \end{pmatrix}; \quad 2g^{\mu\nu} = \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\}; \quad \sigma^{\mu\nu} := \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]. \quad (A.3)$$

c) Diracspinoren

$$|u(\vec{p}, s)\rangle = |u(\vec{p})\rangle \chi_s$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{p}) + m}{2m}} \left( \frac{1}{\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{\varepsilon(\vec{p}) + m}} \right) \chi_s \quad (A.4)$$

$$|v(\vec{p}, s)\rangle = |v(\vec{p})\rangle \chi_s$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{p}) + m}{2m}} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{\varepsilon(\vec{p}) + m} \right) \chi_s \quad (A.5)$$

Hierbei ist  $\chi_s$  der Paulispinor mit  $s = 1, 2$ , d.h.

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (A.6)$$

Weiter gilt:

$$\langle \bar{u}(\vec{p}, s) | = [ |u(\vec{p}, s)\rangle]^\dagger \gamma^0 ; \quad \langle \bar{v}(\vec{p}, s) | = [ |v(\vec{p}, s)\rangle]^\dagger \gamma^0 \quad (A.7)$$

Für die Normierung der Spinoren gilt:

$$\begin{aligned} \langle \bar{u}(\vec{p}, s) | |u(\vec{p}, s)\rangle &= \delta_{ss'} ; & \langle \bar{u}(\vec{p}) | |u(\vec{p})\rangle &= 1 \\ \langle \bar{v}(\vec{p}, s) | |v(\vec{p}, s)\rangle &= -\delta_{ss'} ; & \langle \bar{v}(\vec{p}) | |v(\vec{p})\rangle &= -1 . \end{aligned} \quad (A.8)$$

Die Energieprojektoren sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Lambda^+(\vec{p}) &= \sum_s |u(\vec{p}, s)\rangle \langle \bar{u}(\vec{p}, s)| = \frac{\gamma_\mu p^\mu + m}{2m} = \frac{p + m}{2m} = |u(\vec{p})\rangle \langle \bar{u}(\vec{p})| \\ \Lambda^-(\vec{p}) &= - \sum_s |v(\vec{p}, s)\rangle \langle \bar{v}(\vec{p}, s)| = \frac{-\gamma_\mu p^\mu + m}{2m} = \frac{-p + m}{2m} = -|v(\vec{p})\rangle \langle \bar{v}(\vec{p})| . \end{aligned} \quad (A.9)$$

## Anhang B

### Spinmatrixelemente der T-Matrix

Hier sind kurz die Spinmatrixelemente angegeben, die bei Verwendung des T-Matrixoperators Gl. (3.13) benötigt werden. Für das T-Matrixelement hat man:

$$\begin{aligned} \langle S' M_{S'} | T(\vec{p}', \vec{p}) | S M_S \rangle &= [\alpha \langle S' M_{S'} | P_{S=0} | S M_S \rangle + \beta \langle S' M_{S'} | P_{S=1} | S M_S \rangle \\ &\quad + i\gamma \langle S' M_{S'} | (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} | S M_S \rangle \\ &\quad + \delta \langle S' M_{S'} | S_{12}(\hat{q}) | S M_S \rangle + \epsilon \langle S' M_{S'} | S_{12}(\hat{Q}) | S M_S \rangle \\ &\quad + (\hat{q} \cdot \hat{Q}) \omega \langle S' M_{S'} | S_{12}(\hat{q}, \hat{Q}) | S M_S \rangle] P_T . \end{aligned} \quad (B.1)$$

Die Spinmatrixelemente sind dann gegeben durch:

$$\langle S' M_{S'} | P_{S=0} | S M_S \rangle = \delta_{S'S_0} \delta_{M_{S'} M_S 0} \quad (B.2)$$

$$\langle S' M_{S'} | P_{S=1} | S M_S \rangle = \delta_{S'S_1} \delta_{M_{S'} M_S} \quad (B.3)$$

$$\begin{aligned} \langle S' M_{S'} | (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \hat{n} | S M_S \rangle &= \delta_{S'S_1} (-)^{1+M_{S'}} 2 \sqrt{2} \\ &\quad \times (1 M_{S'} 1 - M_S | 1 M_{S'} - M_S) \hat{n}_{M_S - M_{S'}} , \end{aligned} \quad (B.4)$$

wobei  $\hat{n}_{M_S - M_{S'}} = \frac{1}{\sin \varphi} (\hat{k} \times \hat{k}')_{M_S - M_{S'}}$  ist und  $\varphi$  den Winkel zwischen zwei Einheitsvektoren  $\hat{k}$  und  $\hat{k}'$  darstellt. Mit etwas Tensoralgebra lassen sich auch die Tensoroperatoren berechnen. Man erhält [114, 115]:

$$\begin{aligned} \langle S' M_{S'} | S_{12}(\hat{k}, \hat{k}') | S M_S \rangle &= \langle S' M_{S'} | 3[\hat{k}' \otimes \hat{k}]^2 \cdot [\vec{\sigma}_1 \otimes \vec{\sigma}_2]^2 | S M_S \rangle \\ &= 3 \sum_m (-)^m [\hat{k}' \otimes \hat{k}]_{-m}^2 \langle S' M_{S'} | [\vec{\sigma}_1 \otimes \vec{\sigma}_2]_m^2 | S M_S \rangle \\ &= 6(-)^{M_{S'} - M_S} [\hat{k}' \otimes \hat{k}]_{M_S - M_{S'}}^2 (-)^{1+M_S} \\ &\quad \times (1 M_{S'} 1 - M_S | 2 M_{S'} - M_S) \delta_{SS'1} \\ &= 6(-)^{1+M_{S'}} [\hat{k}' \otimes \hat{k}]_{M_S - M_{S'}}^2 \\ &\quad \times (1 M_{S'} 1 - M_S | 2 M_{S'} - M_S) \delta_{SS'1} . \end{aligned} \quad (B.5)$$

Schließlich gilt noch für das Tensorprodukt:

$$\begin{aligned} [\hat{k}' \otimes \hat{k}]_{M_S - M_{S'}}^2 &= \sum_{m_1 m_2} (1m_1 1m_2 | 2M_S - M_{S'}) \hat{k}'_{m_1} \hat{k}_{m_2} \\ &= \left(\frac{4\pi}{3}\right) \sum_{m_1 m_2} (1m_1 1m_2 | 2M_S - M_{S'}) Y_{1m_1}(\hat{k}') Y_{1m_2}(\hat{k}) . \end{aligned} \quad (B.6)$$

# Anhang C

## Zerlegung des elektromagnetischen Stromes

Ausgangspunkt der Betrachtungen hier ist zunächst Gl. (4.13). Falls man die Multiplikation der Spinoren explizit durchführt, erhält man:

$$\begin{aligned} \langle \vec{q}' | V_{em} | \vec{q} \rangle &= -e\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}') + m}{2m}} \sqrt{\frac{\varepsilon(\vec{q}) + m}{2m}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q}')}} \sqrt{\frac{m}{\varepsilon(\vec{q})}} \delta(\vec{q}' + \vec{k} - \vec{q}) \\ &\times \left[ \left( e_N - \kappa_N \frac{\omega}{2m} \right) \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{q}}{\varepsilon(\vec{q}) + m} + \left( e_N + \kappa_N \frac{\omega}{2m} \right) \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{q}'}{\varepsilon(\vec{q}') + m} + \left( e_N - \kappa_N \frac{\omega}{2m} \right) i \frac{\vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{q})}{\varepsilon(\vec{q}) + m} \right. \\ &\quad \left. - \left( e_N + \kappa_N \frac{\omega}{2m} \right) i \frac{\vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{q}')} {\varepsilon(\vec{q}') + m} + \frac{i}{2m} \kappa_N \left( \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}' \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} \right) \right]. \end{aligned} \quad (C.1)$$

Man erhält weiter unter Beachtung der Impulserhaltung  $\vec{q} = \vec{q}' + \vec{k}$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{q})}{\varepsilon(\vec{q}) + m} \pm \frac{i\vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{q}')}{\varepsilon(\vec{q}') + m} \right) &= i \left( \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\vec{q}) + m} \pm \frac{1}{\varepsilon(\vec{q}') + m} \right\} \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{\epsilon} \times (\vec{q} + \vec{q}')] \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{1}{\varepsilon(\vec{q}) + m} \mp \frac{1}{\varepsilon(\vec{q}') + m} \right\} \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \right). \end{aligned} \quad (C.2)$$

