

Institut für Werkstoffe der Energietechnik

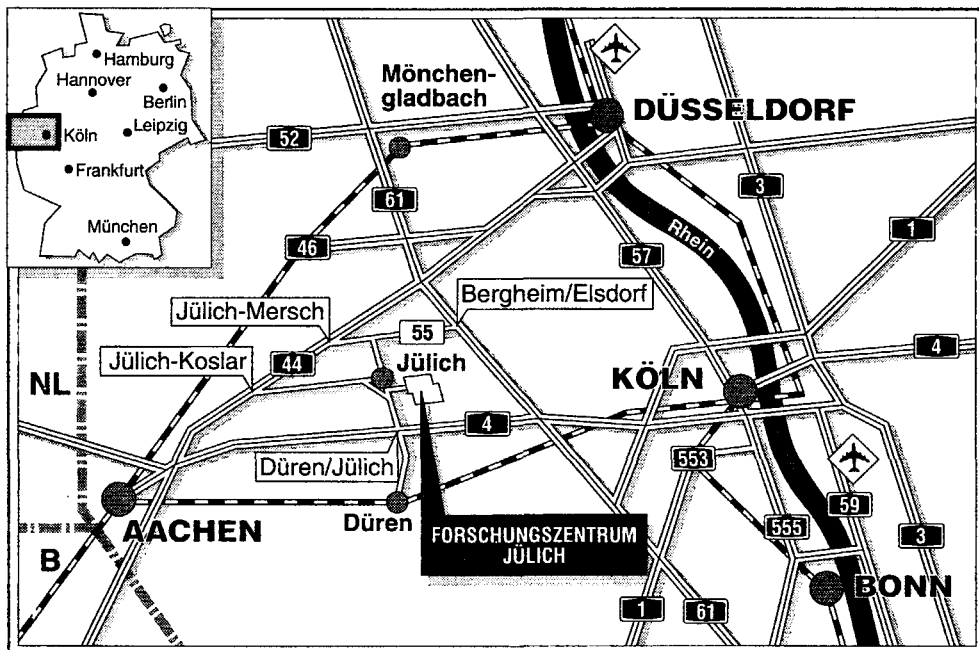
Ermüdungs- und Bauteilversuche an SiSiC-Profilen

M. Hahne

M. Rödiger

F. Schubert

H. Nickel



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 2890

ISSN 0944-2952

Institut für Werkstoffe der Energietechnik JÜL-2890

D 82 (Diss. RWTH Aachen)

Zu beziehen durch : Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon : 024 61 / 61 - 61 02 · Telefax : 024 61 / 61 - 61 03 · Telex : 8 33 556-70 kfa d

Jül - 2890

März 1994

ISSN 0944-2952

Ermüdungs- und Bauteilversuche an SiSiC-Profilen

M. Hahne*

M. Rödiger

F. Schubert

H. Nickel

* Dissertation

Fatigue and Component-Tests on SiSiC-Tubes

by

M. Hahne*

M. Rödiger

F. Schubert

H. Nickel

Abstract

The mechanical properties of ceramic materials are usually evaluated with small standard specimens (e.g. 4,5 mm x 3,5 mm x 50 mm) manufactured out of components. The results are used to determine the mechanical behaviour of size effects. This work is concerned with the determination of mechanical properties of SiSiC-components with different shapes and length (400 to 1700 mm). They have been tested under 4-point bending loading at room temperature, wherefore two test facilities had been developed and built.

The obtained results lead to the evaluation of a formalism for the transfer of the fracture strength from small specimens to bigger components. A transfer of the fracture strength between SiSiC-components depending on surface crack damage is given. The specimens need the same population of crack starting failures to get good results. This is possible when the specimens and the components have a minimum size like sticks or tubes with a dimension of 23 mm x 17 mm x 400 mm. The SiSiC-components failed due to pores, Si-inclusions, not completely siliconized areas, during the grinding precracked SiC-particles and defects resulting of sandblasting.

The second part of the thesis describes dynamic and cyclodynamic 4-point-bending test results to prove the influence of cyclic fatigue. On the behalf of those results obtained by room temperature there is no fatigue effects for the design of SiSiC-components.

* Thesis

Ermüdungs- und Bauteilversuche an SiSiC-Profilen

von

M. Hahne*

M. Rödiger

F. Schubert

H. Nickel

Zusammenfassung

Die Festigkeitsuntersuchungen an keramischen Werkstoffen werden in der Regel an Kleinproben wie z.B. der Standardprobe (4,5 mm x 3,5 mm x 50 mm) durchgeführt. Von diesen Kleinproben aus wird versucht, Festigkeitsaussagen über Bauteile zu treffen. In dieser Arbeit werden Festigkeitsuntersuchungen an Bauteilen durchgeführt. Es standen verschiedene Profile aus SiSiC einer Länge von 400 bis 1700 mm zu Verfügung, die in dynamischen 4-Punkt-Biegeversuchen bei Raumtemperatur geprüft wurden. Hierfür wurden zwei Prüfeinrichtungen für 4-Punkt-Biegeversuche entwickelt und aufgebaut. Mit den Ergebnissen zum Festigkeitsverhalten wurde eine allgemeingültige Funktion zur Übertragung der Festigkeitskennwerte von Kleinproben auf bauteilähnliche Geometrien abgeleitet. Die Ergebnisse zeigen, daß die Übertragungsfunktion für oberflächenbedingtes Versagen für SiSiC-Bauteile angewendet werden kann, sofern eine vergleichbare Fehlerpopulation bei den zu vergleichenden Bauteilen vorliegt. Dies ist bei Bauteilen, die eine bestimmte Mindestgröße (z.B. 23 mm x 17 mm x 400 mm) besitzen und nach dem gleichen Produktionsverfahren hergestellt worden sind, der Fall. Eine Übertragbarkeit zu den Standardproben ist nicht gegeben. Als Bruchursachen wurden Poren, Si-Einschlüsse, nicht durchsilizierte SiSiC-Verbunde, im Prallmahlprozeß vorgeschädigte SiC-Körner und Schädigung durch Sandstrahlen beobachtet.

Ein weitere Aufgabe bestand in der Charakterisierung des zyklischen Ermüdungsverhaltens von SiSiC-Komponenten für Wärmetauscher. Die Ergebnisse aus dynamischen und zyklodynamischen 4-Punkt-Biegeversuchen bei Raumtemperatur erlauben den Ermüdungseinfluß bei der konstruktiven Auslegung von Bauteilen zu vernachlässigen.

* Dissertation

INHALTSVERZEICHNIS:

1.	Einleitung	1
2.	Grundlagen und Schrifttumsauswertung	4
2.1	Grundlagen des Werkstoffverhaltens bei verschiedenen Belastungsarten	4
2.1.1	Statische Ermüdung	6
2.1.2	Dynamische Ermüdung	7
2.1.3	Zyklostatische Ermüdung	9
2.1.4	Zyklodynamische Ermüdung	13
2.1.5	Grundlagen der Fraktographie	14
2.2	Schrifttumsauswertung Ermüdungs- und Bauteilverhalten von SiSiC	15
2.2.1	Ermüdung von SiSiC (klassische Betrachtungsweise)	15
2.2.2	Ermüdung von SiSiC (bruchmechanische Betrachtungsweise)	18
2.2.3	Dynamische Versuche zur Bestimmung von Festigkeitskennwerten von SiSiC	20
2.2.4	Versuche zur Übertragbarkeit von Festigkeitskennwerten	22
3.0	Werkstoff- und Probenherstellung	27
3.1	Werkstoffherstellung	27
3.2	Werkstoffcharakterisierung	28
3.3	Proben	34
4.	Versuchsaufbau	37
4.1	4-Punkt-Biegetisch für Proben bis 500 mm Länge	40
4.2	4-Punkt-Biegetisch für Bauteile bis 2000 mm Länge	42
5.	Versuche zur Überprüfung der Übertragbarkeit von Festigkeitskennwerten von Prüfkörpern auf Bauteile	47
5.1	Parameterauslegung der dynamischen Versuche an Bauteilen und Standardproben	47
5.2	Dynamische Versuche an Bauteilen und Standardproben	48
5.3	Übertragungsfunktion für Festigkeitskennwerte	56
5.4	Fraktographie der Bruchflächen	62
5.5	Vergleich der Ergebnisse und Diskussion	70

6.	Ermüdungsversuche	77
6.1	Vorversuche	77
6.2	Zyklodynamische Versuche	78
6.2.1	Parameterauslegung der Ermüdungsversuche	78
6.2.2	Zyklodynamischer Schwingungsversuch mit langsamer Anstiegsgeschwindigkeit	80
6.3	Fraktographie der Bruchflächen	83
6.4	Diskussion	84
7.	Zusammenfassung	85
8.	Literaturverzeichnis	88
Anhang A		95
Anhang B	Herleitung einer Umrechnungsfunktion zum Vergleich statischer und zyklostatischer Versuche (Evans und Fuller)	102
Anhang C	Herleitung einer Umrechnungsfunktion zum Vergleich dynamischer und zyklodynamischer Versuche (Bornhauser et al.)	107
Anhang D	Herleitung einer Umrechnungsfunktion zum Vergleich zyklostatischer und zyklodynamischer Versuche	110
Anhang E	Statistik	117
Anhang E.1	Die Weibullstatistik	117
Anhang E.2	Prüfbericht aus der DIN-Norm 51 110	121
Anhang F	Herleitung der Übertragungsfunktion für Festigkeitskennwerte	125
Anhang F.1	Volumenfehlerbedingtes Versagen	125
Anhang F.2	Oberflächenfehlerbedingtes Versagen	133

1. EINLEITUNG

In modernen Energieerzeugungsanlagen sind Wärmetauscher- und Rekuperatorrohre Temperaturen bis zu 1200°C ausgesetzt. Ein Ziel der Werkstoffentwicklung ist es, den Wirkungsgrad dieser Systeme durch die Erhöhung der maximalen Einsatztemperatur zu verbessern. Keramikwerkstoffe, wie siliciuminfiltriertes Siliciumcarbid (SiSiC), erlauben höhere Arbeitstemperaturen bis etwa 1300°C. Zusätzlich zur thermischen Belastung treten an diesen Komponenten mechanische Belastungen auf. Neben statischen Belastungen können bedingt durch den fließenden Massenstrom Strömungsverhältnisse auftreten, die die Rohre der Wärmetauscher zu Schwingungen anregen können. Zur Abschätzung der Lebensdauer der Wärmetauscherrohre sind daher nicht nur Kenntnisse über das Werkstückverhalten bei statischer, sondern auch bei zyklischer Belastung nötig. Diese sind bislang noch nicht in ausreichendem Maße vorhanden.

Die Arbeit ist Teil eines Verbundprojektes, das zur Verifikation von SiC - Großkomponenten in der Wärmetechnik dient. Zur Herstellung von Bauteilen mit Längen bis 3000 mm und Durchmessern bis 300 mm soll ein gefügeoptimierter SiC - Werkstoff entwickelt werden. Solche Komponenten sollen dann als Brenner, Mantelstrahlrohre, Rekuperatoren, Ofenaufbauten, Ofenrollen und Brennhilfsmittel eingesetzt werden. Für die infrage kommenden Rohre werden 43,5 mm Außendurchmesser und 7 mm Wandstärke diskutiert. Sie sollen bei einer Temperatur von 1300°C eingesetzt werden.

Das Versagen keramischer Bauteile geht in der Regel von mikroskopischen Defekten wie Poren, Rissen, chemischen Verunreinigungen und Verklumpungen aus. Unter äußeren Belastungen treten an diesen Defekten Spannungsüberhöhungen auf, die im Extremfall so groß werden, daß die atomaren Bindungen gelöst werden können und damit Versagen auftreten kann. Anders als bei den meisten Metallen können diese Spannungsüberhöhungen nicht durch Plastifizierungen abgebaut werden, so daß sich der Riß spontan durch das Kristallgitter fortpflanzt (Abb. 1.1) /1/.

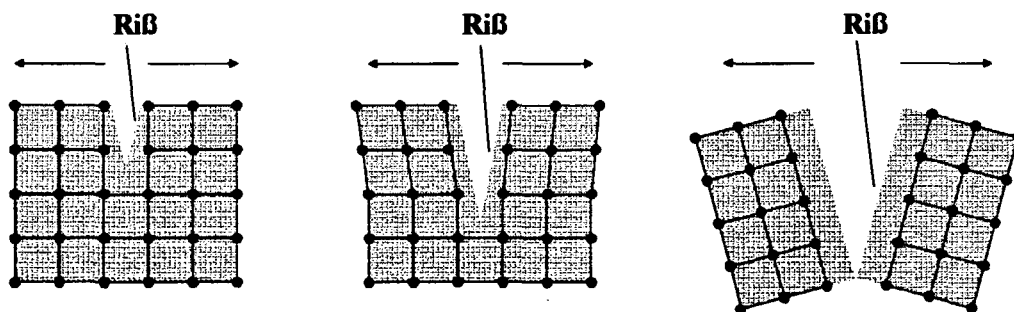
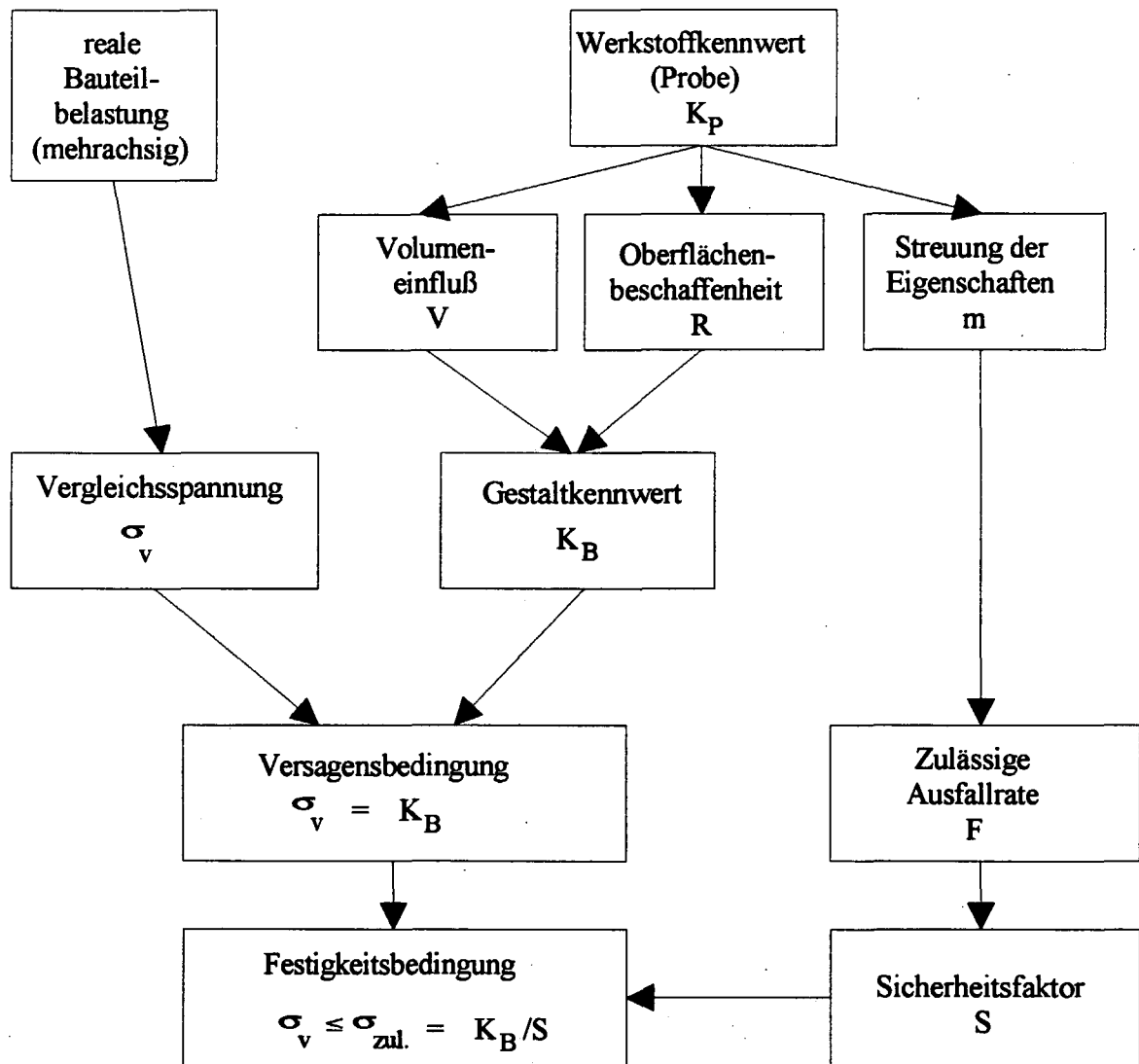


Abb. 1.1: Rißfortschritt an spröden Werkstoffen /1/



mit: K_p: Gestaltkennwert Probe K_B: Gestaltkennwert Bauteil

Abb. 1.2: Grundschemata der Festigkeitsbetrachtung

(nach Willmann /2/)

Ein Bruch tritt ein, wenn in einem Volumenelement des keramischen Bauteils die Spannungsintensität K den kritischen Spannungsintensitätsfaktor K_C erreicht oder übersteigt (Def. siehe Kapitel 2) /3/.

Keramiken, die für den Einsatz in der Industrie geeignet sind, werden als Ingenieur-, Industrie-, Struktur- oder Konstruktionskeramik bezeichnet /4, 5/. Trotz des hohen Kenntnisstandes über die mechanischen Eigenschaften keramischer Werkstoffe fehlen heute immer noch Erfahrungen, um Versagenskriterien für den konstruktiven Entwurf zu formulieren. Diskutiert werden derzeit die Einflüsse von Oberflächenbeschaffenheit, Bauteilvolumen und Streuung der Werte von mechanischer Festigkeit auf die Gestaltfestigkeit. Für die Auslegung keramischer Bauteile werden im allgemeinen Kenntnisse über die zu erwartenden Betriebsbedingungen, die Form des Bauteiles, seine Oberflächenbeschaffenheit /6/ und sämtliche Werkstoffdaten /7/ benötigt, die in dem Grundschemata der Festigkeitsbetrachtung (Abb. 1.2) enthalten sind.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist ein doppeltes: Einerseits sollen Kennwerte zur Charakterisierung des zyklischen Ermüdungsverhaltens von SiSiC-Werkstoffen ermittelt werden. Andererseits soll geprüft werden, ob und wie Festigkeitskennwerte von kleinen Standard-Biegeproben auf bauteilähnliche Geometrien übertragen werden können.

Zur Erreichung dieser Ziele wurden folgende Versuchsführungen gewählt:

- Versuche zur zyklischen Belastung an Biegeproben
- Versuche zur zügigen Belastung von Bauteilen mit unterschiedlichen Abmessungen.

Die Versuche wurden dabei auf Raumtemperatur beschränkt. Für hohe Temperaturen bis 1400°C ist dabei mit einer Verbesserung der Festigkeitseigenschaften zu rechnen. Ein besonderes Augenmerk wurde auf den Einfluß von Gefüge und Oberflächenbeschaffenheit sowie auf Festigkeitskennwerte gerichtet.

2. GRUNDLAGEN UND AUSWERTUNG DES SCHRIFTTUMS

2.1 Grundlagen des Ermüdungsverhaltens von SiSiC bei verschiedenen Belastungsarten

Bei keramischen Werkstoffe werden statische und zyklische Ermüdungseffekte sowie deren Überlagerungen beobachtet. Im Schrifttum wird das Ermüdungsverhalten gemäß der Art der Belastung (Abb. 2.1) in statische, dynamische, zyklostatische und zyklodynamische Ermüdung unterschieden. Das Versagen der Keramikproben erfolgt nach statistischen Gesichtspunkten. Zur Auswertung wird üblicherweise die Weibullstatistik herangezogen (vgl. Anhang E).

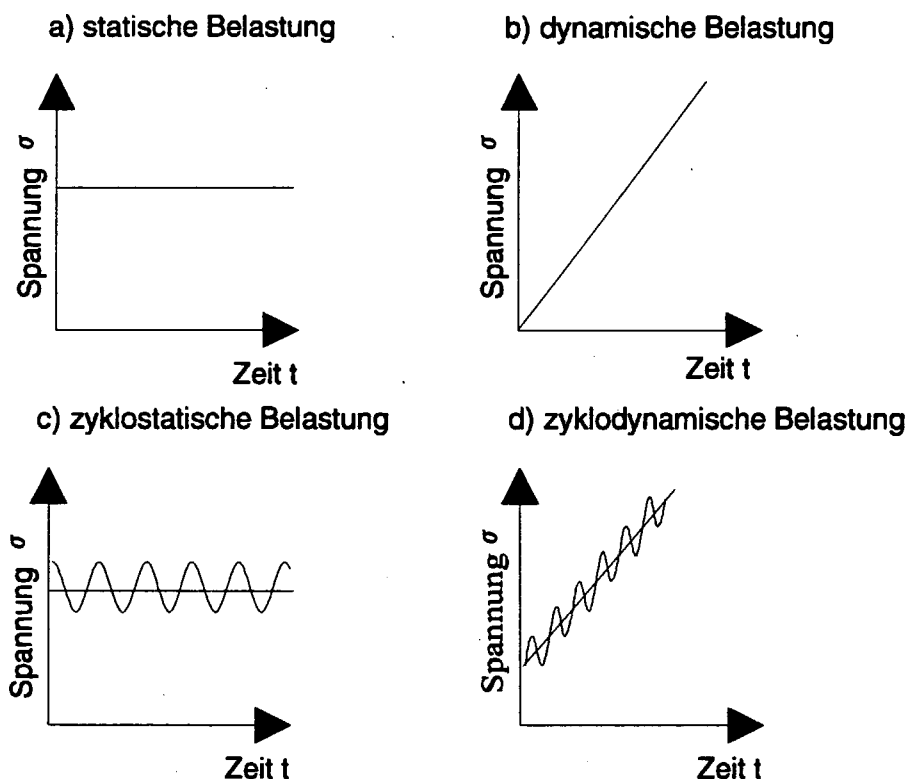


Abb. 2.1: Belastungsarten

Dynamische und zyklodynamische Versuche zählen zu den Kurzzeitversuchen, während die statischen und zyklostatischen bis zu mehreren Wochen dauern können. Vielfach werden zyklodynamische Versuche dazu verwendet, um in kurzer Zeit einen ersten Eindruck über das Ermüdungsverhalten des Werkstoffs zu gewinnen. Die dynamischen und zyklodynamischen Werkstoffprüfungen entsprechen in der Regel zwar nicht ganz den realen Beanspruchungen auf einem Bauteil, haben aber den Vorteil, daß jede Probe zu einem Meßwert führt, weil es keine "Durchläufer" gibt. Bei den statischen bzw. zyklostatischen Prüfungen hingegen müssen viele Versuche durchgeführt werden, da nur die während eines Versuchslaufes gebrochenen Proben gewertet werden können. Proben, die sofort brechen oder den Versuch überdauern, können nicht mit in die Bewertung übernommen werden. Wenn in der Literatur von zyklischer Ermüdung gesprochen wird, ist meist die zyklostatische gemeint.

Die mikroskopische Ursache von Ermüdungsbrüchen liegt in der Entstehung und/oder Ausbreitung von Rissen. Neben der klassischen Betrachtungsweise des Ermüdungsverhaltens, hat man daher in den letzten Jahren verstärkt bruchmechanische Methoden herangezogen, um das Ermüdungsverhalten durch die Rißausbreitung zu beschreiben.

Klassische Betrachtungsweise:

Die Bestimmung von Dauerfestigkeitsschaubildern wie Wöhlerkurven, vorwiegend in Form von Wechsel- bzw. Schwellbeanspruchung (zyklostatische Schwingbelastungen) von ungekerbten Proben, wird als klassische Betrachtungsweise bezeichnet. Diese Methode ist zur Bestimmung der Schwingfestigkeit von Metallen entwickelt worden. Für die Festigkeitsprüfung keramischer Werkstoffe liegen in Deutschland derzeit noch keine Normen vor. Daher werden auch bei Keramiken vielfach die Normen für metallische Werkstoffe verwendet.

Bruchmechanische Betrachtungsweise:

Die bruchmechanische Betrachtungsweise beschreibt die Gesetzmäßigkeiten der Rißstabilität und der Rißverlängerung. An gekerbten bzw. angerissenen Proben wird der Rißfortschritt des zum Versagen führenden Risses in Form von Rißfortschrittsdiagrammen bzw. Lebensdauerdiagrammen (Stress-Probability-Time-Diagramm) dargestellt. Im Schrifttum werden auch an ungekerbten Proben zur Beschreibung des Rißverhaltens kurzer Risse die Gesetzmäßigkeiten der Bruchmechanik angewendet.

An der Rißspitze bilden sich unter einer äußeren Belastung eines Werkstückes Spannungsüberhöhungen aus. Das gesamte Spannungsfeld wird für den Beanspruchungs-modus I (Zugspannung senkrecht zur Rißebe) durch den Spannungsintensitätsfaktor K_I beschrieben:

$$K_I = \sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y \quad (2.1)$$

K_I : Spannungsintensitätsfaktor σ_n : Nennspannung
a: Rißlänge Y: Formfaktor (Riß- und endliche Probengeometrie)

Der Formfaktor Y sind von der Probenform, von der Rißlänge und von der Rißfehlerform abhängig. Im Schrifttum wird häufig eine Vereinfachung angewendet, in dem der Formfaktor konstant gesetzt wird.

2.1.1 Statische Ermüdung

Unter statischer Ermüdung wird das zeitlich verzögerte Versagen eines Werkstoffs unter konstanter Belastung verstanden. Der formale Zusammenhang des zeitlichen Spannungsverlaufes (vgl. Abb. 2.1 a) lautet:

$$\sigma(t) = \sigma_s = \text{const.} \quad (2.2)$$

$\sigma(t)$: zeitliche Spannungsfunktion für die Weibullanalyse

σ_s : statische Spannung

Die Ursache der statischen Ermüdung sind Defekte, die sich unter der angelegten Spannung weiter ausbreiten. In Experimenten zur Messung der Rißausbreitungsgeschwindigkeit in verschiedenen Werkstoffen wurde der in Abbildung 2.2. schematisch dargestellte Kurvenverlauf ermittelt.

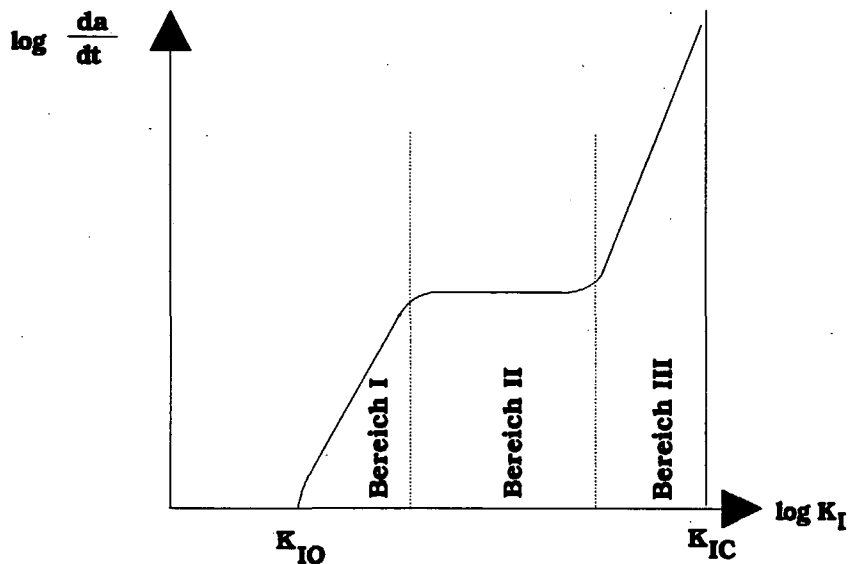


Abb. 2.2: Rißwachstum als Funktion des Spannungsintensitätsfaktors K_I

Rißfortschritt tritt ein, wenn ein Schwellwert K_{I0} des Spannungsintensitätsfaktors überschritten wird. Wächst der Riß bei konstant anliegender Spannung weiter, so erhöht sich K_I nach Gleichung (2.1). Dabei kann die Rißausbreitung (Bereich I der Abb. 2.2) zunächst durch folgende bruchmechanische Beziehung beschrieben werden:

$$v = \frac{da}{dt} = A \cdot (K_I)^n \quad (2.3)$$

v : Rißgeschwindigkeit

A, n : Konstanten (werkstoffabhängig)

Der Schwellwert K_{IO} beschreibt Öffnungs- und Schließvorgänge der Rißflanken, es folgt ein Bereich, der mit dem Potenzgesetz (Gl. 2.3) beschrieben werden kann. In Bereich II diffundiert das Umgebungsmedium in die Rißspitze, die zu einer Verringerung der Steigung führt. Mit weiter steigendem Spannungsintensitätsfaktor tritt thermisch aktiviertes Versagen (Bereich III) ein.

Unter der Annahme, daß für Keramiken $n \gg 2$ gilt und das Rißwachstum unterkritisch ist ($K_I < K_{IC}$), ergibt sich für die Lebensdauer bei statischer Ermüdung nach Fett /8/:

$$t_f = B \cdot (\sigma_c)^{n-2} \cdot (\sigma_a)^{-n} \quad (2.4)$$

mit:
$$B = \frac{2}{A \cdot Y^2 \cdot (n-2) \cdot (K_C)^{n-2}} \quad (2.5)$$

t_f : Lebensdauer im statischen Ermüdungsversuch

σ_a : Arbeitsspannung

σ_c : Inertfestigkeit, maximale Werkstofffestigkeit bei kritischem Spannungsintensitätsfaktor K_C

K_C : Bruchzähigkeit aus Inertversuch, kritischer Spannungsintensitätsfaktor, bei dem die Probe versagt.

Y : Formfaktor Y wird als konstant angenommen.

Unter einem Inertversuch versteht man einen Versuch, der ohne von außen auf die Probe einwirkende Einflüsse (z.B. Atmosphäre (Korrosion)) durchgeführt wird.

2.1.2 Dynamische Ermüdung

Der kontinuierliche Anstieg der Belastung auf einer Probe wird üblicherweise als dynamische Beanspruchung bezeichnet (vgl. Abb. 2.1 b):

$$\sigma(t) = \dot{\sigma} \cdot t \quad (2.6)$$

mit: $\dot{\sigma}$: konstante Belastungsgeschwindigkeit

Bei langsamem Lastanstieg kann, sich ein statischer Ermüdungsanteil überlagern, der sich als Abnahme der Bruchspannung mit abnehmender Belastungsgeschwindigkeit offenbart. Schnelle Rampenversuche sind praktisch ermüdungsfrei und werden, sofern keine Umwelteinflüsse wie z.B. Oxidation, Korrosion und Temperatureinflüsse einwirken können, zur Bestimmung der maximalen Werkstofffestigkeit (Inertversuch) benutzt.

Aus Gleichung 2.3 erhält man nach Charles /9/:

$$d\sigma = \dot{\sigma} dt = \dot{\sigma} \frac{da}{A \cdot (K_I)^n} \quad (2.7)$$

und durch Einsetzen der Gleichung 2.3 für die Biegefestigkeit σ_B aus der Inertfestigkeit σ_C im Biegeversuch:

$$(\sigma_B)^{n+1} = \frac{2(n+1)\dot{\sigma}}{A(n-2)Y^n} \left((a_0)^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} - (a_C)^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} \right) \quad (2.8)$$

Für hohe Belastungsgeschwindigkeiten $\dot{\sigma}$ nähert sich die Biegefestigkeit σ_B , die im dynamischen Versuch der Inertfestigkeit σ_C entspricht.

Mit $(a_0)^{\left(1-\frac{n}{2}\right)} \gg (a_C)^{\left(1-\frac{n}{2}\right)}$ und konstantem E-Modul (keine plastischen Anteile) folgt für die dynamische

Bruchfestigkeit σ_d mit der Abkürzung B aus Gleichung 2.5:

$$(\sigma_d)^{n+1} = B \cdot (n+1) \cdot (\sigma_C)^{n-2} \cdot \dot{\sigma} \quad (2.9)$$

Die Gleichungen (2.7-9) gelten nur für einen konstanten Formfaktor Y. Häufig ist der Formfaktor Y neben der Probengeometrie auch von der Rißlänge abhängig, in solchen Fällen muß die Gültigkeit geprüft werden.

2.1.3 Zyklostatistische Ermüdung

Unter zyklostatischer Schwingung wird im allgemeinen eine Sinusschwingung mit konstanter Amplitude und Mittelspannung (vgl. Abb. 2.1 c) verstanden. Der zeitliche Verlauf der Spannung wird beschrieben durch:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.10)$$

mit: σ_m : Mittelspannung σ_a : Spannungsamplitude
 ω : Kreisfrequenz t : Zeit

Die Oberspannung beträgt $\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$, die Unterspannung $\sigma_u = \sigma_m - \sigma_a$.

Zyklostatistische Schwingbeanspruchungen lassen sich in folgende Bereiche einteilen:

- a) Druckschwellbereich ($\sigma_o < 0$ und $\sigma_u < 0$)
- b) Wechsellastbereich ($\sigma_o > 0$ und $\sigma_u < 0$)
- c) Zugschwellbereich ($\sigma_o > 0$ und $\sigma_u > 0$)

Unter zyklostatischer Ermüdung wird das Versagen eines Werkstoffes unter schwingender Belastung (Gl. 2.10) verstanden. In der Literatur wird über Ergebnisse an Proben, die meist zwischen 10^6 und 10^9 Lastspielen ausgesetzt, berichtet [10].

Wie bereits beschrieben, kann die zyklostatische Ermüdung nach klassischer und bruchmechanischer Betrachtungsweise unterschieden werden. In beiden Fällen muß beachtet werden, daß bei Keramiken, die auch statisch ermüden, in langen zyklostatischen Versuchen eine Überlagerung der zyklischen und statischen Ermüdung stattfinden kann:

Bestimmung der Wöhlerkurve (klassische Betrachtungsweise):

Bei Schwingbeanspruchungen nimmt die Zahl der Lastzyklen bis zum Versagen der Probe mit zunehmender Höhe der aufgetragenen Oberspannung ab [11]. Die Abhängigkeit der ertragenen Lastspiele von der Schwingbreite (bei Wechselbelastung) der Spannung bzw. von der Oberlast (bei Schwellbelastung) wird im Wöhlerschaubild dargestellt (Abb. 2.3).

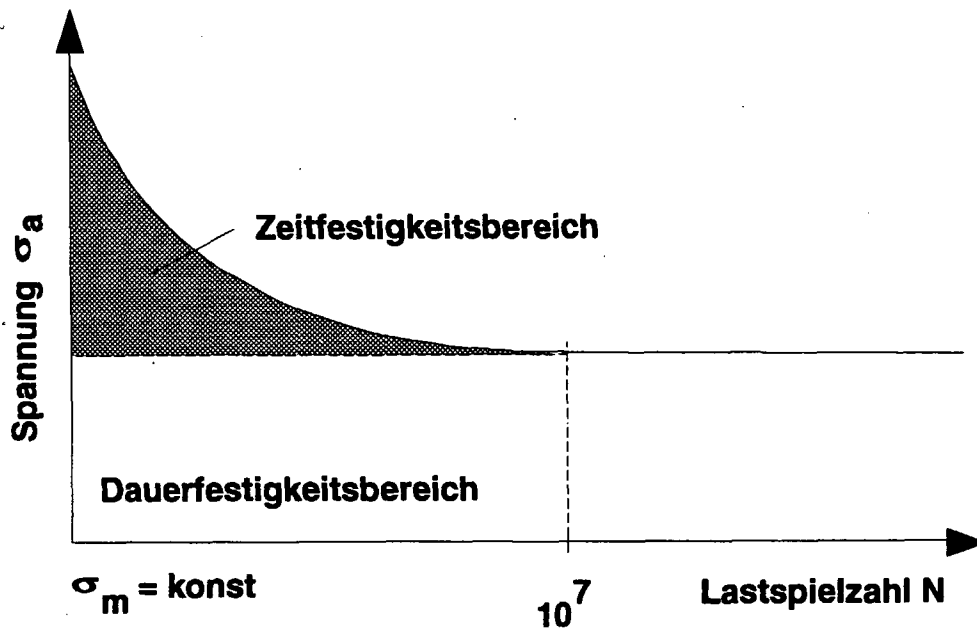


Abb. 2.3: Wöhlerkurve

Zur Ermittlung der Kurve werden etwa 30 bis 50 Proben zyklischen Belastungen bei unterschiedlichen Spannungen ausgesetzt und die Zahl der Lastspiele bis zum Bruch der Probe bestimmt. Je nach Belastungsart wird von Dauerfestigkeit (Schwellbeanspruchung) bzw. Wechselfestigkeit (Wechselbeanspruchung) gesprochen. Bei Stählen ist die technische Dauerfestigkeit bzw. Wechselfestigkeit nach 10^7 Lastspielen erreicht, es gibt jedoch auch Werkstoffe, wie z.B. Polymere, die keine Dauerfestigkeit zeigen. Bei höheren Spannungen wird nur eine begrenzte Zahl von Lastspielen ertragen. Dieser Bereich, bei dem die Proben unter Spannungswechseln versagen, wird Zeitfestigkeit genannt.

Bruchmechanische Betrachtungsweise der zyklischen Ermüdung:

Der Spannungsintensitätsfaktor berücksichtigt den Einfluß der äußeren Belastung, der Bauteilgeometrie sowie der Rißlänge, -form und -anordnung. Naheliegender ist, auch das zyklische Ermüdungsrißwachstum durch einen die zyklische Belastung charakterisierenden Parameter zu beschreiben. Dazu wird der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ΔK_I eingeführt. Bei Zugschwellbelastung wird er aus der Differenz der K_I -Werte bei der maximalen und minimalen Spannung der Schwingbelastung berechnet. Trägt man das Rißwachstum pro Lastzyklus da/dN über dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor ΔK_I auf, so hat die resultierende Kurve in doppeltlogarithmischer Achseneinteilung den in Abbildung 2.4 dargestellten Verlauf:

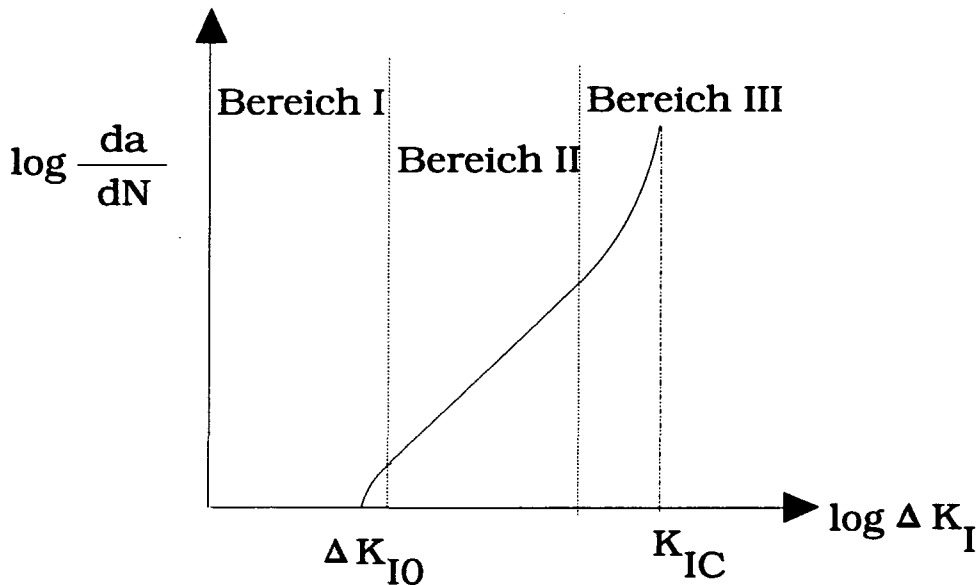


Abb. 2.4: Rißwachstum pro Lastzyklus als Funktion des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK_I

Im Bereich II der Rißausbreitungskurve folgt das Rißwachstum einem Potenzgesetz, das als Paris-Erdogan-Gleichung bezeichnet wird:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_I)^m \quad (2.13)$$

- $\frac{da}{dN}$: Rißverlängerung pro Lastzyklus
 C, m: Konstanten (werkstoffabhängig) m: Weibull
 ΔK_I : zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
 $\Delta K_I = (K_{\max} - K_{\min})$
 $K_{\max}$: Spannungsintensitätsfaktor bei $\sigma_{\max}$
 $K_{\min}$: Spannungsintensitätsfaktor bei $\sigma_{\min}$

Der Vorfaktor C und der Exponent m hängen vom Werkstoff und von Umgebungseinflüssen ab. Während bei Metallen Exponenten zwischen 2 und 9 ermittelt wurden, liegen die Werte bei keramischen Werkstoffen in der Regel zwischen 20 und 60.

Evans und Fuller /12/ empfehlen, zyklostatische Versuche durch statische Versuche zu ersetzen, da diese experimentell leichter durchzuführen sind. Voraussetzung ist, daß die Mechanismen der zyklischen und statischen Ermüdung gleich sind. Von ihnen wurde eine Umrechnungsfunktion (Gl. 2.14) entwickelt, die es erlaubt, die Ergebnisse aus statischen Versuchen in solche aus zyklostatischen umzurechnen. Basierend auf den bruchmechanischen Gleichungen der v-K-Kurve (2.3) und Gleichung 2.1 gilt für die zyklostatische Bruchzeit unter der Voraussetzung, daß das Wachstum kleiner Risse gemäß der v-K-Kurve erfolgt:

$$t_z = (g_c)^{-1} (n, \sigma_a / \sigma_m) \cdot (\sigma_a / \sigma_m)^n \cdot t_f \quad (2.14)$$

t_z :	zyklostatische Bruchzeit
t_f :	statische Bruchzeit
g_c :	g_c -Funktion nach Evans und Fuller
n :	Rißausbreitungsparameter n der v-K-Kurve
σ_a :	Amplitude
σ_m :	Mittelspannung

Die Gleichung wird, obwohl sie aus bruchmechanischen Zusammenhängen abgeleitet wurde, auch für glatte Proben angewendet. Die ausführliche Herleitung ist in Anhang B beschrieben. Aus der Mittelwertdifferenz der Paris-Erdogan-Gleichung für statische und zyklostatische Versuche kann ein eventueller Einfluß der Wechselermüdung abgeleitet werden.

Für keramische Werkstoffe mit einem hohen Rißausbreitungsparameter m in der Paris-Erdogan-Gleichung (Gl. 2.13) läßt sich die zyklostatische Ermüdung nach klassischer und/oder bruchmechanischer Betrachtungsweise nur sehr schwer bestimmen. Aus experimenteller Sicht wäre es in solchen Fällen wünschenswert, das zyklische Ermüdungsverhalten in zyklodynamischen Versuchen (vgl. Abb. 2.1 d) zu ermitteln und aus den Ergebnissen Aussagen über die zyklostatische Ermüdung zu gewinnen. In Anhang D wird eine Funktion h abgeleitet, die eine Korrelation zwischen zyklodynamischer und zyklostatischer Belastung erlaubt.

Dabei wurde von folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

- 1) Das Probenversagen ist auf die Ausbreitung von Rissen zurückzuführen. Die Ausbreitung dieser Risse läßt sich (auch an glatten Proben) mit bruchmechanischen Methoden beschreiben.
- 2) Die Schädigungsmechanismen für zyklische und statische Ermüdung sind identisch.
- 3) Das Rißwachstum läßt sich in beiden Fällen mit der Paris-Erdogan-Gleichung beschreiben.

Die h -Funktion zur Umrechnung zyklodynamischer Kennwerte in zyklostatische wird in Anhang D, Gl. (D.19) mit h_1 bezeichnet. Die h_1 -Funktion ist unabhängig von den zyklostatischen und zyklodynamischen Mittelspannung beider Schwingungsarten bzw. von den Ober- und Unterspannungen. Bei Werkstoffen, die nur ein geringes bzw. kein Ermüdungsverhalten zeigen, wurde jedoch gefunden, daß der Rißfortschritt pro Lastspiel auch von der Maximallast, und nicht nur von der Lastschwingbreite abhängig ist. Aus diesem Grunde wurde eine da/dN -Gleichung mit $K_{\max}$ -Abhängigkeit gesucht. Dieser Tatsache trägt der Ansatz nach Liu und Chen /13/ besser Rechnung:

$$\frac{da}{dN} = A \cdot K_{\max}^{m-2} (\Delta K)^2 \quad (2.15)$$

da/ dN: Rißverlängerung pro Lastzyklus

C, m: Konstanten

ΔK : zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\Delta K = (K_{\max} - K_{\min})$

$K_{\max}$: Spannungsintensitätsfaktor bei $\sigma_{\max}$

$K_{\min}$: Spannungsintensitätsfaktor bei $\sigma_{\min}$

In Anhang D wird für diesen Ansatz nach Liu eine weitere Umrechnungsfunktion (siehe Anhang D, Gl. D.30 bis D.38) hergeleitet.

2.1.4 Zyklodynamische Ermüdung

Aus der Überlagerung einer zyklostatischen Schwingung mit stetig steigender Spannung entsteht die zyklodynamische Schwingung (vgl Abb.2.1 d).

Diese läßt sich allgemein durch die Gleichung:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \dot{\sigma} \cdot t + \sigma_s \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.16)$$

darstellen.

Bornhauser, Tradinik und Pabst /14/ leiteten aus bruchmechanischen Gleichungen eine Umrechnungsfunktion g_{zd} ab, mit der Meßergebnisse aus dynamischen Versuchen in zyklodynamische Werte umgerechnet werden können.

$$\frac{t_d}{t_{zd}} = \sqrt[n+1]{\frac{\frac{\dot{\sigma}}{n+1} \cdot t_d^{n+1}}{\frac{\dot{\sigma}}{n+1} \cdot t_{zd}^{n+1}}} = \sqrt[n+1]{\frac{\int_{t_d}^{t_m} (\sigma_{zd}(t))^n dt}{\int_0^{t_d} (\sigma_d(t))^n dt}} = g_{zd} \quad (2.17)$$

- g_{zd} : zyklodynamische g-Funktion
- t_{zd} : zyklodynamische Lebensdauer
- n: Rißausbreitungsparameter
- σ_{zd} : zyklodynamische Belastung
- σ_d : dynamische Belastung

Wie bei der g_c -Funktion nach Evans und Fuller /12/ werden gleiche Bruchmechanismen und die Übertragbarkeit der bruchmechanischen Gleichungen auf glatte Proben vorausgesetzt (Annahme des Wachstums inhärenter Risse).

Wie bei dynamischer Belastung führt auch bei zyklodynamischer Beanspruchung jede Probe zu einem verwertbaren Meßergebnis. Gleichzeitig wird durch die zyklische Belastung die Meßzeit im Vergleich zur dynamischen Belastung weiter reduziert. Durch den Vergleich der Ergebnisse aus den dynamischen und zyklodynamischen Versuchen läßt sich, wie in Kapitel 2.1.2 bereits erläutert, aus einer vorhandenen Differenz ein Ermüdungseffekt ableiten.

Zyklodynamische Messungen wurden bislang an den Werkstoffen Al_2O_3 (Bornhauser et al. /14/) und SiSiC (Lauf et al. /15/) durchgeführt.

2.1.5 Grundlagen der Fraktographie

Unter Fraktographie versteht man die Analyse von Bruchflächen /16/. Sie dient zur Auffindung der Schadensursache, d.h. zur Klärung der Frage, ob ein Werkstoff-, Konstruktions- oder Anwendungsfehler zum Versagen geführt hat. Ausgehend von rißbildenden materialinhärenten Fehlstellen (z.B. Poren, Einschlüsse, Bearbeitungsriefen, Ausbrüchen und/oder rißinduzierende innere Spannungen), wächst belastungs- und materialabhängig ein Riß bis zum Versagen der Komponente. Die fraktographische Analyse beinhaltet die Suche nach dem Ort, der Art und der Größe der bruchauslösenden Fehlstelle, die Bestimmung des Bruchmodus, sowie die Ermittlung der chemischen Zusammensetzung von Einschlüssen. Fraktographische Untersuchungen sind ein wichtiger Bestandteil der Werkstoffentwicklung. Fehlstellen, die in der Regel eine Größenordnung kleiner sind als bei Metallen /17/, entstehen zumeist durch produktionsbedingte Mängel, wie schlechte Reinigung der Maschinen, ungleichmäßige Mischung der Gemenge oder Wärme- bzw. Oberflächenbehandlungen. Die Schadensanalyse ist somit auch ein Bestandteil der Qualitätssicherung und Produktionsoptimierung.

Abbildung 2.5 zeigt eine Bruchfläche einer spröden Keramik mit gut ausgebildeten Versagenscharakteristika. Ausgehend von einer bruchauslösenden Fehlstelle startet der Riß mit steigender, aber noch unterkritischer Geschwindigkeit und wächst radial senkrecht zur Belastungsrichtung. Dadurch bildet sich eine relativ glatte kreisförmige Fläche, der sogenannte Bruchspiegel, aus /18/. Der Riß wächst in diesem Bereich unterkritisch (Bereich I der v-K bzw. da/dN-Kurve, Abb. 2.4). Außerhalb des Kreises wird das Rißwachstum instabil und wandert nach einer "Nebelzone" strahlenförmig aus (Hacklezone). Bei schnellen Versuchen, in denen kein unterkritisches Rißwachstum auftrat, beobachtete man die gleichen Bruchflächenbilder /19/. In den meisten Fällen brechen die Proben im Bereich des Bruchspiegels interkristallin und außerhalb trans- und/oder interkristallin /20/. Bruchauslösende Fehlstellen werden in der Mitte (Abb. 2.5, b) am Rand (Abb. 2.5, c) und an der Kante (Abb. 2.5, d) der Probe beobachtet. Das Versagen keramischer Bauteile geht in der Regel von mikroskopisch kleinen Defekten, wie Poren, chemischen Verunreinigungen oder Verklumpungen (Ausgehärtete Partikel aus einem vorherigen Mischprozeß, die durch unvollständige Reinigung im Produktionsprozeß verblieben sind) aus.

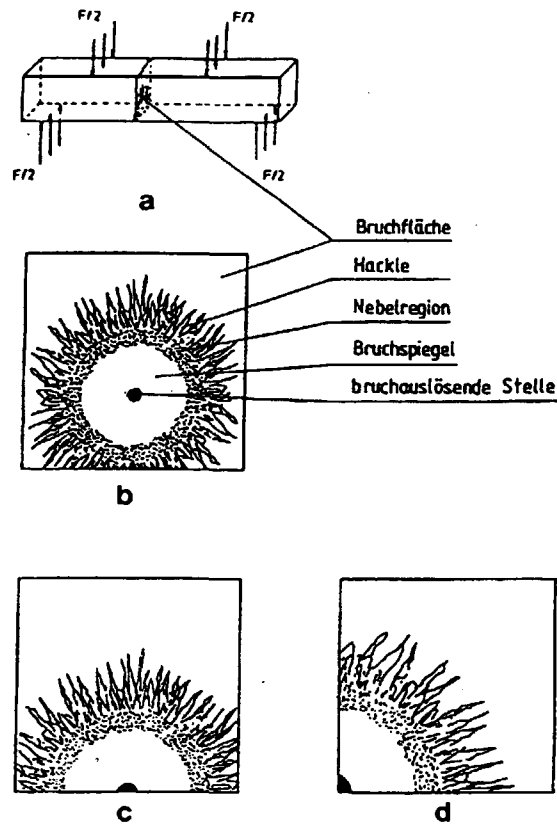


Abb. 2.5: Schematische Bruchflächendarstellung

2.2 Schrifttumsauswertung Ermüdungs- und Bauteilverhalten von SiSiC

2.2.1 Ermüdung von SiSiC (klassische Betrachtungsweise)

Böder und Heider /21, 22/ ermittelten im Rahmen der Arbeiten für ein Sonnenturmkraftwerk und für den Gasturbinenbau Materialkennwerte für SiSiC. An dem Werkstoff mit der Handelsbezeichnung SILIT (SiC mit 12 Vol% freiem Silicium) wurden zyklостatische Biegeversuche bei RT und 1200°C durchgeführt (Tabelle 2.2).

Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 2.6 und 2.7 dargestellt. Es ist zu erkennen, daß SiSiC unter zyklischer Belastung im Zugschwellbereich (o-Symbole) bei RT und 1200°C praktisch keine Ermüdung zeigt. Die Proben brachen entweder beim Lastanstieg des ersten Schwingzyklus oder sie überstanden 10^7 Lastspiele unbeschadet (sog. "Durchläufer"). In Wechselbiegeversuchen (•-Symbole) ergab sich hingegen eine Abhängigkeit der erreichten Bruchlastspielzahlen von der eingestellten Lastschwingbreite. Zugleich wurden bei sehr geringer Änderung des Lastniveaus extreme Unterschiede in den erreichten Lastspielzahlen festgestellt /23/.

	RT (23°C)	1200°C
Versuchsart:	4-Punkt-Biegung	3-Punkt-Biegung
Belastungsart:	Zugschwellbelastung	Zugschwellbelastung (o) und Wechselbelastung(•)
Probenform:	Rechteckprobe	Rechteckprobe
Probenabmessung:	3,5 mm x 7 mm x 60 mm	3,5 mm x 7 mm x 30 mm
Frequenz:	150 Hz	200 Hz
Rollenabstand innen:	18 mm	-
Rollenabstand außen:	54 mm	24 mm

Tabelle 2.2: Versuchsparameter für die Wöhlerversuche (nach Böder, Heider /21, 22/)

Wilkins und Reich /24/ testeten 100 Rechteckbiegeproben ($5,6 \times 9,5 \times 31,75 \text{ mm}^3$) aus SiSiC (11% freies Silicium) in 3-Punkt-Biegeversuchen bei Raumtemperatur. Mit Hilfe eines Resonanzpulsers wurden zyklische Belastungen von $119,3 \pm 119,3 \text{ N/mm}^2$ (Zugschwellbereich mit; $\sigma_m = \sigma_a$) erzeugt. Die Frequenz betrug 75 Hz. 24 Proben brachen direkt bei Aufbringung der Last, die restlichen 76 überstanden die 5×10^5 Zyklen unbeschadet. Bei Belastungen bis zu 80% der statischen Biegebruchspannung liegt die Bruchwahrscheinlichkeit unter 1%. Mit diesen Messungen kann keine zeitabhängige Ermüdung festgestellt werden.

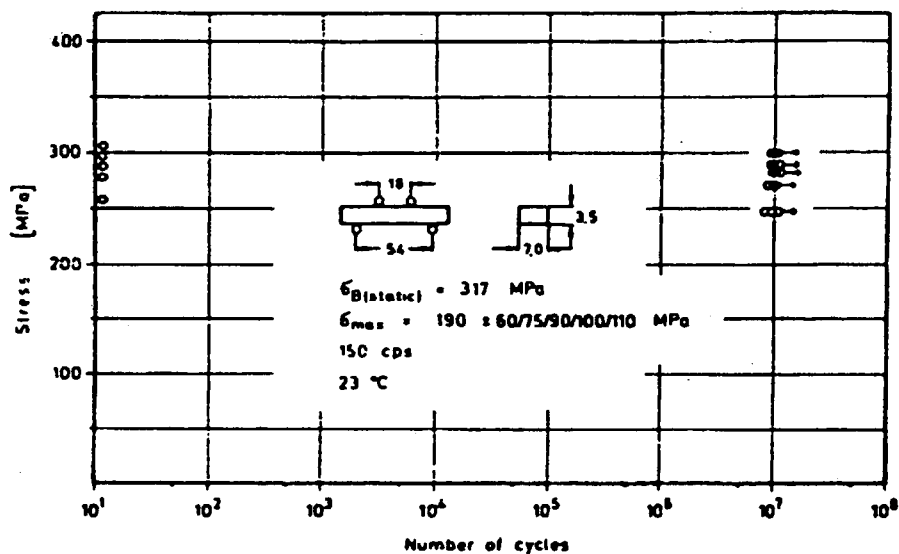


Abb. 2.6: Wöhlerdiagramm der zyklischen Versuche an SiSiC bei RT (nach Böder u. Heider /21/)

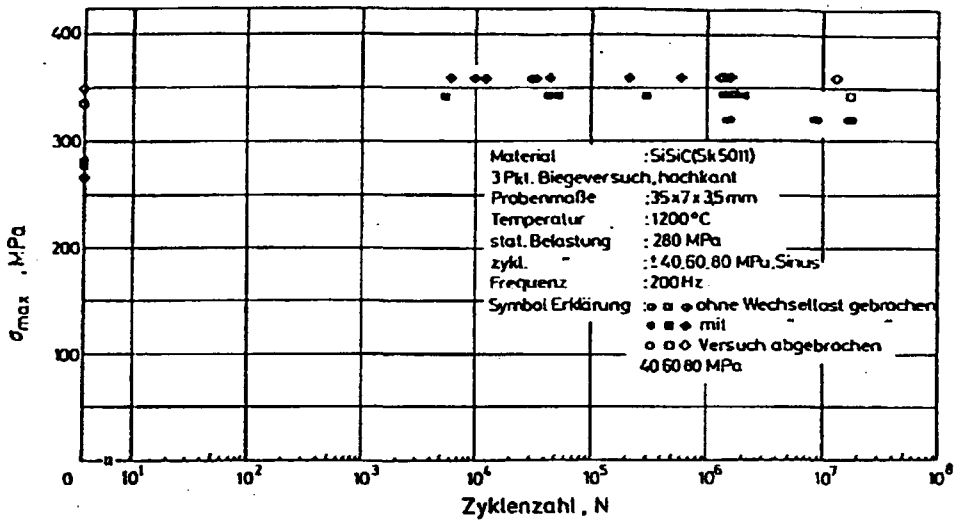


Abb. 2.7: Wöhlerdiagramm der zyklostatische Versuche an SiSiC bei 1200°C
(nach Lauf /23/)

Proben des Werkstoffs mit der Handelsbezeichnung REFEL SiC mit 13,1% freiem Si-Anteil wurden von Lauf et al. /25/ und Bornhauser et al. /26/ dynamisch und zyklodynamisch in 3-Punkt-Biegeversuchen belastet. Die Rechteckproben hatten die Abmessungen 35 mm x 7 mm x 3,5 mm. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug 0,22 MPa/sec, bei den zyklodynamischen Versuchen wurde zusätzlich bei Frequenzen von 2, 20 und 180 Hz eine Amplitude von 21 MPa überlagert. Mit Hilfe der g_{cd} -Funktion wurden die dynamischen Versuchsergebnisse in zyklodynamische Kennwerte umgerechnet. Bei der Umrechnungsfunktion (Herleitung siehe Anhang C) wird vorausgesetzt, daß der Rißausbreitungsparameter n der v -K-Kurve bekannt ist, in beiden Versuchsreihen gleiche Schädigungseffekte wirken und die Rißausbreitungsgeschwindigkeit mit der v -K-Kurve beschrieben werden kann. Die Parameter der zyklodynamischen und der dynamischen Spannungsgleichung sind bis auf den Schwingungsterm identisch, d.h. keine Mittelspannung σ_m und gleiche Rampengeschwindigkeit $\dot{\sigma}$. Der für die g_{cd} -Funktion benötigte Rißausbreitungsparameter n der v -K Kurve wurde von Popp und Pabst /27/ übernommen. Die zyklodynamisch belasteten Proben versagten bei Raumtemperatur und 1200°C bei niedrigeren Bruchfestigkeitswerten als die dynamisch belasteten. Der dynamischen Ermüdung ist somit eine zyklische Ermüdung überlagert. Die Messungen von Lauf ergaben weiterhin, daß bei zyklodynamischer Belastung von SiSiC-Proben ein Einfluß der Ermüdung von der Beanspruchungsfrequenz beobachtet wird. Der Kurvenverlauf der zyklodynamischen Meßwerte wird durch die Umrechnungsfunktion g_c bei Raumtemperatur für 2, 20 und 180 Hz und bei 1200°C für 2 und 20 Hz hinreichend genau beschrieben. Bei 1200°C und 180 Hz stimmt der Kurvenverlauf der berechneten Werte nicht mit den Meßergebnissen überein. Diese Unstimmigkeit wird mit nichtlinearen inelastischen Effekten begründet. Die g_{cd} -Funktion sollte daher in einem solchen Fall mit einem entsprechendem Term erweitert werden.

2.2.2 Ermüdung von SiSiC (bruchmechanische Betrachtungsweise)

Neben den Ermüdungsversuchen an ungekerbten Proben wurden im Rahmen der Entwicklung des Sonnenturmkraftwerkes GAST auch Rißfortschrittsuntersuchungen an Proben mit künstlichen Anrissen durchgeführt. Der untersuchte Werkstoff war die SiSiC-Qualität SILIT SK (SiC mit 12% freiem Si).

An Doppeltorsionsproben wurde der Rißausbreitungsparameter n der v -K-Kurve bei einer konstanten Kraftzunahme von $0,5 \text{ Ns}^{-1}$ ermittelt. Die Doppeltorsionsproben wurden jeweils aus stranggepreßtem und schlickergegossenem Plattenmaterial gefertigt. An Proben aus stranggepreßtem Material wurde bei Raumtemperatur der Rißausbreitungsparameter der v -K-Kurve n zu 210 und bei 1200°C zu 115 bestimmt. Die n -Werte der Proben aus schlickergegossenem Material ergaben sich zu 110 (23°C) bzw. 120 (1200°C) /28, 29/.

Aus 4-Punkt-Biegeversuchen ungekerbter Proben kann durch dynamische Versuche mit unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten der Rißausbreitungsparameter n nach bruchmechanischen Gesetzmäßigkeiten (Gl. 2.1 und 2.3) berechnet werden. Für ungekerbte Rechteckproben mit den Abmessungen $3,5 \text{ mm} \times 4,5 \text{ mm} \times 45 \text{ mm}$ ergaben sich bei einem inneren Auflagerabstand von 20 und einem äußeren von 40 mm dabei folgende Werte:

Material	Temperatur	n -Wert
SiSiC stranggepreßt	23°C	86
	1200°C	121
SiSiC schlickergegossen	23°C	265
	1200°C	k.A.

Tabelle 2.3: Rißausbreitungsparameter n der v -K-Kurve für unterschiedlich hergestellte SiSiC-Werkstoffe (nach Kleer et al. /30/)

In weiteren statischen 4-Punkt-Biegeprüfungen wurde durch Kleer et al. der Rißausbreitungsparameter nach bruchmechanischen Gesetzmäßigkeiten zu $n = 210$ bei stranggepreßtem SiSiC und zu $n = 110$ bei schlickergegossenem SiSiC bestimmt. Die Proben und Lagerabstände entsprachen denen der dynamischen Versuchsreihe /31/.

Rißfortschrittsuntersuchungen werden im allgemeinen an gekerbten (bruchmechanischen) Proben durchgeführt. Die eingebrachten künstlichen Fehler oder Kerben sind als "lange Risse" zu bezeichnen. Natürliche Oberflächenfehler bzw. Rauigkeiten an glatten Proben betragen dagegen

nur wenige Mikrometer; Risse ausgehend von solchen natürlichen Fehlern sind "kurze Risse". Da der Rißausbreitungsmechanismus in beiden Fällen unterschiedlich ist, müssen diese auch separat betrachtet werden /32, 33/.

Brugger und Grathwohl /34, 35/ untersuchte kurze Risse an HIP-SiC-Proben bei Raumtemperatur. An Rechteckproben (3,5 mm x 4,5 mm x 45 mm) wurden mit Hilfe eines Knoop-Eindruckes scharfe Anrisse eingebracht und über einen n-förmigen Träger statisch und zyklisch belastet. Dieses Verfahren wird auch als Brückenmethode bezeichnet. Zyklische Ermüdung wurde erst bei über 10^6 Schwingungen beobachtet. Weiterhin stellte Brugger fest, daß sich in Siliciumcarbiden der Bruch sowohl inter- als auch transkristallin fortpflanzt, und entwickelte anhand seiner Ergebnisse ein Modell zur Rißentstehung.

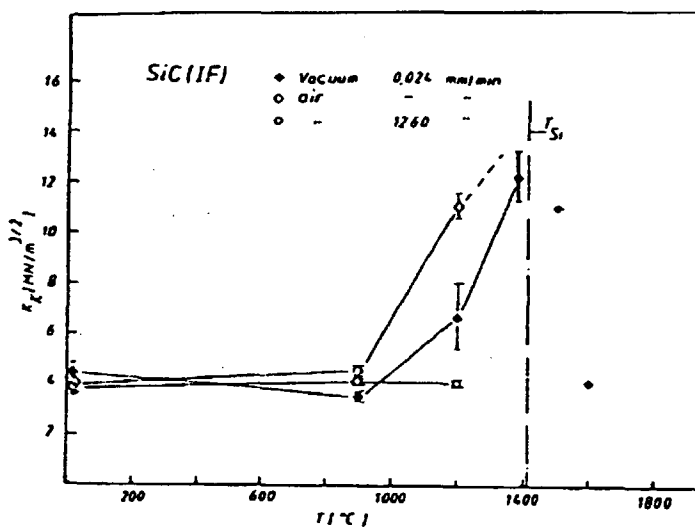


Abb. 2.8: K_{IC} von SiSiC als Funktion der Temperatur

(nach Popp /36/)

In Abbildung 2.8 ist der kritische Spannungsintensitätsfaktor von SiSiC als Funktion der Temperatur dargestellt. Bis etwa 900°C liegt der Wert unabhängig von der Atmosphäre und Rißgeschwindigkeit bei $\approx 4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Bei einer hohen Rißgeschwindigkeit von 1260 mm/min verändert sich der K_{IC} -Wert auch bei höheren Temperaturen nicht. Bei Rißgeschwindigkeiten von 0,026 mm/min steigt jedoch der K_{IC} -Wert zwischen 900°C und 1423°C auf über $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Oberhalb des Schmelzpunktes von Silicium (1423°C) fällt der Spannungsintensitätsfaktor stark ab /36/.

2.2.3 Dynamische Versuche zur Bestimmung von Festigkeitskennwerten von SiSiC

Gallmann und Kleer /37/ haben Standardproben mit einen 12 bis 15% freien Si-Anteil im 4-Punkt-Biegeversuch geprüft. Die Proben wurden aus Rohren auf die Abmessungen 3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm geschnitten und anschließend auf der Zugseite geläppt. Der Lagerabstand betrug innen 20 mm und außen 40 mm. Die Weibullauswertung (Abb. 2.14) ergab für die Standardproben einen

Weibullmodul von $m = 10,3$ und einen Normierungsfaktor von $\sigma_0 = 301$ MPa. Weiterhin wurden SiSiC Rohre mit 12 bis 15 % freiem Si-Anteil in Zugversuchen dynamisch geprüft. Der Außendurchmesser der Rohre betrug 40 mm, der Innendurchmesser 30 mm bei einer Länge von 170 mm. Die Oberflächenqualität war "as fired". Die Belastungsgeschwindigkeiten wurden so gewählt, daß die Proben in 5 bis 20 Sekunden brachen. Die Weibullauswertung für die Rohre ergab eine Weibullmodul von $m = 4,0$ und einen Normierungsfaktor von $\sigma_0 = 121$ MPa. Die Versuche wurden bei Raumtemperatur und an Luft durchgeführt.

Böder und Heider /38/ haben die in 4-Punkt-Biegeversuchen ermittelte Festigkeit als Funktion der Temperatur dargestellt. Bis etwa 1350°C steigt die statische Biegebruchfestigkeit von etwa 360 MPa auf fast 400 MPa. Dann erfolgt durch das Schmelzen des freien Siliciums ein Abfall der Festigkeit (Abb. 2.9). Der Weibullmodul steigt von 10 bei RT auf 30 bei 1200°C. Somit reichen Versuche bei Raumtemperatur, um die Bruchfestigkeit konservativ abzuschätzen zu können. Die oxidationsbedingte Festigkeitssteigerung bei 1300°C ist nicht nur durch Rißausheilung zu erklären, sondern auch durch den Aufbau von Eigenspannungen bei mechanischer Beanspruchung. Unterkritisches Rißwachstum und innere Oxidation von SiSiC wird bei Temperaturen bis 1300°C nicht beobachtet. Der Ermüdungseinfluß im Bereich der Si-Schmelztemperatur (1408 °C./39/) wurde nicht untersucht. Der Anstieg der Festigkeit mit der Temperatur wird nur bei SiSiC nicht jedoch bei HIP-SiC beobachtet /40/. Der Wärmeausdehnungskoeffizient ist zwischen RT und etwa 1000°C konstant bei $4,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und die Wärmeleitfähigkeit nimmt von 120 W/mK bei RT auf 60W/mK bei 1000°C ab /41/.

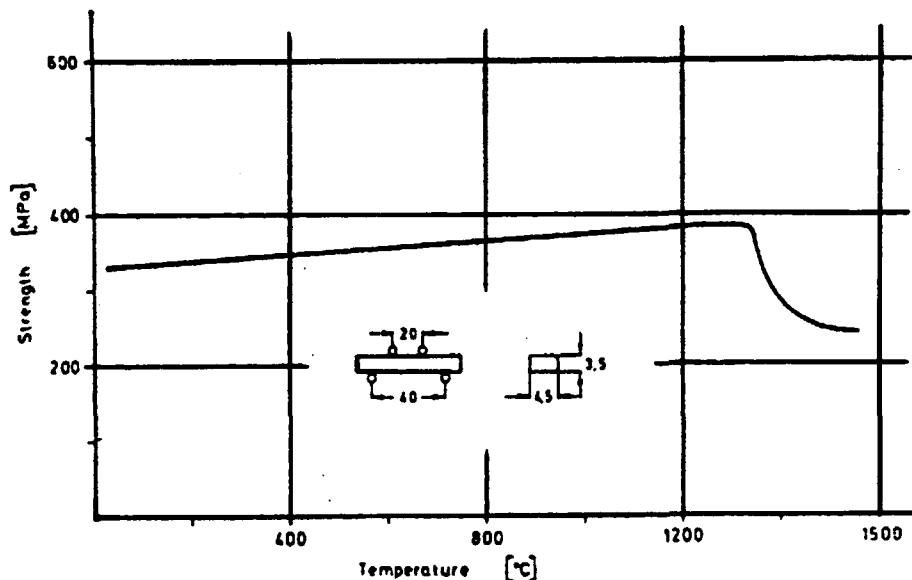


Abb. 2.8: Festigkeit-Temperatur-Diagramm

(nach Böder u. Heider /38/)

Die Biegebruchfestigkeit bei Raumtemperatur in Abhängigkeit vom Bearbeitungszustand ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Deutlich erkennbar ist ein schädlicher Einfluß durch Sandstrahlen und der generell positive Einfluß der Oxidation von SiSiC-Biegeproben im 3-Punkt-Biegetest /42/. Im

allgemeinen ist jedoch die 4-Punkt-Biegung der 3-Punkt-Biegung vorzuziehen, weil die Bruchfestigkeit nicht nur lokal an einer Stelle, sondern in einem größeren Bereich geprüft werden kann. Dies ist vorteilhaft, da spröde Keramiken nach dem "Prinzip den schwächsten Kettengliedes" versagen, d.h. in der Regel führt der größte lokale Fehler in der meistbelasteten Zone zum Bruch /43/.

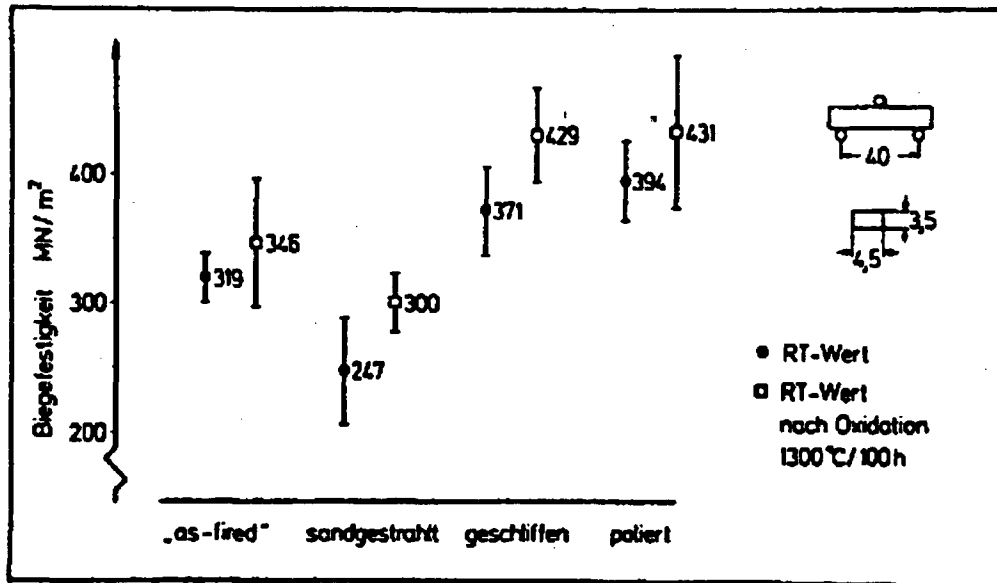


Abb. 2.9: Bruchfestigkeit in Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit
(nach Heider u Böder /42/)

Popp und Heider /44/ zeigten, daß C-Ringtests eine kostengünstige Alternative zum 4-Punkt-Biegetest an SILIT-Rohrkomponenten darstellen. Weiterhin bietet diese Versuchsart durch den frei sichtbaren Bereich der höchstbelasteten Zone die Möglichkeit einer In-Situ-Betrachtung der Probe, des Rißfortschritts o.ä. nicht nur bei Raumtemperatur, sondern auch im Hochtemperaturbereich.

Röttenbacher und Willmann /45, 46/ untersuchten in 4-Punkt-Biegeprüfungen von Standardproben mit den Abmessungen 3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm den Einfluß der Thermozyklierung bis 1200°C. Der Auflagerabstand betrug innen 20 mm und außen 40 mm. Die Proben hatten eine sandgestrahlte bzw eine geschliffene Oberfläche. Ohne Thermozyklierung besitzen die geschliffenen Proben zunächst eine um etwa 50 % höhere Bruchfestigkeit als die sandgestrahlten Proben. Die bei der Thermozyklierung entstehende SiO₂-Schicht füllt die durch das Schleifen bzw. Sandstrahlen an der Probenoberfläche entstandenen Risse von etwa 10 bis 100 µm auf und wirkt daher sowohl bei der geschliffenen als auch besonderes bei der sandgestrahlten Fläche festigkeitssteigernd. Nach 120 Zyklen besitzen die sandgestrahlten Proben nahezu die gleiche Bruchfestigkeit wie die geschliffenen Proben.

In einer weiteren Versuchsreihe wurden von Röttenbacher /47/ auch Berstversuche an den Wärmetauscherrohren für das Sonnenturmkraftwerk GAST durchgeführt. Es wurden Berstdrücke bis zu 267 bar gemessen. Rohre, die unterhalb 100 bar platzen, wiesen große Fehler, wie Graphitnester und Si-Einschlüsse auf. Die mittlere Tangentialspannung betrug in dieser Versuchsreihe 74 MPa und die Axialspannung 27 MPa.

2.2.4 Versuche zur Übertragbarkeit von Festigkeitskennwerten

Anfang der achtziger Jahre wurde im Rahmen der Nutzung alternativer Energiequellen das 20 MW_e-gasgekühlten Sonnenturmkraftwerk GAST /48, 49/ (Gascooled Solar Tower Plant) entwickelt. Für die Anlage wurde ein Werkstoff für die Wärmetauscher gesucht, der neben einer guten Festigkeit und Oxidationsbeständigkeit bei hohen Temperaturen (1200°C Auslegungstemperatur) auch eine hohe Wärmeleitfähigkeit besitzen sollte. Im Rahmen dieses Projektes wurde geprüft, ob sich der Werkstoff SiSiC als Wärmetauschermaterial eignet. Um den Einsatz von SiSiC-Bauteilen verwirklichen zu können, mußte das Werkstoffverhalten unter den Einsatzbedingungen geprüft werden. Die einzelnen noch ungefügten Wärmetauscherrohre waren 2 bis 3 m lang, bei einem Außendurchmesser von 40 bis 45 mm und einer produktionsbedingten maximalen Wandstärke von 5 mm /50, 51, 52/. Die Rohre wurden durch Strangpressen mit anschließendem Reaktionsbrand hergestellt. Die stranggepreßten Rohre besitzen im Vergleich zu den schlickergegossenen etwa die zweifache Bruchfestigkeit bei gleichzeitig geringerer Streuung der Festigkeitswerte /53/. Aus den Materialkennwerten ergeben sich Konstruktionsbeschränkungen bezüglich Lasteinleitung, Formgebung und Temperatureinflüssen, die bei der Auslegung von Keramikbauteilen beachtet werden müssen /54/. Kurze Rohre (170 mm) wurden von Kleer et al. /55/ im Zugversuch geprüft und die Ergebnisse mit rechteckigen 4-Punkt-Biegeproben (4,5 mm x 3,5 mm x 59 mm) verglichen. Das Ziel war, den Einfluß der Probengröße zu untersuchen (Abb. 2.11).

Die Rohre wiesen folgende technische Daten auf:

Abstand zwischen den Einspannungen	170 mm
Innendurchmesser	30 mm
Außendurchmesser	40 mm
Oberfläche	18700 mm ²
Volumen	94000 mm ³
Bruchkraft (Standardprobe 334 N/mm ²)	126 N/mm ²
Weibullmodul (Standardprobe 9.3)	4.3
Oberflächenqualität	"as fired"

In Abbildung 2.12 ist zu erkennen, daß die Rohre bei geringeren Spannungen als die Standardproben brechen und die ermittelten Bruchspannungen weiter streuen. Als Bruchauslöser wurden bei den Rohren hauptsächlich Einschlüsse von Fremdpartikeln festgestellt. Kleer vermutet höhere Eigenspannungen um die Einschlüsse herum, die den Bruch zu niedrigeren Spannungen verschieben. Das Problem des Einspannungseinflusses auf die Belastung wurde nicht untersucht.

An Abb. 2.13 läßt sich erkennen, daß das Bruchverhalten sich nicht allein mit Volumen- bzw. Oberflächendefekten erklären läßt. Gallmann et al. /37/ werteten die Versuche nach der Weibullstatistik (Abb. 2.14, Rohre: $m = 4$, $\sigma_0 = 121$ MPa) aus. Mit Hilfe der volumenbedingten Versagensmechanismen nach Weibull wurde eine einfache Beziehung ($\sigma_2 = \sigma_1(V_1/V_2)^{1/m}$) hergeleitet, mit der die Bruchfestigkeiten von 20 Standardproben (3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm) auf die SiSiC-Rohre übertragen wurden. Das Volumen V_1 der Standardproben ergibt sich aus dem maximal belasteten Bereich zwischen den beiden inneren Auflagern. Bei Zugversuchen der Rohre wird das gesamte Volumen (V_2) zwischen den Einspannungen belastet. Im 4-Punkt-Biegeversuch wurde die Spannungsverteilung über den Querschnitt der Standardproben als konstant angenommen. Abbildung 2.15 zeigt die so ermittelten Bruchspannungen in Abhängigkeit von dem belasteten Volumen und die aus der Volumenfunktion gebildeten Ausgleichsgeraden.



Abb. 2.11: Gebrochenes SiSiC-Rohr mit Einspannung

(nach Kleer /55/)

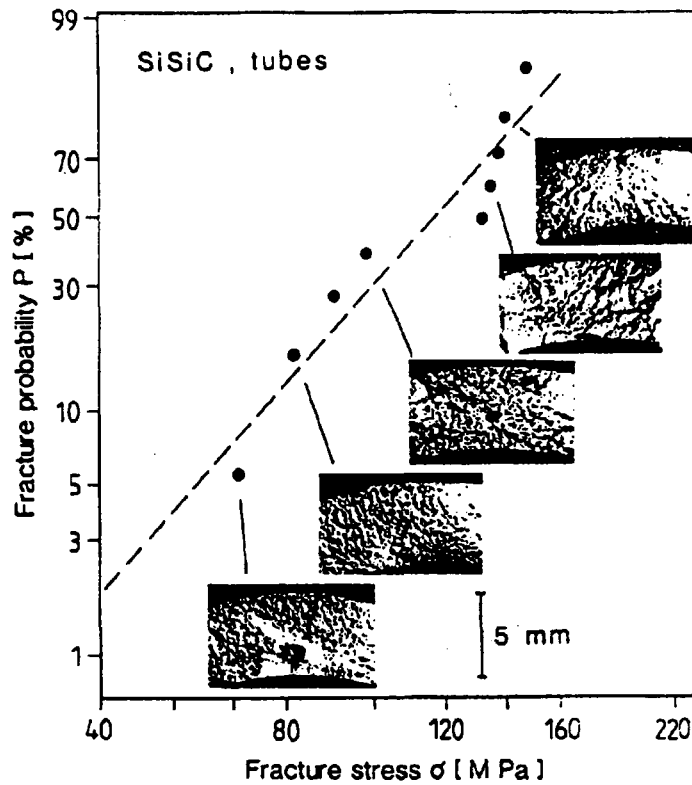


Abb. 2.12: Bruchlasten und Bruchbilder SiSiC-Rohre

(nach Kleer /55/)

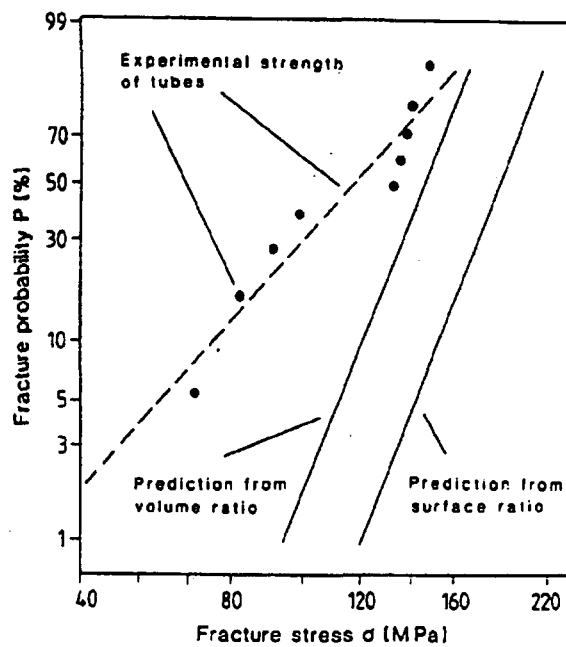


Abb. 2.13: Vergleich des gemessenen und erwarteten Bruchverhaltens der SiSiC-Rohre aus dem 4-Punkt-Biegeversuch

(nach Kleer /55/)

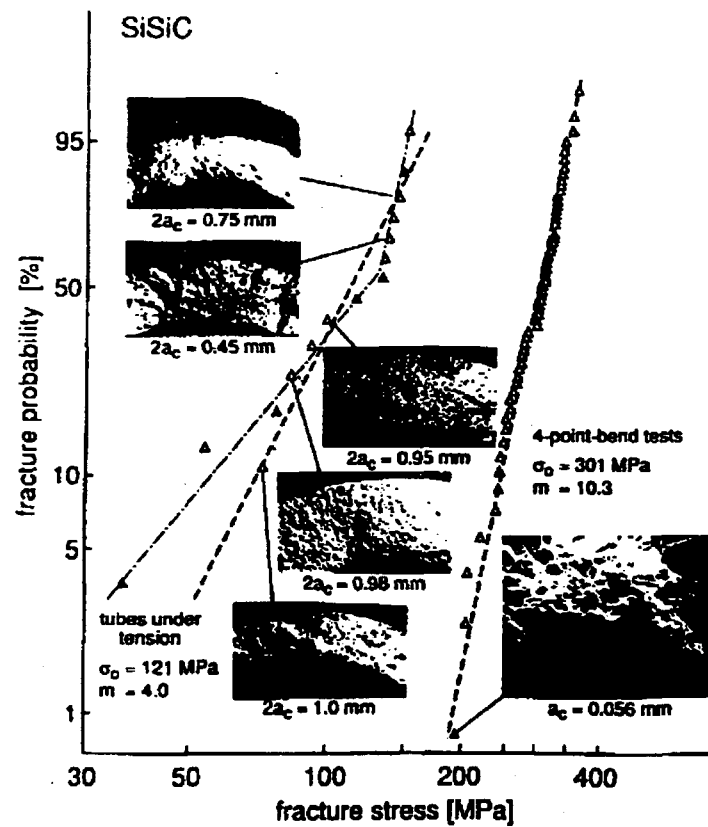


Abb. 2.14: Weibullplot des Rohrzugversuchs und des 4-Punkt-Biegetest an Standardproben (nach Gallmann et al. /37/)

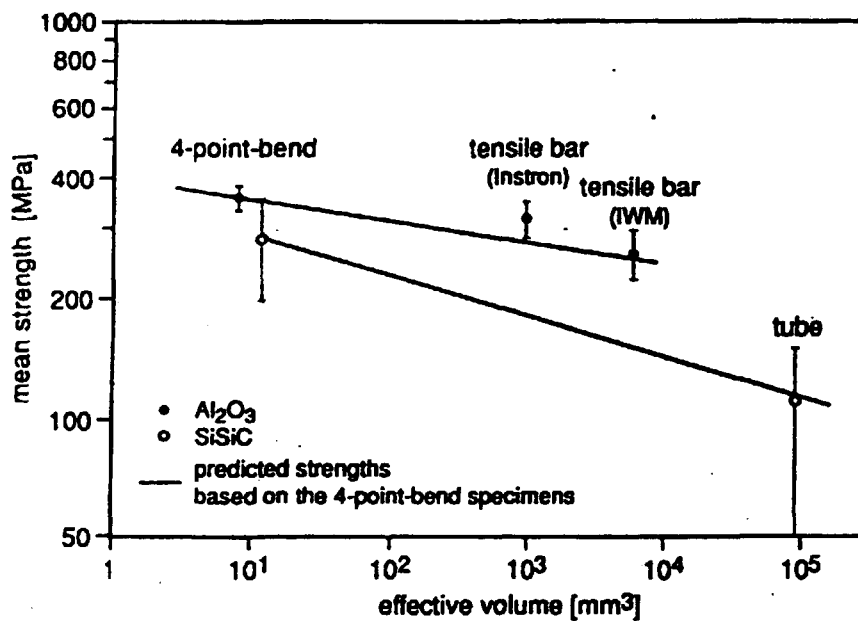


Abb. 2.15: Bruchwahrscheinlichkeit aufgrund volumenfehlerbedingtem Versagen für verschiedene SiSiC- und Al_2O_3 -Proben (nach Gallmann et al. /37/)

Bei der geringen Probenzahl dürfen die Abweichungen der Meßpunkte von der Regressionsgeraden (Abb. 2.14) nicht als werkstofftypisch betrachtet werden, sondern sind eher statistischer Natur. Aus diesem Grunde ist eine Unterteilung der Weibullgeraden nicht erlaubt. Es wurden Poren von 0,11 mm bis 1,00 mm Durchmesser im Volumen gefunden, wobei die größeren Fehlstellen in der Regel (eine Ausnahme), auch zu geringeren Bruchfestigkeiten führten. Eine Aufteilung der Ergebnisse im Weibullplot in mehrere Ausgleichsgeraden (Abb. 2.14, Rohrversuch) erscheint bei den wenigen getesteten Proben nicht sinnvoll.

H.R. Maier entwickelte ein V-S-L-Modell, das geeignet ist, die Bruchwahrscheinlichkeit bei Überlagerung von Volumen- (V), Oberflächen- (S) und Belastungseinflüssen (L) zu beschreiben. Bei Biege- und Zugversuchen sind die Belastungseinflüsse nur zwischen den Auflagern homogen. Inner- und außerhalb der inneren Auflagern kann die Spannungsverteilung nur näherungsweise ermittelt werden. Zu den genannten Bereichen werden jeweils Einzelbruchwahrscheinlichkeiten bestimmt und abschließend eine Gesamtbruchwahrscheinlichkeit ermittelt. Die Versuche wurden an verschiedenen Zugproben und 4-Punkt-Biegestäben aus Al_2O_3 durchgeführt. Die aus der Approximation einer einzelnen komplexen Verteilung ermittelten Verteilungsparameter werden bezüglich ihrer Bedeutung und Übertragbarkeit als kritisch beurteilt. Beim Übergang auf kompliziertere Bauteile treten zusätzliche Probleme wie anisotroper Materialaufbau, Eigenspannungen der I. Art, mehrachsige Spannungszustände auf /56/. Die Betrachtung von Belastungen, Oberflächen und Volumeneinflüssen /57/ wurden auf Größeneffekte, Lebensdauereinflüsse und einem K_{IC} - V_{eff} - $V(K_I)$ -Modell zusammen geführt.

3. WERKSTOFF- UND PROBENHERSTELLUNG

3.1 WERKSTOFFHERSTELLUNG

Der Werkstoff CarSIK-Z der Schunk Ingenieurkeramik GmbH ist eine Standard SiSiC Qualität. CarSIK-Z wird zur Massenproduktion eingesetzt und ist ein aus der Hochleistungskeramik abgeleitetes Feuerfestmaterial.

Zur Herstellung des Werkstoffs wird zunächst von einem Pulvergemisch ausgegangen, das aus von 1 bis 150 μm großen multikristallinen α -SiC-Körnern (Anteil etwa 65 Gew%) und Kohlenstoff (etwa 15 Gew%) besteht. Dazu kommen noch Hilfsstoffe, wie Binder, (< 5 Gew% des Pulvergemischs) und Wasser (etwa 15 Gew% des Pulvergemischs). Das Rohmaterial wird zu einer Knetmasse vermengt und in einer Extrudiermaschine zunächst verdichtet, ehe es von vielen kleinen Messern im Vakuum zerkleinert wird. Diese Methode wird gewählt, um die während des Knetvorgangs eingebrachten Luftblasen zu entfernen. Verbleibende Blasen führen im Werkstück zu Poren. Anschließend wird die Masse wieder verdichtet und durch ein Mundstück zu Profilkörpern gedrückt. Im gesamten Produktionsprozeß ist auf höchste Reinheit zu achten. Angetrocknete Reste der Rohmasse in den Maschinen führen zu Verklumpungen in der Knetmasse und erzeugen daher Fehlstellen im Bauteil. Ein Trocknungsvorgang über mehrere Tage mit Maßhaltigkeitsprüfungen und Korrekturen folgt. Die Werkstücke werden in dieser Phase des Herstellungsprozesses als Grünkörper bezeichnet.

Anschließend werden die Profile bei 1500°C nach einem der folgenden Verfahren siliziert:

Verfahren	Prinzip
Auflagesilizieren	Auflegen von Si-Granulat auf das Bauteil Eindringen der Schmelze in den Grünkörper
Dochtsilizieren	Zuführung des Siliciums durch einen porösen für flüssiges Silicium durchströmbaren Körpers

Tabelle 3.1: Silizierungsverfahren

Die für diese Arbeit zu Verfügung stehenden Proben wurden alle durch Auflagesilizieren siliziert. Alle Verfahren arbeiten mit einem Siliciumüberschuß, der in Form von Si-Perlen auf der Oberfläche sichtbar wird. Die Perlen müssen nach dem Abkühlen durch Sandstrahlen mit Schmelzkorund wieder entfernt werden. Die so entstehende Oberflächenrauigkeit beträgt bei allen Proben im Mittel zwischen 1,5 und 3,5 μm . Abschließend erfolgt eine Qualitätsprüfung. Dieses Herstellungsverfahren wird zur Produktion von Rohren und Profilkörpern wie z.B. Vierkantrohren benutzt.

Herstellung von SiSiC

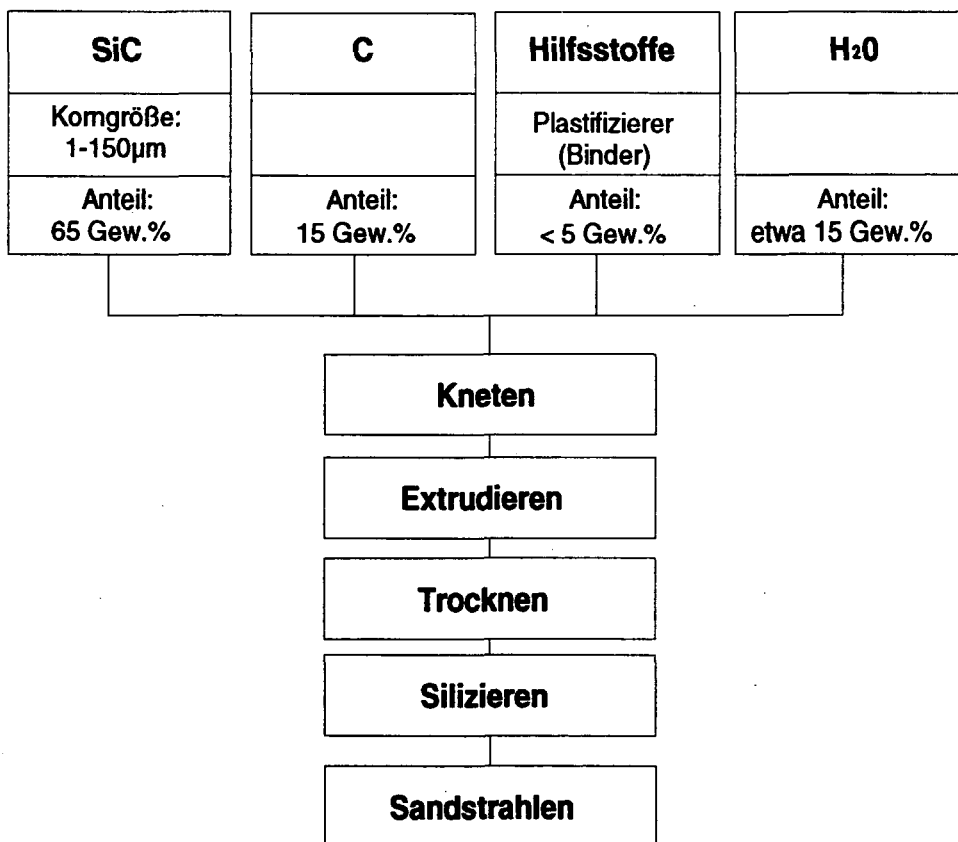
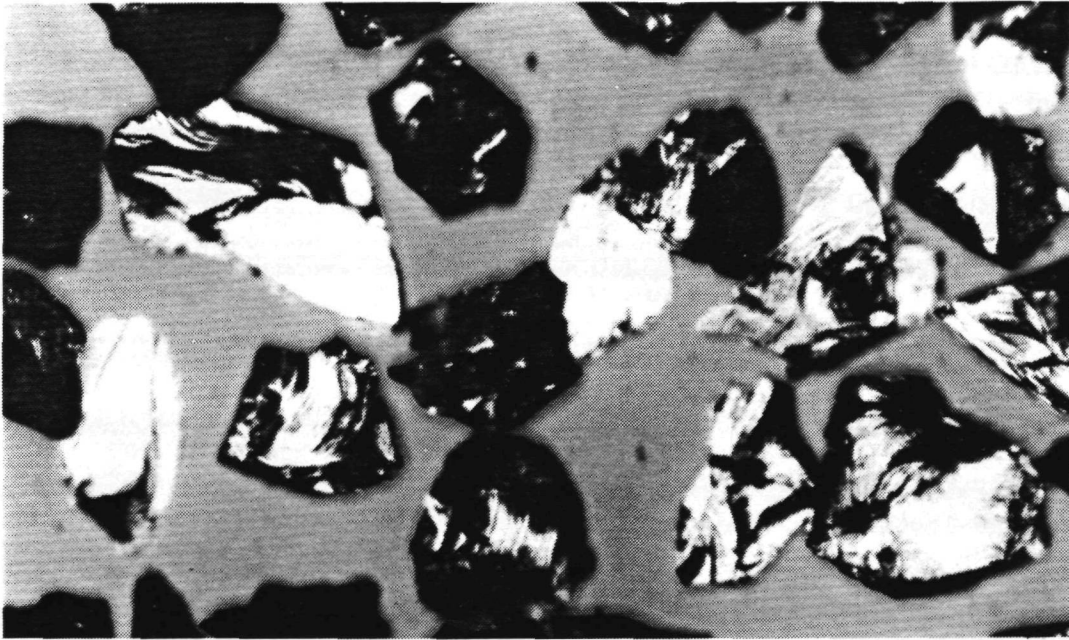


Abb. 3.1: Herstellungsverfahren von SiSiC (nach Schunk Ingenieurkeramik GmbH /58/)

3.2 Werkstoffcharakterisierung

Die verwendeten α -SiC-Körner werden beim Hersteller aus größeren multikristallinen Kristallkörpern durch einen Prallmahlprozeß gewonnen, was dem Korn die charakteristische Form verleiht (Abb. 3.2). Die Körner sind sowohl glatt als auch terrassen- und muschelförmig gebrochen. Die glatten und terrassenförmigen Oberflächen sind auf Brüche entlang der Korngrenzen zurückzuführen, während die muschelförmigen Oberflächen durch transkristallinen Einkristallbruch entstehen /58/.

Während des Silizierungsprozesses verbindet sich das Silicium mit dem freien Kohlenstoff zu SiC, wobei die sekundären SiC-Körner durch epitaktische Ankeimung an Ursprungskörnern wachsen und einen geschlossenen SiC-Verbund bilden. Die so entstehenden Korngrenzenoberflächen sind eben, und, wenn mehrere Kristalle aneinanderwachsen, terrassenförmig.



50µm

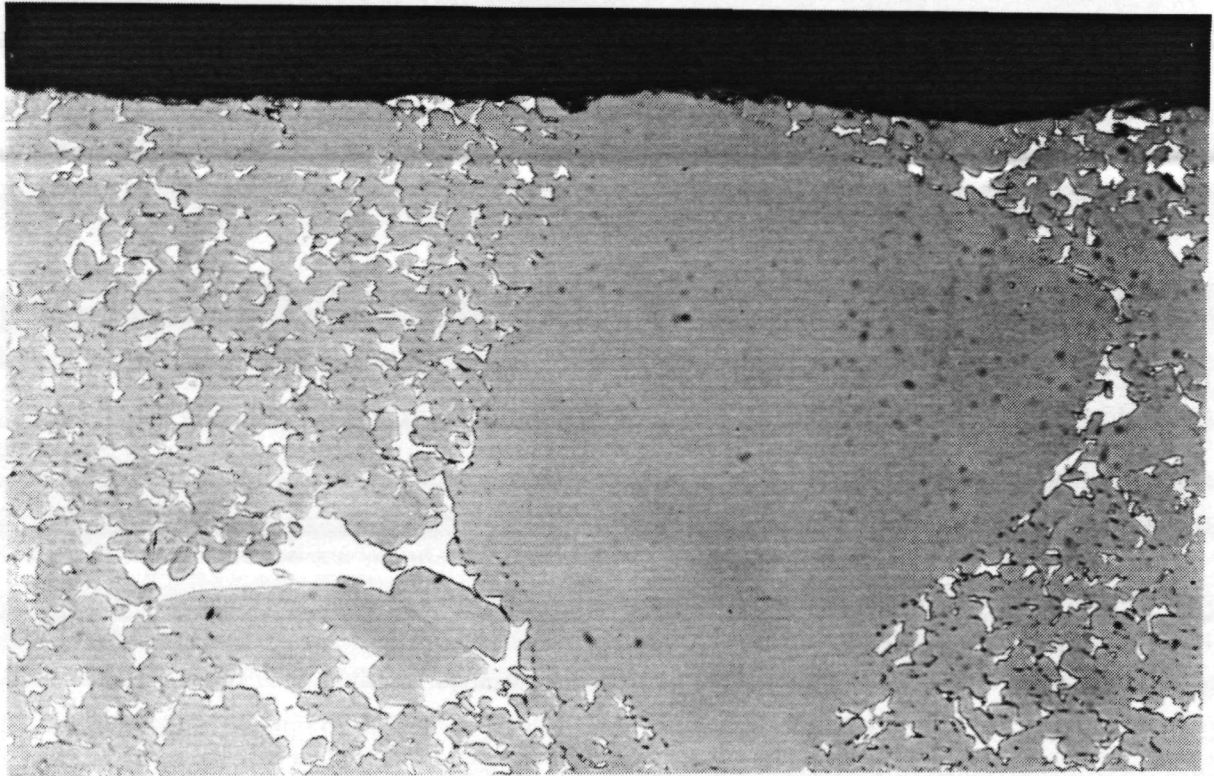
Abb. 3.2: SiC-Körner mit glatten, terrassen- und muschelförmigen Oberflächen

Im Schliffbild (Abb. 3.3) ist der geschlossene SiC-Verbund als graue Phase zu erkennen. Die Korngröße variiert zwischen 1 und 150 µm, so daß eine gute Raumfüllung erreicht wird. Verbleibende Zwischenräume werden durch freies Silicium (< 12 Vol%.) aufgefüllt (weiße Phase). Die Gesamtporosität beträgt weniger als 1% und ist auf Schädigung durch Sandstrahlen oder auf eingetrocknete SiC-Partikel im Mischprozeß zurückzuführen. Die Dichte beträgt im Mittel bei allen zu Verfügung stehenden Proben $3,10 \pm 0,02 \text{ g/cm}^3$.

Im Rahmen der Produktionsoptimierung wurde der Siliciumüberschuß so weit reduziert, daß auf der Bauteiloberfläche bei vollständiger Silizierung so wenig Si-Perlen wie möglich entstanden. Es kann aber in Ausnahmefällen vorkommen, z.B. wenn mehrere große SiC-Körner nahe beieinander liegen, daß diese nicht vollständig siliziert werden (Abb. 3.4). Sowohl die durch das Sandstrahlen geschädigte Oberfläche als auch nicht vollständig silizierte Kornzwischenräume bilden Fehlstellen, die zum Bruch führen können. Somit muß im Rahmen der Fehlstellenminimierung zwischen dem Silizieren und dem Sandstrahlen ein Kompromiß geschlossen werden.

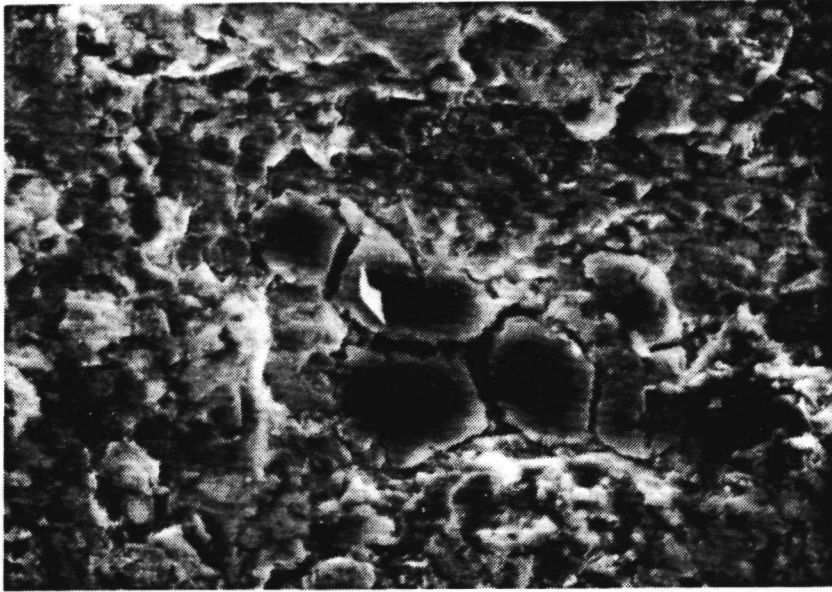
In Zwischenräumen der nahe beieinander liegenden und nicht durchsilizierten SiC-Körner (Abb. 3.7) wurde freier Kohlenstoff gefunden. Der verbleibende freie Kohlenstoffgehalt beträgt < 2 Gew%, und die durch den Produktionsprozeß bedingten Verunreinigungen liegen unter 2 Gew%.

