

Zentrallabor für Elektronik

**Hochauflösende dreidimensionale
Mikrotomographie für die Werkstoff-
forschung**

Nedko Zadgorski

Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 3274

ISSN 0944-2952

Zentrallabor für Elektronik Jül-3274

D 82 (Diss. RWTH Aachen)

Zu beziehen durch : Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon : 024 61/61-61 02 · Telefax : 024 61/61-61 03 · Telex : 833 556-70 kfa d

Hochauflösende dreidimensionale Mikrotomographie für die Werkstoff- forschung

Nedko Zadgorski

High Resolution, Three Dimensional Microtomography for the Materials Research

by N. Zadgorsky

Abstract

The aim of the dissertation was to build a microtomography system, which is suitable for routine measurements for particular probes. The important role of the system calibration before the measurement with respect to the quality of the reconstruction and the attainable resolution was treated. The detector system and the probe-holder were build on manipulators; to avoid the time-consuming positioning and calibration of the different components a software program was developed to control the system with a PC.

A resolution of less then $7\text{ }\mu\text{m}$ was obtained. With the particular system components used a resolution improvement is not possible. With the use of the conebeam geometry the resolution is limited mainly by the source dimensions. The X-ray tubes used have a source bigger than $5\text{ }\mu\text{m}$, which leads to additional blurring after the geometrical magnification of the probe. A reduction in the source dimensions in the future should not lead to reduction of the power of the X-ray tube, because the application for a bigger or strong attenuating probes would be impossible.

The influence of the different factors, which impact the quality of the reconstruction images was considered. It was determined that the signal-to-noise ratio is particularly important. Because of the small quanta-densities of the X-ray tubes and their statistical character it was attempted to increase the number of photons registered at the detector system. Three different detector systems were used and it was shown that because of the cascaded structure of the X-ray detectors the first stage - the transformation of the X-ray- into lightphotons is particularly important. In the next stages can the losses due to these transformations can not be compensated for. In that respect were the advantages and disadvantages of the different detector systems considered.

A new cone-beam reconstruction algorithm was presented which allows an exact reconstruction. It calculates the contributions to the three dimensional Fourier transform from each projection separately in Cartesian coordinates, which avoids the errors that the interpolation step introduces. For new implementations this algorithm can be modified for any possible source trajectories.

Hochauflösende dreidimensionale Mikrotomographie für die Werkstoffforschung

von N. Zadgorski

Kurzfassung

Ziel der Arbeit war es, eine Mikrocomputertomographieanlage (Mikro-CT) zusammengestellt, die für routinemäßige Untersuchungen bestimmter Proben geeignet ist. Es wurde die wichtige Rolle der Kalibrierung des Systems vor der Messung für die Qualität der Rekonstruktionen und die erreichbare Auflösung behandelt. Deswegen wurden das Detektorsystem und der Probenhalter auf Manipulatoren aufgebaut. Um die zeitlich aufwendige Positionierung und Kalibrierung der einzelnen Komponenten vor jeder Messung zu vermeiden, wurde eine Software entwickelt, die die Manipulatoren über einen PC steuert.

Es wurde eine Auflösung von weniger als $7\text{ }\mu\text{m}$ erreicht. Eine weitere Auflösungsverbesserung ist mit den benutzten Systemkomponenten nicht möglich. Bei der Kegelstrahlgeometrie ist die Auflösung hauptsächlich von der Röntgenquellgröße begrenzt. Die bei der CT benutzten Mikrofokusröntgenröhren haben zur Zeit einen Brennfleck, der größer ist als $5\text{ }\mu\text{m}$, der auch durch die geometrische Vergrößerung der Probe zu zusätzlicher Unschärfe führt. Eine Verkleinerung des Brennfleckes in der Zukunft darf aber nicht zu kleineren Leistungen der Röntgenröhre führen, weil dann die Anwendung für stärker absorbierende oder für Proben mit größerem Volumen unmöglich wird.

Es wurde der Einfluß von verschiedenen Faktoren auf die Qualität der Rekonstruktionsbilder betrachtet und festgestellt, daß das Signal-zu-Rauschverhältnis von besonderer Bedeutung ist. Ausgehend von der mit Röntgenröhren erzeugten kleinen Quantenflußdichte und ihrem statistischen Charakter werden besondere Ansprüche an das Detektorsystem gestellt, um die Anzahl der registrierten Photonen zu erhöhen. Es wurden drei verschiedene Detektorsystemen angewendet und gezeigt, daß wegen der mehrstufigen Struktur der Röntgendetektoren die erste Stufe besonders wichtig ist: die Umwandlung der Röntgen- in Lichtquanten. In den nachfolgenden Stufen können die Verluste bei dieser Umwandlung nicht mehr kompensiert werden. In dieser Hinsicht wurden die Vor- und Nachteile der Detektorsystemen betrachtet.

Ein neuer Kegelstrahl-Rekonstruktionsalgorithmus wurde vorgestellt, der eine exakte Rekonstruktion erlaubt. Er addiert die Beiträge der einzelnen Projektionen im Fourierraum und führt die Berechnungen direkt im kartesischen Koordinatensystem durch, was den Interpolationsschritt, der immer mit Ungenauigkeiten verbunden ist, erübrigt. Für spätere Anwendungen kann dieser Algorithmus für beliebige Quelltrajektorien modifiziert werden.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Erläuterungen zu Eigenschaften der Röntgenstrahlung und deren Erzeugung	5
2.1 Röntgenstrahlquellen	5
2.2 Eigenschaften der Röntgenstrahlung	8
2.3 Vermessung der räumlichen Verteilung der Röntgenstrahlung	10
3 Spezielle Kapitel der Theorie der Computertomographie	13
3.1 Rekonstruktion aus Projektionen	13
3.2 Verschiedene CT-Quelltrajektorien und Algorithmen	16
3.3 Anforderungen an die Quelltrajektorie für exakte Rückrechnungen	18
3.4 Rückrechnung für die Helix-Quelltrajektorie	22
3.5 „Region of Interest“ (Objektausschnitt)	31
4 Faktoren zur Qualitätsverbesserung der CT	44
4.1 Einfluß der Strahlaufhärtung	44
4.2 Einfluß der Streustrahlung	46
4.3 Optimierung des Signal-zu-Rauschverhältnisses	49
4.3.1 SNR bei der Radiographie und bei CT-Projektionen	51
4.3.2 SNR in den rekonstruierten Bildern	56
4.3.3 Bestimmung der erforderlichen Photonenzahl	60
4.3.4 Dynamik des Detektorsystems	63
4.3.5 Messung des SNR	65
5 Meßaufbau für die CT und Charakteristik der einzelnen Komponenten	67

5.1 Meßsystem	67
5.2 Ortsauflösung des CT-Systems	79
5.2.1 Ortsauflösung in Abhängigkeit von der Geometrie des Meßsystems	79
5.2.2 Vermessung der MTF	81
5.2.3 Einfluß des Rekonstruktionsalgorithmus auf die Ortsauflösung	90
5.2.4 Zusammenfassung (Ortsauflösung)	92
5.3 DQE des Detektorsystems	94
5.3.1 Eigenschaften des Szintillators, die die DQE beeinflussen	100
5.3.2 Einfluß der Ortsfrequenz auf die DQE	104
5.3.3 DQE der anderen benutzten Detektorsysteme	109
5.4 Kalibrierung des CT-Systems	112
6 Messungen und Rückrechnungen	120
7 Zusammenfassung und Ausblick	131
8 Literaturverzeichnis	132
9 Danksagung	

1. Einleitung

Bildgebende Verfahren spielen eine zunehmend wichtige Rolle in der Medizin und in der Materialuntersuchung. Das älteste und meist verbreitete ist die Mikroskopie. Mit einem Lichtmikroskop kann man Objekte in der Größenordnung von $1\ \mu\text{m}$ unterscheiden. Es gibt inzwischen viele Mikroskopievarianten: Elektronenmikroskopie (EM), Rastertunnel-, Rasterkraftmikroskopie und andere, die wesentlich höhere Auflösungen erreichen, aber alle den Nachteil haben, daß sie nur Darstellungen der Probenoberfläche liefern können.

Es ist oft notwendig, Informationen aus dem Inneren des Objektes zu erhalten ohne dieses dabei zu zerstören. Dazu benötigt man andere Strahlungsarten, die das Material durchdringen, oder zumindest bis zur einer bestimmten Tiefe eindringen. Einige der verbreiteten Verfahren, die diesen Zweck erfüllen, basieren auf den Strahlenarten Ultraschall, thermische Wellen, Laser-, Neutronen- und Röntgenstrahlen. Es gibt auch Verfahren, die die magnetische Resonanz oder Wirbelströme nutzen. Jedes Verfahren hat seinen bestimmten Anwendungsbereich. Um zum Beispiel Untersuchungen mit elektrischen Strömen durchzuführen und Spannungsdifferenzen zu messen, braucht man ein elektrisch leitendes Objekt (Elektrische Impedanz Tomographie).

Jede dieser Strahlenarten reagiert auf einen bestimmten Parameter des untersuchten Körpers und mit Hilfe von entsprechenden Detektorsystemen werden Informationen diesen Parameter betreffend gewonnen. Danach wird in einem zweiten Schritt mit Hilfe von mathematischen Algorithmen die räumliche Verteilung dieses Parameters im Inneren des Körpers berechnet.

In dieser Arbeit wird die Computertomographie (CT) beschrieben und als durchdringende Strahlung die Röntgenstrahlung benutzt. Mit ihrer Hilfe ist man in der Lage, die dreidimensionale Verteilung des Röntgenschwächungskoeffizienten innerhalb der Probe zerstörungsfrei zu ermitteln. Das Verfahren wird CT genannt, wenn die Objektgröße zwischen Metern und Millimetern liegt und Mikrotomographie, wenn die gewünschte Auflösung im μm Bereich liegt.

Die Röntgenstrahlung stellt aufgrund ihrer Wellenlänge und relativ einfachen Erzeugung eine der wichtigsten Hilfsmittel für die Materialforschung dar. Noch 1895, als Wilhelm Röntgen die Röntgenstrahlung entdeckte, schrieb er in seiner ersten Publikation, daß außer der offensichtlichen Anwendung der Strahlung in der Medizin auch technische Untersuchungen damit möglich sind.

Die Entwicklung der industriellen Anwendungen war am Anfang zögerlich, weil die medizinischen Geräte nicht imstande waren, ausreichend harte Strahlung zu erzeugen, um größere Metallstücke zu durchstrahlen. Das änderte sich 1932, als R. Bertold in Stuttgart die erste Röntgenröhre mit 200 kV Spannung entwickelte. Seitdem benutzt man die Radiographie, als eines der wichtigsten bildgebenden Verfahren in der Medizin und in der Materialforschung. Die Mikroradiographie mit fotografischem Film ist heute noch die Technik mit der besten Auflösung von ca. 1 μm . Die elektronischen Detektorsysteme, die bei der CT benutzt werden, können diese Auflösung derzeit noch nicht erreichen.

Die wesentliche Idee der Tomographie ist relativ alt. Der böhmische Mathematiker J. H. Radon hat 1917 bewiesen, daß eine Funktion in einer Objektebene genau bestimmt werden kann, wenn deren Linienintegrale in dieser Ebene gegeben sind. Unabhängig vom benutzten Rekonstruktionsalgorithmus ist diese Grundidee die Basis fast aller tomographischen Algorithmen. Radon's theoretische Grundlagen fanden lange Zeit keine praktische Anwendung [1]. Erst 1956 entwickelte Bracewell [2] [3] Formeln für Anwendungen in der Astronomie, die sehr ähnlich zu denen, die in heutigen computer-tomographischen (CT) medizinischen Geräten verwendet werden, sind. Er hat zweidimensionale Bilder der Mikrowellenstrahlung der Sonnenoberfläche aus mit Mikrowellen-Antennen gemessenen Streifenintegralen dieser Strahlung berechnet. 1962 entwickelten Vainschein, Barynin und Gurshaya [4] was man heute die „Brennpunktebene Tomographie“ oder Laminographie nennt. Bei der Laminographie werden Röntgenquelle und Film so bewegt, daß das resultierende Bild die Überlagerung der gewünschten Schicht des Objektes ist, welches im Fokus gehalten wird und der unscharfen Schichten darüber und darunter. 1963 entwickelten Kuhl und Edwards [5] eine tomographische Technik, um Radioisotope sichtbar zu machen, die heute als Rückprojektion bekannt ist. Wahrscheinlich ist der erste Vorgänger der gegenwärtigen Röntgen CT-Geräte von Takahashi [6] gebaut worden. Noch 1947 entwickelte er die Laminographie und andere ähnliche Verfahren mit Röntgenstrahlen, um in das Innere eines Körpers zu sehen. Handgesteuert, machte sein Gerät dieselbe geometrische Bewegung um die Daten zu erfassen, wie heutige motorgesteuerte Geräte dies tun. Sein Verfahren war so gut, daß Takahashi 1961 einen Atlas mit Querschnittbildern veröffentlichte. Was ihm fehlte, waren exakte Rekonstruktionsformeln und digitale Computer, um sie zu implementieren. 1961 entwickelte und patentierte Oldendorf [7] ein Gerät mit dem man Bilder für medizinische Anwendungen erhalten konnte. A. Cormack [8] entwickelte eine

exakte Inversionsformel für Röntgen-Daten mit Hilfe einer Reihenentwicklung. Er wollte die Dichteverteilung der Gewebe im menschlichen Körper berechnen mit dem Ziel, die Planung für Strahlungstherapie zu verbessern. Er hat sehr genau das Potential der Tomographie erkannt und ihre Entwicklung vorhergesagt. Der stärkste Anstoß zur Entwicklung der Tomographie kam 1967, als der englische Ingenieur Hounsfield das erste moderne CT-Gerät baute. Er stellte seine ersten klinischen Ergebnisse 1972 vor, die er im Aktinson Morley Hospital in London zusammen mit seinem Kollegen J. Ambrose erhalten hatte [9, 10]. Ihre Ergebnisse bedeuteten einen Durchbruch bei der bildlichen Darstellung mit Röntgenstrahlung. Bis zu diesem Zeitpunkt konnte man feine Dichteunterschiede zwischen den verschiedenen Organen oder in den weichen Geweben kaum erkennen, weil sie hinter den Knochen oder durch den von Knochen erzeugten höheren Kontrast verborgen waren. Beim Berechnen der einzelnen Schichten des tomographischen Bildes, konnte er hunderte von Dichteunterschiede erkennen. Die hohe Bedeutung der CT in der medizinischen Bilddarstellung brachte ihrem Erfinder zusammen mit A. Cormack 1979 den Nobelpreis für Medizin.

Anwendungen der Mikrotomographie ergeben sich überall dort, wo es auf die zerstörungsfreie Bestimmung von Mikrostrukturen in leblosen Objekten ankommt. Die zulässige Größe des Untersuchungsobjektes richtet sich dabei nach der geforderten Auflösung und dem verwendeten Detektorsystem.

Das Endergebnis der CT-Rekonstruktion liegt in Form digitaler Datensätze vor. So lassen sich Methoden der digitalen Bildverarbeitung unmittelbar einsetzen oder anwendungsspezifische statistische Auswertungen durchführen.

Die Tomographieanlage besteht im wesentlichen aus vier Teilen: einer Röntgenquelle, einem Probenmanipulator, einem ortsauflösenden Röntgendetektor und einem Computersystem. Die einzelnen Teile werden im weiteren ausführlich beschrieben.

Das Ziel dieser Arbeit war es, eine Mikro-CT-Anlage zu erstellen, die für routinemäßige Untersuchungen geeignet ist. Die Komponenten waren im Hinblick auf Qualität und Auflösung zu untersuchen und Möglichkeiten für ihre Optimierung zu finden. Es stellt sich heraus, daß der Einfluß des Detektorsystems, die Kalibrierung des Gesamtsystems und die Wahl des Rekonstruktionsalgorithmus dabei die wichtigste Rolle spielen. Deswegen wurden drei verschiedene Detektorsysteme angewendet, ihre Eigenschaften untersucht und

ein neuer Rekonstruktionsalgorithmus entwickelt, der Verbesserungen in Richtung der vertikalen Achse des rekonstruierten Objektes ergibt.

Der Aufbau der Arbeit reflektiert die einzelnen Problemgruppen, die für eine hochauflösende Mikrotomographie von Bedeutung sind. In Kapitel 2 werden die möglichen Röntgenstrahlquellen für CT betrachtet und dann auf die Eigenschaften der Röntgenstrahlung, die für die CT von Bedeutung sind eingegangen. In Kapitel 3 wird eine kurze Einführung in das Prinzip der Projektionstomographie gegeben, die Bedingungen für eine exakte Rekonstruktion erläutert und eine neue Rekonstruktionsmethode vorgestellt. In Kapitel 4 werden die Eigenschaften der Röntgenstrahlungsdetektoren und Meßbedingungen in Bezug auf die Möglichkeiten zur Qualitätsverbesserung untersucht. In Kapitel 5 wird der Messaufbau des CT Systems mit seinen Komponenten dargestellt. Die grundlegenden Begriffe zum Auflösungsvermögen eines Tomographiesystems und die Möglichkeiten und Begrenzungen der einzelnen Komponenten in Bezug auf die Ortsauflösung werden vorgestellt. Die Effizienz der benutzten Detektorsysteme wird berechnet und mit den Meßergebnissen verglichen. In Kapitel 6 werden dann einige tomographische Meßergebnisse vorgestellt.

2. Erläuterungen zu Eigenschaften der Röntgenstrahlung und deren Erzeugung

2.1 Röntgenstrahlquellen

Zur Zeit werden hauptsächlich zwei verschiedenartige Röntgenstrahlquellen für tomographische Messungen benutzt. Konventionelle Röntgenröhren mit Spannungen von 10 kV bis über 300 kV und Synchrotronröntgenstrahlung. Diese Strahlung entsteht bei der radialen Beschleunigung von hochenergetischen Elektronen in einem Synchrotron.

Die Synchrotronstrahlung hat als Quelle für die CT eine Reihe von Vorteilen:

- Die scharfe Bündelung der Strahlung. Die Abstrahlung beschränkt sich auf einen sehr schmalen Kegel, dessen Öffnungswinkel umgekehrt proportional zur Elektronenenergie ist. Das ermöglicht mikrotomographische Messungen in Parallelstrahlgeometrie, die auch mit einfacheren Rekonstruktionsalgorithmen auskommt.
- Eine hohe Strahlintensität im Vergleich zu Röntgenröhren ermöglicht deutlich kürzere Meßzeiten und läßt auch solche Experimente zu, die aufgrund eines zu niedrigen Signals an konventionellen Quellen nicht durchführbar sind. Typische Intensitäten an Synchrotronstrahlungsquellen übersteigen die Cu K -Linie einer Röntgenröhre um ungefähr zwei Größenordnungen und das Bremsspektrum der Röhre um fünf Größenordnungen [11]
- In Verbindung mit der hohen Intensität eröffnet dies die Möglichkeit, sehr schmale Energiebereiche aus dem Spektrum herauszufiltern, je nach Aufgabenstellung des jeweiligen Experiments. Das erlaubt, das energiespezifische Absorptionsverhalten der Elemente zur Erstellung elementselektiver Tomographien auszunutzen und Fehler durch Strahlaufhärtungseffekte zu vermeiden.

Die ersten Tomographien, die eine Ortsauflösung von 100 Lp/mm erreichen, wurden 1987 von einer Forschergruppe der „Exxon Research and Engineering Company“ durchgeführt. Die Messungen von Sandsteinproben wurden an der „Brookhaven National Synchrotron Light Source“ durchgeführt [12].

Nachteile der Synchrotronstrahlung, die ihre breite Verwendung in der CT begrenzen, sind:

- Mangelnde Verfügbarkeit von Synchrotronquellen.
- Die schlechte zeitliche Konstanz der Strahlintensität und -lage ist für die CT besonders bei langen Meßzeiten nachteilig.
- Begrenzte Möglichkeit für geometrische Vergrößerung. Es sind keine röntgenoptischen Vergrößerungselemente bekannt, außer asymmetrisch geschnittene Kristallnuten, die begrenzte Einsatzmöglichkeiten haben [13].

Die Röntgenstrahlung, die von Röntgenröhren erzeugt wird, besteht aus zwei Anteilen. Der kontinuierliche Anteil, der von der Bremsstrahlung stammt und das charakteristische Spektrum aus der Anregung von Elektronen der inneren Schalen des Targetmaterials.

Wenn ein Elektron im Feld eines Atomkerns abgebremst wird, wird ein kontinuierliches Spektrum von Bremsstrahlungsphotonen abgestrahlt, da jede beschleunigte Ladung strahlt. Da das Energiespektrum der Photonen durch die Elektronenenergie E_e begrenzt ist, ergibt sich für die Photonen ein Wellenlängenbereich von $\lambda \geq hc/E_e$ (h : Planksche Konstante; c : Lichtgeschwindigkeit).

Für die Intensität des kontinuierlichen Anteils gilt:

$$I_{\text{cont}} = K Z V^2 \quad (2.1.1)$$

mit:

- Z - Ordnungszahl des Targetmaterials,
- V - Spannung der Röntgenröhre,
- K - Konstante.

Bei vorgegebener Spannung ist die Intensität proportional zum Strom der Röntgenröhre.

Die Röntgenquantenflußdichte dieses Bremsstrahlungsspektrums wird von Storm berechnet als [14]:

$$n(E_e, E) \approx \left(\frac{11}{4\pi} \cdot Z \cdot \frac{(E_e - E)(1 - e^{-3E/E_k})}{(E/E_e)^{1/3}(1 - e^{-E/E_k})} \right) \cdot \frac{6.25 \cdot 10^8}{E} \cdot \frac{I}{mA} \cdot \frac{\text{Quanten}}{kV \cdot s \cdot sr}$$

mit:

E - Energie des Röntgenquants in keV,

Z - Ordnungszahl des Targetmaterials,

E_k - Ionisierungsenergie der K -Schale in keV.

Ionisiert ein Elektron des Elektronenstrahls ein Targetatom in der M -, L - oder K -Schale, so wird der freigewordene Platz durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt. Die freiwerdende Energiedifferenz wird in Form eines Röntgenquants charakteristischer Energie ausgesandt.

Die Intensität des charakteristischen Anteils wird gegeben durch:

$$I_{char} = C(V - V_{k,l,m...})^{1.7} \quad (2.1.3)$$

mit:

$V_{k,l,m...}$ - Ionisationspotential des Targetelements für die verschiedenen Schalen $K, L, M \dots$,

C - Konstante.

Die Energie um die Elektronen aus ihren Schalen zu entfernen, stammt von den beschleunigten Elektronen, die das Target treffen. Das herausgeschlagene Elektron absorbiert nur die Hälfte der Energie des einfallenden Elektrons. Um ein charakteristisches Photon zu erzeugen, braucht man das Doppelte der Bindungsenergie der Elektronen in der Schale. In der von uns benutzten Röntgenröhre ist das Target aus Wolfram. Bei den CT-Messungen werden selten Energien größer als 140 keV benutzt. Elektronen, die mit dieser Energie beschleunigt werden, können kaum Elektronen der K -Schale ionisieren.

Andererseits ist, wie in Abb. 2.1.1 dargestellt, bei den Messungen mit dem Röntgenspektrometer die charakteristische Strahlung im Spektrum gut zu erkennen.

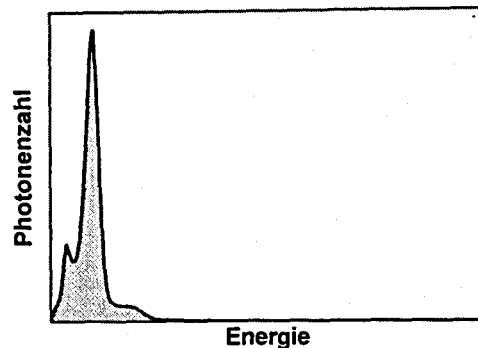


Abb. 2.1.1
Das Spektrum der Strahlung,
erzeugt von der benutzten
Röntgenröhre (siehe
Kapitel 5) bei 50 kV.
Gemessen wurde mit einem
Röntgenspektrometer.

Eine Erklärung dafür wird von Nakamori et al. in [15] gegeben. Danach hat ein Teil der Bremsstrahlungsphotonen genügend Energie, um die Elektronen aus der K-Schale zu entfernen, wodurch ausschließlich charakteristische Photonen erzeugt werden.

Für unsere Zwecke ist nur die charakteristische Strahlung der K-Linie von Interesse, weil die L-Photonen und andere charakteristische Photonen Energien von weniger als 10 keV haben. Sie werden fast vollständig vom Targetmaterial und vom Filter absorbiert und erreichen das Detektorsystem nicht. Der Anteil der charakteristischen Strahlung an der gesamten Strahlung ist bei 140 keV ungefähr 10 % [15].

2.2 Eigenschaften der Röntgenstrahlung

Die elektromagnetische Strahlung hat diskrete Quantennatur. Deswegen ist die Verteilung der einfallenden Photonen auf der Detektoroberfläche diskret. Der Detektor zeigt somit statistisches Ausgangsverhalten, das Quanten- oder Photonen-Rauschen genannt wird. Die Röntgenstrahlung ist ein statistischer Prozeß, der mit der Poisson-Verteilung beschrieben werden kann:

$$P(K) = \frac{e^{-\bar{K}} \bar{K}^K}{K!} \quad (2.2.1)$$

mit:

$\bar{K}$ - Mittelwert der Photonenzahl.

Das Quantenrauschen spielt eine sehr wichtige Rolle bei den radiographischen Messungen. Besonders gilt dies in der Medizin, wo die Strahlungsdosen für die Patienten zu begrenzen sind. Für die Materialforschung hängt die optimale Strahlungsdosis nicht von der Probe ab, sondern hat Einfluß auf die Integrationszeit des Detektors. Einerseits ist es wünschenswert die Meßzeiten zu verringern, besonders bei der Tomographie, wo üblicherweise hunderte von Projektionen gemessen werden. Andererseits gilt für die Varianz σ_K der Poisson-Verteilung $\sigma_K^2 = \bar{K}$ woraus sich das Signal-zu-Rauschverhältnis (SNR: „Signal-to-Noise-Ratio“) ergibt:

$$SNR = \bar{K} / \sigma_K = \sqrt{\bar{K}} \quad (2.2.2)$$

Das bedeutet, daß das SNR direkt von der Wurzel aus der Zahl der registrierten Photonen abhängt, die ihrerseits mit der Belichtungszeit korrelieren. Oder anders ausgedrückt, je länger die Meßzeiten sind, desto kleiner ist das Rauschen in den Bildern.

Typisch für Detektorsysteme, die auf CCD Elementen (CCD: „Charge Coupled Device“) basieren, ist der Schwellenwert, der bei einer bestimmten Intensität und Integrationszeit erreicht wird. Die Photonen, die auf den CCD-Chip auftreffen, erzeugen Elektronen, die sich dann in den Pixelelementen sammeln. Die einzelnen Pixelelemente haben aber nur eine begrenzte Kapazität, die nicht überschritten werden darf. Hier kommt es zum Konflikt mit dem Wunsch nach besserem SNR, oder entsprechend größerer Photonenzahl. Um dieses Problem zu umgehen, benutzen wir zwei Verfahren. Bei jeder Projektion werden mehrere Aufnahmen gemacht und nachher addiert, oder die Lichtübertragung wird geschwächt.

Ein Beispiel für den Einfluß der Zahl der Röntgenphotonen auf die Qualität der Röntgenstrahlprojektionen ist unten dargestellt. Auf der Abbildung sind zwei Projektionen eines Kühlkörpers dargestellt. Er ist ungefähr 1 cm lang, besteht aus Kupfer und in seinem Inneren sind Luftkanäle gefräst. Die Röntgenstrahlen werden zunächst mit einem Bildverstärker in Licht umgewandelt und dann mit

dem CCD Detektor aufgenommen. Bei der ersten Aufnahme ist die Integrationszeit 0.2 s . Die zweite wurde mit denselben Röntgenstrahlparametern aufgenommen, aber auf dem Objektiv wurde ein Graufilter befestigt. Die Integrationszeit ist 2.2 s . Es zeigt sich im zweiten Fall geringeres Rauschen.

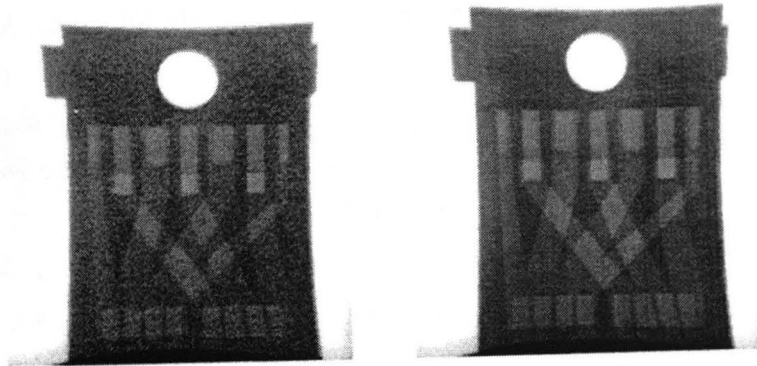


Abb. 2.2.1 Projektionsbilder eines Kühlkörpers. Die erste Aufnahme ist mit 0.2 s und die zweite mit 2.2 s Integrationszeit aufgenommen. Das Rauschen in den Bildern ist proportional zur Wurzel aus der Zahl der registrierten Photonen und deswegen ist das erste Bild stärker verrauscht.

2.3 Vermessung der räumlichen Verteilung der Röntgenstrahlung

Um die Bildqualität zu verbessern und optimale Rekonstruktionsergebnisse zu bekommen, braucht man genaue Kenntnisse vom Spektrum und der räumlichen Verteilung der Strahlung. Deshalb wurden an der für die Messungen benutzten Microfokusröntgenröhre Untersuchungen mit einem Röntgenspektrometer vorgenommen. Mit diesem kann man die Anzahl der erzeugten Röntgenphotonen und ihre Energien bestimmen.

Es wurde die Richtungsverteilung der Röntgenstrahlung der bei den CT-Messungen benutzten Röntgenröhre gemessen. Auf diese Weise kann man die maximale Intensität ausnutzen und die Auswirkungen der räumlichen Variation des Röntgenspektrums berücksichtigen. Die Meßanordnung ist in Abb. 2.3.1

dargestellt. Das Röntgenspektrometer wurde schrittweise auf den horizontalen und vertikalen Achsen bewegt, und für jede Position wurde mit derselben Integrationszeit gemessen.

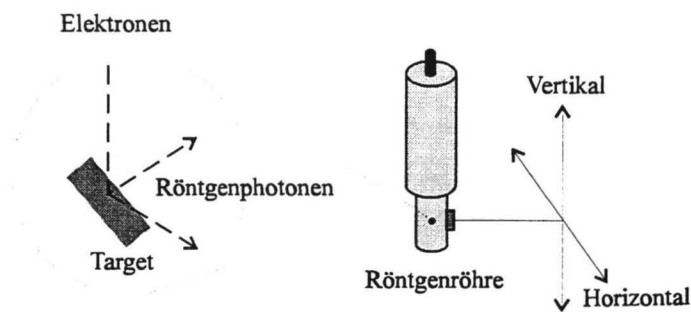


Abb. 2.3.1
Meßanordnung bei
Vermessung der
räumlichen Verteilung
der Röntgenstrahlung.
Links ist die
vergrößerte Darstellung
des Targets.

Die räumliche Verteilung in horizontaler Richtung wurde bei 50 kV und 80 mA mit einer Integrationszeit von 60 s und die vertikale Verteilung bei 30 kV und 50 mA mit einer Integrationszeit von 90 s gemessen. In Abb. 2.3.2 ist die Verteilung bei der Messung auf der horizontalen Achse dargestellt. Die Entfernung zur Röntgenröhre beträgt 55 mm . Für jede Position wurde die Zahl der Röntgenphotonen für die gewählte Integrationszeit in Abhängigkeit vom Winkel zur zentralen Achse aufgetragen. Entsprechend den Erwartungen wurde die höchste Intensität entlang der zentralen Achse gemessen.

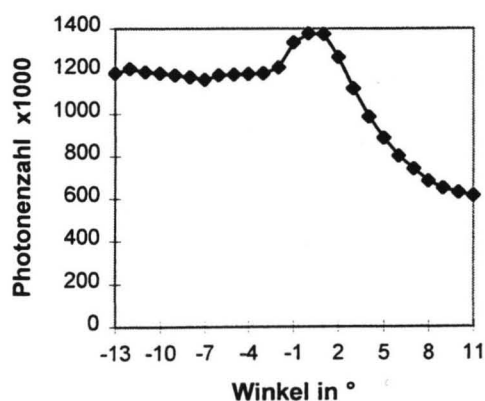


Abb. 2.3.2
Die räumliche
Verteilung der Intensität
der Röntgenstrahlung in
horizontaler Richtung

In Abb. 2.3.3 ist die vertikale Verteilung dargestellt. Die Entfernung zwischen Röntgenröhre und Spektrometer betrug bei dieser Messung 230 mm . Die maximale Intensität wird bei 8° gemessen. Die wahrscheinliche Erklärung dafür ist, daß das Target nicht senkrecht zur zentralen Achse positioniert war. Die

verschiedene Zahl der gemessenen Röntgenphotonen auf beiden Seiten der Zentralachse wurde mit Nichthomogenitäten des Ausgangsfensters und durch die durch Wärme beschädigte Oberfläche des Targets erklärt. Das interessanteste Ergebnis sind die verschiedenen Spektren der Strahlung zu beiden Seiten der Zentralachse. Der Grund dafür ist in den verschiedenen Wegen zu suchen, die die Röntgenphotonen im Target nach ihrer Erzeugung durchqueren. Das ist in Abb. 2.3.1 auf der vergrößerten Darstellung des Targets sichtbar. Abhängig vom Austrittswinkel ist die Weglänge der Röntgenphotonen im Target verschieden und deswegen wird die Strahlung in verschiedenen Richtungen unterschiedlich vom Targetmaterial gefiltert.

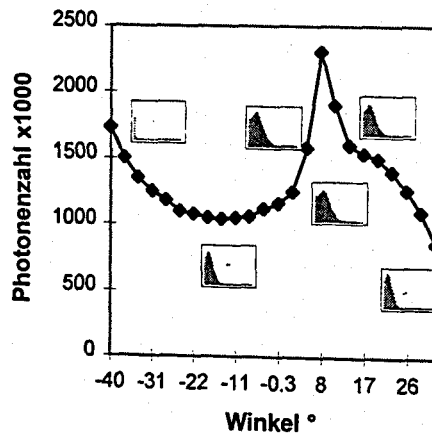


Abb. 2.3.3
Die räumliche Verteilung
der Intensitäten und der
Spektren der
Röntgenstrahlung in
vertikaler Richtung

3. Spezielle Kapitel aus der Theorie der Computertomographie

3.1 Rekonstruktion aus Projektionen

Zum besseren Verständnis der folgenden mathematischen Überlegungen und des vorgestellten Kegelstrahl-Rekonstruktionsalgorithmus werden kurz die Begriffe Radon-Transformation und Fourier-Schicht-Theorem für den einfachsten Fall, der Rekonstruktion eines Objektes aus seinen Parallelprojektionen, erläutert.

Die Abb. 3.1.1 zeigt die Parallelprojektion eines zweidimensionalen Objektes unter dem Winkel θ . Das Objekt wird durch die Funktion $f(x, y)$ beschrieben. Die Projektion $P_\theta(t)$ läßt sich mathematisch beschreiben durch das Linienintegral längs einer Geraden t :

$$P_\theta(t) = \int_{(\theta,t)\text{Linie}} f(x, y) ds \quad (3.1.1)$$

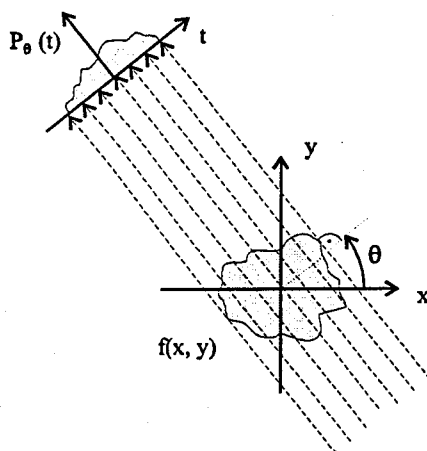


Abb. 3.1.1
Parallelprojektion des
zweidimensionalen
Objektes $f(x, y)$ unter
Winkel θ .

Der Integrationsweg durch $f(x, y)$ für ein bestimmtes θ wird bestimmt durch die Geradengleichung $t = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta$

Somit ergibt sich bei Benutzung der Diracschen Delta Funktion:

$$P_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta - t) dx dy \quad (3.1.2)$$

Diese Integralgleichung wurde 1917 zuerst von J. Radon [1] angegeben und wird deswegen Radon-Transformation der Funktion $f(x, y)$ genannt.

Die 1-Dimensionale (1D) Fouriertransformation $F(w)$ einer beliebigen Funktion $f(x)$ ist definiert durch:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-jwx} dx \quad (3.1.3)$$

und die Rücktransformation durch:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{jwx} dw \quad (3.1.4)$$

Die 1D Fouriertransformation $S_{\theta}(w)$ der Projektionsfunktion $P_{\theta}(t)$ ist definiert als:

$$S_{\theta}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(t) \cdot e^{-j2\pi wt} dt \quad (3.1.5)$$

Mit der Radon-Transformierten (Gl. 3.1.2) erhält man:

$$\begin{aligned} S_{\theta}(w) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot \delta(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta - t) dx dy \right] \cdot e^{-j2\pi wt} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta - t) \cdot e^{-j2\pi wt} dt \right] dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi w(x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta)} dx dy = F(w, \theta) \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

und für:

$$u = w \cdot \cos \theta \quad \text{und} \quad v = w \cdot \sin \theta \quad (3.1.7)$$

$$S_{\theta}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy = F(u, v) \quad (3.1.8)$$

Wobei $F(u, v)$ die Fouriertransformierte von $f(x, y)$ ist. Die Beziehung $S_\theta(w) = F(w, \theta) = F(u, v)$ mit Gl. 3.1.7 zeigt, daß die Fouriertransformierte $S_\theta(w)$ der unter dem Winkel θ aufgenommenen Projektion $P_\theta(t)$ einen Geradenschnitt im Frequenzraum der Fouriertransformierten $F(u, v)$ der Ortsfunktion $f(x, y)$ beschreibt. Diese Gerade schneidet den Ursprung der (u, v) Ebene unter einem Winkel θ . Dies ist das Projektionsschnitt-Theorem oder auch Fourierschnitt-Theorem. Es ist die Basis für die Rekonstruktion eines Objektes aus seinen Projektionen bei den Fourier-Rekonstruktionsmethoden.

Wenn die Projektion des Objektes für jeden Winkel θ und damit die $F(u, v)$ über die Gleichungen 3.1.6 und 3.1.8 für jeden Punkt bekannt ist, so kann $f(x, y)$ über die Fourierrücktransformation von $F(u, v)$ (Gl. 3.1.4) bestimmt werden:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \cdot e^{j2\pi (ux+vy)} du dv \quad (3.1.9)$$

Der Zusammenhang zwischen der gesuchten Ortsfunktion $f(x, y)$, der meßbaren Projektion $P_\theta(t)$ und deren Fouriertransformierten $S_\theta(w)$ ist in Abb. 3.1.2 graphisch dargestellt.

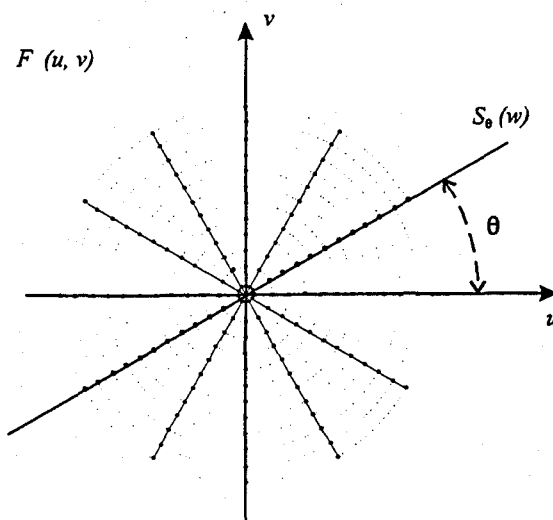


Abb. 3.1.2
Die Fouriertransformation der Projektionsfunktion $P_\theta(t)$ entspricht der Geraden $S_\theta(w)$ im Fourierraum $F(u, v)$

Die Parallelstrahlgeometrie wird zum Beispiel bei CT-Systemen benutzt, die Synchrotronstrahlung als Röntgenquelle verwenden.

3.2 Verschiedene CT-Quelltrajektorien und Algorithmen

Die historische Entwicklung der CT-Systeme fängt mit der Parallelstrahlgeometrie an. Danach wurde die Fächerstrahlgeometrie („fan beam“) verwendet, bei der die Röntgenstrahlen von einem Quellpunkt ausgehend fächerförmig verlaufend mit einem Zeilendetektor gemessen werden. Die sogenannte dritte Generation von CT-Systemen verwenden die Kegelstrahlgeometrie („cone beam“), bei der die zweidimensionalen Projektionen des Objektes erzeugt werden, von denen sich die vom Quellpunkt kegelförmig ausbreitenden Röntgenstrahlen gemessen werden.

In der Medizin wird noch die Fächerstrahlgeometrie verwendet. Um dreidimensionale Strukturen darzustellen, werden Serien von zweidimensionalen Querschnittsbildern aufgenommen und nach der Rekonstruktion aufeinander gepackt. Diese Methode hat zwei Nachteile, die mit der Kegelstrahlgeometrie überwunden werden können. Man kann die Meßzeiten drastisch verringern und die Fehler vermeiden, die durch das „Packen“ erzeugt werden. L. A. Feldkamp, der Entwickler des meist verwendeten 3D Rekonstruktionsalgorithmus, sagt: „Die Kegelstrahlrekonstruktion stellt ein schnelles und zuverlässiges dreidimensionales Verfahren für NDE („nondestructive evaluation“) mit einem Minimum mechanischer Kompliziertheit dar“ [16].

Die Kegelstrahlgeometrie hat ihren Ursprung in der Publikation von A. A. Kirillov 1960 [17], in der er eine Methode für das Invertieren von komplexen Kegelstrahlraten im n -dimensionalen komplexen Raum angibt. Obwohl seine Arbeit nicht direkt für die CT angewendet werden kann, hat sie als Basis für spätere Entwicklungen gedient. Später haben viele Autoren Rekonstruktionsalgorithmen für diese Geometrie entwickelt. Viele dieser Methoden erfordern Projektionen von Quellpunkten auf einer vollständigen Kugeloberfläche um das Objekt [18, 19]. Die ersten Verfahren, die eine Kreisbahn um das Objekt benutzten, waren die 2D Rückprojektionsmethode von Herman [20] und die 3D Rückprojektionsmethode von Feldkamp [21]. Die Kreisbahntrajektorie ist zur Zeit die in CT-Systemen am meisten benutzte. Sie ist einfach durch eine Drehung der Probe um 360° zu realisieren, während die Röntgenquelle und der Detektor unbeweglich bleiben. Sie ist auch am besten erforscht und es existieren dafür viele Rekonstruktionsalgorithmen. Mit

Projektionen, die mit der Kreisbahntrajektorie aufgenommen werden, ist aber eine fehlerfreie Rekonstruktion nicht möglich.