Benutzt man die Identität

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} \cdot \vec{q}' \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \vec{\sigma} \cdot \vec{q} &= \frac{\omega^2}{2} \vec{\sigma} \cdot [\vec{\epsilon} \times (\vec{q} + \vec{q}')] + \left( \frac{\omega^2}{2} - \vec{q}^2 \right) \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \\ &\quad - i \frac{\omega^2}{2} \vec{\epsilon} \cdot (\vec{q} + \vec{q}') + \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot (\vec{q} + \vec{q}' + \vec{k}) (\vec{q} + \vec{q}') \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}), \end{aligned} \quad (C.3)$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} &-i \frac{\kappa_N}{2m} \left\{ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}' \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} - \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \right\} \\ &= -i \frac{\kappa_N}{2m} \left\{ -i \frac{\omega^2}{2} \frac{\vec{\epsilon} \cdot (\vec{q} + \vec{q}')} {[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} + \frac{\omega^2}{2} \frac{\vec{\sigma} \cdot [\vec{\epsilon} \times (\vec{q} + \vec{q}')] }{[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma} \cdot (\vec{q} + \vec{q}' + \vec{k})}{[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} (\vec{q} + \vec{q}') \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\omega^2}{2} \frac{1}{[\varepsilon(\vec{q}') + m][\varepsilon(\vec{q}) + m]} - \frac{\varepsilon(\vec{q}') + \varepsilon(\vec{q})}{\varepsilon(\vec{q}') + m} \right) \vec{\sigma} \cdot (\vec{\epsilon} \times \vec{k}) \right\}. \end{aligned} \quad (C.4)$$

Nimmt man gemäß den Gln. (C.2, C.4) die Ersetzung in Gl. (4.13) bzw. Gl. (C.1) vor und sortiert nach den Spinoperatorstrukturen der einzelnen Terme, so gelangt man schließlich nach Einführung der Abkürzungen aus Gl. (4.15) und Gl. (4.16) auf die in Gl. (4.14) angegebene Struktur.

# Anhang D

## Die NN $\gamma$ -Matrixelemente

In diesem Kapitel berechnen werden für jeden Teil des elektromagnetischen Operators aus Gl. (4.20) und Gl. (4.28) die zugehörigen NN-Bremsstrahlungsübergangsmatrixelemente berechnet. Für den Einkörperstrom werden die Matrixelemente der Einfach- und Doppelstreuung getrennt bestimmt, während es sich für den Zweikörperstrom am einfachsten erweist, alle vier verschiedenen Beiträge aus Gl. (2.9) in einem Matrixelement zusammenzufassen und simultan zu berechnen. Zunächst führen wir noch für die ebene Welle  $|\phi_{f,i}\rangle$  aus Gl. (2.9) folgende Abkürzung ein:

$$|\phi_{f,i}\rangle = |\phi_{\vec{p}}^{SMS}\rangle = |\vec{p}; SMS\rangle = |\vec{p}\rangle |SMS\rangle \quad (D.1)$$

Hierbei bezeichnet  $|SMS\rangle$  die Spinwellenfunktion und  $S$  den Gesamtspin des Zweinukleonensystems, während  $M_S$  die zugehörige Projektionsquantenzahl darstellt.

### D.1. Der Konvektionsstrom

#### D.1.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung

Die nicht verschwindenden Matrixelemente aus Gl. (2.9) für den Konvektionsstrom sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'MS'} | [T^-]^\dagger \mathcal{G}_f V_{con} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SMS} \rangle \\ &= \sum_n \langle \tilde{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'MS'} | [T^-]^\dagger | \phi_{\vec{p}''}^{S''M_{S''}} \rangle \mathcal{G}_f \langle \phi_{\vec{p}''}^{S''M_{S''}} | V_{con} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SMS} \rangle \\ &= \sum_n \int d^3 p'' \langle \vec{p}'; S'M_{S'} | [T^-]^\dagger | \vec{p}''; S''M_{S''} \rangle \mathcal{G}_f \langle \vec{p}''; S''M_{S''} | V_{con} | \vec{p}; SMS \rangle \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \delta_{SS'} \frac{\tilde{\epsilon} \vec{p}}{m} \left[ \tilde{e}_2 \frac{\langle \vec{p}'; SMS' | [T^-]^\dagger | \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}; SMS \rangle}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} - \tilde{e}_1 \frac{\langle \vec{p}'; SMS' | [T^-]^\dagger | \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}; SMS \rangle}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right] \end{aligned} \quad (D.2)$$

und die Größen  $\tilde{e}_i$  sind gemäß Gl. (4.15) Funktionen der Impulse  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$ . In

ähnlicher Weise erhalten wir für den zweiten Term aus Gl. (2.9):

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_S'} | V_{con} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\ &= -\sqrt{\frac{2\pi}{k}} \delta_{SS'} \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{p}'}{m} \left[ \tilde{\epsilon}_1 \frac{\langle \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}; SM_S' | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} - \tilde{\epsilon}_2 \frac{\langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; SM_S' | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right]. \end{aligned} \quad (D.3)$$

Wie schon in Abschnitt 2.1 diskutiert, wird Gl. (D.2) im NN-CMS des Endzustandes, Gl. (D.3) aber im NN-CMS des Anfangszustandes berechnet. Die Energienenner in den Gln. (D.2) und (D.3) sind in den jeweiligen Schwerpunktssystemen angegeben und haben die explizite Form

$$E(p', p) = 2[\varepsilon(\vec{p}) - \varepsilon(\vec{p}')] + i\eta. \quad (D.4)$$

Weil die Zweinukleonenzustände als Linearkombinationen von Zuständen mit definiertem Isospin  $T$  ausgedrückt werden, erfordert die Berechnung der NN-T-Matrixelemente in den Gln. (D.2, D.3) eine Summation über die Isospinquantenzahl  $T$  und einen geeigneten Normierungsfaktor der Wellenfunktion. Im Falle der np-Bremsstrahlung gilt zum Beispiel für die Zweinukleonwellenfunktion

$$|np\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|T=1, M_T=0\rangle + |T=0, M_T=0\rangle), \quad (D.5)$$

so daß die np T-Matrixelemente durch Summation über den Isospin  $T$  und Multiplikation mit einem Faktor  $\frac{1}{2}$  erhalten werden. Nach Anwendung der Partialwellenzerlegung aus Gl. (3.4) erhalten wir für Gl. (D.2)

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_S'} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{con} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi\omega}} \delta_{SS'} \vec{\epsilon} \cdot \vec{p} \frac{e}{m} \\ & \times \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} (SM_S L M_L | JM_J \rangle (SM_S' L' M_{L'} | JM_J \rangle Y_{L' M_{L'}} (\hat{p}')) \quad (D.6) \\ & \times \left[ \tilde{\epsilon}_2 \frac{Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T} (|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} - \tilde{\epsilon}_1 \frac{Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T} (|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right], \end{aligned}$$

und für Gl. (D.3)

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | V_{con} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= \sqrt{\frac{2}{\pi\omega}} \delta_{SS'} \tilde{\epsilon} \vec{p}' \frac{e}{m} \\
&\times \sum_{TLL'JM_L M_{L'} M_J} \sum_{i^{L-L'}} i^{L-L'} (SM_S L M_L | JM_J) (SM_{S'} L' M_{L'} | JM_J) Y_{L'M_{L'}}^*(\hat{p}) \\
&\times \left[ \tilde{\epsilon}_2 \frac{Y_{L'M_{L'}}(\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} - \tilde{\epsilon}_1 \frac{Y_{L'M_{L'}}(\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right]. \tag{D.7}
\end{aligned}$$

Somit ist der Beitrag des Konvektionsstromes zur Einfachstreuung bestimmt.

### D.1.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung

Nun berechnen wir den Term der Doppelstreuung (Rescattering) [97]. Wir benutzen zunächst  $\langle \vec{p}_1', \vec{p}_2'; SM_{S'} | T | \vec{p}_1, \vec{p}_2; SM_S \rangle$  für die Bezeichnung der NN-T-Matrixelemente, um deutlich zu machen, welche Impulse als Argumente der T-Matrixelemente auftreten. Wenn sich die Impulse der zwei wechselwirkenden Nukleonen nur durch ein Vorzeichen unterscheiden, benutzen wir — wie in der vorangegangenen Berechnung der Einfachstreuung — die übliche Notation, bei der eines der Impulsargumente nicht aufgeführt wird. Wir schreiben den Rescatteringbeitrag des Konvektionsstromes im NN-CMS des Anfangszustandes als

$$\begin{aligned}
R_{con} &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{con} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= -\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \delta_{S'S} \sum_{M_{S''}} \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{p}''}{m} \\
&\times \left[ \frac{\tilde{\epsilon}_1''}{D_-} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; SM_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}'; SM_{S''} \rangle \right. \\
&\quad \left. - \frac{\tilde{\epsilon}_2''}{D_+} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; SM_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}'; SM_{S''} \rangle \right] \\
&\times \frac{1}{E(p'', p)} \langle \vec{p}''; SM_{S''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle. \tag{D.8}
\end{aligned}$$

Hierbei sind  $\tilde{\epsilon}_1''$  und  $\tilde{\epsilon}_2''$  die modifizierten „elektrischen Ladungen“ der wechselwirkenden Nukleonen 1 und 2 gemäß Gl. (4.16). Die zweifach gestrichenen Größen beziehen sich auf die Zwischenzustände. Der Energienenner  $D_\pm$  lautet explizit

$$D_\pm = \epsilon(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|) + \epsilon(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|) - \epsilon(p'') - \epsilon(|\vec{p}'' \pm \vec{k}|) + i\eta. \tag{D.9}$$