Die beim Sandstrahlen verwendeten Körner bestehen aus Schmelzkorund (Al_2O_3) und besitzen eine ähnliche hohe Härte wie das SiSiC. Dies hat zur Folge, daß beim Aufprallen des Sandes die Oberfläche des SiSiC-Bauteils beschädigt wird (Abb. 3.5). Plattenförmiges Abplatzen ganzer SiC-Verbunde, Lösen einzelner Körner aus dem SiC-Verbund sowie deren Bruch wurden beobachtet. Die Schädigungszone dehnt sich bis zur maximalen Korngröße, d.h. 150 μm Tiefe aus. Zu Testzwecken stand auch eine nach dem Sandstrahlen oxidierte Probe zur Verfügung. Im Schliffbild ist zu erkennen, daß die SiO_2 -Schicht bereits gebrochene Körner verklebt und sich eine glatte schützende Schicht über das Bauteil gelegt hat (Abb. 3.6). Diese Oxidschicht wirkt festigkeitssteigernd, weil sie sehr gut auf dem SiSiC haftet und einen geringeren E-Modul als der Grundwerkstoff besitzt und daher erst ein Bruch des Siliciumcarbides erfolgt, ehe die SiO_2 -Schicht versagt /59/. Es wurden Oxidschichtdicken von etwa 5 μm und an vorgeschädigten Stellen bis zu 25 μm gemessen. Ein 4-Punkt-Biegetest an einer oxidierten Probe mit 23 mm x 17 mm x 1700 mm zeigte eine über 50% höhere Bruchfestigkeit als die maximale Bruchspannung der rein sandgestrahlten Bauteile gleicher Abmessungen (vgl. Kapitel 6).



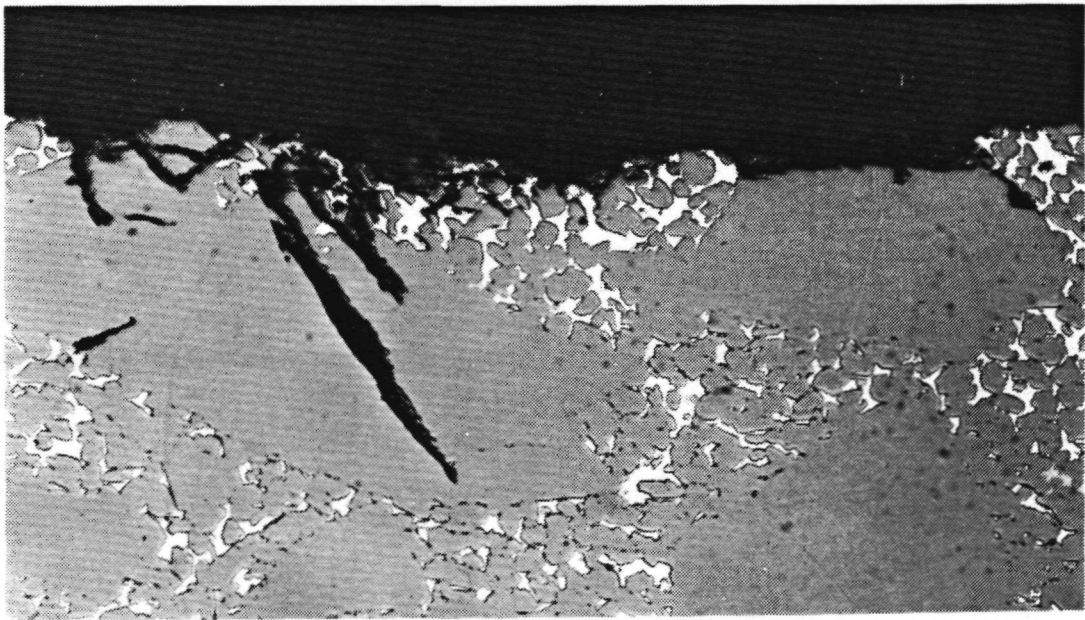
20 μm

Abb. 3.3: Schliffbild von SiSiC (CarSIK-Z)



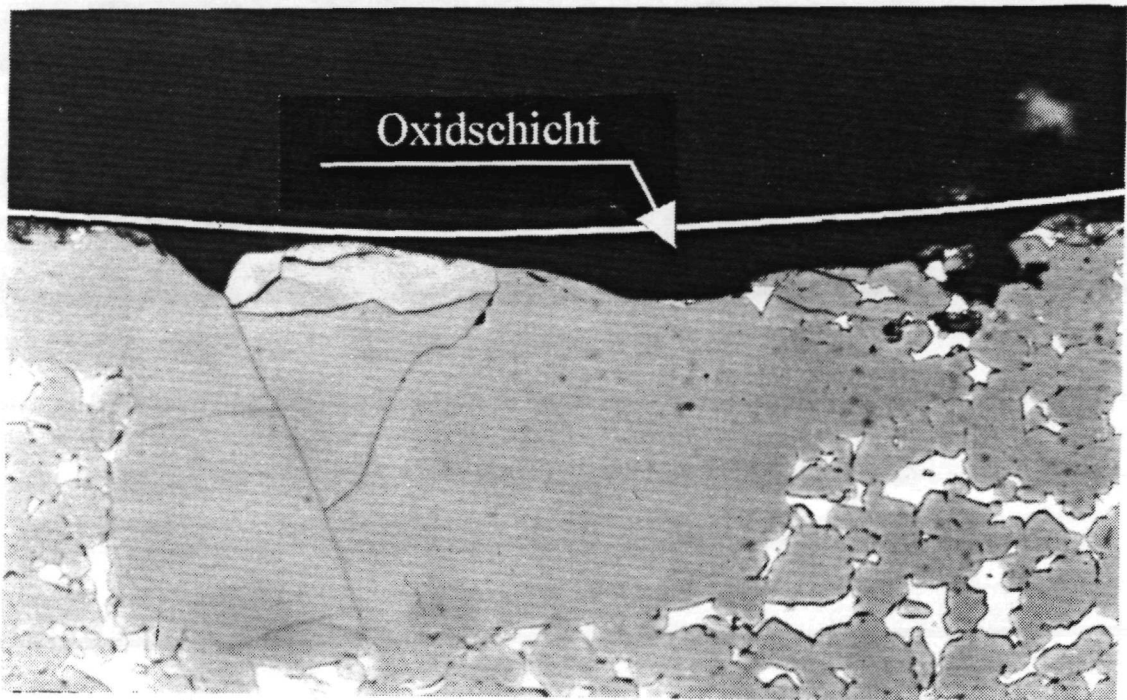
—
10µm

Abb. 3.4: Nicht vollständig silizierte SiC-Körner an der Bauteiloberfläche



—
20µm

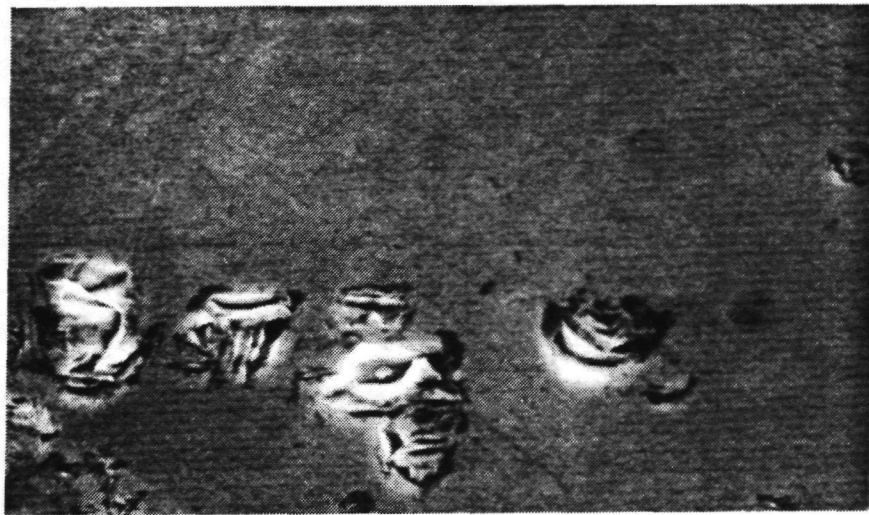
Abb. 3.5: Geschädigte Oberfläche eines sandgestrahlten SiSiC-Vierkantrohres



20 μ m

Abb. 3.6: Schliffbild einer oxidierten SiSiC-Oberfläche

Die Rauhtiefenmessung der Oberflächen polierter Standardproben ergab eine gemittelte Rauhtiefe R_a von $<0,03 \mu\text{m}$ (Abb. 3.8). Die Schädigung durch das Sandstrahlen ist so groß, daß selbst nach maschinelltem Polieren der Oberfläche noch Einschlagkrater des Schmelzkorundes sichtbar sind (Abb. 3.7). Kratertiefen bis zu $4 \mu\text{m}$ (Abb. 3.8) wurden gemessen. Der mittlere Durchmesser solcher Schmelzkorundeinschläge beträgt etwa $10 \mu\text{m}$.



10µm

Abb. 3.7: Polierte Oberfläche einer Standardprobe nach Tabelle 3.3

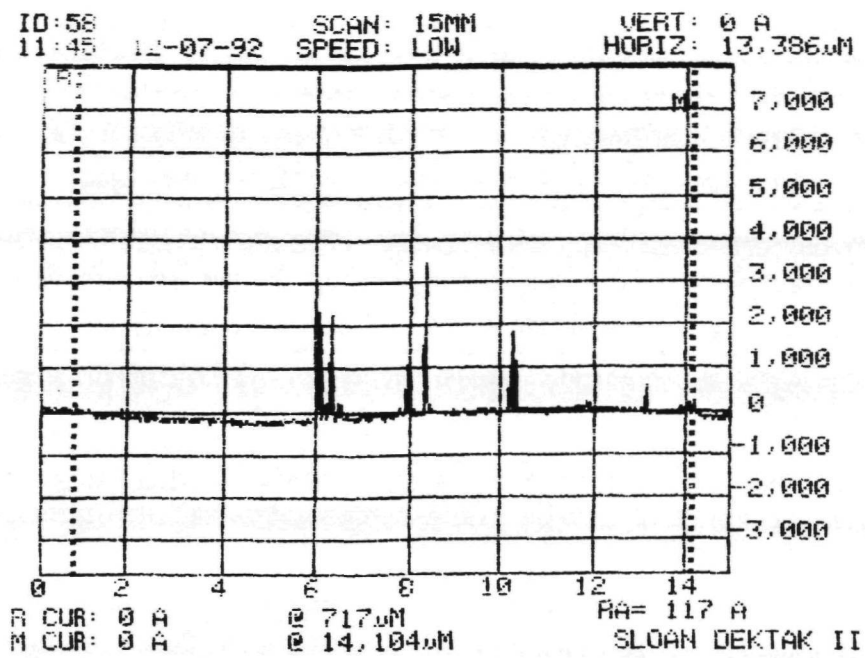


Abb. 3.8: Rauhtiefenmessung einer polierte Standardprobe nach Tabelle 3.3

3.3 PROBEN

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden 4 verschiedene Vierkantrohr- und Rundrohrprofile (siehe Tabelle 3.2) sowie zwei Varianten von Kleinproben (vgl. Tabelle 3.3) aus SiSiC verwendet. Diese verschiedenen Probendimensionen werden für die Versuche zur Übertragbarkeit benutzt. Die Ermüdungsversuche wurden an Prüfkörpern bis etwa 400 mm Länge durchgeführt.

Art der	Abmessungen in mm							Nr. in	Anzahl
Probe	H	B	h	b	L	D	d	Abb. 3.10	
Vierkant- rohr	23,5	18,7	15,2	9,6	400			2	65
Vierkant- rohr	23	18,7	15,2	9,6	1700			3	20
Vierkant- rohr	30,3	30,3	17,6	17,6	1700			4	20
Rund- rohr					1550	43,5	30,3	5	20

Tabelle 3.2: Abmessungen der SiSiC-Profile

Die SiSiC-Rohrprofile wurden durch Extrudieren hergestellt. Mit diesem Fertigungsverfahren können Profile und Stangenmaterial bis etwa 3 m Länge erzeugt werden. Die profilierte Masse (Grünlinge) wird auf Schalen oder Rollen aufgefangen. Hierbei verbiegen sich die Rohre bis zu mehreren Zentimetern auf 3 m Länge. Die Rohrstücke werden mit einem Messer auf die gewünschte Länge gekürzt und auf sich drehenden Rollen wieder auf die Toleranzmaße gerichtet. Durch das Austrocknen und Silizieren verziehen sich die Rohre unter Risiko von Eigenspannungen.

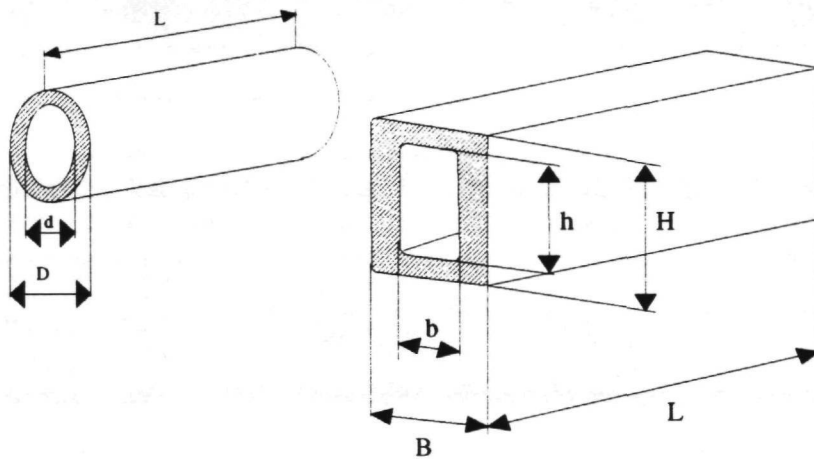


Abb. 3.9: Maßbezeichnungen an den Bauteilen

In Abbildung 3.9 sind die Maßbezeichnungen für Tabelle 3.2 dargestellt.

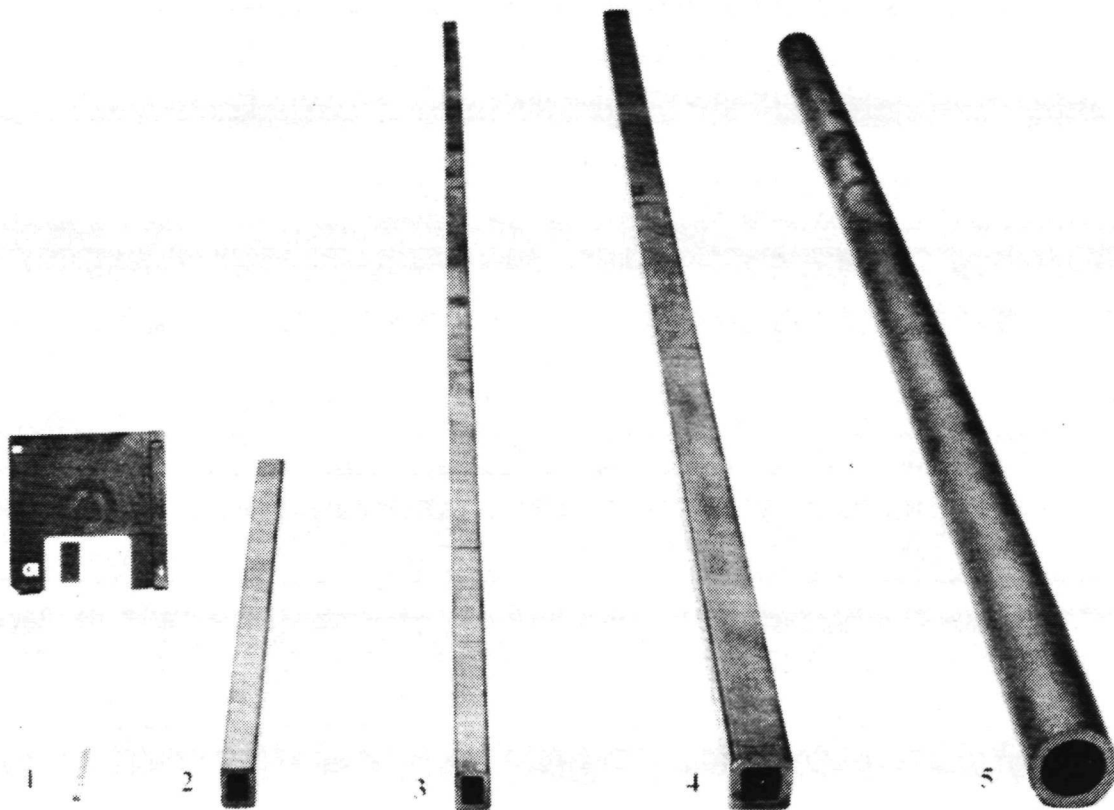


Abb. 3.10:

- 1) SiSiC- Vierkantstab 3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm
- 2) SiSiC- Vierkantrohr 23 mm x 17 mm x 1700 mm
- 3) SiSiC- Vierkantrohr 23 mm x 17 mm x 1700 mm
- 4) SiSiC- Vierkantrohr 30 mm x 30 mm x 1700 mm
- 5) SiSiC- Rundrohr $\varnothing$ 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm

Aus einem 23 mm x 17 mm x 1700 mm Vierkantrohr wurden kleine Biegestäbchen (Abb. 3.10, Probe 1) mit den folgenden Abmessungen und Oberflächen geschnitten:

Höhe	Breite	Länge	Oberfläche auf der Zugseite	Anzahl
3,5 mm	4,5 mm	50 mm	original	48
3,5 mm	4,5 mm	50 mm	poliert	48

Tabelle 3.3: Abmessungen der Standardproben

Die Lage der Standardproben im Vierkantrohr ist in Abbildung 3.11 dargestellt.

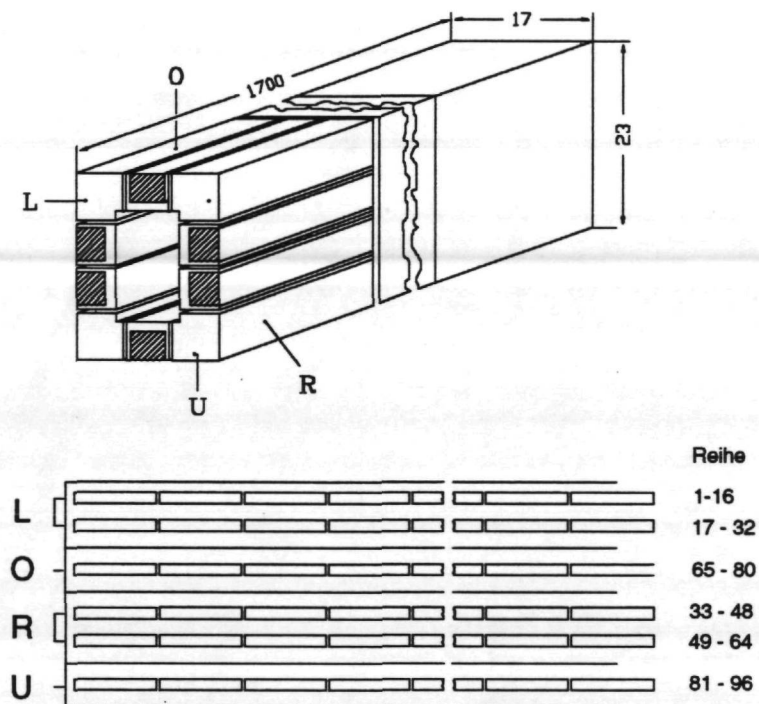


Abb. 3.11: Lageplan der Standardproben im Bauteil

Die Hälfte der Standardproben besitzt eine original sandgestrahlte Oberfläche auf der Zugseite, die zweite Hälfte der Proben ist auf der Zugseite geläppt und poliert. Die anderen Probenoberflächen sind geläppt und die Kanten angefast.

Zu Testzwecken steht ein Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 170 mm mit oxidierten Oberflächen zu Verfügung. Die Probe wurde bei 1200°C in einem Gasofen mit Luftüberschuß oxidiert.

4. VERSUCHSAUFBAU

Für die Ermittlung der Festigkeitskennwerte von Keramiken existiert derzeit in Deutschland noch keine Norm. Neben Zug- /60/ und C-Ringtests /44/ haben sich besonders 4-Punkt-Biegeprüfungen durchgesetzt, die als DIN 51110 (noch in der Entwurfsphase) standardisiert werden sollen. Im 4-Punkt-Biegetest wird die Probe auf die äußeren Auflager gelegt und die Kraft über die inneren Auflager eingeleitet (Abb. 4.1). Die Spannung ändert sich linear mit zunehmender Bauteilhöhe (in x-Richtung) von maximaler Zugspannung an der Seite der äußeren Auflage bis zu maximaler Druckspannung an der Seite der inneren Auflager. Entlang der Längsachse (in y-Richtung) ist sie zwischen den inneren Auflagern konstant.

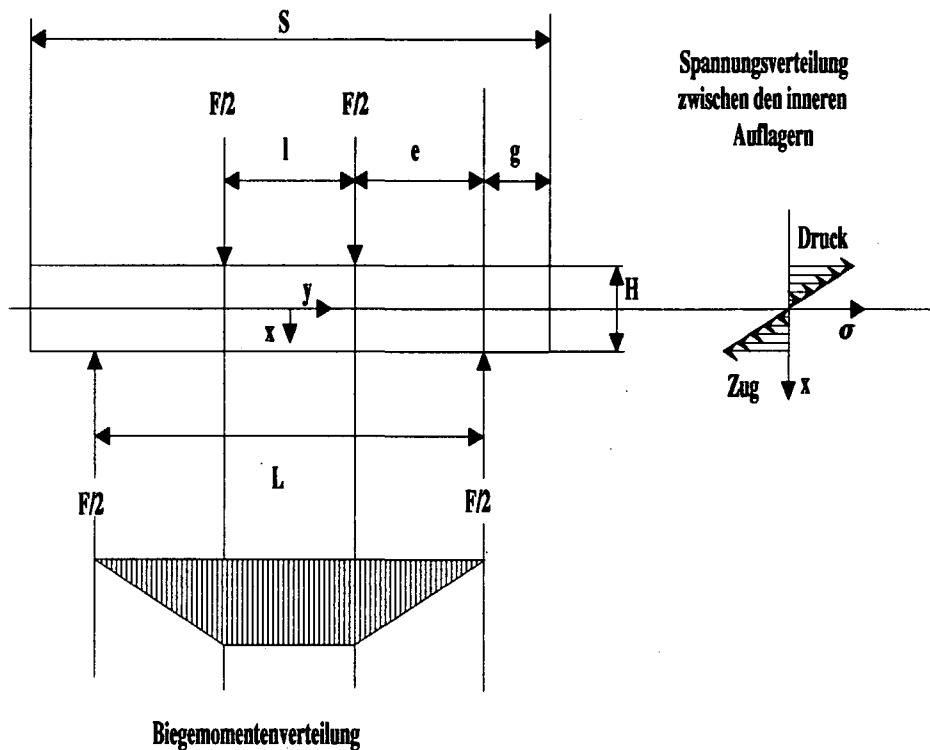


Abb. 4.1: Biegemoment und Spannungsverteilung beim 4-Punkt-Biegeversuch

Die Berechnung der Bruchspannungen und die Auswertungsverfahren für die verwendeten Probenquerschnitte sind ausführlich in den Anhängen E und F beschrieben. Für die Ermüdungsversuche an Vierkantrohren (23 mm x 17 mm x 400 mm) wurde ein Biegetisch von Instron unter Berücksichtigung der Konstruktionsempfehlungen von Pabst /61/ und Hoagland et al. /62/ umgebaut. Die Bauteilversuche erfolgten an einer nach den gleichen Empfehlungen neu entwickelten 4-Punkt-Biegemaschine. Beim Durchbiegen der Proben unterliegt der auf der Zugseite der Probe belastete Bereich einer Dehnung (Abb. 4.2 und 4.3). Damit durch die resultierende Längenänderung die Probe nicht mit zusätzlichen Zugspannungen beaufschlagt wird, werden Rollenlager empfohlen, die bei Belastung abrollen oder sich mitbewegen (Abb. 4.4, Teil B) und so die Längenänderung ausgleichen. Ungleichmäßige Belastungen (Abb. 4.5) durch nicht

exakt planparallele Probenoberflächen bzw. Verkippen der Probe während der Belastung werden durch eine bewegliche obere Auflageraufhängung verhindert (Abb. 4.4, Teil D). Verdrehte und verbogene Proben können so ebenfalls geprüft werden, da die Auflager und Lager entsprechend nachgeben (Abb. 4.6, Detail A) und für eine gleichmäßige Belastung sorgen. Reibeffekte werden durch Rollen in den Auflagern minimiert. Je nach Biegetischart wird bei Durchbiegung entweder das belastete Volumen durch Längenzunahme (bei Rollenlagerung) größer (Abb. 4.2) oder bei konstantem Volumen (feste Probenhalterung z.B. Spannhülsen auf Gleitlagern) der Lagerabstand an den Kreuztischen kleiner (Abb. 4.3). Die häufigsten Fehler, die beim 4-Punkt-Biegetest auftreten, können folgendermaßen abgeschätzt werden:

Fehlerursache	Abschätzung
ungleiche Biegemomente	$\frac{\sigma_T}{\sigma_0} = 1 + \frac{\Delta M}{2M} = 1 + \frac{P_1 - P_2}{P}$
Verdrehung	$\frac{\sigma_T}{\sigma_0} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6k_2} \left(\frac{b^2}{l^2} + 9(k_2)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$
Kerbeeekte	$\frac{\sigma_T}{\sigma_0} = 1 + 0,0579 \frac{c}{l}$
Reibung	$\frac{\sigma_T}{\sigma_0} = 1 - 2\mu \frac{c}{l}$

Tabelle 4.1: Häufige Fehler im 4-Punkt-Biegeversuch

nach Pabst /61/

mit: M: Biegemoment P: Auflagerkraft mit $P_1 = P_2 = P/2$
l: Probenlänge b: Probenbreite
c: halbe Probenhöhe μ : Reibungsindex
k: Höhe der Verdrehung $k = f(b, c)$

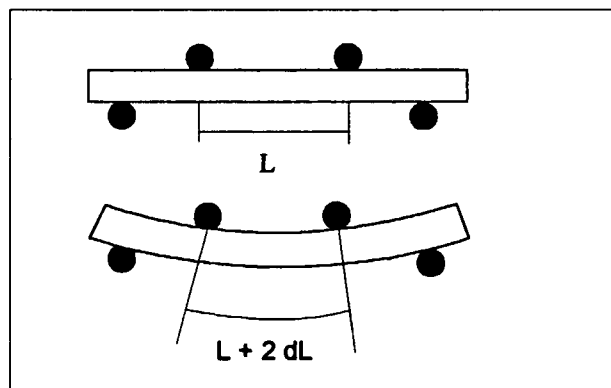


Abb. 4.2: Rollenlagerung im 4-Punkt-Biegeversuch

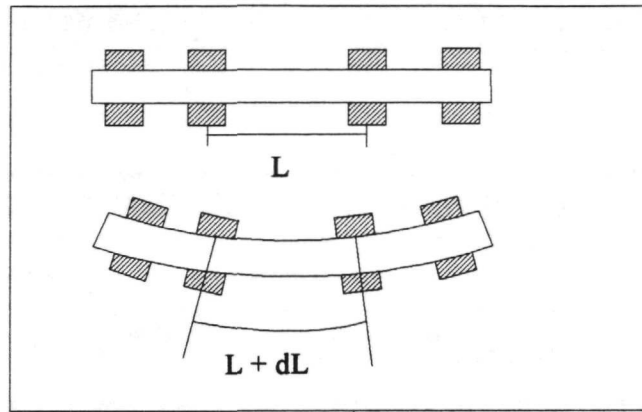


Abb. 4.3: Spannhülsenlagerung im 4-Punkt-Biegeversuch

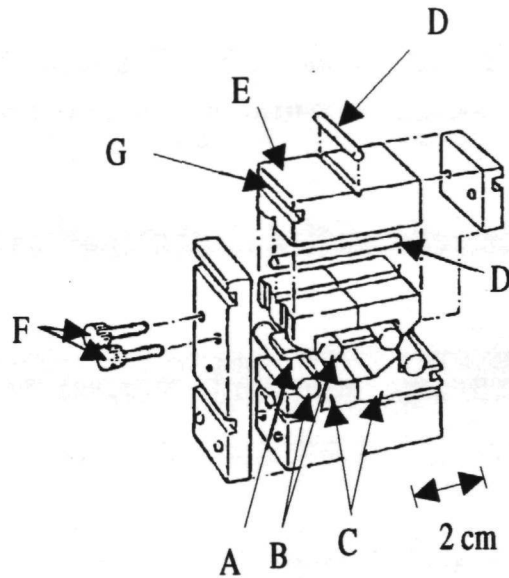


Abb. 4.4: Empfehlung eines Biegetisches (nach Hoagland et al. /62/)

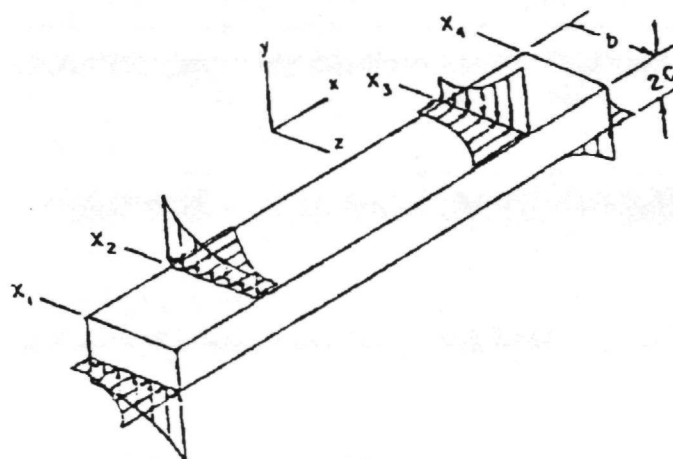


Abb. 4.5: Ungleichmäßige Belastung an einer 4-Punkt-Biegeprobe (nach Hoagland et al. /62/)

4.1 4-Punkt-Biegetisch für Proben bis 500 mm Länge

Aus den Komponenten eines für metallische Proben konzipierten Instron 3-Punkt-Biegetisches (Position 1 in Abb. 4.7) wurde ein 4-Punkt-Biegetisch (Abb. 4.6) entwickelt, der den erhöhten Anforderungen einer keramischen Biegeprüfung Rechnung trägt. Die beweglich angeordneten Auflagerrollen (2, 3) drehen sich bei Durchbiegung mit. Eine ungleichmäßige Belastung durch die Auflager wird durch schwimmende Lagerung der Auflagerrollen gewährleistet (Detail A). Diese besteht aus einem Festlager (2) und drei Loslagern (3). Der obere Biegetisch (4) soll zur Verhinderung von ungleichmäßigen Auflagerkräften drehbar angeordnet sein. Er dreht sich um die Achse (5) und rollt über eine Kugel (6) ab. Eine Verdrehung des oberen Auflagertisches in x-Richtung wird durch eine Schlitzführung (7, siehe auch Detail A, Abb. 4.6) mit zwei O-Ringen verhindert. Wichtig ist auch eine parallele Führung zwischen den oberen und unteren Auflagern. Durch die Platte (8) und die Mikrometerschrauben (9) können das Ober- und Unterteil exakt zueinander positioniert werden. Der Biegetisch war ursprünglich für eine Maschine entwickelt worden, bei der nach der Installation und Justierung Ober- und Unterteil fest zueinander fixiert waren. Auf dem Spannfeld ist jedoch der servohydraulische Kolben schwimmend gelagert, so daß eine permanente Verdrehung des Oberteils verhindert werden muß. Während der Versuche wurden daher die Mikrometerschrauben durch Messingbolzen ersetzt.

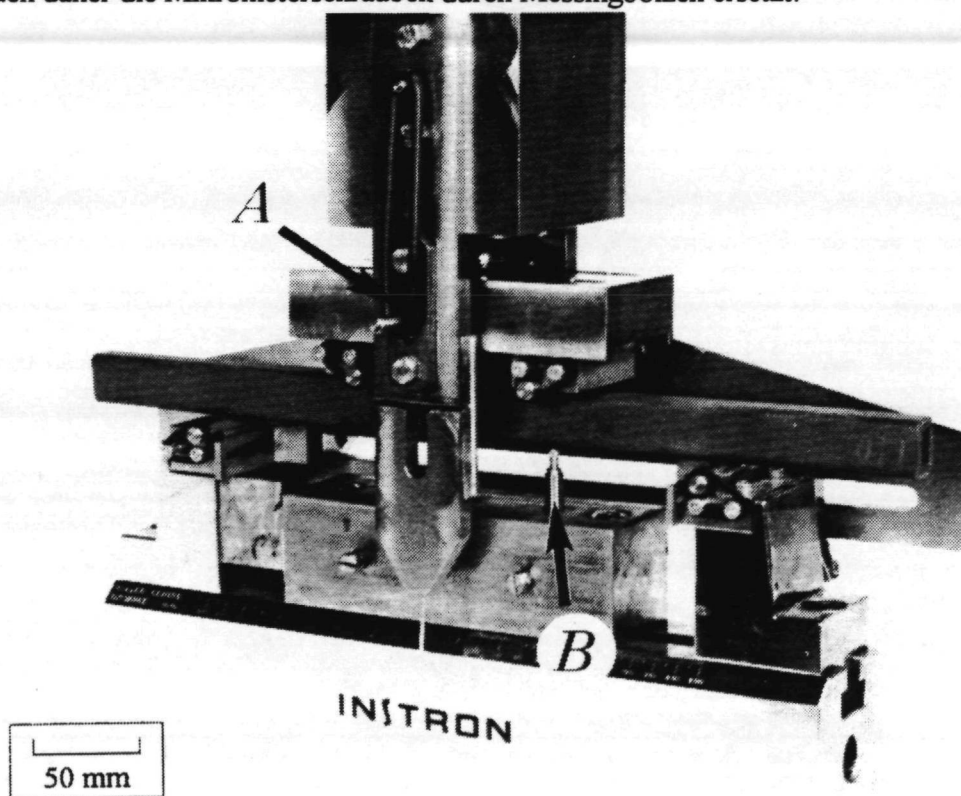


Abb. 4.6: 4-Punkt-Biegetisch für Proben bis 500 mm Länge

Durch die Nadel (10) werden das Ober- und Unterteil exakt zueinander zentriert. Durch Skalen auf dem Ober- und Untertisch sind gleichmäßige Abstände zwischen den Auflagern gewährleistet.

Der Biegetisch ist für einen unteren Auflagerabstand von 40 bis 350 mm und einen oberen zwischen 20 bis 100 mm ausgelegt. Die maximale Länge der Proben beträgt daher 500 mm und die Probenbreite 50 mm, während die maximale Höhe von der Einbauhöhe (max. 80 cm) der Prüfmaschine abhängt. Die Prüfung erfolgt im Kraftschluß, d.h. Wechselschwingversuche sind mit dieser Anordnung nicht möglich. Für Wechselbiegeversuche sind die Anordnungen von Nikkilä und Mäntylä /63/, MTS /64/ und Fett et al. /65, 66, 67/ geeignet.

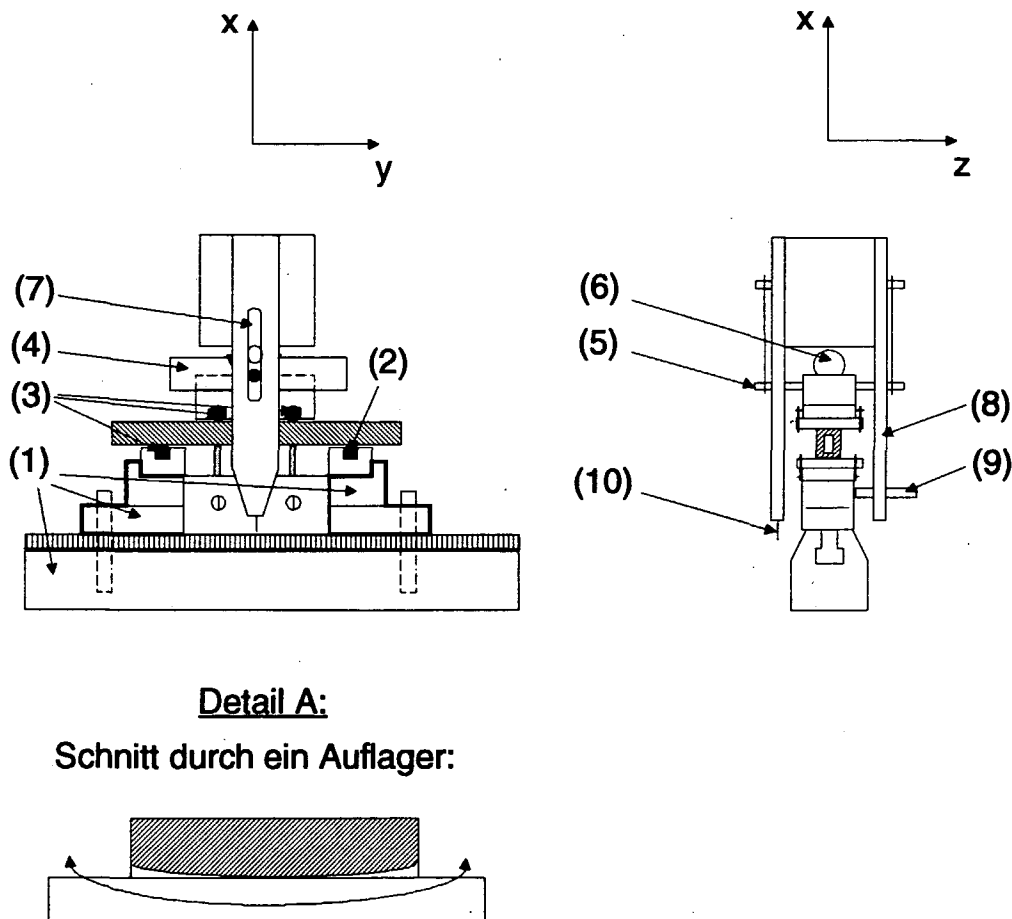


Abb. 4.7: 4-Punkt-Biegetisch für 23 mm x 17 mm x 400 mm Vierkantprofile

Während der Versuche werden die Kraft, der Kolbenweg und die Durchbiegung der Probe durch induktive Wegaufnehmer (Detail B, Abb. 4.6) an den Positionen der oberen Auflager aufgezeichnet. Ein weiterer Wegaufnehmer (11) mißt die maximale Durchbiegung in der Probenmitte. Die Meßwerte wurden auf einem Mehrkanal x-t-Schreiber geplottet. Durch den automatischen Phasenausgleich werden zeitgleiche Signale auch an der gleichen Stelle des Papiers gedruckt. So ist leicht zu erkennen, ob sich die Probe ungleichmäßig durchgebogen hat oder nicht. Bei ungleichmäßiger Durchbiegung kann die maximale Durchbiegung mit Hilfe des gleichzeitig aufgenommen Kraft-Weg Diagramms nachträglich korrigiert werden. Dieses dient zur Bestimmung der maximalen Kraft und Durchbiegung, sowie des E-Moduls und

eventueller Setzungserscheinungen. Die Meßkurven zeigten eine optimale Lastverteilung auf den Proben, die durch die sorgfältige Justierung des Biegetisches erreicht wurde, so daß auf eine Fehlerkorrektur nach Tabelle 4.1 verzichtet werden konnte.

4.2 4-Punkt-Biegetisch für Bauteile bis 2000 mm Länge

Auf einem Spannfeld wurde ein Biegetisch für Wärmetauscherrohre konstruiert und aufgebaut (Abb. 4.8 bis 4.10). In diesem Versuchsaufbau können Rohre und Vierkantprofile bis zu einem äußeren Auflagerabstand bis zu 1500 mm und einem maximalen Durchmesser von 50 mm geprüft werden. Der Biegetisch besitzt einen servohydraulisch gesteuerten 25 kN-Kolben (Instron, maximaler Weg 100 mm). Da eine Überprüfung der maximalen Bruchlasten ergab, daß die maximal zu erwartende Bruchlasten immer unter 10 kN lagen, wurde im Interesse einer besseren Auflösung eine 10 kN-Kraftmeßdose verwendet. Die Biegemaschine ist so ausgelegt, daß Wechselschwing- und Rampenversuche bzw. eine Kombination beider Belastungsarten gefahren werden können. Bei spröden Werkstoffen führen Lastüberhöhungen an den Auflagern häufig zu unerwünschten Brüchen in den Einspannungen. Bei Auflagerrollen treten an Rundproben an den Kontaktstellen unerwünschte Lastüberhöhungen auf, die bei Überschreiten der Bruchfestigkeit des Werkstoffs zum Versagen an diesen Stellen führen. Um die Punktlasten an den Auflagern zu vermeiden, werden Pendelrollenlager mit Kunststoffspannhülsen verwendet (Abb. 4.9). Tests mit Metallspannhülsen zeigten, daß aufgrund des hohen E-Moduls des Metalls die Lastspitzen nicht vollständig abgebaut werden können. Hingegen wird die Kerbwirkung im Einspannungsbereich durch geschlitzte Kunststoffspannhülsen (Detail A, Abb. 4.9) minimiert, da diese durch den niedrigen E-Modul des verwendeten Kunststoffes (PVC), kombiniert mit den Längsschlitzten, eine gleichmäßige kerbspannungsfreie Lasteinleitung gewährleisten. Durch verschraubbare Spannhülsen werden auch die Auflagerabstände exakt eingehalten (Abb. 4.8). Die Wirkungsweise dieser Hülsen wurde mittels eines Finite-Elemente-Programms (Abb. 4.11 bis 4.12) überprüft und hatte sich bereits bei den Vorversuchen an einer Umlaufbiegemaschine bewährt. Für die numerische Analyse wurde die Rohrgeometrie in einen äquivalenten Balken umgerechnet und die Spannungsverteilung im Balken sowohl unter Verwendung von Kunststoffspannhülsen zur Krafteinleitung als auch für Stahlspannhülsen ermittelt. Die von-Mises-Spannung im Balken zeigt sowohl bei der Stahl- als auch bei der Kunststoffeinspannung eine nahezu gleichmäßige Krafteinleitung über den gesamten Einspannbereich. Während die Kunststoffeinspannung jedoch bei höheren Lasten in Randbereich der Probe abhebt, liegt eine Stahlmanschette noch auf. Die berechneten Normalspannungen weisen auf eine nahezu optimale Krafteinleitung für Kunststoffspannhülsen hin (Abb. 4.11). Die Stahlspannhülse hat eine geringere Biegelinie, wodurch unerwünschte Punktlasten an den Übergangsstellen in die Probe eingebracht werden (Abb. 4.12).

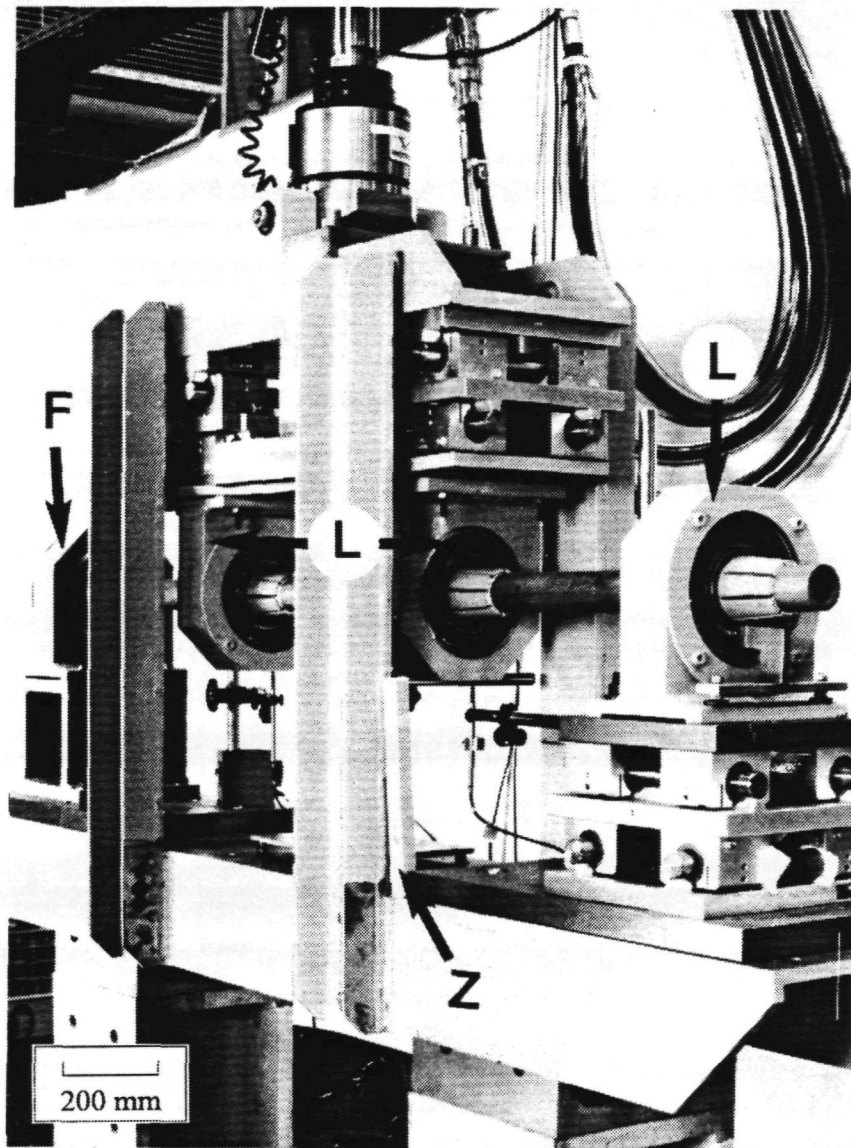


Abb. 4.8: 4-Punkt-Biegetisch für Bauteile bis 2000 mm Länge

Bedingt durch den Herstellungsprozeß können sich die Rohre bis etwa 6 mm auf 1500 mm verbiegen oder gar schraubenförmig verziehen. Sowohl der Verzug der Rohre als auch die während der Belastung auftretende Durchbiegung, werden durch Kreuztische (Detail B, Abb. 4.9) und Pendelrollenlager ausgeglichen. Diese sind gemäß den Empfehlungen der Lagerauslegung im Maschinenbau ausgelegt und bestehen aus 3 Loslagern (Detail L, Abb. 4.8) mit einem Festlager (Detail F, Abb. 4.8) /68/.

Die Längenänderung der Probe während der Durchbiegung wird ebenfalls durch die Kreuztische ausgeglichen (indem sie sich aufeinander zubewegen).

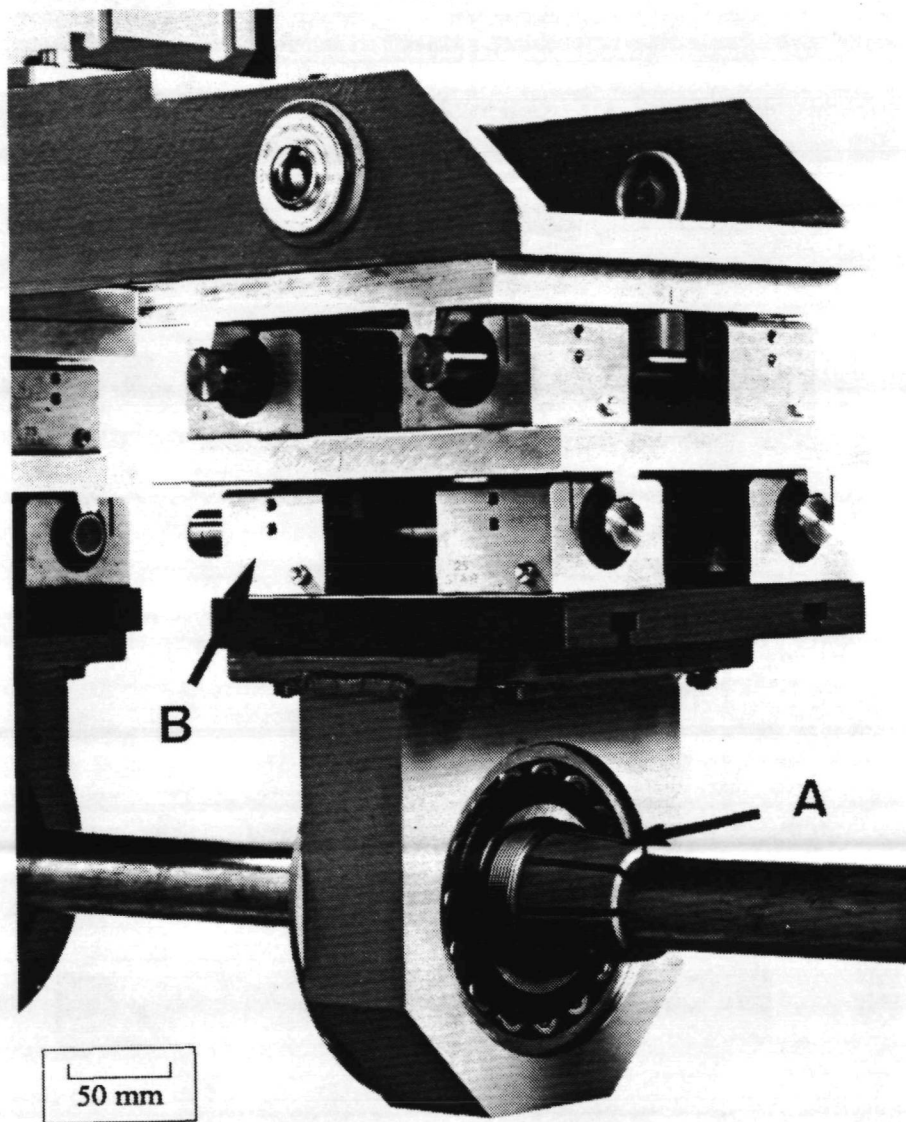


Abb. 4.9: Inneres Auflager am Rohrbiegetisch

Die unteren Auflager können in Intervallen von 100 mm auf Lagerabstände von 1200 mm bis 1500 mm eingestellt werden. Für alle Bauteilversuche wurde der untere Auflagerabstand 1300 mm gewählt, da die Rundrohre eine Länge von 1550 mm besaßen. Bei der gewählten 1/3-Biegung beträgt der innere Auflagerabstand daher 433 mm. Der obere Biegetisch ist drehbar mit einer Kegelrollenlagerung ausgelegt, um bei minimalem Spiel eine gleichmäßige Belastung zu gewährleisten. Der Kolben, an dem der obere Biegetisch hängt, ist durch vier seitlich angeschraubte U-Profile (vgl. Abb. 4.8) gegen Verdrehen gesichert. Beim Aufbau ist auf eine exakte Zentrierung von Ober- und Untertisch zu achten, da sonst eine ungleichmäßige Belastung aufgrund von Symmetriefehlern auftritt. Zur Messung der Durchbiegung der Probe während des Versuches sind drei Wegaufnehmer jeweils an den Positionen der inneren Auflager und in der Probemitte an der Unterseite der Proben angebracht. Für die geplanten Experimente sind Rampenversuche vorgesehen. Durch die optimierte Lasteinleitung kann eine Fehlerkorrektur nach Tabelle 4.1 entfallen.

