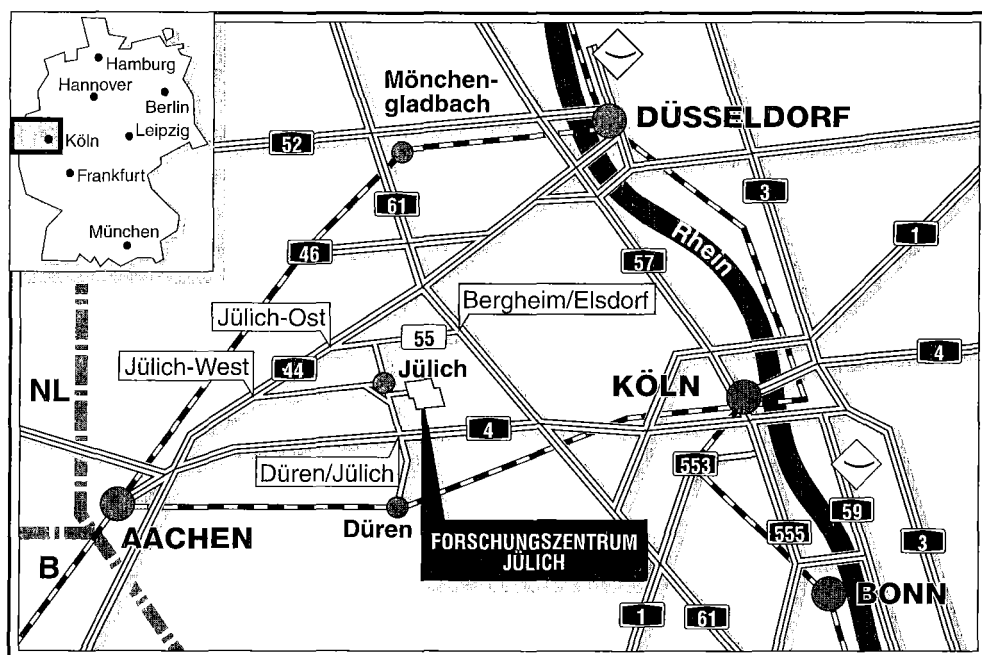


Institut für Schicht- und Ionentechnik

**Untersuchung von elektrischen Prozessen
an Supraleiter/Halbleiter-Grenzflächen
mit Hilfe von ballistischen Elektronen**

Thomas Klocke



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 3288

ISSN 0944-2952

Institut für Schicht- und Ionentechnik Jül-3288

D82 (Diss. RWTH Aachen)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland
Telefon: 024 61/61-61 02 · Telefax: 024 61/61-61 03 · Telex: 833556-70 kfa d

Untersuchung von elektrischen Prozessen an Supraleiter/Halbleiter-Grenzflächen mit Hilfe von ballistischen Elektronen

Thomas Klocke

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Theorie der Supraleitung	3
2.1.1	Die London'schen Gleichungen	3
2.1.2	Die BCS-Theorie	4
2.1.3	Die Bogoliubov-de Gennes Gleichungen	11
2.1.4	Die Gor'kov Gleichungen	14
2.2	Supraleiter/Normalleiter-Grenzflächen	23
2.2.1	Das BTK-Modell	23
2.2.2	Das Zaitsev Modell	29
2.2.3	Das Kuprinov-Lukichev Modell	33
2.2.4	Das Volkov Modell	36
3	Präparation und Messungen	39
3.1	Herstellung von Supraleiter/Halbleiter-Kontakten	39
3.1.1	Präparation	42
3.1.2	Präparation der Proben	48
3.1.3	Meßaufbau	49
3.1.4	Messungen	53
3.2	Punktkontakte auf InGaAs/InP	62
3.2.1	Präparation von Punktkontakten auf InGaAs/InP	66
3.2.2	Messungen an Punktkontakten	71
3.2.3	Punktkontakte und SL/NL-Kontakte	75
3.3	Ein NS-Squid	84
3.3.1	Modell für einen NS-Squid	84
3.3.2	Präparation der Struktur	86
3.3.3	Messungen	87

4 Zusammenfassung und Ausblick	91
A Daten	95

Kapitel 1

Einleitung

Kurz nach der Entdeckung eines Verfahrens zur Herstellung von flüssigen Helium-4 entdeckte H.K. Onnes im Jahr 1911 beim Experimentieren mit Metallen, daß Quecksilber bei tiefen Temperaturen seinen elektrischen Widerstand verliert: Er hatte den ersten Supraleiter entdeckt. Die Eigenschaft, ein *idealer Leiter* zu sein, ist nicht die einzige, die einen Supraleiter charakterisiert. 22 Jahre später entdeckten Meissner und Ochsenfeld, daß ein Supraleiter ein externes Magnetfeld vollständig aus seinem Inneren verdrängt, er also auch ein *idealer Diamagnet* ist. Von den Gebrüdern London wurden diese beiden Eigenschaften phänomenologisch beschrieben, konnten aber lange Zeit nicht verstanden werden.

Als Bardeen, Cooper und Schrieffer im Jahr 1957 ihr mikroskopisches Modell der Supraleitung veröffentlichten [5], für das sie später den Nobelpreis erhielten, war der fundamentale Durchbruch in der Entwicklung erreicht. Der nach Josephson benannte Interferenzeffekt [24], der beim Kontakt zweier Supraleiter auftritt, ist heute die Basis vieler interessanter technischer Anwendungen vom supraleitenden Materialien. So dienen sie als höchstempfindliche Magnetfeldsensoren in der Geologie, Materialprüfung und in der Medizin zur Messung von Herz- und Hirnströmen. Diese Einsatzmöglichkeiten wurden durch die Entdeckung von Hochtemperatur-Supraleitern¹ (HTCS) wesentlich erweitert. Ebenso hat die Eigenschaft, im fernen Mikrowellenbereich (über 100GHz) arbeiten zu können, zu Anwendungen in der Mikrowellendetektion und schnellen digitalen Schaltern geführt. Der bis heute größte Anwendungsbereich von Supraleitern, liegt in der Verwendung als Draht für Magnetspulen für Felder bis zu 20 Tesla, da die dazu notwendigen Ströme nahezu ohne Verluste von ihnen getragen werden können.