Die NN-T-Matrixelemente aus Gl. (D.8) können sehr einfach in jedes für die Auswertung bequeme Lorentz-System transformiert werden, wenn man berücksichtigt, daß  $\sqrt{\varepsilon(\vec{p}'_1)\varepsilon(\vec{p}'_2)}\langle\vec{p}'_1,\vec{p}'_2;S'M_{S'}|T|\vec{p}_1,\vec{p}_2;SM_S\rangle\sqrt{\varepsilon(\vec{p}_1)\varepsilon(\vec{p}_2)}$  eine Lorentz-Invariante [78] ist. Damit gilt:

$$\langle\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2},-\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2};S'M_{S'}|(T^-)^\dagger|\vec{p}''-\vec{k},-\vec{p}'';S''M_{S''}\rangle = \mathcal{L}_-\langle\vec{p}';S'M_{S'}|(T^-)^\dagger|\vec{p}''-\frac{\vec{k}}{2};S''M_{S''}\rangle, \quad (D.10a)$$

und

$$\langle\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2},-\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2};S'M_{S'}|(T^-)^\dagger|\vec{p}'',-\vec{p}''-\vec{k};S''M_{S''}\rangle = \mathcal{L}_+\langle\vec{p}';S'M_{S'}|(T^-)^\dagger|\vec{p}''+\frac{\vec{k}}{2};S''M_{S''}\rangle, \quad (D.10b)$$

wobei  $\mathcal{L}_\pm$  durch

$$\mathcal{L}_\pm = \frac{\varepsilon(\vec{p}')\varepsilon(\vec{p}'' \pm \frac{\vec{k}}{2})}{\sqrt{\varepsilon(\vec{p}'')\varepsilon(\vec{p}'' \pm \vec{k})\varepsilon(\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2})\varepsilon(\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2})}} \quad (D.10c)$$

gegeben ist. Die T-Matrixelemente auf den rechten Seiten der Gln. (D.10a, D.10b) und der Zähler in Gl. (D.10c) sind im NN-CMS des Endzustandes ausgedrückt.

Die Integration über den Impuls  $\vec{p}''$  in Gl. (D.8) wird numerisch durchgeführt. Zunächst integrieren wir über den Betrag von  $\vec{p}''$  („Radial“-Integral) und anschließend über den Raumwinkel. Für die meisten Richtungen  $\hat{p}''$  besitzt der Integrand des „Radial“-Integrals zwei Pole, denn er enthält das Produkt zweier Energieenner. Weil diese Pole einfache Pole sind, können wir das Integral immer in zwei Teile aufspalten, von denen jeder jeweils einen Pol enthält. Einzelheiten bezüglich dieser Integration sind im Anhang von Ref. 97 zu finden.

## D.2. Der Magnetisierungsstrom

Die Berechnung des Matrixelements des Magnetisierungstromes erfolgt in ähnlicher Weise wie die des Konvektionsstromes.

### D.2.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung

Für das Übergangsmatrixelement der Einfachstreuung erhalten wir in Analogie zum Konvektionsstrom

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{mag} | 0; \phi_{\vec{p}}^{S M_S} \rangle \\ &= i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \left[ \tilde{\mu}_1 \frac{\langle \vec{p}'; S M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S''} \rangle \langle S' M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) | S M_S \rangle}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right. \\ & \quad \left. + \tilde{\mu}_2 \frac{\langle \vec{p}'; S M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S''} \rangle \langle S' M_{S''} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) | S M_S \rangle}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right] \end{aligned} \quad (D.11)$$

und

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | V_{mag} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{S M_S} \rangle \\ &= i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \left[ \tilde{\mu}_1 \frac{\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) | S M_{S''} \rangle \langle \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}; S M_{S''} | T^+ | \vec{p}; S M_S \rangle}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right. \\ & \quad \left. + \tilde{\mu}_2 \frac{\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) | S M_{S''} \rangle \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S M_{S''} | T^+ | \vec{p}; S M_S \rangle}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right]. \end{aligned} \quad (D.12)$$

Die Größen  $\tilde{\mu}_i$  sind gemäß Gl. (4.16) als Funktionen der Impulse  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$  zu verstehen. In Anhang E wird gezeigt, daß sich das Spinmatrixelement wie folgt ausdrücken läßt

$$\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} | S M_S \rangle = \sqrt{6} (-)^S [S] \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \sum_m (-)^m (S M_S 1 m | S' M_{S'}) a_{-m}, \quad (D.13a)$$

wobei wir  $[S] \equiv \sqrt{2S+1}$  verwendet haben. Weiter gilt die folgende Beziehung (siehe Anhang E)

$$\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a} | S M_S \rangle = (-)^{S'-S} \langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} | S M_S \rangle. \quad (D.13b)$$

Setzen wir nun die explizite Darstellung des Spinmatrixelements aus Gl. (D.13a) in Gl. (D.11) und Gl. (D.12) ein und benutzen die Relation aus Gl. (D.13b) sowie die

Partialwellenzerlegung der T-Matrix aus Gl. (3.4), so erhalten wir

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{mag} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= - \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{6}[S] \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \omega \\
&\times \left[ \tilde{\mu}_1 \frac{1}{E(|\vec{p}-\frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p}-\frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p}-\frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^S \right. \\
&\quad \left. + \tilde{\mu}_2 \frac{1}{E(|\vec{p}+\frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p}+\frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p}+\frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^{S'} \right] \\
&\times \sum_{M_{S''} m_\sigma} Y_{L'M_{L'}}(\hat{p}') (S'M_{S''} LM_L | JM_J) (S'M_{S'} L'M_{L'} | JM_J) (SM_S 1m_\sigma | S'M_{S''}) \\
&\times \sum_{\mu, m_k} (-)^\mu \epsilon_\mu (1m_k 1m_\sigma | 1-\mu) Y_{1m_k}(\hat{k}) \tag{D.14}
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | V_{mag} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= - \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{6}[S] \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} Y_{LM_L}^*(\hat{p}) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \omega \\
&\times \sum_{M_{S''} m_\sigma} (SM_S LM_L | JM_J) (SM_{S''} L'M_{L'} | JM_J) (SM_{S''} 1m_\sigma | S'M_{S'}) \\
&\times \left[ \tilde{\mu}_1 \frac{1}{E(|\vec{p}'+\frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L'M_{L'}}(\widehat{\vec{p}'+\frac{\vec{k}}{2}}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}'+\frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^S \right. \\
&\quad \left. + \tilde{\mu}_2 \frac{1}{E(|\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L'M_{L'}}(\widehat{\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2}}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}'-\frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^{S'} \right] \\
&\times \sum_{\mu, m_k} (-)^\mu \epsilon_\mu (1m_k 1m_\sigma | 1-\mu) Y_{1m_k}(\hat{k}) \tag{D.15}
\end{aligned}$$

Damit ist der Beitrag des Magnetisierungsstromes zur Einfachstreuung bestimmt.

## D.2.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung

Analog zum Konvektionsstrom ist der Rescatteringbeitrag des Magnetisierungsstromes gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 R_{mag} &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{mag} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
 &= i \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}, M_{S'''}} \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \\
 &\quad \times \left[ \frac{\tilde{\mu}_1''}{D_-} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}''; S'M_{S''} \rangle \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\tilde{\mu}_2''(-)^{S'-S}}{D_+} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}''; S'M_{S''} \rangle \right] \\
 &\quad \times \langle S'M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) | SM_{S'''} \rangle \frac{1}{E(p'', p)} \langle \vec{p}''; SM_{S'''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle .
 \end{aligned} \tag{D.16}$$

Hierbei werden die Größen  $D_+$ ,  $D_-$  und  $E(p'', p)$  benutzt, wie sie in Gl. (D.9) bzw. Gl. (D.4) definiert sind. Die modifizierten „magnetischen Momente“ der Nukleonen in den Zwischenzuständen (siehe Gl. (4.16)) sind mit  $\tilde{\mu}_1''$  und  $\tilde{\mu}_2''$  bezeichnet.

Die Struktur von Gl. (D.16) ist, soweit die Impulsintegration betroffen ist, identisch mit der von Gl. (D.8) und kann deshalb auf die gleiche Weise wie Gl. (D.8) berechnet werden.

### D.3. Die relativistischen Spinkorrekturen $V_{rsc}$

Die Berechnung der Matrixelemente der relativistischen Spinkorrekturen  $V_{rsc}$  gleicht der des Magnetisierungsstroms.

#### D.3.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rsc} | 0; \phi_{\vec{p}}^{S M_S} \rangle \\ &= -i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \left[ \tilde{\nu}_1 \frac{\langle \vec{p}'; S M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S''} \rangle \langle S' M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p} \times \vec{\epsilon}) | S M_S \rangle}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\nu}_2 \frac{\langle \vec{p}'; S M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S''} \rangle \langle S' M_{S''} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{p} \times \vec{\epsilon}) | S M_S \rangle}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right]. \end{aligned} \quad (D.17)$$

Die  $\tilde{\nu}_i$  hängen wieder gemäß Gl. (4.16) von den Impulsen  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$  ab.