<i>Forscher</i>	<i>Exakt</i>	<i>Realisiert</i>	<i>Computer-Implementierbarkeit</i>	<i>Quellentrajektorie</i>	<i>Klassifizierung der Rekonstruktions-Methoden</i>
Altschuler [22]	Nein	Nein	Gut	Kreis	Matrizen Inversion
Feldkamp [21]	Nein	Ja	Ausgezeichnet	Kreis	Convolution Backprojection
Finch [23]	Ja	Nein	Gut	Genügend großer Kreis	Mathematische Analyse
Grangeat [24,25]	Nein	Ja	Sehr gut	Kreis	Inversion of the first derivative of the 3D Radon Transform
Hamaker [26]	Nein	Nein	Gut	Endliche Anzahl von Quellpositionen	Convolution Backprojection
Herman [20]	Nein	Ja	Ausgezeichnet	Kreis	Convolution Backprojection
Imiya [27]	Nein	Ja	Schlecht	Kugeloberfläche	Rho-Filtered Convolution Backprojection
Kowalski [28] Parallele Kreise	Nein	Ja	Gut	Zwei parallele Kreise	Matrix Inversion
Kowalski [29] Gerade Linie	Nein	Ja	Gut	Gerade Linie	Matrix Inversion
Minerbo [30]	Nein	Nein	Gut	Kreis	Convolution Backprojection
Peyrin [31]	Nein	Nein	Schlecht	Kugeloberfläche	Rho-Filtered Convolution Backprojection
Schlindwein [32]	Nein	Ja	Gut	Zwei parallele Kreise	ART
K. T. Smith [33]	Ja	Nein	Schlecht	Kugel	Convolution Backprojection
Tuy [34]	Ja	Nein	Schlecht	Zwei senkrechte Kreise	Convolution Backprojection
B. D. Smith [35]	Ja	Nein	Schlecht	Beliebige Trajektorie, die bestimmte Bedingungen entsprechen müssen	Convolution Backprojection
Rizo [36]	Ja	Ja	Schlecht	Zwei Kreise, Winkel zwischen den Trajektorien kleiner als 90°	Inversion of the first derivative of the 3D Radon Transform
Zeng [37]	Ja	Ja	Schlecht	Kreis und Linie senkrecht zueinander	Convolution Backprojection with prefiltering
Hu [38]	Ja	Nein	Gut	Kreis und Linie senkrecht zueinander	Filter Backprojection
Bronnikov [39]	Ja	Ja	Gut	Helix, Sinus-Kurve, orthogonale Ellipsen	Backprojektion and 3D shiftvariant filtering

Tabelle 1. Bekannte Rekonstruktionsmethoden

In Tabelle 1 ist eine Übersicht der verschiedenen Verfahren mit ihren Hauptmerkmalen zusammengestellt. Für die Rekonstruktionsmethoden werden die englischen Begriffe verwendet.

Die notwendige Bedingung für fehlerfreie Rekonstruktion wurde zum ersten Mal von Tuy formuliert [34] und besagt: Falls sich auf jeder Ebene, die sich mit dem Objekt schneidet, mindestens eine Kegelstrahlquellposition befindet, kann das Objekt exakt rekonstruiert werden. Mit einer kreisförmigen Bewegung, die diese Bedingung nicht erfüllt, kann man nicht genügend Informationen für eine fehlerfreie Rekonstruktion sammeln. Tuy leitete für beliebige Quellentrajektorien eine Rekonstruktionsformel ab, die dieser Bedingung entspricht [34] und die auf der Inversionsformel von Kirillov [17] basiert. Es ist aber schwierig, diese Formel in einen effizienten Algorithmus umzuwandeln, weil sie sehr kompliziert ist. Im nächsten Kapitel wird diese Bedingung genauer erläutert und gezeigt, warum die Kreisbahntrajektorie keine exakte Rekonstruktion liefert.

3.3 Anforderungen an die Quelltrajektorie für exakte Rückrechnungen

Um zu zeigen, warum mit Projektionen einer Quelltrajektorie, die nicht die Tuysche Bedingung erfüllt, keine genau Rekonstruktion erreicht werden kann, wird zuerst das Zentralschnitttheorem im dreidimensionalen Raum erläutert.

Im folgenden wird die Bezeichnung $\hat{a}$ für einen Einheitsvektor in Richtung von $\vec{a}$ benutzt.

Mit $F(\vec{w})$ wird die dreidimensionale Fourier-Transformation der Objektfunktion $f(\vec{r})$ formuliert:

$$F(\vec{w}) = \int_{|\vec{r}| \leq 1} f(\vec{r}) e^{-j\vec{w} \cdot \vec{r}} d\vec{r}, \quad (3.3.1)$$

wobei $\vec{w} = (\vec{w}_x, \vec{w}_y, \vec{w}_z)$ der Frequenzvektor ist. Ein Punkt im 3D Raum wird durch $\vec{r} = (x, y, z)^T$ definiert, und als Objekt mit der Objektfunktion $f(\vec{r})$ wird eine Kugel mit $\|\vec{r}\| \leq 1$ betrachtet. Die 3D Radontransformierte $p(l, \vec{\theta})$ ergibt sich

durch Integrieren von $f(\vec{r})$ über die Ebene, die durch $\vec{r} \cdot \vec{\theta} = l$ gegeben ist ($\vec{\theta} = (\cos \theta_1, \sin \theta_2, \sin \theta_1, \sin \theta_2, \cos \theta_2)$ ist der Flächennormalenvektor).

Die Verbindung zwischen der Fouriertransformierten der Objektfunktion (Gl. 3.3.1) und der Fouriertransformierten der Radontransformation

$$P(\xi, \vec{\theta}) = \int_{-l}^l p(l, \vec{\theta}) e^{-j\xi l} dl \quad (3.3.2)$$

liefert das Zentralschnitttheorem das für den zweidimensionalen Fall im Kapitel 3.1 genau beschrieben ist:

$$F(\xi, \vec{\theta}) = P(\xi, \vec{\theta}) . \quad (3.3.3)$$

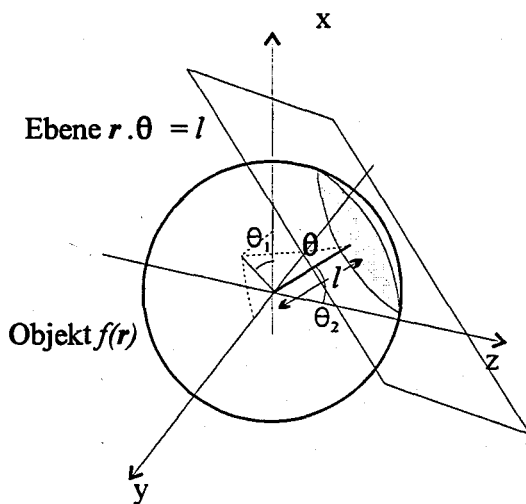


Abb. 3.3.1
Die 3D Radontransformation
 $p(l, \vec{\theta})$ berechnet nach der
Flächenintegration über die
Ebene $\vec{r} \cdot \vec{\theta} = l$

Für $\vec{\theta}$ konstant, hängt die Funktion $P(\xi, \vec{\theta})$ nur von der Variablen ξ ab und ergibt F über die Gerade $\vec{w} = \xi \vec{\theta}$, die das Zentrum des 3D Fouriertraumes schneidet. Wenn $P(\xi, \vec{\theta})$ für alle $\vec{\theta}$ bekannt ist, dann ist auch $F(\vec{w})$ im ganzen 3D Fouriertraum bestimmt.

Wenn die Tuysche Bedingung nicht erfüllt wird, können manche Regionen von $F(\vec{w})$ nicht aus den Projektionsdaten berechnet werden und die Rekonstruktion ist nicht exakt.

Am häufigsten wird eine Kreisförmige Quelltrajektorie benutzt, die im Folgenden betrachtet wird. Es wird ein Kreis mit Radius D , zentriert in der Zentralebene des

Objektes, betrachtet. Wenn der Radius D größer wird, nimmt der Kegelwinkel bei der Projektion ab.

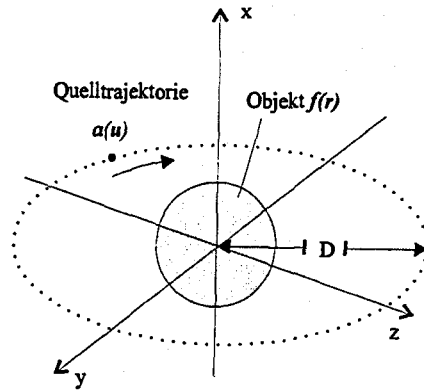


Abb. 3.3.2
Die Quelle bewegt sich auf einem Kreis mit Radius D , der in der Zentralebene des Objektes liegt

Die Quelltrajektorie $\vec{a}(u)$ ist dann durch $\vec{a}(u) = (0, -D \sin u, -D \cos u)^T$ für $0 \leq u \leq 2\pi$ definiert. Die modifizierte 3D Radontransformation bekommt man aus $p(l, \bar{\theta})$ als:

$$p'(l', \bar{\theta}) = -\frac{l}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{l-l'} \frac{\partial}{\partial l} p(l, \bar{\theta}) dl \quad (3.3.4)$$

Es läßt sich zeigen, daß $p'(l', \bar{\theta})$ bei dieser Quelltrajektorie nur für einen begrenzten Bereich G'_C berechnet werden kann:

$$G'_C = \left[(l', \bar{\theta}) \mid D \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2} \geq |l'| \right] \quad (3.3.5)$$

Dieser Bereich ist in Polarkoordinaten mit den Variablen l' und $\bar{\theta}$ in Abb. 3.3.3 im 3D Radonraum dargestellt.

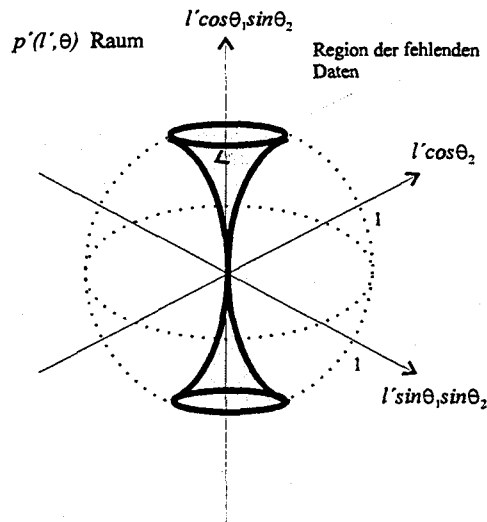


Abb. 3.3.3
Bereich im modifizierten 3D
Radonraum in dem die
Information für die
Rekonstruktion bei
kreisförmiger Quelltrajektorie
nicht erhältlich ist.

Im Fourierraum ist dieser Bereich S_C definiert durch:

$$S_C = \left[(w_X, w_Y, w_Z) \mid \frac{|w_X|}{\sqrt{w_X^2 + w_Y^2 + w_Z^2}} \leq \sqrt{1 - \frac{I}{D^2}} \right] \quad (3.3.6)$$

Der Bereich im Fourierraum für den die Information fehlt, wird in Abb. 3.3.4 gezeigt.

Aus den Bildern erkennt man, daß bei der Kreisbahn nur die Mittelebene fehlerfrei rekonstruiert werden kann und daß der Bereich fehlender Daten mit dem Kegelwinkel wächst.

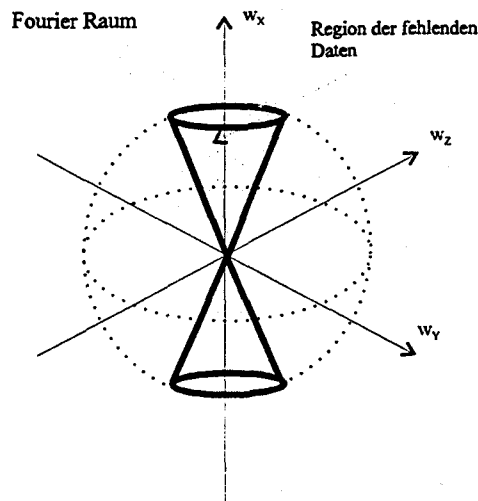


Abb. 3.3.4
Bereich im 3D
Fourierraum in dem die
Information für die
Rekonstruktion bei
kreisförmiger
Quelltrajektorie nicht
erhältlich ist.

3.4 Rückrechnung für die Helix-Quelltrajektorie

Für die rekonstruierten Proben, die später im Kapitel 6 gezeigt werden, wurde ein Rekonstruktionsalgorithmus verwendet, der auf dem „convolution backprojection“-Algorithmus basiert, der von Feldkamp [21] entwickelt wurde.

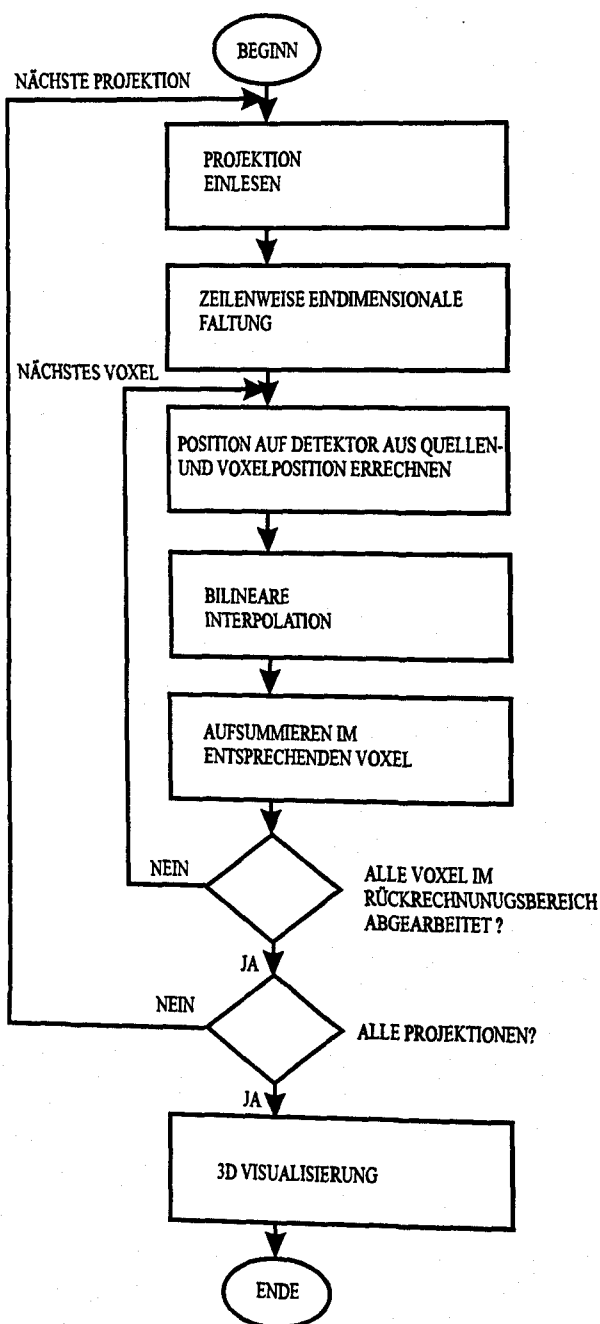


Abb. 3.4.1 Blockdiagramm des „convolution backprojection“-Rekonstruktionsalgorithmus nach Feldkamp

Dieser Algorithmus ist weltweit der wahrscheinlich am häufigsten verwendete und wird hier nicht extra beschrieben. Es wird nur mit Hilfe eines Blockdiagramms in Abb. 3.4.1 die Funktionsweise des Algorithmus kurz erläutert. Die zweidimensionalen Projektionen werden zuerst zeilenweise mit einem bestimmten Konvolutionskern gefaltet, und die Beiträge von den auf diese Weise berechneten Werten aller Projektionen werden in jedem Voxel des 3D Objektesdatensatzes aufsummiert.

Außer seiner relativ einfachen Implementierung ist er von allen uns bekannten Rekonstruktionsalgorithmen am effizientesten („computation efficient“). Die Rekonstruktion eines 3D Objektes mit Größe N^3 aus m Projektionen hat die Zeitkomplexität $O(m \cdot N^3)$.

Dieser Rekonstruktionsalgorithmus ist aber nur für eine Kreisbahntrajektorie anwendbar. Um die oben beschriebenen Schwächen dieser Geometrie zu umgehen, wurde ein neuer Algorithmus in Zusammenarbeit mit S.-R. Zhao entwickelt. Als Quelltrajektorie wurde eine Helixkurve um das Objekt gewählt. Sie entspricht der Tuyschen Bedingung für fehlerfreie Rekonstruktion und ist mit einer Rotation und gleichzeitiger vertikaler Bewegung des Objektes - Abb. 3.4.2 relativ einfach zu implementieren.

Diese Methode basiert auf der von Zhao und Halling [40, 41] entwickelten direkten Fourier-Rekonstruktionsmethode („generalized fourier method“) und wird im folgenden erläutert.

Die dreidimensionale Objektfunktion ist definiert durch $f(\vec{x})$ wobei $\vec{x}$ ein zu rekonstruierender Punkt im 3D Raum ist. Die Quellpositionen sind mit der Funktion $\vec{\Phi}(\lambda)$ beschrieben und in Komponentenform:

$$\vec{\Phi}(\lambda) = (\vec{\Phi}_1(\lambda), \vec{\Phi}_2(\lambda), \vec{\Phi}_3(\lambda))^T \quad (3.4.1)$$

Die Kegelstrahlprojektionen sind dann definiert als:

$$g_0(\hat{\alpha}, \vec{\Phi}) = \int_0^\infty f(\vec{\Phi} + \tau \hat{\alpha}) d\tau \quad (3.4.2)$$

wobei $\vec{\alpha} = \{s, \sigma, \tau\}$ und $\hat{\alpha}$ der Einsvektor von $\vec{\alpha}$ ist.

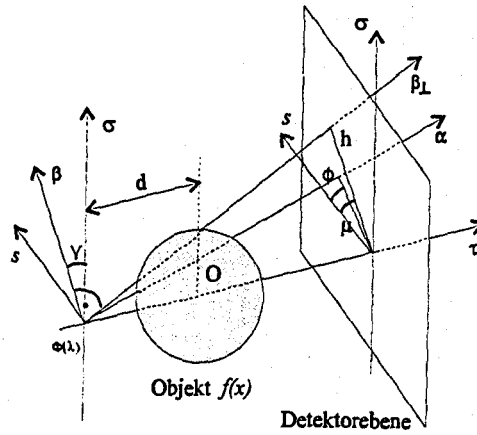


Abb. 3.4.2
Graphische
Darstellung von
lokalem
Koordinatensystem
(τ, s, σ),
Objektfunktion $f(x)$
und Detektorebene

Die gemessenen Projektionen $g_0(\hat{\alpha}, \bar{\Phi})$ werden zuerst modifiziert zu:

$$g_I(s, \sigma, \bar{\Phi}) = \frac{d}{\sqrt{s^2 + \sigma^2 + d^2}} g_0(s, \sigma, \bar{\Phi}) \quad (3.4.3)$$

um danach die G -Funktion (äquivalent zur G -Funktion definiert von Grangeat [42]) mit $u = s \cos \mu + \sigma \sin \mu$ und $v = -s \sin \mu + \sigma \cos \mu$ zu berechnen:

$$G(\hat{\beta}, \bar{\Phi}) = \frac{-j2\pi(h^2 + d^2)}{d^2} \int_{-a}^a \frac{\partial}{\partial u} \left\{ g_I(s, \sigma, \bar{\Phi}) \right\}_{u=h} dv \quad (3.4.4)$$

Die Integralgrenzen für die Variable v sind $-a$ und a .

Wenn wir jetzt die 3D Fouriertransformation $\tilde{f}(\bar{\beta})$ (Gl. 3.1.3, Gl. 3.1.4 für 2D Raum) der Objektfunktion $f(\bar{x})$ betrachten:

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{R^3} \tilde{f}(\bar{\beta}) e^{j\bar{\beta} \cdot \bar{x}} d\bar{\beta} \quad (3.4.5)$$

kann daraus die F -Funktion von Grangeat abgeleitet werden mit:

$$F(\hat{\beta}, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(w\hat{\beta}) w e^{jwl} dw \quad (3.4.6)$$

wobei $\vec{\beta} = w \hat{\beta}$ und $\hat{\beta}$ der Einheitsvektor ist.

Die Inversion der oberen Gleichung gibt:

$$\tilde{f}(w \hat{\beta}) = \frac{1}{w} \int_{-\infty}^{\infty} F(\hat{\beta}, l) e^{-jwl} dl \quad (3.4.7)$$

und falls die Objektfunktion in einer Kugel mit Radius R definiert ist, wird Gl. 3.4.7 zu:

$$\tilde{f}_R(w \hat{\beta}) = \frac{1}{w} \int_{-R}^R F(\hat{\beta}, l) e^{-jwl} dl \quad (3.4.8)$$

es wird in [41] gezeigt, daß für $\hat{\beta} \bullet \vec{x} \in [-R, R]$ gilt $\tilde{f}(w \hat{\beta}) = \tilde{f}_R(w \hat{\beta})$.

Die Gl. 3.4.8 hat eine Singularität für $w = 0$ und muß deswegen transformiert werden zu:

$$\tilde{f}_R(w \hat{\beta}) = \int_{-R}^R U(w, l) F(\hat{\beta}, l) e^{-jwl} dl \quad (3.4.9)$$

mit:

$$U(w, l) = \begin{cases} \frac{1}{w} & |w| > 0 \\ -jl & w = 0 \end{cases} \quad (3.4.10)$$

B. D. Smith leitet die folgende Gleichung als Lemma 1 in [43] ab:

$$\int_{-R}^R k(l) dl = \int_{\Lambda} k(\vec{\Phi}(\lambda) \bullet \hat{\beta}) \frac{|\hat{\beta} \bullet \vec{\Phi}'(\lambda)|}{M(\hat{\beta}, \vec{\Phi}(\lambda) \bullet \hat{\beta})} d\lambda \quad (3.4.11)$$

wobei $\bar{\Phi}(\lambda)$ die Quellpositionen beschreibt (Gl. 3.4.1), $\lambda \in [a, b]$,
 $\bar{\Phi}'(\lambda) = \frac{d\bar{\Phi}(\lambda)}{d\lambda}$ und $M(\hat{\beta}, l)$ zeigt die Anzahl der Schnittpunkte zwischen der
 Ebene $(\hat{\beta}, l)$ definiert durch $l = \bar{\Phi}(\lambda) \cdot \hat{\beta}$ und der Quellpunktkurve.
 Mit Gl. 3.4.9 und Gl. 3.4.11 und nach Ersetzen von $w = \|\bar{\beta}\|$ und $\bar{\beta} = w\hat{\beta}$ erhält
 man:

$$\tilde{f}(\bar{\beta}) = \int_{\Lambda} U(\|\bar{\beta}\|, \hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)) F(\hat{\beta}, \hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)) \frac{|\hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}'(\lambda)|}{M(\hat{\beta}, \hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda))} e^{-j\hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)} d\lambda \quad (3.4.12)$$

Als Zusammenfassung der oben abgeleiteten Gleichungen kann die
 Rekonstruktion der Objektfunktion f , ausgehend von den Kegelstrahlprojektionen
 g folgenderweise symbolisch beschrieben werden:

$$g \Rightarrow G \quad F \Rightarrow f \quad (3.4.13)$$

Die fehlende Beziehung zwischen G und F ist ähnlich wie bei B.D. Smith [44]
 definiert als:

$$F(\hat{\beta}, l) \Big|_{\hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)} = \frac{l}{2\pi} G(\hat{\beta}, \bar{\Phi}) \quad (3.4.14)$$

Hier kommt wieder die oben formulierte Tuysche Bedingung zur Geltung, weil
 Gl. 3.4.13 und Gl. 3.4.14 bedeuten, daß die Objektfunktion vollständig
 rekonstruiert werden kann wenn, F in seinem ganzen Bereich von den benutzten
 Quellpositionen bestimmt werden kann. In unserem Fall kann diese Bedingung
 folgendermaßen formuliert werden: F kann aus g bestimmt werden, falls für jede
 Richtung $\hat{\beta}$ mindestens ein Quellpunkt $\bar{\Phi}(\lambda)$ existiert, so daß die Gleichung

$$l = \bar{\Phi}(\lambda) \cdot \hat{\beta} \quad (3.4.15)$$

für alle l ($-\infty < l < \infty$) erfüllt ist.

In dieser Beziehung wird die oben in (Gl. 3.4.11) benutzte Funktion $M(\hat{\beta}, l)$
 betrachtet. Sie zeigt die Anzahl der Schnittpunkte, die die mit Gl. 3.4.15 definierte

Ebene mit der Quellkurve hat. Es wurde gezeigt, daß falls diese Zahl Null ist keine exakte Rekonstruktion erreicht werden kann. Aber die Funktion $M(\hat{\beta}, l)$ zeigt gleichzeitig die Redundanz der gemessenen Daten an. Wenn zum Beispiel die Quelltrajektorie betrachtet wird, bei der sich die Quellpunkte auf einer Kugel um das Objekt befinden, dann stellt sich heraus, daß für bestimmte Objektpunkte unendlich viele redundante Projektionsdaten beitragen. In diesem hypothetischen Fall ist die Redundanz also unendlich, was bedeutet, daß viel mehr Daten gemessen werden, als eigentlich für die Rekonstruktion nötig sind. In dieser Hinsicht ist die Kreistrajektorie fast ideal, weil $M(\hat{\beta}, l)$ nicht größer als zwei werden kann..

Mit Gl. 3.4.12 und Gl. 3.4.14 leitet sich dann die Rekonstruktionsmethode wie folgt ab:

$$\tilde{f}(\bar{\beta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Lambda} U(\|\bar{\beta}\|, \hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)) G(\hat{\beta}, \bar{\Phi}(\lambda)) \frac{|\hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}'(\lambda)|}{M(\hat{\beta}, \hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda))} e^{-j\hat{\beta} \cdot \bar{\Phi}(\lambda)} d\lambda \quad (3.4.16)$$

Aus der 3D Fouriertransformation $\tilde{f}(\bar{\beta})$ kann dann mit Gl. 3.4.5 die Objektfunktion $f(\bar{x})$ bestimmt werden.

Um diesen Algorithmus für die Helix-Quelltrajektorie zu implementieren, muß vorher geprüft werden für welche Helixparameter die Tuysche Bedingung erfüllt ist.

Es wird die Helix mit Radius D und Länge $2L$, die aus M Windungen besteht, (Abb. 3.4.3) betrachtet.

Wenn die zentrale Achse der Helix mit der vertikalen Achse des Objektes übereinstimmt, wird die Trajektorie der Kurve auf der sich die Quelle befindet, beschrieben durch:

$$\bar{\Phi}(\lambda) = \left(D \cos(M\lambda), D \sin(M\lambda), L \frac{\lambda}{2\pi} \right)^T, \quad \lambda \in [0, 2\pi] \quad (3.4.17)$$

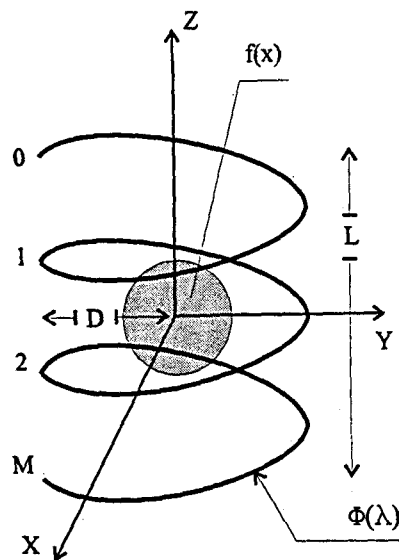


Abb. 3.4.3
Helix-Geometrie mit
verschiedenen möglichen
Parametern: M Zahl der
Windungen, Radius D
und Länge L

Um eine exakte Rekonstruktion zu erreichen, sollen die Parameter M , D und L so gewählt werden, daß die Tuysche Bedingung erfüllt ist. Wenn man kleine Werte für D wählt, entspricht das einem größeren Kegelwinkel und entsprechend starker geometrischer Vergrößerung; bei manchen Rekonstruktionsalgorithmen führt das zu Ungenauigkeiten. Kleine Werte für M sind besser, um die Meßanordnung einfacher zu gestalten. In [45] wurde durch Simulationen die Beziehung zwischen den Helix-Parametern und den daraus folgenden Möglichkeiten zur genauen Rekonstruktion berechnet und in Abb. 3.4.4 graphisch dargestellt. Es wurde angenommen, daß das Objekt eine Kugel mit Radius I ist.

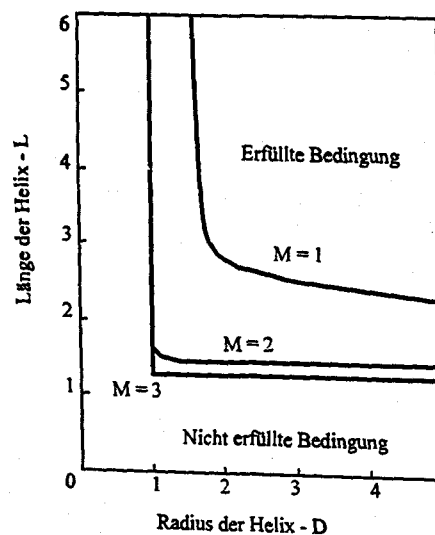


Abb. 3.4.4
Beziehung zwischen den
Parametern der Helixkurve
und den Möglichkeiten für
eine exakte Rekonstruktion.
Die Wertepaare (D, L) die die
Tuysche Bedingung zu
vorgegebenem M erfüllen,
liegen jeweils rechts oberhalb
der Grenzkurven.

Für unsere Berechnungen wurde die Variante mit einer Windung gewählt. Wie in Abb. 3.4.4 sichtbar, müssen in diesem Fall der Radius D und die Höhe L der Helix größer sein als bei der Geometrie mit mehr Windungen, aber das stellt keine besonderen Anforderungen an das CT-System. Ein anderer Vorteil dieser Variante ist, daß die Funktion $M(\hat{\beta}, l)$ die Werte eins oder zwei annimmt.

Der erste Schritt des Rekonstruktionsalgorithmus stellt die Transformation des Koordinatensystems dar. Die Objektfunktion und die Quelltrajektorie werden in dem kartesischen Koordinatensystem (O, X, Y, Z) definiert; Abb. 3.4.5. Es wird ein lokales Koordinatensystem (τ, s, σ) definiert durch Drehung um den Winkel λ um die Z -Achse.

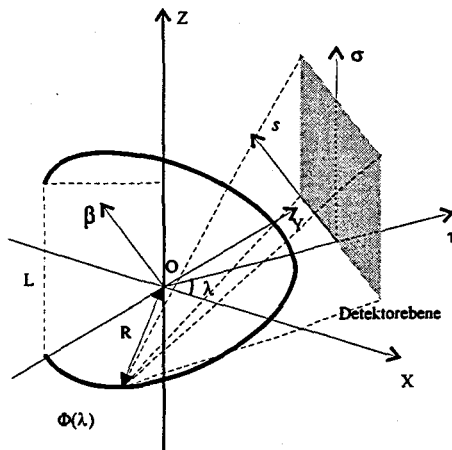


Abb. 3.4.5
Darstellung des
Quellpunkts- (O, X, Y, Z)
und des lokalen
Koordinatensystems
 (τ, s, σ) . Die
Quellpunktcurve
 $\bar{\Phi}(\lambda)$ beschreibt eine
Windung einer Helix.

Die Koordinatentransformation kann beschrieben werden durch:

$$\begin{pmatrix} \beta_\tau \\ \beta_s \\ \beta_\sigma \end{pmatrix} = A' \begin{pmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_x \cos \lambda + \beta_y \sin \lambda \\ -\beta_x \sin \lambda + \beta_y \cos \lambda \\ \beta_z \end{pmatrix} \quad (3.4.18)$$

Dabei ist:

$$A = (\bar{\tau} \ \bar{s} \ \bar{\sigma}) = \begin{pmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4.19)$$

Die Quelltrajektorie im lokalen Koordinatensystem ist definiert durch:

$$\bar{\Phi}(\lambda) = -D\bar{\tau} + L\frac{\lambda}{2\pi}\bar{\sigma} \quad (3.4.20)$$

und

$$\hat{\beta} \bullet \bar{\Phi}(\lambda) = -D(\beta_1 \cos \lambda + \beta_2 \sin \lambda) + \beta_3 L \frac{\lambda}{2\pi} \quad (3.4.21)$$

Die Ableitung der Quelltrajektorie, definiert durch $\bar{\Phi}'(\lambda) = \frac{d\bar{\Phi}(\lambda)}{d\lambda}$ ergibt in diesem Fall:

$$\bar{\Phi}'(\lambda) = -D\frac{d\tau}{d\lambda} + \frac{L}{2\pi}\bar{\tau} = -D\bar{s} + \frac{L}{2\pi}\bar{\tau} \quad (3.4.22)$$

und für das innere Produkt :

$$\left| \hat{\beta} \bullet \bar{\Phi}'(\lambda) \right| = \left| \beta_1 D \sin \lambda - \beta_2 D \cos \lambda + \beta_3 \frac{L}{2\pi} \right| \quad (3.4.23)$$

Dann kann die als Gl. 3.4.16 abgeleitete Beziehung zwischen der G -Funktion und der 3D-Fouriertransformation der Objektfunktion für die betrachtete Helix-Quelltrajektorie folgenderweise formuliert werden:

$$\tilde{f}(\bar{\beta}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(\|\bar{\beta}\|, -D(\beta_1 \cos \lambda + \beta_2 \sin \lambda) + \beta_3 L \frac{\lambda}{2\pi}) G(\hat{\beta}, \bar{\Phi}(\lambda)) \cdot$$

$$\frac{\left| \beta_1 D \sin \lambda - \beta_2 D \cos \lambda + \beta_3 \frac{L}{2\pi} \right|}{M(\bar{\beta}, \bar{\beta} \bullet \bar{\Phi}(\lambda))} \quad (3.4.24)$$

$$\exp \left\{ j \left(D(\beta_1 \cos \lambda + \beta_2 \sin \lambda) - \beta_3 L \frac{\lambda}{2\pi} \right) \right\} d\lambda$$

Wie von den gemessenen Kegelstrahlprojektionen die G -Funktion gewonnen wird, wurde mit Gl. 3.4.3 und Gl. 3.4.4 beschrieben. Die auf diese Weise

berechnete Objektfunktion im 3D-Fourierraum kann dann direkt mit inverser Fouriertransformation erhalten werden.

Eine wichtige Eigenschaft dieses Rekonstruktionsalgorithmus ist die Vermeidung der Interpolation von Polar- zu kartesischen Koordinaten im Fourierraum, was die Genauigkeit verbessert. Die Funktion $G(\hat{\beta}, \bar{\Phi}(\lambda))$, definiert im vierdimensionalen Raum $(\bar{\beta}, \lambda)$, wird direkt in kartesischen Koordinaten berechnet. Das erübrigt den Interpolationsschritt und steigert auf diese Weise die Genauigkeit. Als einziger Nachteil dieses Algorithmus kann der große Rechenaufwand (Zeitkomplexität $O(N^5)$) im Vergleich zum Feldkamp-Algorithmus erwähnt werden.

3.5 „Region of Interest“ (Objektausschnitt)

Die Methoden des vorherigen Kapitels sind nur dann direkt anwendbar, wenn alle Projektionsdaten des gemessenen Objektes vorhanden sind. Im folgenden wird ein in vielen Anwendungen auftretendes Problem, das Fehlen von Projektionsdaten aus Bereichen des Objektes, betrachtet.

Um eine fehlerfreie Rekonstruktion aus einer vorliegenden Anzahl von Projektionen zu berechnen, müssen die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

- Alle Projektionen werden innerhalb von 360° mit konstantem Winkelabstand aufgenommen.
- Alle Projektionen werden mit gleichem Abstand diskretisiert.
- Jeder Punkt des Objektes soll zu jeder Projektion beitragen.

Alle Detektorsysteme haben eine begrenzte Fläche. Falls eine oder mehrere Dimensionen des untersuchten Objektes größer sind, kann das ganze Objekt nicht vollständig abgebildet werden und die Projektionen werden unvollständig. In bestimmten Fällen werden absichtlich unvollständige Projektionen des Objektes aufgenommen.

Häufig ist es in der Materialuntersuchung erwünscht, eine bestimmte Objektregion („Region of Interest“: ROI) im Inneren der Probe zu rekonstruieren, vor allem:

- Wenn die ganze Probe im Vergleich zur ROI zu groß ist. Die Auflösung ist im Parallellfall durch das Verhältnis aus dem Durchmesser des Objektes und der Zahl der Pixel des Detektorsystems gegeben. Die Zahl der Pixel in CCD-Detektoren ist technologiebedingt begrenzt und, wenn das ganze Objekt abgebildet werden muß, wird die Auflösung entsprechend begrenzt.
- Wenn die Geometrie des Objektes Messungen von allen Seiten nicht erlaubt,
- Wenn andere Bereiche nicht von Interesse sind.

In allen diesen Fällen ist die Bedingung, daß jeder Punkt des Objektes zu jeder Projektion beitragen soll, nicht erfüllt, und eine Rekonstruktion aus vollständigen Projektionen mit den vorgestellten Methoden führt zu starken Artefakten.

Wenn Teile der Objekteschichten im Vergleich zu den anderen sehr dicht sind oder sogar vollständig absorbieren, werden Teile der Projektionen unbrauchbar. Das gilt besonders dann, wenn der mittlere Teil vollständig absorbiert und in diesem Bereich die Intensität Null gemessen wird oder wenn zum Beispiel bei einem ringförmigen Objekt in der Mitte die Intensität zu hoch ist und somit die dynamische Grenze des Detektors überschritten wird. In solchen Fällen bekommt man sogenannte Loch-Projektionen („hollow projections“). Eine Rekonstruktion aus solchen Projektionen ist möglich; da solche Objekte nicht zur Untersuchung anstanden und in der Praxis selten vorkommen, ist dieser Fall nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Der für praktische Untersuchungen interessanteste Fall ist die Rekonstruktion einer ROI aus Projektionen auf denen nur die ROI vollständig abgebildet ist. In Abb. 3.5.1 ist eine Meßanordnung dargestellt, bei der nur die ROI, die in der Mitte des Objektes liegt, gemessen wird.

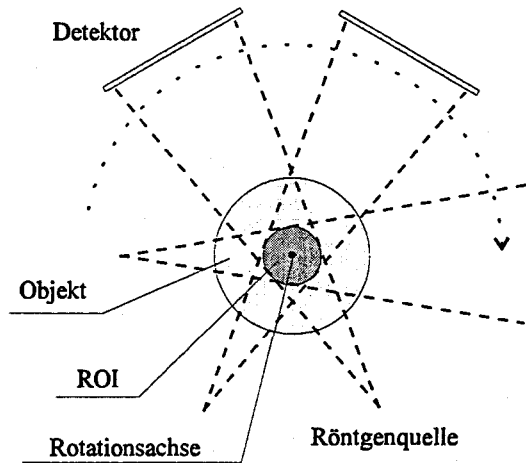


Abb. 3.5.1
Meßanordnung zur
ROI-Messung. Nur ein
Ausschnitt im Zentrum
des Objektes wird
vollständig auf alle
Projektionen
abgebildet. Die
Drehachse stimmt mit
dem Symmetrie-
zentrum des Objektes
überein.

Das betrachtete Objekt ist zylindrisch, seine Drehachse liegt im Zentrum. Die ROI hat den Durchmesser $2a$. Auf der nächsten Abbildung (Abb. 3.5.2) ist eine solche Projektion dargestellt. Es wird angenommen, daß das ganze Objekt eine konstante Dichte hat. Wir wollen nur den Bereich O_T exakt rekonstruieren. Das ist aber nur möglich, wenn die Projektionen f_T vorliegen. Statt dessen haben wir $f(r)$. Nur für die Fälle, in denen O_H :

- die Dichte Null hat,
- eine konstante Dichte besitzt,
- die Dichte vorher bekannt ist,

ist eine exakte Rekonstruktion möglich. Für alle anderen Fälle gibt es keine exakte Methode, um die Komponenten f_T und f_H von $f(r)$ zu trennen.

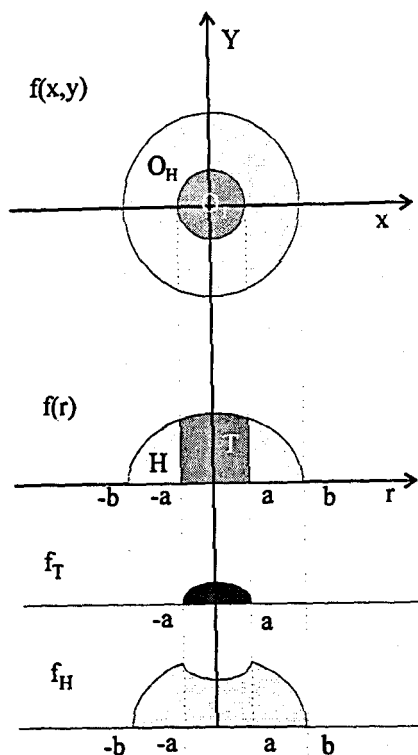


Abb. 3.5.2

Darstellung verschiedener Bereiche der unvollständigen Projektion. $f(r)$ ist die vollständige Projektion des Objektes - $r > b$ und die schraffierten Flächen T und H stellen entsprechend die „truncated“ und „hollow“ Projektionen dar. O_H und O_T werden als zwei verschiedene Teile des Objektes betrachtet und ihre individuellen vollständigen Projektionen sind als f_T und f_H dargestellt.

Für den Fall, daß beim obigen Beispiel nur unvollständige („truncated“) Projektionen vorliegen, kann man trotzdem eine Rekonstruktion unter Annahme vollständiger Projektionen vornehmen. Der bei der Rekonstruktion entstehende Fehler läßt sich definieren. Dieser mittlere Fehler $Err(r)$ des rekonstruierten Absorptionskoeffizienten im Abstand r von der Rotationsachse des Objektes (vgl. Abb. 3.5.1) ergibt sich zu [46]:

$$Err(r) = \frac{2}{\pi} \left[\varepsilon(r) - \arctan(\varepsilon(r)) \right] \quad (3.5.1)$$

mit

$$\varepsilon(r) = \sqrt{\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 1}{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}} \quad (3.5.2)$$

Der Fehler hängt vom Abstand r des rekonstruierten Punktes vom Mittelpunkt der Probe ab. Bei $r = 0$ ist der Fehler minimal und wird mit wachsendem r größer. Für $r \rightarrow a$ wird $Err \rightarrow \infty$. Der Fehler hängt auch von b/a , dem Verhältnis zwischen der Größe der ganzen Probe und der ROI, ab. Im Diagramm 3.5.3 wird $b = 1$ angenommen. Die Werte auf der Fehlerachse (Err) sind logarithmisch dargestellt.

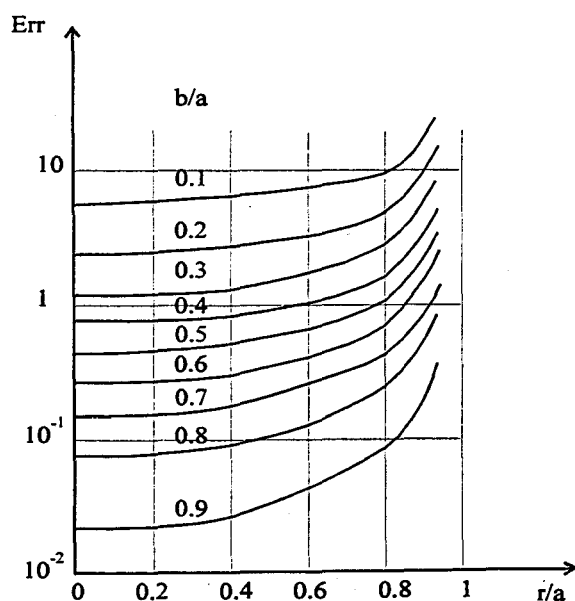


Abb. 3.5.3
Relativer
Rekonstruktionsfehler
bei unvollständigen
Projektionen für $b = 1$.
 Err ist logarithmisch
dargestellt. Der Radius
 a dient als Parameter
für die Kurvenschar.

Es wurden verschiedene Verfahren für die Berechnung unvollständiger Projektionen entwickelt. Die meisten sind jedoch nicht exakt, sondern minimieren die bei der Rekonstruktion erzeugten Fehler.

Ogawa *et al.* stellen ein iteratives Verfahren vor, bei dem nicht nur der ROI des Objektes, der auf alle Projektionen vollständig abgebildet ist, sondern auch seine äußeren Bereiche rekonstruiert werden können [47].