Was der supraleitenden Elektronik aber bisher gänzlich fehlt, ist ein wirkliches

¹Nobelpreis für Physik für Bednorz und Müller im Jahr 1986

aktives Bauelement, das ähnliche Eigenschaften wie ein Transistor in der Halbleitertechnik haben sollte. Der Bedarf für eine solche Einheit begründet sich z.B. in der Tatsache, daß bei der Ankopplung der schnellen Supraleiter-Elektronik an die langsamere Halbleitertechnik einige der Vorteile wie hohe Geschwindigkeit und geringstmögliche Leistungsaufnahme verloren gehen. An der Entwicklung solcher Supraleiter-/Halbleiter-Hybrid-Bauelemente wird seit einigen Jahren gearbeitet. Durch die moderne Halbleiter-Heterostruktur-Technologie rückt das Ziel, ein brauchbares Bauelement zu entwickeln, in greifbare Nähe.

Weltweit arbeiten im wesentlichen drei Arbeitsgruppen an der Realisierung solcher Supraleiter/Halbleiter-Hybride: Die Gruppe von T.M. Klapwijk an der TU Delft in den Niederlanden [4, 13, 16, 29, 28, 33], H. Takayanagi bei NTT in Japan [26, 44, 41, 43, 42, 53, 48, 51, 52, 49, 50, 47] und H. Krömer in Santa Barbara USA [38, 31, 40, 39]. All diese Arbeitsgruppen beschäftigen sich mit der Herstellung von Supraleiter/Halbleiter/Supraleiter(SNS)-Strukturen, die technologisch interessant sind und für spätere Bauelemente die wichtigste Grundlage darstellen. Die wesentlichste Eigenschaft solcher Strukturen besteht in der Möglichkeit, einen Supraström zu tragen, der dann eventuell durch die Änderung der Halbleitereigenschaften über eine Steuerelektrode an- und ausgeschaltet werden kann. Aus diesem Grund richten sich auch die meisten theoretischen Untersuchungen auf solche SNS-Kontakte (siehe z.B. [18, 19]).

Im Gegensatz zu den Aktivitäten der anderen Arbeitsgruppen, lag bei der vorliegenden Arbeit der Schwerpunkt auf der Betrachtung einer einzelnen SN-Grenzfläche, bei der kein Supraström auftreten kann. Ziel dieser Arbeit ist es, basierend auf der in unserem Institut gut eingeführten InGaAs/InP-Heterostruktur, Verfahren zur Herstellung von Supraleiter-Halbleiterkontakten zu erproben. Dabei sollte auch nach Modellen zur Beschreibung des elektrischen Transports durch solche Grenzflächen gesucht werden, um eine Optimierung der Präparationsverfahren zu ermöglichen. Als experimentelle Methode sollten auch Messungen mit ballistische Elektronen zum Einsatz kommen [46, 36], die eine praktische Sonde für solche Grenzflächen darstellen können.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel wird zunächst ein Überblick über die Theorie der Supraleitung gegeben, wobei auch die neuesten Modelle vorgestellt werden. Diese basieren hauptsächlich auch quantenfeldtheoretischen Methoden. Da diese hier nur kurz dargestellt werden können, verweise ich den interessierten Leser auf einige der Standardwerke: [1, 34, 20, 10]

2.1 Theorie der Supraleitung

2.1.1 Die London'schen Gleichungen

Nachdem die beiden charakteristischen Eigenschaften eines Supraleiters, seine ideale Leitfähigkeit ($\rho=0$) und sein idealer Diamagnetismus ($\mu=0$), bekannt waren, gelang es den Gebrüdern London, durch die Ergänzung der Maxwellschen Gleichungen um zwei Materialgleichungen, diese beiden Effekte einheitlich zu beschreiben.

1. Londonsche Gleichung

$$\Lambda \frac{\partial \underline{j}_s}{\partial t} = \underline{\mathcal{E}} \quad (2.1)$$

Sie beschreibt einen Leiter ohne Widerstand, in dem also der Suprastrom $\underline{j}_s$ sich mit der Zeit proportional zum angelegten elektrischen Feld $\underline{\mathcal{E}}$ ändert.

2. Londonsche Gleichung

$$\Lambda \nabla \times \underline{j}_s = \frac{1}{c} \underline{\mathcal{B}} \quad (2.2)$$

Setzt man dies in die Maxwellschen Gleichungen ein, so sieht man, daß das externe magnetische Feld $\underline{\mathcal{B}}$ exponentiell im Supraleiter abfällt mit der charak-