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | V_{rsc} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{S M_S} \rangle \\ &= -i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \left[ \tilde{\nu}_1 \frac{\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p}' \times \vec{\epsilon}) | S M_{S''} \rangle \langle \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}; S M_{S''} | T^+ | \vec{p}; S M_S \rangle}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\nu}_2 \frac{\langle S' M_{S'} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{p}' \times \vec{\epsilon}) | S M_{S''} \rangle \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S M_{S''} | T^+ | \vec{p}; S M_S \rangle}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right]. \end{aligned} \quad (D.18)$$

Mit den Beziehungen aus Gl. (D.13a) und Gl. (D.13b) sowie der Partialwellenzerlegung der T-Matrix aus Gl. (3.4), erhalten wir

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rsc} | 0; \phi_{\vec{p}}^{S M_S} \rangle \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left( \frac{2}{\pi} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{6} [S] \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} p \\ &\quad \times \left[ \tilde{\nu}_1 \frac{1}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^S \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\nu}_2 \frac{1}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^{S'} \right] \\ &\quad \times \sum_{M_{S''} m_\sigma} Y_{L'M_{L'}}(\hat{p}') (S' M_{S''} LM_L | JM_J) (S' M_{S'} L' M_{L'} | JM_J) (S M_S 1 m_\sigma | S' M_{S''}) \\ &\quad \times \sum_{\mu, m_p} (-)^\mu \epsilon_\mu (1 m_p 1 m_\sigma | 1 - \mu) Y_{1 m_p}(\hat{p}) \end{aligned} \quad (D.19)$$

und

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | V_{rsc} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left( \frac{2}{\pi} \right) \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sqrt{6[S]} \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} Y_{LM_L}^*(\hat{p}) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} p' \\
&\times \sum_{M_{S''} m_\sigma} (SM_S L M_L | JM_J) (SM_{S''} L' M_{L'} | JM_J) (SM_{S''} 1 m_\sigma | S' M_{S'}) \\
&\times \left[ \tilde{\nu}_1 \frac{1}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L'M_{L'}}(\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^S \right. \\
&\quad \left. - \tilde{\nu}_2 \frac{1}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L'M_{L'}}(\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^{S'} \right] \\
&\times \sum_{\mu, m_p} (-)^\mu \epsilon_\mu (1 m_p 1 m_\sigma | 1 - \mu) Y_{1 m_p}(\hat{p}') . \tag{D.20}
\end{aligned}$$

Damit ist der Beitrag von  $V_{rsc}$  zur Einfachstreuung bestimmt.

### D.3.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung

Analog zum Magnetisierungsstrom ist der Rescatteringbeitrag des  $V_{rsc}$ -Terms gegeben durch:

$$\begin{aligned}
R_{rsc} &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rsc} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}, M_{S'''}} \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \\
&\times \left[ \frac{\tilde{\nu}_1''}{D_-} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}''; S' M_{S''} \rangle \right. \\
&\quad \left. - \frac{\tilde{\nu}_2'' (-)^{S'-S}}{D_+} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S' M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}''; S' M_{S''} \rangle \right] \\
&\times \langle S' M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p}'' \times \vec{\epsilon}) | SM_{S'''} \rangle \frac{1}{E(p'', p)} \langle \vec{p}''; SM_{S'''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle . \tag{D.21}
\end{aligned}$$

## D.4. Die relativistischen Spinkorrekturen $V_{rem}$

Die Berechnung des Matrixelements der relativistischen Spinkorrekturen  $V_{rem}$  gleicht der für  $V_{rsc}$ .

### D.4.1. Die Matrixelemente der Einfachstreuung

Für die Übergangsmatrixelemente der Einfachstreuung erhalten wir

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rem} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\ &= i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \vec{\epsilon} \cdot [\vec{p} \times \vec{k}] \\ & \quad \left[ 4\tilde{\eta}_1 \frac{\langle \vec{p}'; SM_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S''} \rangle \langle S'M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}) | SM_S \rangle}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right. \\ & \quad \left. + 4\tilde{\eta}_2 \frac{\langle \vec{p}'; SM_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S''} \rangle \langle S'M_{S''} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}) | SM_S \rangle}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} \right], \end{aligned} \quad (D.22)$$

die Abhängigkeit der  $\eta_i$  von den Impulsen  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$  wurde hier nicht explizit aufgeführt (siehe Gl. (4.16)). Für den zweiten Term aus Gl. (2.9) erhalten wir weiter:

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | V_{rem} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\ &= i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}} \vec{\epsilon} \cdot [\vec{p}' \times \vec{k}] \\ & \quad \left[ 4\tilde{\eta}_1 \frac{\langle S'M_{S'} | \vec{\sigma}_1 \cdot (\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}) | SM_{S''} \rangle \langle \vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}; SM_{S''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right. \\ & \quad \left. + 4\tilde{\eta}_2 \frac{\langle S'M_{S'} | \vec{\sigma}_2 \cdot (\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}) | SM_{S''} \rangle \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; SM_{S''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} \right]. \end{aligned} \quad (D.23)$$

Setzen wir nun wieder die explizite Darstellung des Spinmatrixelements aus Gl. (D.13a) in Gl. (D.22) und Gl. (D.23) ein und benutzen die Relation aus Gl. (D.13b) sowie die Partialwellenzerlegung der T-Matrix aus Gl. (3.4), so er-

halten wir

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rem} | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= - \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{6}[S'] \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} \sum_{m_\sigma} i^{L-L'} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} p\omega \\
&\times \left[ \frac{4\tilde{\eta}_1 |\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}| Y_{1m_\sigma}(\widehat{\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}}) Y_{L', M_{L'}}(\hat{p}')}{E(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^{S'} \right. \\
&+ \left. \frac{4\tilde{\eta}_2 |\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}| Y_{1m_\sigma}(\widehat{\vec{p} - \frac{\vec{k}}{2}}) Y_{L', M_{L'}}(\hat{p}')}{E(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p')} Y_{LM_L}^*(\widehat{\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}}) T_{LL'}^{JS'T}(|\vec{p} + \frac{\vec{k}}{2}|, p') (-)^S \right] \\
&\times \sum_{M_{S''} m_\epsilon \mu m_k} (S' M_{S''} L M_L | JM_J) (S' M_{S'} L' M_{L'} | JM_J) (S M_{S''} 1 m_\sigma | S M_S) \\
&\times (-)^\mu \epsilon_{m_\epsilon} (1 m_k 1 m_\epsilon | 1 - \mu) \epsilon_{m_\epsilon} Y_{1m_k}(\hat{k}) Y_{1\mu}(\hat{p}) \tag{D.24}
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
& \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S' M_{S'}} | V_{rem} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
&= - \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \left(\frac{2}{\pi}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{6}[S'] \sum_{TLL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} \sum_{m_\sigma} i^{L-L'} \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} p'\omega \\
&\times \left[ \frac{4\tilde{\eta}_1 |\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}| Y_{1m_\sigma}(\widehat{\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}}) Y_{L' M_{L'}}(\widehat{\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}})}{E(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L, M_L}^*(\hat{p}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' + \frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^{S'} \right. \\
&+ \left. \frac{4\tilde{\eta}_2 |\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}| Y_{1m_\sigma}(\widehat{\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}}) Y_{L' M_{L'}}(\widehat{\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}})}{E(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p)} Y_{L, M_L}^*(\hat{p}) T_{L'L}^{JST}(|\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}|, p) (-)^S \right] \\
&\times \sum_{M_{S''} m_k \mu m_\epsilon} (S M_S L M_L | JM_J) (S M_{S''} L' M_{L'} | JM_J) (S' M_{S'} 1 m_\sigma | S M_{S''}) \\
&\times (-)^\mu \epsilon_\mu (1 m_k 1 m_\epsilon | 1 - \mu) \epsilon_{m_\epsilon} Y_{1\mu}(\hat{p}') Y_{1m_k}(\hat{k}) \tag{D.25}
\end{aligned}$$

Damit ist der Beitrag von  $V_{rem}$  zur Einfachstreuung bestimmt.