Voraussetzung dafür ist die *a priori* Information über die Außenkontur des untersuchten Objektes: Region D und das Vorhandensein aller unvollständigen Parallelprojektionen $p_m(t, \theta)$ im Bereich $r \leq a$ entsprechend Abb. 3.5.2. Es wird die Absorptionskoeffizientenverteilung $f(x, y)$ in D unter Annahme, daß außerhalb D $f(x, y)$ gleich Null ist, gesucht.

Die Anfangsbedingungen für die Anwendung dieser Methode sind:

$$\text{für die Projektionen: } p(t, \theta) = \begin{cases} p_m(t, \theta) & \text{für } |r| \leq a \\ \text{unbekannt} & \text{für } |r| > a \end{cases} \quad (3.5.3)$$

$$\text{für das rekonstruierte Bild: } f(x, y) = \begin{cases} \text{unbekannt} & \text{für } (x, y) \in D \\ 0 & \text{für } (x, y) \notin D \end{cases} \quad (3.5.4)$$

Die nachfolgende Prozedur dient zur Berechnung der Projektionsdaten im Bereich $r > a$. Sie wird in einzelnen Schritten angegeben:

Schritt 1. Es wird ein Mittelwert der gemessenen Projektionsbilder gebildet und für $f(x, y)$ als Konstante eingesetzt.

$$f^q(x, y) = \begin{cases} \text{Konstante} & \text{für } (x, y) \in D \\ 0 & \text{für } (x, y) \notin D \end{cases} \quad (3.5.5)$$

dabei ist q der Iterationszähler.

Schritt 2. Die Projektionen $p^q(t, \theta)$ werden aus $f^q(x, y)$ berechnet.

$$p^q(t, \theta) = \int_S f^q(x, y) ds \bigg|_{\begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} \quad (3.5.7)$$

und nachfolgend die Projektion $p^{(aus)q}(t, \theta)$

$$p^{(aus)q}(t, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{für } |r| \leq a \\ p^q(t, \theta) & \text{für } |r| > a \end{cases} \quad (3.5.8)$$

und

$$p_m(t, \theta) = 0 \quad \text{für } |r| > a \quad (3.5.9)$$

Schritt 3. Die Projektionsdaten werden folgenderweise modifiziert:

$$\hat{p}^q(t, \theta) = p^{(aus)q}(t, \theta) + p_m(t, \theta) \quad (3.5.10)$$

Schritt 4. Aus den modifizierten Projektionen wird $f^{q+1}(x, y)$ mit einer beliebigen Rekonstruktionsmethode berechnet.

Schritt 5. Aufgrund der Umrißinformation wird $f^{q+1}(x, y)$ modifiziert:

$$\hat{f}^{q+1}(x, y) = \begin{cases} f^{q+1}(x, y) & \text{für } (x, y) \in D \\ 0 & \text{für } (x, y) \notin D \end{cases} \quad (3.5.11)$$

Schritt 6. Die Projektionsdaten $\hat{p}^{q+1}(t, \theta)$ werden nach Gl. 3.5.7 aus $\hat{f}^{q+1}(x, y)$ berechnet.

Schritt 7. Die Abweichung ξ^{q+1} von $\hat{p}^{q+1}(t, \theta)$ und $p_m(t, \theta)$ im Bereich $r \leq a$ wird berechnet:

$$\xi^{q+1} = \sqrt{\frac{\int_{0-a}^{\pi+a} \int [p_m(t, \theta) - \hat{p}^{q+1}(t, \theta)]^2 dt d\theta}{\int_{0-a}^{\pi+a} \int [p_m(t, \theta)]^2 dt d\theta}} \quad (3.5.12)$$

Für einen vorher gewählten Konvergenzfaktor ξ , wird die Iteration beendet, wenn $|\xi^q - \xi^{q+1}| \leq \xi$ wird und $\hat{f}^{q+1}(x, y)$ wird als das endgültig rekonstruierte Bild angenommen. Falls $q = 0$ ist, wird zu Schritt 8 gesprungen.

Schritt 8. In diesem Schritt wird die berechnete Projektion wie folgt ersetzt:

$$p^{(aus)q+1}(t, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{für } |r| \leq a \\ \hat{p}^{q+1}(t, \theta) & \text{für } |r| > a \end{cases} \quad (3.5.13)$$

Schritt 9. Die Iterationszahl wird um 1 inkrementiert und die Berechnung wird bei Schritt 3 fortgesetzt.

Bei diesem Algorithmus wurden zwei Arten von Modifikationen benutzt: die Modifikationen der letzten berechneten Projektionsdaten und die Modifikationen der letzten Rekonstruktionsdaten. Die Projektionsdaten wurden als Summe der gemessenen ROI-Projektionen und der berechneten Projektionen außerhalb der

ROI berechnet und die Regionen außerhalb des bekannten Umrisses der Rekonstruktionsdaten werden auf Null gesetzt.

Abb. 3.5.4 zeigt den RMS-Fehler in den berechneten Projektionsdaten in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen. Dieser Fehler gibt an wie stark die Artefakte infolge der Unvollständigkeit der Projektionen die Bildqualität verschlechtern. Die Unvollständigkeit ist in Prozent angegeben. Die Prozentzahl in der Grafik entspricht dem in den Projektionen fehlenden Anteil des Objektes. Diese Methode ist nur für 1D-Projektionen durchführbar (Anwendung der Parallelstrahlgeometrie bei den Projektionsaufnahmen).

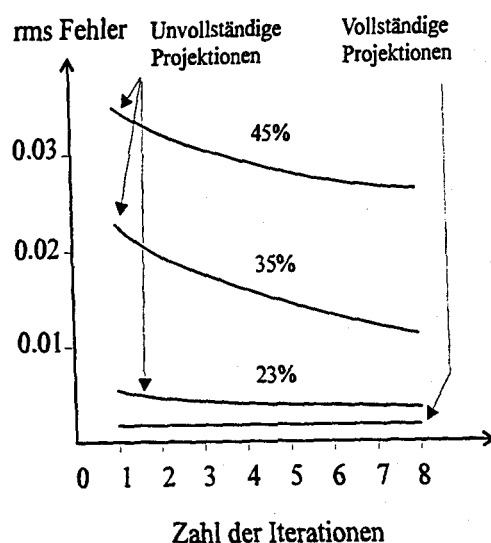


Abb. 3.5.4
RMS-Fehler in den
berechneten
Projektionsdaten für
drei verschiedene
„truncations“ in
Abhängigkeit von der
Anzahl der Iterationen.

Ein Verfahren, das bei medizinischen Untersuchungen benutzt wird, ist in [48] beschrieben. Es werden Fächerstrahlprojektionen von allen Seiten des Objektes aufgenommen. Dann werden Projektionen der ROI mit höherer Auflösung aufgenommen (HR: „high resolution“ Projektionen). Zuerst wird eine Rekonstruktion des gesamten Objektes aus den Projektionen mit niedrigerer Auflösung (LR: „low resolution“ Projektionen) vorgenommen. Die Ergebnisse der vorläufigen Rekonstruktion mit grober Auflösung werden nachher bei der Rekonstruktion mit feinerer Auflösung benutzt. Dieses Verfahren wurde für Untersuchungen entwickelt, bei denen nur zwischen Knochen und weicher Materie unterschieden werden soll. Falls sich in der rekonstruierten Schicht außerhalb der ROI Knochen befinden, wird ihr Beitrag auf die gemessene Intensitätsabschwächung bei den HR-Projektionen entsprechend subtrahiert. Wenn polychromatische Strahlung für die Messungen benutzt wurde, wird die

Strahlaufhärtung auf dem Weg durch die Knochen in der Korrektur der HR-Projektionen berücksichtigt.

Bei diesem Verfahren werden beide Aufnahmen mit demselben Detektor aufgenommen, wobei bei der Aufnahme der ganzen Probe die Auflösung nicht voll genutzt wird. Das hat den Vorteil einer Datenmengenreduzierung und einer kürzeren Rechenzeit; allerdings sind große Unterschiede bei der Auflösung beider Rekonstruktionen nicht erreichbar (ungefähr 2 - 3 *mal* bessere Auflösung für die ROI). Dieser Faktor ist durch die Anzahl der Pixel des Detektors und die Größe der ROI begrenzt. Wie weiter unten gezeigt wird, wachsen die Rekonstruktionsfehler mit Auswahl eines kleineren ROI-Anteiles aus dem Objekt. Wenn das Objekt eine komplexe Struktur hat, wird die Korrektur schwieriger; jedoch ist die ROI-Rekonstruktion mit Hilfe von Interpolation zwischen LR- und HR-Projektionen für den zweidimensionalen Fall ein wohlbestimmtes und relativ leicht lösbares Problem.

Für die dreidimensionale Kegelstrahl-CT sind diese Methoden nicht direkt anwendbar, weil die LR-Projektionen nicht die fehlenden Strahlsummen für die HR-Projektionen enthalten. Nur die fehlenden Strahlsummen in der Zentralebene, die die Strahlquelltrajektorie enthält, können mit Interpolation von LR-Projektionen direkt gewonnen werden. Der Grund dafür ist, daß die Strahlsummen der zwei Meßtrajektorien außer der Zentralebene nicht kollinear sind und deswegen nicht kombiniert werden können.

Azevedo *et al.* [49] schlagen eine Methode vor, mit der die LR- und HR-Projektionsdaten von Kegelstrahlmessungen kombiniert werden können. Diese Methode basiert auf dem Rekonstruktionsalgorithmus von Grangeat. Für die Rekonstruktion der Objektfunktion berechnen sie die Radon-Transformation und invertieren dann deren erste Ableitung. Die 3D-Kegelstrahlprojektion ist mathematisch durch die sogenannte „X-ray“-Transformation darstellbar. Grangeat hat eine exakte Beziehung zwischen der „X-ray“-Transformation und der 3D Radon Transformation gefunden [42]. Die 3D Radon Transformation erhält man durch Integration der Objektfunktion über Ebenen anstelle der Integration entlang von Geraden. Sie ist definiert durch (siehe Kapitel 3.3):

$$\Re f(\rho, \vec{n}) = \int_{(O\vec{M} \cdot \vec{n}) = \rho} f(M) dM \quad (3.5.14)$$

wobei $\vec{n}$ ein 3D-Einheitsvektor mit Anfang im Objektzentrum ist. Die Lage des Objektzentrums ist in Polarkoordinaten durch (ρ, θ, ϕ) definiert.

Die Schwierigkeit besteht darin, Projektionsgruppen, die von verschiedenen Quellpunkten aufgenommen wurden und daher verschiedene Kegelöffnungswinkel aufweisen, zusammenzufügen. Dies ist bei HR- und LR-Projektionen der Fall. Azevedo *et al.* stellen ein Verfahren dar, das dieses Problem lösen kann. Durch Benutzung der „X-ray“-Transformation, die eine Zwischenform der Radontransformation ist, ist man in der Lage, im Radonraum die Strahlsummen aller Projektionen, die aus einem bestimmten Quellpunkt aufgenommen wurden, auf jeden anderen beliebigen Quellpunkt umzurechnen.

Für das betrachtete Beispiel von HR- und LR-Projektionsdaten werden im Radonraum die Strahlsummen der HR-Projektionen für die Quellpositionen der LR-Projektionen berechnet. Erst danach können die HR-Projektionsdaten in den entsprechenden Stellen der LR-Projektionsdaten eingefügt werden. Auf diese Weise bekommt man Projektionsdaten, die einer vollständigen Messung mit feiner abgetasteten ROI-Regionen entsprechen. Diese können direkt mit einem gewöhnlichen Kegelstrahlrekonstruktionsalgorithmus rekonstruiert werden.

Ein anderer Vorteil dieses Verfahrens ist die Behandlung der sogenannten Schattenzonen, dies sind Bereiche, in denen keine Information für die Rekonstruktion der Objektfunktion vorliegt (siehe auch Kapitel 3.3). Diese Bereiche sind proportional zum Kegelstrahlwinkel (der auch die Vergrößerung bestimmt), mit dem die Projektionen aufgenommen wurden. Das Fehlen der Information in den Schattenzonen verursacht Kegelstrahlartefakte in den Rekonstruktionsbildern. Zum Beispiel existieren bei Parallelstrahlprojektionen keine Schattenzonen. Da die Vergrößerung bei den HR-Projektionen größer ist, ist auch der Bereich im rekonstruierten 3D-Datensatz, in dem keine Informationen vorhanden sind, größer als der von den LR-Projektionen erzeugte. Die übliche Methode für das Auffüllen dieser Schattenzone besteht in der Interpolation der Kanten. Für die oben dargestellte Methode ist es möglich, die HR-Schattenzone mit Interpolationsdaten von der grober abgetasteten, aber kleineren LR-Schattenzone zu füllen, was eine ROI-Rekonstruktion mit wesentlich weniger Kegelstrahlartefakten ergibt.

Oft ist nur die Ermittlung der Form stärker absorbierender Bereiche und nicht die genaue Absorptionsverteilung gewünscht.

In [50, 51] sind solche Verfahren beschrieben, die nur die örtliche Lokalisierung, Umriss und Form von inneren stärker absorbierenden Bereichen berechnen. Bei Reduzierung der Menge der gesuchten Information - statt Dichteverteilung nur Dichtesprünge - wurden sehr schnelle Algorithmen entwickelt. Für den „Convolution-Backprojection“-Algorithmus ist der Rechenaufwand in der

Ordnung $O(N^3)$, für direkte Fourier Methoden $O(N^2 \log N)$ und für die Umrißsuchenden Algorithmen $O(N)$.

Es wurden Messungen der ROI von verschiedenen Objekten durchgeführt und festgestellt, daß unter bestimmten Bedingungen die ROI mit dem gewöhnlichen „Convolution-Backprojection“-Algorithmus für volle Projektionen rekonstruiert und eine genügend genaue qualitative Darstellung der ROI erreicht werden kann. Die Bedingungen dafür sind:

- Die Größe der ROI darf nicht wesentlich kleiner als die Hälfte der Schnittfläche des gesamten Objektes sein.
- Das gemessene Objekt darf keine hohen räumlichen Frequenzen außerhalb der ROI enthalten oder irgendwo vollständig absorbieren.

Die ROI muß nicht symmetrisch zur Rotationsachse oder in der Mitte des Objektes sein.

In Abb. 3.5.5 wird die Projektion der ROI einer zylindrischen Faserverbundwerkstoffprobe gezeigt. In der Probe befinden sich 8 Stahldrähte, die in der Ebene der Rotationsachse parallel zueinander verlaufen. Die Projektion der ganzen Probe ist in Abb. 3.5.7 abgebildet. Die Drähte auf diesem Bild sind dunkel und in Abb. 3.5.5 hell, da die ROI-Projektionen (Abb. 3.5.5) mit einer Leeraufnahme (ohne Objekt) korrigiert wurden. Diese Korrektur wird gemacht, um den „veiling glare“-Effekt, der vom Bildverstärker und von Nichthomogenitäten im Szintillator (siehe Kapitel 5.1) erzeugt wird, zu beseitigen. Ein zusätzlicher Effekt dieser Korrektur ist die Invertierung der Farben im Projektionsbild. Die Zentralachse der Probe stimmt mit der Rotationsachse überein. Die mittleren zwei Drähte haben einen Durchmesser von $30\ \mu\text{m}$, die jeweils zwei in radialer Richtung folgenden einen Durchmesser von $50\ \mu\text{m}$ und die äußeren $80\ \mu\text{m}$. Die Rotationsachse befindet sich in der Mitte der ROI-Projektionen. Es wurden insgesamt 720 Projektionen aufgenommen. Nur drei von den acht Drähten sind in fast allen ROI-Projektionen abgebildet. Auf der abgebildeten Projektion (Abb. 3.5.5) ist die Ebene mit den Drähten nicht senkrecht zur Röntgenstrahlrichtung, daher sind mehrere Drähte sichtbar. Deswegen werden nur die drei mittleren Drähte rekonstruiert; die anderen, die nur in wenigen Projektionen zu sehen sind, können nicht rekonstruiert werden. Auf dem rekonstruierten Bild sind die drei Drähte gut zu erkennen. Der Draht, der am

nächsten zur Rotationsachse liegt, wurde am genauesten rekonstruiert. Wie auf den vollständigen Projektionen und ihren Rekonstruktion sichtbar ist, befinden sich auch stärker absorbierende Anteile in dem Objekt. Diese wurden in der ROI nicht so gut rekonstruiert, weil sich der Einfluß von Daten, die nicht zur ROI gehören, auf die räumlich niederfrequenten Anteile in der ROI stärker auswirken. Zusammenfassend zeigt dieses Ergebnis, daß bei unvollständigen Projektionen die räumlich höherfrequenten Anteile mit wesentlich geringeren Fehlern rekonstruiert werden können als die niederfrequenten. Mit räumlich höherfrequenten Anteilen ist die große Differenz der Werte benachbarter Pixel an den Drahtkanten gemeint. Die dunkle Linie auf dem Rekonstruktionsbild, die die Drähte verbindet, ist eine Folge von Strahlaufhärtung der polychromatischen Strahlung.

Die Linien zwischen den Abb. 3.5.5, die die ROI-Projektion des Objektes zeigt, und Abb. 3.5.6, die die ROI-Rekonstruktion zeigt, verbinden identische Drähte.

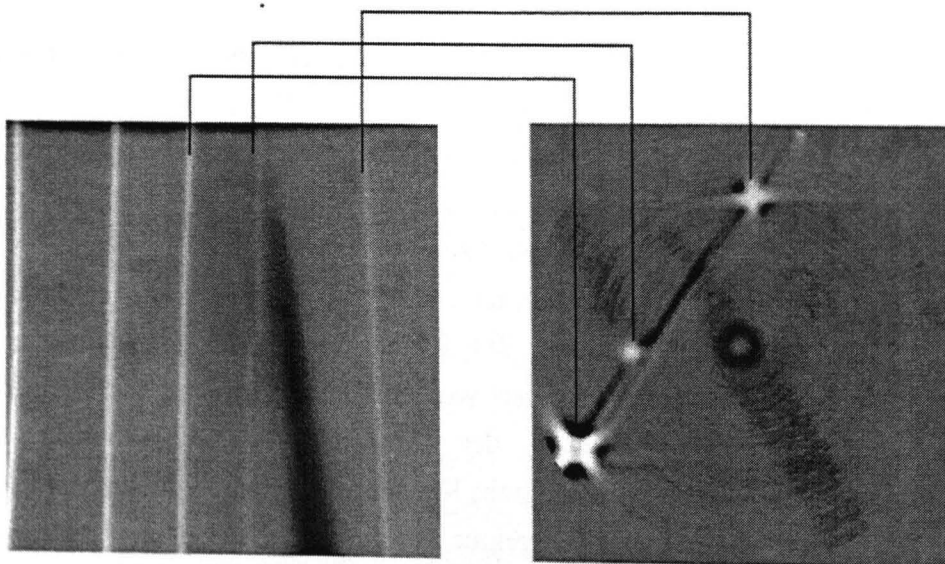


Abb. 3.5.5
ROI-Projektion der
Faserverbundwerkstoffprobe.

Abb. 3.5.6
Rekonstruierte Schicht der
Faserverbundwerkstoffprobe
der ROI-Projektionen mit dem
Standard-
Rekonstruktionsalgorithmus

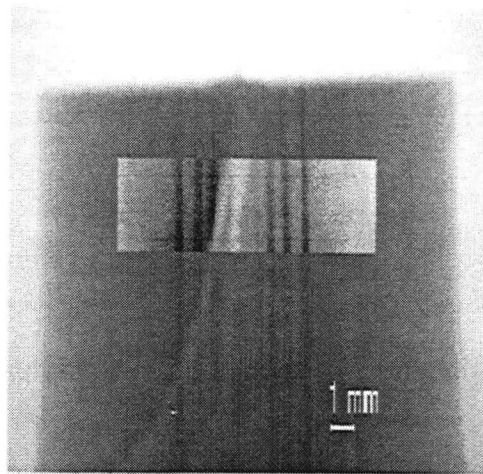


Abb. 3.5.7
Vollständige Projektion der
Faserverbundwerkstoffprobe.
Die Stahldrähte und
schwächer absorbierende
Strukturen im Inneren der
Probe sind sichtbar. In dem
Ausschnitt in der Mitte wurde
eine andere
Graustufenskalierung zur
besseren Visualisierung
vorgenommen.

Falls die Bedingung für eine fehlerfreie Rekonstruktion, daß alle Projektionen innerhalb von 360° vorliegen sollen, nicht erfüllt ist, erfolgt Ähnliches wie beim ROI-Fall, bei dem für die Rekonstruktion notwendige Daten nicht vorhanden sind. Die Projektionen sind vollständig, aber nicht von allen Seiten des Objektes aufgenommen.

Ein iteratives Verfahren für Fächerstrahlgeometrie wird von Tam *et al.* [52, 53] beschrieben für den Fall, daß Projektionen nicht von 360° vorliegen, sondern von $180^\circ +$ dem Fächerwinkel, mit dem gemessen wird. Es wird gezeigt, daß bei ausreichender Photonenflußdichte mit Hilfe von *a priori* Informationen für das Objekt und Interpolationstechniken („rebinning“) eine Qualität wie bei der Rekonstruktion aus Projektionen von allen Seiten (360°) erreicht werden kann.

Inouye [54] zeigt dies für den Parallelfall mit einem Projektionsbereich kleiner als 180° . Es wird eine Interpolation im Fourierraum benutzt, um die fehlenden Projektionen zu simulieren. Ein derartiges Problem tritt zum Beispiel bei der Untersuchung von Turbinenschaufeln in Erscheinung. Die fehlenden Projektionsdaten werden wieder mit *a priori* Informationen kompensiert. Ein wichtiger Vorteil dieser Methoden ist die Reduzierung der Strahldosen und Meßzeiten um bis zu 50%.

4. Faktoren zur Qualitätsverbesserung der CT

4.1 Einfluß der Strahlaufhärtung

Quantitative Röntgen-CT-Messungen werden durch die Strahlaufhärtung und die Streustrahlung beeinflusst.

Wenn die Röntgenphotonen ein Objekt passieren, hängt die Absorption in jedem Punkt vom Material an dieser Stelle und der Energieverteilung (Spektrum) der Photonen ab. Wegen des Photoeffektes (photoelektrische Absorption) absorbieren alle Materialien niederenergetische Röntgenstrahlen stärker als höherenergetische. Bei polychromatischen Strahlen, die von Röntgenröhren erzeugt werden, verändert sich das Spektrum beim Passieren des Objektes. Der Anteil der Photonen mit niedrigen Energien (größeren Wellenlängen) wird schneller absorbiert, und das Spektrum verschiebt sich in Richtung zur größeren Energien - es wird härter. Für monoenergetische Strahlung E_{mono} in einem homogenen Material ist die optische Dichte O_{mono} eine lineare Funktion der Absorberdicke L [55, 56]:

$$O_{mono} = \mu(E_{mono})L \quad (4.1.1)$$

Für polychromatische Strahlung ergibt sich hingegen:

$$P_{poly} = \ln \left[\frac{\int I_0(E) dE}{\int I_0(E) e^{-\mu(E)L} dE} \right] \quad (4.1.2)$$

Deswegen hängt die Absorption an einem bestimmten Punkt auch von der Richtung des passierenden Strahles ab. Die CT-Rekonstruktionsbilder polychromatischer Röntgenstrahlung enthalten sogenannte Strahlaufhärtungsartefakte. Diese zeigen sich als Linien, die von stärker absorbierenden Teilen in der Rekonstruktionschicht ausgehen und eine Absenkung der Absorptionswerte von stärker absorbierenden Teile im untersuchten Objekt bis zu 30% [56] verursachen können.

Der einfachste Weg, die Strahlaufhärtung zu vermeiden, ist eine Filterung des Röntgenstrahles, damit nur höherenergetische Photonen vorliegen und der dominante Absorptionsmechanismus die Compton Streuung wird, die unabhängig von der Atomzahl ist.

Bei früheren Tomographiegeräten für Kopfuntersuchungen wurden Wasserbehälter benutzt, um solche Fehler zu vermeiden. Sie sind so angeordnet, daß Strahlen aus beliebiger Richtung im Wasser eine gleiche Weglänge besitzen und dort gefiltert werden. Damit wird das Problem auf eine Durchstrahlung eines einzigen hypothetischen Materials der Dichte $(\mu_{Knochen}(E) - \mu_{Wasser}(E))$ reduziert.

Andere in der Medizin verwendete Techniken sind Messungen mit zwei verschiedenen Strahlungen, deren Spektren unterschiedlich sind oder mit zwei Detektoren, die in verschiedenen Energiebereichen empfindlich sind. Die Absorptionswerte werden auf der Grundlage des Photo- und der Comptoneffektes berechnet. Dann werden energieunabhängige Projektionsdaten durch Approximation der beiden Messungen berechnet [57].

Die Linearisierung nach der Rekonstruktion („postreconstruction linearization“) kann benutzt werden, um die Absorptionsverteilung nach der Rekonstruktion für die Strahlaufhärtung zu korrigieren. Nach der Ermittlung der Absorptionsverteilung im Objekt (nach einer vorläufiger Rekonstruktion) wird ein Korrekturfaktor für die Strahlaufhärtung berechnet. Damit wird dann jede Projektion multipliziert, um die Projektionen eines monoenergetischen Strahles zu approximieren; danach wird die Rekonstruktion wiederholt. Ein ähnliches iteratives Verfahren, bei dem die Korrekturfaktoren minimiert werden, ist in [56] vorgestellt.

Um Korrekturen der Strahlaufhärtungseffekte anzuwenden, benötigt man das Spektrum der benutzten Röntgenquelle und die Absorptionsverteilung in den gemessenen Proben. Das bedeutet, daß dies nur für bekannte Proben möglich ist und für jede Probe neu berechnet werden muß.

Im benutzten CT-System wird meistens die Filterung der Röntgenstrahlung mit Al- oder Cu-Platten verschiedener Dicken angewendet, um Strahlaufhärtungsartefakte in den Rekonstruktionsbildern zu vermeiden. Die Filterung kann die Entstehung von Artefakten nicht vollständig vermeiden, aber die daraus folgenden Qualitätseinbußen sind für die meisten Proben vernachlässigbar.

4.2 Einfluß der Streustrahlung

Die infolge der Streustrahlung verursachten Artefakte im rekonstruierten Objekt haben eine gewisse Ähnlichkeit mit den Folgen der Strahlauhhärtung. Es scheint, daß das vermessene Objekt weniger absorbiert. Dieser Effekt besteht aus der inkohärenten (auch Compton Streustrahlung genannt) und der kohärenten Streustrahlung. In Abb. 4.2.1 sind Photoeffekt und Compton Streuung für drei Elemente bei verschiedenen Energien dargestellt. Die atomare Absorption ist definiert durch:

$$\mu_a = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{A}{N_A} \quad (4.2.1)$$

wobei μ der Linearabsorptionskoeffizient, A das Atomgewicht und N_A die Avogadrozahl ist.

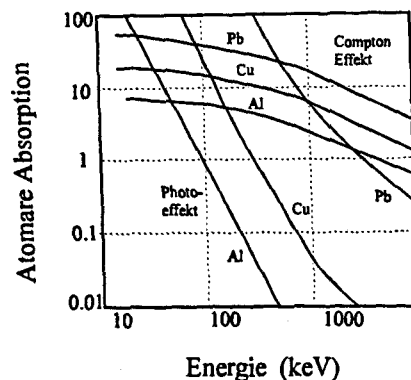


Abb. 4.2.1
Photoeffekt und Compton
Streuung für Al, Cu und Pb
bei verschiedenen Energien

Beim Compton Effekt kollidiert ein Photon mit einem Elektron der äußeren Hülle. Die Flugbahn des Photons wird durch einen von seiner Energie abhängigen Winkel verändert und die Energie reduziert. Bei kohärenter Streustrahlung werden die Elektronen eines Atoms durch die Absorption eines Photons zum Oszillieren gebracht. Als eine Quelle wirkend, strahlen die Elektronen ein Photon mit derselben Energie aus. Die Flugrichtung des erzeugten Photons weicht nur wenig von der ursprünglichen ab. Außerdem kann ein Photon mehrfach gestreut werden.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon gestreut wird, ergibt sich aus der Formel von Klein und Nishina (Klein-Nishina Funktion) [40]:

$$f_{KN}(\alpha) = \frac{\sigma^C}{\sigma_0} = \frac{3}{4} \left[\frac{2(1+\alpha)^2}{\alpha^2(1+2\alpha)} + \frac{\ln(1+2\alpha)}{\alpha} \left(\frac{1}{2} - \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \right) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2} \right] \quad (4.2.2)$$

mit:

σ^C - Wirkungsquerschnitt: zeigt die Wahrscheinlichkeit, mit der ein einfallendes Photon gestreut wird,

$\sigma_0 = \frac{8\pi r_0^2}{3}$ - Wirkungsquerschnitt für Thomson Streuung,

$r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2.818 \times 10^{-13} \text{ cm}$ (klassischer Elektronenradius),

$\alpha = \frac{h\nu_0}{m_0 c^2}$ - die Energie des gestreuten Photons,

Wenn man annimmt, daß alle Elektronen im Atom zur Compton Streustrahlung gleich beitragen, dann kann man für den Massenabsorptionskoeffizienten die folgende Formel angeben:

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)^C = \sigma^C \left(\frac{N_A Z}{A} \right) \quad (4.2.3)$$

Wobei N_A die Avogadrozahl und A das Atomgewicht ist. Der Massenabsorptionskoeffizient $(\mu/\rho)^C$ der Compton Streustrahlung hängt nur von Z/A und der Strahlungsenergie ab. Für alle Elemente, außer den ganz leichten, ist $Z/A \approx 0.5$ konstant. Das führt zum interessanten Ergebnis, daß fast alle Materialien annähernd den gleichen Compton-Massenabsorptionskoeffizient haben.

Den Beitrag der Streuung zur CT-Rekonstruktion zeigt Abb. 4.2.1. Betrachtet wird ein Zylinder mit zwei stärker absorbierenden Stäben in seinem Inneren. I_p ist die primäre Intensität, die der Detektor mißt und I_s ist die Intensität in Folge

der Streuung. I_p hängt vom Strahlweg ab, während I_s im Objektfeld relativ homogen ist. Der Beitrag der Streuung bei den Projektionen, bei denen die Strahlen durch die beiden Stäbe gehen, ist proportional zu I_s/I_p und somit größer als bei den anderen Projektionen. Deswegen mißt man weniger Absorption pro Längeneinheit, wenn die Strahlen durch die Stäbe gehen. Das wird nach der Rekonstruktion mit einem dunklen (weniger absorbierenden) Streifen zwischen den Stäben bemerkbar. Es ist auch offensichtlich, daß dieser Effekt viel stärker von I_s/I_p als nur von I_s abhängt.

Das Ergebnis, daß die Streuung für stärker absorbierende Proben erhöht wird, ist unabhängig von der Geometrie der Proben. Diese Gemeinsamkeiten mit der Strahlaufhärtung und die Ähnlichkeit der entstandenen Artefakte macht es schwierig zwischen beiden Effekten zu unterscheiden [58].

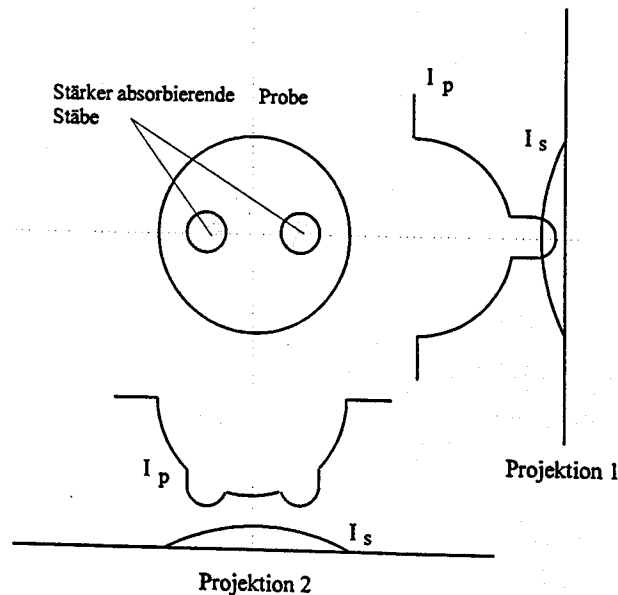


Abb. 4.2.1 Zwei Projektionen einer zylinderförmigen Probe mit zwei stärker absorbierenden Stäben in ihrem Inneren. I_p ist die primäre und I_s die Intensitätsverteilung infolge der Streustrahlung. Es ist sichtbar, daß bei Projektion 1 der Einfluß der Streustrahlung stärker ist.

Die Intensität, die man mißt, ist $I = I_S + I_P$ und $\log I = \log I_P (1 + I_S / I_P)$. Für $I_S / I_P \ll 1$ kann man die Streustrahlung vernachlässigen. Wenn dies, wie in der Praxis, nicht der Fall ist, braucht man für Korrekturen das Verhältnis I_S / I_P für jede Strahlposition.

Bei medizinischen Anwendungen ist der Effekt der Streustrahlung stark, weil sich der Detektor sehr nahe am Patienten befindet, um kleinere Röntgendosen zu ermöglichen. Dafür wurden verschiedene Techniken entwickelt, wie die „bicubic spline interpolation technique“ [60], um mit nur einer Aufnahme das klinische Bild und ein Feld von Streuungsmessungen zu erhalten, die dann zu einem nur aus Streuung bestehenden Bild interpoliert werden. Dann werden beide Bilder subtrahiert, um das streuungsfreie Bild zu erhalten.

Eine andere Möglichkeit besteht bei der Erstellung eines mathematischen Modells der Streustrahlung, um nachher jede Projektionsmessung damit zu korrigieren. Diesen Prozeß quantitativ zu beurteilen lohnt sich jedoch nicht, weil er für jedes Objekt verschieden ist.

Schutz gegen die Streustrahlung bietet die Benutzung von Kollimatoren. Bei Fächerstrahlgeometrie wird sich die Streustrahlung auf eine Ebene reduzieren. Die Anfertigung solcher Kollimatoren für Zeilendetektoren ist relativ einfach [59]. Bei Kegelstrahlgeometrie für 2D-Detektoren dagegen ist die Anfertigung sehr teuer, und ihre Benutzung bringt Schwierigkeiten, wie reduzierte Empfindlichkeit und Begrenzung bei der Benutzung verschiedener Meßgeometrien, weil der Kollimator an der Quelle fokussiert und bei jeder Veränderung des Fokusabstandes neu positioniert werden muß.

Wenn die untersuchte Probe einen großen Durchmesser hat, dann wird die polychromatische Strahlung auf ihrem Weg durch die Probe gefiltert, und die Strahlaufhärtung begrenzt sich auf ein Volumen, das näher bei der Quelle liegt. Bei solchen Proben sind die Artefakte, die durch Streuung verursacht werden, viel stärker als die der Strahlaufhärtung.

Bei industriellen CT-Anlagen befindet sich die untersuchte Probe meistens zu weit vom Detektor entfernt, um eine vergrößerte Abbildung zu erhalten. Obwohl die Streustrahlung am stärksten in der Richtung der Strahlung auftritt, ist der Effekt deutlich kleiner und kann vernachlässigt werden.

4.3 Optimierung des Signal-zu-Rauschverhältnisses (SNR)

Das Ziel jedes bildgebenden Verfahrens ist es, die Bildqualität zu optimieren, die von den physikalischen Parametern wie Kontrast, Auflösung und Signal-zu-Rauschverhältnis (SNR) abhängt. Bei Röntgenstrahluntersuchungen hängt die Bildqualität zusätzlich von den Strahlungsparametern, dem Filtermaterial und seiner Dicke, dem Objektmaterial und dessen Dicke und von Detektorparametern ab.

Die Methoden zur Optimierung der radiographischen und CT-Projektionsaufnahmen sind gleich. Der Unterschied zwischen ihnen besteht nur in den Durchstrahlungsbedingungen. Im folgenden wird das SNR für beide Methoden definiert, seine Abhängigkeit vom benutzten Detektortyp und die Auswirkung des SNR auf die CT-Ergebnisse erläutert. Dazu wird der Meßaufbau in Abb. 4.3.1 betrachtet, bei dem die verschiedenen Durchstrahlungsmöglichkeiten eines zylindrischen, homogenen Objektes gezeigt wird, das in der Mitte einen stärker absorbierenden Einschuß hat.

Das Ziel beider Meßverfahren (Radiographie und CT-Projektionen) ist es, den Unterschied zwischen den Signalen S_1 und S_2 zu maximieren. Bei der Radiographie spielt es keine Rolle, ob mit S_0 der Detektor überbelichtet (der Detektor wird gesättigt und liefert keine Information) oder gar nicht belichtet wird. Anders verhält es sich bei der CT.

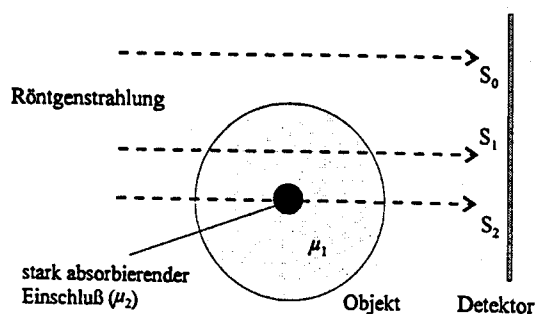


Abb. 4.3.1
Durchstrahlung
eines Objektes mit
stark
absorbierendem
Einschuß.

In Abb. 4.3.2 müssen alle Signale (S_0 , S_1 und S_2) im dynamischen Bereich des Detektors liegen. Die Differenz zwischen S_1 und S_2 muß maximal sein, ohne eine Sättigung des Detektors durch S_0 außerhalb des Objektes zu erreichen.

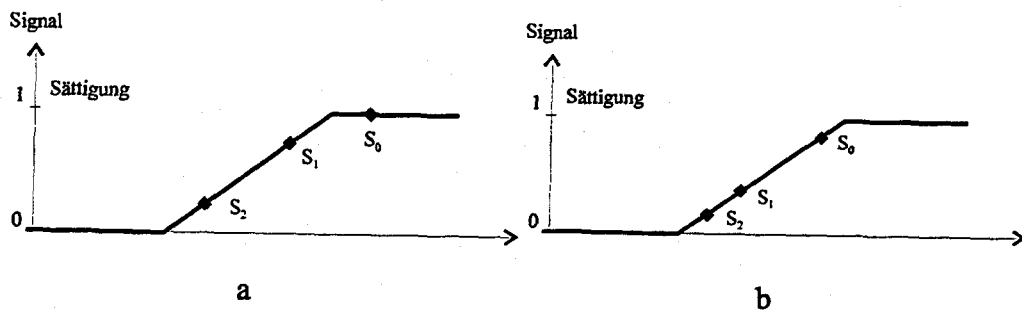


Abb. 4.3.2 Charakteristik der Detektorsystemantworten für Projektionsmessungen mit a) digitaler Radiographie und b) CT. Bei der Radiographie sollen nur S_1 und S_2 im dynamischen Bereich des Detektors liegen, bei der CT auch S_0

Das Rauschen hat bei CT-Rekonstruktionsbildern im Prinzip zwei Ursachen:

- Das Rauschen in den einzelnen CT-Projektionen
- Der Einfluß des Rekonstruktionsalgorithmus

Es wird nun zuerst der Unterschied zwischen digitaler Radiographie und CT-Projektionen erläutert und dann der Einfluß der verschiedenen Rauschquellen auf das SNR behandelt.

4.3.1 SNR bei der Radiographie und bei CT-Projektionen

Betrachtet wird das homogene, zylindrische Objekt aus Abb. 4.3.1. Der stark absorbierende Einschuß hat einen Abschwächungskoeffizienten von μ_2 und das umgebende Material μ_1 . Es wird ein idealisiertes Detektorsystem angenommen, das alle einfallenden Photonen unabhängig von ihrer Energie nachweist („totally absorbing photon counting device“). Es sei N_0 die Zahl der Photonen, die außerhalb des Objektes auf den Detektor treffen, N_1 die Zahl der Photonen, die außerhalb des Einschlusses, durch den homogenen Teil des Objektes auf ein

Pixelelement auftreten und N_2 die Zahl derer, die detektiert wurden, nachdem sie durch die Mitte des Objektes und des Einschlusses gingen. Zuerst wird ein Signal betrachtet, das in einem Pixel des Detektors nach Durchstrahlung des homogenen Teiles ($\mu = \mu_1$) des Objektes erzeugt wird. Die Abschwächung nur in einem Volumenelement $(\Delta t)^3$ mit der Kantenlänge gleich der Kantenlänge eines Detektorpixels nach paralleler Durchstrahlung erzeugt im Detektor ein Signal, das Hintergrundsignal genannt wird. Dieses Signal wird berechnet zu:

$$S_{HG} = -\ln\left(\frac{N_1}{N_0}\right) = \mu_1 \Delta t \quad (4.3.1.1)$$

Für die Berechnung des Rauschens des Hintergrundsignals wird nur das Rauschen berücksichtigt, das aus der Quantennatur der Röntgenstrahlung folgt. Das Rauschverhalten der Variablen N_0 und N_1 ist unkorreliert, und man kann das Quantenrauschen des Summenprozesses mit der Summe seiner Varianzen beschreiben:

$$\sigma_{S_{HG}} = \sqrt{\frac{1}{\bar{N}_0} + \frac{1}{\bar{N}_1}} \quad (4.3.1.2)$$

wobei $\bar{N}_0$ und $\bar{N}_1$ die Mittelwerte der entsprechenden Photonenzahlen sind. Mit dem Absorptionsgesetz $N_1 = N_0 \exp(-\mu_1 \Delta t)$, das einen Zusammenhang liefert zwischen der Anzahl der einfallenden Photonen N_0 und der Anzahl der Photonen N_1 , die nach dem Passieren der Wegstrecke Δt des Probenvolumens mit dem Absorptionskoeffizienten μ_1 , bekommt man das SNR des Hintergrundsignals:

$$SNR_{HG} = \frac{S_{HG}}{\sigma_{S_{HG}}} = \mu_1 \Delta t \sqrt{\frac{\bar{N}_0}{e^{\mu_1 \Delta t} + 1}} \quad (4.3.1.3)$$

In einem realen Detektor werden nicht alle auf dem Detektor eintreffenden Photonen registriert. Die daraus folgenden Verluste können mit dem DQE_{DET} („Detective Quantum Efficiency“) des Detektors berücksichtigt werden. Die im Detektor registrierten Photonen werden dann zu $DQE_{DET} \bar{N}_0$ und das SNR_{HG} ergibt sich zu:

$$SNR_{HG} = \frac{S_{HG}}{\sigma_{S_{HG}}} = \mu_I \Delta t \sqrt{\frac{DQE_{DET} \bar{N}_0}{e^{\mu_I \Delta t} + 1}} \quad (4.3.1.4)$$

Die DQE ist allgemein definiert durch:

$$DQE = \frac{SNR^2_{Ausgang}}{SNR^2_{Eingang}} \quad (4.3.1.5)$$

und wird in Kapitel 5.4 genauer erläutert.