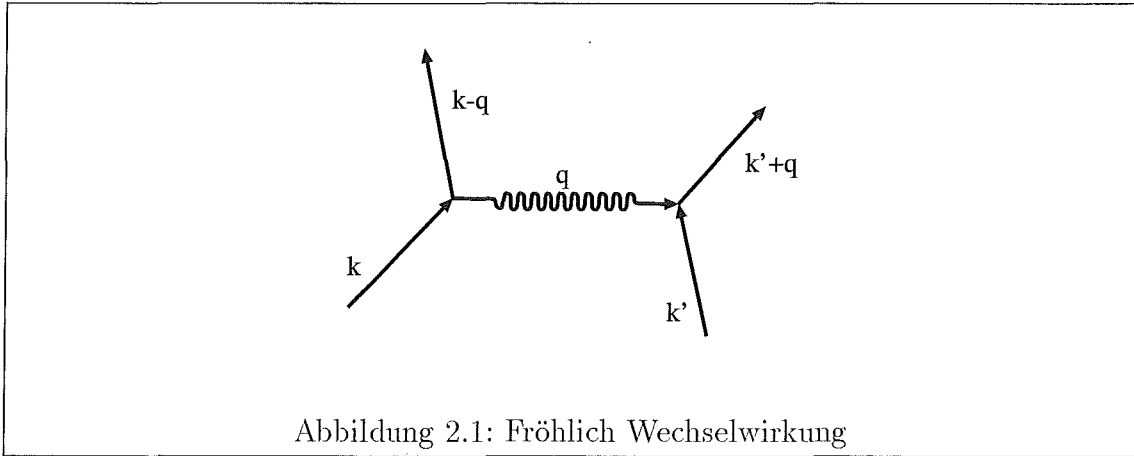
teristischen Länge

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{4\pi}}$$

λ heißt auch Londonsche Abschirmlänge, Λ Londonsche Abschirmkonstante.

2.1.2 Die BCS–Theorie

Die grundlegende Idee der BCS-Theorie war es, eine attraktive Wechselwirkung zwischen den Elektronen in einem Supraleiter anzunehmen. Hierzu wurde auf eine von Fröhlich entdeckte Wechselwirkung zwischen Elektronen mit Gitterschwingungen (Phononen) als Vermittler zurückgegriffen. Ein Phonon erzeugt durch die Verschie-



bung $\underline{q}(\underline{x})$ der Gitteratome aus ihrer Ruhelage eine Polarisation $\underline{P}(\underline{x}) = e^* \underline{q}(\underline{x})$. e^* heißt *effektive Ladung* und ist ein Materialparameter. Man kann die Polarisation nach ebenen Wellen zerlegt schreiben als

$$\underline{P}(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\underline{q}} \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma\omega_{\underline{q}}}} \left(e^{i\underline{q}\underline{x}} \underline{b}_{\underline{q}} + e^{-i\underline{q}\underline{x}} \underline{b}_{\underline{q}}^+ \right)$$

mit $\gamma = \rho_G / e^{*2}$ (ρ_G ist die Massendichte des Gitters). Hierbei wurde die Phonendispersion durch die $\underline{q}$ -Abhängigkeit von ω berücksichtigt. $\underline{b}_{\underline{q}}$ und $\underline{b}_{\underline{q}}^+$ sind komplexe Polarisationsvektoren der Welle vom Betrag 1.

Die Wechselwirkung einer Punktladung an der Stelle $\underline{x}$ mit einer elektrischen Polarisation $\underline{P}(\underline{x}')$ ist gegeben durch

$$\epsilon_0 \frac{\underline{x} - \underline{x}'}{|\underline{x} - \underline{x}'|^3} \cdot \underline{P}(\underline{x}')$$

Da wir es bei den herkömmlichen Supraleitern¹ mit Metallen zu tun haben, müssen wir eine Abschirmung der Ladungsdichte $\epsilon_0 \rho(\underline{x})$ berücksichtigen. Damit findet man für die Energie der Elektron-Phonen-Wechselwirkung

$$E_{\text{ww}} = \iint \rho(\underline{x}) C_0 \frac{e_0 \exp \{-\lambda_{\text{TF}} |\underline{x} - \underline{x}'|\}}{|\underline{x} - \underline{x}'|^3} (\underline{x} - \underline{x}') \cdot \underline{P}(\underline{x}') d^3x d^3x'$$

$$\stackrel{\text{part. Int. } x'}{=} \iint \rho(\underline{x}) C_0 \frac{e_0 \exp \{-\lambda_{\text{TF}} |\underline{x} - \underline{x}'|\}}{|\underline{x} - \underline{x}'|} (-\nabla \cdot \underline{P}(\underline{x}')) d^3x d^3x'$$

Hier sieht man, daß nur longitudinale Phononen zu E_{ww} beitragen, da die Divergenz der transversalen Moden verschwindet. Daher setzen wir nun

$$\underline{b}_{\underline{q}} = \frac{q}{|q|} b_{\underline{q}}$$

Nehmen wir an, daß die Wechselwirkung sehr kurzreichweitig ist, so kann man durch einen geeigneten Grenzübergang bekommen, daß

$$C_0 \frac{e_0 \exp \{-\lambda_{\text{TF}} |\underline{x} - \underline{x}'|\}}{|\underline{x} - \underline{x}'|} \longrightarrow e_0 \frac{4\pi}{\lambda_{\text{TF}}^2} \delta(\underline{x} - \underline{x}')$$

wird. Damit lautet das Endresultat für die klassische Wechselwirkungsenergie

$$E_{\text{ww}} = \int \rho(\underline{x}) \left\{ \frac{4\pi i}{\lambda_{\text{TF}}^2} \sum_{\underline{q}} \sqrt{\frac{e_0^2 \hbar^2}{2\gamma \omega_{\underline{q}} V}} |\underline{q}| e^{i\underline{q} \cdot \underline{x}} (b_{\underline{q}} + b_{-\underline{q}}^+) \right\} d^3x$$

Als nächstes wird das Feld der Phononen und Elektronen quantisiert. Dabei werden $b_{\underline{q}}$ und $b_{\underline{q}}^+$ zu Phonon Vernichtern bzw. Erzeugern mit den üblichen Kommutatorrelationen, mit denen ein Phonon in der Mode $\underline{q}$ vernichtet bzw. erzeugt wird. Für die Elektronen wird $\rho(\underline{x})$ zum Dichteoperator $\rho(\underline{x}) = \Psi^+(\underline{x})\Psi(\underline{x})$, wobei

$$\Psi(\underline{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\underline{k}} e^{i\underline{k} \cdot \underline{x}} a_{\underline{k}}$$

ein freies Elektron am Ort $\underline{x}$ vernichtet, $\Psi^+(\underline{x})$ entsprechend erzeugt. Setzt man dies in E_{ww} ein, so erhält man für den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator in 2. Quantisierung:

$$H_{\text{ww}} = \hbar \sum_{\underline{k}, \underline{q}} \left(g_{\underline{q}} a_{\underline{k}+\underline{q}}^+ a_{\underline{k}} b_{\underline{q}} + g^* b_{\underline{q}}^+ a_{\underline{k}}^+ a_{\underline{k}+\underline{q}} \right) \quad (2.3)$$