### D.4.2. Das Matrixelement der Doppelstreuung

Der Rescatteringbeitrag von  $V_{rem}$  lautet dann:

$$\begin{aligned}
 R_{rem} &= \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \phi_{\vec{p}'}^{S'M_{S'}} | (T^-)^\dagger \mathcal{G}_f V_{rem} \mathcal{G}_i T^+ | 0; \phi_{\vec{p}}^{SM_S} \rangle \\
 &= -i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{e}{2m} \sum_{M_{S''}, M_{S'''}} \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \\
 &\quad \times \left[ \frac{4\tilde{\eta}_1''}{D_-} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}''; S'M_{S''} \rangle \langle S'M_{S''} | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}'' | SM_{S'''} \rangle \right. \\
 &\quad \left. + \frac{4\tilde{\eta}_2''}{D_+} \langle \vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}, -\vec{p}' - \frac{\vec{k}}{2}; S'M_{S'} | (T^-)^\dagger | \vec{p}'' - \vec{k}, -\vec{p}'' - \vec{k}; S'M_{S''} \rangle \langle S'M_{S''} | \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}'' | SM_{S'''} \rangle \right] \\
 &\quad \times \vec{p}'' \cdot (\vec{k} \times \vec{\epsilon}) \frac{1}{E(p'', p)} \langle \vec{p}''; SM_{S'''} | T^+ | \vec{p}; SM_S \rangle. \tag{D.26}
 \end{aligned}$$

### D.5. Das Matrixelement des Zweikörperstromes

Wie bereits erwähnt ist der Beitrag des Zweikörperstromes zur Bremsstrahlungsamplitude ist am einfachsten zu berechnen, wenn man direkt von Gl. (2.9) ausgeht und die Tatsache benutzt, daß

$$T^\pm(\vec{p}', \vec{p}) = \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} V(\vec{p}', \vec{p}'') \psi_{\vec{p}}^\pm(\vec{p}'') \tag{D.27}$$

ist. Damit erhält man für das Übergangsmatrixelement aus Gl. (2.9) mit Gl. (4.28)

$$\begin{aligned}
 \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \psi_{\vec{p}'}^- | V_{em}^{(2)} | 0; \psi_{\vec{p}}^+ \rangle &= \int \frac{d^3 p''}{(2\pi)^3} \left\{ \psi_{\vec{p}'}^{-*}(\vec{p}'') \left[ \frac{(\vec{\tau}_1' - \vec{\tau}_2')_z}{2} \right] [\nabla_{\vec{p}''} T^+(\vec{p}'', \vec{p})] \right. \\
 &\quad \left. + [\nabla_{\vec{p}''} (T^-)^\dagger(\vec{p}'', \vec{p})] \left[ \frac{(\vec{\tau}_1 - \vec{\tau}_2)_z}{2} \right] \psi_{\vec{p}}^+(\vec{p}'') \right\}, \tag{D.28}
 \end{aligned}$$

wobei  $(\vec{\tau}_i)_z$  die  $z$ -Komponente des Isospin-Operators  $\vec{\tau}_i$  von Nukleon  $i$  bezeichnet (siehe auch Gl. (D.5) und Gl. (4.4)).

Benutzen wir nun zusätzlich die Partialwellenzerlegung der T-Matrix und die der Wellenfunktion

$$\begin{aligned}
 \psi_{\vec{p}}^{SM_S}(\vec{p}', S'M_{S'}) &= \delta_{SS'} \frac{2}{\pi} \sum_{LL'J} \sum_{M_L M_{L'} M_J} i^{L-L'} P_T \\
 &\times (S'M_{S'} L' M_{L'} | JM_J)(S M_S L M_L | JM_J) Y_{L' M_{L'}}(\hat{p}') Y_{LM_L}^*(\hat{p}) \psi_{L'L}^{JST}(p', p) \tag{D.29a}
 \end{aligned}$$

mit

$$\psi_{L'L}^{JST}(p', p) = \frac{\pi}{2} \frac{\delta(p' - p)}{p^2} \delta_{L'L} + \frac{T_{L'L}^{JST}(p', p)}{E(p', p)}, \quad (D.29b)$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} & \langle \vec{\epsilon}, \vec{k}; \psi_{\vec{p}'}^{(-)S'M_{S'}} | V_{exch} | 0; \psi_{\vec{p}}^{(+)^SM_S} \rangle \\ &= \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \frac{e}{3\pi^2} \delta_{SS'} \sum i^{L''-L'} i^{L-L'''} \\ &\times (S'M_{S'} L'M_{L'} | J'M_{J'}) (S M_S L M_L | J M_J) Y_{L'M_{L'}}(\hat{p}') Y_{LM_L}^*(\hat{p}) \\ &\times (-)^{S+M_J} [L''L'''JJ'] (L'''0L''0|10) \left\{ \begin{array}{ccc} J' & J & 1 \\ L''' & L'' & S \end{array} \right\} \\ &\times \sum_{\mu} (-)^{\mu} \epsilon_{-\mu}(J - M_J J' M_{J'}) | 1\mu \rangle \delta_{T,T'\pm 1} \\ &\times \left\{ \frac{\pi}{2} \left[ \delta_{L'L''} \left( \frac{d}{dp'} T_{L'''L}^{JST}(p', p) - \frac{1}{2} [L''(L''+1) - L'''(L'''+1) - 2] \frac{T_{L'''L}^{JST}(p', p)}{p'} \right) \right. \right. \\ &+ \delta_{L'''L} \left( \frac{d}{dp} T_{L''L'}^{J'S'T'}(p, p') - \frac{1}{2} [L'''(L'''+1) - L''(L''+1) - 2] \frac{T_{L''L'}^{J'S'T'}(p, p')}{p} \right) \left. \right] \\ &+ \int_0^\infty \frac{dp''}{(2\pi)^3} p'' \\ &\left[ p'' \left( \frac{T_{L''L'}^{J'S'T'}(p'', p')}{E(p'', p')} \frac{d}{dp''} T_{L'''L}^{JST}(p'', p) + \frac{T_{L'''L}^{JST}(p'', p)}{E(p'', p)} \frac{d}{dp''} T_{L''L'}^{J'S'T'}(p'', p') \right) \right. \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{L''(L''+1) - L'''(L'''+1) - 2}{E(p'', p')} + \frac{L'''(L'''+1) - L''(L''+1) - 2}{E(p'', p)} \right) \\ &\left. \times T_{L''L'}^{J'S'T'}(p'', p') T_{L'''L}^{JST}(p'', p) \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (D.30)$$

Da alle in der obigen Gleichung auftretenden T-Matrixelemente den gleichen Randbedingungen (+) genügen, haben wir wiederum den oberen Index + der Einfachheit halber unterdrückt. Die T-Matrixelemente  $T_{L'L}^{JST}(p', p)$  in der obigen Gleichung sind somit als  $T_{L'L}^{JST+}(p', p)$  zu verstehen. Die Summe in Gl. (D.30) geht über  $T$ ,  $T'$ ,  $J$ ,  $J'$ ,  $M_J$ ,  $M_{J'}$ , alle  $L$ 's und ihre zugehörigen Projektionen  $M_L$ 's.

Dies schließt die Herleitung der für die Berechnung des Bremsstrahlungsübergangsmatrixelements notwendigen Formeln ab.

# Anhang E

## Berechnung von $\langle S'M_{S'}|\vec{\sigma} \cdot \vec{a}|SM_S\rangle$

Wir berechnen an dieser Stelle das Spinmatrixelement  $\langle S'M_{S'}|\vec{\sigma}_i \cdot \vec{a}|SM_S\rangle$ ,  $i = 1, 2$  aus Gl. (D.13). Zunächst schreiben wir das Skalarprodukt als das Produkt zweier sphärischer Tensoroperatoren.

$$\langle S'M_{S'}|\vec{\sigma}_i \cdot \vec{a}|SM_S\rangle = \sum_m (-)^m \langle S'M_{S'}|\sigma_{i_m}|SM_S\rangle a_{-m} \quad (E.1)$$

Hierbei sind  $\vec{a}$  und  $\vec{\sigma}_i$  als Tensoroperatoren erster Stufe aufgefaßt. Die Spins der beiden Nukleonen  $\vec{s}_1$  und  $\vec{s}_2$  koppeln zum Gesamtspin  $\vec{S}$ . Die  $\vec{\sigma}_i$  wirken nur im Spinraum des  $i$ -ten Nukleons ( $i = 1, 2$ ). Um die Kopplung der beiden Nukleonenspins  $\vec{s}_i$  zum Gesamtspin  $\vec{S}$  zu verdeutlichen, schreiben wir  $\langle s'_1 s'_2 S' M_{S'}|\sigma_{i_m}|s_1 s_2 S M_S\rangle$  anstelle von  $\langle S'M_{S'}|\sigma_{i_m}|SM_S\rangle$ . Unter Verwendung des Wigner-Eckart Theorems [116] ergibt sich mit  $[S'] = \sqrt{2S' + 1}$ :

$$\langle s'_1 s'_2 S' M_{S'}|\sigma_{i_m}|s_1 s_2 S M_S\rangle = (-)^{1-S-S'} \frac{1}{[S']} (1m S M_S|S' M_{S'}) \langle s'_1 s'_2 S'| \vec{\sigma}_i | s_1 s_2 S \rangle \quad (E.2)$$

Hierbei bezeichnet  $\langle s'_1 s'_2 S'| \vec{\sigma}_i | s_1 s_2 S \rangle$  das reduzierte Matrixelement.