Bei der Radiographie und bei den CT-Projektionen sind die Kontrastunterschiede von Bedeutung, die durch verschieden starke Absorption infolge von Dichteunterschieden oder unterschiedlicher Materialzusammensetzung des Objektes hervorgerufen werden. Deswegen wird die Absorption in zwei Volumenelementen mit den Kantenlängen $(\Delta t)^3$ ermittelt. Es wird weiter angenommen, daß sie verschiedene Absorptionskoeffizienten μ_1 und μ_2 haben. Für das Objekt in Abb. 4.3.1 ist das Volumenelement mit μ_2 im Bereich des Einschlusses und das andere im homogenen Bereich. Der Kontrast, den man zwischen den Signalen detektieren will, der nach der Durchstrahlung beider Volumenelementen erzeugt wird, kann definiert werden als:

$$C_\mu = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1} \quad (4.3.1.6)$$

Bei Parallelstrahlung werden die betrachteten Volumenelemente auf zwei Pixel mit der Kantenlänge Δt abgebildet. Die Zahl der auftreffenden Photonen wird als N_1 und N_2 bezeichnet. Dann ergibt sich das Differenzsignal als:

$$\Delta S = \ln\left(\frac{N_2}{N_0}\right) - \ln\left(\frac{N_1}{N_0}\right) = (\mu_2 - \mu_1) \Delta t = \mu_1 \Delta t C_\mu \quad (4.3.1.7)$$

Es ist möglich, daß in dem Meßsystem auch andere Rauschquellen, außer dem Quantenrauschen und dem Rauschen des Detektorsystems (DQE_{DET}) existieren, diese werden aber hier vernachlässigt. Das Quantenrauschen wird jetzt als Summe von vier Signalen berechnet und mit den Mittelwerten der Photonenzahlen ergibt sich für die Varianz:

$$\sigma_{\Delta S} = \sqrt{\frac{2}{\bar{N}_0} + \frac{1}{\bar{N}_1} + \frac{1}{\bar{N}_2}} \quad (4.3.1.8)$$

Weil bei der CT lokale Kontrastunterschiede gesucht werden, die durch Differenzsignale erzeugt werden, kann das SNR_{CT} der CT-Projektionen mit Berücksichtigung der Detektorverluste (in Form von DQE_{DET}) definiert werden zu:

$$SNR_{\Delta S} = SNR_{CT} = \frac{\Delta S}{\sigma_{\Delta S}} = \frac{\mu_I \Delta t C_\mu}{\sqrt{\frac{2}{\bar{N}_0} + \frac{1}{\bar{N}_1} + \frac{1}{\bar{N}_2}}} = \mu_I \Delta t C_\mu \sqrt{\frac{DQE_{DET} \bar{N}_0}{2(e^{\mu_I \Delta t} + 1)}} \quad (4.3.1.9)$$

Dieses Ergebnis entspricht der von Engelke [61] gegebenen Definition.

Der einzige Unterschied zur Radiographie ist die Ermittlung des Kontrastes nur im Inneren des Objektes unter Vernachlässigung des Signals außerhalb des Objektvolumens.

Die Szintillatorschirme, die für radiographische oder CT-Messungen benutzt werden, um die Röntgenstrahlung umzuwandeln, reagieren nicht auf die Zahl der einfallenden Photonen, sondern auf die Energie der Photonen, die umgewandelt wird. Solche Detektoren werden „partially absorbing energy integrating“ genannt, und das von einem Pixelelement gemessene Signal S ist gleich dem Erwartungswert der übertragenen Energie ϵ , $S = E(\epsilon)$. Dieses Signal ist eine Summe der Beiträge statistisch unabhängiger Prozesse, die „energy-impartation events“ genannt werden. Dieser Begriff beschreibt das Ereignis bei dem die Energie eines Photons und den von ihm erzeugten sekundären Elektronen und Photonen vom Detektor aufgenommen werden. Die Varianz $V(\epsilon)$ der ganzen dem Detektor übergebenen Energie ergibt sich aus den kombinierten statistischen Fluktuationen in der Anzahl und Größe der einzelnen „energy-impartation events“.

Deswegen kann das SNR des benutzten CT-Systems (näheres wird in Kapitel 5 beschrieben), bei dem ein Szintillatorschirm für die Umwandlung der Röntgenphotonen verwendet wird, nicht nur aus der Zahl der Photonen bestimmt werden, sondern ihre Energie muß mitberücksichtigt werden. Für diesen Typ Detektorsystem wird zuerst das SNR der Radiographie und dann die für die CT-Projektionen vorgestellt.

Wie vorher gezeigt wurde, hat S_0 bei der digitalen Radiographie keinen Einfluß auf das SNR und es ist erlaubt, falls die Projektion des Objektes nicht die ganze Detektorfläche bedeckt, daß S_0 den Detektor lokal sättigt oder an dieser Stelle abgeschirmt wird. Die Definition des SNR für die digitale Radiographie unter Benutzung der „partially absorbing energy integrating“ Detektoren für das in Abb. 4.3.1 betrachtete Beispiel ist gegeben durch [62]:

$$SNR_{DR} = \frac{|E(\varepsilon_2)\bar{N}_2 - E(\varepsilon_1)\bar{N}_1|}{\sqrt{E(\varepsilon_2^2)\bar{N}_2 + E(\varepsilon_1^2)\bar{N}_1}} \quad (4.3.1.10)$$

wobei $E(\varepsilon_i)$ und $V(\varepsilon_i)$ die Erwartungswerte und die Varianz der Energie ε_i sind, die auf den entsprechenden Detektorelementen ($i=1,2$) übergeben werden und $\bar{N}_i$ die Erwartungswerte der Zahl der Photonen, die für $i=1$ den homogenen Teil und für $i=2$ den Einschluß passieren.

Für diesen Detektor kann das Differenzsignal ΔS unter Berücksichtigung der Photonen, die außerhalb des Objektes auf den Detektor auftreffen, beschrieben werden als:

$$\Delta S = \ln \left\{ \frac{E(\varepsilon_2)}{E(\varepsilon_0)} \right\} - \ln \left\{ \frac{E(\varepsilon_1)}{E(\varepsilon_0)} \right\} \quad (4.3.1.11)$$

Das Rauschen wird als Wurzel aus der Summe der Varianzen dieser unkorrelierten Signale berechnet, und für das SNR der einzelnen CT-Projektionen folgt:

$$SNR_{\Delta S} = SNR_{CT} = \frac{\left| \ln \left\{ \frac{E(\varepsilon_2)}{E(\varepsilon_0)} \right\} - \ln \left\{ \frac{E(\varepsilon_1)}{E(\varepsilon_0)} \right\} \right|}{\sqrt{V \left(\ln \left\{ \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right\} \right) + V \left(\ln \left\{ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right\} \right)}} \quad (4.3.1.12)$$

wobei $V(\varepsilon_i)$ die Varianz der Energie ε_i ist.

Falls der Erwartungswert einer stochastischen Variablen groß und die Varianz klein ist, kann die Gauß-Approximation für logarithmische Funktionen benutzt werden:

$$E(\ln(X)) \approx \ln(m) \text{ mit } m = E(X) = \bar{X} \quad (4.3.1.13)$$

und

$$V(\ln(X)) \approx \frac{\sigma^2}{m^2} \text{ mit } \sigma^2 = V(X) \quad (4.3.1.14)$$

Nach den Substitutionen $V(N) = \bar{N}$ und $V(\varepsilon) = E(\varepsilon^2) - E^2(\varepsilon)$ in Gl. 4.3.1.12 bekommt man für die SNR_{CT} :

$$SNR_{CT} = \frac{|\ln\{E(\varepsilon_2) \cdot \bar{N}_2\} - \ln\{E(\varepsilon_1) \cdot \bar{N}_1\}|}{\sqrt{\left(\frac{E(\varepsilon_2^2)}{\bar{N}_2 \cdot E^2(\varepsilon_2)}\right) + \left(\frac{E(\varepsilon_1^2)}{\bar{N}_1 \cdot E^2(\varepsilon_1)}\right) + 2\left(\frac{E(\varepsilon_0^2)}{\bar{N}_0 \cdot E^2(\varepsilon_0)}\right)}} \quad (4.3.1.15)$$

4.3.2 SNR in den rekonstruierten Bildern

Ausgehend von Gl. 4.3.1.8 kann das Rauschen im Zentrum der rekonstruierten Probe bei $(0, 0)$ unter der Voraussetzung berechnet werden, daß die mittlere Anzahl der Photonen $\bar{N}_{PROJ}$ für alle Projektionen konstant ist, und daß der Wert der Projektionen im Zentrum der Probe nur schwach variiert. In diesem Fall wird das SNR des Differenzsignals im Bild (Tomogramm), das aus m Projektionen rekonstruiert wird, analog zu Gl. 4.3.1.9 definiert durch [61]:

$$SNR_{TOM}(0, 0) = \frac{\mu_1 \Delta t C_\mu}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{m DQE_{DET} \bar{N}_{PROJ}}{2(e^{\mu_1 \Delta t} + 1)}} \quad (4.3.2.1)$$

Der Wert des Faktors B hängt vom Filter des Rekonstruktionsalgorithmus ab und wird von verschiedenen Autoren zwischen 0,5 und 2,2 angegeben [63, 64].

Das SNR im Zentralpixel des Tomogramms, das sich nur aus dem Untergrundsignal (anstelle des Differenzsignals) ergibt, wird mit Gl. 4.3.1.4 zu:

$$SNR_{\bar{S}}(0,0) = \frac{\mu_l \Delta t}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{m DQE_{DET} \bar{N}_{PROJ}}{e^{\mu_l \Delta t} + 1}} \quad (4.3.2.2)$$

Für eine Berechnung des SNR außerhalb des zentralen Bereiches kann die von Barret und Swindel [88] angegebene Näherung für die Standardabweichung in einem Punkt mit Polarkoordinaten (r, θ) verwendet werden:

$$\sigma_{\bar{S}}(r, \theta) = \sigma_{\bar{S}}(0,0) \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp\left(2\bar{\mu} \left(\sqrt{R^2 - r^2 \cos^2(\theta - \Theta)} - R\right)\right) d\Theta} \quad (4.3.2.3)$$

wobei $R = D/2$ und $r \leq R$ ist.

Die Fortpflanzung der Fehler der CT durch den Rekonstruktionsalgorithmus wird von Flannery und Roberge [65] mit dem Faktor w (Rauschverstärkungsfaktor) berechnet. Sie beschreiben die Verstärkung des Rauschens im Rekonstruktionsbild im Vergleich zum Rauschen in den einzelnen Projektionen. Ihre Überlegungen gelten für den Fall, daß der Rekonstruktionsalgorithmus auf der direkten Fourier Inversion (DFI) basiert.

w kann auch von bestimmten Eigenschaften des Objektes abhängen, die Einfluß auf die Rekonstruktion haben. Aber ausschlaggebend sind die algorithmischen Operationen bei der Rekonstruktion. Die Projektionsdaten haben den Mittelwert P und enthalten Rauschen, das durch eine Normal-Verteilung mit der Standardabweichung σ_P zu beschreiben ist. F_μ ist der berechnete Wert des Absorptionskoeffizienten im Rekonstruktionsbild und σ_F ist die Standardabweichung dieses Wertes. Der Rauschverstärkungsfaktor w ist definiert durch:

$$w(D, \Delta x, \Delta t) = \frac{\sigma_F / F_\mu}{\sigma_P / P} \quad (4.3.2.4)$$

und

$$w = \sqrt{B \left(\frac{D \Delta t}{\Delta x^2} \right)} \quad (4.3.2.5)$$

Der Faktor B , der vom Algorithmus abhängt, ist für den hier benutzten FBP-Algorithmus („filter-backprojection“) ungefähr eins. D ist dabei die Größe des Objektes, senkrecht zur Strahlungsrichtung oder die Größe seiner Projektion (was für die betrachtete Parallelstrahlung das gleiche ist). Die Pixelgröße des Detektors ist wieder Δt und bestimmt die Detektorauflösung. Die Rekonstruktionsmethoden verschlechtern die effektive Auflösung beim Faltungs- oder Filterungsschritt. Die Größe des Parameters Δx bestimmt die vom Rekonstruktionsalgorithmus abhängige Auflösungsverschlechterung. Bei DFI Algorithmen ist $1/\Delta x$ die Grenzfrequenz bei der Filterung. Beim FBP Algorithmus, hängt Δx von der Bandbreite ab, die beim Faltungsschritt benutzt wird.

Abb. 4.3.2.1 zeigt die Abhängigkeit des Rauschverstärkungsfaktors w von der Länge der Objektprojektion in Vielfachen N von der Pixelgröße des Detektors an. Dargestellt sind Kurven für verschiedene Verhältnisse $\Delta x / \Delta t$.

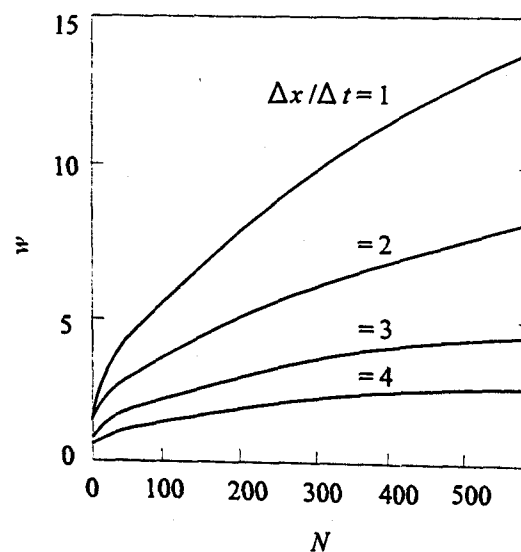


Abb. 4.3.2.1 Abhängigkeit des dimensionslosen Rauschverstärkungsfaktors w von der Länge der Objektprojektion gegeben durch die Pixelzahl N . Die Kurven stellen w für verschiedene $\Delta x / \Delta t$, dem Verhältnis der Pixelskalierung im Rekonstruktionsbild zur Pixelskalierung in den Projektionsbildern dar.

Abb. 4.3.2.1 zeigt, daß falls bei der Rekonstruktion Pixel zusammengefaßt und ihre Werte gemittelt werden, (d. h. $\Delta x > \Delta t$) das Rauschen reduziert wird. Wenn zum Beispiel vier Pixel zu einem Pixel zusammen gefaßt werden (d. h. $\Delta x = 2\Delta t$), so wird das Rauschen halbiert. Gleichzeitig führt das aber auch zu einer Verschlechterung der Auflösung um den Faktor zwei.

Durch Einsetzen von $N = D/\Delta x$ in Gl. 4.3.2.5 erhält man:

$$w = \sqrt{B \frac{N \Delta t}{\Delta x}} \quad (4.3.2.6)$$

Für den Fall $\Delta x = \Delta t$, der die beste Auflösung erlaubt, ist der Rauschverstärkungsfaktor $w = \sqrt{BN}$ proportional zur Quadratwurzel aus der Pixelzahl N . B ist abhängig vom benutzten Rekonstruktionsalgorithmus und kann Werte zwischen 0,5 und 2,2 annehmen.

Durch Division der Gl. 4.3.1.4 durch Gl. 4.3.2.2 und mit $\bar{N}_0 = m \bar{N}_{PROJ}$ ergibt sich auch der Rauschverstärkungsfaktor w .

$$\frac{SNR_{HG}}{SNR_{\bar{S}}(0,0)} = \frac{SNR_{\bar{S}}^{Proj}}{SNR_{\bar{S}}^{Tomo}} = w = \sqrt{BN} \quad (4.3.2.7)$$

In diesem Fall ist $N = 1$, weil die Absorption nur in einem Pixel betrachtet wird. Diese Gleichung zeigt, daß sich das SNR im Tomogramm gegenüber den Projektionen um den Faktor $1/\sqrt{BN}$ verschlechtert. Diese Verschlechterung kommt aber nur vor, wenn das SNR des Untergrundsignals betrachtet wird.

Um den Kontrastunterschied, der in der CT von größerer Bedeutung ist, besser beurteilen zu können, betrachtet man das oben genannte Verhältnis für das Differenzsignal. Für diesen Fall ist das der Quotient aus Gl. 4.3.2.1 und Gl. 4.3.1.9:

$$\frac{SNR_{TOM}(0,0)}{SNR_{\Delta S}} = \frac{SNR_{\Delta S}^{Tomo}}{SNR_{\Delta S}^{Proj}} = \sqrt{\frac{N}{B}} \quad (4.3.2.8)$$

Die Gleichung zeigt, daß das SNR des Differenzsignals um den Faktor $\sqrt{N/B}$ vergrößert wird, d. h. es findet gegenüber den einzelnen Projektionen eine Kontrastverstärkung statt.

Dieses Ergebnis sieht merkwürdig aus, weil es besagt, daß die SNR-Unterschiede von der Zahl der Pixel $N = D / \Delta t$, auf die das Objekt abgebildet wird und nicht von der Anzahl der Projektionen abhängig sind. Deswegen muß man ergänzen, daß N direkt die Zahl der mindestens notwendigen CT-Projektionen bestimmt, um eine Auflösung, bestimmt von der Pixelgröße Δt zu erreichen. Für Parallelgeometrie ist diese Beziehung für die Projektionszahl m :

$$m \geq \frac{\pi N}{2} \quad (4.3.2.9)$$

4.3.3 Bestimmung der erforderlichen Photonenzahl

Das mindestens erforderliche SNR in einem Tomogramm bemißt sich nach der geforderten Zuverlässigkeit, mit der zwei benachbarte Objektpunkte unterschiedlichen Röntgenschwächungsvermögens unterscheidbar sein sollen. Die oben abgeleiteten Beziehungen erlauben die Zahl der notwendigen Photonen N_0 zu berechnen, die jede Projektionsmessung erfordert, um ein bestimmtes SNR zu erreichen. Wenn die berechneten Absorptionskoeffizienten den Wert F_μ haben, dann ist das SNR des Tomogramms gleich F_μ / σ_F . Mit dem Absorptionsgesetz $N_D = N_0 \exp(-F_\mu D)$ bekommt man durch Einsetzen von $P = F_\mu D$ und $\sigma_P = \sqrt{1/N_D} = \sqrt{1/N_0 \exp(-F_\mu D)}$ in Gl. 4.3.2.4:

$$\frac{N_0}{w^2} = \frac{e^{F_\mu D}}{\left(F_\mu D \left(\frac{\sigma_F}{F_\mu} \right) \right)^2} \quad (4.3.3.1)$$

Bei Projektionsmessungen wird der Faktor w nur von der Pixelgröße beeinflusst und für eine gegebene Pixelgröße und SNR (F_μ / σ_F) hängt N_0 nur von $F_\mu D$ (D ist der Durchmesser der Probe) ab. Der Parameter $F_\mu D$ wird optische Tiefe genannt und ist proportional zum Anteil der Röntgenphotonen, die im Objekt absorbiert werden. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 4.3.3.1 dargestellt. N_0 hat ein Minimum bei $F_\mu D = 2,22$. Für größere optische Tiefe wird N_0 größer, weil nur

wenige Photonen durchkommen und für kleinere $F_\mu D$ wird N_0 ebenfalls größer, weil zu wenig Photonen absorbiert werden.

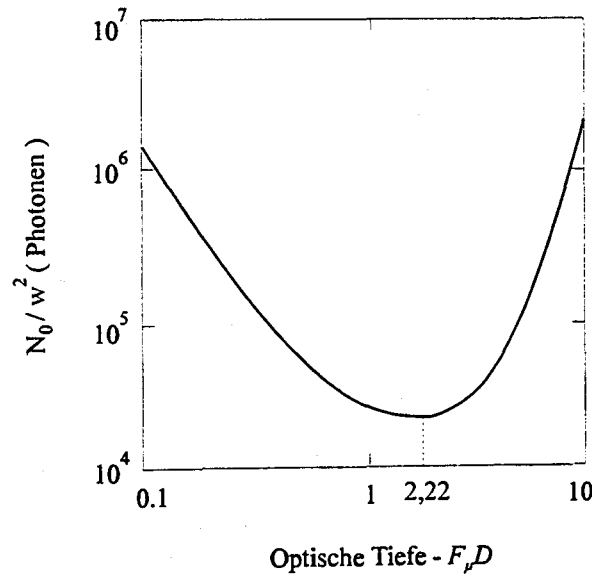


Abb. 4.3.3.1 N_0/w^2 als Funktion der optischen Tiefe $F_\mu D$. Bei Quantenrauschen sind N_0 Photonen pro Pixel der Projektionsmessung notwendig, um nach der Rekonstruktion eine relative Genauigkeit von $\sigma_F/F_\mu = 0.01$ zu erreichen. Der Faktor w hängt hauptsächlich von der Pixelzahl ab und ist z. B. für 100×100 Pixel $w^2 \cong 30$.

Wenn man w aus Gl. 4.3.2.5 in Gl. 4.3.3.1 einsetzt, bekommt man die Zahl der notwendigen Photonen pro Pixel pro Projektionsmessung als:

$$N_0 = B \left(\frac{D}{\Delta x} \right) \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \frac{\exp(F_\mu D)}{\left[F_\mu D \left(\frac{\sigma_F}{F_\mu} \right) \right]^2} \quad (4.3.3.2)$$

Wenn bei der Rekonstruktion maximale Auflösung angestrebt wird und $\Delta x = \Delta t$ angenommen wird, dann vereinfacht sich die Gl. 4.3.3.2 zu:

$$N_0 = B \left(\frac{D}{\Delta t} \right) \frac{\exp(F_\mu D)}{\left[F_\mu D \left(\frac{\sigma_F}{F_\mu} \right) \right]^2} \quad (4.3.3.3)$$

Das bedeutet zum Beispiel, daß mit einem 100×100 Detektor mit einer optischen Tiefe von $F_\mu D = 1$ und einer Rekonstruktionsgenauigkeit $\sigma_F / F_\mu = 0.01$ $N_0 \cong 10^6$ Photonen pro Pixel bei der Projektionsmessung notwendig sind.

Bis jetzt wurden die Berechnungen für die notwendige Photonenzahl nur auf einem Pixel durchgeführt. Für einen zweidimensionalen Detektor braucht man nach Gl. 4.3.2.9 $\pi N / 2$ Projektionen. Jede Projektion enthält N^2 Pixelelemente und mit $D / \Delta t = N$ wird die Zahl der Photonen, die insgesamt für alle Projektionen gebraucht werden zu:

$$N_{TOT} = \frac{\pi N^3}{2} N_0 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{\Delta t} \right)^3 N_0 \quad (4.3.3.4)$$

und mit Ersetzen von N_0 aus Gl. 4.3.3.3 ergibt sich für den Fall $\Delta x = \Delta t$:

$$N_{TOT} = \frac{\pi B}{2} \left(\frac{D}{\Delta t} \right)^4 \frac{\exp(F_\mu D)}{\left[F_\mu D \left(\frac{\sigma_F}{F_\mu} \right) \right]^2} \quad (4.3.3.5)$$

Das bedeutet, daß die Zahl der notwendigen Photonen mit Δt^{-4} wächst. Das heißt, um eine Verbesserung der Auflösung um den Faktor 2 zu erreichen, steigt die Zahl der erforderlichen Photonen um den Faktor $2^4 = 16$.

Fuhrmann [66] betrachtet dieses Problem auf eine andere Weise. Er berechnet die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen zweier Objektpunkte mit verschiedenen Absorptionskoeffizienten und daraus die Fehlerwahrscheinlichkeit mit der den beiden Punkten im Tomogramm falsche Werte bei bestimmter SNR zugeordnet werden. Das Rauschen im Tomographiesystem, das den Röntgendetektor, Verstärker und Rekonstruktionsalgorithmus umfaßt, wird mit dem Faktor MTF_{fg}

berücksichtigt, der den Wert der Modulationstransferfunktion bei der Grenzübertragungsfrequenz des Systems angibt.

Die Fehlerwahrscheinlichkeit mit der den beiden betrachteten Punkten falsche Abschwächungskoeffizienten zugeordnet werden, ist:

$$P_e = 2 \cdot \left(1 - \operatorname{erf} \left(\operatorname{SNR}(0,0) \cdot \frac{MTF_{fg} \cdot K_\mu}{2} \right) \right) \quad (4.3.3.6)$$

wobei $\operatorname{erf}(x)$ („error function“) die Wahrscheinlichkeit angibt, daß eine normalverteilte Größe kleiner als x ist. K_μ ist ein Parameter, der die Absorptionsdifferenz bestimmt.

Das mindestens erforderliche SNR um zwei Objektdetails mit einer Wahrscheinlichkeit P_S zu unterscheiden, wird formuliert als:

$$\operatorname{SNR}(0,0) = \frac{2}{MTF_{fg} \cdot K_\mu} \cdot \left| \operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{P_S}{2} \right) \right| \quad (4.3.3.7)$$

Daraus wird die notwendige Photonenzahl für eine mikrotomographische Untersuchung mit den folgenden typischen Parametergrößen:

$$K_\mu = 0.2 ; MTF_{fg} = 0.4 ; P_S = 90\% ; DQE = 0.5 ; B = 2 ; n = 256 \Rightarrow \operatorname{SNR} \approx 41$$

zu ca. $2,2 \cdot 10^7$ Röntgenquanten je Detektorelement berechnet, was bis auf eine Größenordnung mit dem Wert berechnet mit Gl. 4.3.3.3 übereinstimmt.

4.3.4 Dynamik des Detektorsystems

Ein anderer Parameter des Detektorsystems, der in diesem Zusammenhang wichtig wird, ist sein dynamischer Bereich. Er kennzeichnet den Umfang des linearen Arbeitsbereiches des Detektors und ist definiert als:

$$DYN = \frac{S_{MAX}}{\text{Signal mit SNR} = 1} \quad (4.3.4.1)$$

wobei S_{MAX} das größte linear detektierbare, unverzerrte Signal ist.

Zu niedrige Signale werden von den Rauschquellen dominiert, bei zu hohen tritt Sättigungsverhalten ein.

Eine andere Definition ist:

$$DYN \approx \frac{S_{MAX}}{S_{DETEKTOR}} \quad (4.3.4.2)$$

wobei $S_{DETEKTOR}$ das Eigenrauschen des Detektors ist.

Für den Fall eines CCD Detektors berechnet sich die Dynamik aus dem Quotienten der Elektronenspeicherkapazität eines Pixelelementes („full well-capacity“) und dem Elektronen-äquivalenten Effektivwert des Eigenrauschens zu:

$$DYN = \frac{N_{FWC}}{R_{CCD}} \quad (4.3.4.3)$$

wobei N_{FWC} die „full well-capacity“ des CCD Pixels und R_{CCD} das Eigenrauschen des CCD Detektors darstellt.

Weil die Elektronensättigungskapazität typischerweise $5 \cdot 10^5$ Elektronen pro Pixel beträgt, ergibt sich aus Gl. 4.3.4.3 die Dynamik des CCD zu etwa $5 \cdot 10^4$.

Der Anspruch an eine CT-Anlage, sowohl vom Objekt abgeschwächten Strahlen, als auch die nicht abgeschwächten Strahlen zu messen, beansprucht die Dynamik des Detektorsystems stark.

Wie früher gezeigt wurde, ist der optimale Wert für den Parameter μD in Hinblick auf die SNR 2.22. In die Exponentialformel für die Bestimmung der Absorption eingesetzt, ergibt das ein Verhältnis für die Intensität von $I_0 / I_1 \approx 9$.

Wobei I_0 die Intensität außerhalb des Objektes und I_1 die Intensität der Röntgenstrahlen, die das Objekt passiert haben, ist. Bei der benutzten 16 Bit Darstellung des Signals im Detektorsystem entspricht das einem Verlust von ungefähr 3 Bit, die nicht für den Kontrast im Inneren des untersuchten Objektes eingesetzt werden können.

4.3.5 Messung des SNR

Gl. 4.3.3.2 drückt aus, wie wichtig die hohe Quantenflußdichte für die Qualität der CT-Bilder ist. Um das erreichbare SNR des Systems abzuschätzen, wurden Messungen zur Bestimmung der Zahl der Röntgenphotonen, die den Detektor erreichen, durchgeführt. Mit Hilfe des Röntgenspektrometers wurde diese Zahl ermittelt und auf die Fläche eines Pixels normiert. Der Wert wurde aus zehn Messungen gemittelt, um den statistischen Fehler zu reduzieren. Die Röntgenröhre wurde mit 50 kV und 50 mA betrieben dabei wurden 26 cm vom Röntgenquellpunkt entfernt in 10 Minuten 2060 Röntgenphotonen gezählt. Diese Zahl entspricht der Anzahl Photonen, die für diese Zeit auf einem Pixel des Detektors eintreffen. In Kap. 4.3.3 wurde berechnet, daß um $\sigma_F / F_\mu = 0,01$ zu erreichen 10^6 Photonen pro Pixel notwendig sind. Mit denselben Parametern und Gl. 4.3.3.3 wurde nach den vorliegenden Messungen für 10 Minuten Integrationszeit $\sigma_F / F_\mu = 0,22$ (das entspricht einem $SNR = 4,5$) und für 1 Minute $\sigma_F / F_\mu = 0,69$ ($SNR = 1,45$) berechnet. Um die $\sigma_F / F_\mu = 0,01$ statistische Genauigkeit zu erreichen, sind dann mit diesem System 80 Stunden Integrationszeit notwendig, was nicht praktikabel ist.

Eine Möglichkeit dies zu verbessern ist die Erhöhung des Photonenflusses. Das ist entweder erreichbar durch Erhöhung des Stromes oder durch Erhöhung der Spannung der Röntgenröhre. Die Zahl der Photonen ist proportional zur Intensität der Röntgenstrahlung, die ihrerseits proportional zum Strom ist. Die Zahl der Photonen $N(E)$ hängt mit der Energie der Strahlung E durch:

$$N(E) \approx \text{const.} \cdot E^{0,6} \quad (4.3.5.1)$$

zusammen und die Energie ist proportional zur Spannung der Röntgenröhre.

Mit der Stromerhöhung vergrößert sich der Brennfleck (die Röntgenstrahlquellgröße), was die Auflösung verschlechtert. Andererseits kann die Energie nicht beliebig geändert werden, weil sie von den Eigenschaften des zu messenden Objektes bestimmt wird.

Es wurde gezeigt, daß die optische Tiefe auch eine wichtige Rolle für die Optimierung des SNR spielt. Der andere Weg die Photonenzahl zu erhöhen ist eine Verringerung des Abstandes zwischen Quelle und Detektor, was aber die Möglichkeiten einer geometrischen Vergrößerung beeinträchtigt.

Zusammenfassend zeigen die Berechnungen des SNR, daß die Photonenzahl und ihre Energie einen großen Einfluß auf die Qualität der CT-Ergebnisse haben. Wegen der niedrigen Röntgenflußdichten, die von der Röntgenröhre als Strahlquelle erzeugt werden, muß bei dem Aufbau des CT-Systems besonders auf ihre optimale Ausnutzung geachtet werden.

5. Meßaufbau für die CT und Charakteristik der einzelnen Komponenten

5.1 Meßsystem

Im Folgenden wird der Aufbau und die Funktionsweise des gesamten Meßsystems (Abb. 5.1.1) mit seinen einzelnen Komponenten beschrieben.

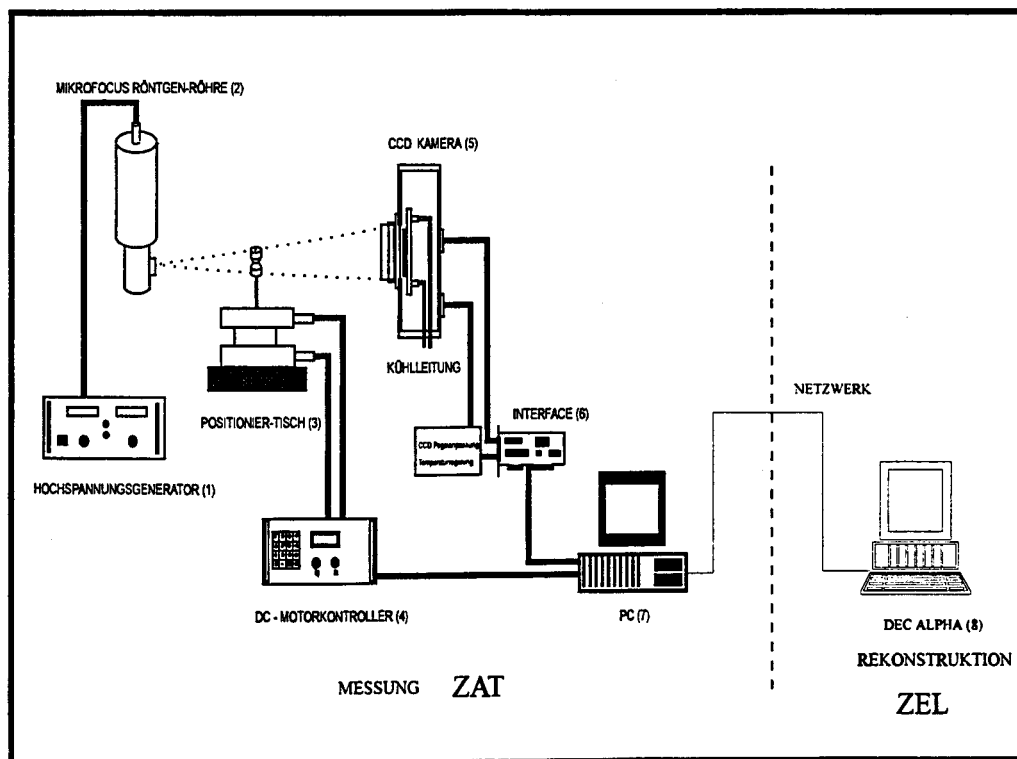


Abb. 5.1.1 Gesamtbild der Mikrotomographieanlage der KFA Jülich

Im Kapitel 2 wurden die Vor- und Nachteile der konventionellen Röntgenröhre im Vergleich mit der Synchrotronstrahlung für CT-Messungen beschrieben.

Bei der verwendeten CT-Anlage wurde als Röntgenstrahlquelle eine Microfokusröntgenröhre der Firma „Kevex“ eingesetzt, die auf dem Gesamtbild als Nummer 2 gezeigt ist. Sie ist luftgekühlt, hat eine Spannung von 20 bis 125 kV bei maximal 0.5 mA und Fokussiermöglichkeiten von 10 bis 45 μm . Bei 10 μm

sind 10 Watt und bei 45 μm sind 60 Watt maximale Leistung erreichbar. Der Strahlenöffnungswinkel beträgt 30°. Das Metalltarget aus Wolfram steht 30° geneigt. Die räumliche Verteilung der erzeugten Röntgenstrahlung wurde in Kapitel 2.3 dargestellt.

Der Positioniertisch der Firma „OWIS“ (im Gesamtbild als Nummer 3 dargestellt) hat vier Achsen, die unabhängig voneinander positionierbar sind. Er ist mit vier Gleichspannungsmotoren versehen, die mit Stromimpulsen angesteuert werden. Die drei Motorachsen, die sich in den drei räumlichen Richtungen bewegen, haben eine Genauigkeit von 1 μm und die Drehachse 1/500 °. Eine allgemeine Regel in der CT ist, daß die Genauigkeit des Manipulators zehnmal besser sein soll, als die gewünschte Auflösung. Das gilt insbesondere für die Drehachse, da sie als einzige während der Messung benutzt wird.

Die zu untersuchende Probe wird zuerst mit Hilfe des Manipulators im Strahlengang positioniert. Die Tomographiemeßserie kann dann automatisch PC-gesteuert ablaufen. Die Probe wird um die Drehachse, entsprechend der Projektionszahl, gedreht. Dann macht die Kamera eine Projektionsaufnahme mit einer bestimmten Belichtungszeit, die so gewählt sein soll, daß die Dynamik der CCD optimal ausgenutzt wird. Dieser Prozeß wird fortgesetzt bis Projektionen von allen Seiten der Probe aufgenommen wurden.

Die Meßgeometrie ist in Abb. 5.1.2 dargestellt. Die Röntgenquelle und der Detektor sind fixiert und das Objekt dreht sich um seine Achse.

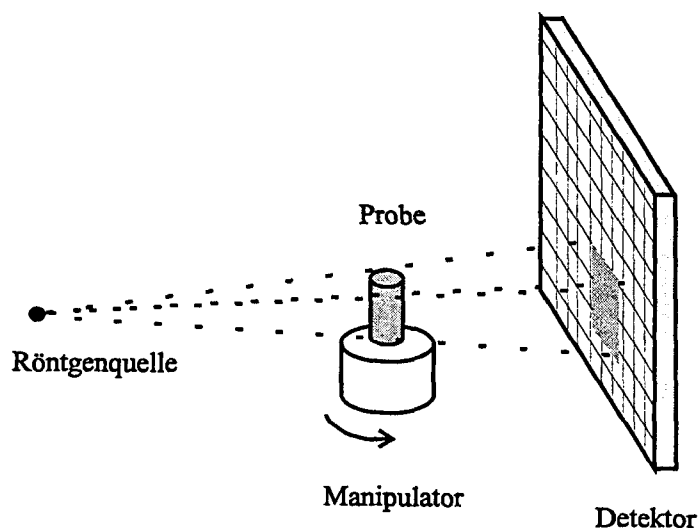


Abb. 5.1.2 Schematische Darstellung der Meßanordnung.

Eine der Schwierigkeiten bei der CT sind die großen Datenmengen. Jede Projektionsdatei benötigt zum Beispiel ca. 512 Kbyte. Bei 360 Projektionen erhält man insgesamt 180 Mbyte. Oft werden sogar mehr Projektionen aufgenommen. Deswegen werden die Daten gleich nach der Aufnahme per Netzwerk zum Rekonstruktionsrechner mit größerer Speicherkapazität übertragen.

Es werden drei verschiedene Detektorsysteme benutzt, um die Projektionsbilder aufzunehmen. Auf dem Gesamtbild ist eine vereinfachte Version eines Detektorsystems als Nummer 5 dargestellt. Die Kühlleitungen für das wassergekühlte Peltierelement und die PC-Steckkarte (Nummer 6), die die Kamera steuert, werden auch gezeigt.

Zuerst wurde mit dem Detektorsystem gemessen, das in Abb. 5.1.3 dargestellt ist. Die Röntgenstrahlung wird zuerst mit einem Gadolinium-Oxisulfid (Gd_2O_2S) Leuchtschirm in Licht umgewandelt. Dann wird mit Hilfe eines Spiegels, der aus einem mit Aluminium bedampften Quarzglas hergestellt wurde (um möglichst geringe Verzerrungen zu verursachen), das Licht durch ein Objektiv zum CCD-Chip geleitet. Die Brennweite des Objektivs wurde so gewählt, daß die ganze Fläche des Leuchtschirms genau fokussiert auf dem CCD-Chip in der Kamera abgebildet wird. Der Leuchtschirm hat eine quadratische Form mit einer Kantenlänge von 12 cm.

Der einfallende Röntgenstrahl wird nicht gleich auf der Oberfläche des Leuchtschirms in Licht umgewandelt, sondern dringt in die Szintillatorschicht in eine bestimmte Tiefe ein, und wird auf seinem Weg gemäß dem exponentiellen Schwächungsgesetz absorbiert. Dieses Licht tritt dann aus dem Leuchtschirm in Form eines Kegels mit dem Öffnungswinkel $\alpha = \arcsin(1/n)$, wobei n der optische Brechungsindex des Leuchtschirms ist. Mit der Dicke des Leuchtschirms wächst dann proportional die leuchtende, von einem Röntgenphoton erzeugte Fläche, und die Bildschärfe wird entsprechend verschlechtert (siehe Abb. 5.1.4). Andererseits wird der Anteil der Röntgenphotonen, die absorbiert werden, kleiner je dünner der Leuchtschirm ist. Das Photon kann entweder ohne Wechselwirkung durch den Schirm durchtreten oder eine oder mehrere kohärente Streuungen erfahren. So treten zum Beispiel bei 20 kV nur ca. $2 \cdot 10^{-5} \%$ und bei 100 kV etwa ca. 25 % durch. Die Abhängigkeit des Anteils absorbiertener Röntgenphotonen A_Q (Absorptionseffizienz) von der Energie ist für den benutzten Leuchtschirm in Abb. 5.3.1.1 dargestellt. Die optimale Auswahl der Dicke des Leuchtschirmes

hängt von der Art der benutzten Röntgenstrahlung ab, und die ihrerseits von dem zu untersuchenden Objekt. Eine Tomographieanlage für routinemäßige Untersuchungen erlaubt es nicht bei jeder Probe den Leuchtschirm auszutauschen, weil alle Komponenten mikrometergenau positioniert werden müssen. Weiter unten wird gezeigt, wie wichtig das Positionieren und die Abstimmung der einzelnen Teile des Detektorsystems für die Rekonstruktionsergebnisse sind.

Die Umlenkung des Lichtes um 90° ist wegen der unvollständigen Absorption des Leuchtschirmes notwendig. Auf diese Weise wird erreicht, daß die Röntgenstrahlung, die durchtritt, nicht auf das CCD der Kamera auftrifft, weil sie dort Störungen verursacht, was zur Schädigung des CCD-Chips führen kann. Gestreute Röntgenphotonen sind, trotz einer Bleiabschirmung des ganzen Gehäuses des Detektorsystems, bei längeren Belichtungszeiten nie ganz auszuschließen. Diese sind auf dem Projektionsbild als helle Punkte zu sehen, die nur aus einem Pixel bestehen. Aufgrund seiner hohen Energie erzeugt das Röntgenphoton in diesem Pixel viel mehr Elektronen-Loch Paare als das sichtbare Licht, das dort auftrifft.

Der Leuchtschirm besteht aus dem pulverförmigen szintillierenden Material, das zusammen mit einem Binder auf eine Folie aufgetragen wurde. Die Korngröße ist ebenfalls ein Faktor, der sich negativ auf die Auflösung des Leuchtschirmes auswirkt.

Das vom Spiegel umgelenkte Licht wird dann mit einer CCD-Kamera gemessen. Die benutzte Kamera der Firma „Princeton Instruments“ arbeitet mit 16 Bit-tiefer Digitalisierung und beinhaltet einen CCD-Chip von 512×512 Pixel (SI502FA der Firma SITe) mit $24 \times 24 \mu\text{m}$ Pixelgröße. Sie bietet Möglichkeiten für längere Belichtungszeiten („slow scan mode“), unterstützt jedoch die Standard-Videofrequenzen nicht, was die Betrachtung der Probe in Bewegung verhindert und sich auch auf die Positionierung nachteilig auswirkt. Um das thermische Eigenrauschen des CCD-Elements möglichst gering zu halten, wurde eine Kühlung mit einem Peltier-Element und fließendem Wasser in das Gehäuse integriert, welches Temperaturen bis -60° am CCD-Element erlaubt.

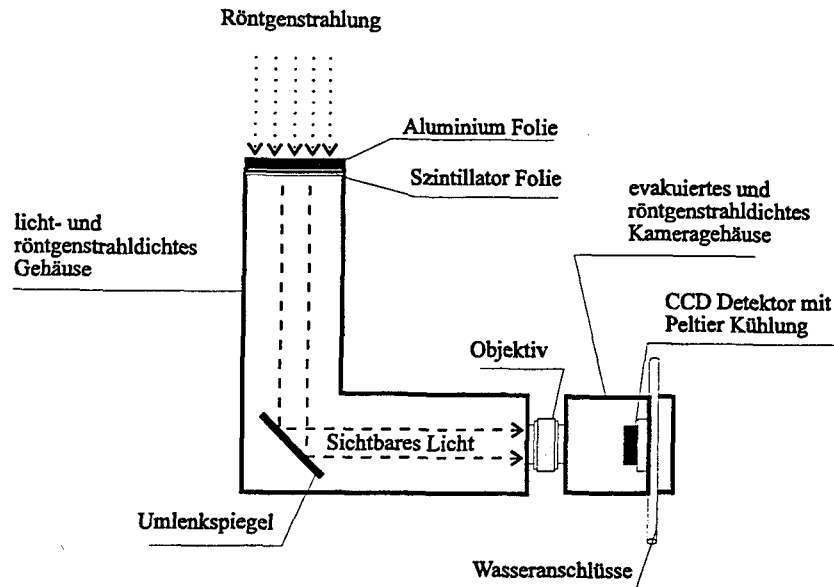


Abb. 5.1.3 Detektorsystem mit Szintillatorfolie und der „Slow-Scan“ Videokamera.

Eine der gravierendsten Schwachstellen der Röntgenröhre als Quelle für CT, besonders bei Benutzung des $10\ \mu\text{m}$ Brennfleckes, ist die niedrige Röntgenphotonenflußdichte. Die einzige Möglichkeit, diese Schwachstelle zu beseitigen, liegt darin den Abstand vom Brennfleck bis zum Detektor zu verringern, weil die Intensität quadratisch vom Abstand abhängt.

Beim benutzten Detektorsystem mit der Szintillatorfolie war es möglich, den Weg der Röntgenphotonen beliebig zu verringern, aber der Weg des Lichtes hinter der Szintillatorfolie ist durch die Länge des lichtdichten Gehäuses und durch die Brennweite des Objektivs festgelegt. Es ist möglich diesen Abstand zu verändern und ein anderes Objektiv zu benutzen, doch besteht eine Begrenzung von ca. $20\ \text{cm}$.