¹die Theorie der HTCS soll hier nicht behandelt werden

wobei

$$\hbar g_{\underline{q}} = -\frac{4\pi e i}{\lambda_{\text{TF}}^2} \sqrt{\frac{\hbar}{2\gamma V \omega_{\underline{q}}}} |\underline{q}| \quad (2.4)$$

die Elektron-Phonon Kopplungskonstante ist. Der zugehörige ungestörte Hamiltonoperator hat die naheliegende Form

$$H_0 = \sum_{\underline{k}} \hbar \varepsilon_{\underline{k}} a_{\underline{k}}^+ a_{\underline{k}} \quad (2.5)$$

Im Folgenden soll nun aus dieser Elektron-Phonon Wechselwirkung eine effektive Elektron-Elektron Wechselwirkung berechnet werden. Dazu gehen wir zunächst vom Heisenbergbild aus, in dem die volle Zeitabhängigkeit von den Operatoren getragen wird. Die entsprechenden Operatoren werden durch $\hat{}$ bezeichnet. Der Übergang von H zu $\hat{H}$ geschieht einfach durch Ersetzung $a_{\underline{k}} \rightarrow \hat{a}_{\underline{k}}, a_{\underline{k}}^+ \rightarrow \hat{a}_{\underline{k}}^+, b_{\underline{q}} \rightarrow \hat{b}_{\underline{q}}, b_{\underline{q}}^+ \rightarrow \hat{b}_{\underline{q}}^+$. Die Idee ist nun, die in H_{ww} auftretenden Phonon-Operatoren durch eine Funktion der Elektron-Operatoren alleine zu ersetzen. Dazu gehen wir von der Bewegungsgleichung der Phonon-Operatoren aus, die im Heisenbergbild durch

$$\dot{\hat{b}}_{\underline{q}}^+ = i\omega_{\underline{q}} \hat{b}_{\underline{q}}^+ + i \sum_{\underline{k}} g_{\underline{q}} \hat{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \hat{a}_{\underline{k}} \quad (2.6)$$

gegeben ist. Um hier den ersten Summanden auf der rechten Seite zu eliminieren, führen wir erneut eine unitäre Transformation U ein, die wir durch

$$\begin{aligned} \hat{b}_{\underline{q}}^+ &= U^{-1} \tilde{b}_{\underline{q}}^+ U = \tilde{b}_{\underline{q}}^+ e^{i\omega_{\underline{q}} t} \\ \hat{b}_{\underline{q}} &= U^{-1} \tilde{b}_{\underline{q}} U = \tilde{b}_{\underline{q}} e^{-i\omega_{\underline{q}} t} \\ \hat{a}_{\underline{k}}^+ &= U^{-1} \tilde{a}_{\underline{k}}^+ U = \tilde{a}_{\underline{k}}^+ e^{i\varepsilon_{\underline{k}} t} \\ \hat{a}_{\underline{k}} &= U^{-1} \tilde{a}_{\underline{k}} U = \tilde{a}_{\underline{k}} e^{-i\varepsilon_{\underline{k}} t} \end{aligned} \quad (2.7)$$

definieren. Sie bewirkt, daß die Zeitabhängigkeit der Operatoren in der $\tilde{}$ -Darstellung nur noch durch

$$\dot{\tilde{A}} = \frac{i}{\hbar} [\tilde{H}_{\text{ww}}, \tilde{A}]$$

gegeben ist, mit

$$\tilde{H}_{\text{ww}} = \hbar \sum_{\underline{k}, \underline{q}} \left(g_{\underline{q}} \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}} \tilde{b}_{\underline{q}} e^{i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}})t} + g_{\underline{q}}^* \tilde{b}_{\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}} e^{-i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}})t} \right) \quad (2.8)$$

Damit wird insbesondere aus (2.6)

$$\dot{\tilde{b}}_{\underline{q}}^+ = i \sum_{\underline{k}} g_{\underline{q}} e^{i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}})t} \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}} \quad (2.9)$$

Die Integration dieser Gleichung ist leicht durchführbar, wenn man die Wechselwirkung nur in 1. Ordnung betrachtet, das heißt $\tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}$ als konstant annimmt. Man erhält somit

$$\tilde{b}_{\underline{q}}^+ \approx \sum_{\underline{k}} g_{\underline{q}} \frac{e^{i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}})t}}{(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}}) - \omega_{\underline{q}}} \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}$$

und entsprechendes für $\tilde{b}_{\underline{q}}$. Setzt man dies in (2.8) ein, so sind alle Abhängigkeiten durch Elektron-Operatoren alleine ausgedrückt.