Damit ist also das reduzierte Matrixelement zwischen gekoppelten Zuständen für einen Operator zu berechnen, der nur auf eins der koppelnden Untersysteme wirkt. Allgemein gilt für zwei gekoppelte Tensoroperatoren  $T(k)$   $k$ -ter Stufe und  $U(k')$   $k'$ -ter Stufe [116] ( $T(k)$  wirkt nur auf Untersystem 1 und  $U(k')$  nur auf Untersystem 2):

$$\langle s'_1 s'_2 S'| T(k) | s_1 s_2 S \rangle = (-)^{s'_1 + s_2 + S + k} [SS'] \left\{ \begin{array}{ccc} s'_1 & S' & s_2 \\ S & s_1 & k \end{array} \right\} \langle s'_1 | T(k) | s_1 \rangle \quad (E.3a)$$

und

$$\langle s'_1 s'_2 S'| U(k') | s_1 s_2 S \rangle = (-)^{s_1 + s_2 + S' + k'} [SS'] \left\{ \begin{array}{ccc} s'_2 & S' & s_1 \\ S & s_2 & k' \end{array} \right\} \langle s'_2 | U(k') | s_2 \rangle . \quad (E.3b)$$

In unserem Fall ist  $k = k' = 1$  und  $s'_1 = s_1 = s'_2 = s_2 = \frac{1}{2}$  (Spins der Nukleonen) sowie  $T = \vec{\sigma}_1$  und  $U = \vec{\sigma}_2$ . Damit ist

$$\langle s'_1 s'_2 S' | \sigma_1 | s_1 s_2 S \rangle = (-)^S [SS'] \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \langle s'_1 = \frac{1}{2} | \vec{\sigma}_1 | s_1 = \frac{1}{2} \rangle \quad (E.4a)$$

und

$$\langle s'_1 s'_2 S' | \vec{\sigma}_2 | s_1 s_2 S \rangle = (-)^{S'} [SS'] \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \langle s'_2 = \frac{1}{2} | \vec{\sigma}_2 | s_2 = \frac{1}{2} \rangle . \quad (E.4b)$$

Nun gilt für das reduzierte Matrixelement eines Drehimpulsoperators  $\vec{L}$  nach Ref. 116

$$\langle l' | \vec{L} | l \rangle = \delta_{ll'} \sqrt{(2l+1)(l+1)} l . \quad (E.5)$$

Hierbei sind die  $|l\rangle$  Drehimpulszustände. Damit erhalten wir

$$\begin{aligned} \langle s'_1 = \frac{1}{2} | \vec{\sigma}_1 | s_2 = \frac{1}{2} \rangle &= 2 \langle \frac{1}{2} | \vec{\sigma}_1 | \frac{1}{2} \rangle = 2 \cdot \sqrt{(2 \cdot \frac{1}{2} + 1)(\frac{1}{2} + 1) \frac{1}{2}} = \sqrt{6} \\ \langle s'_1 = \frac{1}{2} | \vec{\sigma}_2 | s_1 = \frac{1}{2} \rangle &= \sqrt{6} . \end{aligned} \quad (E.6)$$

Aus dem Einsetzen von Gl. (E.6) in Gl. (E.4a) und Gl. (E.4b) ergibt sich

$$\langle S' | \vec{\sigma}_1 | S \rangle = (-)^{S'-S} \langle S' | \vec{\sigma}_2 | S \rangle . \quad (E.7)$$

Setzen wir nun Gl. (E.6) und Gl. (E.4a) in Gl. (E.2) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} \langle S' M_{S'} | \sigma_{1m} | S M_S \rangle &= (-)^S [SS'] \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \sqrt{6} \frac{1}{[S']} (1m S M_S | S' M_{S'}) \\ &= (-)^{1-S'} \sqrt{6} [S] (1m S M_S | S' M_{S'}) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} \\ &= (-)^S \sqrt{6} [S] (S M_S 1m | S' M_{S'}) \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & S' & \frac{1}{2} \\ S & \frac{1}{2} & 1 \end{array} \right\} . \end{aligned} \quad (E.8)$$

Gl. (E.8) führt zusammen mit Gl. (E.1) auf die Beziehung Gl. (D.13a).

Einsetzen von Gl. (E.7) in Gl. (E.2) ergibt

$$\begin{aligned} \langle S' M_{S'} | \sigma_{1m} | S M_S \rangle &= (-)^{1-S-S'} \frac{1}{[S']} (1m S M_S | S' M_{S'}) (-)^{S'-S} \langle S' | \vec{\sigma}_2 | S \rangle \\ &= (-)^{S'-S} \langle S' M_{S'} | \sigma_{2m} | S M_S \rangle \end{aligned} \quad (E.9)$$

Zusammen mit Gl. (E.1) ergibt Gl. (E.9) sofort Gl. (D.13b).

# Literaturverzeichnis

- [1] K. Holinde, *Nucl. Phys. A* **543** (1992) 143c.
- [2] J. Ashkin und R.E. Marshak, *Phys. Rev.* **76** (1949) 989.
- [3] M.I. Sobel und A.H. Cromer, *Phys. Rev.* **132** (1963) 2698.
- [4] B. Gottschalk, W.J. Schlaer und K.H. Wang, *Phys. Lett.* **16** (1965) 294.
- [5] B. Gottschalk, W.J. Schlaer und K.H. Wang, *Nucl. Phys.* **75** (1966) 549.
- [6] B. Gottschalk, W.J. Schlaer und K.H. Wang, *Nucl. Phys. A* **94** (1967) 491.
- [7] K.W. Rothe, P.F.M. Koehler und E.H. Thorndike,  
*Phys. Rev. Lett.* **16** (1966) 1118.
- [8] K.W. Rothe, P.F.M. Koehler und E.H. Thorndike,  
*Phys. Rev.* **157** (1966) 1247.
- [9] D.L. Mason, M.L. Halbert und L.C. Northcliffe,  
*Phys. Rev.* **176** (1968) 1159.
- [10] A.H. Cromer und M.I. Sobel, *Phys. Rev.* **152** (1966) 1351.
- [11] Y. Ueda, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1214.
- [12] V.R. Brown und J. Franklin, *Phys. Rev. C* **8** (1973) 1706.
- [13] D. Drechsel und L.C. Maximon, *Phys. Lett.* **26 B** (1968) 477.
- [14] I. Duck und W.A. Pearce, *Phys. Lett.* **21** (1966) 669.
- [15] E.M. Nyman, *Phys. Lett.* **25 B** (1967) 135.
- [16] E.M. Nyman, *Phys. Rev.* **170** (1968) 1628.
- [17] R. Baier, H. Kühnelt und P. Urban, *Nucl. Phys. B* **11** (1969) 675.
- [18] G.E. Bohannon, L. Heller und R.H. Thompson,  
*Phys. Rev. C* **16** (1977) 284.

- [19] F.E. Low, *Phys. Rev.* **110** (1958) 974.
- [20] M.K. Liou, *Phys. Rev. C* **2** (1970) 131.
- [21] M.K. Liou und M.I. Sobel, *Phys. Rev. C* **3** (1971) 1430.
- [22] M.K. Liou und M.I. Sobel, *Phys. Rev. C* **4** (1971) 1507.
- [23] H.W. Fearing, *Phys. Rev. C* **6** (1972) 1136.
- [24] H.W. Fearing, *Phys. Rev. D* **7** (1973) 234.
- [25] H.W. Fearing, *Phys. Rev. C* **22** (1980) 1388.
- [26] G. Rogers et al., *Phys. Rev. C* **22**, 2512 (1980).
- [27] V. Herrmann und K. Nakayama, *Phys. Lett.* **251 B** (1990) 6.
- [28] L.S. Celenza, M.K. Liou, M.I. Sobel und B.F. Gibson, *Phys. Rev. C* **8** (1973) 838.
- [29] L.S. Celenza, B.F. Gibson, M.K. Liou und M.I. Sobel, *Phys. Lett.* **41 B** (1972) 283.
- [30] V.R. Brown, *Phys. Rev.* **177** (1969) 1498.
- [31] V.R. Brown, P.L. Anthony und J. Franklin, *Phys. Rev. C* **44** (1991) 1296.
- [32] D. Drechsel und L.C. Maximon, *Ann. Phys. (N.Y.)* **49** (1968) 403.
- [33] R.L. Workman und H.W. Fearing, *Phys. Rev. C* **34** (1986) 780.
- [34] L. Heller und M. Rich, *Phys. Rev. C* **10** (1974) 479.
- [35] M. Jetter, *Dissertation*, Universität Hamburg (1993).
- [36] M.K. Liou und M.I. Sobel, *Ann. Phys. (N.Y.)* **72** (1972) 323.
- [37] J.H. McGuire und W.A. Pearce, *Nucl. Phys. A* **162** (1971) 561.
- [38] K. Nakayama, *Phys. Rev. C* **39** (1989) 1475.
- [39] L.L. Foldy und S.A. Wouthuysen, *Phys. Rev.* **78** (1950) 29.