Die beste Lösung bestünde darin, die Strahlung direkt vor dem CCD-Chip in Licht umzuwandeln. Dazu muß der Szintillator direkt auf dem CCD-Chip aufgebracht werden. In diesem Fall ist die Auswirkung der Szintillatordicke auf die Lichtverteilung am Ausgang des Szintillators und auf die Auflösung am stärksten. Wegen des Lichtkegels, der im Szintillator nach der Absorption des Röntgenphotons erzeugt wird, wird jedes Lichtquant gleichzeitig von einem Paar von Pixelelementen detektiert, was die Auflösung verschlechtert. Dieser Effekt ist in Abb. 5.1.4 dargestellt. Die Zahl der Lichtquanten Z am Ausgang des

Szintillators ist in Abhängigkeit der Tiefe d im Szintillator, wo Licht produziert wird, dargestellt. Der Szintillator hat eine Gesamtdicke D . Es wird nur die Diffusion des Lichtes im Szintillator dargestellt. Obwohl die Lichtphotonen sich in alle Richtungen ausbreiten, wird nur der Lichtkegel in Richtung zum Szintillatorausgang betrachtet. Die Fläche des Lichtkegelbodens an der Ausgangsseite des Szintillators ist linear abhängig von der Tiefe d . Die Streuung der Lichtphotonen, die unabhängig von der Dicke des Szintillators ist und die den „veiling glare“ Effekt verursacht, wird hier vernachlässigt und ausführlich bei der Beschreibung des Bildverstärkers weiter unten betrachtet.

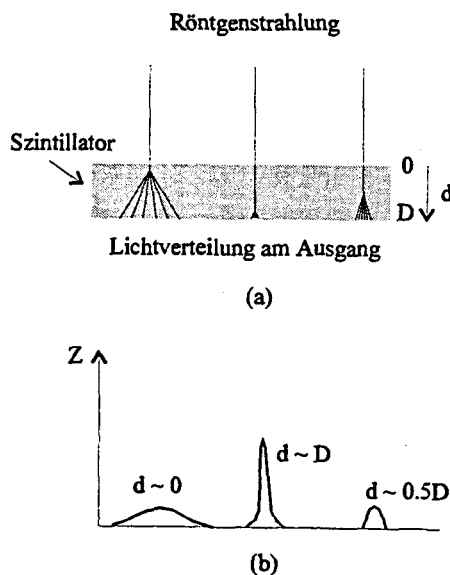


Abb. 5.1.4

Gezeigt ist die Auswirkung der Dicke des Szintillators auf die Lichtverteilung am Ausgang. Die Streuung des Lichtes im Szintillator wird vernachlässigt. Die Lichtquanten breiten sich in alle Richtungen aus, aber auf dem Bild ist nur der Kegel in Richtung zum Detektor gezeichnet.

(a) Es sind drei Ereignisse in verschiedenen Tiefen d dargestellt.

(b) Verteilung der Lichtquanten am Ausgang für die oben gezeigten drei Tiefen d .

Als Alternative bieten sich szintillierende Glasfasern an (FOS - „scintillating fiber optic screen“). Jedes einfallende Photon wird in einer Glasfaser in Licht umgewandelt, und das Licht wird zum größten Teil innerhalb dieser Glasfaser zum entsprechenden Pixelelement weitergeleitet. Abb. 5.1.5 zeigt eine schematische Darstellung des FOS und des CCD-Chips.

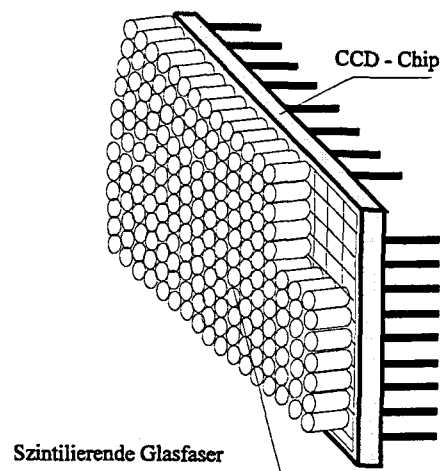


Abb. 5.1.5
Detektor mit
szintillierenden
Glasfasern (FOS)

Wichtige Eigenschaften des FOS sind:

- Geringe Nachglimmintensität - sie wird gemessen als Zeit des Leuchtens, nachdem das Photon schon umgewandelt wurde. Für den in dieser Arbeit benutzten FOS beträgt sie weniger als 0.1% der Spitzenintensität nach 0.4 s.
- Hohe Lichtausbeute - die Intensität des erzeugten Lichtes
- Hohe Absorptionseffizienz - das ist besonders wichtig, weil sie für die DQE („Detective Quantum Efficiency“) direkt verantwortlich ist und weil sie garantiert, daß keine Röntgenphotonen den CCD-Chip erreichen (wie Abb. 5.1.6 zeigt, ist die Absorptionseffizienz bei 100 kV 100%) [67].

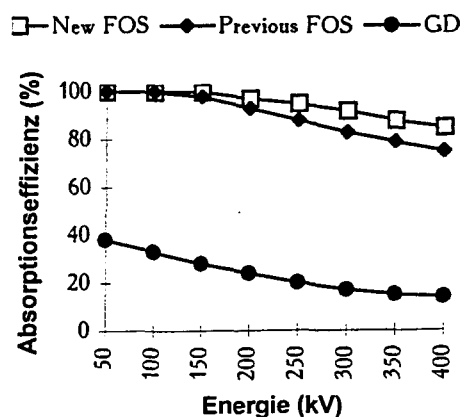


Abb. 5.1.6
Absorptionseffizienz in
Abhängigkeit von der
Energie für die benutzte
FOS (New FOS) und
einem gewöhnlichen
Gadolinium Oxid
(Gd_2O_3) Szintillator

Ein solches Detektorsystem, basierend auf einem 512×512 CCD-Chip TH7895 von Thomson) mit $19 \times 19 \mu\text{m}$ Pixelgröße und FOS mit $6 \mu\text{m}$ Durchmesser (85% Kernglasanteil), wurde von der „Intravis GmbH“ entwickelt und für die Anordnung in der KFA gekauft, um die Auflösung des CT-Systems zu verbessern.

Die Kantenlänge des CCD-Chips ist ca. 1 cm ($512 \times 19 \mu\text{m} = 0,9728 \text{ cm}$). Diese Länge begrenzt die Größe des zu untersuchenden Objektes wegen der Bedingung, das ganze Objekt bei allen Projektionen vollständig sichtbar zu haben und stellt gleichzeitig besondere Ansprüche an die Bestimmung und Positionierung der Rotationsachse. Sogar für rotationssymmetrische Objekte ist es schwierig, die Drehachse genau in der Mitte zu positionieren, um sicherzustellen daß bei keinem Drehwinkel Teile des Objektes außerhalb der Detektorfläche projiziert werden, weil die Manipulatoroberfläche für universelle Anwendungen konstruiert ist, und die Probe manuell darauf befestigt wird.

Alle Rekonstruktionsalgorithmen für CT basieren auf der Annahme, daß das Detektorsystem linear ist. Diese Voraussetzung wird von CCD-Detektoren im allgemeinen erfüllt. Abb. 5.1.7 zeigt die Ergebnisse der Messung, die die Linearität des benutzten „Intravis“-Detektorsystems prüft.

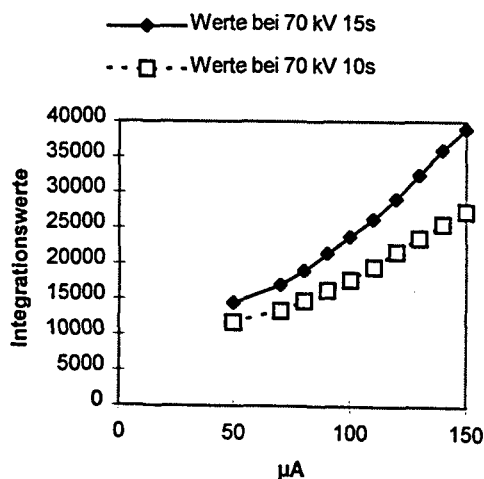


Abb. 5.1.7
Linearitätsmessung des
Detektorsystems für zwei
verschiedene
Integrationszeiten

Ein drittes Detektorsystem wurde entwickelt, bei dem der Leuchtschirm durch einen Bildverstärker (BV) ersetzt wurde. Im BV wird die Röntgenstrahlung mit einem CsI Szintillator in Licht umgewandelt, und das Licht erzeugt dann seinerseits Elektronen in einer an den Szintillator gekoppelten Photokathode. Diese Elektronen werden dann in einem elektrischen Feld beschleunigt, fokussiert

und treffen auf einen Fluoreszenzschirm (Typ P20), der sie wieder in Lichtphotonen umwandelt. Bei diesem Prozeß wird die Lichtintensität tausendfach verstärkt (durch Elektronenbeschleunigung und Verkleinerung zwischen dem Ein- und Ausgangschirm).

Anders als bei den pulverförmigen Szintillatorschirmen entsteht der Cäsiumjodid Szintillator mittels eines speziellen Aufdampfverfahrens in Form feiner Nadelkristalle, die auf einer Oberfläche aufwachsen. Durch den Lichtleiteffekt innerhalb der Kristalle kann damit auch bei größeren Schichtdicken ein sehr gutes Ortsauflösungsvermögen erzielt werden. Zudem erreicht die Packungsdichte einer so hergestellten Szintillatorschicht nahezu 100%, während im Falle pulverförmiger Substanzen nur ca. 50% des Schichtvolumens tatsächlich aus Leuchtpigmenten bestehen.

Eine schematische Darstellung des BV Detektorsystems wird in Abb. 5.1.8 gezeigt.

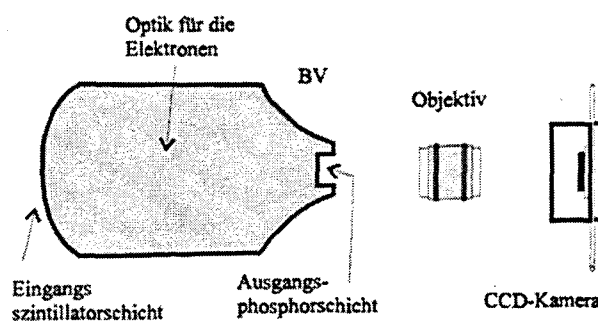


Abb. 5.1.8 Detektorsystem mit BV und CCD Kamera.

Der benutzte BV stammt von der Firma Thomson (TH 9415F). Seine wichtigsten Parameter sind:

- Eingangsfenstergröße 16 cm und Ausgangsfenstergröße 20 mm Durchmesser
- Spektrale Empfindlichkeit - 30 bis 250 keV
- Maximale Helligkeit des Ausgangsfluoreszenzschirms bei 530 nm

- Kontrast - 22:1
- DQE - 65% bei 60 keV
- Helligkeitsverstärkung - 8000

Leider entstehen neben den Vorteilen des BV, die hauptsächlich in der Intensitätsverstärkung (hier ca. 8000) liegen, auch Verzerrungen, die die Qualität der gemessenen Bilder verschlechtert.

Die sogenannte Kissenverzerrung („pincushion distortion“) hat ihren Ursprung in der gewölbten Form des Eingangsfensters. Einerseits ist dafür die Verteilung der Elektronen verantwortlich, die von der gewölbten Photokatode auf die flache Ausgangsphosphorschicht durch die Elektronenoptik beschleunigt werden. Der andere Grund ist die verschiedene Vergrößerung des Objektes, gemessen von der Mitte des Eingangsfeldes zum Rand. Vom Objektzentrum gesehen ist der Abstand zur Mitte des Eingangsfeldes kleiner als der Abstand bis zum Rand. Je näher das Objekt zum BV liegt, desto größer werden diese Vergrößerungsunterschiede. Diese Verzerrung ist in [68] mit der Gleichung:

$$I_{phos}(x, y) = g(x, y) W \{ I_{X-ray}(x, y) \} \quad (5.1.1)$$

beschrieben. W ist der Verzerrungsoperator und g berücksichtigt die Amplitudernverzerrung aufgrund der Variation der Zahl der einfallenden Photonen pro Fläche, die durch die Wölbung verursacht wird; $I_{X-ray}(x, y)$ und $I_{phos}(x, y)$ sind die Intensitätsverteilungen der Röntgenphotonen auf der Szintillatorschicht bzw. die der Elektronen, die auf die Phosphorschicht auftreffen. In Abb. 5.1.9 wird die Aufnahme einer nicht bestückten Platine als Beispiel für die Kissenverzerrung dargestellt. Diese geometrische Verzerrung kann korrigiert werden, wenn die mathematische Beziehung zwischen einem Testobjekt und seiner Abbildung definiert werden kann. Ein regelmäßiges Gitter kann als Testobjekt benutzt werden, und die Verzerrung kann mit polynomischen Funktionen modelliert werden, weil die Deformationen regelmäßig sind und sich mit der Zeit nicht verändern. Die aufgenommenen Projektionen werden dann entsprechend korrigiert (entzerrt). In [69] wird die folgende Methode vorgestellt. Die Verzerrung wird auf jedem Dreieck modelliert, das aus drei Punkten des Gitters besteht. Auf jedem Dreieck wird die Verzerrung durch ein Polynom fünften Grades in den Koordinaten beschrieben:

$$f(x,y) = \sum_{m+n \leq 5} c_{mn}^T \cdot x^m \cdot y^n \quad \forall x,y \in T \quad (5.1.2)$$

Voraussetzung dafür ist die stetige Differenzierbarkeit von f am Rand der Dreiecke.

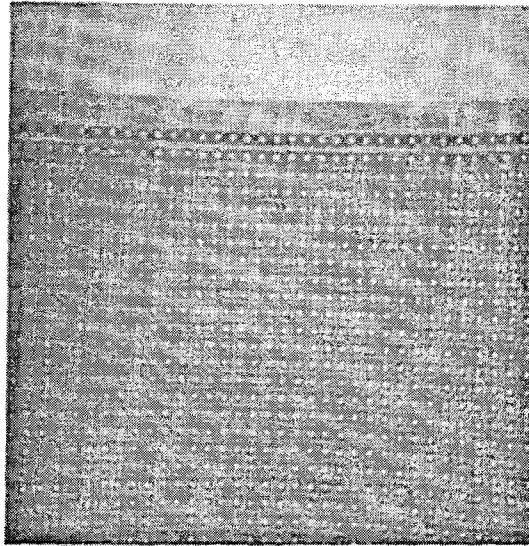


Abb. 5.1.9
Der Kissenverzerungseffekt,
verursacht vom
Bildverstärker

Zusammen mit dieser geometrischen Verzerrung bei der Abbildung des Objektes entsteht im BV auch eine Verzerrung bei der Lichtintensitätsverteilung am Ausgangsszintillator, die im folgenden beschrieben wird. Wenn ein undurchsichtiges Objekt in den Strahlengang gestellt wird, das einem Teil der Eingangsfläche der BV bedeckt, dann wird hinter diesem Objekt trotz der Abwesenheit von Röntgenstrahlung ein bestimmter Wert gemessen. Diese Ausbreitung des Lichtes von den helleren zu den dunklen Regionen wird „veiling glare“ genannt. Dieses Restlicht wird verursacht von der Streuung der Elektronen im BV und des Lichtes im Ausgangsphosphor. In Abb. 5.1.9 ist dieser Effekt als ein heller Bereich in der Mitte des Bildes erkennbar. Die Lichtverteilung am Ausgang des Fluoreszenzschirms $I_L(x,y)$ kann beschrieben werden als

$$I_L(x,y) = \int_{x'} \int_{y'} I_{phos}(x',y') h(x-x', y-y') dx' dy' \quad (5.1.3)$$

mit h die PSF („Point Spread Function“) des „veiling glare“-Effektes. Von Seibert *et al.* [70] wird diese PSF definiert als:

$$h(r) = (1-\rho) \frac{\delta(r)}{r} + \frac{\rho}{2kr} e^{-\frac{r}{k}} \quad (5.1.4)$$

wobei ρ den gestreuten Anteil des Lichtes und $(1-\rho)$ den nicht gestreuten darstellt. Die δ -Funktion zeigt die direkte Übertragung des ungestreuten Lichtes. Die Variable k ist die mittlere Propagationsentfernung des gestreuten Lichtes im Szintillator.

Die Parameter ρ und k beschreiben die „veiling glare“ PSF für einen bestimmten BV eindeutig. Das „veiling glare“ ist ein linearer Prozeß und seine Korrektur folgt direkt aus der Formel 5.1.3, nämlich Dekonvolution mit der PSF, die am einfachsten im Fourierraum durch eine Multiplikation durchzuführen ist. Um die Parameter ρ und k zu ermitteln, werden folgende Messungen durchgeführt. Zuerst wird die Intensität des Lichtes im Mittelpunkt am Ausgang des BV gemessen, wenn kein Objekt im Strahlengang steht. Dann mit zwei Bleischeiden mit 10 und 17 mm Durchmesser, die in der Mitte des Eingangsfensters vor dem BV befestigt wurden. Das Verhältnis der Intensitäten im selben Punkt ohne und mit Bleischeibe gibt den Kontrast. Für den benutzten BV ist der Kontrast 8:1 für die 10 mm Bleischeibe und 22:1 für die größere. Auf Abb. 5.1.10 ist die Abhängigkeit des Logarithmus naturalis des Kontrastes vom Bleischeibendurchmesser dargestellt.

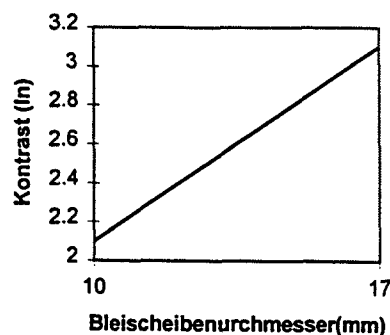


Abb. 5.1.10
Der Logarithmus naturalis
des Kontrastes in
Abhängigkeit vom
Bleischeibendurchmesser r

Von der Gleichung dieser Linie $\ln[K(r)] = a + br$ mit $K(r)$ der Kontrastfunktion und r dem Bleischeibendurchmesser können die gesuchten Parameter abgeleitet werden

$$\rho = e^{-a} \quad , \quad k = 1/b \quad (5.1.5)$$

Für den benutzten BV hat die Gleichung die Form $K(r) = 0,67 + 0,143r$, und daraus ergeben sich die Werte der gesuchten Parameter $\rho = 0,51$ und $k = 7$. Mit diesen Parametern ist die PSF des Bildverstärkers von Gl. 5.1.4 vollständig definiert und mit Gl. 5.1.3 durch Dekonvolution der verzerrten Lichtverteilung $I_L(x, y)$ kann die „entzerzte“ Lichtverteilung $I_{phos}(x, y)$ gewonnen werden.

Es gibt auch einen anderen Effekt, der eine Ungenauigkeit in den mit einem BV gemessenen Bildern verursacht und nur bei Benutzung von Kegelstrahlung vorkommt. Aufgrund der Kegelstrahlung werden die Photonen, die in der Mitte der Szintillatorfläche auftreffen, die Szintillatorschicht senkrecht passieren und die am Rand mit einem spitzen Winkel. Deswegen haben ihre Wege durch den Szintillator verschiedene Längen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon im Szintillator absorbiert wird, ist unterschiedlich und damit sind die DQE auch verschieden. Dieser Effekt verursacht in den Bildern die sogenannten Schattenartefakte, die jedoch im Vergleich zu den Verzerrungsartefakten infolge der oben betrachteten Prozesse vernachlässigt werden können.

5.2 Ortsauflösung des CT-Systems

5.2.1 Ortsauflösung in Abhängigkeit von der Geometrie des Meßsystems

Wird, wie hier beschrieben, eine konventionelle Röntgenröhre mit einer bestimmten Brennfleckgröße für die CT-Messungen benutzt, sind einige Überlegungen bezüglich der Abhängigkeit der Auflösung von der Meßgeometrie angebracht. Es wird angenommen, daß die Strahlung homogen vom Brennfleck mit Durchmesser s erzeugt und gleichverteilt in einen Kegel in der Strahlrichtung emittiert wird. Die Auflösung des Detektorsystems eines zweidimensionalen Impulses, definiert als „full width at half maximum“ (FWHM), sei w .

Nennt man den Abstand zwischen der Röntgenquelle und der Rotationsachse des Objektes X_R und den Abstand zwischen Röntgenquelle und Detektor X_D , dann ist die geometrische Vergrößerung $V = X_D / X_R$. Die Abhängigkeit der Auflösung von der Vergrößerung kann dargestellt werden, wenn man den Einfluß der Vergrößerung auf die Quellgröße und die Detektorauflösung getrennt betrachtet.

Wird in diesem Fall die effektive Quellgröße, als $s_{EFF} = s(V-1)/V$ und die effektive Detektorauflösung als $w_{EFF} = w/V$ berechnet, dann kann man die gesamte Auflösung als $\sqrt{s_{EFF}^2 + w_{EFF}^2}$ bestimmen. Bei der gegebenen Meßgeometrie existieren zwei extreme Möglichkeiten, um maximale Auflösung zu erreichen [71]:

- Minimal mögliche Vergrößerung $V \approx 1$, dann wird s_{EFF} fast zu Null reduziert und die Auflösung hängt hauptsächlich von der Detektorauflösung ab. Dieses Verfahren ist als Parallelstrahlgeometrie bekannt.
- Maximale Vergrößerung, dann wird w_{EFF} reduziert und die Auflösung hängt hauptsächlich von der Quellgröße ab. Das ist die Kegelstrahlgeometrie.

In Abb. 5.2.1.1 sind diese Meßgeometrien dargestellt. Aufgrund des größeren Raumwinkels („solid angle“) ist bei Kegelstrahlgeometrie die Ausnutzung der Strahlung um zirka zwei Größenordnungen besser, was direkten Einfluß auf die Meßzeiten und das SNR hat und deswegen vorteilhaft gegenüber der Parallelstrahlgeometrie ist.

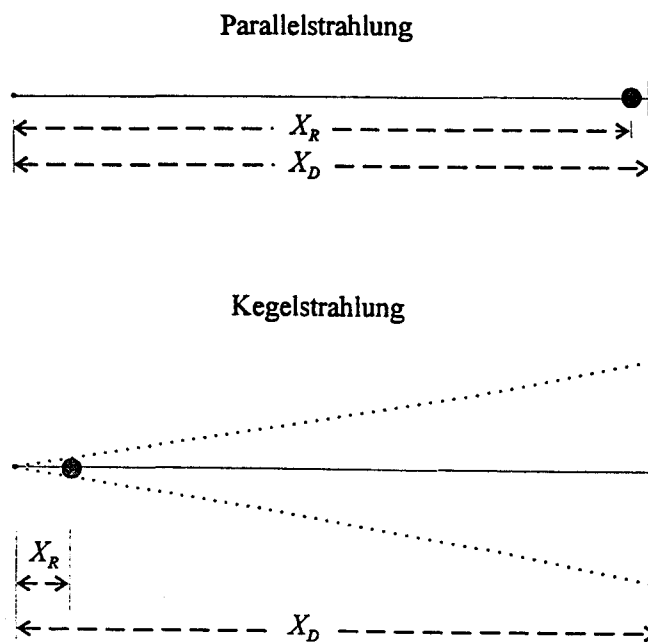


Abb. 5.2.1.1 Die zwei extremen Meßgeometrien

Die Röntgenröhre, die für die CT benutzt wird, hat einen Brennfleck der kleiner als $10 \mu\text{m}$ ist, und der erzeugte Strahlungskegel hat einen Öffnungswinkel von 30° . Diese Größen bestimmen die Verwendung der Kegelstrahlgeometrie und ergeben die Möglichkeit für eine geometrische Vergrößerung bei der Abbildung.

5.2.2 Vermessung der MTF

Um den Begriff Ortsauflösung zu erläutern, wird zuerst der Prozeß der Bildentstehung kurz beschrieben.

Wenn die Objektfunktion $o(x,y)$ definiert wird, die jedem Punkt in der Objektebene einen Intensitätswert zuordnet, kann man den Prozeß der Abbildung, der im allgemeinen die Bildschärfe verringert, als Faltung mit einer Detektorfunktion beschreiben, die als Resultat die Bildfunktion $b(x,y)$ liefert.

$$b(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1,y_1) \cdot p(x-x_1,y-y_1) dx_1 dy_1 \quad (5.2.2.1)$$

Die Detektorfunktion wird auch Punktbildfunktion (PSF von „Point Spread Function“) genannt, da sie die Bildfunktion eines einzelnen Punktes darstellt. Diese Beschreibung ist nur dann korrekt, wenn das System eine stationäre und lineare Abbildung gewährleistet. Wenn diese Gleichung in den Fourierraum transformiert wird, erhält man nach dem Faltungssatz:

$$B(u,v) = O(u,v) \cdot P(u,v) \quad (5.2.2.2)$$

mit

$$B(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} b(x,y) \cdot e^{-2\pi i(ux+vy)} dx dy \quad (5.2.2.3)$$

Die komplexe Funktion $P(u,v)$ wird auch als Optische Übertragungsfunktion (OTF von „Optical Transfer Function“) bezeichnet. Diese kann man auch in der Form

$$P(u, v) = M(u, v) \cdot e^{i \cdot \Phi(u, v)} \quad (5.2.2.4)$$

darstellen. Der Betrag $M(u, v)$ wird als Modulationsübertragungsfunktion (MTF von „Modulation Transfer Function“) bezeichnet. Die Phase $\Phi(u, v)$ heißt entsprechend Phasenübertragungsfunktion (PTF). Die Darstellung im Frequenzraum bietet den Vorteil, daß sich insbesondere mehrstufige optische Systeme als Produkt der Übertragungsfunktionen der Einzelkomponenten charakterisieren lassen [72].

$$B(u, v) = O(u, v) \prod_j P_j(u, v) \quad (5.2.2.5)$$

Die quantitative Darstellung der Ortsauflösungsfähigkeit eines optischen Systems wird durch seine MTF beschrieben. Die Fouriertransformation jedes Bildes kann als periodische Intensitätsveränderung betrachtet werden. Die Ortsfrequenz dieser Fourierkomponenten wird üblicherweise in Linienpaaren pro Millimeter beschrieben, wobei ein Linienpaar dem Abstand zwischen zwei Maximalwerten entspricht, wie in Abb. 5.2.2.1 dargestellt. Der Begriff Linienpaar hat seinen Ursprung in den für Fernsehtests benutzten schwarzweißen Streifen [73]. Die Fähigkeit eines Bildsensors, den Intensitätsunterschied (in Abb. 5.2.2.1 als Intensitätsmodulation bezeichnet) wahrzunehmen, nimmt mit wachsender Ortsfrequenz ab, und die Auflösungsgrenze wird durch das Nyquist-Theorem definiert (Für Bildsensoren, die wie die CCD aus einzelnen Elementen bestehen, bedeutet das Theorem: mindestens zwei Bildelemente sind für die Erkennung eines Linienpaares notwendig. Die Nyquist-Frequenz wird als F_n in Abb. 5.2.2.6 dargestellt.). Die MTF beschreibt den erkennbaren Intensitätsunterschied in Abhängigkeit von der Ortsfrequenz. Sie ist zu Eins für die Ortsfrequenz Null normalisiert. Die Auflösung eines Detektorsystems kann nach dieser Definition mit dem Betrachten der Abbildung eines Streifenmusters mit verschiedenen breiten Linienpaaren gefunden werden, aber diese Methode ist nicht genau und hängt vom Betrachter ab. Es wird daher eine andere Methode benutzt, die nachfolgend beschrieben wird.

In der eindimensionalen Darstellung kann man die MTF aus der Fouriertransformation der Linienbildfunktion (LSF von „Line Spread Function“) erhalten.

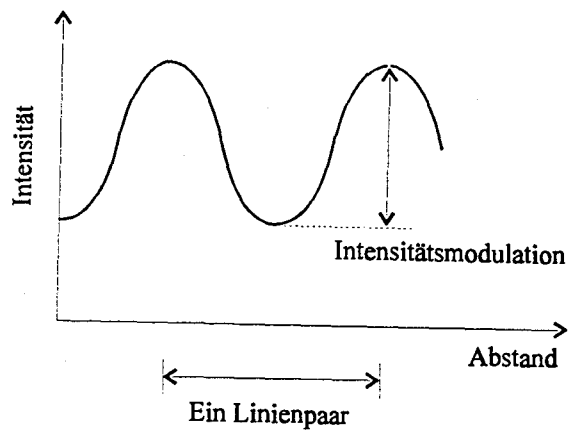


Abb. 5.2.2.1
Die Intensitätsverteilung eines beliebigen Bildes. Die Ortsfrequenz ist definiert als Zahl der Linienpaare pro Millimeter (Lp/mm)

Die LSF stellt eine δ -Gerade mit der üblichen Normierung dar:

$$\int_{-\infty}^{\infty} L(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x,y) dx dy \equiv 1 \quad (5.2.2.6)$$

Dann ist die MTF als die Fouriertransformierte der normierten LSF definiert:

$$MTF(\nu) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} LSF(x) e^{-jkx} dx \right|}{\left| \int_{-\infty}^{\infty} LSF(x) dx \right|} \quad (5.2.2.7)$$

wobei ν die Frequenz und $k = 2\pi \nu$ sind.

Die LSF ist eine glockenförmige Funktion, die bei einem endlichen Wert $\pm a$ annähernd auf Null fällt. Deswegen kann man in der Integralgleichung (Gl. 5.2.2.7) die Grenzen auf $\pm a$ setzen.

Die direkte Vermessung der LSF mit einem CT-Detektorsystem ist mit einem dünnen Draht möglich; da die Abbildung aber nur wenige Pixel beträgt, ist die LSF schlecht definiert. Als eine Alternative kann man die Kantenfunktion (ERF von „Edge Response Function“) vermessen. Die LSF bekommt man danach durch Differenzieren der ERF [74].

Mit $LSF(x) = \frac{d}{dx} ERF(x)$ erhält man für die MTF die folgende Beziehung:

$$MTF(v) = \frac{\left| \int_{-a}^a \frac{dERF(x)}{dx} e^{-jkx} dx \right|}{\left| \int_{-a}^a \frac{dERF(x)}{dx} dx \right|} \quad (5.2.2.8)$$

Nach Lösen der Integrale und Einsetzen von $e^{-jkx} = \cos(kx) - j \sin(kx)$ bekommt man die Formel für die Berechnung der MTF aus der ERF:

$$MTF(v) = \left| \cos(ka) + A \int_{-a}^a ERF(x) \sin(kx) dx - \right. \\ \left. - j \left[B \sin(kx) - A \int_{-a}^a ERF(x) \cos(kx) dx \right] \right| \quad (5.2.2.9)$$

wobei die folgenden Substitutionen vorgenommen wurden:

$$\left| \int_{-a}^a \frac{dERF(x)}{dx} dx \right| = |ERF(a) - ERF(-a)| \quad (5.2.2.10)$$

und

$$A = \frac{k}{ERF(a) - ERF(-a)} \quad B = \frac{ERF(a) + ERF(-a)}{ERF(a) - ERF(-a)} \quad (5.2.2.11)$$

Um die ERF zu bekommen, wurde die Projektion einer Bleiplatte mit sauber geschliffener Kante gemessen. Um den statistischen Fehler zu minimieren, wurden fünf Messungen mit verschiedenen Röntgenstrahlparametern durchgeführt und die Werte dann gemittelt.

Für die Ermittlung der Integralgrenzen $\pm a$ berechnet man die Stelle bei der die ERF 0.1% und 99.9% ihres Minimal- und Maximalwertes erreicht. Bei der durchgeführten Messung war der Wert a gleich der Länge von 20 Pixel. Dividiert durch die Vergrößerung erhält man einen Abstand von vier Pixel. Bei dem verwendeten „Intravis“-Detektorsystem mit dem CCD Element TH7895 von Thomson ist die Pixelgröße $19 \mu m$, was $76 \mu m$ entspricht. Auf der Graphik der ERF sind die Werte in Millimetern angegeben. $ERF(-a) = 23$ $ERF(a) = 22977$.

Eine ziemlich genaue Approximation der glockenförmigen LSF-Funktion ist die Gauß-Funktion. Deswegen kann die ERF definiert werden als:

$$ERF(x) = \frac{Amplitude}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{33x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (5.2.2.12)$$

Die von dieser Meßreihe gemittelte ERF mit der *Amplitude* = 23000 ist nach Formel 5.2.2.12 in Abb. 5.2.2.2 dargestellt. Für die Darstellung der MTF wurden die Dimensionen, die direkt aus Gl. 5.2.2.12 folgen, genommen. Deswegen ist die Ortsfrequenz als mm^{-1} gegeben und nicht, wie oben beschrieben, in Lp/mm . Für die Umrechnung zwischen beiden Dimensionen gilt die folgende Beziehung: $2 mm^{-1} = 1 Lp/mm$.

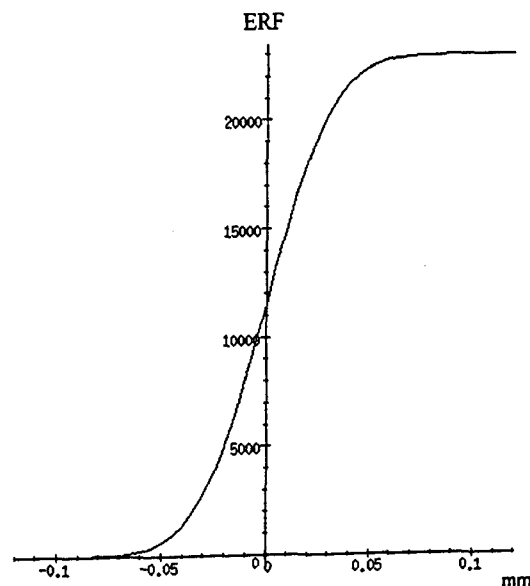


Abb. 5.2.2.2 ERF Funktion des „Intravis“-Detektorsystems.

Die entsprechende MTF, die mit Gl. 5.2.2.9 berechnet wurde, ist in Abb. 5.2.2.3 dargestellt.

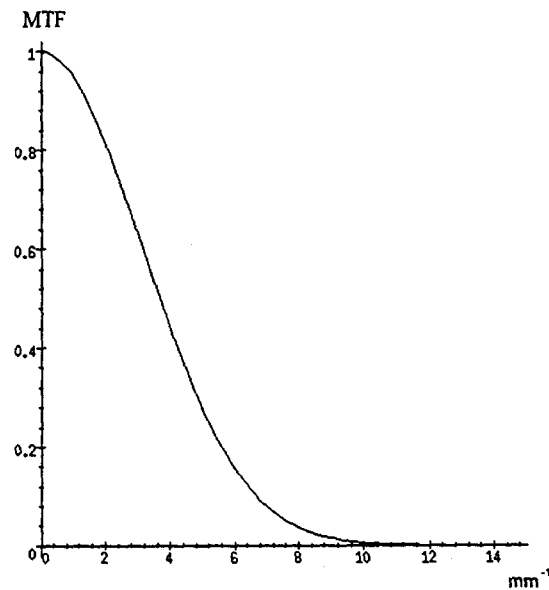


Abb. 5.2.2.3 MTF Funktion des „Intravis“-Detektorsystems.

Für das Detektorsystem mit dem Bildverstärker und der „Princeton Instruments“ Kamera ist $a = 69 \mu\text{m}$, und die entsprechenden gemittelten Werte für die $ERF(\pm a)$ von fünf Messungen sind $ERF(-a) = 18$, $ERF(a) = 17982$ mit der $Amplitude = 18000$. Die ERF und MTF Diagramme dieses Systems sind in den folgenden Abbildungen dargestellt.

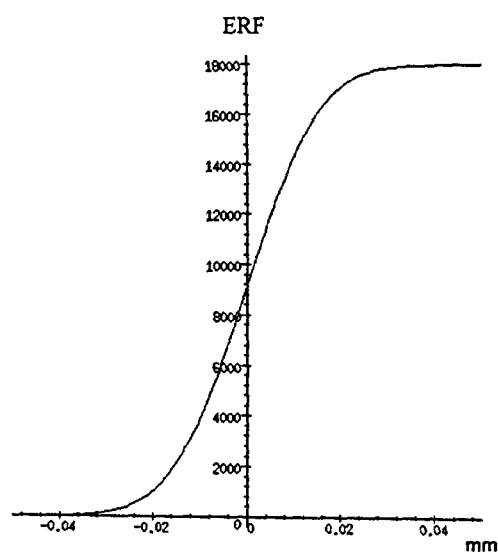


Abb. 5.2.2.4 ERF Funktion des „Princeton Instruments“ Detektorsystems.

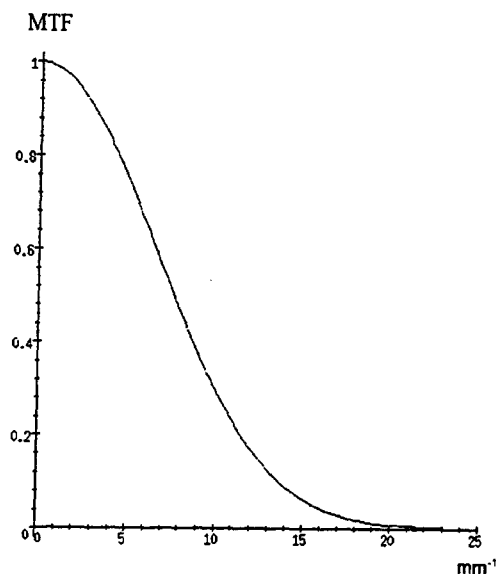


Abb. 5.2.2.5 MTF Funktion des „Princeton Instruments“ Detektorsystems.

Die Messungen ergeben die MTF des Gesamtsystems bei Verwendung der zwei verschiedenen Detektorsysteme. Der Abstand zwischen der Röntgenröhre und Bleikante und Detektor wurde bewußt groß gewählt, um den Einfluß der Größe des Röntgenstrahlbrennfleckes auf die MTF zu minimieren. Die Ortsauflösungsgrenze des Systems ist bestimmt durch den Wert bei dem die MTF 0,1 erreicht.

Zum Bildentstehungsprozeß tragen alle beteiligten Komponenten des Systems bei. Weil, wie oben gezeigt, die Faltung der Übertragungsfunktionen der einzelnen Detektorkomponenten im Fourierraum zur Multiplikation wird, kann die MTF des gesamten Detektorsystems durch Multiplikation der MTF-Funktionen ihrer einzelnen Komponenten berechnet werden.

Um die MTF des CCD-Chips zu berechnen, müssen folgende auflösungsbegrenzenden Faktoren betrachtet werden:

- Geometrisch - bestimmend ist die Größe der einzelnen Elemente und der Abstand zwischen ihnen. Die von der Geometrie der einzelnen Elemente bestimmte MTF ist die Fouriertransformation einer Rechteckkurve mit Breite e , gleich der Kantenlänge eines Pixels.

$$MTF_{geom} = \frac{d}{\pi f e} \sin\left(\frac{\pi f e}{d}\right) \quad (5.2.2.13)$$

wobei d der technologiebedingte Abstand zwischen den einzelnen Pixelelementen und f die Ortsfrequenz ist. Die Auflösung des CCD-Bildsensors ist begrenzt durch die Größe der Pixelelemente. Nach dem Abtast-Theorem sind Ortsfrequenzen, die größer als die sogenannte Nyquist Frequenz $f_N = 1/2e$ sind, nicht erkennbar. Deswegen wird auf der Grafik die MTF nur bis zur dieser Maximalfrequenz gezeigt. Bei dieser Maximalfrequenz ist bei dem hier benutzten CCD die MTF auf den Wert 0,6 abgefallen.

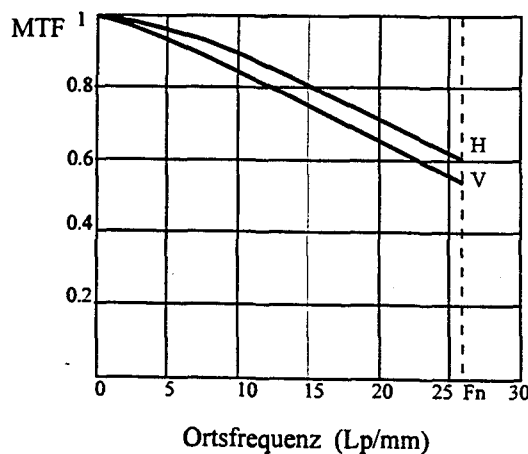


Abb. 5.2.2.6
MTF des CCD TH7895
des „Intravis“-
Detektorsystems

- Übertragungsverluste („transfer inefficiency“), die sich als Folge der Reduzierung der Amplitude der Sinuswelle bei Transport durch das CCD ergeben. Für n Transferschritte mit dem Ladungstransportverlust ε ist dieser Effekt in [73] folgendermaßen beschrieben:

$$MTF_{transfer} = e^{-n\varepsilon(1-\cos 2\pi f)} \quad (5.2.2.14)$$

- Verluste wegen Diffusion von Ladungsträgern. Nach ihrer Erzeugung im Silizium diffundieren einige Elektronen im Silizium, weil die Anziehungskraft der Potentialmulden nicht ausreicht. Das hat die Reduzierung der MTF zur Folge. Dieser Effekt ist stärker für

Lichtphotonen mit größeren Wellenlängen, weil sie tiefer in das Silizium eindringen.

Die Grenzfrequenz des Bildverstärkers ist vom Hersteller mit 5 Lp/mm für das Eingangsfenster (Eingangsszintillator) gegeben. Unter Berücksichtigung der internen Verkleinerung von 8,5 bekommt man für das Ausgangsfenster die Grenzauflösung von $42,5 \text{ Lp/mm}$ oder 85 mm^{-1} . Die Grenzfrequenz des CCD-Chips mit einer Pixelgröße von $23 \mu\text{m}$ kann analog zu Abb. 5.2.2.6 (unter Berücksichtigung des Pixelgrößenunterschiedes) zu $43,4 \text{ mm}^{-1}$ berechnet werden. In diesem Fall ist für die Auflösung des Detektorsystems die Pixelgröße der begrenzende Faktor. Die gemessene MTF des Detektorsystems mit dem Bildverstärker hat eine Grenzfrequenz von 14 mm^{-1} . Der Unterschied zwischen der gemessenen und der theoretisch erreichbaren Auflösung kann aus dem Einfluß der Fokussierung des Objektivs und dem Rauschen erklärt werden.

Berücksichtigt man die große Bildfläche (Eingangsfenster 17 cm) dieses Detektorsystem und die benutzte Kegelstrahlgeometrie, so besteht die Möglichkeit einer vergrößerten Abbildung, was die Auflösung entsprechend verbessern kann. Zum Beispiel wird die Auflösung 140 mm^{-1} bei 10-facher Vergrößerung oder anders ausgedrückt: Strukturen von mehr als $7 \mu\text{m}$ Größe können erkannt werden. Dieser Wert kann auch als die reale Auflösungsgrenze des benutzten Detektorsystems betrachtet werden.

Überraschend ist dagegen der große Unterschied zwischen den gemessenen und theoretisch erreichbaren Werten beim „Intravis“-Detektorsystem. Die szintillierenden Glasfasern haben einen Durchmesser von $6 \mu\text{m}$, und die Strahlung tritt fast parallel ein (großer Abstand zur Quelle). Das bedeutet, daß die Röntgenphotonen ausschließlich in den Fasern, die auf ihrem Weg liegen, absorbiert werden und das erzeugte Licht in derselben Faser zum CCD geleitet wird. Deswegen kann das Auflösungsvermögen des CCD-Chips nicht von dem FOS beeinträchtigt werden. Für dieses Detektorsystem sollte wieder die Grenzfrequenz des CCD-Chips bestimmend sein, die aus Abb. 5.2.2.6 auf 52 mm^{-1} berechnet werden kann. Die Messungen ergeben jedoch eine Grenzauflösung von ungefähr 7 mm^{-1} . Eine mögliche Erklärung ist in den optischen Eigenschaften der Kopplung zwischen CCD und FOS, der geometrischen Faseranordnung und dem von gestreuten Photonen erzeugten Rauschen, Poissonrauschen und Detektorrauschen zu suchen.

5.2.3 Einfluß des Rekonstruktionsalgorithmus auf die Ortsauflösung

Ein einfaches analytisches Modell zur Bestimmung der Auflösung von Computertomographen haben G. Glover und R. Eisner veröffentlicht [75]. Mit ihm kann man den Einfluß der numerischen Rekonstruktion auf die Auflösung der berechneten Rekonstruktionsbilder beurteilen.