Bringt man noch alle Erzeugeroperatoren nach links, so findet man

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{ww}}^{\text{eff}} = & \hbar \sum_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{q}} |g_{\underline{q}}|^2 \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}} \tilde{a}_{\underline{k}'+\underline{q}} \frac{-e^{i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} + \varepsilon_{\underline{k}'})t}}{\varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}'} - \omega_{\underline{q}}} \\ & + |g_{\underline{q}}|^2 \tilde{a}_{\underline{k}'+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}'} \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}} \frac{-e^{-i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} + \varepsilon_{\underline{k}'})t}}{\varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}'} - \omega_{\underline{q}}} \\ & + 2 |g_{\underline{q}}|^2 \frac{\tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}}{\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}}} \end{aligned}$$

Wenn man nun im 2. Summanden folgende Ersetzungen

$$\begin{aligned} \underline{k} & \rightarrow \underline{k} - \underline{q} \\ \underline{k}' & \rightarrow \underline{k}' - \underline{q} \\ \underline{k} & \rightarrow -\underline{q} \end{aligned}$$

vornimmt, so ändert sich die Summe selbst nicht. Da ferner $\omega_{-\underline{q}} = \omega_{\underline{q}}$ angenommen werden kann, was bei kubischen Kristallen sicher gewährleistet ist, und somit auch $|g_{-\underline{q}}|^2 = |g_{\underline{q}}|^2$ gilt, kann der 1. und 2. Summand zusammengefaßt werden, was dann

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{ww}}^{\text{eff}} = & \hbar \sum_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{q}} 2 |g_{\underline{q}}|^2 \frac{\omega_{\underline{q}}}{(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}})^2 - \omega_{\underline{q}}^2} \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}'+\underline{q}} \tilde{a}_{\underline{k}} e^{i(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} + \varepsilon_{\underline{k}'})t} \\ & + 2 |g_{\underline{q}}|^2 \frac{\tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}^+ \tilde{a}_{\underline{k}+\underline{q}}}{\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}}} \end{aligned}$$

liefert. Macht man nun noch die unitäre Transformation U rückgängig, so findet man als Endresultat für die effektive Elektron-Elektron-Wechselwirkung

$$\begin{aligned} H_{\text{ww}}^{\text{eff}} = & \hbar \sum_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{q}} 2 |g_{\underline{q}}|^2 \frac{\omega_{\underline{q}}}{(\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}})^2 - \omega_{\underline{q}}^2} a_{\underline{k}+\underline{q}}^+ a_{\underline{k}}^+ a_{\underline{k}'+\underline{q}} a_{\underline{k}} \\ & + 2 |g_{\underline{q}}|^2 \frac{a_{\underline{k}+\underline{q}}^+ a_{\underline{k}+\underline{q}}}{\varepsilon_{\underline{k}+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}} - \omega_{\underline{q}}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Der 2. Summand ist eine Korrektur zur Grundzustandsenergie, der sich durch Einbeziehung in die effektive Masse m^* der Elektronen berücksichtigen läßt. Er wird im folgenden nicht mehr explizit mitgeführt. Der gesuchte Vielteilchen-Hamiltonoperator lautet nun

$$H = H_0 + H_{\text{ww}} = \sum_{\underline{k}, \sigma} E_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \sigma}^{\dagger} a_{\underline{k}, \sigma} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\underline{k}, \underline{k}', q \\ \sigma, \sigma'}} V_{\underline{k}, \underline{k}', q} a_{\underline{k}+\underline{q}, \sigma}^{\dagger} a_{\underline{k}', \sigma'}^{\dagger} a_{\underline{k}'+\underline{q}, \sigma'} a_{\underline{k}, \sigma} \quad (2.11)$$

wobei

$$V_{\underline{k}, \underline{k}', q} = \frac{2 |g_q|^2 \hbar \omega_q}{\omega_q^2 - (\varepsilon_{\underline{k}'+\underline{q}} - \varepsilon_{\underline{k}'})^2}$$

gesetzt wurde und $E_{\underline{k}}$ die Energie des ungestörten Elektronensystems ist. Die Spinindizes σ, σ' wurden explizit aufgeführt, da sie später benötigt werden.

Der entscheidende Schritt zur Lösung dieses Problems stammt von Cooper, der annahm, daß immer die Zustände $(\underline{k}, \uparrow)$ und $(-\underline{k}, \downarrow)$ gepaart besetzt sind². Bei N Elektronen im System kann man die zugehörige Wellenfunktion in 2. Quantisierung als

$$\left(\sum_{\underline{k}} c_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \uparrow}^{\dagger} a_{-\underline{k}, \downarrow}^{\dagger} \right)^{\frac{N}{2}} \Phi_0$$

schreiben, wobei $c_{\underline{k}}$ die zu bestimmende Amplitude für den Paarzustand $(\underline{k}\uparrow, -\underline{k}\downarrow)$ ist. Da es im folgenden günstiger sein wird, die genaue Teilchenzahl frei zu lassen und nur einen Erwartungswert $\langle N \rangle_{\Phi} = \langle \Phi | \sum_{\underline{k}, \sigma} a_{\underline{k}, \sigma}^{\dagger} a_{\underline{k}, \sigma} | \Phi \rangle$ vorzuschreiben, geht man zu

$$\Phi = \mathcal{N} \prod_{\underline{k}} e^{c_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \uparrow}^{\dagger} a_{-\underline{k}, \downarrow}^{\dagger}} \Phi_0 = \prod_{\underline{k}} (u_{\underline{k}} + v_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \uparrow}^{\dagger} a_{-\underline{k}, \downarrow}^{\dagger}) \Phi_0$$

über, mit $c_{\underline{k}} = u_{\underline{k}}/v_{\underline{k}}$ und $|u_{\underline{k}}|^2 + |v_{\underline{k}}|^2 = 1$. Die Nichterhaltung der Teilchenzahl muß durch einen zusätzlichen Term $-\mu N$ in (2.11) korrigiert werden, was sich aber durch $E_{\underline{k}} \rightarrow \xi_{\underline{k}} = E_{\underline{k}} - \mu$ ausdrücken läßt, das heißt die Energien $E_{\underline{k}}$ werden nun bezüglich dem chemischen Potential μ bestimmt. Interessant ist der Erwartungswert des Wechselwirkungsterms (2.10). Wie man mit Hilfe der Vertauschungseigenschaften der Elektronoperatoren nachrechnet, liefern nur drei Arten von Indexkombinationen Beiträge verschieden von Null:

1. $q = 0$, was dem Auftreten von $\delta_{\underline{k}', \underline{k}+q} \delta_{\underline{k}', \underline{k}-q}$ entspricht. Die zugehörigen Wechselwirkungsterme liefern eine Korrektur zur Grundenergie des reinen Elektronensystems, eine sogenannte Selbstenergie. Sie wird im folgenden nicht weiter betrachtet.