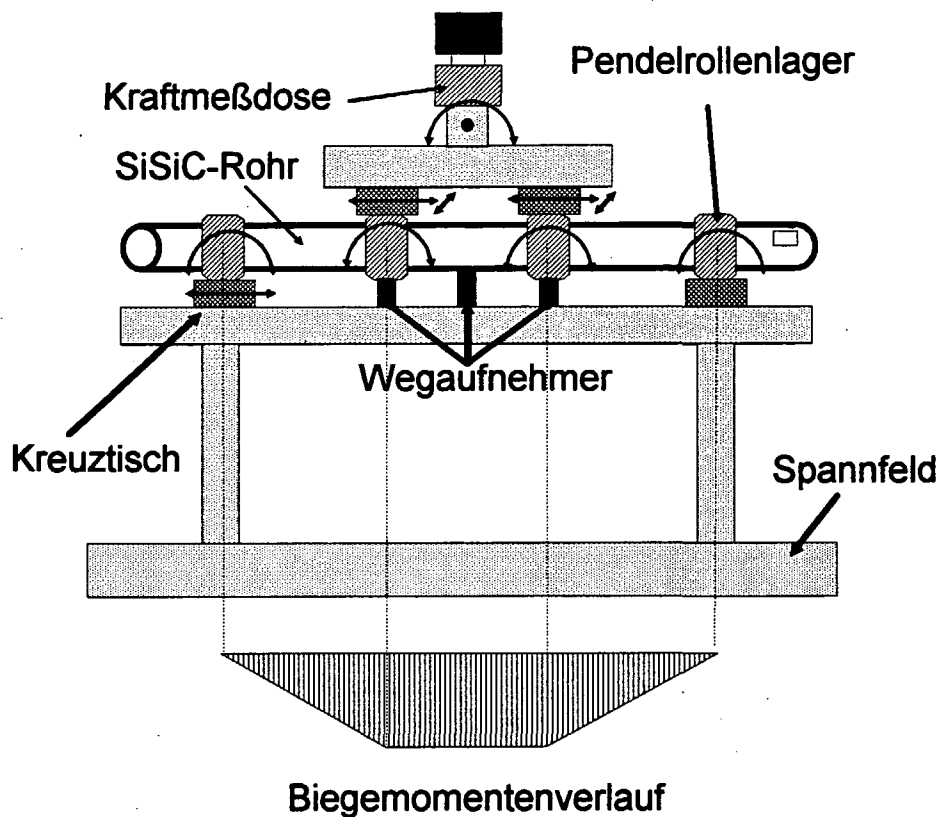


Abb. 4.10: Skizze vom 4-Punkt-Biegetisch für Bauteile von 1400 mm bis 2000 mm Länge

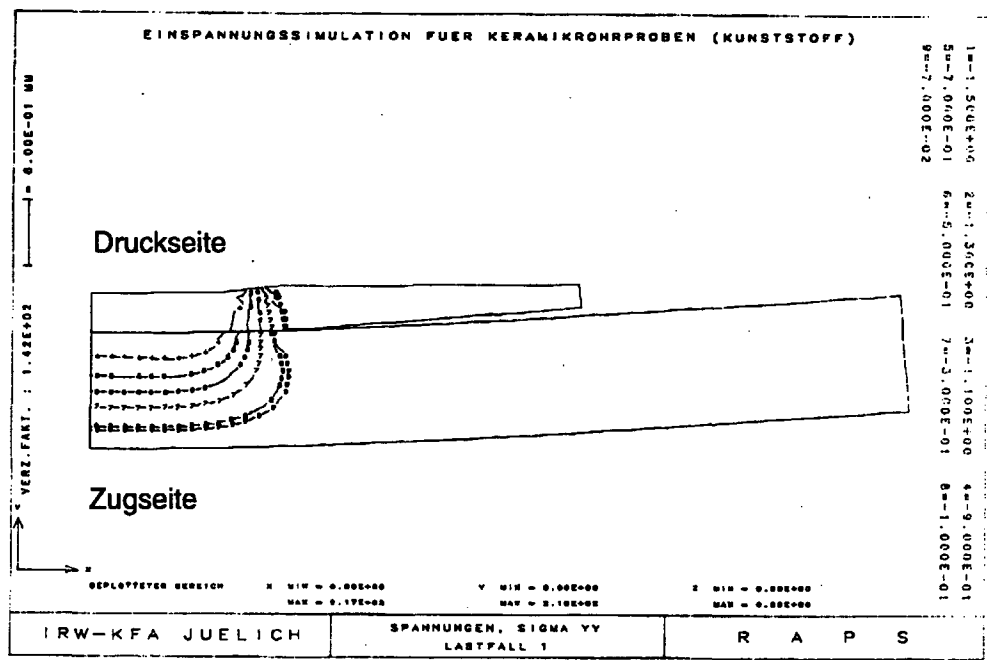


Abb. 4.11: Normalspannungsverteilung der Kunststoffeinspannung am inneren Auflager

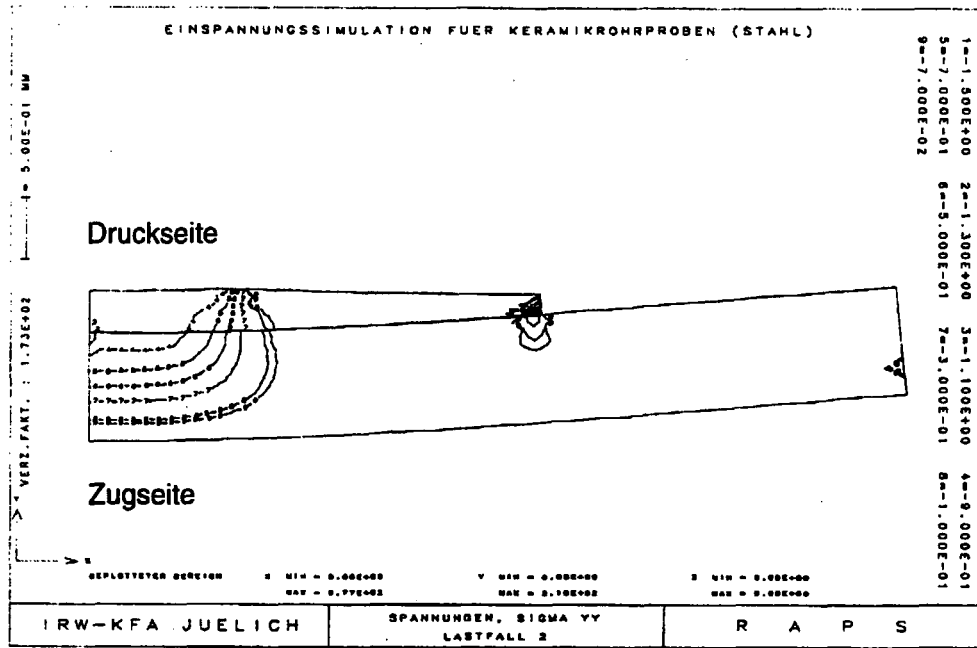


Abb. 4.12: Normalspannungsverteilung der Stahleinspannung am inneren Auflager

5. VERSUCHE ZUR ÜBERPRÜFUNG DER ÜBERTRAGBARKEIT VON FESTIGKEITSKENNWERTEN VON PRÜFKÖRPERN AUF BAUTEILE

Mit der Untersuchung der dynamischen 4-Punkt-Biegefestigkeit an verschiedenen Bauteil- und Probengeometrien soll unter Nutzung der Weibullstatistik überprüft werden, ob es möglich ist, Festigkeitskennwerte von kleineren Prüfkörpern auf größere Bauteile zu übertragen.

5.1 Parameterauslegung der dynamischen Versuche an Bauteilen und Standardproben

An den zur Verfügung stehenden Proben (vgl. Kap. 3.3) wurden zügige Rampenversuche zur Bestimmung der Festigkeitskennwerte durchgeführt. Die Rampengeschwindigkeit soll, um Umwelt- und Ermüdungseinflüsse auszuschließen, so groß wie möglich sein. Aufgrund der hohen Masse (etwa 200 kg) des Biegetischoberteils für Bauteile bis 2000 mm Länge wurde die Rampengeschwindigkeit σ für die 4-Punkt-Biegeprüfung an den Bauteilen (Abb. 3.10, Proben 2 bis 5) auf 5,4 MPa/s begrenzt. Alle Bauteile werden bei dieser Belastungsgeschwindigkeit in 1/3-Biegung getestet. Nur die Standardproben (Tabelle 3.3) werden auf einem Biegetisch (Abb. 4.4) in 1/4 Biegung mit einer konstanten Querhauptgeschwindigkeit von 0,05 mm/min gefahren. Aus diesen Vorgaben ergeben sich folgende Auflagerabstände:

Anzahl	Probendimensionen [mm]	Auflagerabstand		Oberfläche	Volumen
		innerer [mm]	äußerer [mm]	zwischen den inneren Auflagern [mm ²]	[mm ³]
35	23 x 17 x 400	80	240	10720	14214
18	23 x 17 x 1700	433	1300	58022	76935
20	30 x 30 x 1700	433	1300	82876	262095
20	43,5 x 30 x 1550	433	1300	100339	331121
96	4,5 x 3,5 x 50	20	40	320	315

Tabelle 5.1: Anzahl, Auflagerabstände und belastete Oberflächen und Volumina der Proben

Tabelle 5.1 zeigt die Auflagerabstände sowie die zwischen den inneren Auflagern belasteten Volumina und Oberflächen der geprüften Proben. Die Größe der belasteten Zone zwischen den inneren Auflagern der einzelnen Proben ist stark unterschiedlich. So beträgt das belastete Volumen des Rundrohres der Dimensionen 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm etwa das 500-fache und die Oberfläche zwischen den inneren Auflagern etwa das 150-fache der entsprechenden Parameter der Standardproben. Die Standardproben sind die einzigen Probenformen aus Vollmaterial. Daher ist

das Verhältnis von Volumen zu Oberfläche zwischen den inneren Auflagern bei den Standardproben größer als bei den anderen Proben und Bauteilen.

5.2 Dynamische Versuche an Bauteilen und Standardproben

Bei allen dynamischen Versuchen wurden die Kolbenkraft F als Funktion der Zeit registriert. Weiterhin wurden die Durchbiegungen f in der Mitte der Probe sowie an den beiden inneren Auflagern gemessen. Die exakt gleichmäßige Durchbiegung an den beiden Auflagern bestätigt die sorgfältige Einstellung der Biegetische. Das Kraft-Weg-Diagramm ist durch Setzungserscheinungen erst nach Durchlaufen eines Anlaufbereiches linear. Der lineare Bereich geht von 25% bis 75% der maximalen Bruchspannungen. Der E-Modul wurde für jede Probe aus den in diesem Bereich gemessenen Spannungen und Durchbiegungen berechnet und arithmetisch gemittelt (Tab. 5.3). Aus den Einzelergebnissen (A.1, A.3 bis A.7, Anhang A) lassen sich die arithmetische Mittelwerte, Standardabweichungen sowie die Extremwerte folgender Größen bestimmen:

ermittelte Werte aus den Übertragungsversuchen						
Proben- dimensionen in mm	Bruch- Spannung (arithmet. Mittelwert) in MPa	Bruchspan- nungs- spann- weite in MPa	mittlere max. Bruchkraft in N $\bar{F}$	mittlere max. Durchbiegung in mm $\bar{y}_{\max}$	mittlere max. Dehnung in mm / m $\bar{\epsilon}_{\max}$	mittlerer max. E-Modul in GPa $\bar{E}$
23 x 17 x 400	130 ± 19,95	73 .. 160	4820 ± 739	0,242 ± 0,036	0,47 ± 0,07	293 ± 16,7
23 x 17 x 1700	109 ± 15,65	66 .. 126	851 ± 110	6,09 ± 0,923	0,40 ± 0,06	299 ± 12,2
30 x 30 x 1700	85 ± 14,31	58 .. 108	1589 ± 286	3,33 ± 0,645	0,28 ± 0,05	304 ± 26,4
43,5 x 30 x 1550	122 ± 22,37	71 .. 152	3552 ± 653	3,44 ± 0,613	0,42 ± 0,07	305 ± 13,7
4,5 x 3,5 x 50 sandgestrahlt	150 ± 16,62	110 .. 187	276 ± 31	0,026 ± 0,0027	0,49 ± 0,05	329 ± 13,08
4,5 x 3,5 x 50 poliert	280 ± 30,10	215 .. 342	514 ± 55	0,0421 ± 0,0038	0,77 ± 0,07	378 ± 6,16

Tabelle 5.2: Ermittelte Werte aus den Übertragungsversuchen

Bis auf die Rundrohrgeometrie zeigen alle Proben mit zunehmender Größe einen deutlichen Festigkeitsabfall, wie nach den Bauteilversuchen von Böder und Heider zu erwarten ist (z.B. Abb. 5.17). Das Rundrohr besitzt zwar zwischen den inneren Auflagern das größte Volumen und die größte Oberfläche, wegen seiner Krümmung ist jedoch der maximal belastete Bereich auf der Zugseite des Rohres kleiner als bei den Vierkantrohren (siehe Anhang F). Der unterschiedlichen Spannungsverteilung im Bereich zwischen den inneren Auflagern wird durch das Spannungsintegral Rechnung getragen (Gleichung F.12 für volumenbedingtes Versagen und Gleichung F.34 für oberflächenbedingtes Versagen, Anhang F). Daher sind die im Vergleich zu den Vierkantrohren höheren gemessenen Bruchfestigkeiten für Rundrohre ebenfalls in Übereinstimmung mit der Weibulltheorie gebracht, da für die Volumenabhängigkeit der Bruchfestigkeit nicht der gesamte Bereich zwischen den inneren Auflagern, sondern die Spannungsintegrale über das Volumen und über die Oberfläche im belasteten Bereich maßgeblich sind.

Die Unterschiede in den Durchbiegungen und Dehnungen sind durch die stark differierenden Widerstands- und Trägheitsmomente der unterschiedlichen Proben- und Bauteilgeometrien bedingt. Die Bauteile zueinander (Abb. 3.10, Proben 2-5) zeigen eine geringe Streuung des mittleren E-Moduls. Bei den Standardproben, speziell bei der polierten Probenserie, wurden höhere E-Werte gemessen als bei den Bauteilen. Der Unterschied zwischen den sandgestrahlten und polierten Standardproben beträgt 15%. Wie durch keramographische Untersuchungen bestätigt wurde, kann die Oberfläche der sandgestrahlten Proben bis zur maximalen Korngröße von 150 µm geschädigt sein (Kapitel 3). Mit Hilfe der Gleichung für die Durchbiegung soll überprüft werden, ob die scheinbare Reduzierung des E-Moduls bei den sandgestrahlten Proben auf eine anrißbedingte Schädigung der Zugseite zurückzuführen ist. In diesem Fall ist die nichttragende Schädigungszone von der realen Bauteilhöhe abzuziehen.

Löst man die allgemeine Gleichung für die Durchbiegung für einen 4-Punkt-Biegeversuch nach dem Trägheitsmoment auf, bildet die Gleichung für die Durchbiegung für die arithmetischen Mittelwerte beider Probensorten und dividiert sie durcheinander, erhält man für das Verhältnis der Trägheitsmomente:

$$\frac{I_{\text{poliert}}}{I_{\text{sandgestrahlt}}} = \frac{F_{\text{poliert}} \cdot E_{\text{sandgestrahlt}} \cdot f_{\text{sandgestrahlt}}}{F_{\text{sandgestrahlt}} \cdot E_{\text{poliert}} \cdot f_{\text{poliert}}} = \frac{1544 \text{ N} \cdot 329 \text{ MPa} \cdot 0,49 \text{ mm}}{827 \text{ N} \cdot 378 \text{ MPa} \cdot 0,77 \text{ mm}} = 1,034 \quad (5.2)$$

Die Höhe geht im Trägheitsmoment für Rechteckkörper in der dritten Potenz ein, so daß die reale Höhenreduzierung nur $\sqrt[3]{1,034} = 1,008 \Rightarrow 0,8 \%$ beträgt. Bezogen auf die Probenhöhe von 3,5 mm der polierten Standardproben ergibt sich für die sandgestrahlten Proben eine mittlere Probenhöhe von 3,47 mm. Somit würde die mittlere Schädigungszone 30 µm betragen. Betrachtet man die Abbildungen 3.5, 3.6 und 5.19, so erscheint die Annahme realistisch zu sein. Die Reduzierung des gemessenen E-Moduls könnte durch eine Schädigungszone verursacht werden.

Zu Testzwecken stand ein Vierkantprofil der Dimension 23 mm x 17 mm 1700 mm mit einer nach dem Sandstrahlen oxidierten Oberfläche zu Verfügung. An diesem Profil wurde ein dynamischer 4-Punkt-Biegetest mit den gleichen Lagerabständen und Belastungsgeschwindigkeit der entsprechenden nicht oxidierten Variante durchgeführt. Die Bruchfestigkeit dieses Vierkantprofils betrug 193 MPa, ein Wert der über 50% über dem Maximalwert des unoxidierten Bauteils gleicher Abmessungen liegt. Dieses Bauteil brach in über 150 Teile wobei etwa 100 Teile noch größer als 1 mm waren. Die Ursache der Festigkeitssteigerung liegt, wie bereits in Kapitel 3 beschrieben, in der sehr guten Haftung des SiO_2 auf der SiSiC -Oberfläche. So werden bereits beschädigte Bereiche (z.B. durch Sandstrahlen) miteinander verbunden und somit die Bruchfestigkeit erhöht. Der Effekt ist eher mit einer "Verklebung" vergleichbar als mit einer Ausheilung, bei der ein Zuwachsen von Rissen erwähnt wurde.

Auswertung der dynamischen Rampenversuche:

Die Auswertung der Meßergebnisse erfolgt nach den statistischen Gesetzmäßigkeiten nach Weibull unter Berücksichtigung des Entwurfs der DIN-Norm 51100 (siehe Anhang E).

Die Daten wurden sowohl nach der Linearen Regression als auch nach der Maximum Likelihood Methode ausgewertet. Mit Hilfe unterschiedlicher Auswertungsmethoden (siehe Anhang E) wurden folgende Werte bestimmt:

Probendimensionen in mm	Maximum Likelihood Methode			Lineare Regression	
	m	m, korrigiert	σ_0 in MPa	m	σ_0 in MPa
23 x 17 x 400	8,5	8,2	138	6,6	139
23 x 17 x 1700	9,8	9,0	116	7,2	117
30 x 30 x 1700	6,9	6,4	104	6,4	105
43,5 x 30 x 1550	7,2	6,7	131	5,3	132
3,5 x 4,5 x 50 sandg.	10,4	10,1	157	10,9	157
3,5 x 4,5 x 50 poliert	10,1	9,8	294	11,3	292

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Weibullauswertung für alle Probengeometrien nach unterschiedlichen Verfahren

Die Abbildungen 5.1 bis 5.6 zeigen die entsprechenden Weibulldiagramme zu der Auswertung nach Tabelle 5.3. Für die Bauteile (≥ 400 mm Länge) wurden Weibullmoduli bei allen

Auswertungsmethoden (Tabelle 5.4) bis unterhalb $m = 10$ berechnet. Die kleinen Standardproben besitzen Werte über $m = 10$.

Probendimensionen	Medianwert der 4-Punkt-Biegung bei 63,2%	normiertes Volumen auf 1mm ³	normierte Oberfläche auf 1mm ²
in mm	$\sigma_{b4, 63,2\%}$ in MPa	σ_{0V} in MPa	σ_{0S} in MPa
23 x 17 x 400	138	240	400
23 x 17 x 1700	116	224	349
30 x 30 x 1700	104	345	564
43,5 x 30 x 1550	131	278	487
3,5 x 4,5 x 50 sandg.	157	219	234
3,5 x 4,5 x 50 poliert	294	416	446

Tabelle 5.4: Normierungsfaktor bezogen auf ein Volumen von 1mm³ bzw. eine Oberfläche von 1mm² und der 63,2% Medianwert (bestimmt aus den Meßreihen)

Wie in Tabelle 5.4 zu erkennen, zeigen die auf 1mm² bzw. 1mm³ normierten σ_0 -Werte starke Unterschiede. Diese auf die Oberfläche bzw. Volumen normierten Faktoren bilden zusammen mit dem Weibullmodul m die Materialkonstanten der Weibullverteilung. In isotropen Werkstoffen sind die Werte unabhängig von der Oberfläche als auch Volumen vergleichbar. Die Ergebnisse der Meßreihen zeigen in den genannten Materialkonstanten starke Unterschiede die im wesentlichen auf anisotropes Material und Eigenspannungen zurückgeführt werden können.

Eine genauere Abschätzung kann erst nach Bestimmung der Vertrauensbereiche für die Mittelwerte gegeben werden. Nach der DIN 51110 wird eine Abschätzung nach Maximum Likelihood bezüglich des 95% Vertrauensbereich empfohlen. So erhält man folgende Intervallbereiche für den Weibullmodul und den Normierungsfaktor:

Wahrscheinlichkeitsintervalle des 95 % Vertrauensbereich				
Auswertungsmethode: Maximum Likelihood				
Probendimensionen in mm	Weibullmodul m		Normierungsfaktor σ_0	
	unterer Wert	oberer Wert	unterer Wert	oberer Wert
23 x 17 x 400	4,9	7,7	132	146
23 x 17 x 1700	4,7	8,9	109	125
30 x 30 x 1700	4,6	8,5	86	97
43,5 x 30 x 1550	3,5	6,5	121	143
3,5 x 4,5 x 50 sandg.	8,5	12,2	153	160
3,5 x 4,5 x 50 poliert	8,9	13,1	285	299

Tabelle 5.5: 95%-Vertrauensbereich des Weibullmoduls m und des Normierungsfaktors σ_0 nach der Maximum-Likelihood-Methode für den dynamischen Versuch

Anhand der Tabelle 5.5 ist zu erkennen, daß sich die Vertrauensbereiche der Weibullmoduli für die Bauteile (≥ 400 mm Länge) überschneiden. Ein gleicher Bruchmodus ist somit wahrscheinlich. Der 95 % Vertrauensbereich der sandgestrahlten und polierten Standardproben liegt oberhalb dessen der Bauteile. Die unterschiedlichen Weibullmoduli lassen vermuten, daß unterschiedliche Bruchmodi bei den Bauteilen und den Standardproben vorliegen. Es könnte eine unterschiedliche Fehlerpopulation vorliegen, die durch eine fraktographische Untersuchung erhärtet werden muß.

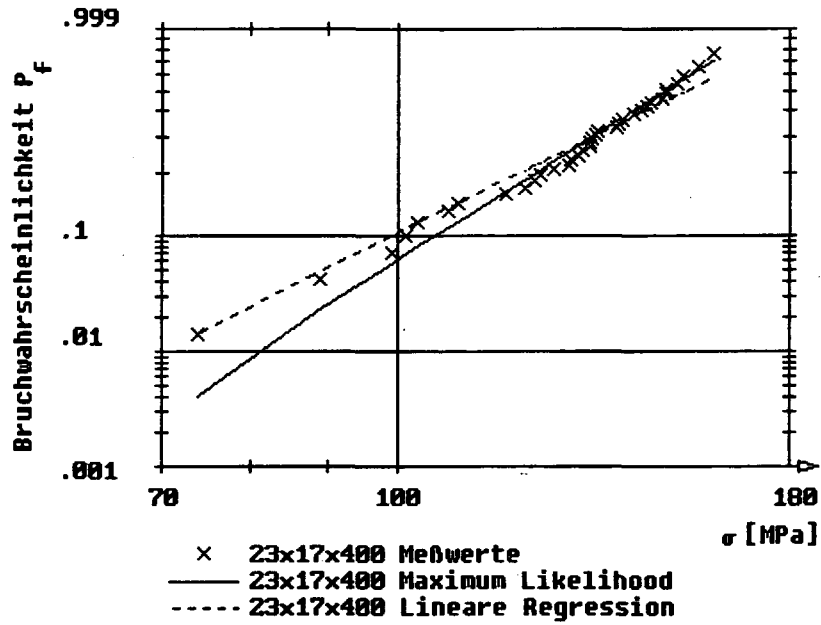


Abb. 5.1: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an Proben mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm-

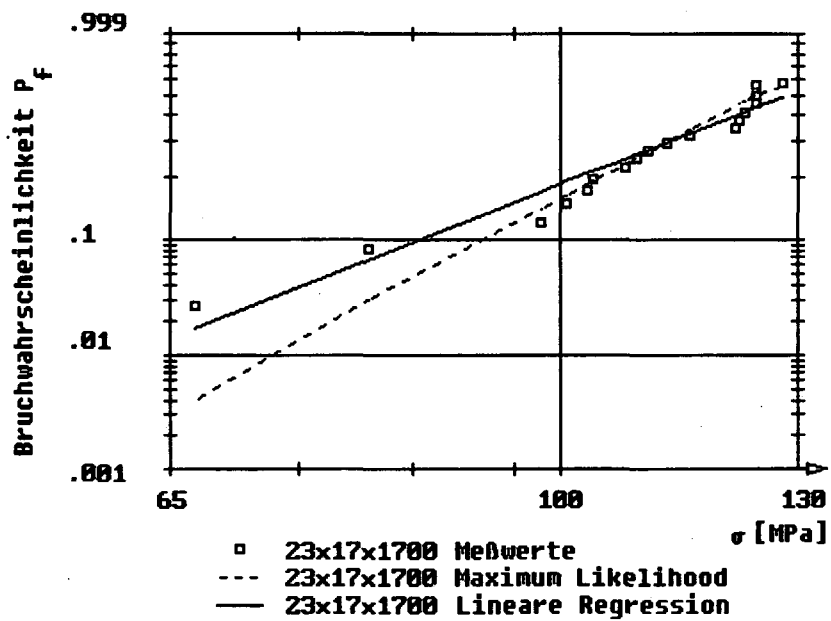


Abb. 5.2: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an Proben mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 1700 mm

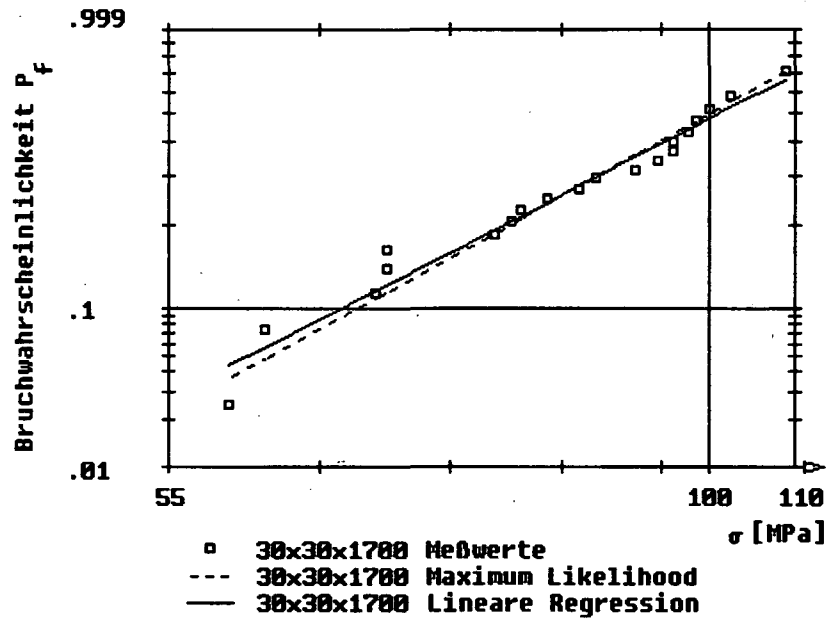


Abb. 5.3: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an Proben mit der Dimension 30 mm x 30 mm x 1700 mm

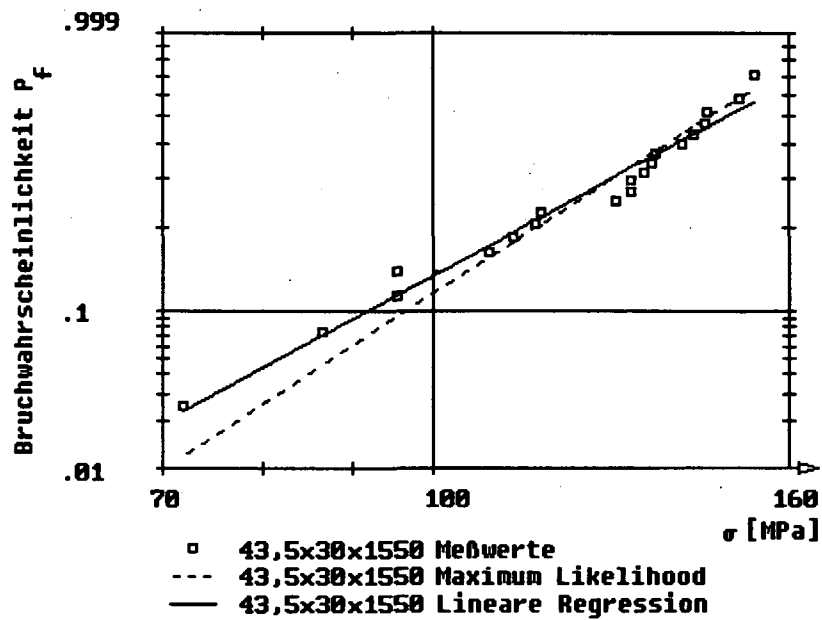


Abb. 5.4: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an Proben mit der Dimension 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm

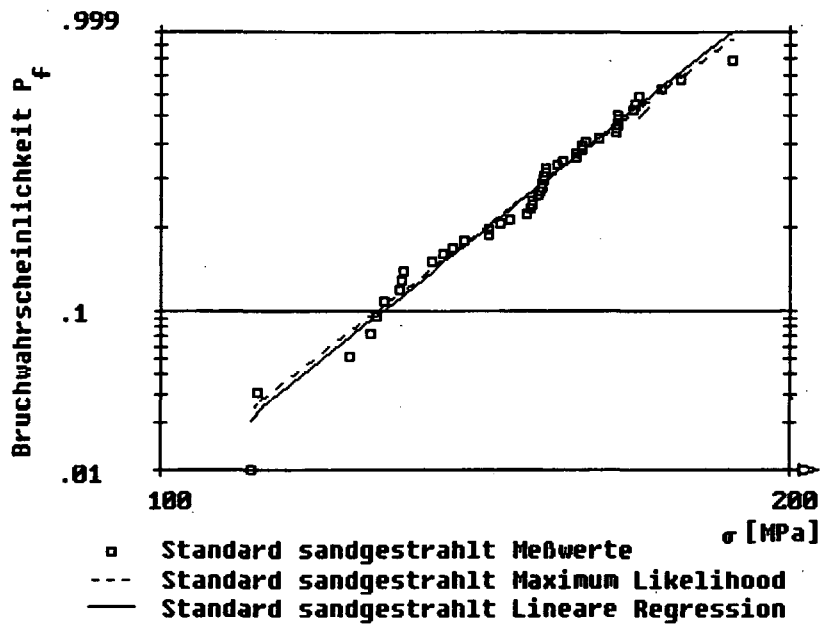


Abb. 5.5: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an sandgestrahlten Standardproben

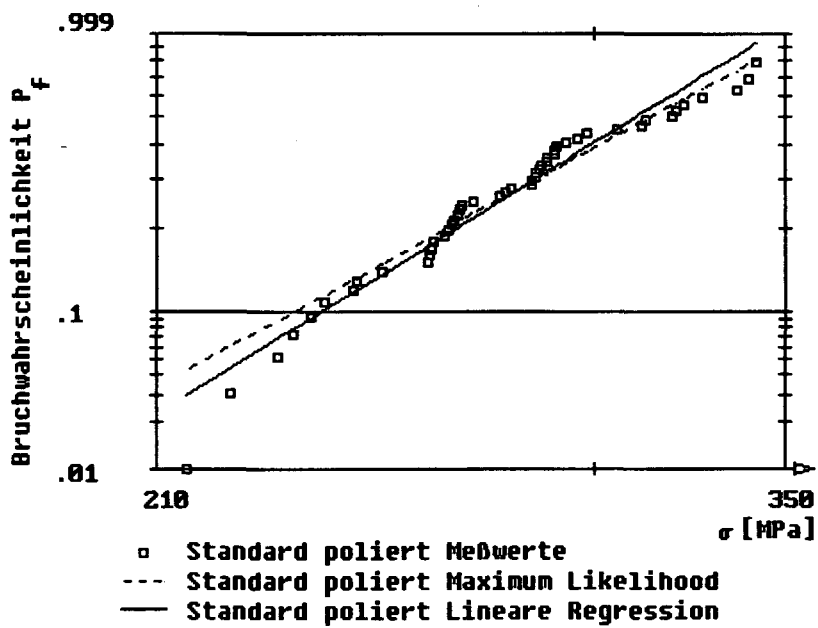


Abb. 5.6: Weibullplot der Ergebnisse des dynamischen Versuches an polierten Standardproben

5.3 Übertragungsfunktion für Festigkeitskennwerte

Aus den Ergebnissen des Kapitels 5.1 können neben den Parametern eines Weibullplots auch die einzelnen Festigkeitskennwerte zwischen verschiedenen Proben bzw. Bauteilgeometrien verglichen werden. In Anhang F ist ausführlich die Herleitung einer Übertragungsfunktion für Festigkeitskennwerte hergeleitet. Es wird zwischen oberflächen- und volumenfehlerbedingtem Versagen unterschieden. Durch die unterschiedlichen Spannungsverteilung ist im Zugversuch verstärkt mit volumenfehlerbedingtem und im Biegeversuch mit oberflächenbedingtem Versagen zu rechnen. Da im vorliegenden Fall, die bruchauslösende Stelle durch die Vielzahl der Bruchstücke nicht immer lokalisiert werden kann, werden beide Wege beschritten, um zu überprüfen, welche Versagenssorte vorliegt und welche Methode geeignet ist, Festigkeitskennwerte zu übertragen. Mit der Multiplikation eines geeigneten Übertragungsfaktors T (Gl. 5.3) werden die Lage der Weibullkurve und deren charakteristischen Werte wie Weibullmodul, Normierungsfaktor und das arithmetische Mittel der Bruchfestigkeit eines Versuchsprobensatzes so verändert, daß damit das Bruchverhalten eines anderen Bauteils beschrieben werden kann.

Im Sinne einer ökonomischen Versuchsführung wäre es daher wünschenswert als Versuchsprobensatz kleine Normproben zu verwenden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden sowohl die sandgestrahlte Standardprobe als auch das kleine Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm als Ausgangsproben für die Ermittlung von Bauteilfestigkeitskennwerten verwendet.

Die gesuchte Bauteilspannung ergibt sich aus:

$$\sigma_{\text{Bauteil}} = T \cdot \sigma_{\text{Prüfkörper}} \quad (5.3)$$

mit T als Übertragungsfaktor, der sich für ein volumenbedingtes aus Gleichung F13 bzw. für ein oberflächenbedingtes Versagen aus Gleichung F37 ergibt.

Nach Anhang F ergeben sich folgende Lösungen für den Übertragungsfaktor T, wenn die Werte aus Tabelle F.1 in die entsprechenden Gleichungen (Gl. 5.3, F.11 und F.33) für den Übertragungsfaktor eingesetzt werden:

Probendimensionen	Übertragungsfaktor T (Berechnungen auf Basis des Vierkantprofils 23 x 17 x 400 mm ³)		Übertragungsfaktor T (Berechnung auf Basis der sandgestrahlten Standardprobe)	
	Volumen	Oberfläche	Volumen	Oberfläche
23 x 17 x 400	1,00	1,00	0,89	0,63
23 x 17 x 1700	0,82	0,82	0,76	0,54
30 x 30 x 1700	0,66	0,74	0,64	0,50
43,5 x 30,2 x 1550	0,92	0,95	0,84	0,60
3,5 x 4,5 x 50 sand.	1,15	1,71	1,00	1,00
3,5 x 4,5 x 50 poliert	1,15	1,71	1,00	1,00

Tabelle 5.5: Ergebnisse der Übertragungsfaktoren T jeweils auf Basis des Vierkantprofils mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm und der sandgestrahlten Standardprobe in Prozent

Multipliziert man nun die einzelnen gemessenen Bruchfestigkeiten der Probengeometrien (Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm bzw. die sandgestrahlte Standardprobe) mit den Übertragungsfaktoren erhält man Erwartungswerte der Festigkeiten für die verschiedenen Bauteilgeometrien. So ist es möglich, Weibullkurven für ein volumen- bzw. oberflächenfehlerbedingtes Versagen auf Basis einer Ausgangsgeometrie zu erstellen. Die bereits bestimmten Weibullmoduli aus den Meßreihen zeigen für Bauteile ≥ 400 mm Länge nahezu gleiche Weibullmoduli, während für die kleinen sandgestrahlten und polierten Standardproben höhere Werte gemessen wurden. Es wurden zunächst die berechneten Weibullkurven auf Basis der Ergebnisse mit den sandgestrahlten Standardproben erstellt. Es zeigte sich doch sehr bald, daß mit Hilfe dieser Probengeometrie keine hinreichend genaue Übereinstimmung von gemessenen und berechneten Weibullkurven getroffen werden konnte (Abb. 5.7).

Abbildung 5.7 zeigt die gesamten Ergebnisse der Biegeprüfungen im Weibullplot. Während die Steigungen der Ausgleichsgeraden der Bauteile ≥ 400 mm Länge nahezu gleich sind, weichen die Werte der sandgestrahlten und polierten Standardprobe deutlich von den Bauteilen ab. Die unterschiedlichen Weibullmoduli (siehe auch Tab. 5.4) für Bauteile und Standardproben weisen

auf eine differierende Fehlerpopulation und somit auf unterschiedliche Versagensmechanismen hin, die in Kapitel 5.3 fraktographisch näher untersucht werden.

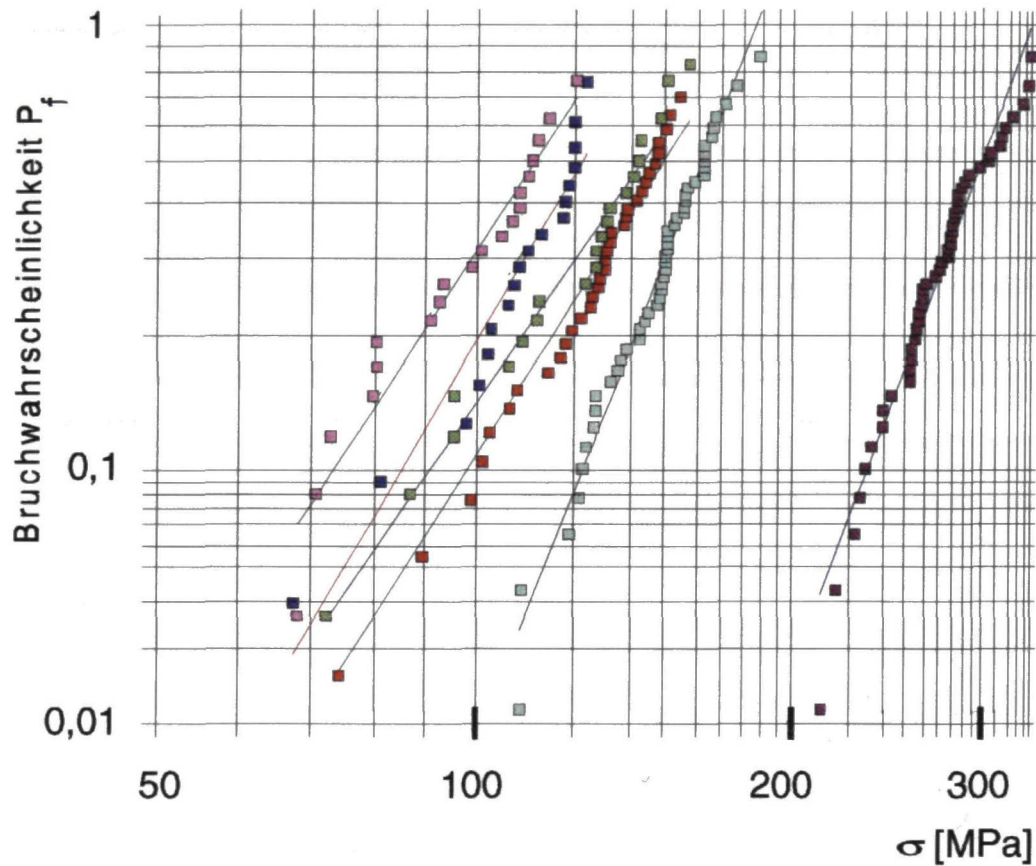


Abb. 5.7: Übersicht der Ergebnisse aus den dynamischen 4-Punkt-Biegeversuchen mit Regressionsgeraden

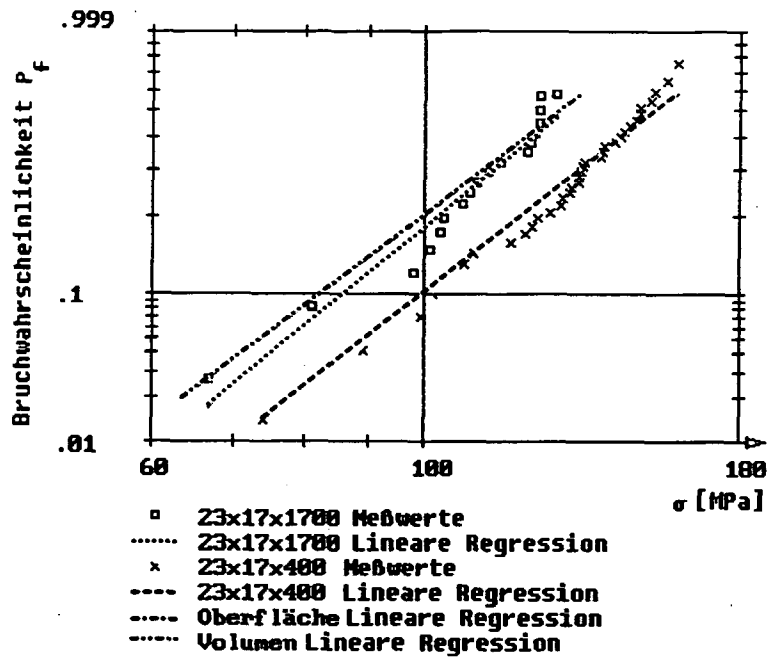


Abb. 5.8: Vergleich der berechneten (volumen- und oberflächenfehlerbedingtes Versagen) und gemessenen Weibullkurven mit dem Vierkantprofil der Dimension 23 mm x 17 mm x 1700 mm. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

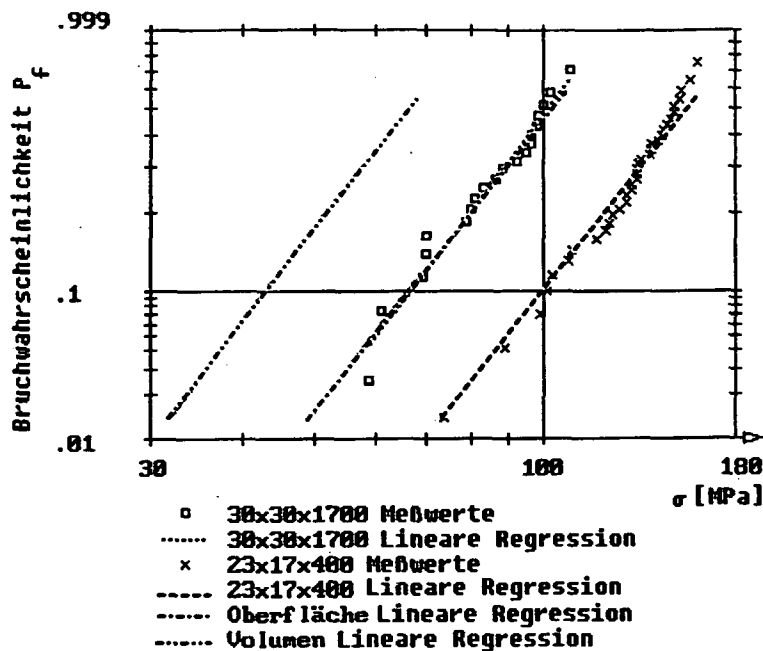


Abb. 5.9: Vergleich der berechneten (volumen- und oberflächenfehlerbedingtes Versagen) und gemessenen Weibullkurven mit dem Vierkantprofil der Dimension 30 mm x 30 mm x 1700 mm. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

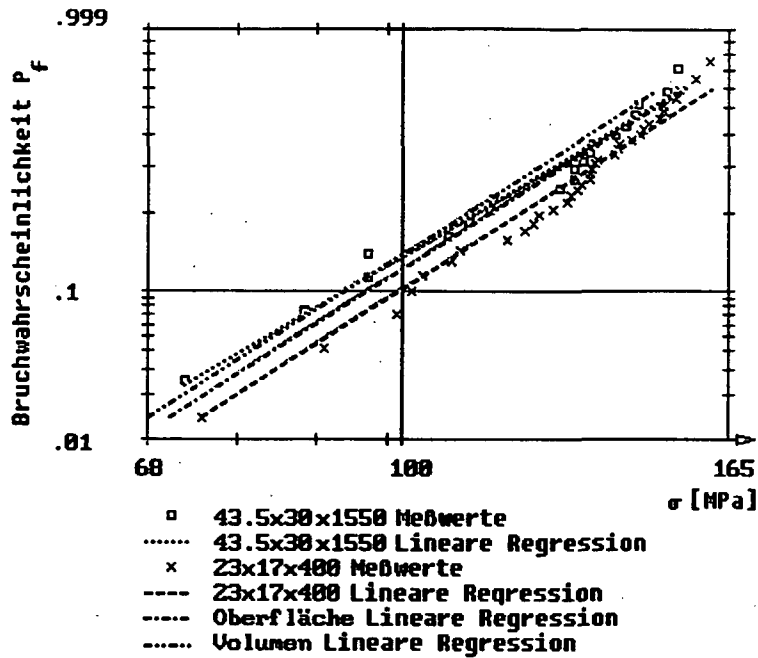


Abb. 5.10: Vergleich der berechneten (volumen- und oberflächenfehlerbedingtes Versagen) und gemessenen Weibullkurven mit dem Rundrohr der Dimension 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

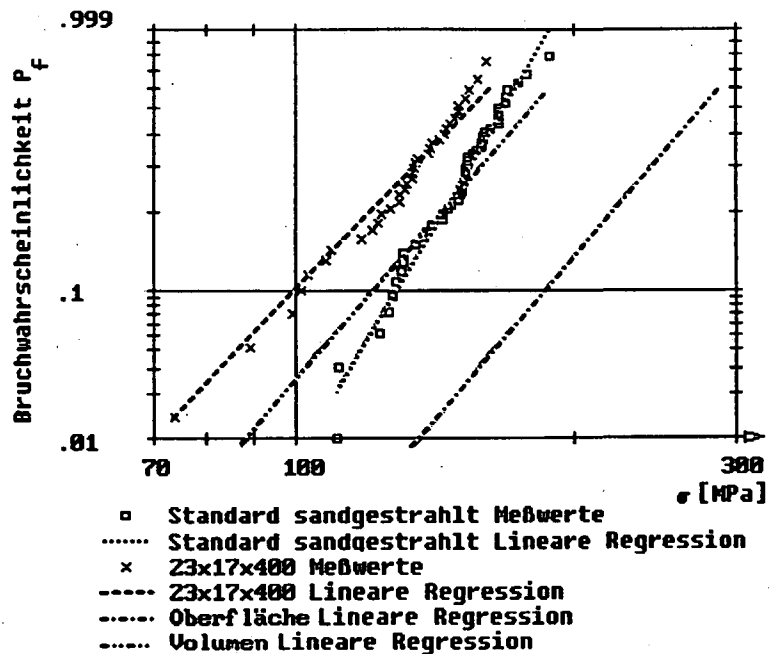


Abb. 5.11: Vergleich der berechneten (volumen- und oberflächenfehlerbedingtes Versagen) und gemessenen Weibullkurven mit der sandgestrahlten Standardprobe. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

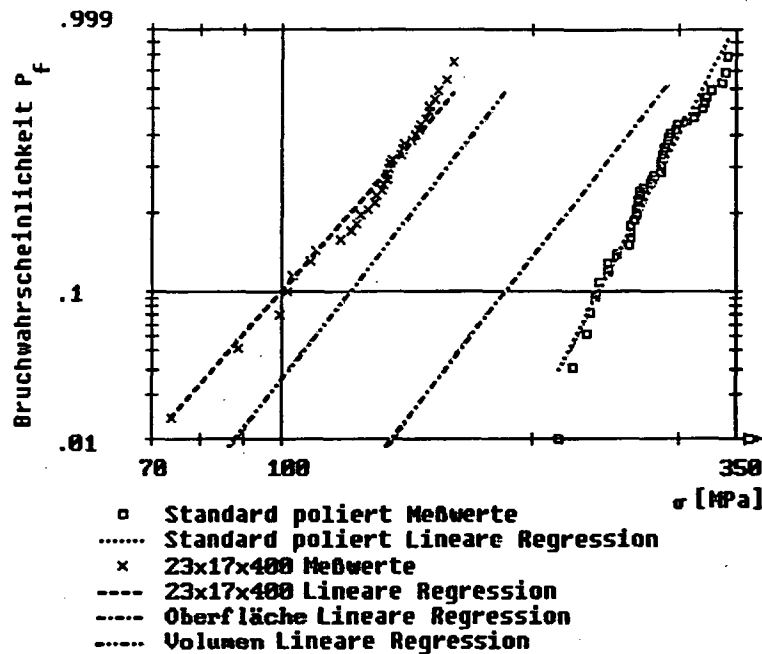


Abb. 5.12: Vergleich der berechneten (volumen- und oberflächenfehlerbedingtes Versagen) und gemessenen Weibullkurven mit der polierten Standardprobe. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

Zur Vergleichbarkeit der Festigkeitskennwerte von den berechneten und gemessenen Weibullkurven müssen jedoch die Weibullmoduli in gleichen Intervallbereichen liegen. Aus diesem Grunde wurde aus der Ausgangsgeometrie für die Übertragbarkeit von Festigkeitskennwerten das kleine Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm gewählt. Die nachfolgenden Weibullplots zeigen jeweils einen Vergleich von gemessenen und berechneten Weibullkurven:

Die Abbildungen 5.8 bis 5.10 zeigen, daß die Bruchfestigkeitskennwerte an den Bauteilen mit einer Länge ≥ 400 mm sehr gut mit Hilfe mit der Methode des oberflächenfehlerbedingtem Versagen bestimmt werden können.

Bei der Bewertung des Vierkantprofils mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 1700 mm (Abbildung 5.8) ist noch eine Besonderheit zu erkennen. Der Übertragungsfaktor T basierend auf dem Profil gleichen Querschnitts mit 400 mm Länge ist sowohl für oberflächen- als auch für volumenfehlerbedingtes Versagen gleich. Sofern sich Prüfkörper und Bauteil nur in der Länge unterscheiden, ist der Übertragungsfaktor nur von den beiden Längen und dem Weibullmodul abhängig. Wird der Prüfkörper so ausgewählt, daß er nur eine andere Länge jedoch den gleichen Querschnitt besitzt, kann eine neue Weibullkurve ermittelt werden, die unabhängig von Versagensgründen ist. Dies ist ein besonderer Vorteil bei Bauteilen, wie in diesen Testreihen, wo

sich die bruchauslösenden Ursachen aufgrund der vielen Bruchpartikel nicht immer lokalisieren lassen.

Die Festigkeitskennwerte der Standardproben (Abb. 5.11 bis 5.12) lassen sich nicht mit dieser Übertragungsfunktion ermitteln. Der Verlauf der Weibullkurve der sandgestrahlten Standardprobe in der Nähe des volumenfehlerbedingten Versagens erscheint eher zufällig. Eine Übertragbarkeit der Festigkeitskennwerte zur polierten Probe ist in keinem Fall gegeben.

In weiteren umfangreichen Berechnungen wurde mit Hilfe der Übertragungsfunktion für oberflächenbedingtes Versagen die Gültigkeit dieser Gesetzmäßigkeit für Bauteile mit einer Länge ≥ 400 mm bestätigt. Beliebig konnten die Festigkeitskennwerte und Weibullkurven von einer Dimension auf eine andere projiziert werden. Die Übertragbarkeit zu den sandgestrahlten und polierten Standardproben konnte weder mit oberflächen- bzw. volumenfehlerbedingtem Versagen reproduzierbar nachgewiesen werden. Es wurden nur zufälligerweise Übereinstimmungen wie zum Beispiel in Abbildung 5.11 beobachtet, die jedoch nicht physikalisch begründbar sind.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß eine Übertragung der Festigkeitskennwerte von dem Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm mit Hilfe der Übertragungsfunktion für oberflächenfehlerbedingtes Versagen möglich ist. Eine Übertragung der Festigkeitskennwerte von den sandgestrahlten bzw. polierten Standardproben auf die Bauteile ist nicht gegeben.