Es wird angenommen, daß das untersuchte Objekt rotationssymmetrisch mit Durchmesser D ist. Bei Parallelstrahlung wird das Objekt auf N Pixelelemente des Detektors abgebildet. Die Kantenlänge der Pixel des Detektors ist Δt und es gilt $\Delta t = D/N$. Die Auflösung kann dann Δt nicht überschreiten, und der Drehwinkel zwischen den einzelnen Projektionen $\Delta \theta$ muß so gewählt werden, daß $D\Delta \theta / 2 \leq \Delta t$ wird. Die Anzahl der notwendigen Projektionen M für eine Auflösung Δt ist definiert durch $M \geq \pi N / 2$ für Parallelstrahlung und $M \geq \pi N$ bei Fächerstrahlung.

Für die rekonstruierte Schicht ist die Absorptionsverteilung in Polarkoordinaten definiert durch:

$$\mu(r, \phi) = \mu(r) = \int_{-1/2\Delta t}^{1/2\Delta t} P(w) MTF_{DET}(w) K(w) J_0(2\pi w r) dw \quad (5.2.3.1)$$

$P(w)$ ist die Fouriertransformierte der Projektion und $MTF_{DET}(w)$ die MTF des Detektorsystems. $K(w)$ ist die Filterfunktion des benutzten Rekonstruktionsalgorithmus und J_0 die Besselsche Zylinderfunktion 0-ter Ordnung. Die Integrationsgrenze $1/2\Delta t$, wie im vorherigen Kapitel gezeigt, ist die Nyquist-Frequenz des Detektors. Wenn man idealisierend die Projektion eines Punktobjektes $p(r)$ als δ -Funktion beschreibt, dann ist ihre Fouriertransformation $P(w) = 1$ und man erhält:

$$p(r) = 2 \int_0^{1/2\Delta t} MTF_{SYS}(w) K(w) J_0(2\pi w r) dw \quad (5.2.3.2)$$

Das ist die eindimensionale rotationssymmetrische PSF; aus ihr errechnet man durch Hankel-Transformation die MTF des CT-Systems zu:

$$MTF_{SYS}(w) = MTF_{DET}(w) \cdot MTF_{FILT}(w) = MTF_{DET}(w) \cdot \frac{K(w)}{w} \quad (5.2.3.3)$$

Die Rekonstruktion beeinflusst die MTF des CT-Systems in diesem Fall nur über die Filterfunktion ($MTF_{FILT}(w)$). Im Fall des idealen Rampenfilters ist $K(w) = |w|$, und der Rekonstruktionseinfluß kann vernachlässigt werden.

Bei der Rekonstruktion aus echten Projektionen, anstelle der oben betrachteten idealisierten δ -Funktionen, muß auch der Interpolationsschritt zwischen den Abtastpunkten berücksichtigt werden. Bei linearer Interpolation kann die MTF infolge der Abtastung definiert werden als:

$$MTF_{ABT}(w) = |\sin c^2(w \Delta t)| \quad (5.2.3.4)$$

wobei die *sinc*-Funktion folgendermaßen definiert ist: $\sin c(x) = \sin(\pi x) / \pi x$ und Δt die Pixelgröße ist.

Abb. 5.2.3.1 zeigt die $MTF_{ABT}(w)$ für eine Rekonstruktion aus Projektionen, die mit dem Detektorsystem mit CCD-Chip mit $23 \mu m$ Kantenlänge aufgenommen wurden. Die erreichbare Auflösung wird von der Pixelkantenlänge des benutzten Detektorsystems bestimmt. Der Beitrag der Abtastung und der Interpolation im Rekonstruktionsalgorithmus zur Auflösung des CT-Systems wird von der Pixelkantenlänge bestimmt. Der Einfluß der Pixelgröße wurde durch die MTF des Detektorsystems berücksichtigt, deswegen ist die zusätzliche Verschlechterung in Folge von $MTF_{ABT}(w)$ gering. Die $MTF_{ABT}(w)$ unterscheidet sich von der MTF des CCD-Chips (Gl. 5.2.2.13) hauptsächlich durch den Exponenten zwei, der den Abfall der MTF-Kurve etwas steiler macht.

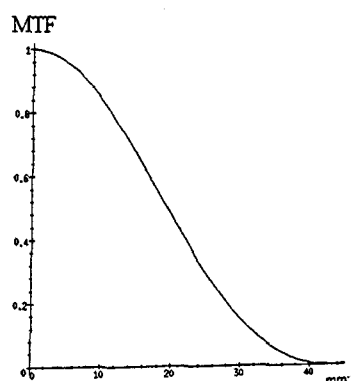


Abb. 5.2.3.1
MTF der Abtast- und
Interpolationsschritt im
Rekonstruktionsalgorithmus

Insgesamt zeigt sich, daß das Rekonstruktionsverfahren in Bezug auf die Ortsauflösung unkritisch ist, solange die benutzten Filterfunktionen hohe Frequenzen nicht übermäßig dämpfen.

Unter den oben gegebenen Meßbedingungen und für $2w_0 \leq 1/\Delta t$ genügt die Auflösung des Systems um ein bandbegrenztes Objekt (mit Fourier Transformation gleich Null für Frequenzen $\geq w_0$) vollständig zu rekonstruieren. Eine horizontale Ebene des rekonstruierten Bildes hat eine Fläche $\pi D^2/4$. Die Pixel mit der Größe Δt^2 bilden ein Gitter $N \times N$. $\pi D^2/4 < D^2$, was einer Fläche von N^2 Pixel entspricht. Das bedeutet, daß ca. N Messungen notwendig sind, um das Objekt, bestehend aus ca. N^2 Punkten mit einer Auflösung von Δt zu rekonstruieren. Falls das Objekt *a priori* bekannt oder symmetrisch ist, genügen auch weniger Projektionen.

5.2.4 Zusammenfassung (Ortsauflösung)

Im vorigen Kapitel wurde die Auflösung des CT-Systems unter Vernachlässigung der Quellgröße berechnet. Wie in Kapitel 5.2.1 gezeigt, hängt die Auflösung für die benutzte Kegelstrahlgeometrie, bei der das Objekt vergrößert abgebildet wird, auch von der Quellgröße ab. Deswegen muß in Gl. 5.2.3.3 auch die MTF der Quellgröße enthalten sein und damit wird die MTF des CT-Systems definiert als:

$$MTF_{SYS}(w) = MTF_{QUEL}(w) MTF_{DET}(w) MTF_{REK}(w) \quad (5.2.4.1)$$

wobei:

$$MTF_{REK}(w) = MTF_{FILT}(w) MTF_{ABT}(w) \quad (5.2.4.2)$$

und

$$MTF_{QUEL}(w) = \left| \sin c \left(w q_{spot} \frac{V-I}{V} \right) \right| \quad (5.2.4.3)$$

In dieser Gleichung ist V die geometrische Vergrößerung und q_{spot} die Quellgröße. Die *sinc*-Funktion ist in Kapitel 5.2.3 definiert.

Das bedeutet, daß die Gesamtübertragungsfunktion und damit auch die Auflösung des gesamten CT-Systems im wesentlichen durch das Detektorsystem und die Quellgröße (besonders bei starker Vergrößerung) bestimmt werden.

Deswegen muß man, um die Auflösung des CT-Systems zu verbessern, zuerst das Detektorsystem verbessern. Als erstes muß das „Intravis“-Detektorsystem optimiert werden, um das Auflösungsvermögen näher an die theoretisch erreichbaren Grenzen zu bringen. Die zukünftige Verbesserung ist mit der Entwicklung der CCD Bauelemente verbunden. Es werden CCD-Chips mit immer kleineren Pixelgrößen produziert. Es gibt sie inzwischen von „Kodak“ mit $3\ \mu\text{m}$ Pixelgröße. Damit verbunden sind auch die Ansprüche an die anderen Detektorkomponenten. Es wurde gezeigt, daß die Szintillatorschirme aufgrund ihrer Struktur begrenztes Auflösungsvermögen aufweisen. Der vielversprechendste Weg scheint die Benutzung von FOS zu sein, die direkt auf dem CCD befestigt werden. Die FOS werden schnell weiterentwickelt. Es werden Glasfasern mit immer kleineren Durchmessern und besseren Absorptionseigenschaften produziert. Der Nachteil der kleinen Bildebene wird beseitigt durch größere Dimensionen der Pixelmatrizen und die Benutzung von kegelförmigen Szintillatorfasern „tapered fiber“. Andererseits stellt dies Ansprüche an eine größere Intensität der Röntgenstrahlung, weil mit der Verkleinerung der Fläche der einzelnen Detektorelemente sich auch die Zahl der dort eintreffenden Quanten verringert. Es wurde in Kapitel 4.3 gezeigt, daß das SNR hauptsächlich davon abhängt. Der Quantenfluß, den Röntgenröhren erzeugen können, ist begrenzt; dies stellt eine Begrenzung der erreichbaren Auflösung des Systems dar. Im Kapitel 4.3.3 wurde gezeigt, daß bei Kegelstrahlung die Auflösung proportional zur vierten Potenz der Photonenzahl ist. Das heißt, um die Auflösung zehnmal zu verbessern, muß die Photonenzahl 10^4 mal erhöht werden. Eine Alternative dazu bietet die Verwendung von Synchrotronstrahlung.

Außer von den Eigenschaften des CT-Systems (Brennfleck und Detektor) hängt die Auflösung auch von den Eigenschaften des durchstrahlten Objektes ab. Die Absorption im Objekt hängt von seiner atomaren Zusammensetzung und Dichte, sowie der Wellenlänge der verwendeten Strahlung ab. In den benutzten Energiebereichen, wie in Abb. 4.2.1 dargestellt, besteht die Absorption aus der photoelektrischen Absorption sowie der kohärenten und nicht kohärenten Streuung. Ein Teil der im Objekt gestreuten Photonen erreicht den Detektor und verschlechtert die Auflösung.

Wie im Kapitel 4.2 erwähnt, können Kollimatoren benutzt werden, um die Streustrahlung zu vermindern. Bei Kegelstrahlgeometrie für 2D-Detektoren, die im benutzten CT-System verwendet werden, ist ihre Anfertigung sehr teuer, und ihre Benutzung bringt Schwierigkeiten, wie reduzierte Empfindlichkeit und Begrenzung bei Benutzung verschiedener Meßgeometrien mit sich.

Bei den benutzten Detektorsystemen, mit denen die Probe vergrößert abgebildet wird, ist der Abstand vom Objekt zum Detektor genügend groß, und die Streustrahlungseffekte werden vernachlässigt. Bei Betreiben des CT-Systems an seiner Auflösungsgrenze sollten solche Streustrahlungseffekte bei der Auswertung der Projektionen berücksichtigt werden.

Eine andere Schwierigkeit bei der Auflösungsverbesserung sind die steigenden Anforderungen an den Manipulator und die Kalibrierung.

5.3 DQE des Detektorsystems

Um die Rauschcharakteristik des Detektorsystems quantitativ zu beurteilen, braucht man die DQE („Detective Quantum Efficiency“), die vom Signal-zu-Rauschverhältnis des Eingangs- und Ausgangssignals abhängig ist. Die DQE ist definiert als

$$DQE = \frac{SNR^2_{Ausgang}}{SNR^2_{Eingang}} \quad (5.3.1)$$

Das bei der CT benutzte Detektorsystem ist üblicherweise mehrstufig. Der Nachweis erfolgt über eine Kaskade von Prozessen, die unterschiedliche Aufgaben erfüllen, wie z. B. den primären Strahlungsnachweis, die Umwandlung

des Signals in eine andere Energie- oder Teilchenart oder die Verstärkung des Signals. Dies kann als ein statistischer Prozeß, der sich aus einer Kaskade einzelner Prozesse zusammensetzt, betrachtet werden.

Der Begriff der Rauschfortpflanzung durch kaskadierte Stufen ist bekannt und wurde von vielen Autoren beschrieben. Die in jeder Stufe von der Quantenzahl abhängige DQE wurde zuerst von Zwieg berechnet [76]. Wenn eine Quantenzahl mit Mittelwert $\bar{N}_{i-1}$ zu sekundären Quanten $\bar{N}_i$ auf der i -ten Stufe des kaskadierten Systems umgewandelt wird, dann gilt:

$$\bar{N}_i = \bar{g}_i \bar{N}_{i-1} \quad (5.3.2)$$

wobei $\bar{g}_i$ der Transformationsfaktor dieser Stufe ist.

Nach Anwendung des Varianztheorems ergibt sich:

$$\sigma_{N_i}^2 = \bar{g}_i^2 \sigma_{N_{i-1}}^2 + \sigma_{g_i}^2 \bar{N}_{i-1} \quad (5.3.3)$$

wobei $\sigma_{N_i}^2$ und $\sigma_{g_i}^2$ die Varianzen von N_i und g_i sind. Der Wert von $\sigma_{g_i}^2$ hängt vom betrachteten Prozeß ab. Zum Beispiel beträgt seine Varianz $\sigma_{g_i}^2 = 0$ wenn der Transformationsfaktor g_i eine Konstante ist.

Es wird ein Fehlerfaktor formuliert, mit dem die Varianz $\sigma_{g_i}^2$ beschrieben werden kann, falls der Transformationsfaktor keine Poissonverteilung hat:

$$\lambda_{g_i} = \frac{\sigma_{g_i}^2}{\bar{g}_i} - 1 \quad (5.3.4)$$

Ein ähnlicher Faktor kann auch für die Anzahl der Quanten definiert werden. Im betrachteten Fall von Röntgen- und Lichtquanten, die eine Poisson-Verteilung aufweisen, ist das nicht notwendig. Der Fehlerfaktor kann drei mögliche Werte haben: für eine Poisson-Verteilung ist er $\lambda_{g_i} = 0$, weil die Varianz $\sigma_{g_i}^2 = \bar{g}_i$ ist, für einen konstanten Transformationsfaktor $\lambda_{g_i} = -1$ und für die Binomial-Verteilung ist $\lambda_{g_i} = -\bar{g}_i$, weil $\sigma_{g_i}^2 = \bar{g}_i(1 - \bar{g}_i)$.

Wenn die DQE eines kaskadierten Systems unabhängig von der räumlichen Frequenz betrachtet wird, dann kann sie als das Produkt der DQE aller M beteiligten Stufen definiert werden:

$$DQE_{I,M} = \frac{I}{1 + \sum_{i=1}^M \left(\frac{I + \lambda_{g_i}}{\prod_{j=1}^i \bar{g}_j} \right)} \quad (5.3.5)$$

Diese Gleichung besagt, daß die DQE_{SYS} des ganzen Systems berechnet werden kann, wenn die Transformationsfaktoren aller Stufen und ihre Fehlerfaktoren bekannt sind.

Für das Detektorsystem 1, bestehend aus Szintillatorschirm, Spiegel, Objektiv und CCD-Kamera wird die DQE_{SYS1} aus den folgenden Prozessen berechnet:

1. Umwandlung der Röntgenphotonen in Licht im Szintillator mit Transformationsfaktor $\bar{g}_1$. Das ist ein Prozeß mit Poisson-Verteilung und deswegen gilt für den Fehlerfaktor $\lambda_{g1} = 0$,
2. Umlenkung des Lichtes vom Spiegel mit Reflektivität $\bar{g}_2$. Dies kann als Binomial-Verteilung betrachtet werden und es gilt $\lambda_{g2} = -\bar{g}_2$,
3. Erfassung und Weiterleitung des Lichtes durch das Objektiv mit Transformationsfaktor $\bar{g}_3$. Dies kann ebenfalls als Binomial-Verteilung mit Fehlerfaktor $\lambda_{g3} = -\bar{g}_3$ betrachtet werden,
4. Erzeugung der Elektronen aus den einfallenden Lichtquanten im CCD-Chip. Der Transformationsfaktor wird mit $\bar{g}_4$ bezeichnet und weist eine Binomial-Verteilung mit Fehlerfaktor $\lambda_{g4} = -\bar{g}_4$ auf.

Nach Gl. 5.3.5 kann dann die DQE_{SYS1} berechnet werden als:

$$DQE_{SYS1} = \frac{I}{1 + \frac{1}{\bar{g}_1} + \frac{1 - \bar{g}_2}{\bar{g}_1 \bar{g}_2} + \frac{1 - \bar{g}_3}{\bar{g}_1 \bar{g}_2 \bar{g}_3} + \frac{1 - \bar{g}_4}{\bar{g}_1 \bar{g}_2 \bar{g}_3 \bar{g}_4}} \quad (5.3.6)$$

Es wird angenommen, daß sich die vom Szintillator emittierte Lumineszenzstrahlung isotrop in alle Raumrichtungen ausbreitet und der Spiegel keine geometrischen Verzerrungen bei der Umleitung des Lichtes vom Szintillator

zum Objektiv verursacht. Dann gelangt nur ein schmaler Kegel um die optische Achse durch die Eintrittspupille des Objektivs zur Bildebene der CCD-Oberfläche. Der Öffnungswinkel dieses Kegels ist durch die Brennweite, die Öffnung des Objektivs und den Abbildungsmaßstab festgelegt. Unter Berücksichtigung der Objektiveneinstellungen (k ist die Blendenzahl), des Brechungsindex des Szintillators n und des Abbildungsmaßstabs m wird der Transformationsfaktor $\bar{g}_3$ von Busch [72] als:

$$\bar{g}_3 = \sin^2 \left\{ \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{1}{n} \sin \left(\arctan \left(\frac{m}{k(m+1)} \right) \right) \right] \right\} \quad (5.3.7)$$

definiert. Die Reflektionsverluste und die Streuung in den Linsen des Objektivs werden bei dieser Berechnung vernachlässigt. Für $k = 4$, $m = 2$ und $n = 10$ ist $\bar{g}_3 \approx 3 \cdot 10^{-5}$; dies zeigt, daß die größten Verluste bei der Lichtübertragung erfolgen. Es wird noch angemerkt, daß $\bar{g}_3$ nicht so stark von den optischen Eigenschaften des Objektivs, sondern von der geometrischen Anordnung abhängt und die hohen Verluste aus der Lichtübertragung zwischen Szintillatorausgang und CCD-Chip stammen.

Die Reflektivität des Spiegels $\bar{g}_2$, der aus einer auf Glas aufgedampften Al-Schicht besteht, wird durch die Reflektivität des Aluminiums bestimmt, die für die benutzte Wellenlänge (400 bis 600 nm) als $\bar{g}_2 = 0,92$ im *CRC Handbook of Chemistry and Physics* [77] angegeben ist.

Der Transformationsfaktor $\bar{g}_4$ des CCD-Elementes kann aus dem Diagramm (Abb. 5.3.1), das die DQE des benutzten CCD-Chips SI502FA darstellt, berechnet werden. Die Emissionswellenlänge des Gd_2O_2S Szintillators ist 540 nm [78]. Nach dem Diagramm ist $DQE_{CCD} \approx 0,26$ und nach Gl. 5.3.5 für eine Binomial-

Verteilung ($DQE_{CCD} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{\bar{g}_4}}{\bar{g}_4}}$ und $\lambda_{\bar{g}_4} = -\bar{g}_4$) entspricht das $\bar{g}_4 \approx 0,26$.

Der Transformationsfaktor $\bar{g}_1$ des Szintillatorschirms kann mit der folgenden Formel berechnet werden:

$$\bar{g}_1 = \nu_c \frac{E_R}{E_L} \quad (5.3.8)$$

wobei ν_c die Energieumwandlungseffizienz des Szintillators und E_R , E_L die Energien der Röntgen- und Lichtphotonen sind. ν_c hängt von Materialeigenschaften des Szintillators wie Reinheit, Körnigkeit, verwendetem Binder und Kristalleigenschaften ab und hat nach [78, 79] ca. 0,15.

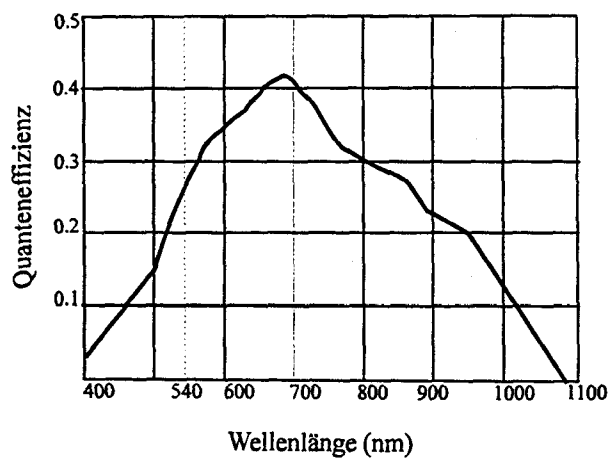


Abb. 5.3.1
Quanteneffizienz des SITE
CCD-Chips SI502FA.

Die Lichtphotonenenergie E_L für die Emissionswellenlänge von 540 nm entspricht $E_L = h\nu = 2,9 \text{ eV}$ und für 50 keV Röntgenphotonenenergie hat der Transformationsfaktor den Wert $\bar{g}_1 = 0,15 \cdot 50000 / 2,9 = 2586$ (berechnet mit Gl. 5.3.8).

Wenn in Gl. 5.3.6 die Werte für $\bar{g}_i$ durch die berechneten Daten ersetzt werden, bekommt man für die $DQE_{SYS} \approx 0,008$. Der niedrige Wert der DQE ist eine Folge des Einflusses der Verluste bei der Lichtübertragung, ausgedrückt in $\bar{g}_3$, und zeigt die Schwäche dieses Detektoraufbaus. Der einzige Weg, diese niedrige DQE zu kompensieren, sind längere Meßzeiten.

Eine Möglichkeit zur übersichtlichen Darstellung des Einflusses der einzelnen Komponenten eines kaskadiertes Systems auf die gesamte DQE bietet das QAD-Diagramm („Quantum Accounting Diagram“). Das QAD stellt graphisch das Produkt der Transformationsfaktoren $P_i = \prod_{j=1}^i \bar{g}_j$ aus Gl. 5.3.5 in Abhängigkeit von der Stufenzahl i und der damit verbundenen Quantenzahl dar. Es ist aus Gl. 5.3.5 ersichtlich, daß für jede Umwandlungsstufe i die DQE nur dann nahe

Eins ist, wenn $P_i \gg 1 + \lambda_{g_i}$. Die Umwandlungsstufe, in der die größten Verluste auftreten, ist charakterisiert durch den kleinsten P_i . Diese Stufe, die die gesamte DQE_{sys} verschlechtert, wird „quantum sink“ genannt. In Abb. 5.3.2 ist das QAD-Diagramm des betrachteten Detektorsystems normalisiert für ein einziges Röntgenphoton dargestellt. Die Stelle des „quantum sink“ ist durch die Umwandlungsstufe erkennbar, die mit der steilsten Linie aufgezeichnet ist. Die erste Stufe des QAD-Diagramms zeigt das Verhältnis der Zahl der auf der Szintillatoroberfläche eintreffenden zur Zahl der wechselwirkenden Röntgenphotonen. Dieses Verhältnis hängt von den Eigenschaften des Szintillators und der Energie der Röntgenstrahlung ab und war in den bisherigen Berechnungen für die DQE nicht berücksichtigt. Die Prozesse, die dazu beitragen, werden unten näher erläutert.

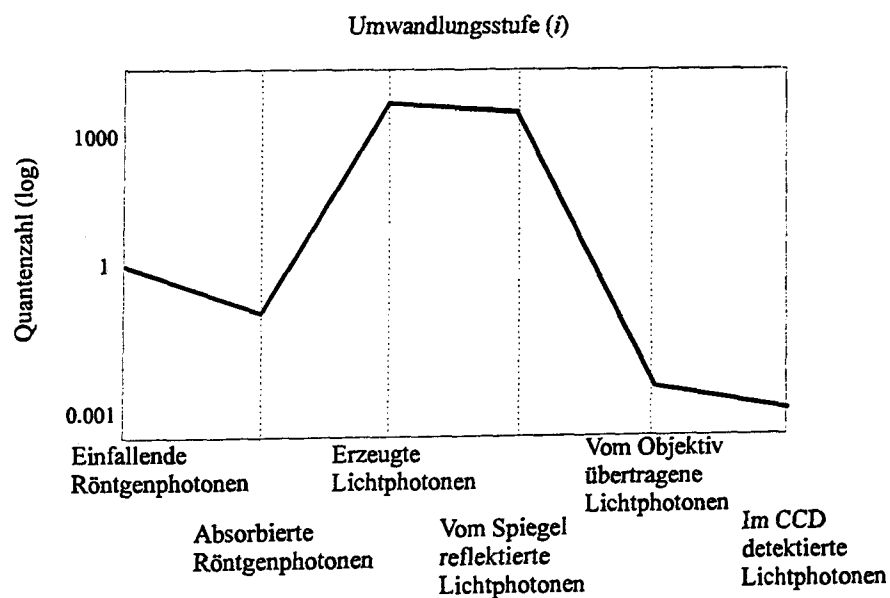


Abb. 5.3.2 Null-Frequenz QAD-Diagramm des betrachteten Detektorsystems.

In der obigen Berechnung der DQE_{sys} wurden einige Vereinfachungen vorgenommen: die statistischen Prozesse im Szintillator, die Verringerung der DQE des Detektorsystems bei der Übertragung von Ortsfrequenzen ungleich Null und die Streuprozesse wurden vernachlässigt. Im folgenden wird ihr Einfluß betrachtet.

5.3.1 Eigenschaften des Szintillators, die die DQE beeinflussen

Wie oben gezeigt, ist die DQE als die vom Detektor verursachte Verringerung der Information im Vergleich zum Informationsgehalt des einfallenden Strahles definiert:

$$DQE = SNR^2 / SNR_{in}^2 = SNR^2 / SNR_{ideal}^2 \quad (5.3.1.1)$$

Es wird jetzt ein hypothetischer „idealer“ Detektor betrachtet, der die ganze Information aus dem Strahl gewinnt und eine $DQE = 1$ hat. Betrachtet wird nur die erste Stufe des Detektorsystems, die Umwandlung von Röntgenstrahlung in Licht im Szintillator. Wie schon in Kapitel 4.3.1 erwähnt, gibt es zwei verschiedene Detektionsarten, die sich in der Art des Einwirkens des Photons auf den Detektor unterscheiden. Um die DQE zu bestimmen müssen, deshalb beide betrachtet werden:

- Der sogenannte Zählermodus bedeutet, daß die Energieinformation ignoriert wird („totally absorbing photon counting“). Alle Photonen werden als gleichbedeutendes Ereignis registriert und das Ausgangssignal des Detektors wird jeweils um Eins inkrementiert.
- Beim Energieintegrationsmodus ist das Ausgangssignal des Detektors von der Energie der einfallenden Photonen abhängig („partially absorbing energy integrating“).

Bei einem Zählerdetektor wird die Zahl der einfallenden Photonen N registriert und das Poissonrauschen wird durch die Varianz beschrieben:

$$\sigma^2 = E(N)A_Q \quad (5.3.1.2)$$

und

$$SNR = \sqrt{E(N)A_Q} \quad (5.3.1.3)$$

wobei A_Q die Absorptionseffizienz darstellt, die den Anteil der detektierten zur Gesamtzahl der auf dem Detektor eintreffenden Röntgenphotonen angibt (A_Q ist etwas kleiner, weil besonders bei kleineren Energien einige Photonen dem Szintillator infolge von Einfach- oder Mehrfachstreuung entweichen) und $E(N)$ der Erwartungswert der einfallenden Photonen ist.

In Wirklichkeit, wie im Kapitel 4.3 gezeigt, wird im Szintillatorschirm nicht die Röntgenphotonenzahl registriert, sondern die Röntgenphotonen wechselwirken in Abhängigkeit von ihrer Energie. Die bei dieser Wechselwirkung erzeugten Lichtquanten sind nicht alle gleich, sondern haben eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die von drei Faktoren abhängt:

- der Energieverteilung der einfallenden Röntgenphotonen (XED: „x-ray energy distribution“),
- der Varianz der Menge der absorbierten Energie (AED: „absorbed energy distribution“), die ihrerseits von den Atomzahlen und der Dicke des Szintillators abhängig ist,
- der Varianz der Größe der einzelnen Lichterzeugungsprozesse („light bursts“), gemessen am Ausgang des Szintillators (OPD: „optical pulse distribution“), diese ist abhängig von den optischen Eigenschaften des Szintillators.

Als Folge davon wird das SNR des Szintillators zu:

$$SNR = \sqrt{E(N)A_Q I_X} \quad (5.3.1.4)$$

wobei I_X den Einfluß dieser drei Faktoren berücksichtigt. Swank [80] hat I_X mit den Momenten M_i definiert:

$$I_X = \frac{M_1^2}{M_2 M_0} \quad (5.3.1.5)$$

Um die Bedeutung dieser Momente zu zeigen, wird auf die Eigenschaft der Szintillatorschirme eingegangen, die als „partially absorbing energy integrating“-Detektoren im Kapitel 4.3.1 erwähnt wurde, hingewiesen. Sie bedeutet, daß die

Zahl der erzeugten Lichtquanten abhängig von der Energie $\varepsilon' = h\nu$ des Röntgenphotons ist. $E(\varepsilon)$ und $E(\varepsilon^2)$ sind das erste und zweite Moment der Energie, absorbiert vom Detektor in einem „energy impartation event“ (Kapitel 4.3.1) und sind gleich M_1 und M_2 . M_0 ist gleich dem Wert von A_Q und ε zeigt nur den Anteil von ε' , der absorbiert wurde. I_X wird als inneres Rauschen des Szintillatorschirmes (auch Szintillationsrauschen oder statistischer Faktor der absorbierten Röntgenverteilung) definiert [81].

Ein anderer Parameter, der die energieabhängigen Absorptionseigenschaften der Szintillatorschirme beschreibt, ist NEA („Noise Equivalent Absorption“) [80, 82]. Er ist gleich dem Verhältnis zwischen dem Quadrat des ersten Moments und dem Wert des zweiten Moments der absorbierten Energie des Röntgenphotons ε :

$$NEA = \frac{E^2(\varepsilon)}{E(\varepsilon^2)} \quad (5.3.1.6)$$

Geht man wieder zum oben betrachteten „idealen“ Detektor zurück, wird folgendes deutlich; er registriert alle einfallenden Photonen: $A_Q = 1$ und jedes Photon gibt seine ganze Energie $h\nu$ an den Detektor ab: $\varepsilon = h\nu$. Im Zählmodus wird die Energieinformation mißachtet und alle Photonen werden als Eins gezählt. Es folgt, daß $I_X = 1$ und in Gl. 5.3.1.4 wird $SNR^2 = E(N)$. Im Energieintegrationsmodus für monoenergetische Strahlung ist wieder $I_X = 1$, aber bei polychromatischer Strahlung, was der Fall im benutzten CT-System ist, gilt:

$$I_X = \frac{E^2(h\nu)}{E(h\nu^2)} < 1 \quad (5.3.1.7)$$

Daher wird $SNR^2 < E(N)$.

Die DQE des Szintillators unter Berücksichtigung der Prozesse, die bei der Umwandlung der Röntgenphotonen in ihm erfolgen, kann definiert werden als [83]:

$$DQE = NEA = A_Q I_X \quad (5.3.1.8)$$

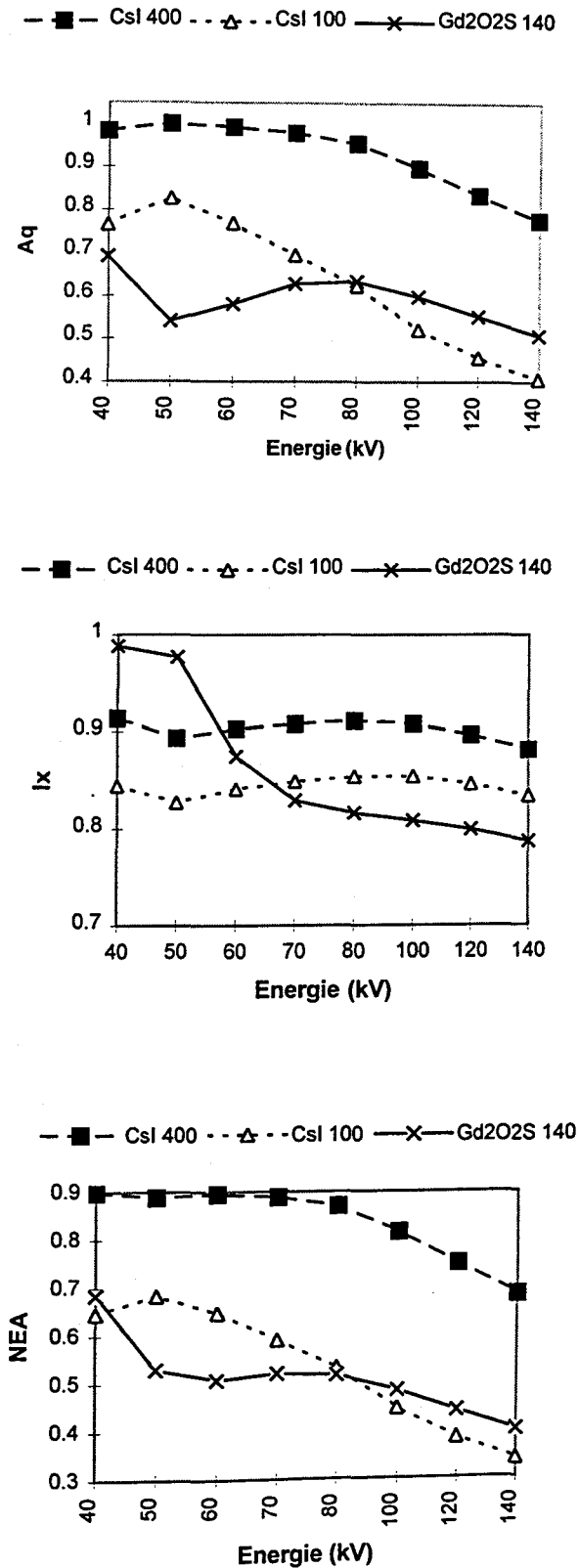


Abb. 5.3.1.1
Die
Absorptionseffizienz
 A_Q , das
Szintillatorrauschen I_X
und die „noise
equivalent absorption“
 NEA für drei
verschiedene
Szintillatoren in
Abhängigkeit von der
Energie der
Röntgenstrahlung (durch
2.5 mm Al-Filter). Der
Wert hinter der
chemischen
Bezeichnung gibt die
Massenbelegung in
 mg/cm^{-2} an.

In den Diagrammen in Abb. 5.3.1.1 sind die Parameter NEA , A_Q und I_X für die in den verschiedenen Detektorsystemen benutzten Szintillatortypen in

Abhängigkeit von der Energie der Röntgenstrahlung dargestellt. CsI ist der Szintillator im Bildverstärker und Gd_2O_2S der im Detektorsystem mit dem Umlenkspiegel. Es sind die Daten für zwei CsI Szintillatorschirme, mit verschiedenen Massenbelegung (400 und 100 mg/cm^2) dargestellt.

Prinzipiell nimmt A_Q mit wachsender Energie ab, aber das wird zum Teil kompensiert durch die größere Wahrscheinlichkeit für die Absorption bei Energien größer als die K -Kante der schweren Elemente im Szintillator, die ihrerseits A_Q wachsen läßt. I_X dagegen nimmt die kleinsten Werte bei Energien größer als die der K -Kante wegen der Erzeugung von K -Fluoreszenz Photonen an, aber insgesamt hängt I_X für alle Szintillatoren nicht stark von der Energie ab. NEA nimmt mit wachsender Energie wegen der Verbreiterung des Energiespektrums ab.

5.3.2 Einfluß der Ortsfrequenz auf die DQE

Bis jetzt wurde die DQE unabhängig von der Ortsfrequenz der übertragenen Signale betrachtet. Für die CT-Projektionen und die folgende Rekonstruktion ist aber die höchste erreichbare Auflösung von Bedeutung. Deswegen muß die Ortsverteilung der die Probe passierenden Röntgenstrahlen möglichst genau vom Detektorsystem übertragen werden. Dazu braucht man nicht nur das Verhältnis der $SNR(f)$ am Aus- und Eingang für $f = 0$, sondern für alle im Objekt vertretenen Ortsfrequenzen. Für die verwendeten Detektorsysteme, bestehend aus Szintillator und CCD-Kamera, verringert sich die $DQE(f)$ mit wachsendem f . Verantwortlich dafür sind nach Nishikawa *et. al.* [84, 85] zwei Faktoren:

1. Das Quantenrauschen der Röntgenstrahlung wird effizienter übertragen als das Signal bei höheren Frequenzen,
2. Die Anwesenheit von Rauschmechanismen wie inhärentes Rauschen der einzelnen Detektorstufen und das Rauschen infolge von AED und OPD („absorbed energy distribution“ und „optical pulse distribution“, erklärt im vorigen Kapitel) im Szintillator.

Um die $DQE(f)$ des Szintillators zu beschreiben, wird wieder ein kaskadiertes stochastisches System betrachtet, das alle Umwandlungsprozesse umfaßt. Es besteht aus den folgenden Umwandlungsstufen. Jede von denen ist mit einem bestimmten physikalischen Prozeß, der im Szintillator erfolgt, verbunden:

1. Die Röntgenflußverteilung $u(r, E)$ mit der Energie E in einem Szintillator mit der Dicke D . Der zweidimensionale Vektor r beschreibt die Position des Photons auf dem Eingang des Szintillatorschirms.
2. Ein Teil der Röntgenquanten wechselwirkt im Szintillator. Die Verteilung der Zahl der Quanten mit der Energie E , die in einem Pixel mit Fläche Δa mit dem Zentrum r reagieren, wird als $v(r, E)$ beschrieben. $\eta(E)$ beschreibt den Anteil der wechselwirkenden von der Gesamtzahl der einfallenden Röntgenquanten.
3. Die Röntgenquanten wechselwirken in verschiedenen Tiefen t . Die Zahl der Quanten mit Energie E , die in einem Voxel mit Dimensionen $\Delta a^2 \Delta t$ an der Stelle (r, t) im Schirm absorbiert werden, wird als $w(r, t, E)$ beschrieben. $q(t, E)$ beschreibt den Anteil der in Tiefe t wechselwirkenden zur Gesamtzahl der wechselwirkenden Röntgenquanten.
4. Ein Teil der absorbierten Röntgenphotonen wird in Lichtphotonen umgewandelt. Die Zahl der im Voxel erzeugten Lichtphotonen ist $x(r, t)$ (es wird über die Energie der Röntgenphotonen integriert). $g(E)$ ist die Zahl der erzeugten Lichtphotonen pro Röntgenphoton (ist gleich dem Transformationsfaktor $\bar{g}_l$).
5. Nur ein kleiner Teil davon erreicht wegen Streuung, Absorption und Reflexionen den Ausgang und wird mit $y(r, t)$ beschrieben. $\xi(t)$ ist der Anteil der Lichtquanten, der den Ausgang erreicht im Verhältnis zur Gesamtzahl der in der Tiefe t erzeugten Lichtphotonen.
6. $z(r')$ ist die Zahl der Lichtphotonen pro Pixel am Ausgang. r' ist der zweidimensionale Vektor, der die Position am Ausgang beschreibt und $p(r, r', t)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein Lichtphoton, erzeugt im Voxel (r, t) , die Ausgangsposition r' erreicht.

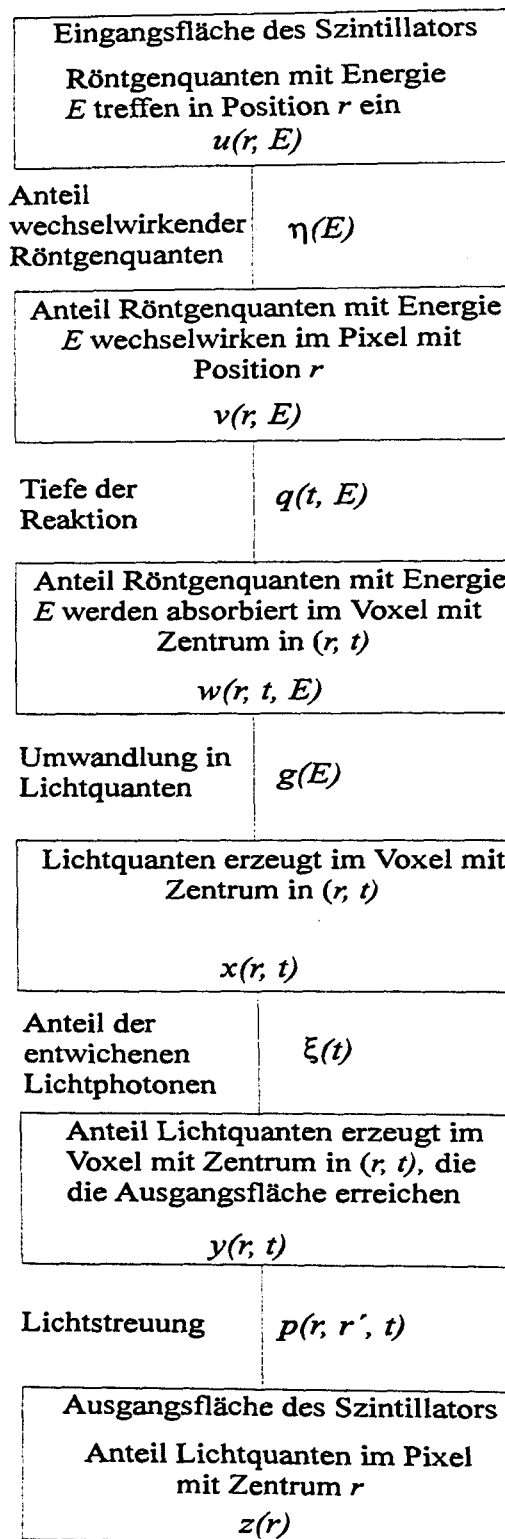


Abb. 5.4.2.1 Blockdiagramm des Szintillatormodells

Die $DQE(f)$ dieses Szintillatormodells wird in [84] formuliert als:

$$DQE(f) = \frac{M_1^2}{M_2} \left\{ \frac{\sigma_g^2}{\bar{g}^2} - \frac{1}{\bar{g}} + 1 \right\} R_N(f) R_C(f) \quad (5.3.2.1)$$

Wenn $\bar{g}$, der Mittelwert der erzeugten Lichtquanten pro Röntgenphoton, poissonverteilt ist (wie oben angenommen), dann ist die Varianz $\sigma_g^2 = \bar{g}$ und mit Gl. 5.3.1.5 und $M_0 = A_Q$ wird Gl. 5.3.2.1 zu:

$$DQE(f) = A_Q I_X R_N(f) R_C(f) \quad (5.3.2.2)$$

wobei:

A_Q die Absorptionseffizienz, die auch gleich der Größe $\eta(E)$ im Szintillatormodell ist,

I_X ist das im vorigen Kapitel definierte innere Rauschen. Es hängt hauptsächlich von der Varianz der Größe der einzelnen Lichtserzeugungsprozesse ab,

$R_C(f)$ ist ein Maß für das Verhältnis der Transfereffizienz des Signals und des Rauschens. Es ist definiert als $R_C(f) = [MTF(f) / NTF_Q(f)]^2$, wobei $NTF_Q(f) = \sqrt{W_Q(f) / W_Q(0)}$ die Röntgenquantenrausch-Transferfunktion („Noise Transfer Function“) ist,

$R_N(f) = W_Q(f) / W_T(f)$ ist das Verhältnis des Röntgenquanten-Rauschleistungs dichtespektrums $W_Q(f)$ zum ganzen Rauschleistungs dichtespektrum $W_T(f)$.