- [40] M.K. Liou und K.S. Cho, *Nucl. Phys.* **A 160** (1971) 417.
- [41] M.L. Halbert, *Proceedings of the Gull-Lake Symposium on the Two-Body Force in Nuclei*, Gull Lake, Michigan, 1971, Hrsg. S.M. Austin und G.M. Crawley (Plenum, New York, 1972), S.53.
- [42] J.V. Jovanovich, *Proceedings of the Second International Conference on the Nucleon-Nucleon Interactions* Vancouver, Kanada, 1977, Hrsg. D.F. Measday, H.W. Fearing und A. Strathdee.
- [43] C.A. Smith, J.V. Jovanovich und L.G. Greeniaus, *Phys. Rev. C* **22** (1980) 2287.
- [44] B.M.K. Nefkens, O.R. Sander und D.I. Sober, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 876.
- [45] L. Tiator, H.J. Weber und D. Drechsel, *Nucl. Phys.* **A 306** (1978) 468.
- [46] P.F.M. Koehler, K.W. Rothe und E. H. Thorndike, *Phys. Rev. Lett.* **18** (1967) 933.
- [47] F.P. Brady und J.C. Young, *Phys. Rev. C* **2** (1970) 1579.
- [48] F.P. Brady und J.C. Young, *Phys. Rev. C* **7** (1973) 1707.
- [49] J. Edgington und B. Rose, *Nucl. Phys.* **89** (1966) 523.
- [50] M.M. Nagels, T.A. Rijken und J.J. de Swart, *Phys. Rev. D* **17** (1978) 768.
- [51] M. Lacombe, B. Loiseau, J.M. Richard, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pirès und R. de Tiurreil, *Phys. Rev. C* **21** (1980) 861.
- [52] R. Machleidt, K. Holinde und Ch. Elster, *Phys. Rep.* **149** (1987) 1.
- [53] P. Kitching *et al.*, *Nucl. Phys.* **A 463** (1987) 87c.
- [54] H.W. Fearing, *Nucl. Phys.* **A 463** (1987) 95c.

- [55] M. Jetter, H. V. von Geramb und H. Kohlhoff, „Proton–Proton and Antiproton–Proton Bremsstrahlung”, Vortrag gehalten beim *Workshop on NN Bremsstrahlung and polarization observables*, Groningen/NL, 16.–18. November 1992.
- [56] A. Katsogiannis und K. Amos, *Phys. Rev. C* **47** (1993) 1376.
- [57] M.K. Liou, D. Lin und B.F. Gibson, *Phys. Rev. C* **47** (1993) 973.
- [58] K. Michaelian *et al.*, *Phys. Rev. D* **41** (1990) 2689.
- [59] V. Herrmann und K. Nakayama, *Phys. Rev. C* **46** (1992) 2199.
- [60] B. v.Przewoski, H.O. Meyer, H. Nann, P.V. Pancella, S.F. Pate, R.E. Pollock, T. Rinckel, M.A. Ross, und F. Sperisen, *Phys. Rev. C* **45** (1991) 2001.
- [61] A. Johansson, „NN Bremsstrahlung experiments with the CELSIUS ring”, Vortrag gehalten beim *Workshop on NN Bremsstrahlung and polarization observables*, Groningen/NL, 16.–18. November 1992.
- [62] E. Kuhlmann, „Investigation of p+p Bremsstrahlung”, Proposal (E3) für COSY, KFA–Jülich (1993).
- [63] N. Kalantar–Nayestanaki, „Plans for Bremsstrahlung experiments at AGOR”, Vortrag gehalten beim *Workshop on NN Bremsstrahlung and polarization observables*, Groningen/NL, 16.–18. November 1992.
- [64] J. Koster, „Neutron–Proton Bremsstrahlung experiments”, Vortrag gehalten beim *Workshop on NN Bremsstrahlung and polarization observables*, Groningen/NL, 16.–18. November 1992.
- [65] M. Gell–Mann und M.L. Goldberger, *Phys. Rev.* **91** (1953) 398.
- [66] Ch.J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, North–Holland publishing Company Amsterdam (1975).

- [67] L. Heller, *Proceedings of the Gull-Lake Symposium on the Two-Body Force in Nuclei*, Gull Lake, Michigan, 1971, Hrsg. S.M. Austin und G.M. Crawley (Plenum, New York, 1972), S.79.
- [68] L. Heller, *Phys. Rev.* **174** (1968) 1580.
- [69] M.K. Liou und K.S. Cho, *Nucl. Phys.* **A 124** (1969) 85.
- [70] K. Nakayama und W.G. Love, *Phys. Rev.* **C 38** (1988) 51.
- [71] R. Blankenbecler und R. Sugar, *Phys. Rev.* **142** (1966) 1051.
- [72] M. Partovi und E. Lomon, *Phys. Rev.* **D 2** (1970) 1999.
- [73] E.E. Salpeter und H.A. Bethe, *Phys. Rev.* **84** (1951) 1232.
- [74] K. Nakayama und G.F. Bertsch, *Phys. Rev.* **C 40** (1989) 685.
- [75] M.I. Haftel und F. Tabakin, *Nucl. Phys.* **A 158** (1970) 1.
- [76] T. Hamada und I.D. Johnston, *Nucl. Phys.* **34** (1962) 382.
- [77] H.F. Arellano, private Mitteilung.
- [78] M.L. Goldberger und K.M. Watson, *Collision Theory*, (Wiley, New York, 1964).
- [79] K. Nakayama, S. Krewald und J. Speth, *Nucl. Phys.* **A 451** (1986) 243.
- [80] K. Nakayama, S. Krewald, J. Speth und W.G. Love, *Nucl. Phys.* **A 431** (1984) 419.
- [81] H.W. Fearing, G.I. Poulis und S. Scherer, *preprint TRI-PP-93-12*, bei *Nuclear Physics* zur Veröffentlichung eingereicht.
- [82] A.M. Bincer, *Phys. Rev.* **118** (1960) 855.
- [83] P.C. Tiemeijer und J.A. Tjon, *Phys. Rev.* **C 42** (1990) 599.
- [84] J.C. Ward, *Phys. Rev.* **78** (1950) 182.
- [85] Y. Takahashi, *Nuovo Cimento* **6** (1957) 855.

- [86] J.D. Bjorken und S.D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, (McGraw-Hill, New York, 1964).
- [87] H.W.L. Naus und J.H. Koch, *Phys. Rev. C* **36** (1987) 2459.
- [88] H.W.L. Naus und J.H. Koch, *Phys. Rev. C* **39** (1989) 1907.
- [89] J.W. Bos, S. Scherer und J.H. Koch, *Nucl. Phys. A* **547** (1992) 488.
- [90] K. Holinde, *Phys. Rep.* **68** (1981) 121.
- [91] C. Hajduk und P.U. Sauer, *Phys. Rev. C* **22** (1980) 1304.
- [92] G.G. Ohlsen, *Rep. Prog. Phys.* **35** (1972) 717.
- [93] H.W. Fearing, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1394.
- [94] R.A. Brandenburg, G.S. Chulik, R. Machleidt, A. Pickelsimer und R.M. Thaler, *Phys. Rev. C* **37** (1988) 1245.
- [95] V. Herrmann, *Diplomarbeit*, Universität Bonn, unveröffentlicht.
- [96] V. Herrmann, K. Nakayama, H.F. Arellano und O. Scholten, (in Vorbereitung).
- [97] V. Herrmann, J. Speth, und K. Nakayama, *Phys. Rev. C* **43** (1991) 394.
- [98] P. Kitching, private Mitteilung.
- [99] M.R.C. McDowell und J.P. Coleman, *Introduction to the Theory of Ion-Atom Collisions*, (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970).
- [100] V. Herrmann und K. Nakayama, *Phys. Rev. C* **44** (1991) R1254.
- [101] S. De Benedetti, *Nuclear Interactions* (Wiley and Sons, New York 1967).
- [102] V. Herrmann und K. Nakayama, *Phys. Rev. C* **45** (1992) 1450.
- [103] R. Machleidt, private Mitteilung.
- [104] D. Schütte, *Nucl. Phys. A* **221** (1974) 450.

- [105] R.H. Thompson und L. Heller, *Phys. Rev.* **7** (1973) 2355.
- [106] M. Gari und H. Hyuga, *Z. Phys. A* **277** (1976) 291.
- [107] A. Mündel, *Diplomarbeit*, Universität Bonn, in Vorbereitung.
- [108] K. Michaelian *et al.*, *Phys. Rev. D* **41** (1990) 2689;  
die darin enthaltenen Rechnungen stammen aus Ref. 33.
- [109] E.M. Nyman, *Nucl. Phys. A* **160** (1971) 517.
- [110] E.M. Nyman, *Nucl. Phys. A* **154** (1970) 97.
- [111] J.A. Tjon und J.H. Koch, private Mitteilung.
- [112] F. Malek, H. Nifenecker, J.A. Pinston, F. Schussler, S. Drissi und J. Julien,  
*Phys. Lett. 2 B* (1991) 255.
- [113] F. de Jong, K. Nakayama, V. Herrmann und O. Scholten, (in Vorbereitung).
- [114] K. Nakayama, S. Drozdz, S. Krewald und J. Speth, *Nucl. Phys. A* **470**  
(1987) 573.
- [115] K. Nakayama, S. Drozdz, S. Krewald und J. Speth, *Nucl. Phys. A* **484**  
(1988) 685.
- [116] A.R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*  
(Princeton University Press, Princeton, 1957).