5.4 Fraktographie der Bruchflächen

Die fraktographische Untersuchung von größeren SiSiC-Werkstücken gestaltet sich schwierig. Während Kleinproben, wie die Standardproben 3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm, im 4-Punkt-Biegeversuch noch in zählbare Stücke brechen, können Bauteile in mehr als 100 Teile zerfallen. Dort ist die Suche nach bruchauslösenden Fehlstellen nur in Ausnahmefällen möglich. In Anbetracht dieser Bruchstückzahlen mußte die generelle Ermittlung der bruchauslösenden Stellen stark eingeschränkt werden. Einen Hinweis auf eventuelle Bruchursachen erlaubt die Auftragung der Anzahl der Bruchstücke als Funktion der gemessenen Bruchfestigkeiten (Abb. 5.13).

In Abbildung 5.13 werden nur Bruchstücken gezählt, die größer als 1 mm sind. Das Ergebnis erlaubt daher nur eine qualitative Aussage. Mit der Bruchspannung steigt die Bruchstückanzahl. In der Weibullstatistik wird ähnlich zur Bestimmung der Normalverteilung davon ausgegangen, daß eine pro Volumen (bei volumenfehlerbedingtem Versagen) bzw. Oberfläche (bei oberflächenfehlerbedingtem Versagen) definierte Verteilung von Fehlstellen vorliegt, d.h. es sind z.B. pro Volumen prozentual weniger größere als kleinere bruchauslösende Stellen vorhanden. Zum Versagen führt jedoch stets der größte in der maximal belasteten Zone befindliche Fehler. Aus diesem Grunde besitzen kleinere Proben auch eine höhere Bruchfestigkeit als große Bauteile (vgl. Abb. 5.14).

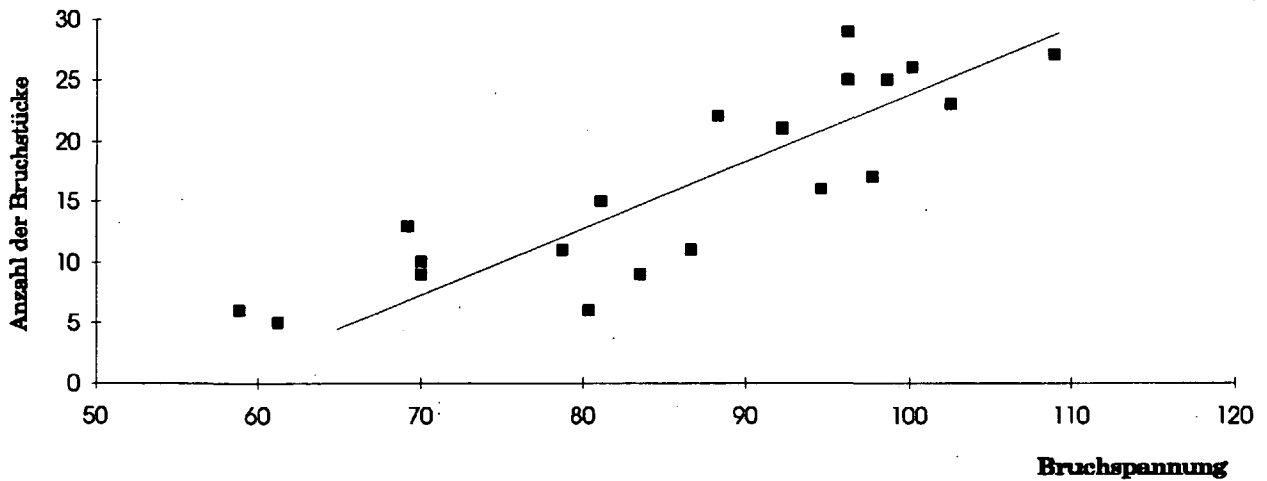


Abb. 5.13: Anzahl der Bruchstücke ($> 1 \text{ mm } \varnothing$) als Funktion der Bruchspannung im Rampenversuch für die Vierkantrohre $30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 1700 \text{ mm}$

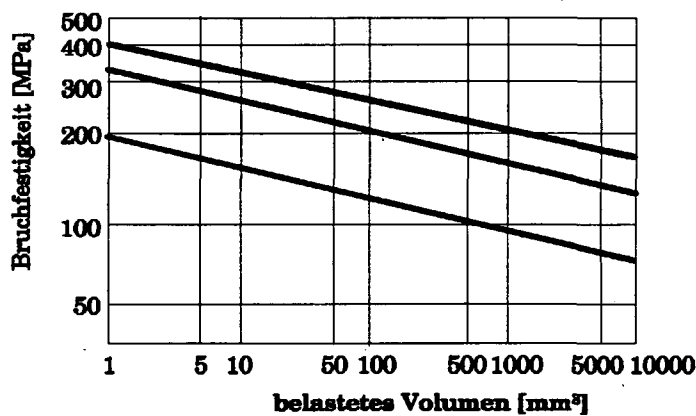


Abb. 5.14: Zusammenhang Bruchfestigkeit als Funktion des belasteten Volumens nach der Weibulltheorie

Demnach bedeutet ein kleinerer Fehler auch eine höhere Bruchfestigkeit. Wenn die Anzahl der Bruchstücke mit der Anzahl der Fehlstellen im Bauteil korreliert, beschreibt Abbildung 5.13 qualitativ die Größe und Anzahl der bruchauslösenden Stellen.

Anhand der Bruchflächen und -verläufe war kein Unterschied zwischen verschiedenen Probengrößen festzustellen. Folgende Rißverläufe wurden, wie in Abbildung 5.15 dargestellt, beobachtet. Der einfache Bruchverlauf (Abb. 5.15, a) wird bei Probenbrüchen beobachtet, bei denen zunächst ein glatter Bruch ohne Änderung der Bruchebenen stattfindet. Im Schlißbild ist zu erkennen, daß der Riß sowohl inter- als auch transkristallin verläuft (Abb. 5.18). Dieser Rißverlauf deckt sich mit den Ergebnissen von Brugger /34, 35/. Bevorzugt wird dieses Verhalten bei scharfen Anrissen (Abb. 5.19, links oben) quer zur Belastungsrichtung sowie bei größeren Fehlstellen (Poren und Siliciumeinschlüsse) lokalisiert.

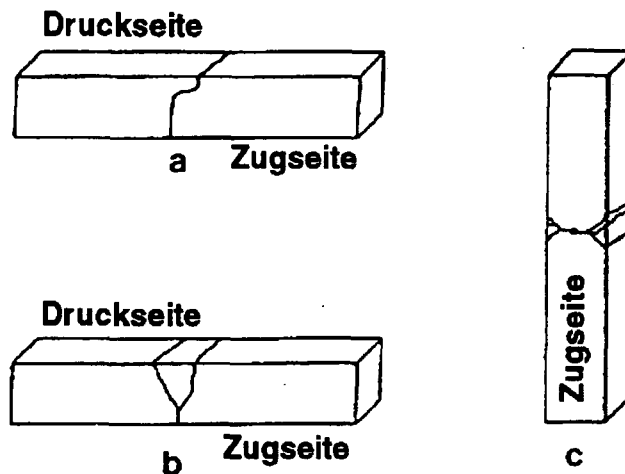


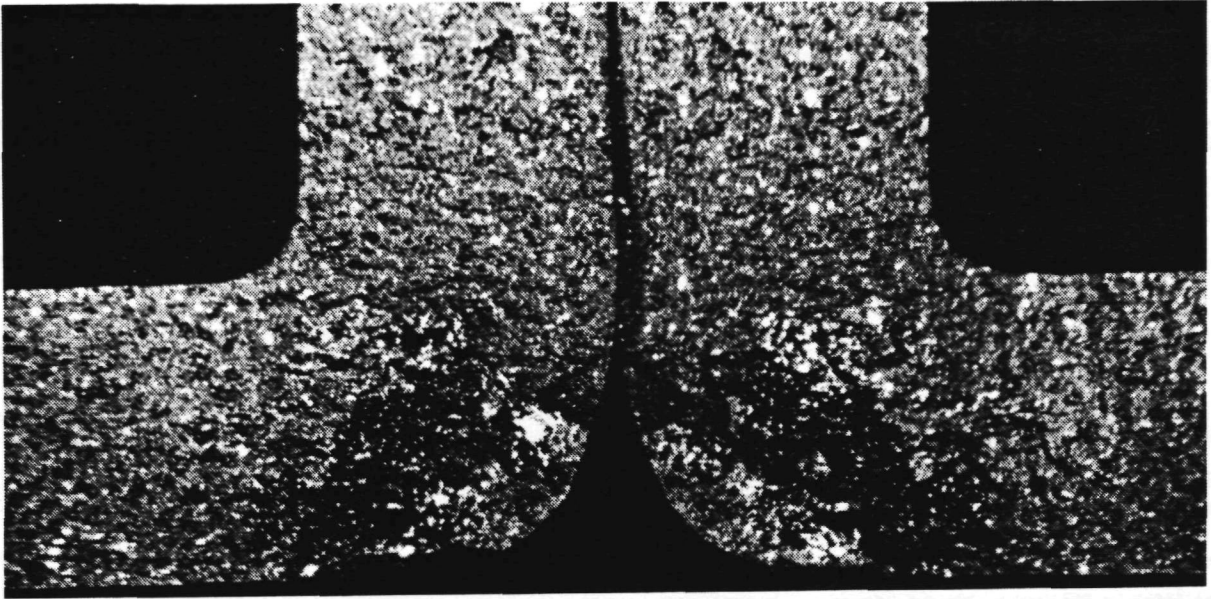
Abb. 5.15: Typische Bruchrißverläufe an Vierkantproben im 4-Punkt-Biegeversuch:

- a) einfacher Verlauf
- b) einfache Verzweigung
- c) Mehrfachverzweigungen

(nach I. Tzartzas /19/)

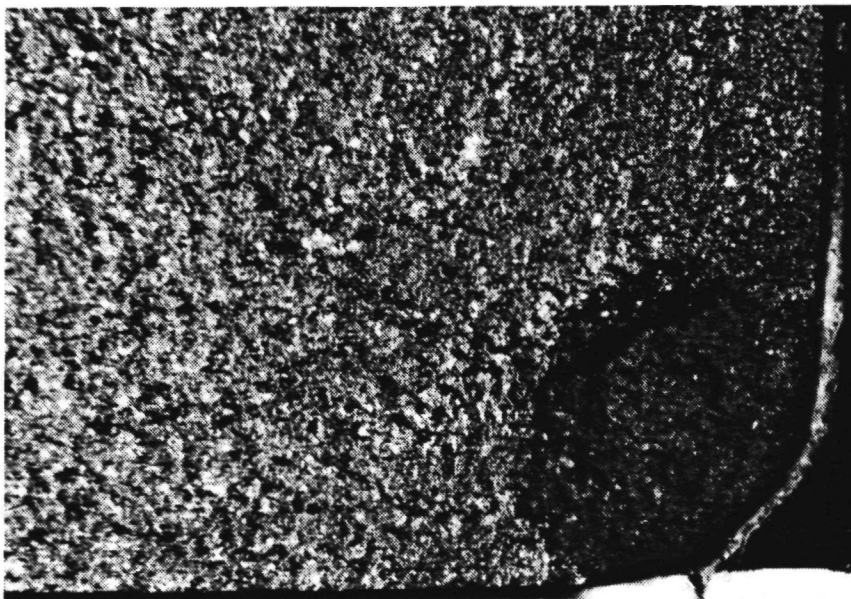
Abbildung 5.16 zeigt einen 4 mm großen Siliciumeinschluß an der Kante eines Vierkantrohres. Diese Einschlüsse entstehen durch "Drachenzähne", die während des Silizierungsprozesses mit freiem Silicium aufgefüllt werden. Die Ursache liegt in einer zu hohen Extrudiergeschwindigkeit. Bei hohem Materialfluß kann die Extrudiermasse durch höhere Reibung in den Ecken des Mundstückes nicht schnell genug folgen, was zu zahnartigem Einreißen (sogenannte "Drachenzähne") der Profilkanten führt. Eine weitere Fehlerquelle bilden Poren wie in Abbildung 5.17, die durch angetrocknete SiC-Partikel im Mischprozeß hervorgerufen werden. Auf der Druckseite der Biegeprobe bildet sich eine typische Drucklippe (Abb. 5.15, a) aus, die bei Vierkantrohren aufgrund der hohlraumbedingten Querschnittsänderungen noch verstärkt wird. Bei kleineren Defekten, z.B. Poren und Si-Einschlüssen von etwa 10 µm bis 1 mm, traten Mehrfachbrüche und -verzweigungen (Abb. 5.15, b, c) auf. Ob eine Ablenkung aus der Rißebene oder eine Verzweigung erfolgt, hängt von der Lage der SiC-Körner zum auftreffenden Riß im Verbund, der Kornoberfläche sowie vom Vorschädigungsgrad der Körner ab. Im hexagonalen Aufbau des SiC-Kristalls gibt es bevorzugte Rißverläufe. Trifft ein Riß gerade auf eine Vorzugsebene, bricht der Kristall glatt durch, bei Auftreffen in kleinen Winkeln zur Vorzugsebene des SiC-Kristalles erfolgt durch den glatten Bruch eine Ablenkung des Risses (Abb. 5.18). Bei nahezu senkrechtem Auftreffen des Risses zur Vorzugsrichtung, oder wenn der Riß im flachen Winkel auf die Kornoberfläche zuläuft, wird der Riß entlang der Korngrenzen abgelenkt. Ist der Energieaufwand zum Durchbruch und zur Ablenkung gleich, kann auch eine Verzweigung auftreten. Ebenso werden bei vorgeschädigten Körnern Verzweigungen beobachtet (Abb. 5.19). In

vielen Fällen konnte jedoch keine eindeutige Aussage über die bruchauslösenden Stellen getroffen werden.



4 mm

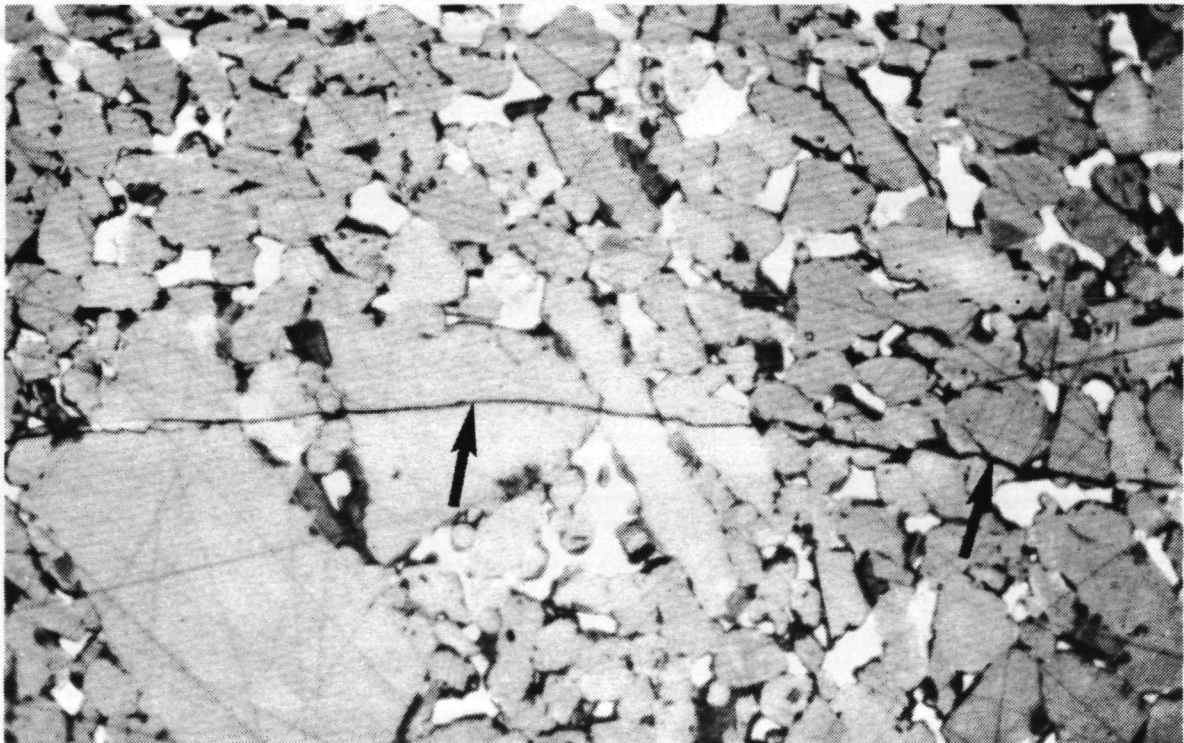
Abb. 5.16: 4 mm großer Siliciumeinschluß im Vierkantrohr 23 mm x 17 mm x 400 mm



2 mm

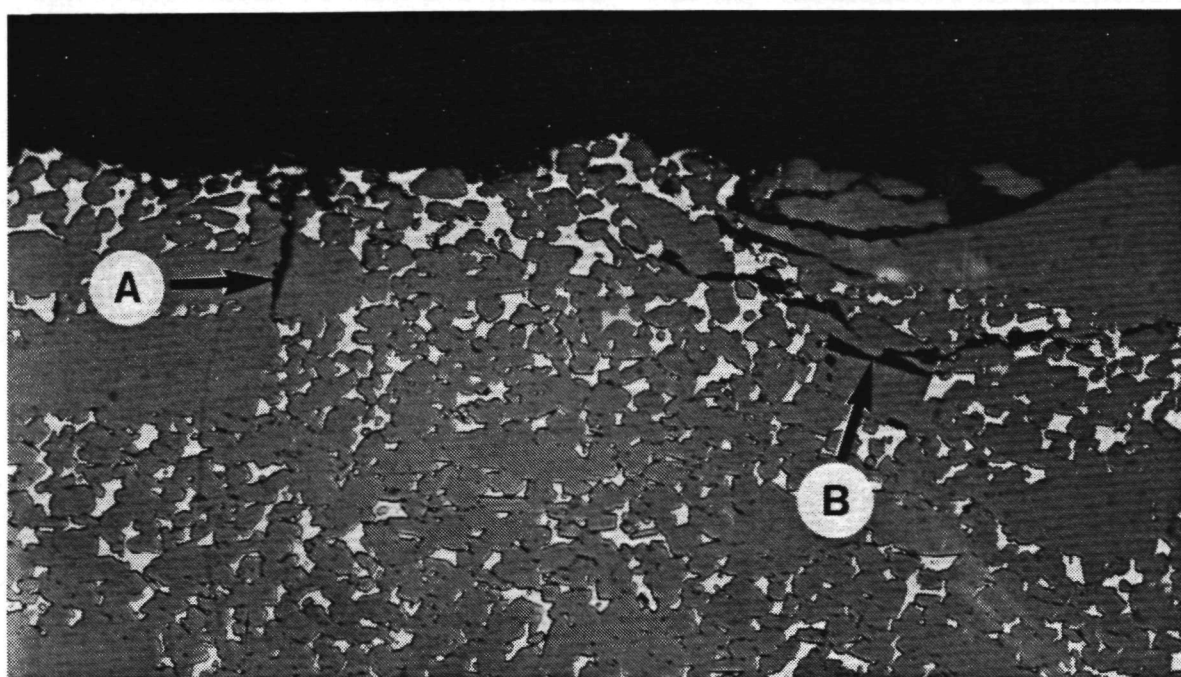
Abb. 5.17: Große Pore im Vierkantrohr 23 mm x 17 mm x 400 mm

Die Proben brechen nicht nur in wenige größere Teile, sondern auch in viele Kleinstpartikel. Häufig wird so die bruchauslösende Stelle mit ausgebrochen. Im Rahmen der Charakterisierung des Werkstoffs (Kapitel 3.2) wurde festgestellt, daß Sandstrahlen die Proben vorschädigt. Auch durch den Prallmahlprozeß vorgeschädigte Körner wurden beobachtet. Nach dem Versuch ist durch die vielen Ausbrüche nicht zu erkennen, ob eine Probe aufgrund dieser Vorschädigung gebrochen ist. Die vielen Kleinstpartikel lassen zwar einen solchen Schaden vermuten, nicht erkennbar war, ob eine solche Vorschädigung vorlag oder nicht. In Abbildung 5.19 ist eine sandgestrahlte Oberfläche zu sehen. Einige Partikel sind bereits abgelöst, auch ein senkrechter Riß ist zu sehen. Beide Fehlerarten können bruchauslösend wirken. An großen Bauteilen können während der Bruchflächenanalyse solche bruchauslösenden Stellen nicht lokalisiert werden. Willmann untersuchte SiSiC- Proben und -Bauteile röntgenographisch und stellte fest, daß ausgedehnte punkt- oder flächenförmige Fehler, wie nicht infiltrierte Bereiche, gut und lokale Fehler, schwer zu bestimmen sind /69/. Durch das freie Silicium und gebrochene SiC-Körner sind die bruchauslösenden Stellen auf SiSiC-Bruchflächen nur bedingt im Raster-Elektronen-Mikroskop (REM) lokalisierbar. Die besten Resultate wurden mit lichtmikroskopischen Untersuchungen der Bruchflächen erzielt.



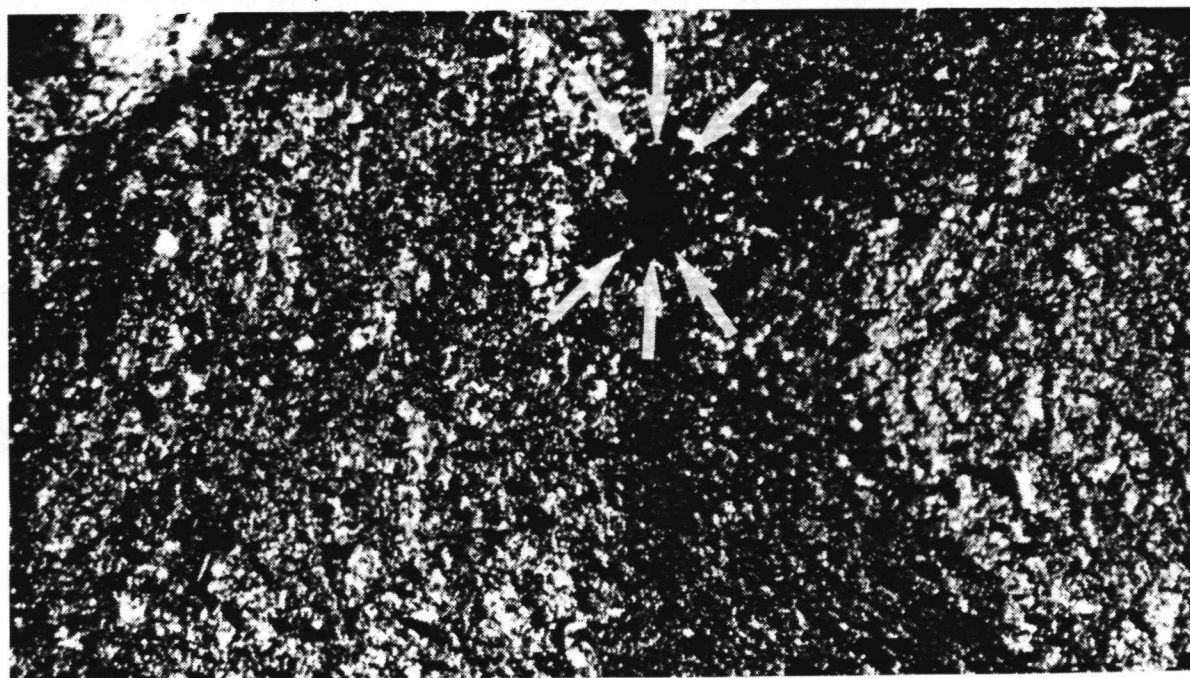
100µm

Abb. 5.18: Typischer Rißverlauf in SiSiC-Probe
(hier Vierkantrohr 30 mm x 30 mm x 1700 mm)



60 μm

Abb. 5.19: Sandgestrahlte Oberfläche einer Standardprobe



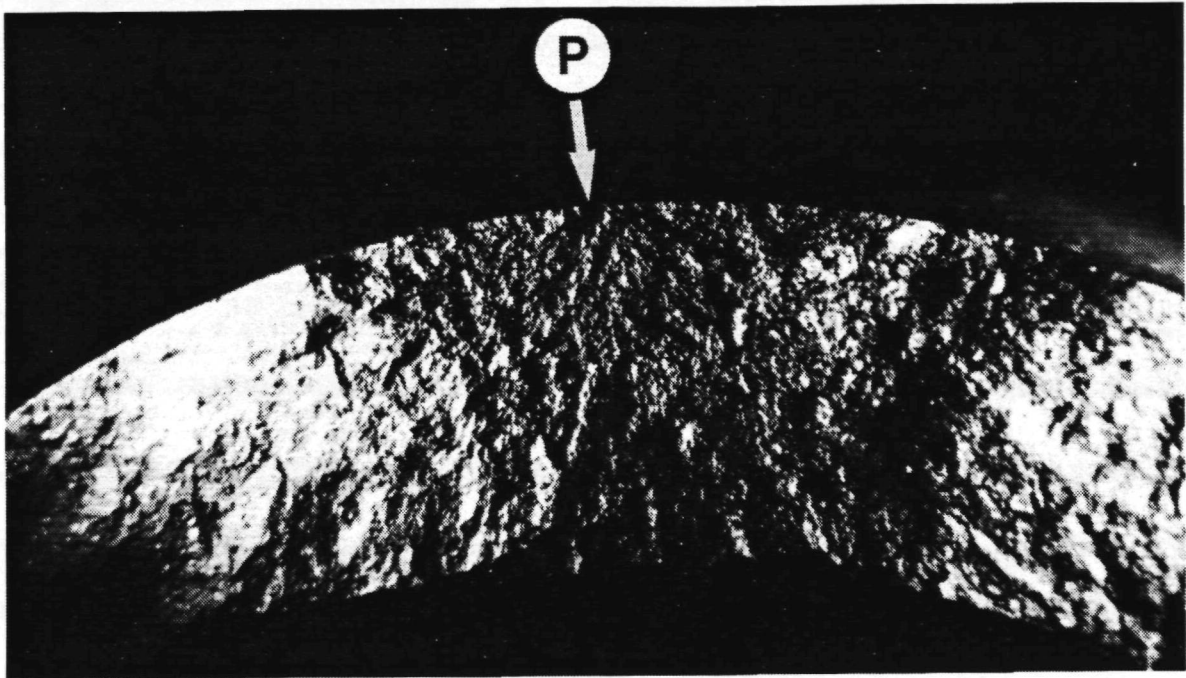
200 μm

Abb. 5.20: Gebrochenes Korn in der Bruchfläche eines Vierkantprofils mit der Dimension 30 mm x 30 mm x 1700 mm

Abbildung 5.20 zeigt ein gebrochenes SiC-Korn im sonst intakten SiSiC-Verbund. Es kann sich aber auch um zwei nahe beieinander liegende SiC-Körner handeln, die nicht vollständig durchsiliziert wurden. Die Vermutung liegt nahe, daß dieser Fehler schon vor dem Bruch vorhanden war. Eine Kontrolle der Rißverläufe ergab, daß auch nach Rißverzweigungen die Risse nicht abgestoppt werden, sondern stets bis zur Oberfläche durchlaufen. In allen Versuchsreihen wurde kein Rißstop zwischen den inneren Auflagern beobachtet. In zwei Fällen war der Riß in den Bereich der Kunststoffeinspannung gelaufen und durch dort vorherrschende Druckspannungen zum Stillstand gekommen. Im unpolierten Zustand konnte lichtmikroskopisch ein Rißstop in einer kleinen Pore festgestellt werden. Beim Polieren lief der Riß bis zum erneuten Probenbruch weiter. Es wird nicht ausgeschlossen, daß die während des Versuchs aufgebrachte elastische Energie in Verbindung mit Eigenspannungen beim Bruch eine Schockwelle auslöst, die an anderen Stellen im Bauteil, an denen die lokale Bruchspannung bereits annähernd erreicht wurde, zu Mehrfachbrüchen führt. Die SiSiC-Rohre werden als Grünlinge im Herstellungsprozeß mit einem Messer auf Länge geschnitten. An einer Probe war ein weiterer Anschnitt außerhalb der äußeren Auflager, d.h. in der unbelasteten Zone, beobachtet worden. Während des Bruchvorgangs in der maximal belasteten Zone platzte auch dieser Bereich ab. Diese Beobachtung bestätigt die Annahme der Ausbreitung einer Schockwelle. Eine Messung dieser Wellen wurde nicht durchgeführt.

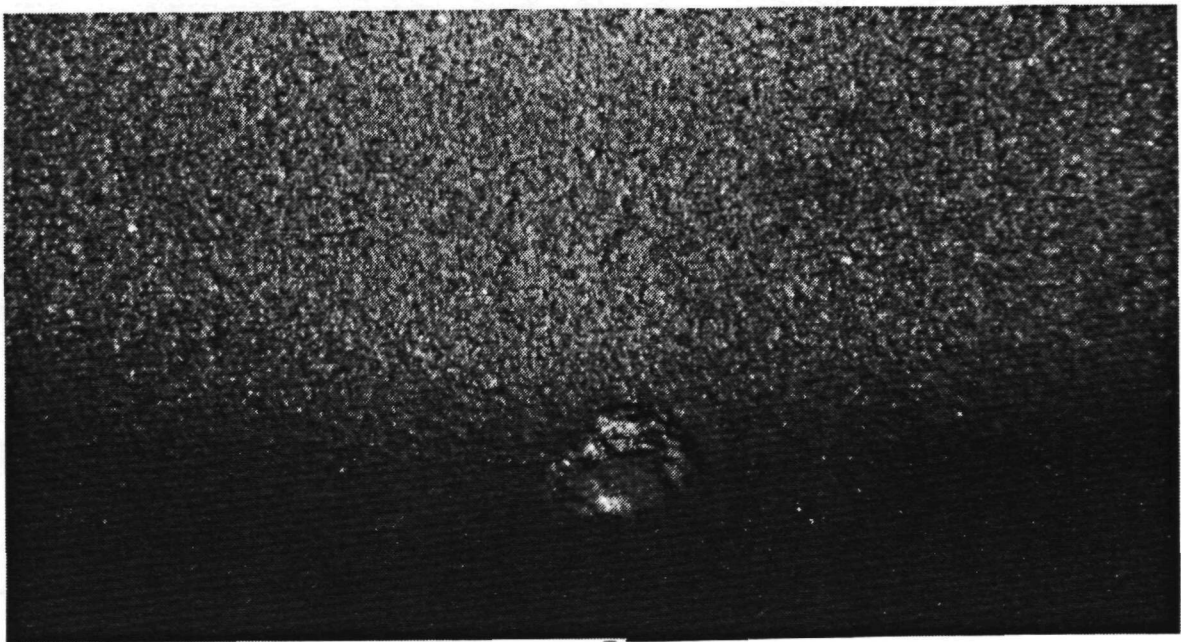
Die Vierkantprofile sind in den Fällen, bei denen eine Bruchursache gefunden werden konnte, häufig durch Poren und Siliciumeinschlüssen in den Ecken (Abb. 5.16 und 5.17) gebrochen. Bei Rohren tritt dieser Fehlertyp aufgrund der gleichmäßigen Wandstärke nicht auf. An Rohren wurden kleine Poren (Detail P, Abb. 5.21) und Schäden durch Sandstrahlen als Bruchursache bestimmt. Weiterhin sind im Mahlprozeß angebrochene SiC-Körner, sowie nahe beieinander nicht durchsilizierte SiC-Körner als Fehlstellen zu vermuten, die, wie bereits erwähnt, in der Bruchfläche wegen der vielen Kleinstpartikel nicht beobachtet werden können. In Abbildung 5.21 ist um die Pore ein Bruchspiel mit angrenzender Hackle-Zone zu erkennen. Als größter Fehler an einem Rundrohr wurde eine durchsilizierte Pore (Abb. 5.22) lokalisiert. Jedoch wirkte sie nicht bruchauslösend, da sie nicht in dem schmalen Bereich der maximalen Zugspannung gelegen war.

Jede Probe wurde vor dem Test von außen auf sichtbare Oberflächenfehler untersucht, an den entsprechenden Stellen markiert und dokumentiert. Nach dem Bruch wurde analysiert, ob es eine Korrelation zwischen den beobachteten Fehlern und der Bruchstelle besteht. In keinem Fall sind die Proben an den markierten Stellen gebrochen. Die von außen sichtbaren Riefen und Poren waren nicht bruchauslösend, obwohl sie auch z.T. in der maximal belasteten Zone lagen. Die großen Poren wie in den Abbildungen 5.17 und 5.18 zu sehen, waren trotz Oberflächennähe von außen nicht erkennbar. Somit führt die optische Endkontrolle in der Qualitätssicherung nur zu einem Teilerfolg.



5 mm

Abb. 5.21: Pore mit Hackle-Zone in der Bruchfläche eines Rundrohres mit der Dimension 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm



5 mm

Abb. 5.22: Durchsilizierte Pore in einem Rundrohr mit der Dimension 43,5 mm x 30 mm x 1550 mm

5.5 Vergleich der Ergebnisse und Diskussion

Die Abbildungen 5.23 und 5.24 zeigen einen zusammenfassenden Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Weibullkurven für Oberflächen- bzw. Volumenversagen.

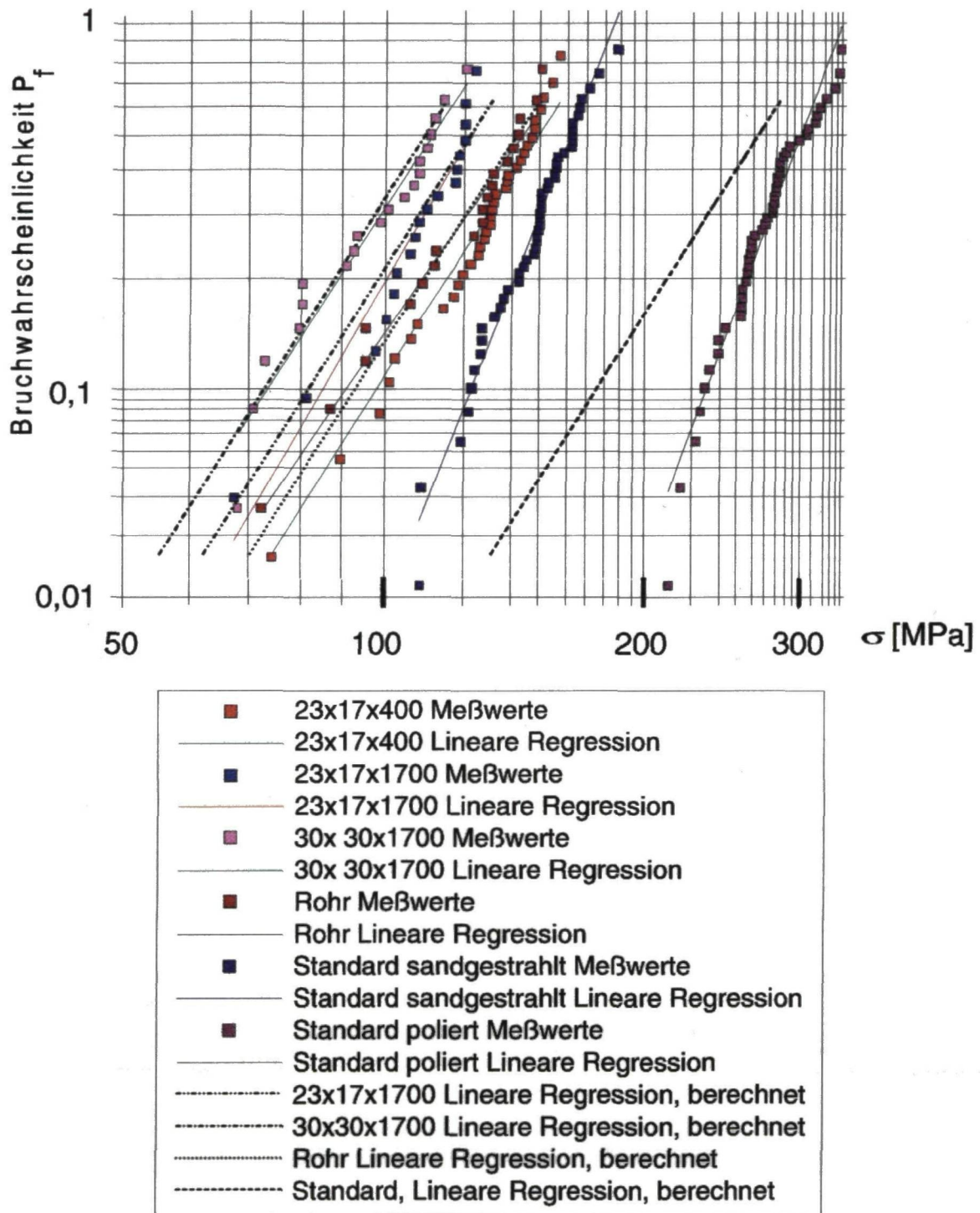


Abb. 5.23: Weibullplot aller getesteten Proben im Vergleich zur Übertragungsfunktion für oberflächenfehlerbedingtes Versagen. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

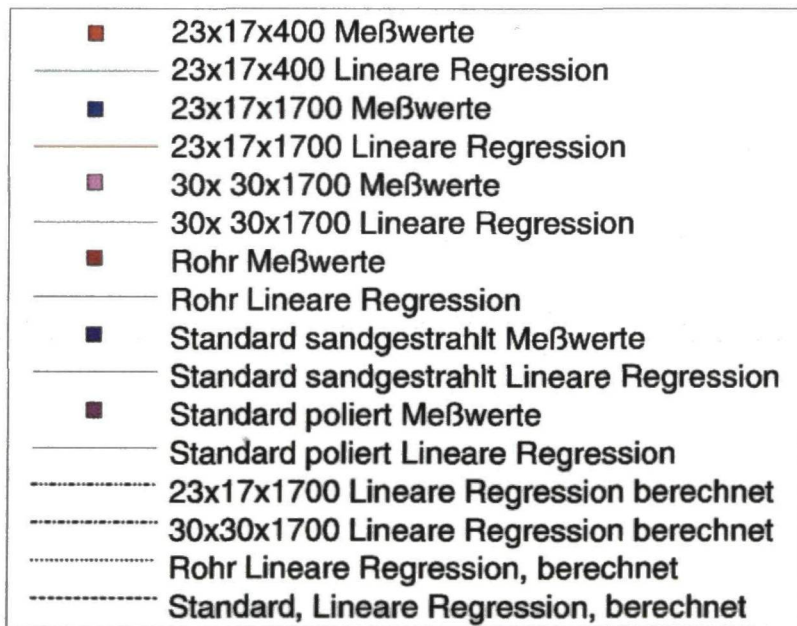
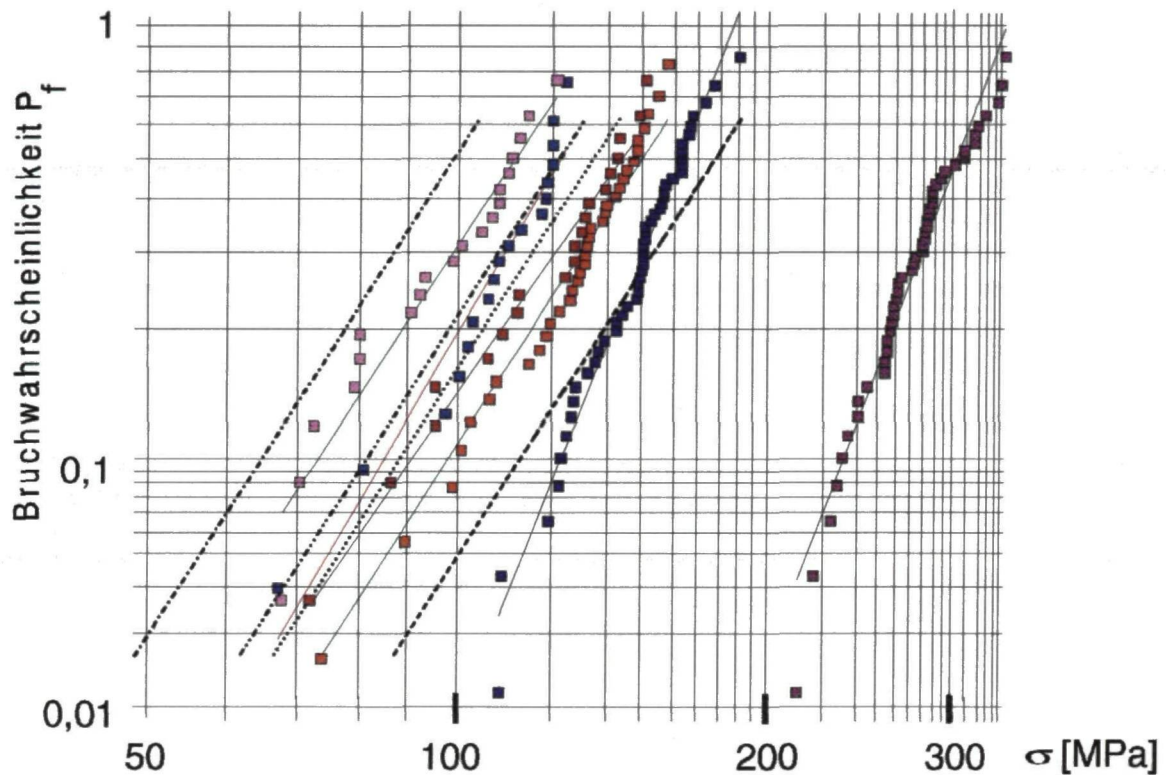


Abb. 5.24: Weibullplot aller getesteten Proben im Vergleich zur Übertragungsfunktion für volumenfehlerbedingtes Versagen. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

Die durchgezogenen Linien sind die linearen Regressionsgeraden für die einzelnen Meßreihen. Die gestrichelten Linien sind die mit Hilfe der Übertragungsfunktion berechneten Ausgleichsgeraden auf Basis der Ergebnisse an Proben mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm. Anhand dieser Abbildungen ist deutlich zu erkennen, daß die Bauteile mit einer Länge von ≥ 400 mm alle mit der Übertragungsfunktion für oberflächenfehlerbedingtes Versagen, wie auch aufgrund der Belastungsart (4-Punkt-Biegeversuch) zu erwarten war, beschrieben werden können. Mit Hilfe der Übertragungsfunktion für volumenfehlerbedingtes Versagen können hier keine Voraussagen auf die Bruchfestigkeit getroffen werden.

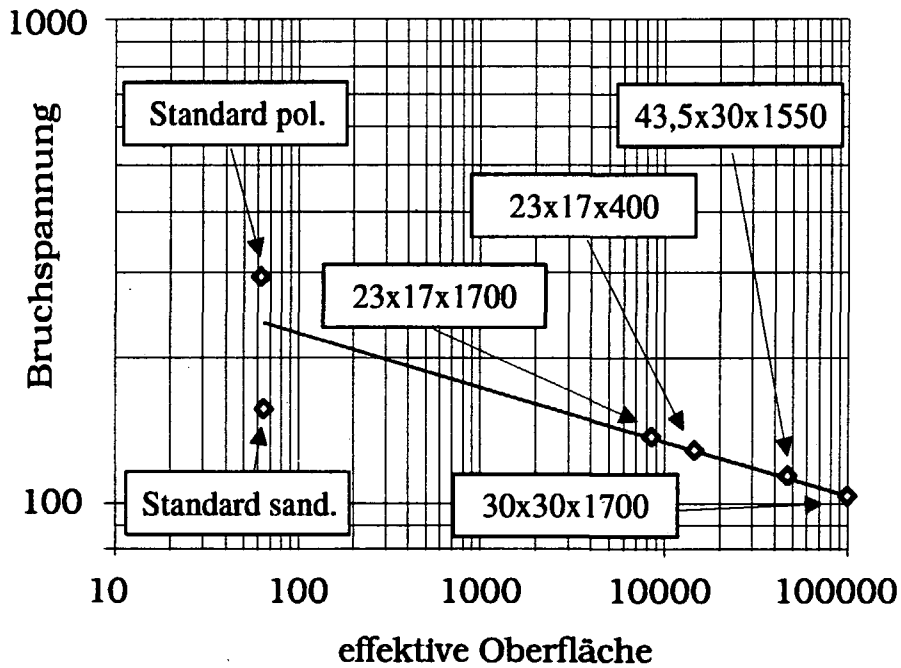


Abb. 5.25: Geradendarstellung der Mittelwertfunktion bezogen auf die effektive Oberfläche. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

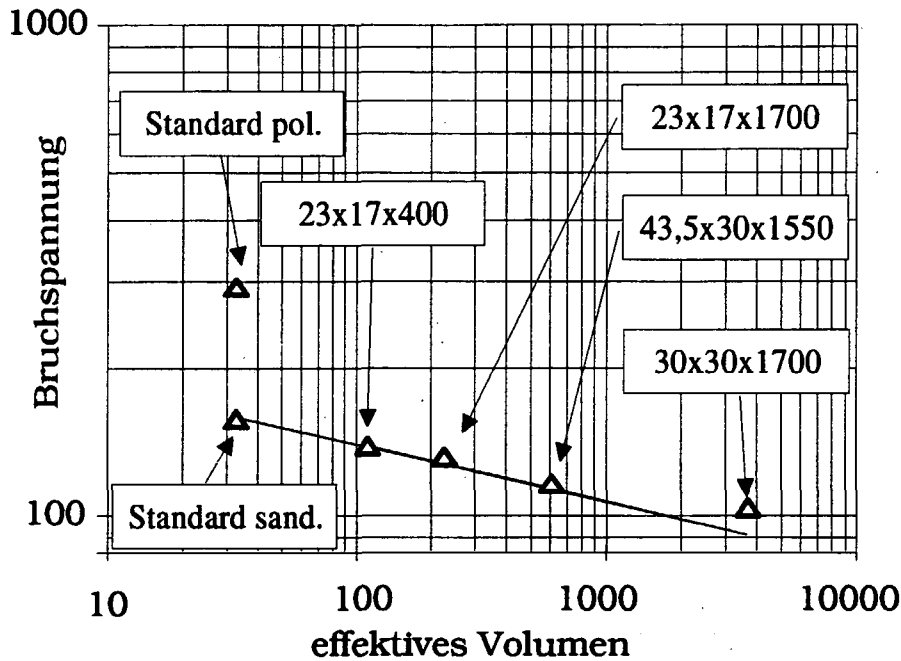


Abb. 5.26: Geradendarstellung der Mittelwertfunktion bezogen auf die effektive Volumen. Die berechneten Kurven wurden auf Basis der Vierkantprobe mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm ermittelt.

Abbildung 5.25 zeigt die Bruchspannung über die effektive Oberfläche. Den formalen Zusammenhang bildet die Mittelwertfunktion für die Oberfläche, sie lautet:

$$\ln(\sigma_p) = -\frac{1}{m_v} \ln\left(\frac{S_{\text{eff}}}{S_0}\right) + \ln(\sigma_{os}) + \frac{1}{m_v} \ln \ln\left(\frac{1}{1-F}\right) \quad (5.4)$$

Für das effektive Volumen gilt entsprechendes:

$$\ln(\sigma_p) = -\frac{1}{m_v} \ln\left(\frac{V_{\text{eff}}}{V_0}\right) + \ln(\sigma_{ov}) + \frac{1}{m_v} \ln \ln\left(\frac{1}{1-F}\right) \quad (5.5)$$

Grafisch ist der Zusammenhang der Bruchspannung über das effektive Volumen in Abbildung 5.26 dargestellt. Für rein oberflächenbedingtes Versagen ist eine sehr gute Übereinstimmung für die Bauteile zu erkennen. Die Gerade stellt die Übertragbarkeitsfunktion dar, die Rauten beschreiben die Mittelwerte der jeweiligen Versuchsreihen. Eine Übereinstimmung mit den Standardproben ist in Abbildung 5.25 wie in Abbildung 5.23 nicht gegeben. In Abbildung 5.24 ist eine größere Streuung zwischen berechneten und den gemessenen Werte für rein volumenbedingtes Versagen zu erkennen. Die gleiche Tendenz wird auch in Abbildung 5.26 beobachtet. Eine Gesamtverteilungsfunktion die sowohl Volumen- als auch Oberflächeneinflüsse beinhaltet kann nicht erstellt werden, da nur an einigen Proben die Bruchursache bestimmt werden konnte.

Auf Basis der Ergebnisse an sandgestrahlten oder polierten Standardproben können, wie bereits in Kapitel 5.2 beschrieben, keine Bruchfestigkeitsaussagen für Bauteilgeometrien getroffen werden.

Das Ergebnis deutet darauf hin, daß unterschiedliche Fehlerpopulationen in den Bauteilen und Standardproben vorliegen. Die Standardproben wurden aus dem mittleren Bereich der Seitenflächen eines Vierkantrohres mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 1700 mm geschnitten (Abb. 3.4). Die Hauptfehler wie Poren und Siliciumeinschlüsse wurden jedoch in Kantennähe beobachtet. Aufgrund der Produktionssystematik des Herstellungsverfahrens und der beim Extrudieren vorherrschenden Massenströme sammeln sich diese Fehler bevorzugt in Bereichen der größten Materialanhäufung. Bei diesen Probenquerschnitten liegen die größte Materialanhäufung in den Ecken. Diese bevorzugt in den Kanten auftretende Fehlerart, die primär auf unzureichende Reinigung der Produktionsmaschinen und einer ungünstigen SiC-Korngrößenverteilung zurückzuführen ist, sorgt für eine erhöhte Streuung der Bruchfestigkeiten, die sich im Rahmen der Weibullauswertung in einem geringeren Weibullmodul niederschlägt.

Die vorliegenden Ergebnisse zeigen eindeutig, daß eine Festigkeitsbewertung von Bauteilen auf Basis von polierten Standardproben im 4-Punkt-Biegeversuch, wie sie angestrebt wird, äußerst problematisch ist. Die Prüfkörper müssen eine bestimmte Mindestgröße aufweisen, wie zum Beispiel das Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm, um eine adäquate Fehlerpopulation zu besitzen. Mit Hilfe der Umrechnungsfunktion für oberflächenfehlerbedingtes Versagen können dann beliebig die Festigkeitskennwerte aus 4-Punkt-Biegeversuchen von einer auf eine andere Geometrie übertragen werden.

Kleer und Gallmann /55, 37/ haben Biegeversuche an SiSiC-Standardproben (3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm) und Zugversuche an SiSiC-Rohren ($D_a = 20$ mm, $D_i = 15$ mm, $L = 170$ mm) durchgeführt und eine volumenfehlerbedingte Übertragbarkeit der Festigkeitskennwerte abgeleitet. Die im Rahmen dieser Arbeit nach der Maximum Likelihood Methode bestimmten Weibullmoduli an sandgestrahlten ($m = 10,44$) und polierten ($m = 10,05$) Standardproben entsprechen den von Kleer und Gallmann bestimmten Weibullmodul an Standardproben ($m=10,3$). Für die SiSiC-Rohre liegt der Weibullmodul deutlich niedriger. Im Biegeversuch wurden nach der Maximum-Likelihood-Methode die Weibullparameter zu $m = 7,22$ bei $\sigma_0 = 131$ MPa und im Zugversuch von Gallmann und Kleer zu $m = 4$, $\sigma_0 = 121$ MPa bestimmt. Auch diese Werte stimmen aufgrund der niedrigen Probenzahlen von $N = 20$ bzw. $N = 12$ (Gallmann) mit den Ergebnissen in dieser Arbeit überein.