Das zeigt, daß die $DQE(f)$ auch von der $MTF(f)$ des Szintillators abhängt, die ihrerseits von allen im Szintillator stattfindenden Umwandlungsprozessen beeinflußt wird. Für das betrachtete Modell, unter der Annahme, daß die einfallenden Röntgenquanten eine 2D δ -Funktion-Verteilung haben, wird die Hankel-Transformation $H(f)$ der Lichtausgangsverteilung mit der MTF des Szintillators wie folgt verbunden [85]:

$$MTF(f) = \frac{H(f)}{H(0)} \quad (5.3.2.3)$$

und

$$H(f) = \int_0^{keV} \bar{u}(E) \bar{\eta}(E) \bar{g}(E) \int_0^T \bar{q}(t, E) \bar{\xi}(t) H(p(r, r', t)) dt dE \quad (5.3.2.4)$$

Die Berechnung dieses Integrals, die ziemlich kompliziert ist, wird in [86] erläutert und hier nicht betrachtet. Sie hängt auch von den mechanischen Eigenschaften und Parametern des Szintillatorschirms ab. Für einen $85 \mu m$ dicken ($T = 85 \mu m$) Gd_2O_2S Szintillator mit Packungsdichte 50%, $A_Q = 0,67$, $I_X = 0,73$ und den optischen Parametern $\sigma = 11 mm^{-1}$ („reciprocal diffusion length“), $\tau = 50 mm^{-1}$ („inverse relaxation length“), $\rho_0 = 0,9$ und $\rho_I = 0,7$ („reflectivity of input and output“) ergibt sich die MTF in Abb. 5.3.2.1. Die Behauptung, daß das Quantenrauschen der Röntgenstrahlung bei höheren Frequenzen effizienter übertragen wird als das Signal, wird in Abb. 5.3.2.2 dargestellt, wo der Einfluß der $R_C(f)$ auf die $DQE(f)$ gezeigt wird. Abb. 5.3.2.3 zeigt die berechnete DQE des betrachteten Szintillators.

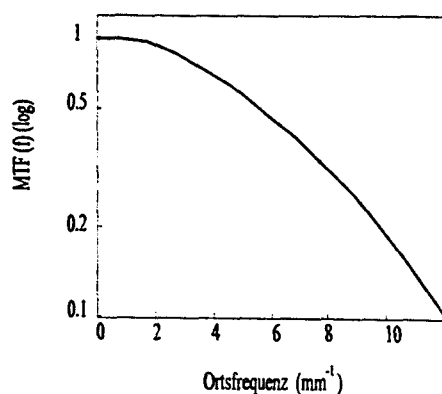


Abb. 5.3.2.1
Berechnete MTF für
den Gd_2O_2S
Szintillator

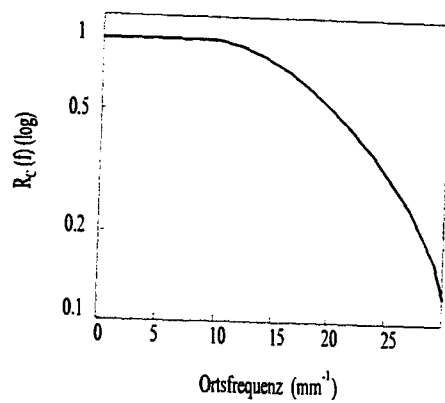


Abb. 5.3.2.2
Berechnetes Verhältnis
der Transfereffizienz
des Signals und des
Rauschens $R_c(f)$ für
den Gd_2O_2S
Szintillator

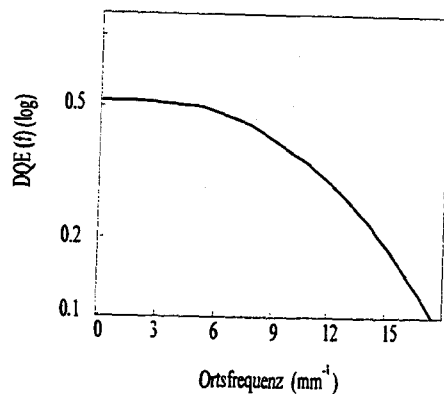


Abb. 5.3.2.3
Die berechnete DQE
des Gd_2O_2S
Szintillators

Zusammenfassend ist zu sagen, daß nicht nur die Meßbedingungen, sondern auch die erreichbare Auflösung des CT-Systems von der $DQE(f)$ abhängt. Der Grund dafür ist Verringerung der $DQE(f)$ mit wachsenden Ortsfrequenzen, die übertragen werden sollen. Deswegen muß diese Funktion bei der Auswahl der Detektorkomponenten berücksichtigt werden.

5.3.3 DQE der anderen benutzten Detektorsysteme

Bei dem anderen betrachteten Detektorsystem wurden der Szintillatorschirm und der Umlenkspiegel durch einen Bildverstärker (BV) ersetzt. Der BV ist selber ein kaskadiertes System von nacheinanderfolgenden stochastischen Prozessen, bei dem die Röntgenquanten zuerst in Licht, dann in Elektronen und am Ende wieder in Licht umgewandelt werden. Anstatt die einzelnen Transformationsparameter, wie beim vorher betrachteten Detektorsystem zu berechnen und die einzelnen Prozesse zu Standardverteilungen zu ordnen, ist dies beim BV nicht notwendig,

weil die technischen Parameter vorliegen. Die DQE des BV wurde vom Hersteller mit Hilfe der PHD („pulse height distribution“) der erzeugten Lichtquanten am Ausgang berechnet. Zuerst wurden die PHD mit einem Photospektrometer und Vielkanalanalysator gemessen und dann die ersten drei Momente der PHD berechnet. Die DQE wurde dann mit Gl. 5.3.1.5 und Gl. 5.3.1.8 für 60 kV Röntgenstrahlungsenergie zu $DQE = 0,65$ berechnet.

Die Prozesse, die im BV ablaufen, werden verallgemeinert als ein poissonverteilter Prozeß betrachtet. Das ist zulässig, weil in diesem Fall eine Vervielfachung von Quanten mit einer konstanten mittleren Rate erfolgt. Dann kann die DQE des Gesamtsystems, bestehend aus BV, Objektiv und CCD-Kamera mit Gl. 5.3.6 berechnet werden. Es wurde die interne Lichtverstärkung des BV („luminance gain“) um einen Faktor 8000 und der Transformationsfaktor des Objektivs $\bar{g}_{OBJ} = 9,76 \cdot 10^{-4}$ und des CCD-Chips $\bar{g}_{CCD} \approx 0,25$ berücksichtigt. Es handelt sich um denselben CCD-Chip (Abb. 5.4.1) der das Licht registriert, das in dem Ausgangsszintillator des BV von Typ P20 - $ZnCdS_2$ mit maximaler Emissionswellenlänge von 530 nm erzeugt wird. Für die DQE dieses Detektorsystems wurde dann $DQE_{SYS2} = 0,11$ berechnet.

Der große Unterschied zum System 1 (bestehend aus Szintillatorschirm, Spiegel, Objektiv und CCD-Kamera) ist überwiegend mit dem Verstärkungsfaktor des BV zu erklären und ferner durch die Verringerung der Verluste auf dem Weg der Lichtquanten. Das Objektiv befindet sich direkt hinter dem Ausgangsszintillator des BV (ungefähr 2 cm Abstand), und deswegen ist der Anteil des vom Objektiv erfaßten Lichts viel größer.

Für das „Intravis“-Detektorsystem mit dem FOS sind es nur zwei Prozesse, die die DQE beeinflussen. Die Umwandlung der Röntgen- in Lichtquanten und ihre nachfolgende Erfassung im CCD-Chip. Die chemische Zusammensetzung des FOS-Materials und seine Emissionswellenlänge wurden vom amerikanischen Hersteller geheimgehalten. Es war nur bekannt, daß die Lichtausbeute bei 50 kV um 75% (Abb. 5.3.3.1) und die Absorptionseffizienz des FOS bei dieser Energie 100% ist (Abb. 5.1.5). Die Verluste bei der Lichtübertragung in den einzelnen Fasern wurden vernachlässigt. Nach den Überlegungen in Kapitel 5.4 kann der Umwandlungsprozeß im Szintillator als poissonverteilt und im CCD-Chip als binomialverteilt angesehen werden. Nach Gl. 5.3.6 folgt dann für die DQE dieses Detektorsystems:

$$DQE_{SYS3} = \frac{I}{I + \frac{I}{\bar{g}_{FOS}} + \frac{I - \bar{g}_{CCD}}{\bar{g}_{FOS} \bar{g}_{CCD}}} \quad (5.3.3.1)$$

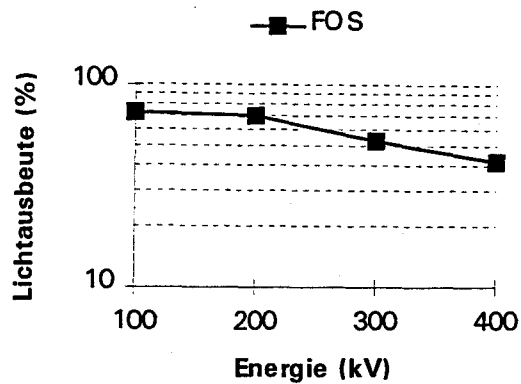


Abb. 5.3.3.1
Lichtausbeute des
benutzten FOS in
Abhängigkeit von der
Energie

Für $\bar{g}_{FOS}$ wurde der Wert 0,75 (Abb. 5.3.3.1) bestimmt. Weil die Emissionswellenlänge des FOS nicht bekannt war, wurde aus dem Diagramm in Abb. 5.3.3.2 ein Mittelwert $\bar{g}_{CCD} = 0,3$ für die DQE des CCD-Chips gewählt. Nach Einsetzen dieser Werte in Gl. 5.3.3.1 ergibt sich für die DQE: $DQE_{SYS3} = 0,18$.

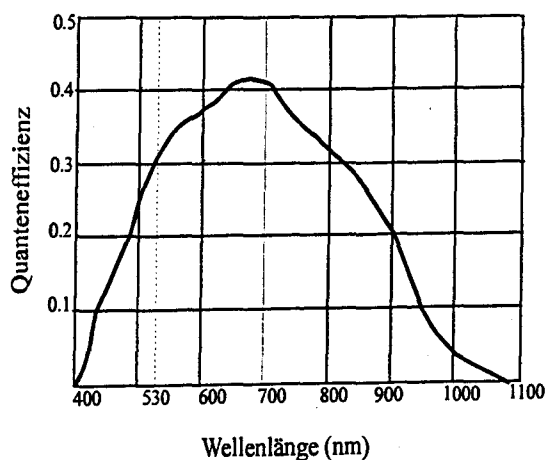


Abb. 5.3.3.2
Quanteneffizienz des
TH7895 CCD-Chips

Um die Berechnungen der DQE zu überprüfen, wurden Messungen mit dem Röntgenspektrometer vorgenommen.

Es wurde die Zahl der Röntgenphotonen bei 50 kV , 50 mA gemessen, die durch einen Schlitz in einer Bleiplatte mit $0,3\text{ cm}^2$ Öffnungsfläche, 26 cm von der Röntgenröhre entfernt, für die Zeit von 2 s durchtraten. Um den statistischen Fehler zu reduzieren, wurde die Zahl der Röntgenphotonen von fünf Messungen auf $33 \cdot 10^3$ gemittelt. Durch dieselbe Öffnung und mit derselben Integrationszeit wurde auch eine Aufnahme mit dem Detektorsystem mit dem integrierten Bildverstärker gemacht. Um die von den Dunkelströmen verursachten Fehler zu eliminieren, wurde auch ein Bild mit einer Bleiplatte ohne Loch aufgenommen. Beide Bilder wurden nachfolgend subtrahiert. Die Summe der Werte, die von den belichteten ca. 1000 Pixel (das ganze Detektorsystem führt eine Verkleinerung von 8 durch) berechnet wurde, ist $3 \cdot 10^7$. Diese Zahl entspricht der Zahl der Elektronen, die im CCD-Chip erzeugt wurden. Zusammengefaßt bedeutet das, daß ein Röntgenphoton am Eingang des BV 909 Elektronen im CCD-Chip erzeugt. Die gleiche Messung wurde auch mit dem „Intravis“-Detektor vorgenommen und daraus berechnet, daß ein Röntgenphoton bei diesem Detektorsystem 1990 Elektronen erzeugt.

Die Messergebnisse haben die Berechnungen im allgemeinen bestätigt. Die DQE_{SYS3} ist ungefähr zweimal besser im Vergleich zur DQE_{SYS2} . Die hohe DQE_{SYS3} im Vergleich zu den anderen Detektoren bringt den Nachteil mit sich, daß sie längere Meßzeiten nicht erlaubt, weil das Speichervermögen des CCD-Sensors schnell erschöpft wird.

5.4 Kalibrierung des CT-Systems

Einfluß auf die Qualität der Projektionsbilder haben nicht nur die Röntgenstrahlparameter und die Integrationszeit des Detektorsystems, sondern auch die Genauigkeit der geometrischen Anordnung zwischen den einzelnen Komponenten des gesamten CT-Systems. Anders als bei der Radiographie stellt der Rekonstruktionsalgorithmus der CT bestimmte Anforderungen an das Positionieren des Detektorsystems zur Probe und Strahlquelle. Falls diese geometrischen Bedingungen nicht erfüllt werden, resultieren daraus verschiedene Typen von Artefakten, die die Qualität der rekonstruierten Bilder verschlechtern. Die andere wichtige Voraussetzung für hohe Qualität ist die genaue Kenntnis der Werte der verschiedenen geometrischen Parameter des CT-Systems. Im folgenden

werden diese geometrischen Bedingungen und die notwendigen geometrischen Parameter betrachtet.

Zuerst werden die Anforderungen an die geometrische Positionierung der einzelnen Komponenten dargestellt:

- Die Kamera oder genauer gesagt der CCD-Chip soll senkrecht zur Quelle-Detektor Achse stehen. Das ist üblicherweise sehr schwierig zu erreichen, weil der Abstand Quelle-Detektor ca. zehnmal größer ist als die Abmessung des CCD-Chips. Außerdem haben kleine Ungenauigkeiten bei dieser Einstellung geringen Einfluß auf die Rekonstruktionsergebnisse.
- Die Quelle-Detektor Achse soll genau durch die Mitte des CCD-Chips zeigen. Wo diese Achse auf den Chip trifft kann vermessen werden, wenn Projektionen von senkrecht zur Quelle-Detektor Achse stehenden Gittern aus stark absorbierenden Materialien in verschiedenen Positionen aufgenommen werden. Die Projektion von der Quelle entlang der Quelle-Detektor Achse entspricht dann dem Punkt des Gitters, der auf den verschiedenen Vergrößerungsbildern des Gitters auf derselben Stelle bleibt. Wenn diese Einstellung nicht genau durchgeführt wird, werden die Artefakte nach der Rekonstruktion als Verzerrungen an den Ecken des Objektes sichtbar.
- Der Detektor soll parallel zur Rotationsachse der Probe liegen. Anders ausgedrückt, sollen die Pixelspalten des CCD-Chips parallel zur Rotationsachse liegen. Um dies zu gewährleisten, wird eine Projektion des Gitters, das senkrecht zur Quelle-Detektor Achse steht, aufgenommen. Danach wird das Gitter um 180° um die Rotationsachse gedreht und wieder eine Projektion aufgenommen. Wenn die Einstellung stimmt, muß jeder Punkt nach dem Drehen seine Ordinate beibehalten. Nach gemachter Erfahrung ist diese Einstellung eine der wichtigsten, weil sich andernfalls starke Artefakte in den Rekonstruktionsbildern ergeben.

Wie im Kapitel 3 gezeigt, hängt jede Rekonstruktionsmethode von der benutzten Quellpunkttrajektorie ab. Anders als bei den theoretischen Betrachtungen ist es in der Praxis selten möglich, einen absoluten Positionspunkt oder das Koordinatensystem zu bestimmen, um alle notwendigen Abmessungen daraus abzuleiten. Deswegen werden auch viele der entwickelten exakten

Rekonstruktionsalgorithmen mit komplizierten Quellpunktkurven nie angewendet. Die Voraussetzung, bei jeder Projektionsmessung alle Abstände und Winkel zwischen Quelle, Objekt und Detektor zu wissen, stellt bei solchen Geometrien mechanisch unlösbare Probleme für den Aufbau des CT-Systems dar. In dieser Hinsicht ist der größte Vorteil der kreisförmige Quellpunkttrajektorie ihre einfache Realisierbarkeit. Wie in Kapitel 5.1 erläutert, erfolgt die Messung in diesem Fall nur durch Drehung des Objektes um eine Achse. Deswegen ist nach einmaliger Einstellung der oben dargestellten Bedingungen nur die Bestimmung folgender Abstände notwendig:

- Der Abstand zwischen der Röntgenquelle und der Rotationsachse. Er kann nicht direkt vermessen werden, weil die Röntgenröhre geschlossen und das Target hinter einem Beryllium Fenster montiert ist. Der Abstand zwischen Fenster und Target kann aus den Unterlagen der Röntgenröhre ermittelt werden. Aber der Auftreffpunkt des Elektronenstrahls auf das Target ist nur nach aufwendigem Ausbau des Targets und durch optische Vermessung seiner Schwärzung feststellbar und deswegen praktisch nicht ausführbar. Eine andere Möglichkeit ist die Berechnung mit Hilfe eines Gitters. Dazu werden zwei Aufnahmen mit verschiedener Vergrößerung aufgenommen und aufgrund der Verschiebung der Punkte in den Projektionen der Abstand berechnet.
- Der Abstand zwischen dem Detektor und der Rotationsachse. Er ist üblicherweise direkt vermeßbar. Bei den betrachteten Detektorsystemen ist der Abstand zwischen Rotationsachse und Szintillatorschirm gemeint.

Bis jetzt wurden die notwendigen Einstellungen vor der Messung betrachtet. Wenn die Projektionsbilder fertig sind, müssen die verschiedenen Deformationen korrigiert werden, die beim Prozeß der Abbildung entstanden sind. Das sind speziell für das Detektorsystem mit dem Bildverstärker die in Kapitel 5.1 betrachteten „Kissenverzerrung“ und „veiling glare“-Effekt und allgemein die Dichtekalibrierung, die die nichteinheitlichen Sensitivitäten der einzelnen Pixel berücksichtigt. Eine mögliche Lösung für die Dichtekalibrierung ist eine „map“ der einzelnen Pixel zu erstellen und mit ihr die Korrektur durchzuführen. Hier wurde dazu eine Korrektur durch Division mit einem Leerbild benutzt (aufgenommen ohne Objekt im Strahlengang), mit der auch die Nichthomogenitäten im Szintillator eliminiert werden können. Falls keine Dichtekalibrierung durchgeführt wird, erfolgen kreisförmige Artefakte in den

rekonstruierten Bildern. Die Korrektur der Dunkelströme im Detektor („dc offset“) erfolgt so, daß von den ursprünglichen Projektionsbildern ein Korrekturbild subtrahiert wird, das ohne Strahlung aufgenommen wurde.

Von großer Bedeutung ist auch die genaue Ermittlung der Projektion der Rotationsachse. Trotz der oben betrachteten Einstellungen, nach denen die Rotationsachse in der zentralen Pixelspalte abzubilden ist, ist diese Stelle in den Projektionsbildern nie genau bekannt. Die Pixelkantenlänge ist ca. $20\ \mu\text{m}$, und bei den Verstellungen des Detektorsystems und des Probenmanipulators bei den verschiedenen Meßanforderungen kommt es immer zur Ungenauigkeit in der Größenordnung einiger Pixel. Deswegen muß vor der Rekonstruktion diese Stelle genau ermittelt werden.

Die Ermittlung der Position der Rotationsachse auf den Projektionsbildern für Parallelstrahlung ist relativ einfach. Ein mögliches Verfahren besteht darin, zwei Projektionen von 180° Unterschied zu korrelieren. Die Stelle, wo die Korrelation ihren Höchstwert erreicht, entspricht dann der Rotationsachsenposition. Bei dieser Methode werden nur zwei Projektionen benutzt, womit das Ergebnis vom Rauschen beeinflusst wird. Ein anderes Verfahren wird in [87] vorgeschlagen, wobei von der Information in allen Projektionen Gebrauch gemacht wird. Dort wird die Eigenschaft der Parallelprojektionen benutzt, daß das Maßzentrum des Objektes im Maßzentrum der Projektion abgebildet wird. Dies kann beschrieben werden, als:

$$\bar{s}(\theta) = \bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta \quad (5.4.1)$$

mit:

$(\bar{x}, \bar{y})$: Objektmaßzentrum ;

$\bar{s}(\theta)$: Projektionsmaßzentrum ;

θ ist der Winkel mit dem die Projektion aufgenommen wurde. Bei Parallelprojektionen ist dieser im Bereich $0 \leq \theta \leq \pi$ definiert

Es wird angenommen, daß das Objektmaßzentrum nicht mit der Rotationsachse übereinstimmt. Deswegen wird auch das Projektionsmaßzentrum im allgemeinen nicht mit der Projektion der Rotationsachse übereinstimmen. Bei der diskreten Vermessung der Strahlensummen im Projektionsraum wird $c_{ROT} = x \Delta t$ als die Rotationsachsenposition definiert, und die Beziehung zwischen Strahlsummenraum und Projektionsraum (Sinogram) wird als die Translation $s = s_j - c_{ROT}$ angegeben. Δt ist die Kantenlänge der Pixel des Detektors.

Dann kann die Beziehung zwischen Strahlsummenmaßzentrum, Projektionsmaßzentrum und c_{ROT} formuliert werden als:

$$\bar{s}_{STR}(\theta) = c_{ROT} + \bar{s}(\theta) = c_{ROT} + \bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta \quad (5.4.2)$$

Folglich bekommt man von den berechneten Strahlsummenmaßzentren aller gemessenen N Projektionen die N Gleichungen:

$$\bar{s}_{STR}(\theta_i) = c_{ROT} + \bar{s}(\theta_i) = c_{ROT} + \bar{x} \cos \theta_i + \bar{y} \sin \theta_i \quad (5.4.3)$$

für $i = 0..N-1$.

Die Projektionszahl N ist immer sehr viel größer als drei, und für die drei unbekannten Parameter (c_{ROT}) ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem. Die Standardlösung erhält man mit der Kleinsten-Quadrate-Methode.

Für die Fächer- und Kegelstrahlung wird das Objektmaßzentrum nicht in das Projektionsmaßzentrum projiziert und deswegen ist diese Methode nicht anwendbar. Falls für diese Geometrien die Rotationsachse mit der Mittellinie übereinstimmt, gibt es eine einfache Methode, um die Rotationsposition auf dem Detektor zu ermitteln:

$$c_{ROT} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \bar{s}_{FAN}(\theta_i) \quad (5.4.4)$$

wobei $\bar{s}_{FAN}(\theta)$ das Projektionsmaßzentrum der Projektion aufgenommen mit Winkel θ ist. In diesem Fall ist θ im Bereich $0 \leq \theta \leq 2\pi$ definiert.

Die Rotationsachsenposition ergibt sich aus dem Mittelwert aller Projektionsmaßzentren. Dieses Ergebnis hat aber nur theoretische Bedeutung, denn wenn bekannt ist, daß Rotationsachse und Mittellinie übereinstimmen, ist die Rotationsachsenprojektion auch bekannt. Abb. 5.4.1 zeigt den RMS-Fehler im Rekonstruktionsbild in Abhängigkeit vom Fehler bei Bestimmung der Rotationsachsenposition. Der Wert des Fehlers bei Verschiebung Null zeigt den Einfluß der Pixelkantenlänge. Gemeint ist der Fall, bei dem die Rotationsachsenprojektion nicht mit dem Pixelzentrum übereinstimmt, aber die Verschiebung kleiner als die Pixelkantenlänge ist. Abb. 5.4.2 zeigt die Artefakte infolge der falschen Bestimmung der Rotationsachse um 3 Pixel für ein ringförmiges Objekt bei Parallelstrahlung.

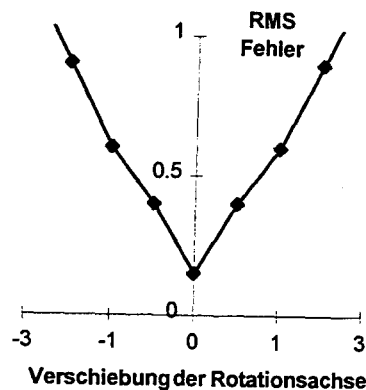


Abb. 5.4.1
RMS-Fehler in dem
Rekonstruktionsbild in
Abhängigkeit vom Fehler bei
Bestimmung der
Rotationsachse.

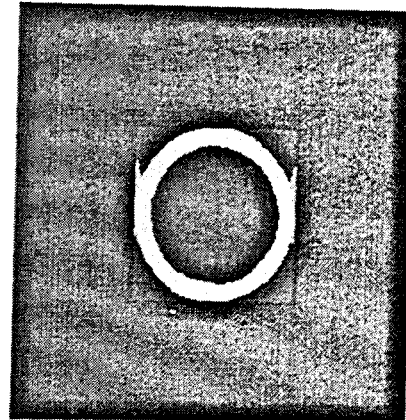


Abb. 5.4.2
Artefakte infolge der falschen
Bestimmung der
Rotationsachse bei
Parallelstrahlgeometrie.

Ein Zwischenschritt bei der Rekonstruktion ist das Zusammenfassen aller Projektionen nacheinander in einem einzigen Datensatz, der dann auf dem Computer (DEC Workstation) als eine Art Animation wiedergegeben werden kann. Diese Animation erfolgt so schnell, daß sich für den Betrachter der Eindruck eines sich drehenden Objektes ergibt. Da die Aufnahmen von einer Kreisbahn um die Probe aufgenommen werden und aus vergrößerten Projektionen bestehen, ergibt sich für den Betrachter auch noch ein dreidimensionaler Effekt, wie beim Anblick einer „sich drehenden gläsernen“ Probe. Anhand dieses sich drehenden Objektes ist mit dem bloßen Auge durch genaues Hinsehen der Teil der Probe erkennbar, der sich in dieser Animation nicht nach links oder rechts bewegt. Dieser Teil und die entsprechende Pixelspalte wird dann als die Projektion der Rotationsachse bestimmt. Dieses Verfahren ist natürlich subjektiv und erlaubt nur eine Genauigkeit von einigen Pixel, aber das Finden dieser Pixelspalte ist nur notwendig um einen Anfangswert an das Rekonstruktionsprogramm zu übergeben. Danach kann man, falls Artefakte infolge der ungenauen Bestimmung der Rotationsachse in dem rekonstruierten Bild vorhanden sind, die Pixelspalte verändern und wieder rekonstruieren.

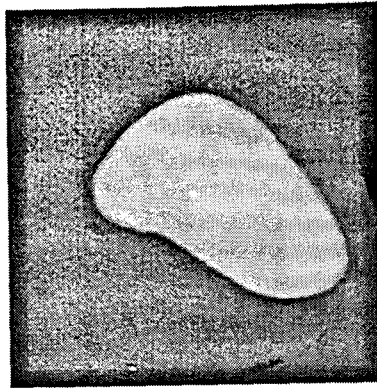


Abb. 5.4.3
Rekonstruktion einer Schicht
eines Granitsteins. Der helle
Punkt ist die richtig bestimmte
Rotationsachse.

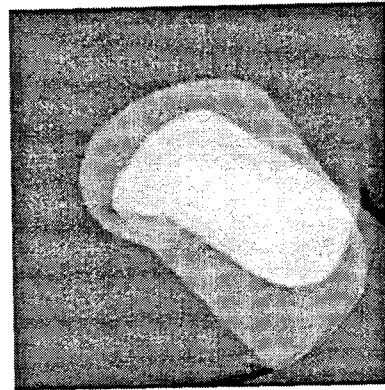


Abb. 5.4.4
Rekonstruktion derselben
Schicht des Granitsteins. Als
Rotationsachse wurde ein
Punkt, 15 Pixel von der
richtigen Rotationsachse
entfernt, gewählt.

In Abb. 5.4.3 ist das Rekonstruktionsbild einer Schicht eines Granitsteins dargestellt. Seine Struktur ist homogen und es sind weder Risse noch Einschlüsse erkennbar. In Abb. 5.4.4 ist dieselbe rekonstruierte Schicht des Granitsteins dargestellt, bei der jedoch die Rotationsachsen-Position um 15 Pixel verschoben wurde.

Die Suche nach der Drehachse kann vereinfacht werden, wenn Eichobjekte mit aufgenommen werden, die aber nicht durch die Probe verdeckt werden dürfen. Das können zum Beispiel kleine Bleikugeln sein.

Das Ziel dieser Arbeit ist, die bestmögliche Auflösung zu erreichen. In Kapitel 5.2.1 wurde gezeigt, daß bei der Kegelstrahlgeometrie, die verwendet wurde, die Auflösung durch der Röntgenquellgröße begrenzt wird. Beim heutigen Technologiestand ist diese Größe bei den Mikrofokusröntgenröhren zwischen 5 und 10 μm und man hat, abgesehen von der benutzten Strahlungsintensität keinen Einfluß auf sie. Es wurde durch Messungen festgestellt, daß dieser Quellpunkt, erzeugt von den fokussierten Elektronen, nicht immer auf dieselbe Stelle des Targets trifft, sondern „wandert“. Dieses „wandern“ beträgt einige Zehntel μm , was besonders bei stärkerer Vergrößerung die Auflösung beeinträchtigt.

Deswegen ist es sinnvoll eine Methode zu entwickeln, bei der die Quellposition bei den Messungen ständig kontrolliert wird, und die gemessenen Projektionsbilder entsprechend korrigiert werden.

6. Messungen und Rückrechnungen

Zuerst werden zwei Proben aus dem medizinischen Bereich (nicht typisch für die Mikrotomographie-Anlage) untersucht. Aufgrund ihrer Struktur sind sie gute Beispiele um die Leistungsfähigkeit des CT-Systems darzustellen.

Die erste Probe ist ein Stück eines Mausknöchels. Ihre Größe ist *10 mm*, wie aus dem Photo auf Abb. 6.1 zu erkennen ist. Visualisiert werden sollten vor allem die inneren Strukturen des Knochens, da diese eine Aussage über den Gesundheitszustand des Knochens zulassen. Es wurden insgesamt *60* Projektionen aufgenommen und eine davon ist in Abb. 6.2 dargestellt.

Durch den guten Kontrast, der durch das Knochenmaterial gegenüber den weichen Bestandteilen hervorgerufen wird, lassen sich gerade bei dieser Probe die verschiedenen Visualisierungsmethoden leicht miteinander vergleichen. Die Achsrichtung der Tomographieschnitte in Abb. 6.3 ist bei Vergleich mit dem Lichtbild oder der Röntgenprojektion leicht erkennbar, so daß dem Betrachter die Orientierung in den Aufnahmen leicht fällt. Beachtenswert ist die klare Darstellung der inneren Strukturen der Knochenprobe. Bei der Iso-Surface Darstellung in Abb. 6.4 sind die Rekonstruktionsdaten so dargestellt, als ob der Knochen der Länge nach aufgeschnitten wäre. Somit entsteht ein Eindruck der inneren und äußeren Beschaffenheit. Da die mineralienhaltigen Bestandteile des Knochens dargestellt wurden, ist die gallertartige Substanz, die sich innerhalb des Gelenks befindet, aus den Daten entfernt. Das Gelenk erscheint somit transparent und der Ansatz des Hüftknochens ist erkennbar. Die Schnittbilder entlang der Knochenachse lassen sich mit den Augen einfach der Oberflächendarstellung zuordnen und gestatten zum Beispiel eine genaue Vermessung des Gelenkes.

Die verschiedenen Darstellungsarten liefern einen guten Eindruck der 3D-Struktur des Knochens, was für medizinische Untersuchungen besonders vorteilhaft ist.

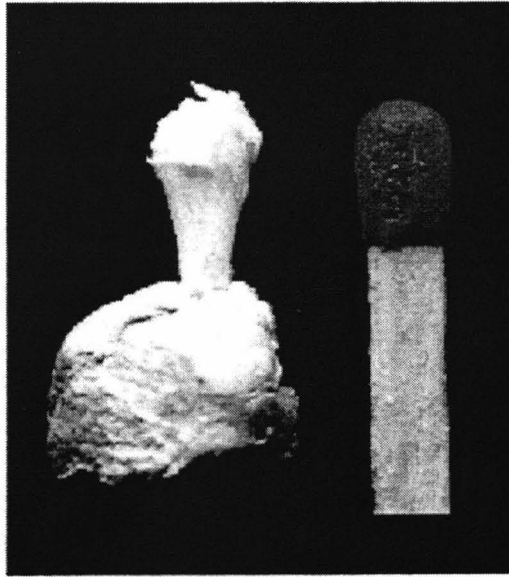


Abb. 6.1
Lichtaufnahme der Knochenprobe.



Abb. 6.2
Ein Projektionsbild, erzeugt
als Röntgenstrahlaufnahme
der Knochenprobe.



Abb. 6.3 Vier einzelne Schichten aus der rekonstruierten Knochenprobe.

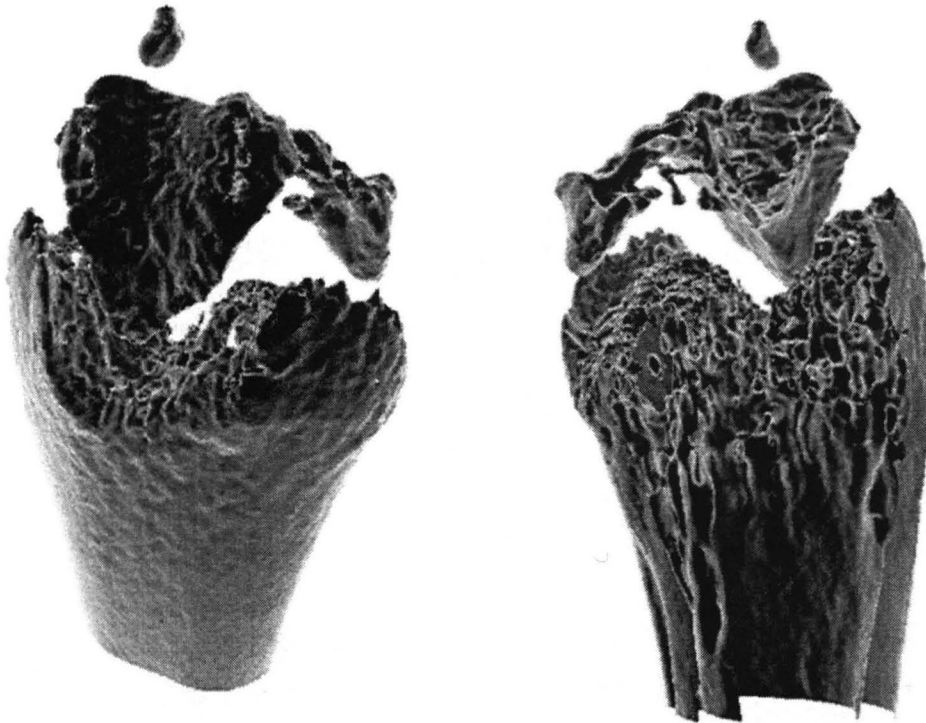


Abb. 6.4 Iso-Surface Darstellung der rekonstruierten Knochenprobe. In dem Bild rechts ist die vordere Hälfte durchsichtig dargestellt, damit die innere Struktur sichtbar wird.

Das folgende Beispiel zeigt die Vorteile der CT-Anwendung gegenüber den herkömmlichen Untersuchungsmethoden per Röntgenaufnahme besonders deutlich. Als zweite Probe dient ein Weisheitszahn. Abb. 6.5 zeigt die aus verschiedenen Richtungen gemachten Röntgenaufnahmen dieses Weisheitszahnes. Die Rekonstruktion wurde aus 120 Projektionen berechnet. In Abb. 6.6 ist eine Schicht aus der Rekonstruktion des Weisheitszahnes dargestellt. Die Nervenkanäle und die größere Dichte des Materials im Bereich der Kaufläche sind erkennbar. Abb. 6.7 zeigt die Iso-Surface Darstellung seiner Oberfläche. Eine Ecke des Zahns ist transparent dargestellt, um die Nervenkanäle im Inneren zu zeigen. Die Vorteile der tomographischen Rekonstruktion in Vergleich mit der Aufnahme nur einer Projektion sind offensichtlich und heben den Nutzen der CT für medizinische Untersuchungen hervor. Die Anwendung dieser Methode wird durch die Tatsache erschwert, daß man Projektionen von allen Seiten aufnehmen muß. Der Zahn muß dazu allseitig zugänglich sein, was im Mund nicht möglich ist. Es gibt auch Verfahren, die von Projektionen von weniger als aus 360° eine Tomographie erlauben, die sogenannte „limited angle tomography“. Trotz der

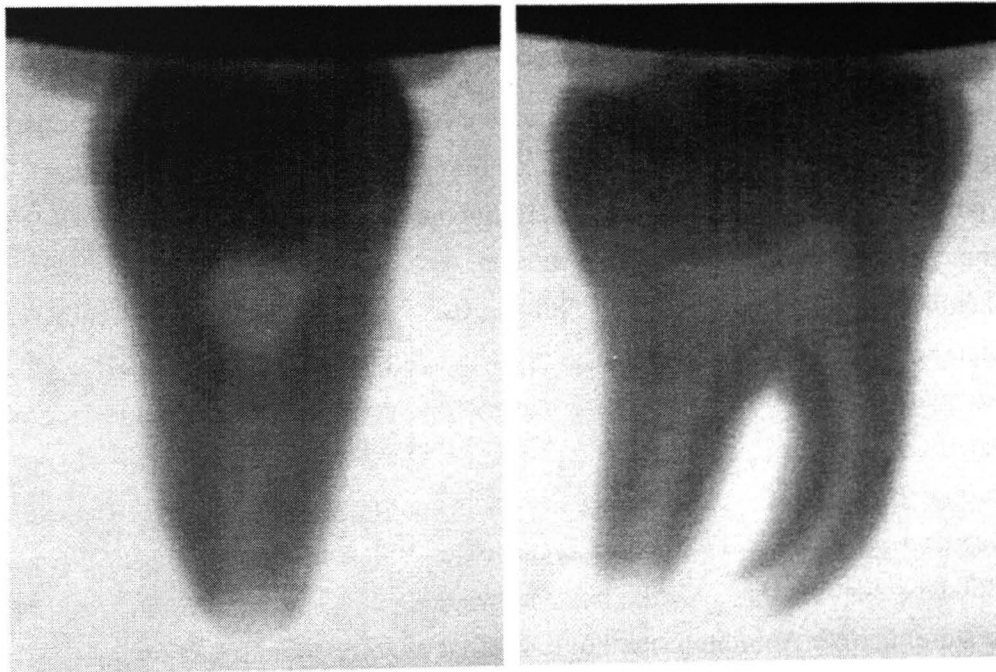


Abb. 6.5 Zwei Projektionen des Weisheitszahnes aufgenommen von verschiedenen Richtungen.

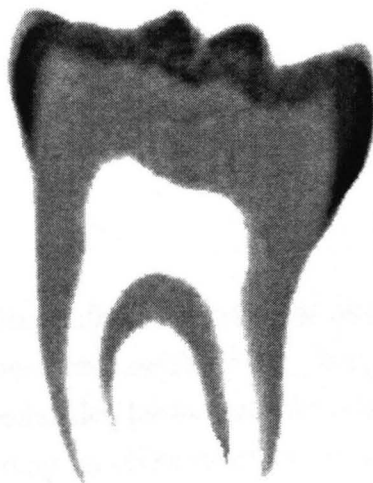


Abb. 6.6
Eine Schicht aus dem
rekonstruierten
Weisheitszahnes.

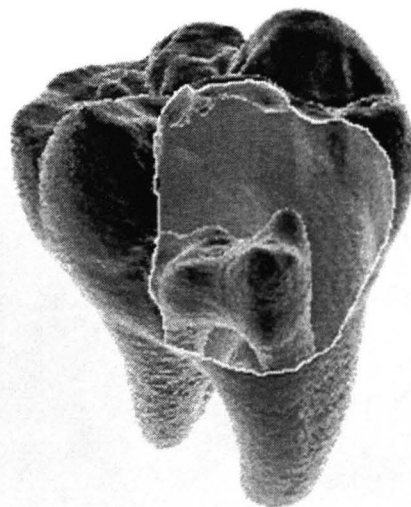


Abb. 6.7
Iso-Surface Darstellung der
Zahnoberfläche. Eine Ecke
des Weisheitszahnes ist
durchsichtig dargestellt, um
die innere Struktur zu zeigen.

entsprechenden Einbuße der Rekonstruktionsqualität wäre ein derartiges Verfahren für die Zahnmedizin sehr hilfreich.

Im folgenden werden die Untersuchungen von Bodenproben in Zusammenarbeit mit dem Institut für Radioagronomie des Forschungszentrums Jülich erläutert.

Transportvorgänge nativer und anthropogener Stoffe in Böden können grundsätzlich nur dann verstanden werden, wenn nicht nur die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Substanzen, sondern auch die strukturellen Eigenschaften der Böden berücksichtigt werden. Besonders für eine prognostische Abschätzung möglicher Grundwasserkontaminationen auf einer großen räumlichen und zeitlichen Skala und für die Interpretation von Lysimeterstudien ist eine detaillierte Information der Bodenstruktur notwendig.

Demnach ist es nützlich, die dreidimensionale Porenstruktur für eine Analyse der Flußdynamik durch Bodenkerne heranzuziehen. Notwendig hierfür ist eine zerstörungsfreie Abbildungsmethode. Ziel ist es, die Bodenstrukturparameter mit einer einfachen Methode zu ermitteln, mit denen der preferentielle Fluß simuliert und mögliche Grundwasserbelastungen zuverlässiger abgeschätzt werden können. In Abb. 6.8 ist die Photoaufnahme einer kubischen Bodenprobe mit 2 cm Kantenlänge dargestellt. Die getrocknete Probe stammt aus dem unteren Teil des Ap-Horizontes einer Parabraunerde aus Merzenhausen bei Jülich, NRW. Die Öffnung vorne ist Teil eines Wurmkanales.

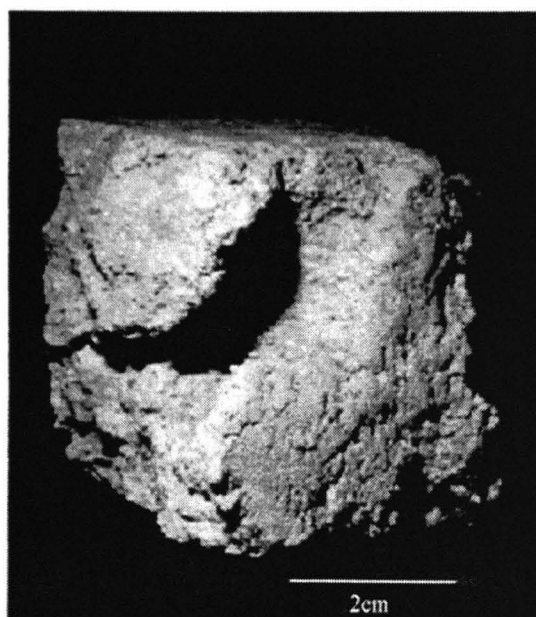


Abb. 6.8
Photoaufnahme einer
Bodenprobe.

Die Rekonstruktion wurde aus 72 Projektionen berechnet. Die Abb. 6.9 zeigt vier Schichten aus der rekonstruierten Bodenprobe.

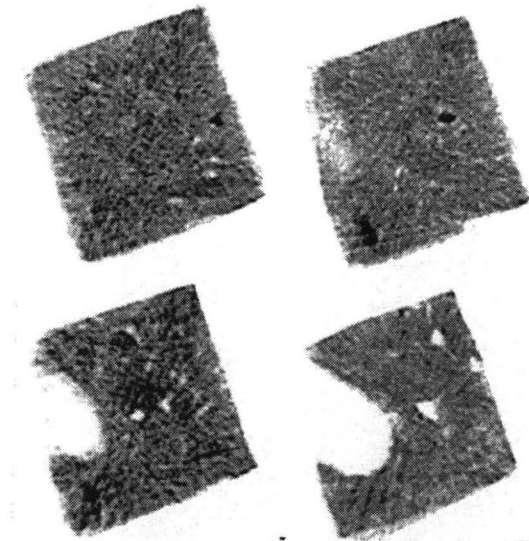


Abb. 6.9
Vier Schichten aus der
rekonstruierten
Bodenprobe. Die weißen
Stellen sind die
Luftkanäle und Poren. Die
dunklen sind Bereiche mit
höherer Dichte und
Steine.