²für eine phänomenologische Erklärung siehe z.B. [23]

2. $\underline{k}' = \underline{k}$ liefert eine Art Austausch-Wechselwirkung der Elektronen $(\underline{k} + \underline{q}, \sigma)$ und $(\underline{k}, \sigma')$. Auch dieser Term bringt gegenüber dem bloßem Metall nichts Neues.
3. $\underline{k}' = -\underline{k}'$ und $\underline{q} = \underline{k}' - \underline{k}$. Wie man sich durch langwieriges Nachrechnen überzeugt, liefern diese Terme etwas völlig neues. Der Erwartungswert bezüglich Φ ergibt sich als

$$\sum_{\underline{k}, \underline{k}'} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} V_{\underline{k}, -\underline{k}', \underline{k}' - \underline{k}} u_{\underline{k}} v_{\underline{k}}^* u_{\underline{k}'}^* v_{\underline{k}'} + \frac{1}{2} V_{\underline{k}, -\underline{k}', \underline{k} - \underline{k}'} u_{\underline{k}}^* v_{\underline{k}} u_{\underline{k}'} v_{\underline{k}'}^* \right)}_{:= V_{\underline{k}, \underline{k}'}}$$

Für den Erwartungswert von H_0 findet man ebenso

$$2 \sum_{\underline{k}} \xi_{\underline{k}} |v_{\underline{k}}|^2$$

Führt man nun noch die Größe

$$\Delta_{\underline{k}} = \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}, \underline{k}'} u_{\underline{k}'}^* v_{\underline{k}}$$

ein, so erhält für den Grundzustand das Variationsproblem

$$E_{\text{tot}} = 2 \sum_{\underline{k}} \xi_{\underline{k}} v_{\underline{k}}^2 - \sum_{\underline{k}} \left(\Delta_{\underline{k}} u_{\underline{k}} v_{\underline{k}}^* + \Delta_{\underline{k}}^* u_{\underline{k}}^* v_{\underline{k}} \right) \stackrel{!}{=} \text{Min.}$$

wobei als Nebenbedingung $|u_{\underline{k}}|^2 + |v_{\underline{k}}|^2 = 1$ gelten soll. Als Lösung ergibt sich

$$|u_{\underline{k}}|^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_{\underline{k}}}{\sqrt{E_{\underline{k}}'^2 + \Delta_{\underline{k}}^2}} \right) \quad (2.12)$$

$$|v_{\underline{k}}|^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_{\underline{k}}}{\sqrt{E_{\underline{k}}'^2 + \Delta_{\underline{k}}^2}} \right) \quad (2.13)$$

und für die Größe $\Delta_{\underline{k}}$ findet man

$$\Delta_{\underline{k}} = \frac{1}{2} \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}, \underline{k}'} \frac{\Delta_{\underline{k}'}}{\sqrt{E_{\underline{k}}'^2 + \Delta_{\underline{k}}^2}} \quad (2.14)$$

Im trivialen Fall $\Delta_{\underline{k}} = 0$ führt das zu $u_{\underline{k}} \equiv 0$ und

$$v_{\underline{k}} = \begin{cases} 1 & \xi_{\underline{k}} < 0 \\ 0 & \xi_{\underline{k}} > 0 \end{cases}$$

und somit $\Phi = \prod_{\underline{k} < \underline{k}_F} a_{\underline{k},\uparrow}^+ a_{-\underline{k},\downarrow}^+ \Phi_0$, also eine Slaterdeterminante des wechselwirkungs-freien Elektronengases.

Das einfachste Modell für $V_{\underline{k},\underline{k}'}$, das eine nicht triviale Lösung liefert und dem ursprünglichen BCS-Modell entspricht, ist

$$V_{\underline{k},\underline{k}'} = \begin{cases} V > 0 & |\xi_{\underline{k},\underline{k}'}| \leq \hbar\omega_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei ω_D die Debye Frequenz des Gitters ist. Damit findet man mit (2.14) für Δ

$$\Delta = \frac{\hbar\omega_D}{\sinh\left(\frac{1}{N(0)V}\right)} \quad (2.15)$$

wobei $N(0)$ die Elektronen-Zustandsdichte an der Fermikante ist.