Die vielfach eingesetzten polierten Standardproben eignen sich besonders zur Bestimmung der Inertfestigkeit eines Werkstoffes. Es muß jedoch darauf geachtet werden, daß durch das Schneiden und Polieren keine weiteren Fehler, wie z. B. Anrisse an den Kanten, eingebracht werden. Für die Übertragbarkeit von Festigkeitskennwerten auf Bauteile sind sie jedoch im allgemeinen nicht geeignet. Die Fraktographie an den Bauteilen hat ergeben, daß speziell die großen Fehler nur vereinzelt bevorzugt in Kantennähe auftreten, d.h. nicht homogen verteilt sind. Somit wird mit steigender Bauteilgröße der Weibullmodul zu kleineren Werten verschoben. Eine Übertragbarkeit ist lediglich dann gewährleistet, wenn gleiche Weibullmoduli bzw. Fehlerpopulationen vorliegen. Daraus folgt, daß ein Prüfkörper für die Bauteilversuche eine

Mindestgröße haben sollte, in der alle Fehlertypen enthalten sind. Dies ist für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Bauteilversuche beim Vierkantprofil mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm der Fall. In den Versuchsreihen ist die Übertragbarkeit besonders gut erfüllt für Prüfkörper, die den gleichen Querschnitt wie die Bauteile aber eine unterschiedliche Länge besitzen. Dabei ist sogar die Versagensursache (Oberflächen- bzw. Volumenfehler) irrelevant, da für einen solchen Fall, die Übertragbarkeitsformeln (siehe Tab. 5.7) immer gleich sind. Somit wäre die Auswahl einer solchen Prüfgeometrie z.B. für die Prüfung von keramischen Rohren besonders empfehlenswert.

Die vorliegende Arbeit zeigt weiterhin, daß die Herstellung der SiSiC-Bauteile neu überdacht werden sollte. Es ist sinnvoll neue Produktionsmaschinen zu entwickeln und den Produktionsablauf zu optimieren. Die Mischer müssen so konstruiert werden, daß sie einfach zu reinigen sind (keine verdeckte Kanten), und trotzdem eine gute Durchmischung bieten. Die Mischerarme sollen zudem nachstellbar sein, um den abrasiven Verschleiß der Arme ausgleichen zu können. So können keine eingetrockneten Partikel in der Maschine verbleiben, die zu großen Poren oder Si-Einschlüssen führen. Durch eine Optimierung der Ausgangskorngrößen in Kombination mit einer besseren Durchmischung wird auch das Gefüge homogener und ein besserer Füllungsgrad erreicht. In der Praxis spielt auch der Verzug der Bauteile eine Rolle. Bauteile aus SiSiC müssen aufgrund der geringen Dehnungen nahezu verzugsfrei sein. Durchbiegungen und Verdrehungen im Millimeterbereich, wie bisher üblich, sorgen durch Spannungsüberhöhungen im Auflagebereich für einen frühzeitigen Bruch. Durch geeignete Ablageschalen kann sowohl der Verzug minimiert als auch eine gleichmäßige Trocknung der Grünkörper erzielt werden. Die gleiche Forderung gilt für die Brennunterlagen. Eine weitere mögliche Ursache für das Verziehen beim Brand stellt die ungleichmäßige Silizierung dar. Die üblichen Verfahren (siehe Tabelle 3.1, Kapitel 3) sind für eine gleichmäßige Silizierung nicht geeignet. Durch das Trocknen und Silizieren können Eigenspannungen in das Bauteil eingebracht werden. Im Falle von Zugeigenspannungen wird die Bruchfestigkeit geringer, bei Druckeigenspannungen können höhere Festigkeitswerte erreicht werden. Beim Zerschneiden der Bauteile in Standardproben werden zwar die trocknungs- und silizierungsbedingten Eigenspannungen abgebaut, aber gleichzeitig durch das Schneiden und Polieren wiederum neue eingebracht. Da es schwierig ist, den Einfluß von Eigenspannungen zu separieren, wurden im Rahmen dieser Arbeit der Einfluß der Eigenspannungen auf die Bruchfestigkeit vernachlässigt. Es ist sinnvoll neue Verfahren zu entwickeln, die den gleichmäßigen Eintritt von dem freien Si- über das gesamte Volumen ermöglichen. Erst dann läßt sich für SiSiC-Bauteile auch nach dem Silizieren eine weitgehende Verzugsfreiheit erreichen. Eine der größten beobachteten Schädigungen tritt durch das Sandstrahlen ein. Die Al_2O_3 -Körner, die zum Sandstrahlen genutzt werden, besitzen nahezu die gleich Härte wie die SiC-Körner. Dadurch kommt es zu Kornbrüchen und Abplatzungen bis in eine Tiefe bis zu 150 μm . Diese Schädigungszone hat einen erheblichen Einfluß auf die Bruchfestigkeit und Zuverlässigkeit (Weibullmodul) der Prüfkörper und Bauteile. Durch Optimierung des Sandstrahlens (Sandstrahlmaterial, Körnung, Prallgeschwindigkeit,

Strahldauer und Aufprallwinkel) kann eventuell eine schonendere Abtragung erreicht werden. Eine Alternative zu den bisherigen Konzepten ist der Einsatz von Laserstrahlen, die parallel zur Oberfläche geführt werden. Sie bieten die Möglichkeit, die Perlen abzutragen, ohne das der Grundstoff geschädigt wird. Die Regelung ist bereits so optimiert worden, daß auch ein senkrechter Einsatz der Strahlen denkbar ist, ohne zu einer nennenswerten Schädigung des Grundmaterials zu führen. Mit Breitbandlasern ist es möglich, Oberflächen zu polieren. Diesbezügliche Maßnahmen führen zu einer Erhöhung der Bruchfestigkeit und der Zuverlässigkeit des Werkstoffs.

6. ERMÜDUNGSVERSUCHE

6.1 Vorversuche

Ermüdungsverhalten keramischer Proben werden üblicherweise in zyklostatischen Schwingversuchen ermittelt. Die Ergebnisse dieser Schwingversuche werden in ein Wöhlerschaubild eingetragen. Das Wöhlerschaubild beschreibt das Ermüdungsverhalten in Form einer Abhängigkeit der Lastspielzahlen von der Oberspannung (siehe auch Kapitel 2). Da keramische Proben statistisch brechen, müssen entsprechend viele Proben (> 50) getestet werden, um eine Aussage über das Ermüdungsverhalten zu erhalten. Somit sind hohe Frequenzen zur Reduzierung der Prüfzeiten erwünscht.

Probendimension (Höhe x Breite x Länge)	Anzahl
5 mm x 10 mm x 150 mm	3
10 mm x 10 mm x 150 mm	3
15 mm x 10 mm x 150 mm	3
20 mm x 10 mm x 150 mm	3

Tabelle 6.1: Proben für die Vorversuche

In der vorliegenden Arbeit wurden mit einigen Rechteckproben (siehe Tabelle 6.1) an einer Instron Resonanzmaschine mit dem kleinen Biegetisch (siehe Kapitel 4.1) Ermüdungsversuche (Schwellbelastung) durchgeführt. In diesen Experimenten betrug der innere Auflagerabstand 40 mm, der äußere 120 mm. Die Proben wurden bei verschiedenen konstanten Mittelspannungen und Amplituden (etwa 90% der Mittelspannung) 10^8 bis 10^9 Lastwechsel geprüft. Die Schwingfrequenz betrug 130 Hz. Wenn eine Probe die festgesetzte Lastspielzahl ohne zu Versagen erreicht hatte, wurde wahlweise die Mittellast oder die Amplitude erhöht und der Versuch wiederholt. Alle Proben brachen nur bei Lasterhöhung d.h. im 1. Lastzyklus und nicht während des Schwingversuches. Die Schrittweite der Mittellast- bzw. Amplitudenanhebungen betrug 1% der im vorangegangenen Versuch aufgebrachten Last von 1 kN und war daher klein genug, um schrittweise in den vermuteten Ermüdungsbereich zu gelangen. Dennoch konnten in diesen Experimenten keine zeitabhängige Ermüdungserscheinungen festgestellt werden.

Die hier durchgeführten Vorversuche bestätigen die Ergebnisse von Böder und Heider. Sie konnten mittels 4-Punkt-Biegeprüfungen an ungekerbten kleinen SiSiC-Rechteckproben bei Raumtemperatur keine Ermüdung nachweisen [38]. Wie bereits beschrieben, brachen die Proben ebenfalls bei Lastaufbringung, oder sie überstanden 10^7 Lastspiele ohne Bruch (vgl. Abb. 2.6).

Diskussion der Vorversuche

Der Nachweis einer Ermüdung gelingt nur, wenn sich die Spannung in einem Bereich befindet, in dem Ermüdungsrißwachstum stattfinden kann. Dieser werkstoffabhängige Bereich liegt direkt unterhalb der Bruchspannung (Abb. 6.1). Falls der Ermüdungsbereich sehr klein im Vergleich zur statistischen Streubreite der Bruchspannungen ist und weil die jeweilige Bruchlast der Einzelproben vor dem Versuch nicht bekannt ist, können die geeigneten Belastungsparameter für den 4-Punkt-Biegewechselversuch nur in sehr aufwendigen Versuchsreihen gefunden werden. Es liegt die Vermutung nahe, daß SiSiC-Keramiken einen sehr schmalen Ermüdungsbereich besitzen. Daher ist mit Hilfe zyklostatistischer Versuche der Ermüdungseffekt nur sehr schwer nachweisbar. Erst mit mehr als 200 Einzelproben könnte dieser Effekt mit Hilfe statistischer Methoden vom Streuband der Bruchspannungen isoliert werden. Aus diesem Grunde wurde eine andere Versuchsführung gewählt.

6.2 Zyklodynamische Versuche

6.2.1 Parameterauslegung der Ermüdungsversuche

Gibt es einen nur schmalen Bereich der Ermüdung direkt unterhalb der Bruchspannung (Abb. 6.1), ist eine zyklodynamische Versuchsführung (siehe Kapitel 2.1) besser geeignet, das Ermüdungsverhalten zu untersuchen. Je kleiner die Rampengeschwindigkeit σ ist, desto länger kann ein möglicher Ermüdungseinfluß auf die Probe einwirken.

Aus dem Vergleich zweier zyklodynamischer Schwingversuchsreihen mit jeweils einer schnellen und einer langsamen Belastungsgeschwindigkeit kann ein Ermüdungseffekt abgeschätzt werden. Je größer der Unterschied der Rampengeschwindigkeiten ist, desto genauer kann ein möglicher Ermüdungseffekt isoliert werden. Bei der Versuchsreihe mit hoher Belastungsgeschwindigkeit, soll der Anstieg der Rampe möglichst hoch sein, um Ermüdungs- und Umgebungseinflüsse zu minimieren. In diesem Fall werden aber nur wenige Zyklen bis zum Bruch gemessen, d.h. der Ermüdungseffekt ist ohnehin vernachlässigbar. Somit erscheint es sinnvoller, diesen Versuch durch einen dynamischen Versuch mit hoher Rampengeschwindigkeit zu ersetzen. Die Ermüdungsversuche werden an Vierkantprofilen mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm durchgeführt. Im Rahmen der Übertragbarkeitsversuche für Festigkeitskennwerte in Kapitel 5 wurden schon dynamische Versuche an solchen Proben durchgeführt. Die Ergebnisse können somit übernommen werden und als Referenzprüfung für die zyklodynamische Schwingversuchsreihe mit langsamer Rampengeschwindigkeit gelten.

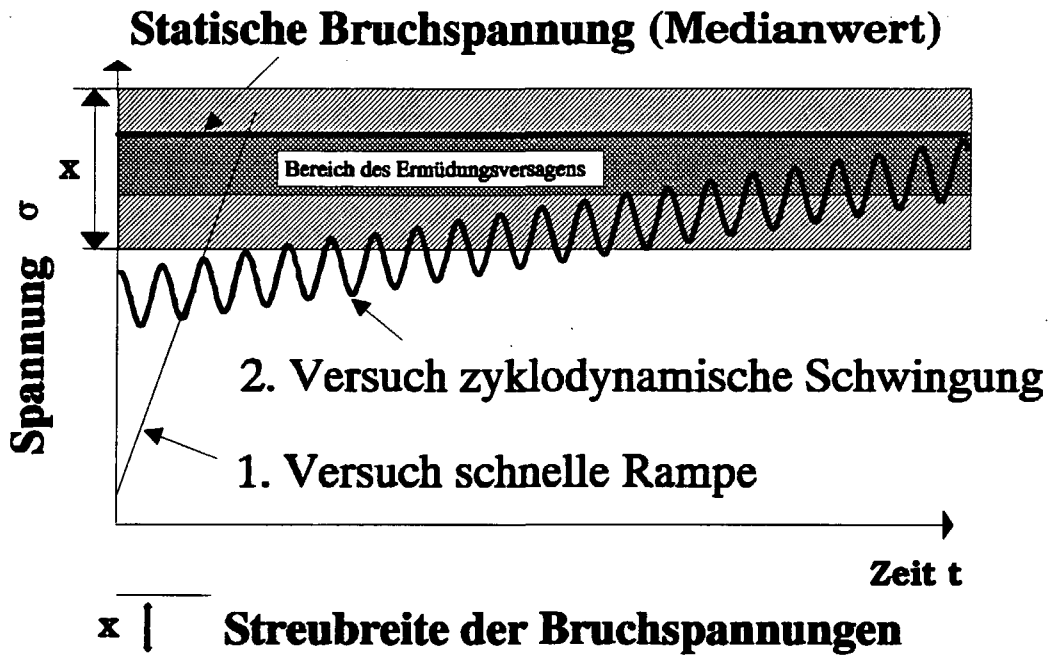


Abb. 6.1: Belastungsarten der Versuche

Um möglichst viele Lastwechsel ($>1.000.000$) im Bereich des Ermüdungseinflusses (Abb. 6.1) auf die Proben einwirken zu lassen, müssen Mittelspannung und Amplitude der zyklodynamischen Schwingung möglichst hoch und die Rampengeschwindigkeit gering sein. Damit keine Probe bei der ersten Lastaufbringung (also dynamisch) versagt, wurde die Oberspannung auf 90% der niedrigsten gemessenen Bruchspannung aus dem dynamischen Versuch (Kapitel 5) festgelegt. Die maximal erreichbare Frequenz der Prüfeinrichtung wurde zu 30 Hz ermittelt. Daraus ergeben sich folgende Belastungsparameter für den zyklodynamischen Versuch:

Mittelspannung zu Versuchsbeginn:	50% $\sigma_{\text{Bruch, min dynamisch}}$
Amplitude:	40% $\sigma_{\text{Bruch, min dynamisch}}$
Rampengeschwindigkeit:	$3,39 \times 10^{-4}$ MPa/s
Frequenz:	30 Hz

Tabelle 6.2: Zyklodynamische Versuchsparameter

6.2.2 Zyklodynamischer Schwingungsversuch mit langsamer Anstiegsgeschwindigkeit

Die experimentellen Parameter für die zyklodynamische Versuche basieren auf den Ergebnissen des Rampenversuches. Es ergeben sich mit den bereits genannten Randbedingungen folgende Versuchsparameter als Startwerte:

Anzahl	30 Proben
Mittelspannung	37,0 MPa
Amplitude	29,6 MPa
Frequenz	30 Hz
Rampengeschwindigkeit	$3,39 \cdot 10^{-4}$ MPa/s

Tabelle 6.3: Versuchsparameter für die zyklodynamischen Schwingungsversuche

Die Proben für die zyklodynamischen Versuche, die die Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm besitzen, stammen aus der gleichen Charge wie die abmessungsgleichen Proben des Rampenversuches.

Wie im dynamischen Versuch wurden die maximale Kolbenkraft und die maximale Durchbiegung in jedem Lastzyklus sowie die Lastspielzahl gemessen. Aus den Werten für Kraft und Weg bei Versuchsbeginn und beim Bruch der Probe kann aufgrund der Nichtlinearität im Setzbereich (Hertz'sche Pressung) kein korrekter E-Modul berechnet werden.

Aus den Einzelversuchsdaten der zyklodynamischen Versuche (Anhang A, Tabelle A.2) ergeben sich folgende Mittel- und Extremwerte:

	Bruchkraft F [N]	Bruch- spannung [MPa]	Lastspiele N	Durchbiegung f [mm]	Dehnung ϵ [mm/m]
arithmetisches Mittel	4746	128	1044099	0,26	0,49
Standardabweichung	643	17	310976	0,004	0,007
in % vom Mittel	14%	14%	30%	15%	15%
Minimalwert	3150	85	293300	0,250	0,47
Maximalwert	5690	154	1493600	0,26	0,5

Tabelle 6.4: Daten der zyklodynamischen Schwingungsversuche für die Proben der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm

Die Ergebnisse der zyklodynamischen Versuche zeigen, daß die Bruchlastspielzahlen, wie vorgesehen im Bereich von etwa 1 Millionen Schwingungen erreicht wurden.

Wie bei den dynamischen Versuchen erfolgte die Auswertung der Meßergebnisse nach der Weibullstatistik und unter Berücksichtigung des Entwurfs der DIN-Norm 51 110. Die Häufigkeitsverteilung, Darstellung und Auswertungsmethoden entsprechen denjenigen aus den dynamischen Versuchen.

In Abhängigkeit der Auswertungsmethoden Maximum Likelihood und lineare Regression ergeben sich folgende Werte für den Weibullmodul und den Normierungsfaktoren (Tabelle 6.5) aus dem logarithmischen Weibullplots (Abb. 6.2):

Methode	Weibullmodul m	Normierungsfaktor σ_0
Maximum Likelihood	9,34	131,6
Maximum Likelihood, korrigiert nach DIN 51110	9,07	131,6
lineare Regression	8,03	132,2

Tabelle 6.5: Weibullmodul m und Normierungsfaktor σ_0 für den zyklodynamischen Versuch in Abhängigkeit von der Auswertungsmethode

Für den Schwingungsversuch ergibt sich der 95% Vertrauensbereich für den Weibullmodul und Normierungsfaktor nach DIN-Norm 51110 zu:

	unterer Wert	oberer Wert
Weibullmodul m	5,86	9,52
Normierungsfaktor σ_0	126,7	138,1

Tabelle 6.6: 95%-Vertrauensbereich des Weibullmoduls m und des Normierungsfaktors σ_0 nach der Maximum-Likelihood-Methode für den zyklodynamischen Versuch

Die Ergebnisse der zyklodynamischen und dynamischen Versuchsreihe zeigen im logarithmischen (Abb. 6.3) und linearen (Abb. 6.4) Weibullplot bei niedrigen Bruchwahrscheinlichkeit kein und bei hohen Bruchwahrscheinlichkeiten nur ein geringer Unterschied zwischen den Bruchfestigkeitswerten (siehe Abb. 6.4).

Der Vergleich der Ergebnisse der Weibullauswertung zeigt zwar eine minimale Differenz (Tabellen 5.4 und 6.5), werden jedoch die Intervalle bezüglich des 95%-Vertrauensbereiches (Tabellen 5.5 und 6.6) betrachtet, ergibt sich durch die Überlappung der Streubereiche kein statistisch signifikanter Unterschied. Auch die arithmetischen Mittelwerte der dynamischen (Tabelle 5.2, 130 MPa) und zyklodynamischen Versuche (Tabelle 6.4, 128 MPa) zeigen nur einen geringfügigen Unterschied, der, bezogen auf einen 95% Vertrauensbereich, ebenfalls statistisch nicht signifikant ist. Damit wurde das Ergebnis aus den Vorversuchen, wonach die zyklische Ermüdung von SiSiC sehr gering und unter auslegungstechnischen Gesichtspunkten vernachlässigbar ist, bestätigt.

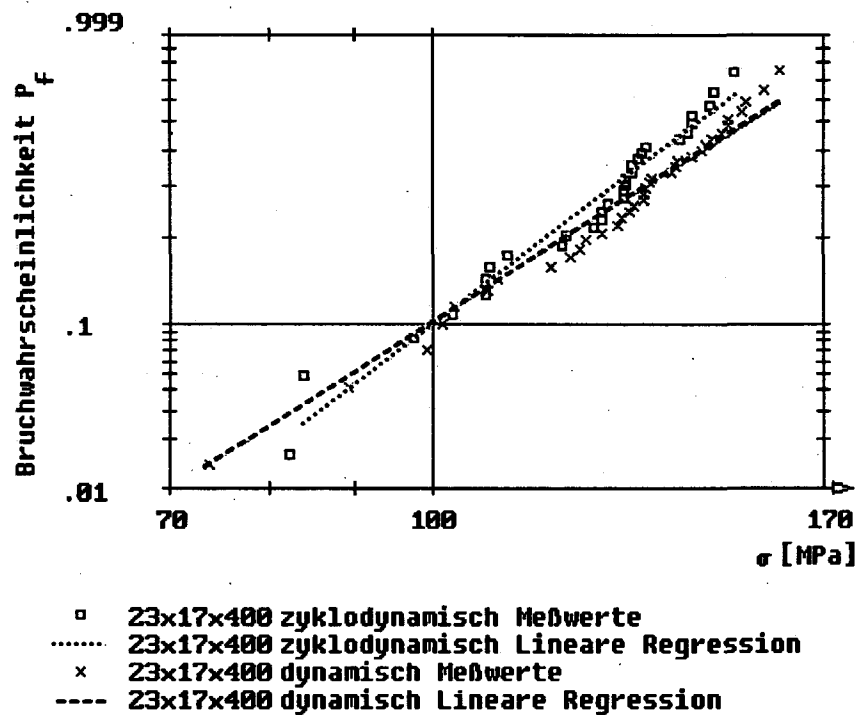


Abb. 6.3 Vergleich der dynamischen und zyklodynamischen Versuchsergebnisse im logarithmischen Weibullplot

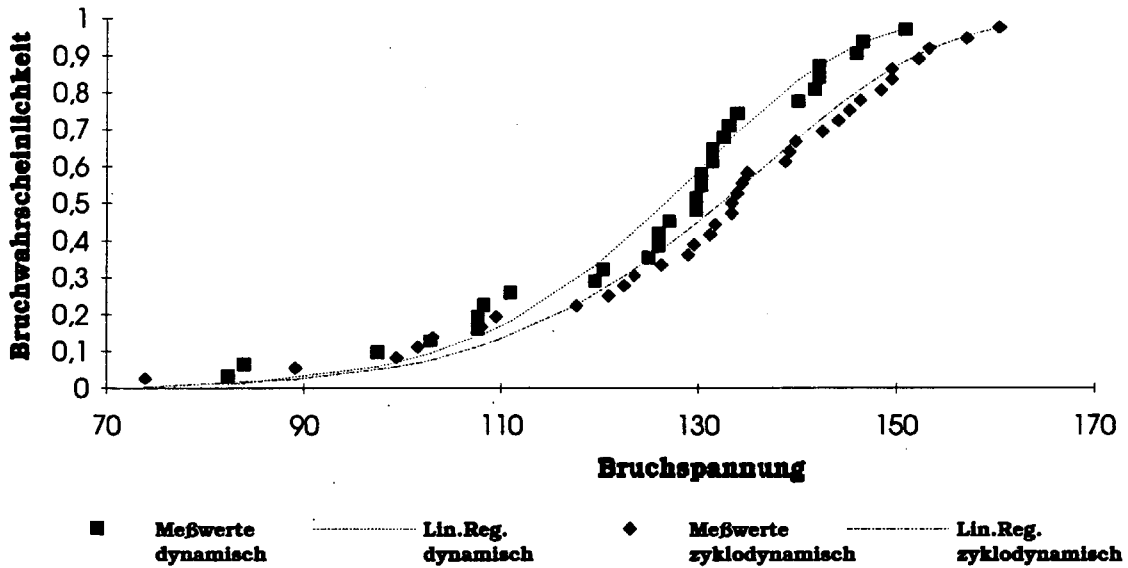


Abb. 6.4 Vergleich der dynamischen und zyklodynamischen Versuchsergebnisse im linearen Weibullplot

6.3 Fraktographie der Bruchflächen

Bei metallischen Werkstoffen sind auf der Bruchfläche häufig Spuren der Ermüdungsbelastung als wellenartige Verläufe der Bruchebene aufgrund von Wechselbelastungen erkennbar. Ähnliche Bruchverläufe sind an den hier untersuchten SiSiC-Proben nicht beobachtet wurden.

Die einzelnen SiC-Körner zeigen zwar treppenförmige Verläufe in der Bruchfläche, die jedoch nicht mit der Ermüdungsbelastung korrelieren ließen. Diese Verläufe entstehen, wie bereits in Kapitel 3 beschrieben, durch den Prallmahlprozeß während der Herstellung der SiC-Körner, die dann auch in den Bruchflächen sichtbar werden. Anhand der Bruchflächen und -verläufe (Abb. 5.18) war kein Unterschied zwischen zyklodynamisch und dynamisch belasteten Proben festzustellen. Der Riß verläuft wie bei den dynamischen Versuchen trans- und interkristallin (Abb. 5.21).

Die bruchauslösenden Stellen sind, wie bereits bei den Übertragbarkeitsversuchen in Kapitel 5 beschrieben, Poren (Abb. 5.20), Si-Einschlüsse (Abb. 5.19), ungünstig aneinandergelagerte nicht durchsilizierte SiC-Körner (Abb. 3.9), durch Prallmahlprozeß geschädigte Körner (Abb. 5.23) und Schädigungen durch Sandstrahlen (Abb. 5.22). Die Fehlergrößen betragen etwa 1 µm bis 4 mm.

6.4 Diskussion

Ein Ermüdungseffekt kann aus dem Vergleich dynamischer und zyklodynamischer Versuchsreihen abgeschätzt werden. Wegen der kurzen Versuchsdauer lassen sich die Bruchfestigkeiten und Bruchwahrscheinlichkeiten unter Ausschluß von Einflüssen der Umgebung und der Belastungsart in einem schnellen Rampenversuch an Bauteilen ermitteln. In den Ergebnissen sind jedoch oberflächen- und volumenbedingte Effekte berücksichtigt. Dagegen überlagern sich in einem mehrtägigen zyklodynamischen 4-Punkt-Biegeversuch den zyklischen auch statische Ermüdungseffekte, die nur durch spezifische Versuche separiert werden könnten. Eine dazu geeignete Versuchsanordnung stand für die untersuchte Probenform jedoch nicht zur Verfügung, ebenso wie entsprechendes Vergleichsmaterial aus der gleichen Materialcharge. Im vorliegenden Fall sollte geprüft werden, ob Ermüdungseffekte bei der konstruktiven Auslegung von SiSiC-Bauteilen zu berücksichtigen sind. Dazu ist die Abschätzung des Gesamtermüdungseinflusses auf die Bruchfestigkeit der Bauteile besonders geeignet. Bezogen auf die Streubreite der Bruchfestigkeiten der Einzelproben konnte in den Experimenten bei der getesteten Anzahl von 30 zyklodynamisch und 35 dynamisch geprüften Vierkantprofilen mit den Dimensionen 23 mm x 17 mm x 400 mm kein statistisch signifikanter Ermüdungseinfluß festgestellt werden. Materialermüdung ist bei der konstruktiven Auslegung von SiSiC-Bauteilen daher zu vernachlässigen, wenn geeignete Sicherheitsbeiwerte für die Weibullkurve angenommen werden.

Bei bekanntem Rißausbreitungsparameter n (vgl. Gleichung 2.7) ist die g_{cd} -Funktion von Bornhauser et al. (Herleitung siehe Anhang C) geeignet, die Lebensdauer von dynamisch getesteten Proben mit zyklodynamisch belasteten zu vergleichen. Im vorliegenden Fall ist der Rißausbreitungsparameter n jedoch nicht bekannt. Die g_{cd} -Funktion kann zur Bestimmung von n nicht genutzt werden, da das zyklodynamische Zeitintegral in Gleichung (Anhang C, C.10) nicht analytisch gelöst werden kann. Ist der zyklische Ermüdungseinfluß vernachlässigbar, kann die zyklodynamische Schwingung durch eine Rampe ersetzt werden. Die Startspannung des Versuches ergibt sich aus der Addition von Mittelspannung und Amplitude der zyklodynamischen Schwingung. Die Belastungsgeschwindigkeit bleibt gleich wie im zyklodynamischen Versuch. Ausgehend von den Gleichungen für eine konstante Rißwachstumsgeschwindigkeit (Anhang B, B.1) und für den Spannungsintensitätsfaktor der Rißöffnung (Anhang B, B.2) der linear-elastischen Bruchmechanik ergibt sich für n folgender formaler Zusammenhang:

$$n = \frac{\ln \frac{\sigma_{\text{zyklodynamisch}}}{\sigma_{\text{dynamisch}}}}{\ln \frac{\sigma_{\text{Bruch,zyklodynamisch}}}{\sigma_{\text{Bruch,dynamisch}}}} - 1 = \frac{\ln \frac{0,000339}{5,4}}{\ln \frac{124,6}{130,1}} - 1 = 224$$

Diese Gleichung wird, obwohl sie aus bruchmechanischen Zusammenhängen abgeleitet wurde, auch für glatte Proben verwendet. Der auf diese Weise bestimmte Wert für n liegt in dem von Popp und Heider /44/, Lauf sowie Richter et al. /28, 29/ gefundenen Bereich.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Die Werkstoffentwicklung keramischer Proben wird in der Regel aus Kostengründen an Kleinproben wie z.B. der Standardprobe (4,5 mm x 3,5 mm x 50 mm) durchgeführt. Von diesen Kleinproben aus wird versucht, Festigkeitsaussagen über Bauteile zu treffen. Bisherige Lösungsansätze sind jedoch nur für spezielle Probengrößen abgeleitet worden /37, 82/, die zudem unzureichend sind. Im Rahmen dieser Arbeit sollte eine allgemeingültige Funktion zur Übertragung der Festigkeitskennwerte von Kleinproben auf bauteilähnliche Geometrien abgeleitet werden. Eine weitere Aufgabe bestand in der Charakterisierung des zyklischen Ermüdungsverhaltens von SiSiC-Komponenten für den Wärmetauschereinsatz. Zu diesem Zweck sind dynamische Versuche an Bauteilen mit unterschiedlichen Abmessungen sowie zyklische Versuche an Biegeproben geeignet.

Um die Übertragbarkeit der Festigkeitswerte kleiner Proben auf Bauteile zu prüfen, wurden nicht nur die relativ kleinen Standardproben, sondern erstmals auch große Geometrien den 4-Punkt-Biegeprüfungen unterworfen. Hierfür sind zwei neue 4-Punkt-Biegemaschinen konstruiert und gebaut worden, die den erhöhten Forderungen keramischer Großproben Rechnung tragen. Die 4-Punkt-Biegetische sind sowohl für dynamische als auch für zyklische Tests geeignet.

Die Analysen der Versuchsergebnisse erfolgten in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe der Weibullstatistik. Basierend auf den Festigkeitskennwerten einer Ausgangsgeometrie (hier: ein Vierkantrohr mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm) können so durch einfache Multiplikation eines Übertragungsfaktors T mit den Einzelbruchspannungen nicht nur Bruchfestigkeiten, sondern auch die Weibullparameter m und σ_0 übertragen werden. Für jede Probengeometrie wird in Abhängigkeit von der voraussichtlichen Versagensursache ein Spannungintegral gebildet, das den Spannungszustand während des Versuches beschreibt. Bei 4-Punkt-Biegeversuchen liegt die maximale Spannung an der Oberfläche. Aus diesem Grund ist bei dieser Versuchsführung auch mit einem Versagen durch an der Oberfläche liegende Fehler zu rechnen. Bei Zugversuchen wird das Volumen gleichmäßig belastet, so daß meist Fehlstellen im Volumen bruchauslösend wirken. Der Übertragungsfaktor ergibt sich aus der Division der Spannungintegrale der zu vergleichenden Geometrien. Im Rahmen der Arbeit wurden Spannungintegrale für Vollrechteckkörper (Standardproben), für Vierkantrohre bzw. Vierkantprofile sowie für Rundrohre für die verschiedenen Versagensarten allgemeingültig hergeleitet. Mit Hilfe dieser universellen Übertragungsfunktion können somit erstmals zuverlässig Festigkeitskennwerte zwischen verschiedenen Bauteilen übertragen werden.

Die Übertragungsfunktion wurde anhand von dynamischen 4-Punkt-Biegeversuchen an vier verschiedenen SiSiC-Bauteilen mit Längen bis zu 1700 mm sowie an sandgestrahlten und polierten Standardproben überprüft. Nach Maier /56, 57/ wird häufig eine Überlagerung aus volumen- und oberflächenbedingtem Versagen beobachtet. Aufgrund der vielen Bruchstücke war jedoch keine

eindeutige Lokalisation der Bruchursachen möglich, so daß die Auswertungen der 4-Punkt-Biegeversuche nur hinsichtlich rein volumen- bzw. oberflächenbedingtem Versagen geprüft werden konnten. Die Ergebnisse zeigen, daß die Übertragungsfunktion für oberflächenfehlerbedingtes Versagen zwischen den SiSiC-Bauteilen angewendet werden kann. Eine Übertragbarkeit ist sowohl von den sandgestrahlten als auch polierten Standardproben nicht gegeben. Aufgrund des geringeren Fertigungsaufwandes erfolgte die Herstellung der Standardproben aus den Seitenteilen eines Vierkantprofils. Die bruchauslösenden Stellen der Bauteile jedoch wurden häufig in Kantennähe beobachtet, so daß von einer unterschiedlichen Fehlerpopulation ausgegangen werden muß, die eine Übertragbarkeit versagt. Eigenspannungen wurden im Rahmen der Auswertung vernachlässigt.

Eine fraktographische Untersuchung im klassischen Sinne, d.h. die stetige Lokalisierung und Bewertung des bruchauslösenden Fehlers, war aufgrund der hohen Bruchstückzahlen häufig nicht möglich. Es wurden folgende bruchauslösende Stellen in den Versuchen beobachtet:

1. Poren von wenigen μm bis hin zu 4 mm Durchmesser, die bevorzugt in Kantennähe der Vierkantprofilen lagen.
2. Si-Einschlüsse von bis zu 4 mm, die primär auf "Drachenzähne", bedingt durch einer zu hohen Extrudiergeschwindigkeit, und silizierte Poren zurückzuführen sind.
3. Nahe beieinanderliegende größere SiSiC-Körner waren nicht durchsiliziert. In Biegeversuchen können diese Fehlstellen bruchauslösend wirken, sofern sie in der maximal belasteten Zone liegen. In Schliffbildern und Raster-Elektronen-Mikroskop-Untersuchungen wurden Schädigungstiefen bis zur maximalen Korngröße von 150 μm gemessen. In der Bruchfläche sind diese Fehler aufgrund der vielen Bruchstücke nicht zu lokalisieren. Die Fehlstellen waren jedoch vor dem Versuch lichtmikroskopisch erkennbar.
4. Durch den Prallmahlprozeß werden die SiC-Körner aus größeren Stücken gebrochen. Es wurde ein glatter, stufenförmiger sowie muschelförmiger Bruch der multikristallinen SiSiC-Körner beobachtet. Bisweilen sind die Körner nur angebrochen. Liegt eine solche Bruchebene senkrecht zur anliegenden Zugspannung, kann sie bruchauslösend wirken. Dieser Fehlertyp ist ebenfalls nach dem Bruch nicht erkennbar.
5. Durch das Sandstrahlen wird die Oberfläche bis zur maximalen Korngröße von 150 μm geschädigt. Es entstehen sowohl Risse im Verbund als auch in den Körnern. Die Rißebene verläuft nicht nur senkrecht zur Oberfläche, sondern auch waagrecht tiefer im Verbund. Manchmal werden ganze Bereiche abgelöst.

Die Ergebnisse der Arbeit zeigen, daß die bruchauslösenden Stellen auf Produktionsfehler zurückzuführen sind. Es ist ratsam, bisherige Produktionstechniken neu zu überdenken (wie z.B. das Sandstrahlen). Im Rahmen dieser Arbeit wurden detaillierte Vorschläge zur Optimierung

bestehender Herstellungsverfahren gegeben. Die vorliegenden Resultate zeigten weiterhin die Notwendigkeit auch neuer Herstellungsverfahren, die unter anderem den Einsatz verbesserter Werkzeugmaschinen (z.B. Mischer) erfordern.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit dem Ermüdungsverhalten von SiSiC-Bauteilen. An Vierkantprofilen mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm wurden zyklodynamische Ermüdungsversuche durchgeführt und mit dem dynamischen geometriegleichen 4-Punkt-Biegeversuch verglichen. Es kann bei einem Vergleich dieser beiden Versuchsreihen, ein Gesamtermüdungseffekt aus statischer und zyklischer Ermüdung abgeschätzt werden. Die Weibullauswertung zeigt, daß sich der Ermüdungseinfluß bei den verwendeten Probenzahlen von 30 bzw. 35 nicht statistisch signifikant nachweisen läßt. Unter konstruktionstechnischen Gesichtspunkten scheint eine Berücksichtigung der Ermüdung somit nicht relevant.

Eine Bestimmung der Wöhlerkurve konnte aufgrund des geringen Ermüdungseffektes bei gleichzeitiger großer Streubreite der Bruchfestigkeiten nicht durchgeführt werden. Die Vierkantprofile wurden daraufhin zyklodynamisch geprüft. In der Literatur sind verschiedene Umrechnungsfunktionen bekannt, die es ermöglichen, Lebensdauern aus statischen auf zyklostatische (Evans, Fuller, /12/) bzw. aus dynamischen auf zyklodynamische Versuchsreihen (Bornhauser, Lauf, Tradinik, /14/) umzurechnen. Eine Umrechnungsfunktion von zyklodynamisch auf zyklostatisch war bislang noch nicht bekannt. Eine solche Funktion wurde hier hergeleitet, um Lastspielzahlen einer zyklodynamischen Meßreihe auf eine zyklostatische zu übertragen, so daß eine Wöhlerkurve auch für SiSiC-Werkstoffe bei bekanntem Rißausbreitungsparameter m bestimmt werden kann. Es wird bei allen Umrechnungsfunktionen davon ausgegangen, daß die Mechanismen der statischen und der zyklischen Rißausbreitung in allen Fällen die gleichen sind.

Für die Annahme, daß die Ermüdung bei SiSiC-Werkstoffen eine rein statische Ermüdung ist, konnte der Rißausbreitungsparameter der v-K-Kurve zu $n = 224$ bestimmt werden. Dieser Wert deckt sich mit den Werten der Literatur.

8. Literaturverzeichnis

- /1/ H. K. Bowen,
Moderne keramische Werkstoffe, Neue Werkstoffe, Sonderheft Nr. 10
Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg, 1987, S. 112 - 120
- /2/ G. Willmann,
Die Bedeutung eines Sicherheitsbeiwertes beim konstruktiven Entwurf keramischer Bauteile,
Zeitschrift für Werkstofftechnik, 16 (1985), S. 113
- /3/ G. Willmann,
Bemerkungen zu Versagenskriterien und Bauteilfestigkeit bei Keramik, Zeitschrift für
Werkstofftechnik, 16 (1985), S. 426 - 430
- /4/ P. Popper,
Industrial Ceramics- Technical or Engineering?, Trans. J. Brit. Soc., 82 (1982), S. 187
- /5/ G. Willmann,
Konstruieren mit Keramik-Werkstoffkennwerten, Sprechsaal, 117 (1984), S. 914
- /6/ G. Willmann,
Einfluß der Nachbearbeitung auf die Bauteilfestigkeit von Keramik, Industrie Diamanten
Rundschau, 18 (1984), S. 243
- /7/ G. Willmann, W. Heider,
Werkstoffkundliche Basis für die Konstruktion mit Ingenieurkeramik, Z. f.
Werkstofftechnik, 14 (1983), S. 201
- /8/ T. Fett,
Lebensdauervorhersage an keramischen Werkstoffen mit den Methoden der Bruchmechanik
bei elastischem und viskoelastischem Materialverhalten, DVFLR-FB 83-09, Köln, und
Dissertation an TU Karlsruhe, 1983
- /9/ R.J. Charles,
Dynamic fatigue of glass, Journ. of Appl. Physics, 29 (1958), S. 1657 - 1661
- /10/ Weddigen,
IMF Karlsruhe, persönliche Mitteilung
- /11/ E. Haibach,
Betriebsfestigkeit, Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung, VDI-Verlag, Düsseldorf,
1989
- /12/ A. G. Evans, E.R Fuller,
Crack propagation in ceramic materials under cyclic loading conditions
Metallurgical Transactions, 5 (Jan 1974), S. 27-33
- /13/ S. Y. Liu, I.W. Chen,
Fatigue of Yttria-Stabilized Zirconia and Short Crack Behaviour, persönliche Mitteilung

-
- /14/ A. Bornhauser, W. Tradinik, R.F. Pabst
Zyklodynamische Messungen an Keramiken als neue, effektivere Methode zur Messung von Frequenz- und Amplitudeneinflüssen bei zyklischer Belastung, 13. DVM Tagung Arbeitskreis Bruchvorgänge 6.-7. Okt. 1981, Uni Hannover
- /15/ S. Lauf, A. Bornhauser, R.F. Pabst
A Comparison of Measured and Computed Cyclodynamic Fatigue Failure of SiC at Room Temperature and Elevated Temperatures, Proc. 4th Europ. Conf. on Fracture, Leoben, Austria, 22.-24. Sept. 1982, Engin. Mat. Adv. Serv., Warley, UK (1983), S. 641 - 649
- /16/ H. Blumenauer, G. Pusch,
Technische Bruchmechanik, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1987
- /17/ H. Reiter,
Zerstörungsfreie Prüfverfahren zur Qualitätssicherung keramischer Werkstoffe, Informationstagung "Hochfeste Ingenieurkeramik", Haus der Technik, Essen, 1. - 2. April 1987
- /18/ D.W. Richerson,
Modern Ceramic Engineering, Marcel Decker Inc., New York und Basel, 1982, S. 237 - 238
- /19/ I. Tzartzas,
Bruchflächenuntersuchungen als Hilfsmittel der Festigkeitsanalyse keramischer Werkstoffe, Diplomarbeit, 1988, Lehrstuhl für Reaktorwerkstoffe und Brennelemente, RWTH Aachen.
- /20/ J. J. Mechlowsky, S. W. Freiman, R. C. Rice,
Fractographic Analysis of Delayed Failure in Ceramics, Fractography and Material Science ASTM STP 733, American Society for Testing and Materials, 1981, S. 246 - 258
- /21/ H. Böder, W. Heider,
Engineering Data for SILIT SK, A Si-infiltrated SiC for gasturbine components, Proc. Int. Symp. Ceramic Components for Engines, 1. Hakone, Japan, Oct. 17. - 19. 1983, D. Reichel Publ., Dordrecht, 1986, S. 573 - 582
- /22/ W. Heider, H. Böder,
Eignung von SiSiC für GT-Bauteile, in "Keramische Komponenten für Fahrzeug-Gasturbinen III", W. Bunk et al. (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1984, S. 285 - 303
- /23/ S. Lauf, R. F. Pabst, G. Popp, W. Heider,
Änderung des Ermüdungsverhaltens durch Oxidationsreaktionen bei hohen Temperaturen, Fortschrittsberichte DKG, Bad Honnef, 1/1985, S. 63 - 71
- /24/ B.J.S Wilkins, A.R. Reich
Resistance of Silicon Carbide to Dynamic Fatigue, Am. Ceram. Soc. Bull., 51 (1972), S. 486

-
- /25/ S. Lauf, A. Bornhauser, R. F. Pabst,
A Comparison of Measured and Computed Cyclodynamic Fatigue Failure Times of SiC at Room and elevated Temperatures, Proc. 4th Europ. Conf. on Fracture, Leoben, Austria, Sept. 22 - 24, 1982, Engin. Mat. Advisory Serv., Warley, UK, 1983, S. 641 - 649
- /26/ A. Bornhauser, W. Tradinik, R. F. Pabst,
Zyklodynamische Messungen an Keramiken als neue effektive Methode von Frequenz- und Amplitudeneinflüssen bei zyklischer Belastung, DVM, 13. Arbeitskreissitzung Bruchvorgänge 6.-7. Okt. 1981, Universität Hannover, S. 73 - 81
- /27/ G. Popp, R.F. Pabst,
Fracture Behaviour Of Ceramic Materials At High Temperatures, Met. Sci., 3 /1981, S. 130 - 132
- /28/ H. Richter,
Unterkritische Rißausbreitung in keramischen Werkstoffen, Ber. Dt. keram. Ges., 54 (12/1977), S. 405 - 409
- /29/ H. Richter, G. Willmann, W. Heider,
Ermüdungsverhalten von SiSiC, Z. Werkstofftech, 13 (1982), S. 355 - 360
- /30/ G. Kleer, H. Richter, G. Willmann, W. Heider, G. Popp,
Bruchmechanische Charakterisierung des Ermüdungsverhaltens von SiSiC, Z. Werkstofftech., 16 (1985), S. 94 - 101
- /31/ G. Kleer, H. Richter, G. Willmann, W. Heider, G. Popp,
Bruchmechanische Charaktersisierung des Ermüdungsverhaltens von SiSiC, Beiträge zum Festigkeitsseminar über Hochtemperaturreaktionen keramischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung nichtlinearer quasiplastischer Verformung, 24. - 25.11. 1983, Stuttgart, MPI f. Metallforschung, Institut für Werkstoffwissenschaften, zusammengestellt von R.F. Pabst, Juli 1984
- /32/ R. W. Steinbrech,
Vergleich des Rißwiderstandes langer und kurzer Risse in Al_2O_3 -Keramik, DFG-Abschlusskolloquium "Mikrobruchvorgänge in Al_2O_3 -Keramik, 9. - 10. 4. 1990, Herausgegeben von H. Nickel und R. W. Steinbrech, Konferenzen des Forschungszentrum Jülich, Band 7/1991, Zentralbibliothek des Forschungszentrum Jülich GmbH, Jülich, 1991
- /33/ R. Knehans, R. W. Steinbrech,
Bruchverhalten keramischer Werkstoffe, Technische Keramik, Vulkan-Verlag, Essen , 1988, S.95 - 101
- /34/ N. Brugger,
Zum Verhalten von Rissen in keramischen Materialien unter statischer, langsam ansteigender und schwellender Belastung, Dissertation, Fakultät Maschinenbau der TH Karlsruhe, Juni 1987, KfK-Bericht 4209, Institut für Material- und Festkörperforschung
- /35/ N. Brugger, G. Grathwohl,
Zur Problematik von der K_{I0} -Bestimmung in statischen und zyklischen Versuchen, Fortschrittsberichte der DKG, 1987, Bad Honnef., S. 89 - 94

-
- /36/ G. Popp,
Untersuchungen von Siliziumkarbid und Aluminiumoxid an Luft und Hochvakuum bei hohen Temperaturen, Dissertation, Universität Stuttgart, 1981
- /37/ M. Gallmann, T. Hollstein, G. Kleer, D. Meyer,
Assessment of Flaws in Ceramic Components, European Ceramic Society, 2nd Conference, Augsburg, September 11 - 14, 1991
- /38/ H. Böder, W. Heider,
Eigenschaften von reaktionsgesintertem Siliziumkarbid und Anwendungsmöglichkeiten in der Fahrzeug-Gasturbine, in "Keramische Komponenten für Fahrzeug-Gasturbinen II", W. Bunk et al. (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1981, S. 235 - 250
- /39/ H.R. Maier
Leitfaden Technische Keramik, Werkstoffkunde II Keramik, Umdruck RWTH Aachen, IKKM Aachen, RWTH Aachen, 2. Auflage 1991
- /40/ F. Thümmeler, G. Grathwohl, F. Porz, R. Hamminger, H. Cohrt,
Hochtemperatur-Langzeit-Eigenschaften von Si_3N_4 - und SiC-Werkstoffen, in "Keramische Komponenten für Fahrzeug-Gasturbinen III", W. Bunk et al. (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1984, S. 449 - 485
- /41/ E. Gugel, G. Leimer, H. Cohrt, G. Grathwohl, F. Thümmeler
Gasturbinenbauteile aus reaktionsgesintertem Si-SiC und deren mechanische Hochtemperatureigenschaften, in "Keramische Komponenten für Fahrzeug-Gasturbinen II", W. Bunk et al. (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1981, S. 473 - 499
- /42/ W. Heider, H. Böder,
Fortschritte bei der Entwicklung statischer Turbinenbauteile aus Si-infiltrierte Siliziumkarbid, in "Keramische Komponenten für Fahrzeug-Gasturbinen II", W. Bunk et al. (ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1981, S. 457 - 471
- /43/ R.F. Pabst,
Konventionelle Festigkeitsbetrachtung bei spröden Werkstoffen, Beiträge zum DKG-Seminar Kriterien zur Festigkeitsbetrachtung keramischer Werkstoffe, 12. - 14. März 1986, Stuttgart, MPI Stuttgart, Institut für Werkstoffwissenschaften
- /44/ G. Popp, W. Heider,
Der C-Ringtest, ein Prüfverfahren für keramische Rohre aus SiSiC, Z. f. indust. Qualitätssicherung, 28 (10/1983), S. 289 - 320
- /45/ R. Röttenbacher, G. Willmann,
SiSiC- Ein Material für Hochtemperatur-Wärmetauscher, Sprechsaal, 116 (3/1983), S.163 - 167
- /46/ G. Willmann, R. Röttenbacher,
Oxidation of silicon carbide tubes used for a high temperature heat exchanger in the gascooled solar tower plant GAST, Science of Ceramics, 11 (1981), S. 341 - 346

-
- /47/ R. Röttenbacher,
Mechanische Eigenschaften von Konstruktionskeramik- Werkstoffkennwerte,
Bauteileigenschaften, Bauteilprüfung, cfi/Ber. DKG, 2/1985, S. 95 - 97
- /48/ H. J. Henseler,
Entwicklungsrichtlinien bei Sonnenkraftwerken in G. Adomeit, H.J. Fireske (ed.) "Neue
Wege in der Mechanik", VDI-Verlag, 1981, S. 135
- /49/ BMFT-Bericht Nr. 5223 G/7
20 MW_e-Gasgekühltes Sonnenturmkraftwerk Gast, bearbeitet von den Firmen Interatom,
MAN, MBB und Dornier System GmbH
- /50/ G. Willmann,
Keramische Werkstoffe für Solarerhitzer, cfi-Bericht DKG, 58 (3/1981), S. 153 - 156
- /51/ G. Willmann,
Keramische Werkstoffe für den Wärmetauscher eines Sonnenturmkraftwerkes, Sprechsaal,
113 (12/1980), S. 915 - 918
- /52/ G. Willmann, W. Heider,
Herstellung von Komponenten aus Siliziumkarbid für das Sonnenturmkraftwerk GAST,
Sprechsaal, 114 (10/1981), S. 758 - 765
- /53/ G. Willmann, W. Heider,
Siliziumkarbid (SiSiC), ein neuer Werkstoff für den Apparatebau, Z. Werkstofftechn., 14
(1983), S. 135 -140
- /54/ G. Willmann,
Beschränkungen beim konstruktiven Entwurf keramischer Bauteile, Fortschrittsberichte der
DKG, 1/1985, Bad Honnef, S. 121 - 127
- /55/ G. Kleer, H. Richter, W. Doll, W. Heider, R. Röttenbacher,
Strength of SiSiC-Ceramics-Examination of the Specimen Size Effect-Ceramic Materials
and Components for Engines, Lübeck-Travemünde, 14. - 17.4. 1986, S. 979 - 986
- /56/ H.R. Maier,
Bruchwahrscheinlichkeit von polykristallinem Aluminiumoxid unter Berücksichtigung von
Volumen-, oberflächen und Belastungseinflüssen, Dissertation TU München, 1974.
- /57/ H.R. Maier, N. Stärk, A. Krauth,
Reliability of Ceramic-Metallic Hip Joints Based on Strength Analysis, Proof, and Structural
Testing, Mechanical Properties of Biomaterials, Edited by G.W. Hastings and D.F. Williams,
John Wiley & Sons Ltd, 1980, S.177-194
- /58/ Informationen der Schunk Ingenieurkeramik GmbH
- /59/ R. Förthmann, A. Naomidis
Einfluß der Gaskorrosion auf die Biegefestigkeit von Siliciumcarbid Rohrwerkstoffen aus
industrieller Fertigung, DKG-Tagung "Keramik in der Anwendung. Verschleiß und
Korrosion", Köln, 22.-23.5.1990, Deutsche Keramische Gesellschaft, Köln, 1990, S. 282 -
289

-
- /60/ M. Kawai, H. Fujita, Y. Kani, H. Abe, J. Nakayama,
Tensile Testing of Sintered Silicon Carbide and Silicon Nitride, Proceedings of International Symposium on Ceramic Components for Engines, 1983, Hakone, Japan, S. 269 - 278
- /61/ R.F. Pabst,
Bestimmung kritischer Spannungsintensitätsfaktoren keramischer Stoffe mit dem Biegeversuch, Dissertation TU Stuttgart, 1972
- /62/ R.G. Hoagland, C. W. Marshall, W. H. Duckworth,
Reduction of Errors in Ceramic Bend Tests, J. Amer. Ceram. Soc., **59** (1976), No. 5-6, S. 189 - 192
- /63/ A.-P. Nikkilä, T.A. Mäntylä,
Cyclic Fatigue of Silicon Nitrides, 13th Annual Conference on Composites and Advanced Ceramics, Cocoa Beach, FC, USA, Jan. 15 - 18, 1989
- /64/ W.D. Bowman,
End Constraint and Alignment Effects in Three and Four Point Tension-Compression Tests, MTS Systems Corporation Paper
- /65/ T. Fett, D. Munz,
Cyclic Fatigue of Alumina Oxide in Bending, Proc. of 1. ECRS Conf., Maastricht, **3** (1989), S. 3.195 - 3.199
- /66/ T. Fett,
Festigkeitsprüfung bei einachsiger, mehrachsiger und zyklischer Belastung, DVM-Tagung Bauteil 90, 16 - 18.5.90, Berlin, S.329 - 341
- /67/ T. Fett, G. Himsolt, D. Munz,
Zyklische Ermüdung von HPSN bei hohen Temperaturen, Festigkeitsseminar über Hochtemperaturreaktionen keramischer Werkstoffe unter Berücksichtigung nichtlinearer, quasiplastischer Verformung, MPI Stuttgart, 24.- 25.11.83, zusammengestellt Juli 84 von R.F. Pabst
- /68/ W. Beitz, K.-H. Küttner,
Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer-Verlag, Berlin, 1983
- /69/ G. Willmann,
Röntgenographische Untersuchung an SiSiC-Bauteilen, Sprechsaal, **115** (2/1982), S. 126 - 130
- /70/ Bronstein, Semendjajew,
Taschenbuch der Mathematik, Harry Deutsch Verlag, Frankfurt (Main), 1980, S. 233
- /71/ K. K. Phani,
A new modified Weibull distribution function for evaluation of the strength of silicon carbide and alumina fibres, J. Mat. Sci., **23** (1988), S. 2424 - 2428

-
- /72/ K. Goda, H. Fukunaga,
The evaluation of the strength distribution of silicon carbide and alumina fibres by multi-modal Weibull distribution, *J. Mat. Sci.*, **21** (1986), S. 4475 - 4480
- /73/ A. S. Jayalatika,
Fracture of Engineering Brittle Materials, Applied Science Publishers, London, 1979
- /74/ J. D. Sullivan, P. H. Lauzon,
Experimental probability estimators for Weibull plots, *J. Mat. Sci. Letters*, **5** (1986), 1245 - 1247
- /75/ L. G. Johnson,
The median ranks of sample values in their population with an application to certain fatigue studies, *Indust. Math.*, **2** (1951), S. 1 - 9
- /76/ J. F. Lawless,
Statistical Models and Methods of Lifetime Data, John Wiley & Sons, New York, 1982
- /77/ P. D. T. O'Connor,
Practical Reliability and Lifetime Data, John Wiley & Sons, New York, 1981
- /78/ W. H. Press, W. P. H. Erben,
Experimentell probability estimators for weibull plots, *J. Mater. Sci.*, **14** (1979), S. 1080 - 1084
- /79/ A. Kahlili, K. Kromp,
Vergleich von Auswerteparameter zur Bestimmung der Weibullparameter, *Fortschrittsberichte der DKG*, **5** (1/1990), S. 255 - 271
- /80/ K. Bongartz, H. Schuster,
Statistical and Systematical Errors in the Strength Determination of brittle Materials, *Mat.-wiss. u. Werkstofftechnik*, **22** (1991), S. 449 - 461
- /81/ K. Bongartz, H. Schuster,
Statistische und systematische Fehler bei der Ermittlung der Festigkeit spröder Materialien, *KFA-Report*, 1987, Jül-Bericht Nr. 2158
- /82/ H.A. Lindner,
Bestimmung der Festigkeit keramischer Bauteile aus den mechanischen Daten des Werkstoffes, *Ber. der DKG*, **64** (1987), Nr. 3/4, S.74 - 79 u. Nr. 5, S. 136 - 159
- /83/ H.R. Maier,
Leitfaden Technische Keramik; Konstruktionstechnik Keramik, Vorlesungsumdruck des IKKM Aachen, RWTH Aachen, Aachen 1992, S.60.