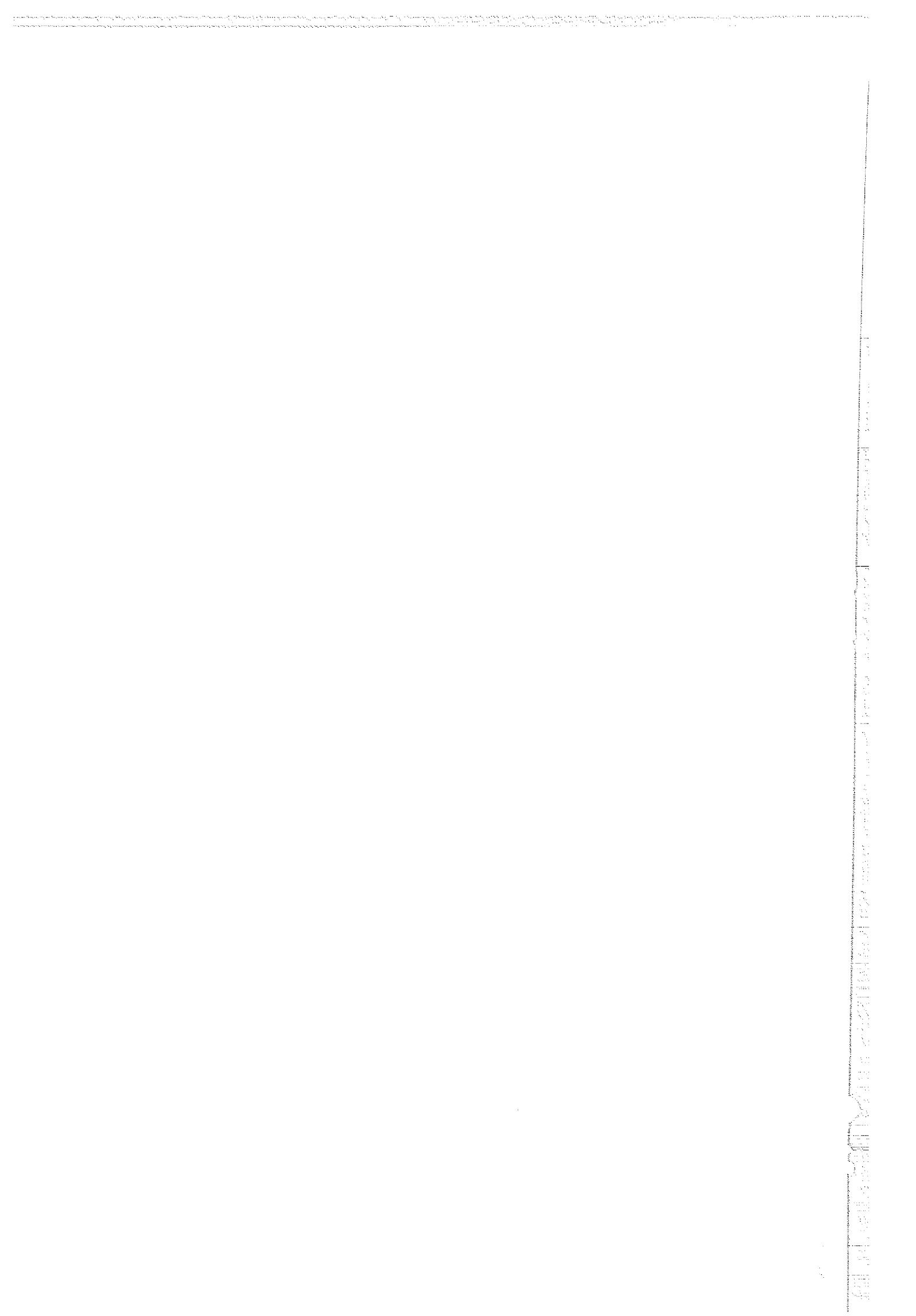
## Schlußwort

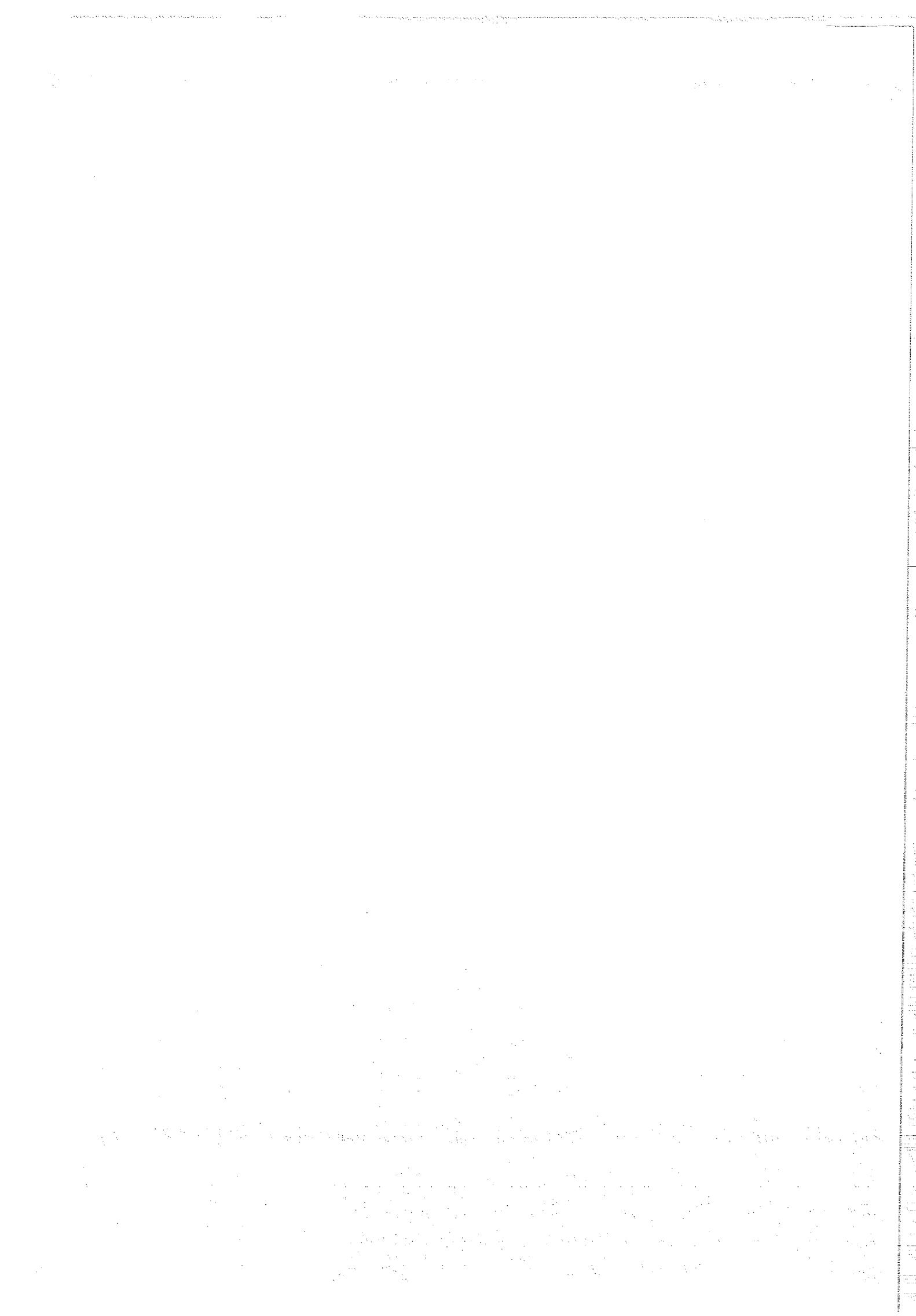
Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1990 bis 1993 am Institut für Kernphysik des Forschungszentrums Jülich und am Institut für Physik und Astronomie der University of Georgia. An dieser Stelle möchte ich nun zunächst allen Mitgliedern beider Institute für die angenehme Arbeitsatmosphäre und im besonderen allen Angehörigen der University of Georgia für die zuvorkommende Gastfreundschaft während meines dortigen Aufenthaltes herzlichen Dank aussprechen.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr. J. Speth, der mir die vorliegende Arbeit durch Aufnahme in das hiesige Institut erst ermöglicht und sie auch wohlwollend unterstützt hat. Herrn Prof. Dr. S. Krewald danke ich für wertvolle Hinweise und die Durchsicht des Manuskripts.

Mein ganz spezieller Dank gilt Prof. Dr. K. Nakayama für das Engagement und die Zeit, die er für die Betreuung meiner Doktorarbeit aufbrachte. Ich bedanke mich bei ihm nicht nur für die Überlassung der Computerprogramme, die der Ausgangspunkt für den numerischen Teil dieser Arbeit waren, sondern auch für die Geduld bei der Diskussion von unzähligen Problemen.

Schließlich möchte ich noch meinen Eltern, Brüdern und Freunden für die seelische und moralische Unterstützung in dieser Zeit danken; ausdrücklich erwähnt seien hier Diana, Andreas, Niels und Volker.





JÜL-2840  
November 1993  
ISSN 0944-2952