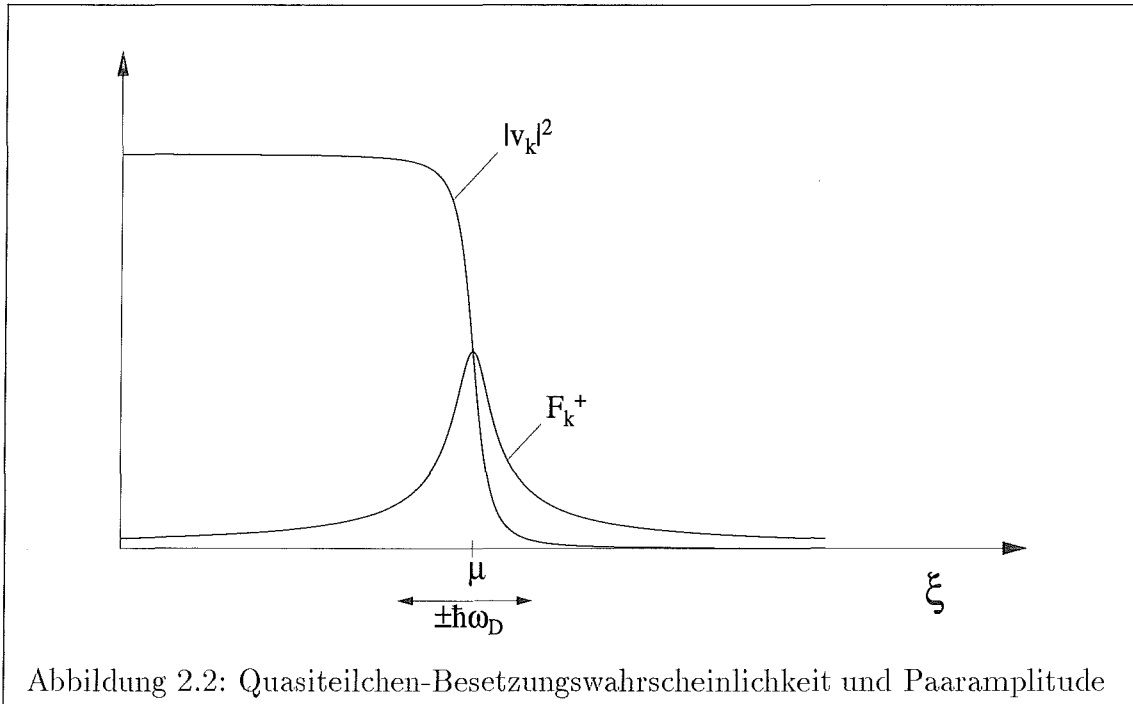


Abbildung 2.2: Quasiteilchen-Besetzungswahrscheinlichkeit und Paaramplitude

Ist Δ aber von 0 verschieden, so findet man für die Besetzungswahrscheinlichkeit des Elektronzustands $\underline{k}$, die durch $|v_{\underline{k}}|^2$ gegeben ist, einen charakteristisch anderen Verlauf als bei einem einfachen Metall, wo dies einer Stufenfunktion für $T = 0$ entspricht (siehe Graphik 2.2). Die mit eingezeichnete Funktion $F_{\underline{k}}^+ = \langle a_{\underline{k},\uparrow}^+ a_{-\underline{k},\downarrow}^+ \rangle = u_{\underline{k}} v_{\underline{k}}$ ist die sogenannte *Paaramplitude* und ist quasi die Cooper-Paar Besetzungswahrscheinlichkeit. Man sieht, daß sie nur in einem schmalen Bereich um die Fermikante von Null verschieden ist, was z.B. im einfachen BCS-Modell dem Bereich $\pm \hbar\omega_D$ entspricht, in dem die für Elektronen attraktive Wechselwirkung existiert.

2.1.3 Die Bogoliubov–de Gennes Gleichungen

Um zu sehen, daß das BCS-Modell in der Lage ist, Supraleitung zu erklären, betrachten wir jetzt noch das elektronische-Anregungsspektrum. Will man dem oben betrachteten Grundzustand ein weiteres Elektron im Zustand $(\underline{m}, \sigma)$ hinzufügen, indem man einen zusätzlichen Erzeuger $a_{\underline{m}\sigma}^+$ auf den Grundzustand Φ wirken läßt, so erhält man Zustände, die beim Hinzufügen weiterer Anregungen nicht mehr orthogonal zueinander sind. Den Ausweg liefern die Bogoliubov-Transformationen

$$\begin{aligned}\gamma_{\underline{m}\uparrow}^+ &= u_{\underline{m}} a_{\underline{m}\uparrow}^+ - v_{\underline{m}} a_{-\underline{m}\downarrow} \\ \gamma_{\underline{m}\downarrow}^+ &= u_{\underline{m}} a_{\underline{m}\downarrow}^+ - v_{\underline{m}} a_{-\underline{m}\uparrow}\end{aligned}\quad (2.16)$$

Diese Operatoren gehorchen wieder den Vertauschungsregeln für Fermionen und es gilt $\gamma_{\underline{m}\sigma} \Phi = 0$, wie man durch Einsetzen von (2.16) leicht nachrechnen kann, das heißt Φ ist Vakuumzustand für die γ . Ferner sind γ -Mehrfachanregungszustände aufgrund der Vertauschungsregeln zueinander orthogonal. Diese γ erzeugen also fermionische Quasiteilchen³, die je nach Verhältnis von u zu v mehr elektron- oder lochartigen Charakter besitzen. Bildet man die Umkehrtransformation zu (2.16)

$$\begin{aligned}a_{\underline{m}\uparrow}^+ &= u_{\underline{m}}^* \gamma_{\underline{m}\uparrow}^+ + v_{\underline{m}} \gamma_{\underline{m}\downarrow} \\ a_{-\underline{m}\downarrow} &= u_{\underline{m}} \gamma_{\underline{m}\downarrow} - v_{\underline{m}}^* \gamma_{\underline{m}\uparrow}^+\end{aligned}\quad (2.17)$$

und setzt dies dann in den BCS-Hamiltonoperator (2.11) ein, erhält man aus der Forderung, daß er in den γ diagonal sein soll, eine Bestimmungsgleichung für $u_{\underline{m}}$ und $v_{\underline{m}}$. Zuvor formen wir jedoch den Wechselwirkungsterm entsprechend den weiter oben gemachten Feststellungen bezüglich der Erwartungswerte mit Φ um. Wir hatten gesehen, daß sich der uns interessierende Erwartungswert als

$$-\sum_{\underline{k}} \left(\Delta_{\underline{k}} u_{\underline{k}} v_{\underline{k}}^* + \Delta_{\underline{k}}^* u_{\underline{k}}^* v_{\underline{k}} \right)$$

schreiben läßt. Da uns die anderen Terme nicht interessierten, machen wir nun gleich einen Ansatz für den Wechselwirkungsterm, der uns auch diese Form liefert. Dieser Ansatz wird auch als *MeanField*-Ansatz bezeichnet, bei dem man jeweils 2 Elektronen im mittleren Feld der beiden anderen betrachtet. Dabei fallen natürlich Korrelationseffekte weg, wozu der 2. Fall in der obigen Betrachtung gehört. Wir schreiben also

$$H^{\text{MF}} = H_0 + H_{\text{ww}}^{\text{MF}} = \sum_{\underline{k}, \sigma} \xi_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \sigma}^+ a_{\underline{k}, \sigma} - \sum_{\underline{k}} \left(\Delta_{\underline{k}} a_{\underline{k}, \uparrow}^+ a_{-\underline{k}, \downarrow}^+ + \Delta_{\underline{k}}^* a_{-\underline{k}, \downarrow} a_{\underline{k}, \uparrow} \right)$$