Anhang A:

Proben- nummer	Kraft in N [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durchbiegung [mm]	Dehnung [mm/m]	E-Modul [GPa]	Anzahl Bruchstücke
119	5160	139	0,27	0,51	282	3
118	4800	130	0,25	0,47	284	5
117	3760	101	0,20	0,38	291	3
116	4940	133	0,29	0,56	249	5
115	4960	134	0,22	0,41	345	4
114	5680	153	0,28	0,54	292	6
113	3680	99	0,21	0,39	282	3
112	5820	157	0,29	0,56	287	6
111	4780	129	0,24	0,47	290	8
1	5420	146	0,26	0,50	308	8
2	5940	160	0,29	0,56	299	4
3	5540	150	0,28	0,53	293	4
4	2740	74	0,13	0,26	302	2
5	3300	89	0,16	0,30	318	2
6	5140	139	0,20	0,38	292	4
7	4940	133	0,24	0,45	305	5
8	4000	108	0,21	0,40	288	3
9	5340	144	0,26	0,49	316	4
10	4880	132	0,25	0,48	289	8
11	4860	131	0,24	0,46	285	3
12	4540	123	0,24	0,45	291	3
13	4360	118	0,22	0,42	288	5
14	5640	152	0,28	0,54	296	4
15	4060	110	0,21	0,40	289	4
16	3820	103	0,24	0,46	249	3
17	5000	135	0,24	0,45	300	5
18	5380	145	0,27	0,52	294	7
19	5280	143	0,28	0,53	282	7
20	5180	140	0,25	0,49	304	5
21	5540	150	0,27	0,52	303	6
22	4580	124	0,22	0,43	299	4
23	4480	121	0,25	0,47	279	5
24	4980	134	0,26	0,49	285	5
25	4680	126	0,23	0,43	302	4
26	5500	148	0,25	0,49	305	9

Tabelle A.1: Gemessene Werte des dynamischen Versuches mit 23 mm x 17 mm x 400 mm Vierkantrohren

Proben- nummer	Kraft in N [N]	Bruch- spannung [MPa]	Lastpiele N	Durchbiegung f [mm]	Dehnung ε [mm/m]	Anzahl Bruchstücke
28	5690	154	1493600	0,26	0,50	3
29	4090	110	728000	0,25	0,48	3
30	4930	133	1174100	0,26	0,50	3
31	4970	134	1175600	0,26	0,50	4
32	5050	136	1205000	0,26	0,49	5
33	4910	133	1138000	0,26	0,49	5
34	4530	122	958200	0,25	0,49	3
35	5530	149	1447600	0,26	0,50	4
36	4930	133	1156400	0,26	0,49	4
37	4090	110	764600	0,25	0,48	8
38	4770	129	1080000	0,26	0,49	5
39	4770	129	1084800	0,26	0,49	3
40	4730	128	1047100	0,26	0,49	8
41	4550	123	962200	0,26	0,49	5
42	3150	85	293300	0,25	0,47	5
43	5010	135	1169800	0,26	0,49	4
44	5370	145	1344000	0,26	0,50	5
45	5370	145	1324000	0,26	0,50	5
46	5350	144	1341700	0,26	0,49	4
47	5510	149	1432770	0,26	0,50	3
48	3710	100	558100	0,25	0,48	5
49	3210	87	313600	0,25	0,47	7
50	3910	106	682700	0,25	0,48	4
51	4210	114	788900	0,25	0,49	7
52	4970	134	1153200	0,26	0,49	8
53	4810	130	1093800	0,26	0,49	9
54	5030	136	1189300	0,26	0,49	4
55	5030	136	749700	0,25	0,49	6
56	4910	133	1153000	0,26	0,49	4
57	5290	143	1319900	0,26	0,50	6

Tabelle A.2: Gemessene Werte des zyklodynamischen Schwingungsversuch
mit 23 mm x 17 mm x 400 mm Vierkantrohren

Proben- nummer	Kraft in N [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durch- biegung [mm]	Dehnung [mm/m]	E-Modul [GPa]	Anzahl Bruchstücke
1	950	139	7,32	0,48	278	16
2	855	125	6,11	0,40	291	21
3	950	139	6,82	0,45	294	9
4	810	118	5,68	0,37	321	17
5	konnte wegen zu starker Krümmung nicht getestet werden					
6	890	130	6,36	0,42	316	23
7	935	137	6,71	0,44	290	11
8	655	96	4,64	0,30	284	25
9	845	123	6,11	0,40	290	25
10	805	118	5,36	0,35	303	29
11	835	122	5,50	0,36	315	10
12	790	115	5,89	0,39	282	11
13	975	142	7,04	0,46	308	9
14	870	127	6,32	0,41	302	13
15	950	139	7,18	0,47	291	15
16	770	112	5,57	0,36	309	26
17	557,5	81	3,68	0,24	306	6
18	940	137	6,71	0,44	303	6
19	930	136	6,54	0,43	300	22
20	aus dieser Probe wurden die Standardproben gefertigt					

Tabelle A.3 Gemessene Werte des dynamischen Versuches mit 23 mm x 17 mm x 1700 mm Vierkantrohren

Proben- nummer	Kraft in N [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durch- biegung [mm]	Dehnung [mm/m]	E-Modul [GPa]	Anzahl Bruchstücke
1	2047	108	3,75	0,32	368	16
2	1995	106	3,73	0,31	340	21
3	1367	72	2,5	0,21	273	9
4	2116	112	4,03	0,34	337	17
5	2219	118	4,05	0,34	358	23
6	1703	90	3,1	0,26	412	11
7	2133	113	3,88	0,33	300	25
8	2081	110	3,8	0,32	340	25
9	2081	110	3,78	0,32	332	29
10	1514	80	2,68	0,23	350	10
11	1875	99	3,53	0,3	363	11
12	1514	80	2,85	0,24	331	9
13	1496	79	2,53	0,21	405	13
14	1754	93	3,15	0,27	353	15
15	2167	115	4,03	0,34	339	26
16	1737	92	3,08	0,26	342	6
17	1273	67	2,2	0,19	364	6
18	1909	101	3,35	0,28	354	22
19	2356	125	4,33	0,36	349	27
20	1324	70	2,38	0,2	363	5

Tabelle A.4 Gemessene Werte des dynamischen Versuches mit 30 mm x 30 mm x 1700 mm Vierkantrohren

Proben- nummer	Kraft in N [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durch- biegung [mm]	Dehnung [mm/m]	E-Modul [GPa]	Anzahl Bruchstücke
1	4180	146	3,79	0,46	314	16
2	2520	88	2,36	0,29	309	21
3	4380	153	4,14	0,50	317	9
4	3240	114	3,14	0,38	292	17
5	2100	74	2,07	0,25	304	23
6	3360	118	3,11	0,38	320	11
7	3860	135	3,82	0,46	292	25
8	2780	97	2,86	0,35	282	25
9	2780	97	2,64	0,32	313	29
10	3920	137	3,36	0,41	324	10
11	3800	133	3,75	0,45	291	11
12	3800	133	3,68	0,45	308	9
13	3140	110	3,00	0,36	310	13
14	4120	144	4,11	0,50	298	15
15	4060	142	4,11	0,50	286	26
16	3720	130	3,79	0,46	284	6
17	4460	156	4,04	0,49	329	6
18	3340	117	3,29	0,40	304	22
19	3900	137	3,89	0,47	298	27
20	4200	147	3,89	0,47	315	5

Tabelle A.5: Gemessene Werte des dynamischen Versuches mit 43,5 mm x 30,2 mm
x 1550 mm Rundrohren

Proben- nummer	Kraft [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durchbiegung f [mm/m]	Dehnung ϵ [mm/m]	E-Modul [GPa]
L1	910	165	0,30	0,49	348
L2	876	159	0,31	0,51	322
L3	838	152	0,27	0,45	353
L4	876	159	0,30	0,54	338
L5	838	152	0,26	0,44	361
L6	910	165	0,31	0,56	331
L7	717	130	0,25	0,44	328
L8	832	151	0,30	0,50	321
L9	678	123	0,24	0,40	324
L10	843	153	0,30	0,54	318
L11	838	152	0,30	0,55	314
L12	854	155	0,31	0,53	319
L13	717	130	0,24	0,41	336
L14	871	158	0,30	0,53	327
L15	838	152	0,31	0,53	309
L16	744	135	0,28	0,47	308
R33	799	145	0,27	0,44	341
R34	832	151	0,28	0,47	343
R35	827	150	0,27	0,47	343
R36	932	169	0,30	0,51	354
R37	772	140	0,26	0,45	342
R38	910	165	0,31	0,55	331
R39	915	166	0,31	0,50	342
R40	959	174	0,33	0,57	329
R41	981	178	0,34	0,60	326
R42	838	152	0,29	0,51	329
R43	915	166	0,31	0,51	342
R44	882	160	0,30	0,52	333
R45	843	153	0,27	0,47	350
R46	788	143	0,28	0,50	321
R47	788	143	0,29	0,53	307
R48	750	136	0,27	0,47	315
O65	932	169	0,33	0,55	320
O66	893	162	0,31	0,52	325
O67	926	168	0,32	0,55	325
O68	827	150	0,29	0,48	326
O69	871	158	0,30	0,50	336
O70	722	131	0,26	0,42	322
O71	810	147	0,28	0,47	326
O72	843	153	0,29	0,49	331
U81	860	156	0,30	0,50	331
U82	700	127	0,25	0,43	323
U83	695	126	0,24	0,42	324
U84	761	138	0,27	0,44	327
U85	612	111	0,23	0,40	310
U86	1036	188	0,36	0,60	330
U87	706	128	0,27	0,44	298
U88	612	111	0,21	0,36	332

Tabelle A.6 : Gemessene Werte des dyn. Versuches mit sandgestrahlten Standardproben

Proben- nummer	Kraft [N]	Bruch- spannung [MPa]	Durchbiegung f [mm/m]	Dehnung ϵ [mm/m]	E-Modul [GPa]
L17	1604	291	0,50	0,81	369
L18	1681	305	0,50	0,83	381
L19	1632	296	0,49	0,80	381
L20	1544	280	0,47	0,77	372
L21	1725	313	0,51	0,83	384
L22	1858	337	0,55	0,90	388
L23	1758	319	0,53	0,85	378
L24	1444	262	0,44	0,72	375
L25	1483	269	0,44	0,71	384
L26	1599	290	0,49	0,79	373
L27	1803	327	0,54	0,90	382
L28	1885	342	0,56	0,91	386
L29	1588	288	0,48	0,78	378
L30	1450	263	0,44	0,73	374
L31	1577	286	0,47	0,79	379
L32	1599	290	0,48	0,79	380
R49	1356	246	0,41	0,73	378
R50	1472	267	0,46	0,75	368
R51	1499	272	0,45	0,75	377
R52	1461	265	0,44	0,73	375
R53	1588	288	0,48	0,79	375
R54	1185	215	0,37	0,61	362
R55	1229	223	0,38	0,64	369
R56	1444	262	0,45	0,74	370
R57	1329	241	0,41	0,67	372
R58	1577	286	0,48	0,79	377
R59	1582	287	0,47	0,77	380
R60	1312	238	0,40	0,65	377
R61	1356	246	0,41	0,69	373
R62	1538	279	0,46	0,77	380
R63	1874	340	0,56	0,93	382
R64	1279	232	0,39	0,65	374
O73	1389	252	0,41	0,68	384
O74	1720	312	0,50	0,82	393
O75	1615	293	0,47	0,78	390
O76	1571	285	0,47	0,78	378
O77	1643	298	0,49	0,79	386
O78	1450	263	0,44	0,73	376
O79	1477	268	0,44	0,72	379
O80	1483	269	0,44	0,71	386
U89	1764	320	0,53	0,86	380
U90	1295	235	0,39	0,65	375
U91	1466	266	0,44	0,72	380
U92	1527	277	0,45	0,74	385
U93	1472	267	0,45	0,73	377
U94	1582	287	0,47	0,78	380
U95	1571	285	0,47	0,78	381
U96	1775	322	0,52	0,87	386

Tabelle A.6 : Gemessene Werte des dyn. Versuches mit polierten Standardproben

Anhang B: Herleitung der g_c -Funktion nach Evans und Fuller

Mit Hilfe des Konzeptes der stabilen Rißausbreitung aus der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM) kann auch das stabile unterkritische Rißwachstum keramischer Werkstoffe (Bereich II der Abbildung 2.2) beschrieben werden. Unterkritisches Rißwachstum von Keramiken wird bei schwingender Belastung (siehe Kapitel 2) und bei konstanter Last beobachtet. Nachfolgend wird die Umrechnungsfunktion von Evans und Fuller /12/ entwickelt, mit der Bruchzeiten von zyklostatischen und dynamischen Versuchsreihen miteinander verglichen werden können. Dabei wird vorausgesetzt, daß die Mechanismen für statisches und zyklisches Rißwachstum gleich sind.

Wird die Rißwachstumsgeschwindigkeit bei statischer Belastung in Abhängigkeit des Spannungsintensitätsfaktors aufgetragen, ergibt sich der in Abbildung 2.2 abgebildete Kurvenverlauf. Der Spannungsintensitätsfaktor wird nach Gleichung 2.1 berechnet. Der Kurvenverlauf in Abbildung 2.2 kann in drei Bereiche eingeteilt werden. Wird eine Probe mit einer Anfangsrilnge a_{I0} belastet, tritt eine Rißverlängerung erst bei berschreiten einer Mindestspannung (Schwellwert K_{I0}) ein (Bereich I). Im Bereich II kann der Zusammenhang zwischen Rißgeschwindigkeit und Spannungsintensität durch ein Potenzgesetz (Gl. 2.3) beschrieben werden. Dieses Verhalten wird als stabiles unterkritisches Rißwachstum bezeichnet. Bei weiterem Anstieg der Spannungsintensität erhöht sich die Rißgeschwindigkeit weiter, bis bei Erreichen des kritischen Spannungsintensitätsfaktors K_{IC} instabiles Rißwachstum eintritt (Bereich III).

$$v = \frac{da}{dt} = A \cdot K_I^n \quad (2.3)$$

Der Vorfaktor A und der Exponent n sind werkstoffabhängige Konstanten. Bei Siliciumcarbiden wurden Rißausbreitungsparameter n zwischen 40 (HIP-SiC, Brugger /34, 35/) und 1000 (SiSiC, Pabst /43/) gemessen. Setzt man die allgemeine K_I - Gleichung:

$$K_I = \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{a \cdot \pi} \quad (2.1)$$

in (Gl. 2.3) ein, erhält man die folgende Integralgleichung:

$$A^{-1} Y^{-n} \int a^{-n/2} da = \int \sigma(t)^n dt \quad (B.1)$$

Der mittlere Term ist von der Zeit und der Art der Belastung (zyklostatisch bzw. dynamisch) unabhängig. Er beschreibt die Rißverlängerung einer Probe mit dem Formfaktor Y. Die

Gleichung B.1 wird für die zyklostatische und statische Belastungen erstellt und über den Reißfortschritt um einen festen Betrag Δa (mittlerer Term von B.1) gleichgesetzt.

Zunächst werden die zeitabhängigen Spannungsintegrale für die beiden Belastungsfälle bestimmt. Für statische Belastungen gilt:

$$\sigma(t) = \sigma_s = \text{konst.} \quad (2.2)$$

Bei zyklostatischer Belastung wird die Spannung $\sigma(t)$ durch eine allgemeine Schwingungsgleichung

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_s \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.11)$$

mit:	σ_m :	Mittelspannung	σ_s :	Amplitude
	ω :	Kreisfrequenz	t:	Zeit

beschrieben.

Teilt man in Gleichung 2.11 $\sigma(t)$ durch die Mittelspannung und potenziert mit dem Reißausbreitungsparameter n , so erhält man:

$$\left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_m} \right)^n = (1 + \zeta \sin(\omega \cdot t))^n \quad (B.2)$$

$$\text{mit:} \quad \zeta = \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \quad (B.3)$$

Die Bruchzeit t_c läßt sich auch schreiben als:

$$t_c = (N + \delta) \cdot \lambda \quad (B.4)$$

N:	Lastspielzahl bis zum Bruch	δ :	Bruchteil einer Schwingung
λ :	Periodendauer		

Setzt man Gleichung B.4 als obere Grenze in den rechten Term von Gleichung B.1 ein, erhält man durch geeignetes Erweitern:

$$\int_0^{t_c=(N+\delta)\lambda} \sigma(t)^n dt = (\sigma_m)^n \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_m} \right)^n dt t_c \left(\frac{\frac{\int_0^\lambda (\sigma(t))^n dt}{\lambda}}{\frac{N}{N+\delta} + \frac{\frac{\int_0^\lambda (\sigma(t))^n dt}{\lambda}}{N+\delta}} \right) =$$

(B.5)

$$\Rightarrow \int_0^{t_c=(N+\delta)\lambda} \sigma(t)^n dt = (\sigma_m)^n g_c t_c \left(\frac{\frac{\int_0^\lambda (\sigma(t))^n dt}{\lambda}}{\frac{N}{N+\delta} + \frac{\frac{\int_0^\lambda (\sigma(t))^n dt}{\lambda}}{N+\delta}} \right)$$

(B.6)

dabei ist g_c unter Berücksichtigung von Gl (B.2):

$$g_c = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma_m} \right)^n dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda (1 + \zeta \sin(\omega \cdot t))^n dt \quad (B.7)$$

Die Bruchzeit t_s für den statischen Belastungsfall mit $\sigma(t) = \sigma_s$ wird berechnet durch Auflösen der Integralgleichung B.1:

$$t_s = \frac{2}{(n-2)AY^2\sigma_s^2K_{IS}^{n-2}} \left[1 - \left(\frac{K_{IS}}{K_{IC}} \right) \right] \quad (B.8)$$

mit dem Spannungsintensitätsfaktor im statischen Fall:

$$K_{IS} = Y \sigma_s \sqrt{a_s} \quad (B.9)$$

Bildet man Gleichung B.1 jeweils für den statischen und den zyklischen Belastungsfall und setzt diese Beziehungen gleich (Vergleichskriterium: gleicher Rißfortschritt unabhängig von der Belastungsart), so erhält man mit Gleichungen B.8 und B.9 für:

$$N \gg 1 \text{ und } \zeta \leq \frac{K_{IC} - K_{II}}{K_{IC} + K_{II}} \quad (B.10)$$

mit:

K_{IC} : Bruchzähigkeit

K_{II} : Spannungsintensitätsfaktor des Anfangsrisses i

eine Beziehung zwischen der Bruchzeit bei zyklischer Belastung t_c und der Bruchzeit bei statischer Belastung t_s :

$$\frac{t_c}{t_s} = g_c^{-1} \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_m} \right)^n \quad (B.11)$$

mit:

$$g_c = \sum_{i=0}^{(n/2)_T} \left(\frac{n!}{(n-2i)(i!)^2} \right) \left(\frac{\zeta}{2} \right)^{2i} \quad (B.12)$$

und:

$(n/2)_T$: ganzzahliger Anteil von $n/2$.

Die Gleichung für g_c (B.12) wird durch Reihenentwicklung aus der Gleichung B.2 berechnet.

Die Gleichung B.2 als Reihenentwicklung mit Binominalkoeffizienten nach Moivre /70/ lautet:

$$\left[\frac{\sigma}{\sigma_m} \right]^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \zeta^k \sin^k(\omega \cdot t) \quad (B.13)$$

Eine Sinusschwingung kann auch durch folgende Funktionsgleichung beschrieben werden:

$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{1}{2i} (e^{-i\omega t} - e^{i\omega t}) \quad (B.14)$$

Nach potenzieren von (B.14) mit k , ergibt sich eingesetzt in (B.13):

$$\left[\frac{\sigma}{\sigma_m} \right]^n = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^k \binom{n}{k} \binom{k}{l} \left(\frac{\zeta}{2i} \right) (-1)^k e^{i(k-2l)\omega t} \quad (\text{B.15})$$

$$\left[\frac{\sigma}{\sigma_m} \right]^n = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^k \binom{n}{k} \binom{k}{l} \left(\frac{\zeta}{2i} \right) (-1)^k \delta_{k,2l} \quad (\text{B.16})$$

$$\text{mit } \delta_{k,2l} = \begin{cases} 1 & \text{für } k = 2l \\ 0 & \text{für } k \neq 2l \end{cases} \quad (\text{Kronecker Kriterium})$$

Falls $1 \leq k \leq n$, $k=2l$ und $l \leq n/2$ folgt aus (B.13) und (B.16)

$$g_c = \sum_{j=0}^{(n/2)_T} \left(\frac{n!}{(n-2j)(j!)^2} \right) \left(\frac{\zeta}{2} \right)^{2j} \quad (\text{B.12})$$

mit: $(n/2)_T$: ganzzahliger Anteil von $n/2$.

Anhang C: Herleitung einer Umrechnungsfunktion zum Vergleich dynamischer und zyklodynamischer Versuche (nach Bornhauser et al.)

Bornhauser, Lauf und Tradinik /14, 15/ haben eine Umrechnungsfunktion entwickelt, mit der Bruchzeiten aus dynamischen und zyklodynamischen 4-Punkt-Biegeversuchen miteinander verglichen werden können.

Die Herleitung des Integrals B.1 aus dem Konzept der linearen Bruchmechanik wurde bereits ausführlich in Anhang B beschrieben.

$$A^{-1}Y^{-n} \int_0^{a_i} a^{-n/2} da = \int_0^{t_{\text{Bruch}}} \sigma(t)^n dt \quad (\text{B.1})$$

Nach Auflösung des Integrals nach a wird aus Gl. B.1:

$$\frac{-2}{AY^n(n-2)} (a_i)^{\left(\frac{n-2}{2}\right)} = \int_0^{t_{\text{Bruch}}} (\sigma(t))^n dt \quad (\text{C.1})$$

Nach potenzieren von Gleichung 2.1 mit $(n-2)$, erhält man für den kritischen Spannungsintensitätsfaktor bei kritischer Spannung σ_{IC} einer Rißlänge a_i :

$$(K_{\text{IC}})^{n-2} = (\sigma_{\text{IC}})^{n-2} \cdot Y^{n-2} \cdot (\sqrt{a_i})^{n-2} \quad (\text{C.2})$$

bzw. nach a aufgelöst:

$$(a_i)^{\frac{n-2}{2}} = \frac{(\sigma_{\text{IC}})^{n-2} Y^{n-2}}{(K_{\text{IC}})^{n-2}} \quad (\text{C.3})$$

Mit (C.3) in (C.1) ergibt sich:

$$\frac{-2}{AY^2(n-2)(K_{\text{IC}})^{n-2}} (\sigma_{\text{IC}})^{n-2} = \int_0^{t_{\text{Bruch}}} (\sigma(t))^n dt \quad (\text{C.4})$$

Mit

$$B = \frac{-2}{AY^2(n-2)(K_{\text{IC}})^{n-2}} \quad (\text{C.5})$$

verkürzt sich Gleichung (C.4) zu

$$B(\sigma_{\text{IC}})^{n-2} = \int_0^{t_{\text{Bruch}}} (\sigma(t))^n dt \quad (\text{C.6})$$

Für die entsprechenden Belastungsfälle lauten die Gleichungen

zyklodynamisch:

$$B(\sigma_{IC})^{n-2} = \int_0^{t_{zd}} (\sigma_{zd}(t))^n dt \quad (C.7)$$

dynamisch:

$$B(\sigma_{IC})^{n-2} = \int_0^{t_d} (\sigma_d(t))^n dt = \int_0^{t_d} (\dot{\sigma} \cdot t)^n dt = \frac{(\dot{\sigma})^n t_d^{n+1}}{n+1} \quad (C.8)$$

Davon ausgehend, daß in beiden Versuchsreihen der Ermüdungseffekt vergleichbar ist, d.h. für Versuchsreihen beider Belastungsarten wird der kritische Spannungsintensitätsfaktor K_{IC} bei der gleicher kritischer Spannung σ_{IC} einer Rißlänge a_i erreicht.

Dann gilt (C.7) = (C.8) und man erhält:

$$\int_0^{t_{zd}} (\sigma_{zd}(t))^n dt = \frac{(\dot{\sigma})^n t_d^{n+1}}{n+1} \quad (C.9)$$

Wird die Versuchsdauer des dynamischen Versuches so festgelegt, daß die Bruchzeiten der dynamischen und zyklodynamischen Versuche gleich sind ($t_d = t_{zd}$), gilt:

$$\int_0^{t_{zd}} (\sigma_d(t))^n dt = \frac{\dot{\sigma} t_{zd}^{n+1}}{n+1} \quad (C.10)$$

Setzen von (C.7) = (C.8) und auflösen nach t_d/t_{zd} , ergibt die Umrechnungsfunktion für dynamische und zyklodynamische Versuche zu:

$$\frac{t_d}{t_{zd}} = \sqrt[n+1]{\frac{\frac{\dot{\sigma}^n}{n+1} \cdot t_{zd}^{n+1}}{\frac{\dot{\sigma}^n}{n+1} \cdot t_d^{n+1}}} = \sqrt[n+1]{\frac{\int_0^{t_{zd}} (\sigma_{zd}(t))^n dt}{\int_0^{t_d} (\sigma_d(t))^n dt}} = g_{cd} \quad (C.11)$$

Die Gleichung (C.11) ist formal noch abhängig von t_{cd} . Für hohe Frequenzen und lange Zeiten t_{zd} kann dieser Term innerhalb der Meßungenauigkeiten nicht mehr von (C.12) unterschieden werden:

$$g_{cd}(n, \sigma_0 / \dot{\sigma}) = \sqrt[n+1]{\lim_{t_{zd} \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{t_{zd}} (\sigma_{zd}(t))^n dt}{\int_0^{t_{zd}} (\sigma_d(t))^n dt}} \quad (C.12)$$

Somit ist eine Unabhängigkeit der g_{cd} -Funktion (Gl. C.12) von den der zyklodynamischen Bruchzeit gewährleistet.

Mit Gleichung (C.12) kann die zyklodynamische Lebensdauer mit folgender Beziehung aus der dynamischen berechnet werden:

$$t_{zd} = \frac{t_d}{g_{zd}(n, \sigma_{zd}(t))} \quad (C.13)$$

Anhang D: Herleitung einer Umrechnungsfunktion zum Vergleich zyklostatischer und zyklodynamischer Versuche

Da keramische Werkstoffe im allgemeinen einen hohen Exponenten n der v - K -Kurve (Gl. 2.15) bzw. m der da/dN -Kurve (Gl. 2.14) aufweisen, bewirken kleine Änderungen des K_I - bzw. des ΔK_I -Wertes extrem große Änderungen der Rißgeschwindigkeiten. Dies führt in der Praxis dazu, daß im zyklostatischen Versuch die Proben entweder direkt beim Anschwingen versagen, oder sie überstehen Versuchslastspielzahlen von 10^8 - 10^9 Schwingungen, ohne zu brechen. Man erhält dann bei einer Vielzahl von Versuchen nur wenige verwertbare Ergebnisse. Die Erstellung einer Wöhlerkurve ist äußerst schwierig. Zyklodynamische Versuche sind, wie bereits beschrieben, einfacher handhabbar, da jede Probe zu einem Meßwert führt. Zu prüfen ist, ob die zyklostatischen Versuche nicht durch zyklodynamische Versuche mit niedriger Belastungsgeschwindigkeit ersetzt und die Meßergebnisse mittels einer Umrechnungsfunktion in zyklostatische Ergebnisse übergeführt werden können. Zwischen diesen beiden Biegeversuchsarten ist jedoch bis jetzt keine entsprechende Umrechnungsfunktion ermittelt worden.

Ähnlich zu den g_c -Funktionen von Evans, Fuller /12/, Bornhauser, Lauf und Tradinik /14, 15/ lassen sich Funktionen bestimmen, die eine Umrechnung zwischen zyklischen Belastungsfällen ermöglichen und nachfolgend h -Funktionen genannt werden. Es gibt mehrere Beziehungen, die das Rißwachstum pro Lastzyklus beschreiben. Aus ihnen lassen sich daher auch verschiedene h -Funktionen berechnen.

Nachfolgend werden zwei Herleitungen vorgestellt, die von der Gleichung 2.13 in ihrer ursprünglichen und in einer modifizierten Form (Liu /13/, Gl. 2.15) ausgehen:

a) Die Paris-Erdogan-Gleichung zur Beschreibung des Rißfortschritts pro Lastspiel unter zyklostatischer Belastung lautet wie folgt:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m = C(K_{I,max} - K_{I,min})^m \quad (D.1)$$

a :	Rißlänge
N :	Lastspielzahl
ΔK_I :	Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Spannungsintensitätsfaktor einer Schwingperiode
$K_{I,max}$:	maximaler Spannungsintensitätsfaktor in einem Belastungszyklus
$K_{I,min}$:	minimaler Spannungsintensitätsfaktor in einem Belastungszyklus
C, m :	werkstoffabhängige Rißausbreitungsparameter

Eine zyklodynamische Schwingung läßt sich als Überlagerung einer zyklostatischen Schwingung mit einer Rampe (dynamische Belastung) beschreiben. Ist der Anstieg der

Mittellast pro Zeiteinheit während eines Lastzyklus ($\dot{\sigma} \cdot T = \frac{d\sigma}{dt} \cdot T$) im Vergleich zur Schwingbreite einer zyklostatischen Schwingung ($2 \cdot \sigma_a$) sehr klein, ist die Gültigkeit der Paris-Erdogan-Gleichung auch für zyklodynamische Schwingungen gewährleistet.

Setzen von Gleichung 2.1 in Gleichung D.1 ergibt:

$$\frac{1}{C \cdot \pi^{m/2}} \int_{a_{i0}}^{a_{ic}} \left(\frac{1}{a \cdot (Y(a))^m} \right)^{\frac{m}{2}} da = D = \int_{N_0}^{N_{max}} (\sigma_{max}(N) - \sigma_{min}(N))^m dN \quad (D.2)$$

mit:

a_{i0} :	Ausgangsrißlänge zu Beginn des Versuches
a_{ic} :	Rißlänge beim Bruch
N_0 :	Ausgangslastspielzahl (in der Regel 0)
N_{max} :	Bruchlastspielzahl
$\sigma_{max}(N)$:	Maximalspannung in Abhängigkeit von der Lastspielzahl
$\sigma_{min}(N)$:	Minimalspannung in Abhängigkeit von der Lastspielzahl
$Y(a)$:	Der Formfaktor Y ist normalerweise von der Rißlänge abhängig, wird aber im Schrifttum konstant gesetzt. In dieser Herleitung ist der Effekt aufgrund von Gleichung 3 unbedeutend

Der linke Term ist zeitunabhängig und daher bei gleichem Rißfortschritt für die zyklostatische und zyklodynamische Versuchsführung identisch. Dann gilt:

$$D_{\text{zyklodynamisch}} = D_{\text{zyklostatisch}} \quad (D.3)$$

Die allgemeine zyklodynamische Schwingungsgleichung lautet:

$$\sigma_{zd}(t) = \sigma_{m,zd} + \dot{\sigma}_{a,zd} \cdot t + \sigma_{a,zd} \sin(\omega \cdot t) \quad (D.4)$$

$\sigma_{zd}(t)$: zyklodynamische Schwingung
 $\sigma_{m,zd}$: Mittelspannung der zyklodynamischen Schwingung
 $\dot{\sigma}_{a,zd}$: Belastungsgeschwindigkeit der zyklodynamischen Schwingung
 $\sigma_{a,zd}$: Amplitude der zyklodynamischen Schwingung

Die Bruchzeit t_B kann man auch als Funktion der Lastspielzahl schreiben:

$$t_B = (N_B + \delta)T = (N_B + \delta) / \nu \quad (D.5)$$

t_B :	Bruchzeit	N_B :	Lastspielzahl bis zum Bruch
δ :	Bruchteil einer Schwingung	T :	Schwingungsdauer
ν :	Frequenz		

Die Schwingungsdauer läßt sich auch schreiben als:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} \quad (\text{D.6})$$

mit ω : Kreisfrequenz

Zur Lösung des Lastspielintegrals in Gleichung D.2 müssen noch die maximalen und minimalen Spannungen als Funktion der Lastspielzahl N bestimmt werden.

Die Sinusschwingung erreicht ihren Maximalwert bei $N = 1/4$ (siehe Abb. D.1).

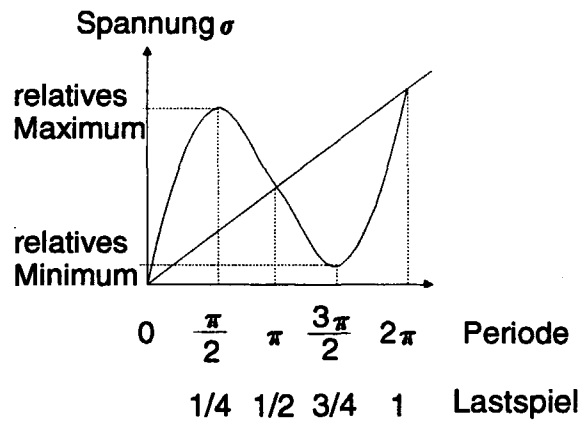


Abb. D.1: Zyklodynamische Schwingung

Somit folgt für das relative Maximum der Spannung:

$$\sigma_{\max, \text{zd}} = \frac{\dot{\sigma}_{\text{zd}} \left(N + \delta + \frac{1}{4} \right)}{\nu} + \sigma_{\text{s, zd}} \quad (\text{D.7})$$

Das größte Rißfortschrittsinkrement wird beim Trennen des Werkstoffs (Öffnen des Rißspaltes unter Zugbelastung) eingebracht. Dieser Vorgang erfolgt beim Anstieg vom Spannungsminimum zum Maximum. Das relative Minimum der Spannung liegt eine halbe Schwingung vor dem Maximum.

In diesem Falle gilt:

$$\sigma_{\min, \text{zd}} = \frac{\dot{\sigma}_{\text{zd}} \left(N + \delta - \frac{1}{4} \right)}{\nu} + \sigma_{\text{a, zd}} \quad (\text{D.8})$$

$$\Rightarrow (\sigma_{\max, \text{zd}} - \sigma_{\min, \text{zd}}) = \left(2 \cdot \sigma_{\text{a, zd}} + \frac{\dot{\sigma}_{\text{zd}}}{2 \cdot \nu} \right) \quad (\text{D.9})$$

In die rechte Seite von Gleichung D.2 eingesetzt, erhält man für die zyklodynamische Schwingung:

$$D_{\text{zyklodynamisch}} = \int_0^{N_{\max, \text{zd}}} (\sigma_{\max, \text{zd}} - \sigma_{\min, \text{zd}})^m dN = \left(2 \cdot \sigma_{\text{a, zd}} + \frac{\dot{\sigma}_{\text{zd}}}{(2 \cdot \nu)} \right)^m \quad (\text{D.10})$$

Für eine zyklostatische Schwingung gilt folgende Schwingungsgleichung:

$$\sigma(t) = \sigma_{\text{m, zst}} + \sigma_{\text{a, zst}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{D.11})$$

Die minimale und maximale Spannung während einer Periode betragen daher:

$$\sigma_{\max, \text{zst}} = \sigma_{\text{m, zst}} + \sigma_{\text{a, zst}} \quad (\text{D.12})$$

$$\sigma_{\min, \text{zst}} = \sigma_{\text{m, zst}} - \sigma_{\text{a, zst}} \quad (\text{D.13})$$

$$\Rightarrow (\sigma_{\max, \text{zst}} - \sigma_{\min, \text{zst}}) = 2 \cdot \sigma_{\text{a, zst}} \quad (\text{D.14})$$

durch Einsetzen in die rechte Seite von Gleichung D.2 erhält man:

$$D_{\text{zyklostatisch}} = \int_0^{N_{\max, \text{zst}}} (\sigma_{\max, \text{zst}} - \sigma_{\min, \text{zst}})^m dN = (2 \cdot \sigma_{\text{a, zst}})^m N_{\max, \text{zst}} \quad (\text{D.15})$$

Mit (D.10 und D.15) in (D.2) erhält man, nach $N_{\max, \text{zd}}$ bzw. $N_{\max, \text{zst}}$ aufgelöst:

$$N_{\max, \text{zd}} = \left(\frac{2 \cdot \sigma_{\text{a, zst}}}{2 \cdot \sigma_{\text{a, zd}} + \frac{\dot{\sigma}_{\text{zd}}}{(2 \cdot \nu)}} \right)^m N_{\max, \text{zst}} = h_1 N_{\max, \text{zst}} \quad (\text{D.16})$$

Die Umrechnungsfunktion h_1 ergibt aus dem Verhältnis der Lastspielzahlen $N_{\max,zst}$ und $N_{\max,zd}$:

$$h_1 = \frac{N_{\max,zst}}{N_{\max,zd}} = \left(\frac{2 \cdot \sigma_{s,zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{(2 \cdot \nu)}}{2 \cdot \sigma_{s,zst}} \right)^m \quad (D.17)$$

h_1 : Umrechnungsfaktor zyklostatisch-zyklodynamisch basierend auf der Paris-Erdogan-Gleichung

σ_s : Amplitude der Schwingung

$\dot{\sigma}_{zd}$: Belastungsgeschwindigkeit

ν : Frequenz der zyklodynamischen Schwingung

m : Exponent der Paris-Erdogan-Gleichung

Mit Hilfe dieser Funktion können die Lastspielzahlen aus zyklodynamischen Versuchen in entsprechende der zyklostatischen Testreihen und umgekehrt konvertiert werden.

b) An Werkstoffen, die ein geringes Ermüdungsverhalten zeigen, wurde festgestellt, daß der Rißfortschritt nicht nur von der Lastschwingbreite, sondern auch von der Maximallast abhängig ist. Für diesen Fall ist es sinnvoll, die Paris-Erdogan-Gleichung so umzuwandeln, daß auch der maximale K_I -Wert mit berücksichtigt wird. Es gibt mittlerweile eine Vielzahl von Varianten dieser Gleichung. Eine sinnvolle Version scheint die von S.Y. Liu, I.W. Chen /13/ zu sein. Eine Herleitung der h -Funktion aus dieser Variante wird im folgenden beschrieben.

Der Ansatz von Liu zur Beschreibung des Rißwachstum pro Lastzyklus lautet:

$$\frac{da}{dN} = A \cdot (K_{\max})^{m-2} (\Delta K) = A \cdot (K_{\max})^{m-2} (K_{\max} - K_{\min}) \quad (D.18)$$

setzt man in diese Gleichung $K_{\max}$ und $K_{\min}$ ein, so folgt analog zu Gleichung D.2:

$$D = \int (\sigma_{\max})^{m-2} (\sigma_{\min} - \sigma_{\max})^2 dN \quad (D.19)$$

Setzt man nun die Gleichung (D.14, bzw. D.9) in (D.19) ein, erhält man

für den zyklostatischen Fall:

$$D_{\text{zyklostatisch}} = \int_{N_{0,zst}}^{N_{\max,zst}} (\sigma_{\max,zst})^{m-2} (\sigma_{\max,zst} - \sigma_{\min,zst})^2 dN \quad (D.20)$$

$$= (\sigma_{m,zst} + \sigma_{s,zst})^{m-2} (2\sigma_{s,zst})^2 N_{\max,zst} \quad (D.21)$$

und für den zyklodynamischen Fall:

$$D_{\text{zyklodynamisch}} = \int_{N_{0,zd}}^{N_{\max,zd}} (\sigma_{\max,zd})^{m-2} (\sigma_{\max,zd} - \sigma_{\min,zd})^2 dN \quad (D.22)$$

$$= \int_{N_{0,zd}}^{N_{\max,zd}} \left(\frac{\dot{\sigma}_{zd} N}{\nu} + \sigma_{m,zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{4\nu} + \sigma_{s,zd} \right)^{m-2} \left(2\sigma_{s,zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{2\nu} \right)^2 dN \quad (D.23)$$

Es entspricht der allgemeinen Form:

$$= \int_{N_{0,zd}}^{N_{\max,zd}} (ax + b)^{m-2} (c)^2 dx \quad (D.24)$$

$$= \frac{c^2}{a(m-1)} (ax + b)^{m-1} \Big|_{N_{0,zd}}^{N_{\max,zd}} \quad (D.25)$$

mit (D.25) erhält man aus (D.23):

$$D_{\text{zyklodynamisch}} = \frac{\left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{2\nu} + 2\sigma_{s,zd} \right)^2}{\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} (m-1)} \left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} N_{\max,zd} + \sigma_{m,zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{4\nu} + \sigma_{s,zd} \right)^{m-1} - \frac{\left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{2\nu} + 2\sigma_{s,zd} \right)^2}{\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} (m-1)} \left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} N_{0,zd} + \sigma_{m,zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{4\nu} + \sigma_{s,zd} \right)^{m-1} \quad (D.26)$$

Mit (D.21) = (D.26) ergibt sich die Umrechnungsfunktion h_2 zu:

$$N_{\max,zst} = h_2 = a(b^{m-1} - c^{m-1}) \quad (D.27)$$

mit:

$$a = \frac{\left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{2\nu} + 2\sigma_{s,zd} \right)^2}{\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} (m-1)} \quad (D.28)$$

$$b = \left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} N_{\max, zd} + \sigma_{m, zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{4\nu} + \sigma_{s, zd} \right)^{m-1} \quad (D.29)$$

$$c = \left(\frac{\dot{\sigma}_{zd}}{\nu} N_{0, zd} + \sigma_{m, zd} + \frac{\dot{\sigma}_{zd}}{4\nu} + \sigma_{s, zd} \right)^{m-1} \quad (D.30)$$

Zur Wöhlerkurvenbestimmung werden die Lastschwingbreite (Wechselschwingversuch) bzw. die Oberlast (Schwellversuch) in Abhängigkeit von der Lastspielzahl N benötigt. Die Daten stammen aus zyklostatischen Versuchen. Mit Hilfe dieser Formel können zyklodynamische Lastspielzahlen in zyklostatische umgewandelt werden, so daß es möglich ist auch aus zyklodynamischen Versuchen eine Wöhlerkurve zu bestimmen.

Bei der klassischen Wöhlerkurvenbestimmung werden verschiedene Amplituden und Mittelspannungen gewählt und die von der Probe ertragenden Lastspiele bis zu einem Maximalwert, bei dem kein weiterer Ermüdungseinfluß angenommen wird (z.B. 10^7 bei Metallen), bestimmt. Mit Hilfe der genannten h -Funktionen h_1 und h_2 ist es möglich, mit gewählten Mittelspannungen und Amplituden einer zyklostatischen Schwingung (wie bei klassischem Wöhlerversuch) und den ebenso gewählten Schwingungsparametern (Mittelspannung, Amplitude, und Rampengeschwindigkeit) einer zyklodynamischen Versuchsreihe aus den erzielten zyklodynamischen Lastspielzahlen, die entsprechenden aus zyklostatischen Lastspielzahlen zu ermitteln. Aus diesen Ergebnissen lassen sich bei bekanntem Reißausbreitungsparameter m Wöhlerkurven aus zyklodynamischen Versuchen bestimmen.

Anhang E: Statistik

Anhang E.1: Die Weibull-Statistik

Mit Hilfe der "Methode des schwächsten Kettengliedes" wird versucht, eine Aussage über das Bruchverhalten eines keramischen Werkstoffes zu erhalten. Hierbei wird davon ausgegangen, daß Fehlstellen, wie Poren, Einschlüsse, Kerben etc. gleichmäßig über das Werkstück verteilt sind. Fehlstellen, die größer als das Werkstück sind oder die das Werkstück schon bei Herstellung versagen lassen, werden ausgeschlossen.

Die aus einer Versuchsreihe ermittelten Bruchfestigkeiten werden geordnet und mit den Bruchwahrscheinlichkeiten $P_{f,i}$ als Gewichtungsfaktoren versehen. In der doppeltlogarithmischen Darstellung (Weibullplot) kann die Verteilung der Bruchwahrscheinlichkeit als Funktion der Bruchfestigkeit in Form einer Geraden dargestellt werden. Die Steigung der Geraden wird als Weibullmodul bezeichnet. Je höher der Weibullmodul ist, desto geringer ist die Streubreite der Bruchfestigkeiten.

Die Bruchwahrscheinlichkeiten werden für die einzelnen Versagensursachen (Oberflächenfehler oder Volumenfehler) getrennt angegeben. Bei Zugversuchen wird primär volumenfehlerbedingtes, bei Biegeversuchen hauptsächlich oberflächenfehlerbedingtes Versagen beobachtet. Abgesehen von leichten Spannungserhöhungen treten im 4-Punkt-Biegeversuch die höchsten Spannungen in der Probe zwischen den inneren beiden Auflagern auf. In der Mitte der Probe liegt die neutrale Faser, die spannungsfrei ist. Die Spannungsverteilung ändert sich linear über den Querschnitt (Abb. E.1). Oberhalb der neutralen Faser wird reine Druckspannung, unterhalb reine Zugspannung beobachtet. Da keramische Werkstoffe eine niedrigere Zug- als Druckfestigkeit haben, geht der Bruch der Probe in der Regel von der mit Zugspannung am höchsten belastete Probenunterseite aus. Daher ist es ausreichend, die das Bruchverhalten beschreibende Weibull-Statistik auf die Zugseite zu beschränken. Es wurden auch weitere Modelle bzw. Modifikationen zu dieser Statistik entwickelt, die sich jedoch wegen ihres komplizierten Aufbaus nicht allgemein durchgesetzt haben [71, 72, 73].

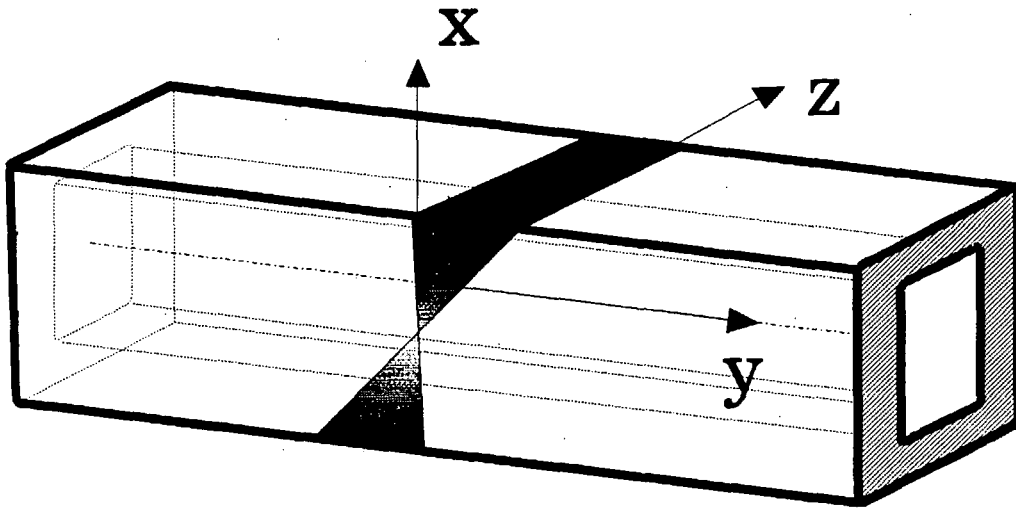


Abb. E.1: Spannungsverteilung im 4-Punkt-Biegeversuch

Volumenbedingtes Versagen:

Nach dem Weibullischen Modell wird die Bruchwahrscheinlichkeit P_f für ein Material mit einem Volumen V unter einer Spannung σ ermittelt.