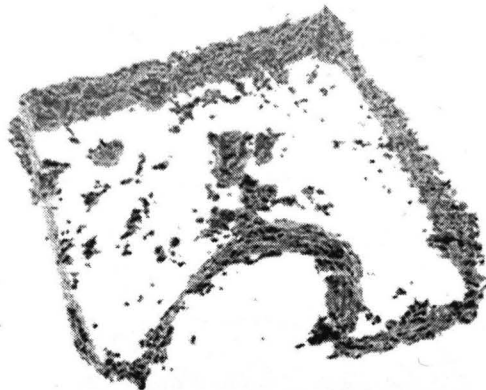


Abb. 6.10
Iso-Surface
Darstellung eines
Ausschnittes der
Bodenprobe. Die 3D
Struktur der Luftporen
ist gut erkennbar.

Die Graustufen der Pixel in den tomographischen Abbildungen entsprechen Zahlenwerten zwischen 0 und 1200. Diese Werte korrespondieren mit entsprechenden Dichte- und Absorptionswerten in der Bodenmatrix. Eine absolute Skalierung ist nicht möglich, da die Röntgenstrahlung in der Röntgenröhre mit einem kontinuierlichen Spektrum entstehen und außerdem bei den Messungen keine Eichkörper verwendet wurden. Die Aufstellung eines Histogrammes, in dem eine Einteilung nach Absorptionsklassen vorgenommen wird, ist trotzdem hilfreich. Die Abb. 6.11 zeigt den typischen Verlauf einer solchen Absorptionsklassenbelegung in einem zweidimensionalen tomographischen Schnitt [89].

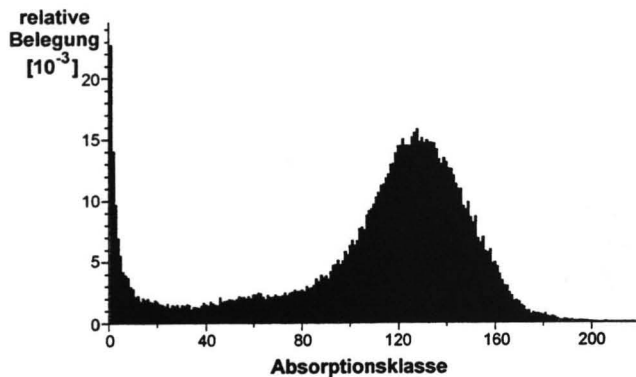


Abb. 6.11
Histogramm
verschiedener
Absorptionsklassen, die
in der Rekonstruktion
der Bodenprobe
auftreten.

Es wurde eine Reihe Messungen an Verbundwerkstoff-Proben durchgeführt. Die Anwendung solcher Werkstoffe nimmt in vielen Bereichen schnell zu. Solche Proben enthalten keine schweren Elementen, was die Untersuchung größerer Volumen und kürzere Meßzeiten erlaubt. Es treten fast keine Strahlauhfärtungseffekte auf, was für die Qualität der Ergebnisse vorteilhaft ist.

Die nächste Probe ist eine zylindrische Probe eines Faserverbundwerkstoffes. Für die Rekonstruktion der Probe wurden 360 Projektionen aufgenommen. Eine davon ist in Abb. 6.12 dargestellt. Sechs Schichten der rekonstruierten Probe sind in Abb. 6.13 zu sehen. Es ist erkennbar, daß die Probe aus zwei verschiedenen Fasermaterialien besteht, die verschiedene Absorptionskoeffizienten besitzen. Die einzelnen Fasern mit 3 μm Durchmesser können, wie erwartet, nicht erkannt werden, da die Auflösungsgrenze des CT-Systems überschritten würde.

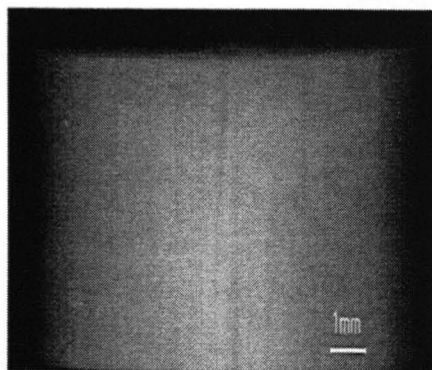


Abb. 6.12
Eine Projektion einer
Faserverbundwerkstoffprobe.

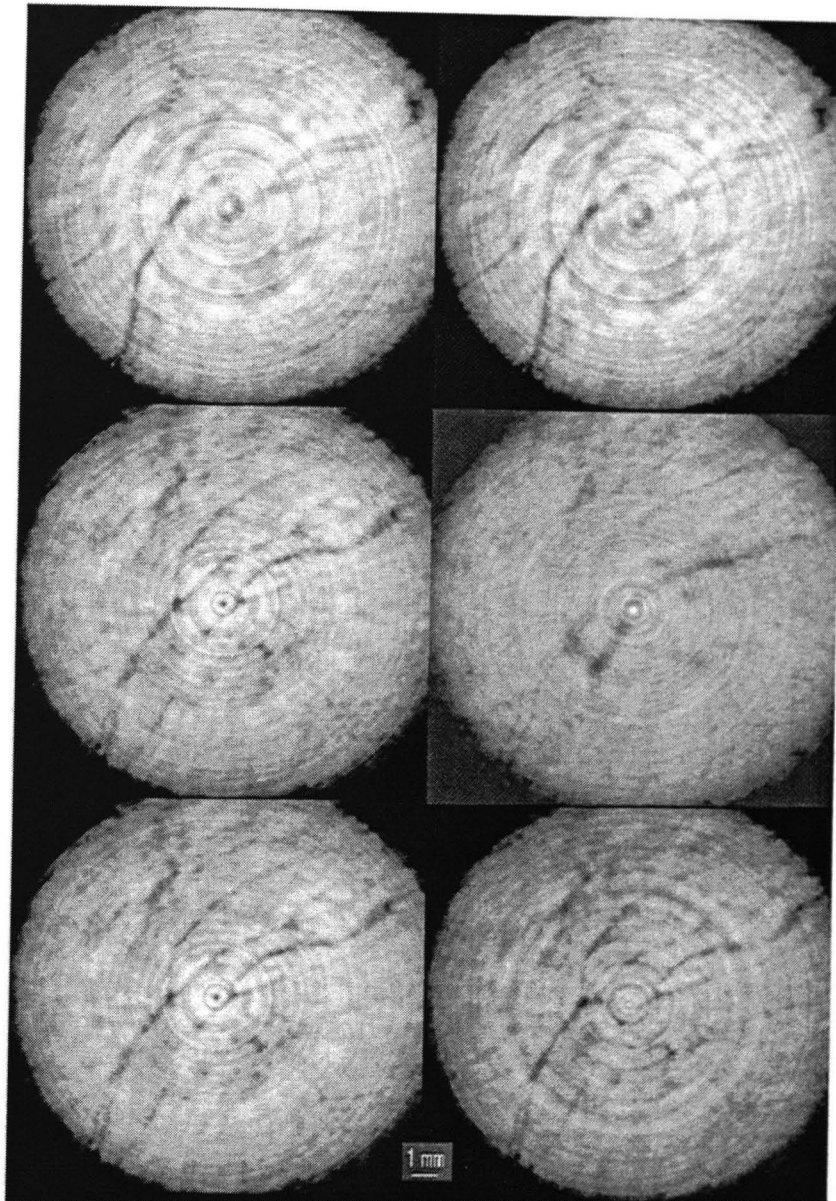


Abb. 6.13 Sechs rekonstruierte Schichten einer Faserverbundwerkstoffprobe.

In Abb. 6.14 sind die Projektionen einer ähnlichen Faserverbundwerkstoffprobe dargestellt. Diese Probe wurde schon in Kapitel 3.5 beschrieben und die Rekonstruktion aus einer „region of interest“ in ihrer Mitte in Abb. 3.5.6 dargestellt. In der Probe befinden sich 8 Stahldrähte mit $30\ \mu\text{m}$ bis $80\ \mu\text{m}$ Durchmesser, die in einer Ebene liegen. Zwei rekonstruierte Schichten aus den vollständigen Projektionen sind in Abb. 6.15 dargestellt.

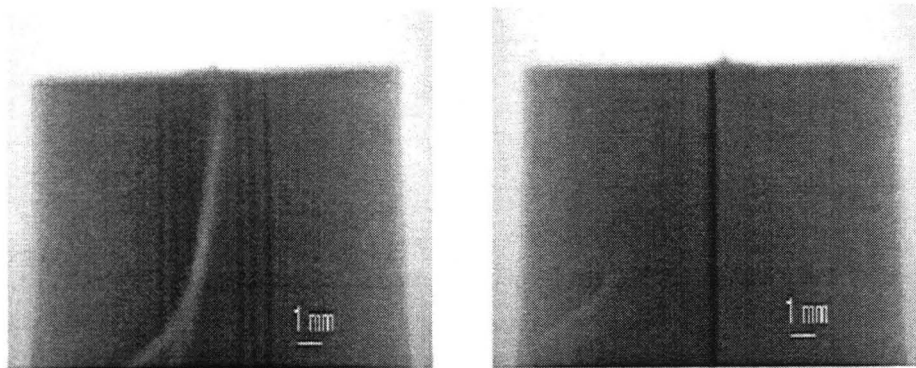


Abb. 6.14 Zwei Projektionen einer Faserverbundwerkstoffprobe, die von verschiedenen Richtungen aufgenommen wurden. Auf der links dargestellten Projektion sind die 8 Drähte sichtbar. Auf der rechten Projektion ist die Strahlung parallel zur Ebene in der die Drähte liegen, so daß sich ihre Projektionen überlappen.

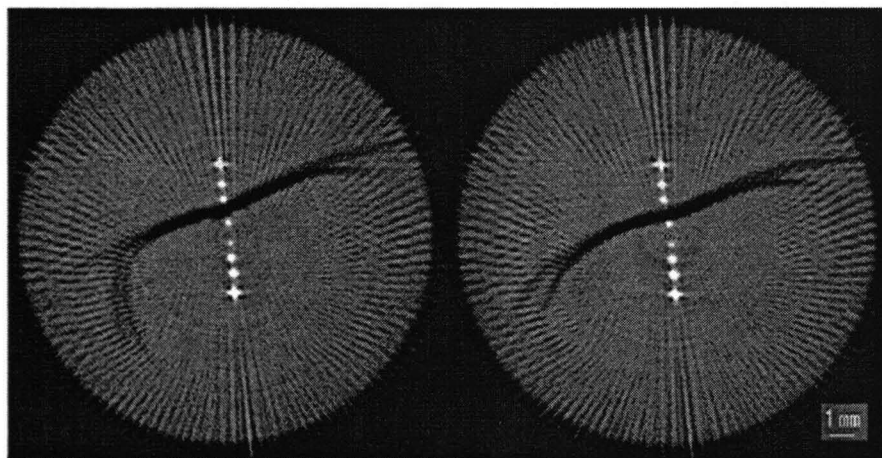


Abb. 6.15 Zwei rekonstruierte Schichten einer Faserverbundwerkstoffprobe. Die 8 Drähte und die schwächer absorbierende Struktur (dunkle Bereiche) sind erkennbar.

Abb. 6.16 zeigt zwei Projektionen einer ähnlichen Verbundwerkstoff-Probe. Die schwächer absorbierenden Bereiche bestehen aus Kohlenstoff und sind im Rekonstruktionsbild als dunkle Bereiche erkennbar. Sechs rekonstruierte Schichten aus 360 Projektionen sind in Abb. 6.17 dargestellt. Die Struktur der verschiedenen Anteile ist gut erkennbar.

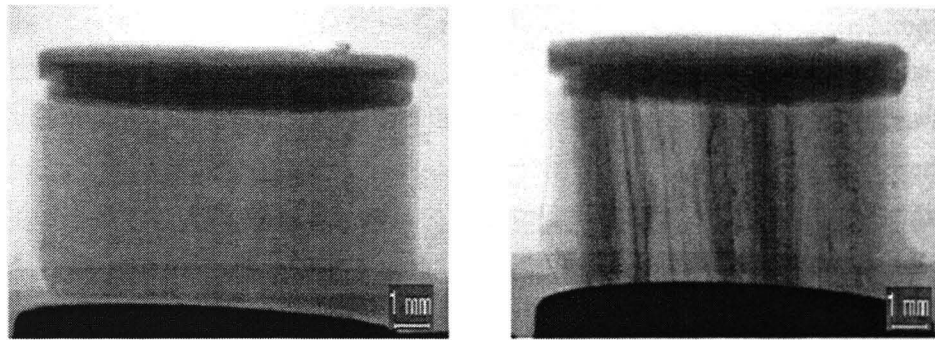


Abb. 6.16 Zwei Projektionen einer Verbundwerkstoffprobe, aufgenommen aus verschiedenen Richtungen.

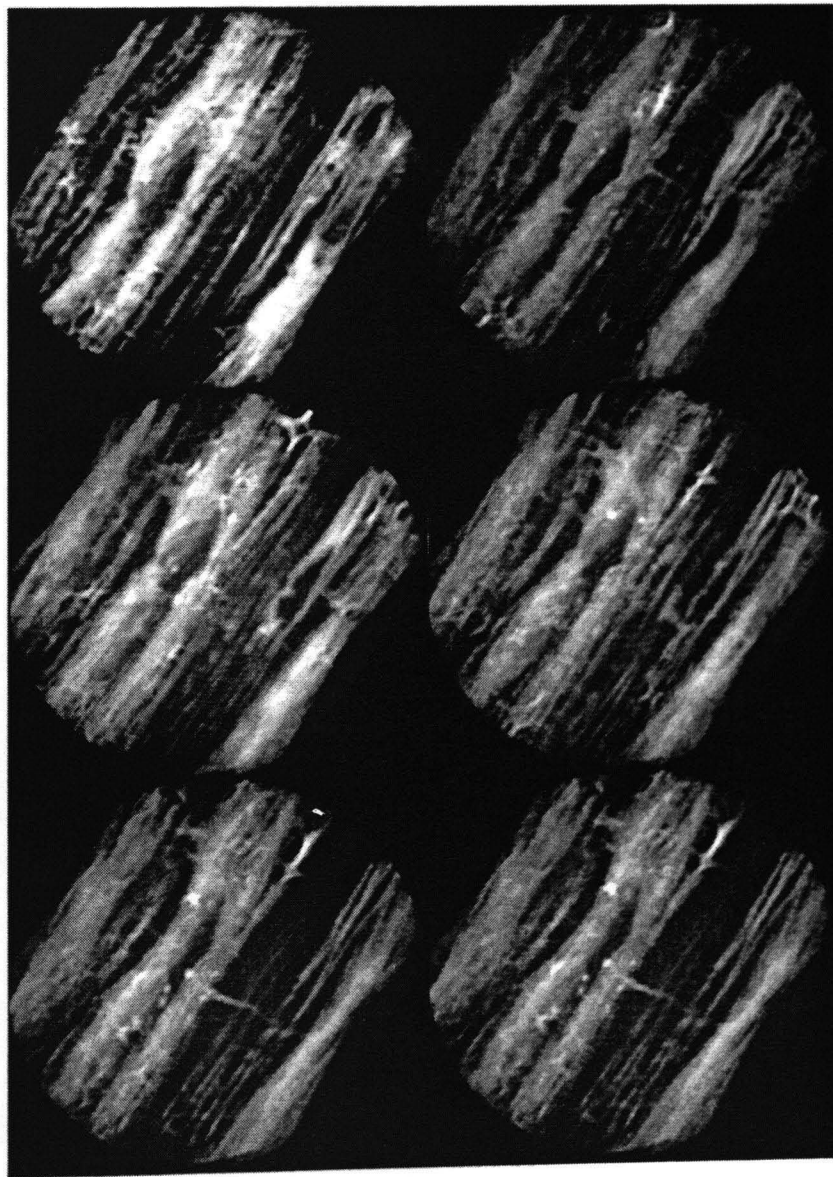


Abb. 6.17 Sechs rekonstruierte Schichten der Probe aus Abb. 6.16. Die helleren Bereiche bedeuten stärker absorbierende Anteile.

Besonders eindrucksvoll ist eine Filmsequenz von gemessenen aufeinanderfolgenden Projektionsbildern, da das menschliche Gehirn durch die virtuelle Bewegung eines Objektes in der Lage ist, eine Vorstellung des räumlichen Aufbaus zu entwickeln. Eine solche Animation ist in gedruckter Form nicht darstellbar. Um einen Eindruck davon zu vermitteln werden in Abb. 6.18 neun Projektionen eines Mikro-Schalters dargestellt. Das Ziel war das Sichtbarmachen der im Gehäuse liegenden Metallkontakte; die hierfür benutzte 70 kV-Röntgenstrahlung läßt das Kunststoffgehäuse kaum erkennen. Aus diesen Bildern ist die innere Struktur auch ohne den Aufwand einer Rekonstruktion ausreichend erkennbar.

Eine solche Animation reicht für eine qualitative Vorstellung aus, solange die innere Struktur einer Probe bei der Projektion eindeutig erkannt werden kann. Dies setzt eine geeignete geometrische Anordnung (keine Verdeckung bzw. Überlappung) und günstige Absorptionseigenschaften der inneren Strukturen voraus.

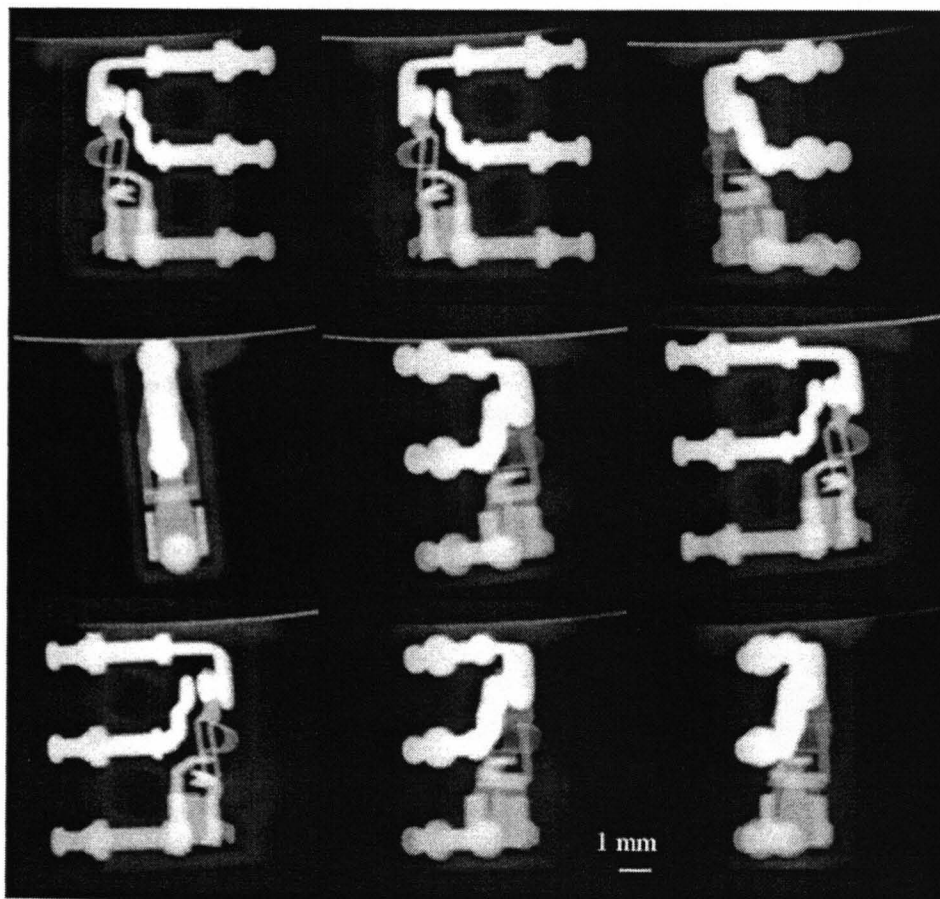


Abb. 6.18 Projektionsbilder eines Mikro-Schalters. Die Bildsequenz stellt eine in neun Schritten ausgeführte Drehung um 360° dar.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Eine Mikrocomputertomographieanlage wurde aufgebaut, die für routinemäßige Untersuchungen bestimmter Proben geeignet ist. Es wurde die wichtige Rolle der Kalibrierung des Systems vor der Messung für die Qualität der Rekonstruktionen und die erreichbare Auflösung behandelt. Das Detektorsystem und der Probenhalter wurden auf Manipulatoren aufgebaut. Um die zeitlich aufwendige Positionierung und Kalibrierung der einzelnen Komponenten vor jeder Messung zu vermeiden, wurde eine Software entwickelt, die die Manipulatoren per PC steuert. Auf diese Weise kann die vorher eingestellte Position nach Austauschen des Detektorsystems automatisch wieder gefunden werden.

Es wurde eine Auflösung von weniger als $7\text{ }\mu\text{m}$ erreicht. Eine weitere Auflösungsverbesserung ist mit den benutzten Systemkomponenten nicht möglich. Bei der Kegelstrahlgeometrie ist die Auflösung hauptsächlich von der Röntgenquellgröße begrenzt. Die bei der CT benutzten Mikrofokusröntgenröhren haben zur Zeit einen Brennfleck größer als $5\text{ }\mu\text{m}$, der auch durch die geometrische Vergrößerung der Probe zu zusätzlicher Unschärfe führt. Eine Verkleinerung des Brennfleckes in der Zukunft darf nicht zu kleineren Leistungen der Röntgenröhre führen, weil dann die Anwendung für stärker absorbierende oder für Proben mit größerem Volumen unmöglich wird. Bezüglich des Detektorsystems wird die Entwicklung kleinerer Pixelgrößen zur Verbesserung der Auflösung führen. Nicht nur die Größe der Quelle, sondern auch die Verschiebung ihrer Position bezüglich des Targets beeinflusst die Auflösung, und es ist hilfreich, die Quellposition während den Messungen ständig zu kontrollieren und die gemessenen Projektionsbilder entsprechend zu korrigieren.

Ein anderer wichtiger Punkt, der die Qualität der Rekonstruktionsbilder stark beeinflusst, ist das Signal-zu-Rauschverhältnis. Ausgehend von der mit Röntgenröhren erzeugten kleinen Quantenflußdichte und ihrem statistischen Charakter werden besondere Ansprüche an das Detektorsystem gestellt, um die Anzahl der registrierten Photonen zu erhöhen. Es wurde gezeigt, daß wegen der mehrstufigen Struktur der Röntgendetektoren die erste Stufe besonders wichtig ist: die Umwandlung der Röntgen- in Lichtquanten. In den nachfolgenden Stufen können die Verluste bei dieser Umwandlung nicht mehr kompensiert werden. Als vielversprechend erweisen sich szintillierende Glasfasern (FOS) mit ihrer hohen Absorptionseffizienz (100% bis 100 kV) und ihrem geringen Faserdurchmesser.

Die längere Belichtungszeit bei den einzelnen Projektionen, die die ganze Messung entsprechend verlängert, muß in Kauf genommen werden, um qualitativ bessere Rekonstruktionsergebnisse zu erreichen.

Ein neuer Kegelstrahl-Rekonstruktionsalgorithmus wurde vorgestellt, der eine exakte Rekonstruktion erlaubt. Er addiert die Beiträge der einzelnen Projektionen im Fourierraum und führt die Berechnungen direkt im kartesischen Koordinatensystem durch, was den Interpolationsschritt, der immer mit bestimmten Ungenauigkeiten verbunden ist, erübrigt. Für spätere Anwendungen kann dieser Algorithmus für beliebige Quelltrajektorien modifiziert werden.

In der Zukunft wäre es sinnvoll, die zwei einander widersprechenden Forderungen die Quellgröße möglichst klein zu halten, um die Auflösung zu gewährleisten und eine möglichst hohe Intensität für ein gutes Signal-zu-Rauschverhältnis zu erreichen, zu untersuchen. Die Idee stammt aus der Röntgenastronomie und besteht darin, das Objekt durch eine Vielzahl von Löchern in der Apertur abzubilden. Für die CT bedeutet dies anstatt einer Quelle, eine Vielzahl von Quellen zu benutzen. Mit bekannten Algorithmen kann danach das erzeugte Bild, entstanden durch die Überlagerung der von den einzelnen Quellen erzeugten Objektprojektionen rekonstruiert werden. Es ist möglich, kodierte Aperturen zu erstellen, die aus $100\ 1\ \mu\text{m}$ großen Quellen bestehen. Das bedeutet eine Auflösung von $1\ \mu\text{m}$ und hundertfacher Intensität gegenüber einer gewöhnlichen Röntgenröhre mit $1\ \mu\text{m}$ Brennfleck (diese Methode ist in [90] genauer erläutert). Ein möglicher Aufbau besteht aus einer dünnen Kohlenstoff Platte, auf der eine dünne Schicht aus Wolfram, mit einem bestimmten Muster aufgetragen wird. Diese Platte wird dann in der Röntgenröhre als Target benutzt. Es wurden verschiedene Konstruktionen untersucht, aber wegen der Schwierigkeiten der Wärmeabfuhr wurden bisher keine zufriedenstellenden Ergebnissen erreicht. Dennoch ist das eine vielversprechende Methode, die weiterverfolgt werden sollte.

8. Literaturverzeichnis

1. Radon J. H., „Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten“, *Ber. Vor. Sächs. Akd. Wiss.*, 69, pp. 626, 1917.
2. Bracewell R.N. , „Strip Integration in Radio Astronomy“, *Aust. J. Phys.*, vol.9, pp. 198, 1956.
3. Bracewell R.N. and Riddle A.C., „Inversion of Fan-Beam Scans in Radio Astronomy“, *Astrophys. J.*, vol.150, pp.427, 1967.
4. Vainshein B.K., Barynin V.V. and Gurshaya G.V., „The Hexagonal Crystalline Structure of Catalase and its Molecular Structure“, *Dokl. Akad. Nauk. S.S.S.R.*, vol.182, 569-572, 1966 *ENG. TRANS. Sov. Phys. Dokl.*, Vol. 13 pp.838-841, 1969.
5. Kuhl D.E. and Edwards R.Q., „Image Separation Radioisotope Scanning“, *Radiology*, vol. 80, pp.653-662, 1963.
6. Takahashi S., „Illustrated Computer Tomography“, *New York: Springer Verlag*, 1983.
7. Oldendorf W.H., „Isolated Flying Spot Detection of Radiodensity Discontinuities Displaying the Internal Structural Pattern of a Complex Object“, *IRE Trans. Biomed. Elec.*, vol. BME-8, pp.68, 1981.
8. Cormack A.M., „Representation of a Function by its Line Integrals, with Some Radiological Applications“, *J. Appl. Phys.*, vol.34, pp. 2722, 1963.
9. Hounsfield G., „Computerized Transverse Axial Scanning (Tomography) - Part I. Description of System“, *Br. J. Radiol*, 46, pp. 1016, 1973.
10. Ambrose J., „Computerized Transverse Axial Scanning (Tomography) - Part II. Clinical Application“, *Br. J. Radiol*, 46, pp. 1047, 1973.

11. Brefeld W., Gürtler P., „Synchrotron Radiation Sources“, in *Handbook on Synchrotron Radiation, Band 4*, hrsg. Von E. Ebaschi; M. Koch, pp. 269 - 296, Elsevier Science Publishers B. V., 1991.
12. Flannery B. P., Deckman H., Roberge W. G., D'Amico K. A., „Three-Dimensional X-Ray Microtomography“, *Science*, Vol. 237, pp. 1439-1444, Oct. 1987.
13. Nußhard R., „Elementspezifische und Hoch-Ortsauflösende Mikrotomographie mit Synchrotronstrahlung“, *Dissertation an der Universität Dortmund, Abtlg. Physik (1991)*.
14. Storm E., „Calculated Bremsstrahlung Spectra from Thick Tungsten Targets“, *Phys. Rev. A*, Vol. 5, No. 6, pp. 2328-2338, June 1972.
15. Nakamori N., Yamano K., Yamada M., Kanamori H., „Calculation of Characteristic X-rays in Diagnostic X-ray Spectrum“, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 33, pp. 347 - 352, 1994.
16. Feldkamp L. A., Davis L. C., „Comments on Tomographic Reconstruction from Experimentally Obtained Cone-Beam Projections“, *IEEE Transactions On Medical Imaging*, Vol. 7, No. 1, March 1988.
17. Kirillov A. A., „On a Problem of I. M. Gelfand“, *Dok. Akad. Nauk. SSSR* 137, 1960; *Englisch translation: Sov. Math. Dokl.* 2, 268 - 269, 1961.
18. Hamaker C., Solomon D., Wagner S., „The Divergent Beam X-Ray Transform“, *Rocky Mountain J. Math.*, Vol. 10, pp. 253, 1980.
19. Smith K., „Reconstruction Formulas in Computed Tomography“, in *Proc. Symp. Appl. Math.*, Vol. 27, pp. 7-23, 1982.
20. Herman G. T., „Image Reconstruction From Projections“, *Academic Press, New York*, 1980.
21. Feldkamp L. A., Davis L. C., Kress J. W., „Practical Cone - Beam Algorithm“, *J. Opt. Soc. Am. A1*, 612 - 619, 1984.

22. Altschuler M. D., Herman G. T., „Fully-Three-Dimensional Image Reconstruction Using Series Expansion Methods“, *A Review of Information Processing in Medical Imaging*, A. B. Brill et al. eds., 124 - 142, Oak Ridge National Lab., Oak Ridge, Tenn., 1977.
23. Finch D. V., „Cone - Beam Reconstruction With Sources on a Curve“, *SIAM J. Appl. Math.* 45, 665 - 673, 1985.
24. Grangeat P., „Description of a 3D Reconstruction Algorithm for Diverging X-ray Beam“, in *Radiology Soc. North Am. Conf. Proc.*, 1985.
25. Grangeat P., „3D Reconstruction Algorithm for Diverging X-ray Beam“, in *CAR 85 Conf. Proc.*, 1985.
26. Hamaker C., Solmon D. C., Wagnor S. L., „The Divergent Beam X-ray Transform“, *Rocky Mountain J. Math.* 10, 253 - 259, 1980.
27. Imiya J., Ogawa H., „A Direct Method of Image Reconstruction From its Line Integrals by Cone - Beam X-rays“, in *Proc. 1984, Int. Joint Alpine Symposium on Medical Computing, Graphics Image Communication, and Clinical Advances in Neuro CT/NMR*, 95 - 101, IEEE 1984.
28. Kowalski G., „Multislice Reconstruction From Twin Cone - Beam Scanning“, *IEEE Tran. Nucl. Sci.* NS - 26, 2682 - 2684, 1979.
29. Kowalski G., „Fast 3D Scanning Systems Using a Limited Tilting Angle“, *Appl. Opt.*, No. 16, pp. 1686-1690, 1977.
30. Minerbo G., „Convolutional Reconstruction from Cone-Beam Projection Data“, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* NS-26, pp.2682-2684, 1979.
31. Peyrin F. C., „The Generalized Backprojection Theorem for Cone - Beam Reconstruction“, *IEEE Tran. Nucl. Sci.* NS - 32, 1512 - 1519, 1985.
32. Schlindwein M., „Iterative Three - Dimensional Reconstruction From Twin Cone - Beam Projections“, *IEEE Tran. Nucl. Sci.* NS - 25, 1135 - 1143, 1978.

-
33. Smith K. T., „Reconstruction Formulas in Computed Tomography“, in *Proc. Symposium on Applied Mathematics, Am. Mathematical Soc. Vol. 27, 7-23, 1982.*
 34. Tuy H. K., „An Inversion Formula for Cone - Beam Reconstruction“, *SIAM J. Appl. Math.*, 43, 546 - 552, 1983.
 35. Smith, B. D., „Computer- Aided Tomographic Imaging from Cone - Beam Data“, *Dissertation, University of Rhode Island, 1987.*
 36. Rizo P., Grangeat P., Sire P., „X-Ray Cone - Beam Tomography With Two Tilted Circular Trajectories“, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol. 11, pp. 379-386, 1992.*
 37. Zeng L. G., Gullberg G. T., „A Cone - Beam Tomography Algorithm for Orthogonal Circle-and-line Orbit“, *Phys. Med. Biol.*, Vol. 37, No 3, pp. 563-577, 1992
 38. Hu H., „A New Cone - Beam Reconstruction Algorithm for the Circle-and-line Orbit“, *1995 Int. Meeting on Fully Three-Dimensional Image Rekonstruktion in radiology and Nuclear Medicine, Aix-les-Bains, France, 1995.*
 39. Bronnikov A., „X-Ray Cone-Beam Tomography with Nonplanar Orbits“, *1995 Int. Meeting on Fully Three-Dimensional Image Rekonstruktion in radiology and Nuclear Medicine, Aix-les-Bains, France, 1995.*
 40. Zhao S.-R., Halling H., „Tomography (PET, SPECT, X-Ray CT), Imaging Restoration and Coded Aperture“, *KFA Interner Bericht, KFA-ZEL-IB-500994, 1992.*
 41. Zhao S.-R., Halling H., „Reconstruction of Cone Beam Projections with Free Source Path by a Generalized Fourier Method“, *1995 Int. Meeting on Fully Three-Dimensional Image Rekonstruktion in radiology and Nuclear Medicine, Aix-les-Bains, France, 1995.*

42. Grangeat P., „Mathematical Framework of Cone-Beam 3D Reconstruction via the First Derivative of the Radon Transform“, *Mathematical Methods in Tomography*, G. T. Herman, A. K. Louis, F. Natterer Eds, *Proceedings of a Conference held in Oberwolfach, Germany, 5-11 June*, Springer Verlag, 1990.
43. Smith B. D., „Cone - Beam Tomography: Recent Advances and a Tutorial Review“, *Optical Engineering*, Vol. 29, No 5, May 1990.
44. Smith B. D., „Image Reconstruction from Cone - Beam Projections: Necessary and Sufficient Conditions and Reconstruction Methods“, *IEEE Trans. Med. Imaging*, Vol. MI-4, No. 1, pp. 14-25, March 1985.
45. Kudo H., Saito T., „Feasible Cone - Beam Scanning Methods for Exact Reconstruction in Three-dimensional Tomography“, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol.7, No. 12, pp. 2169 - 2183, 1990.
46. Lewitt R. M., Bates R. H., „Image Reconstruction from Projections: I: General Theoretical Considerations“, *Optik*, Vol. 50 No. 1, pp. 19-33, 1978.
47. Ogawa K., Nakajima M., Yuta Sh., „A Reconstruction Algorithm from Truncated Projections“, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 3, No. 1, pp.34-40, 1984.
48. Nalcioglu O., Cho Z. H., Lou R. Y., „Limited Field of View Reconstruction in Computerized Tomography“, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. NS-26, No. 1, 1979.
49. Azevedo St., Rizo P., Grangeat P., „Region-of-Interest Cone - Beam Computed Tomography“, *1995 Int. Meeting on Fully Three-Dimensional Image Rekonstruktion in radiology and Nuclear Medicine*, Aix-les-Bains, France, 1995.
50. Stark H., Peng H., „Shape Estimation in Computer Tomography from Minimal Data“, *Journal Optical Society Of America*, Vol. 5, No. 3, March 1988.

-
51. Louis A., Maass P., „Contour Reconstruction in 3D X-Ray CT“, *IEEE Trans. Med. Imag.*, Vol. 12, No. 4, Dec. 1993.
 52. Tam K., Perez-Mendez V., Macdonald B., „3-D Object Reconstruction in Emission and Transmission Tomography with Limited Angular Input“, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Vol. NS-26, pp. 2797, 1979.
 53. Tam K., Eberhard J. W., Mitchel K., „Incomplete-Data CT Image Reconstruction in Industrial Applications“, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Vol. NS-37, pp. 1490-1499, 1990.
 54. Inouye T., „Image Reconstruction with Limited Angle Projection Data“, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Vol. NS-26, No. 2, 1979.
 55. Brooks R., Di Chiro G., „Beam Hardening in X-ray Tomography“, *Phys. Med. Biol.*, Vol. 21, No 3, pp.390-398, 1976.
 56. Maegher J., Mote C., Skinner H., „CT Image Correction for Beam Hardening Using Simulated Projection Data“, *IEEE Trans. nucl. science*, Vol. 37, No 4, pp. 1520-1524, August 1990.
 57. Alvarez R. E., Macovski A., „Energy - Selective Reconstruction in X-ray Computerized Tomography“, *Phys. Med. Biol.*, vol. 21, no. 5, pp. 733-744, 1976.
 58. Glover G. H., „Compton Scatter Effects in CT-Reconstructions“, *Med. Phys.*, 9(6), Nov. 1982.
 59. Leliveld C. J., Maas J. G., van Eijk C. W., Bom V. R., „On the Significance of Scattered Radiation in Industrial X-ray CT Imaging“, *IEEE Trans. nucl. science*, vol. 41, No 1, 1994.
 60. Lo J. Y., Floyd C. E., Baker J. A., Ravin C. E., „Scatter Compensation in Digital Chest Radiography Using the Posterior Beam Stop Technique“, *Med. Phys.*, 21 (3), March 1994.

61. Engelke K. „Mikrotomographie mit Synchrotronstrahlung zur quantitativen Darstellung des Mineralgehaltes in Knochen“, *Dissertation, Universität Hamburg, 1989.*
62. Sandborg M., Carlsson G., „Influence of X-ray Energy Spectrum, Contrasting Detail and Detector on the Signal-to-Noise Ratio (SNR) and Detective Quantum Efficiency (DQE) in Projection Radiography“, *Phys. Med. Biol., Vol. 37, No. 6, pp.1245 - 1263, 1992.*
63. Grodzins L., „Critical Absorption Tomography of Small Samples“, *Nucl. Inst. And Meth., Vol. 206, pp.547-552, 1983.*
64. Chesler D., Riederer S., Pelc N., „Noise Due to Photon Counting Statistics in Computed X-Ray Tomography“, *J. Comp. Assis. Tomogr., Vol. 1, pp. 64-74, 1977.*
65. Flannery B. P., Roberge W. G., „Observational Strategies for Three-Dimensional Synchrotron Microtomography“, *J. Appl. Phys. 62 (12), pp. 4668 - 4674, December 1987.*
66. Fuhrmann G., „Entwicklung eines Mikrotomographiesystems als Zusatz für Rasterelektronenmikroskope“, *Berichte des Forschungszentrums Jülich, 2718, D-82 (Diss. RWTH-Aachen), 1993.*
67. Fuhrmann G., „High - Resolution X-Ray Detector with Scintillating Fiber Optic“, *DGZfP, International Symposium on Computerized Tomography for Industrial Application, June 8-10, Berlin, 1994.*
68. Boone J., Seibert J., Barret W., Blood E., „Analysis and Correction of Imperfections in the Image Intensifier-TV-Digitizer Imaging Chain“, *Med. Phys., Vol.18 (2), pp. 236-242, Mar. 1991.*
69. Sire P., Rizo, P., Martin M., „X-Ray Cone - Beam CT System Calibration“, *SPIE Vol. 2009 X-Ray Detector Physics and Applications II, pp. 229-239, 1993.*

70. Seibert J., Nalcioğlu O., Roeck W., „Characterization of the Veiling Glare PSF in X-Ray Image Intensifier Fluoroscopy“, *Med. Phys.*, Vol.11, pp. 172-179, 1984.
71. Feldkamp L. A., Jesion G., Kubinski D.J., „Fundamental Aspects of Micro-CT in Cone - Beam Geometry“, *Review of Progress in Quantitative NDE*, edited by D. O. Thomson and D. E. Chimenti, Vol.6A, pp. 381-388, Plenum Press, New York 1987.
72. Busch F., „Auflösungsvermögen einer Mikrotomographie-Kamera für Röntgen-Synchrotronstrahlung“, *Dissertation, Universität Dortmund*, 1994.
73. Beynon J. D., Lamb D. R., „Charge - Coupled Devices and Their Applications“, *McGraw-Hill, London*, 1980.
74. Schneiders N., Bushong St., „Single Step Calculation of the MTF from ERF“, *Med. Phys.* 5 (1), Jan./Feb. 1978.
75. Glover G., Eisner R., „Theoretical Resolution of Computed Tomography Systems“, *J. Comp. Assis. Tomogr.*, 3 (1), pp.85 - 91, Feb. 1979.
76. Zwiag H., „Detective Quantum Efficiency of Photodetectors with Some Amplifying Mechanism“, *J. Opt. Soc. Am.*, 55, pp.525-528, 1965.
77. Weast R., Lide D., Hreg., „CRC Handbook of Chemistry and Physics - A Ready Reference Book of Chemical and Physical Data“, *CRC Press, Boca Raton, Florida*, 70 Aufl., 1989.
78. Ludwig G., „X-Ray Efficiency of Powder Phosphors“, *J. Elektrochem. Soc.*, 118, pp. 1152-1159, 1971.
79. Leyk H., „Optimierung von Röntgenfluoreszenzschirmen für Ortsauflösende CCD-Detektoren“, *Diplomarbeit am Lehrstuhl für Experimentelle Physik I der Universität Dortmund*, 1988.
80. Swank R., „Absorption and Noise in X-ray Phosphors“, *J. Appl. Phys.*, Vol. 44, No. 9, September 1973.

81. Tapiovaara M., Wagner R., SNR and DQE Analysis of Broad Spectrum X-ray Imaging“, *Phys. Med. Biol.*, Vol. 30, No. 6, pp. 519-529, 1985.
82. Chan H.-P., Doi K., „Studies of X-ray Energy Absorption and Quantum Noise Properties of X-ray Screens by Use of Monte Carlo Simulation“, *Med. Phys.* 11 (1), Jan/Feb 1984.
83. Dick C., Motz J., „Image Information Transfer Properties of X-Ray Fluorescent Screens“, *Med. Phys.* 8, pp. 337-346, 1981.
84. Nishikawa R., Yaffe M., „Model of the Spatial-Frequency-Dependent Detective Quantum Efficiency of Phosphor Screens“, *Med. Phys.* 17 (5), pp. 894-904, 1990.
85. Nishikawa R., Yaffe M., Holmes R., „Effect of Finite Phosphor Thickness on Detective Quantum Efficiency“, *Med. Phys.* 16 (5), pp. 773-780, 1990.
86. Swank R., „Calculation of Modulation Transfer Functions of X-Ray Fluorescent Screens“, *Appl. Opt.* 12, 1973.
87. Azevedo S., Schneberk D., Fitch J., Martz H., „Calculation of the Rotational Centers in Computed Tomography Sinograms“, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, Vol. NS-37, pp. 1525-1540, 1990.
88. Barrett H., Swindel W., „Radiological Imaging“, Volume 1, Academic Press, 1981.
89. Reinken G., Zadgorsky N., Führ F., Halling H., „Application of a Novel High-Resolution Tomographic Method for Non-Destructive Characteristic of Pore Structure in Soil Cores“, 1995 BCPC Monograph No. 62, *Pesticide Movement in Water*, pp.39-44, 1995
90. Vell J., „Mikrotomographie mit dreidimensionaler gefilterter Rückprojktion und codierter Quelle“, *Berichte des Forschungszentrums Jülich*, 2984, D-82 (Diss. RWTH-Aachen), 1994

9. Danksagung

Herrn Universitätsprofessor Dr. rer. nat. Dr. h. c. H. Nickel danke ich, daß er mir die Möglichkeit zur Promotion gegeben hat. Für die jederzeit gewährte Unterstützung bedanke ich mich ganz herzlich.

Herrn Universitätsprofessor Dr.-Ing. J. Betten danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Mein ganz besonderer Dank gilt Prof. H. Halling für seine hervorragende Betreuung und Unterstützung meiner Arbeit. Insbesondere danke ich Herrn Dr.-Ing. G. Fuhrmann für seine Ratschläge, Herrn Z. Shuan-Ren für seine Hilfe bei der Entwicklung des Rekonstruktionsalgorithmus, den Herren G. Schröder und F. Pauly (ZAT) für ihre Hilfe bei der Durchführung der CT-Messungen, den Herren J. v. Rango und A. Terstegge sowie Frau S. Weber für ihre Kommentare zu dieser Arbeit.

Schließlich möchte ich mich bei den Mitarbeitern der ZEL für ihre Hilfsbereitschaft bei den vielen kleinen Problemen bedanken.

Jül-3274
August 1996
ISSN 0944-2952