Die dreiparametrische Verteilungsfunktion $F(\sigma)$ für den einachsigen Zugspannungszustand bei einem Volumenfehler lautet:

$$P_f = F(\sigma) = 1 - \exp \left(- \frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (E.1)$$

- σ_u : Schwellspannung
- σ_0 : Normierungsfaktor bzw. Skalenfaktor
- m : Weibullmodul
- V : Volumen
- V_0 : Normierungsvolumen
- σ : Bruchspannung

Versagen aufgrund eines Oberflächenfehlers:

Die Bruchwahrscheinlichkeit P_f für Versagen aufgrund eines Oberflächenfehlers wird für ein Material mit einer Oberfläche A unter einer Spannung σ ermittelt.

Die **dreiparametrische Verteilungsfunktion** $F(\sigma)$ bei einem Oberflächenfehler lautet entsprechend:

$$P_f = F(\sigma) = 1 - \exp \left(- \frac{A}{A_0} \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (E.2)$$

- σ_u : Schwellspannung
- σ_0 : Normierungsfaktor bzw. Skalenfaktor
- m : Weibullmodul
- A : Oberfläche
- A_0 : Normierungsoberfläche
- σ : Bruchspannung

Definitionen:

Schwellspannung σ_u :

Unter der Schwellspannung versteht man die Spannung, unterhalb der das Bruchrisiko gleich Null ist. Für eine konservative bzw. sichere Abschätzung wird dieser Wert gleich Null gesetzt.

Weibullmodul m :

Der Weibullmodul ist bei konstanter Schwellspannung und konstantem Normierungsfaktor ein Maß für die Streuung der Bruchspannungen. Je höher der Wert für m ist, desto geringer ist die Streuung. Er beeinflusst die 'Schiefe' (skewness) der Verteilungsfunktion.

Normierungsfaktor σ_0 :

Der Normierungsfaktor σ_0 beeinflusst den Mittelwert einer Verteilung und deren Streuung.

In der nichtlogarithmischen Darstellung ist die Weibullverteilung als sigmoidale Kurve erkennbar. Der Einfluß von unterschiedlichen Weibullmoduli m ist in Abbildung E.2 zu sehen. Bei einem hohen Modul ist der Bereich möglicher Bruchfestigkeiten kleiner und die Steigung der Kurve höher als bei niedrigerem m . Der Normierungsfaktor σ_0 kann als mittlere Bruchfestigkeit interpretiert werden. Der Einfluß unterschiedlicher Normierungsfaktoren ist in Abbildung E.3 dargestellt.

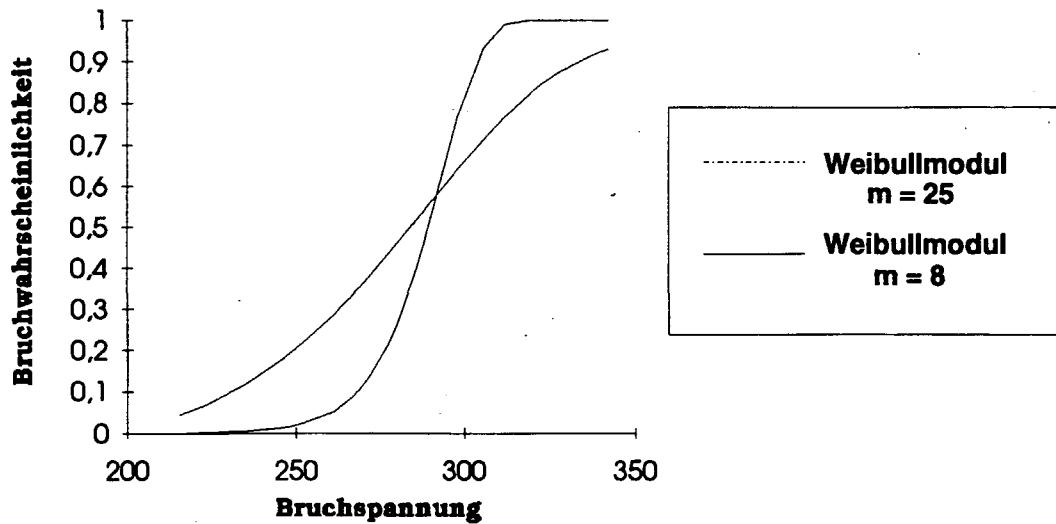


Abb. E.2: Weibullverteilung von SiC für verschiedene Weibullmoduli m

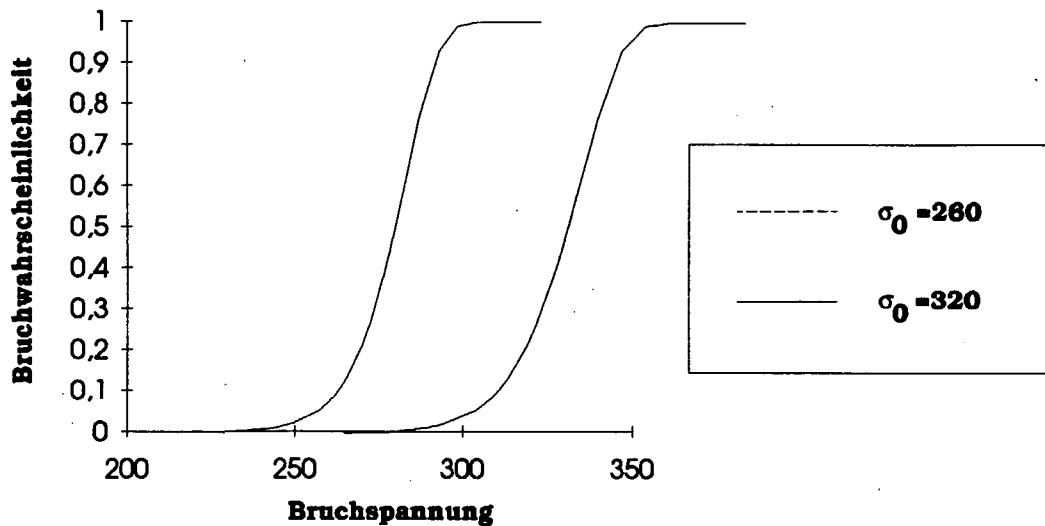


Abb. E.3: Weibullverteilung von SiC bei unterschiedlichen Normierungsfaktoren σ_0

Setzt man die Schwellspannung σ_u auf Null (physikalische Begründung: es wird keine Mindestspannung angenommen, bei der das Bruchrisiko gleich Null ist $\Rightarrow$ konservative Abschätzung) und normiert das Volumen zu $V = V_0$ bzw. die Oberfläche $A = A_0$ (physikalische Begründung: allgemeine durch Oberflächenfehler bzw. Volumenfehler unabhängige Auswertung) ergibt sich aus der Gleichung (E.1) die

zweiparametrische Weibull-Gleichung:

$$P_f = F(\sigma) = 1 - \exp\left((-1) \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right) \quad (\text{E.3})$$

Leitet man die Verteilungsfunktion ab erhält man die Verteilungsdichte $f(\sigma)$:

$$f(\sigma) = \frac{dF(\sigma)}{d\sigma} \equiv \frac{dP_f}{d\sigma} = \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{m-1} \exp\left((-1) \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right) \quad (\text{E.4})$$

Zur Darstellung der Verteilungsfunktionen Gleichungen E.1 - E.3 müssen zuvor noch die Weibullparameter m , σ_0 , σ_u aus den Versuchsreihen ermittelt werden.

E.1.1 Ermittlung der Weibullparameter

Die Ermittlung der Weibull-Parameter erfolgt durch statistische Analysen. Aus den Festigkeitswerten von N unter gleichen Bedingungen getesteten Proben werden mit Hilfe eines Abschätzverfahrens die benötigten Werte berechnet. Die drei bekanntesten Abschätzverfahren sollen im folgenden kurz erläutert werden.

Die lineare Regression

Durch doppeltes Logarithmieren der Gleichung (E.3) erhält man eine Geradengleichung der Form:

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_f}\right)\right) = m \cdot \ln(\sigma_i) - m \cdot \ln(\sigma_0) \quad (\text{E.5})$$

Gemäß der allgemeinen Geradengleichung $y = a \cdot x + b$ entspricht der Weibullmodul m der Steigung a der Geraden und $b = -m \cdot \ln(\sigma_0)$ stellt für $y = 0 = \text{const.}$ den Ordinatenabschnitt der Geraden dar.

Für die Berechnung der Parameter m und σ_0 werden sämtliche ermittelten Bruchspannungen der Größe nach geordnet. Je nach Häufigkeit gleicher Bruchspannungen erhalten die einzelnen Meßwerte σ_i einen Gewichtungsfaktor zwischen 0 und 1. Dieser wird auch Bruchwahrscheinlichkeit $P_{f,i}$ genannt.

In der Literatur /74, 75, 76, 77/ finden folgende Gleichungen Verwendung:

$$P_{f,a} = \frac{n-0,5}{N} \quad (\text{E.6})$$

$$P_{f,b} = \frac{n}{N+1} \quad (\text{E.7})$$

$$P_{f,c} = \frac{n-0,3}{N+0,4} \quad (\text{E.8})$$

$$P_{f,d} = \frac{n-0,25}{N+0,25} \quad (\text{E.9})$$

wobei:

n = Ordnungszahl i aus den Meßwerten

N = Gesamtzahl der Proben

Ist jedem σ_i ein $P_{f,i}$ zugeordnet, werden mit Hilfe der Gleichungen (E.6) oder (E.7) die Weibull-Parameter m und σ_0 bestimmt.

Die Momenten-Methode

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Weibullparameter bietet die Momenten-Methode. Ein gegebener Datensatz, der sich um einen Zentralpunkt häuft, kann mit weniger Daten beschrieben werden, die aus den Momenten des Datensatzes berechnet werden. Das i -te Moment einer Verteilung wird aus der Summe der i -ten Potenz der einzelnen Datenpunkte gebildet. So entspricht z.B. das erste Moment einer Verteilung, multipliziert mit dem Normierungsfaktor $1/N$, dem Mittelwert des Datensatzes.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (\text{E.10})$$

Das zweite Moment beschreibt die Varianz bzw. Dispersion der Verteilung:

$$VAR(\sigma_1, \dots, \sigma_N) = S^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 \quad (\text{E.11})$$

$$S_\sigma(\sigma_1, \dots, \sigma_N) = \sqrt{\text{Varianz}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (\sigma_i - \bar{\sigma})^2} \quad (\text{E.12})$$

In der Momentenmethode werden der Mittelwert $\bar{\sigma}$ und die Standardabweichung S_σ der Weibullverteilung theoretisch berechnet und gleich dem Mittelwert bzw. der Standardabweichung aus den N experimentell ermittelten Bruchspannungen gesetzt. Bildet man nun den Variationskoeffizienten $S_\sigma / \bar{\sigma}$, erhält man eine Gleichung mit drei Unbekannten.

$$\text{Variationskoeffizient} \equiv \frac{S_{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \frac{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (\text{E.13})$$

wobei Γ die Gaußsche Gamma-Funktion ist.

Da S_{σ} und $\bar{\sigma}$ aus den experimentell ermittelten Daten berechnet werden, kann die Gleichung für m gelöst werden (z.B. graphisch oder iterativ /78/).

Ist m aus (E.13) bestimmt worden, erhält man σ_0 aus:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (\text{E.14})$$

Somit ist die Weibull-Verteilung bekannt.

Die Maximum-Likelihood-Methode

Im Rahmen der "Maximum-Likelihood-Methode" wird die größte Wahrscheinlichkeit dafür ermittelt, daß die geschätzten Weibullparameter m und σ_0 genau dem aus der Stichprobe der den gemessenen Daten berechneten Mittelwerten entspricht.

Die Gesamtwahrscheinlichkeit f_N mit der Maßgabe, daß N Proben gleichzeitig unter verschiedenen voneinander unabhängigen Spannungen $(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n)$ brechen, ist gegeben durch das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten $f(\sigma_i)$, daß eine Probe bei den Spannungen $(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n)$ bricht. Daraus folgt:

$$f_N = f(\sigma_1) \dots f(\sigma_i) \dots f(\sigma_n) = \prod_{i=1}^N f(\sigma_i).$$

Diese Gesamtwahrscheinlichkeit wird als sogenannte "Likelihood-Funktion" definiert:

$$f_N \equiv L = \prod_{i=1}^N f(\sigma_i) \quad (\text{E.15})$$

L: Likelihood-Funktion $f(\sigma_i)$: Wahrscheinlichkeit, daß eine Probe bei den Spannungen $(\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n)$ bricht

Die höchste Wahrscheinlichkeit, daß N Proben genau bei den experimentell gemessenen σ_i brechen, d.h. daß die Stichprobe der geschätzten Weibullparameter m und σ_0 genau den aus den Experimenten (d.h. aus der Stichprobe) berechneten Mittelwerte entsprechen, wird durch Maximierung der Likelihood-Funktion mit den geschätzten m und σ_0 gefunden.

Dazu leitet man die Likelihood-Funktion partiell nach m und σ_0 ab und setzt die Ableitungen gleich 0. Ähnlich wie bei der Momentenmethode ergibt sich ein Zusammenhang, der nur von dem Weibullmodul m und den gemessenen Bruchspannungen σ_i abhängt:

$$g(m) = \frac{N}{m} + \sum \ln(\sigma_i) - N \cdot \frac{\sum \sigma_i^m \ln \sigma_i}{\sum \sigma_i^m} = 0 \quad (\text{E.16})$$

Gleichung E.16 ist nicht analytisch lösbar. Sie muß numerisch gelöst werden.

Ist der Weibull-Parameter bestimmt, ergibt sich der Normierungsfaktor σ_0 aus:

$$\sigma_0 = \left(\frac{\sum \sigma_i^m}{N} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (\text{E.17})$$

Mit den auf diese Weise berechneten Weibull-Parametern m und σ_0 ist die Wahrscheinlichkeit, daß die N Proben bei den experimentell ermittelten Spannungen brechen, maximal. Die Weibull-Verteilungsfunktion wird so optimal an die Versuchsergebnisse angepaßt.

In der Literatur wird i.a. die Maximum-Likelihood-Methode zur Auswertung von 4-Punkt-Biegeversuchen verwendet.

Vergleich der Auswerteverfahren:

Khalili und Kromp /79/ verglichen mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation die Verfahren der linearen Regression, der Momenten-Methode und der Maximum-Likelihood-Methode und stellte fest, daß zur einer guten Charakterisierung keramischer Werkstoffe eine Mindestzahl von 30 Proben erforderlich ist. Ferner wurde gezeigt, daß die Maximum-Likelihood-Methode das Abschätzverfahren mit der geringsten Abweichung von den wahren Materialparametern für alle Stichprobengrößen ist, obwohl das Verfahren eher zu einer Überschätzung (in 60% der betrachteten Fälle) als Unterschätzung (in 40% der betrachteten Fälle) der Weibull-Parameter führt. Die lineare Regression mit der in der Literatur häufig verwendeten Definition der Bruchwahrscheinlichkeit $P_{f,b}$ liefert deutlich öfter eine Unterschätzung der Materialparameter. Der Weibullmodul, der ein Maß für die Streuung darstellt, ist nach einer Abschätzung mit Hilfe der linearen Regression kleiner als nach der Maximum-Likelihood-Methode. Daher wird anstelle von $P_{f,b}$ die Definition $P_{f,a}$ empfohlen, die eine gleichmäßigere Streuung um die wahren Werte liefert.

Bongartz und Schuster /80, 81/ zeigten in einer weiteren Untersuchung, daß zur Bewertung der Bruchfestigkeiten keramischer Bauteile 100 Versuche an kostengünstigen Rechteckproben der Dimension 3,5 mm x 4,5 mm x 50 mm und 3 Bauteilversuche ausreichen, um die technische Bruchwahrscheinlichkeit auf 10^{-6} sicher abschätzen zu können.

Anhang F: Herleitung der Übertragungsfunktion für Festigkeitskennwerte

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden 4-Punkt-Biegetests an verschiedenen SiSiC-Profilen durchgeführt mit dem Ziel, Festigkeitskennwerte von einer Probengeometrie auf bauteilähnliche Geometrien zu übertragen. Zur Auswertung wird die Weibullstatistik herangezogen, die bereits in Anhang E näher beschrieben wurde.

Nach Lindner /82/ ist die Übertragbarkeit der Festigkeitswerte von einem Bauteil zum anderen gewährleistet, wenn die entsprechenden Bruchwahrscheinlichkeiten der zwei- bzw. dreiparametrischen Verteilungsfunktion vergleichbar sind.

Bei einem 4-Punkt-Biegetest kann Versagen durch Defekte oder Fehlstellen innerhalb des Volumens oder an der Oberfläche der Prüfkörper auftreten. Aus diesem Grund muß die Übertragungsfunktion für beide Versagensarten hergeleitet werden.

F.1 Volumenfehlerbedingtes Versagen:

Ist in einem Prüfkörper die Spannung eine Funktion des Ortes, ergibt sich für die Verteilungsfunktion (Gl. E.1), wenn die Bruchwahrscheinlichkeit über das gesamte Probenvolumen integriert wurde, zu:

$$F(\sigma) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \right)^m \frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma} \right)^m \right) \equiv P(\sigma) \quad (F.1)$$

$P_f(\sigma)$: Bruchwahrscheinlichkeit für volumenfehlerbedingtes Versagen
für die Spannung σ

V_0 : Bezugsvolumen

$\sigma_{\max}$: maximal anliegende Spannung

m : Weibullmodul

σ_0 : Normierungsfaktor

Setzt man die Bruchwahrscheinlichkeiten vom Prüfkörper und einem Bauteil gleich:

$$P_f(\text{Prüfkörper}) = P_f(\text{Bauteil})$$

erhält man einen Zusammenhang zwischen Prüfkörper- und Bauteilfestigkeit.

Nach Gleichung (F.1) ist eine Äquivalenz der Bruchwahrscheinlichkeiten gegeben, wenn die Spannungsintegrale I

$$I = \int_V (\sigma(x, y, z))^m dV \quad (F.2)$$

mit :

$$\sigma(x, y, z) = \sigma_{\max} f(x, y, z) \quad (F.3)$$

$\sigma(x, y, z)$: Spannungsfunktion

$\sigma_{\max}$: maximal auftretende Spannung

$f(x, y, z)$: normierte Spannungsfunktion für Prüfkörper und Bauteil gleich sind.

Aus (F.3) läßt sich für jede Bauteilgeometrie das effektiv auf Zug belastete Volumen bestimmen, daß mit der maximal anliegenden Spannung $\sigma_{\max}$ belasetet wird /83/.

$$V_{\text{eff}} = \int_V f(x, y, z)^m dv \quad (F.4)$$

Die unterschiedlichen Geometrien werden dabei durch einen Übertragungsfaktor T ausgeglichen:

$$\int_{V, \text{Prüfkörper}} (\sigma_{\text{Prüfkörper}}(x, y, z))^m dV = \int_{V, \text{Bauteil}} (T_{\text{Bauteil}} \cdot \sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z))^m dV \quad (F.5)$$

Löst man (F.5) nach T auf und teilt durch jeweils die maximal im Bauteil bzw. Prüfkörper anliegende Spannung $\sigma_{\max}$, erhält man:

$$T = \frac{\sigma_{\text{Prüfkörper, max}}}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \cdot \left[\frac{\int_{V, \text{Prüfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Prüfkörper}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Prüfkörper, max}}} \right)^m dV}{\int_{V, \text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \right)^m dV} \right]^{\frac{1}{m}} = \frac{\sigma_{\text{Prüfkörper, max}}}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \cdot \left[\frac{V_{\text{eff, Prüfkörper}}}{V_{\text{eff, Bauteil}}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (F.6)$$

Mit Hilfe dieses formalen Ansatzes ist es möglich, die Bauteilbruchspannungen bei gleicher maximaler Spannung bzw. bei gleicher äußerer Last zu vergleichen. Ist ein Bauteilvergleich bei der gleichen maximalen Bauteilspannung erwünscht, wird der Quotient der maximalen Spannungen in Gleichung (F.6) zu dem numerischen Wert 1. Die getesteten Vierkantrohre werden im Ofenbau als Roste eingesetzt. Dort wird auch eine Vergleichbarkeit bei gleichen äußeren Lasten gefordert.

Bei einer 4-Punkt-Biegung gilt für die Bruchlast:

$$\sigma_{\text{Biegung, max}} = \frac{F_{\max} \cdot a}{2 \cdot W} \quad (F.7)$$

$\sigma_{\text{Biegung, max}}$	maximalen Spannung
F_{max}	maximale Last
W	Widerstandsmoment
a	Abstand zwischen einem äußeren und einem inneren Lager; bei der 1/3 Biegung sind jedoch alle Abstände zwischen den jeweiligen Lagern gleich, so daß a der Lagerabstand ist.

Das Widerstandsmoment für Vierkant- und Rundrohre wird berechnet aus:

$$W_{\text{Vierkantrohr}} = \frac{B \cdot H^3 - b \cdot h^3}{6 \cdot H} \quad W_{\text{Rohr}} = \frac{D^4 - d^4}{10 \cdot D} \quad (\text{F.8, F.9})$$

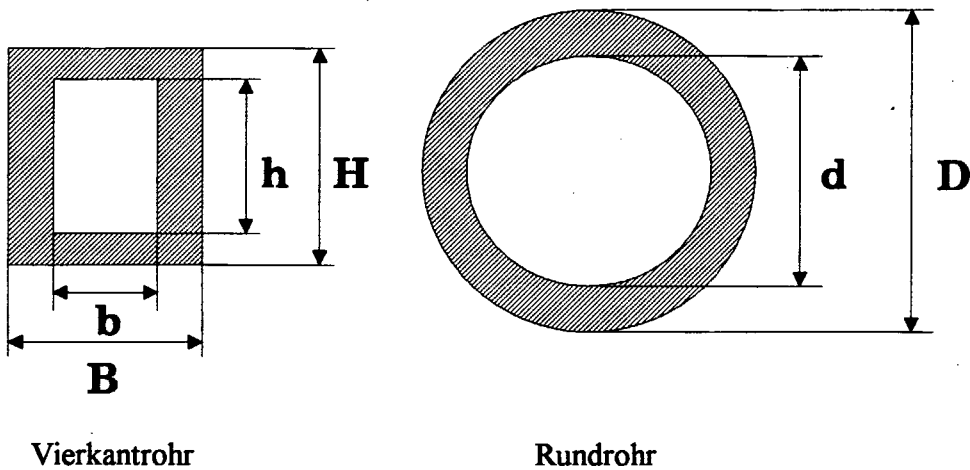


Abb. F.1: Skizze zur Bestimmung der Widerstandsmomente

Setzt man (F.7) in (F.6) ein, erhält man T als Übertragungsfunktion:

$$T = \frac{\left(\frac{F_{\text{max}} a}{2W} \right)_{\text{Pr üfkörper, max}}}{\left(\frac{F_{\text{max}} a}{2W} \right)_{\text{Bauteil, max}}} \cdot \left[\frac{\int_{V, \text{Pr üfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Pr üfkörper}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Pr üfkörper, max}}} \right)^m dV}{\int_{V, \text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \right)^m dV} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{F.10})$$

Werden bei einer Übertragung von Festigkeitskennwerten nicht von vergleichbaren Bruchspannungen, sondern von gleichen Lasten (z. B. Optimierung der Querschnitte von Ofenhilfsmitteln, wo nur die einzulagernden Gewichte bekannt sind) ausgegangen,

ergibt sich der Übertragungsfaktor T bei gleichen äußeren Lasten an Prüfkörper und Bauteil zu:

$$T = \frac{\left(\frac{a}{W}\right)_{\text{Prüfkörper,max}}}{\left(\frac{a}{W}\right)_{\text{Bauteil,max}}} \cdot \left[\frac{\int_{V,\text{Prüfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Prüfkörper}}(x,y,z)}{\sigma_{\text{Prüfkörper,max}}} \right)^m dV}{\int_{V,\text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x,y,z)}{\sigma_{\text{Bauteil,max}}} \right)^m dV} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{F.11})$$

Da der Korrekturfaktor T das Verhältnis der beiden Bruchspannungen beschreibt:

$$T_{\text{Bauteil}} = \frac{\sigma_{\text{Bruchspannung,Prüfkörper}}}{\sigma_{\text{Bruchspannung,Bauteil}}} \quad (\text{F.12})$$

folgt mit $(\sigma_{\text{max}})_{\text{Prüfkörper}} = (\sigma_{\text{max}})_{\text{Bauteil}}$:

$$T_{\text{Bauteil}} = \left[\frac{\int_{V,\text{Prüfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Prüfkörper}}(x,y,z)}{\sigma_{\text{Prüfkörper,max}}} \right)^m dV}{\int_{V,\text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x,y,z)}{\sigma_{\text{Bauteil,max}}} \right)^m dV} \right]^{\frac{1}{m}} = \frac{\sigma_{\text{Prüfkörper,max}}}{\sigma_{\text{Bauteil,max}}} \cdot \left[\frac{V_{\text{eff,Prüfkörper}}}{V_{\text{eff,Bauteil}}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{F.13})$$

Die Spannungsintegrale S (F.2) müssen für jede Bauteil- und Prüfkörpergeometrie-Kombination bestimmt werden.

Wenn in den Prüfkörpern und Bauteilen keine großen Fehlstellen außerhalb der inneren Auflager eines 4-Punkt-Biegeversuches auftreten, kann man davon ausgehen, daß das Bauteil im Bereich des maximalen Biegemomentes versagt. Somit ist es für eine Übertragbarkeit ausreichend, das Spannungsintegral nur auf den Bereich der inneren Auflager zu beziehen. Die in den folgenden Formeln angegebene Länge L ist somit nicht die Bauteil- bzw. Prüfkörperlänge, sondern der Abstand der inneren Auflager.

Berechnung des effektive Volumens für Rechteckproben und Vierkantrohre

Das Spannungsintegral für das effektive Volumen lautet entsprechend Gleichung F.2:

$$V_{\text{eff}} = \int_V \left(\frac{\sigma(x,y,z)}{\sigma_{\text{max}}} \right)^m dV = \int \int \int \left(\frac{\sigma(x,y,z)}{\sigma_{\text{max}}} \right)^m dx dy dz \quad (\text{F.14})$$

Legt man den Ursprung des Koordinatensystems in das Zentrum der Probe mit der y-Achse parallel zur Längsachse des Vierkantrohres (Abb. F.3), steigt die Spannung zwischen den

inneren Auflagern im 4-Punkt-Biegeversuch in positiver und negativer x-Richtung linear an (Abb. F.4):

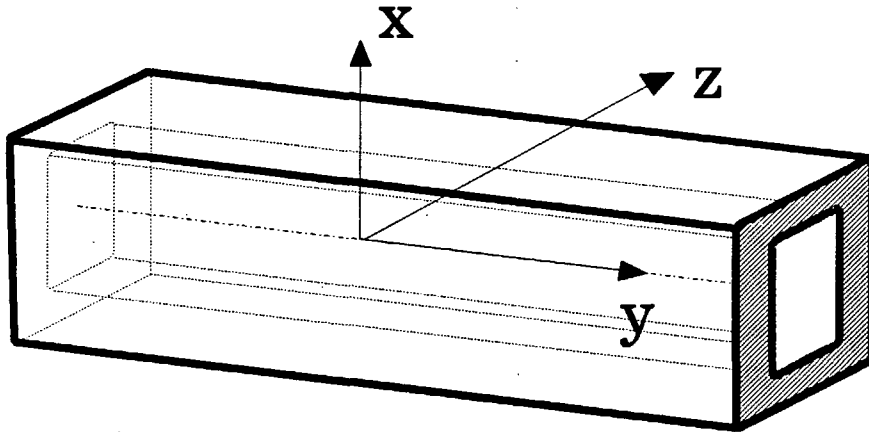


Abb. F.3: Koordinatensystem im Bauteil

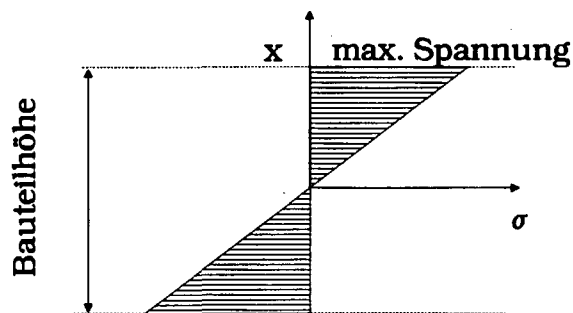


Abb. F.4: Spannungsverteilung zwischen den inneren Auflagern im 4-Punkt-Biegeversuch für Vollvierkantstäbe:

Der funktionale Zusammenhang lautet:

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(x) = \sigma_{\max} \left(\frac{x}{H/2} \right) \quad (\text{F.15})$$

Setzt man diese Gleichung in das Spannungsintegral ein, erhält man für eine einfache Rechteckprobe:

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(x) = \sigma_{\max} \left(\frac{x}{H/2} \right) \quad (\text{F.16})$$

$$= \int_{-L/2}^{L/2} dy \int_{-B/2}^{B/2} dz \left(\frac{2}{H} \right)^m \int_0^{H/2} x^m dx \quad (\text{F.17})$$

$$= L \cdot B \cdot \left(\frac{2}{H} \right)^m \frac{1}{m+1} \left(\frac{H}{2} \right)^{m+1} \quad (\text{F.18})$$

Die Lösung des effektivem Volumens für Rechteckproben lautet somit:

$$V_{\text{eff, Rechteck}} = \frac{L \cdot B}{m+1} \left(\frac{H}{2} \right) \quad (\text{F.19})$$

Das effektive Volumen eines Vierkantrohres ergibt sich aus der Differenz eines Rechteckkörpers und dem Hohlraum zu:

$$V_{\text{eff, Vierkantrohr}} = \frac{L \cdot (B - b)}{m+1} \left(\frac{H - h}{2} \right) \quad (\text{F.20})$$

mit:

- L: Abstand zwischen den inneren Auflagern
- m: Weibullmodul
- H: Außenhöhe des Vierkantrohres
- h: Innenhöhe des Vierkantrohres
- B: Außenbreite des Vierkantrohres
- b: Innenbreite des Vierkantrohres

Berechnung des effektive Volumens für Rundrohre

Die allgemeine Beziehung zur Berechnung des Spannungsintegrals in Gleichung F.14 gegeben.

Der Einfachheit halber wird zunächst der Übertragungsfaktor eines Vollstabes für die bruchauslösende Zugseite berechnet.

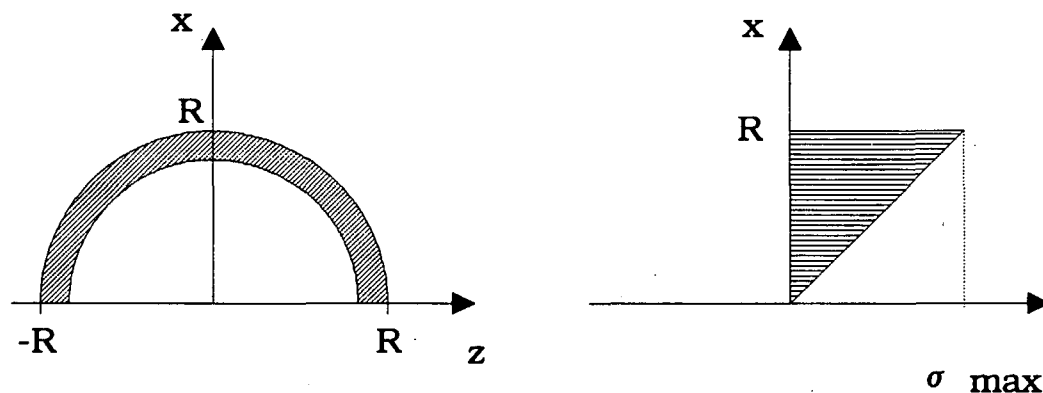


Abb. F.5: Koordinatensystem und Spannungsverteilung bei Rohren

Für den Vollstab gilt die Kreisgleichung nach Abbildung F.5:

$$x^2 + z^2 = R^2 \Rightarrow x = \sqrt{R^2 - z^2} \quad (F.21)$$

Im 4-Punkt-Biegeversuch nimmt die Spannung in x-Richtung für ein Rundstab von 0 (neutrale Faser) im Koordinatenursprung im Zentrum der Probe linear zur maximalen Spannung $\sigma_{\max}$ auf der Randfaser der Zugseite zu (Abb. F.5). Zwischen den inneren Auflagern kann die Spannung durch folgenden Zusammenhang beschrieben werden:

$$\sigma(x, y, z) = \sigma_{\max} \cdot \left(\frac{x}{R} \right) \quad (F.22)$$

Damit folgt für das effektive Volumen eines Rundstabes mit Radius R:

$$V_{\text{eff}} = \int_V \left(\frac{\sigma(x, y, z)}{\sigma_{\max}} \right)^m dV = \int_0^L \int_{-R}^R \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} \left(\frac{\sigma(x, y, z)}{\sigma_{\max}} \right)^m dx dy dz \quad (F.23)$$

$$= \int_0^L \int_{-R}^R \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} \left(\frac{x}{R} \right)^m dx dy dz = \frac{L}{R^m} \int_{-R}^R \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} \left(\frac{x}{R} \right)^m dx dz \quad (F.24)$$

$$= \frac{L}{R^m} \int_{-R}^R \frac{1}{m+1} x^{m+1} \Big|_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} dz = \frac{L}{R^m(m+1)} \int_{-R}^R \left(\sqrt{R^2 - z^2} \right)^{m+1} dz \quad (F.25)$$

Das effektive Volumen eines Rohres wird berechnet aus dem effektivem Volumen eines Vollstabes durch Subtraktion des Spannungintegrals des Raumes innerhalb des inneren Radius.

$$V_{\text{eff}} = \frac{L}{(m+1)} \left(\frac{\int_{-R_a}^{R_a} \left(\sqrt{R^2 - z^2} \right)^{m+1} dz}{R_a^m} - \frac{\int_{-R_i}^{R_i} \left(\sqrt{R^2 - z^2} \right)^{m+1} dz}{R_i^m} \right) \quad (F.26)$$

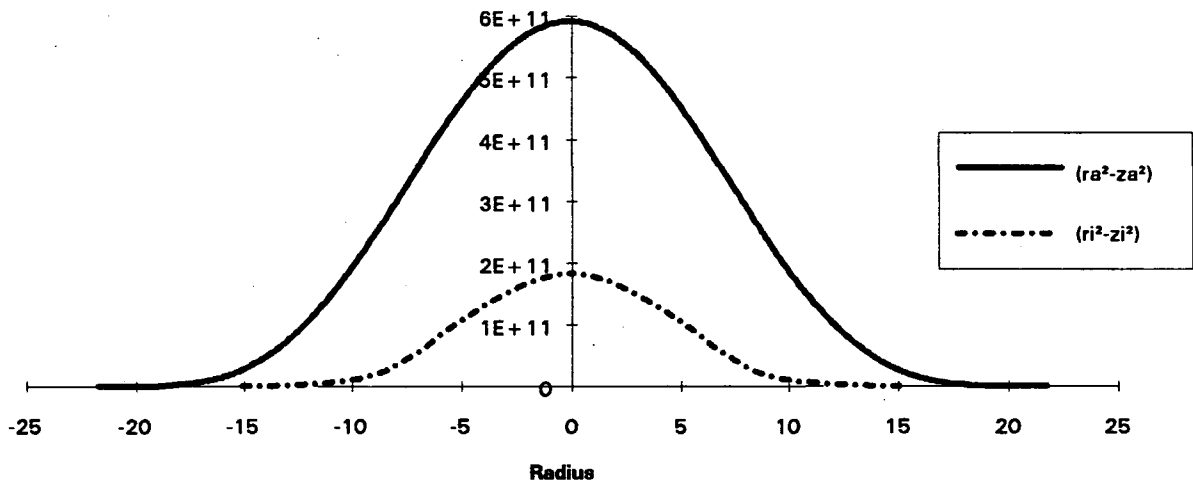


Abb. F.6: Graph der Funktion $\left(\sqrt{R^2 - z^2}\right)^{m+1}$ für den äußeren (R_a, z_a) und inneren (R_i, z_i) Rohrradius

Das Integral in Gleichung (F.26)

$$\int_{-R}^R \left(\sqrt{R^2 - z^2}\right)^{m+1} dz \quad (F.27)$$

ist für nicht ganzzahlige m analytisch nicht lösbar. Ein einfacher numerischer Lösungsweg ist die Berechnung der Fläche, die vom Graphen der Funktion $\left(\sqrt{R^2 - z^2}\right)^{m+1}$ für den äußeren (R_a, z_a) und inneren (R_i, z_i) Radius eingeschlossen wird (Abb. F.6) durch numerische Integration mit Hilfe der Trapezmethode.

Als numerische Lösung des effektivem Volumens für das Rundrohr erhält man:

$$\int_V \left(\frac{\sigma(x, y, z)}{\sigma_{\max}}\right)^m dV = 227,26 \text{ auf Basis des Vierkantprofils} \quad (F.28)$$

$$\int_V \left(\frac{\sigma(x, y, z)}{\sigma_{\max}}\right)^m dV = 166,02 \text{ auf Basis der sandgestrahlten Standardprobe} \quad (F.29)$$

F.2 Oberflächenfehlerbedingtes Versagen:

Ist in einem Bauteil die Spannung eine Funktion des Ortes, ergibt sich für die Verteilungsfunktion der Bruchwahrscheinlichkeit für oberflächenfehlerbedingtes Versagen (Gl. F.30) nach Integration über die gesamte Bauteiloberfläche S:

$$F(\sigma) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \right)^m \cdot \frac{1}{S_0} \int_S \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma} \right)^m \right) \equiv P_f(\sigma) \quad (\text{F.30})$$

- $P_f(\sigma)$: Bruchwahrscheinlichkeit für oberflächenfehlerbedingtes Versagen
für die Spannung σ
 S_0 : Bezugsoberfläche
 $\sigma_{\max}$: maximal anliegende Spannung
 m : Weibullmodul
 σ_0 : Normierungsfaktor

Wie beim volumenfehlerbedingten Versagen setzt man die Bruchwahrscheinlichkeiten gleich, um einen Zusammenhang zwischen Bauteil- und Prüfkörpergeometrie zu erhalten.

$$P_f(\text{Prüfkörper}) = P_f(\text{Bauteil}) \quad (\text{F.31})$$

Eine Äquivalenz zwischen den Bruchwahrscheinlichkeiten ist nach Gleichung F.31 gegeben, wenn die Spannungsintegrale I gleich sind:

$$I = \int_S (\sigma(x, y, z))^m dS \quad (\text{F.32})$$

mit :

$$\sigma(x, y, z) = \sigma_{\max} f(x, y, z) \quad (\text{F.33})$$

- $\sigma(x, y, z)$: Spannungsfunktion
 $\sigma_{\max}$: maximal auftretende Spannung
 $f(x, y, z)$: normierte Spannungsfunktion für Prüfkörper und Bauteil gleich sind.

Aus (F.32) läßt sich für jede Bauteilgeometrie die effektiv auf Zug belastete Oberfläche bestimmen, daß mit der maximal anliegenden Spannung $\sigma_{\max}$ belastet wird.

$$S_{\text{eff}} = \int_S f(x, y, z)^m dS \quad (\text{F.34})$$

Die unterschiedlichen Geometrien werden dabei durch einen Übertragungsfaktor T ausgeglichen:

$$\int_{S, \text{Pr üfkörper}} (\sigma_{\text{Pr üfkörper}}(x, y, z))^m dS = \int_{S, \text{Bauteil}} (T_{\text{Bauteil}} \cdot \sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z))^m dS \quad (\text{F.35})$$

Löst man (F.35) nach T auf, erhält man:

$$T = \frac{\sigma_{\text{Pr üfkörper, max}}}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \cdot \left[\frac{\int_{S, \text{Pr üfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Pr üfkörper}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Pr üfkörper, max}}} \right)^m dS}{\int_{S, \text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \right)^m dS} \right]^{\frac{1}{m}} = \frac{\sigma_{\text{Pr üfkörper, max}}}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \cdot \left[\frac{S_{\text{eff, Pr üfkörper}}}{S_{\text{eff, Bauteil}}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{F.36})$$

mit: S_{eff} effektive Oberfläche

Der Quotient der maximalen Spannungen in Gleichung F.36 wird zu dem numerischen Wert 1, wenn das Bruchverhalten bei gleichen Spannungen, und nicht bei gleichen Lasten beurteilt werden soll.

Aus der Gleichung (F.32) folgt somit bei oberflächenfehlerbedingtem Versagen für den Übertragungsfaktor T bei gleichen anliegenden Spannungen:

$$T = \left[\frac{\int_{S, \text{Pr üfkörper}} \left(\frac{\sigma_{\text{Pr üfkörper}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Pr üfkörper, max}}} \right)^m dS}{\int_{S, \text{Bauteil}} \left(\frac{\sigma_{\text{Bauteil}}(x, y, z)}{\sigma_{\text{Bauteil, max}}} \right)^m dS} \right]^{\frac{1}{m}} = \left[\frac{S_{\text{eff, Pr üfkörper}}}{S_{\text{eff, Bauteil}}} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (\text{F.37})$$

Der theoretische Übertragungsfaktor T_{Bauteil} beschreibt das Verhältnis, in dem Prüfkörper- und Bauteilbruchspannung bei gleicher anliegender Spannung σ und Bruchwahrscheinlichkeit P_f zueinander stehen.

$$T_{\text{Bauteil}} = \frac{\sigma_{\text{Bruchspannung, Pr üfkörper}}}{\sigma_{\text{Bruchspannung, Bauteil}}} \quad (\text{F.38})$$

T kann auch als Umrechnungsfaktor für die Bruchspannungen verschiedener Bauteile berechnet werden.

Die Spannungsintegrale für die effektive Oberfläche (F.38) müssen für jede Bauteil- und Prüfkörpergeometrie-Kombination bestimmt werden.

Berechnung der effektiven Oberfläche für Rechteckproben und Vierkantrohre für oberflächenfehlerbedingtes Versagen

Der Spannungsverlauf in Rechteckproben und Vierkantrohren wurde bereits bei der Herleitung der Spannungsintegrale für das effektive Volumen bestimmt (siehe Gleichungen F.14 und F.15). Berechnet man das Spannungsintegral nicht durch Integration über das Volumen, sondern über die äußere und innere Oberfläche des Bauteils, kann der Korrekturfaktor für oberflächenbedingtes Versagen daraus ermittelt werden. Da SiSiC eine geringere Zug- als Druckfestigkeit besitzt, ist es ausreichend, nur über Oberflächen mit einem Zugspannungsanteil zu integrieren.

Das Integral über die mit Zugspannungen belastete Probenoberflächen nach Gleichung F.30 wird berechnet durch Summation der Integrale über die Einzeloberflächen [(1) linke Seitenfläche, (2) Unterseite, (3) rechte Seitenfläche] des Prüflings (Abb. 7).

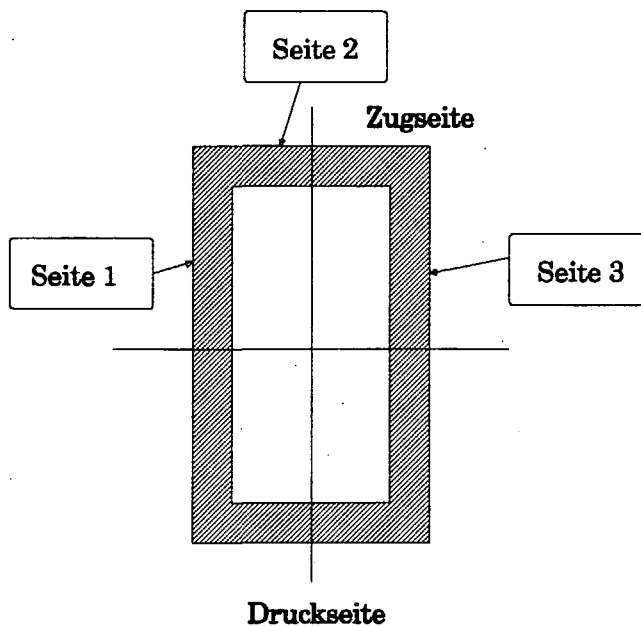


Abb. F.7: Seitenbezeichnung für die Berechnung der Oberflächenintegrale

Der Spannungsverlauf ändert sich, wie beim volumenabhängigen Versagen, linear über die Bauteilhöhe:

$$\sigma(x, y, z) = \sigma(x) = \sigma_{\max} \left(\frac{x}{H/2} \right) \quad (\text{F.39})$$

Somit ergibt sich das Spannungsintegral für die beiden Seitenflächen 1 bzw. 3 zu:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{H/2} \left(\frac{x}{H/2} \right)^m dx dy = \frac{L}{m+1} \cdot \frac{H}{2} \quad (\text{F.40})$$

Für die zugbelastete Seite 2 lautet das Spannungsintegral bei $x = H/2$:

$$\int_{-L/2}^{L/2} \int_{-B/2}^{B/2} \left(\frac{x}{H/2} \right)^m dx dy = B \cdot L \quad (\text{F.41})$$

Die effektive Oberfläche S_{eff} eines rechteckigen Vollstabes ergibt sich mit (F.40) und (F.41):

$$S_{\text{eff, Vollstab}} = L \cdot \left(\frac{H}{m+1} + B \right) \quad (\text{F.42})$$

Bei einem Vierkantrohr wird zur Berechnung der effektiven Oberfläche S_{eff} das Spannungsintegral der Innenflächen noch dazu addiert, so daß schließlich für das Gesamtintegral der effektiven Oberfläche S_{eff} gilt:

$$S_{\text{eff, Vierkantrohr}} = L \cdot \left(\frac{H+h}{m+1} + B+b \right) \quad (\text{F.39})$$

mit:

- L: Länge zwischen den inneren Auflagern
- m: Weibullmodul
- H: Außenhöhe des Vierkantrohres
- h: Innenhöhe des Vierkantrohres
- B: Außenbreite des Vierkantrohres
- b: Innenbreite des Vierkantrohres

Berechnung der effektiven Oberfläche für Rohrgeometrien

Die allgemeine Beziehung zur Berechnung der effektiven Oberfläche für Rohrgeometrien bei oberflächenfehlerbedingtem Versagen lautet in Gleichung F.32 gegeben.

Der Einfachheit halber wird zunächst das Spannungsintegral eines Vollstabes berechnet. Mit den Stabkoordinaten ergibt sich für das Spannungsintegral aus Gleichung F.2 mit

$$x = R \cdot \sin(\varphi) \text{ und } dS = dy \cdot R \cdot d\varphi \quad (\text{F.44})$$

$$S_{\text{eff}} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{\pi} \left(\frac{R \cdot \sin(\varphi)}{R} \right)^m R dy d\varphi = L \cdot R \cdot \int_0^{\pi} (\sin(\varphi))^m d\varphi \quad (\text{F.45})$$

Die Integralgleichung

$$\int_0^{\pi} (\sin(\varphi))^m d\varphi \quad (\text{F.46})$$

ist für nicht ganzzahlige m analytisch nicht lösbar. Es kann jedoch durch numerische Integration (Berechnung der Fläche unterhalb des Graphen (Abb. F.8) mit Hilfe der Trapezmethode) bestimmt werden.

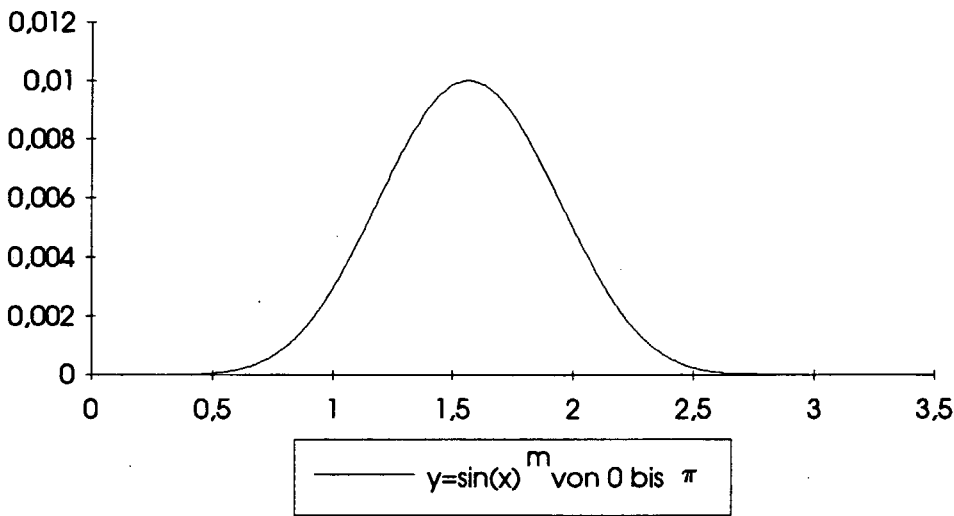


Abb. F.8: Graph der Funktion $(\sin \varphi)^m$

Somit erhält man für die effektive Oberfläche S_{eff} für ein Rohr:

$$S_{\text{eff,Rohr}} = L \cdot R \cdot \int_0^{\pi} (\sin(\varphi))^m d\varphi \text{ bzw. } L \cdot (R_a + R_i) \int_0^{\pi} (\sin(\varphi))^m d\varphi \quad (\text{F.47})$$

Mit Hilfe eines numerischen Verfahrens erhält man für das Integral den Wert:

$$\int_0^{\pi} (\sin(\varphi))^m d\varphi = 0,90 \quad (F.48)$$

Als numerische Lösung der effektiven Oberflächen für das Rundrohr erhält man:

$$\int_S \left(\frac{\sigma(x,y,z)}{\sigma_{\max}} \right)^m dS = 13285 \text{ auf Basis des Vierkantprofils} \quad (F.49)$$

$$\int_S \left(\frac{\sigma(x,y,z)}{\sigma_{\max}} \right)^m dS = 11849 \text{ auf Basis der sandgestrahlten Standardprobe} \quad (F.50)$$

Aus diesen formalen Vorgaben ergeben sich folgenden Werte für die Spannungsintegrale:

Probendimensionen	Berechnungen auf Basis des Vierkantprofils 23 x 17 x 400 mm ³		Berechnung auf Basis der sandgestrahlten Standardprobe	
in mm	effektives Volumen	effektives Oberfläche	effektives Volumen	effektives Oberfläche
23 x 17 x 400	113	8765	91	7047
23 x 17 x 1700	609	47455	490	38142
30 x 30 x 1700	3628	103820	2816	83445
43,5 x 30,2 x 1550	227	13286	166	11850
3,5 x 4,5 x 50 sand.	33	66	27	53
3,5 x 4,5 x 50 poliert	33	66	27	53

Tabelle F.1: Ergebnisse der Spannungsintegrale jeweils auf Basis des Vierkantprofils mit der Dimension 23 mm x 17 mm x 400 mm und der sandgestrahlten Standardprobe

Die Spannungsintegrale geben schon einen Hinweis auf die Bruchfestigkeiten. Ein hoher Wert des Spannungsintegrals weist auf eine niedrige Bruchfestigkeit hin und umgekehrt.

Danksagung:

Die vorliegende Arbeit entstand bei Schunk Ingenieurkeramik GmbH in Willich und am Institut für Werkstoffe der Energietechnik am Forschungszentrum Jülich GmbH.

Wir danken allen Mitarbeitern des Institutes für die hilfreiche Unterstützung bei der Erstellung dieser Arbeit.

Herrn A. Lynen und Herrn Dr. K. Berroth danken wir für wertvolle Anregungen und für die Zusammenarbeit mit der Schunk Ingenieurkeramik GmbH.