³auch *Bogoliubonen* genannt

Setzt man nun (2.17) ein und fordert Diagonalität in den γ , so erhält man als zu lösende Gleichung

$$2\xi_{\underline{k}}u_{\underline{k}}v_{\underline{k}} + \Delta_{\underline{k}}v_{\underline{k}}^2 - \Delta_{\underline{k}}^*u_{\underline{k}}^2 \stackrel{!}{=} 0$$

mit der Lösung

$$\Delta_{\underline{k}}^* \frac{v_{\underline{k}}}{u_{\underline{k}}} = \sqrt{\xi_{\underline{k}}^2 + |\Delta_{\underline{k}}|^2} - \xi_{\underline{k}} \quad (2.18)$$

Mit der Nebenbedingung $|u_{\underline{k}}|^2 + |v_{\underline{k}}|^2 = 1$ finden wir für $|u_{\underline{k}}|^2$ und $|v_{\underline{k}}|^2$ wieder (2.12) und (2.13), wie ja zu erwarten war. Gleichung (2.18) zeigt aber auch eine wichtige Eigenschaft der Funktionen $u_{\underline{k}}$ und $v_{\underline{k}}$. Da die rechte Seite reel ist, bekommt $v_{\underline{k}}$ die Phase von $\Delta_{\underline{k}}$, wenn $u_{\underline{k}}$ auch reel angenommen wird. Im Spuralleiter existiert also eine feste Phasenbeziehung zwischen den elektron- und lochartigen Anregungen. Setzt man nun die $u_{\underline{k}}$ und $v_{\underline{k}}$ ein, so wird

$$H^{\text{MF}} = \sum_{\underline{k}} \underbrace{\sqrt{\xi_{\underline{k}}^2 + |\Delta_{\underline{k}}|^2}}_{:=E_{\underline{k}}^{\text{S}}} (\gamma_{\underline{k}\uparrow}^+ \gamma_{\underline{k}\uparrow} + \gamma_{\underline{k}\downarrow}^+ \gamma_{\underline{k}\downarrow}) + \underbrace{\sum_{\underline{k}} \xi_{\underline{k}} - \sqrt{\xi_{\underline{k}}^2 + |\Delta_{\underline{k}}|^2}}_{:=E_{\text{G}}}$$

Wie man sieht ist $E_{\underline{k}}^{\text{S}}$ genau die Energie einer Anregung $\gamma_{\underline{k}}$. Die kleinst mögliche Anregungsenergie ist also $|\Delta_{\underline{k}}|$ und somit besitzt ein Supraleiter eine Anregungslücke. E_{G} ist die Grundzustandsenergie. Man sieht hier, daß das System im supraleitenden Zustand ungefähr die Energie Δ pro Elektron eines Cooperpaares gegenüber dem normalleitenden Zustand gewinnt. Die Zustandsdichte der γ -Anregungen $N_{\text{S}}(E)$ läßt sich mit Hilfe der Beziehung $N_{\text{S}}(\xi_{\underline{k}}) d\xi_{\underline{k}} = N_{\text{N}}(E_{\underline{k}}^{\text{S}}) dE_{\underline{k}}^{\text{S}}$ berechnen als

$$\frac{N_{\text{S}}(E)}{N_{\text{N}}(E)} \approx \frac{N_{\text{S}}(E)}{N_{\text{N}}(0)} = \frac{E_{\underline{k}}^{\text{S}}}{\xi_{\underline{k}}} = \begin{cases} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} & \xi > \Delta \\ 0 & \xi < \Delta \end{cases} \quad (2.19)$$

Der Verlauf ist in Abb. 2.3 graphisch dargestellt. Nach diesem kurzen Einschub, wollen wir ausgehend vom oben gefundenen Ansatz für H^{MF} Gleichungen finden, mit denen die $u_{\underline{k}}$ und $v_{\underline{k}}$ direkt berechnet werden können.

Dazu gehen wir vom Impuls- zum Ortsraum über, um z.B. räumlich inhomogene Systeme wie z.B. Supraleiter/Metall-Grenzflächen betrachten zu können. Wir erhalten zunächst die 2. Quantisierung $\mathcal{H}$ des Hamiltonoperators H^{MF} , indem wir statt der $a_{\underline{k}}$ und $a_{\underline{k}}^+$ wieder die $\Psi_{\sigma}(\underline{x})$ und $\Psi_{\sigma}^+(\underline{x})$ benutzen und über das Volumen integrieren:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \int d^3x \quad & \{ \sum_{\sigma} \Psi_{\sigma}^+(\underline{x}) H_0(\underline{x}) \Psi_{\sigma}(\underline{x}) + U(\underline{x}) \Psi_{\sigma}^+(\underline{x}) \Psi_{\sigma}(\underline{x}) \\ & + \Delta(\underline{x}) \Psi_{\uparrow}^+(\underline{x}) \Psi_{\downarrow}^+(\underline{x}) + \Delta^* \underline{x} \Psi_{\downarrow}(\underline{x}) \Psi_{\uparrow}(\underline{x}) \} \end{aligned}$$

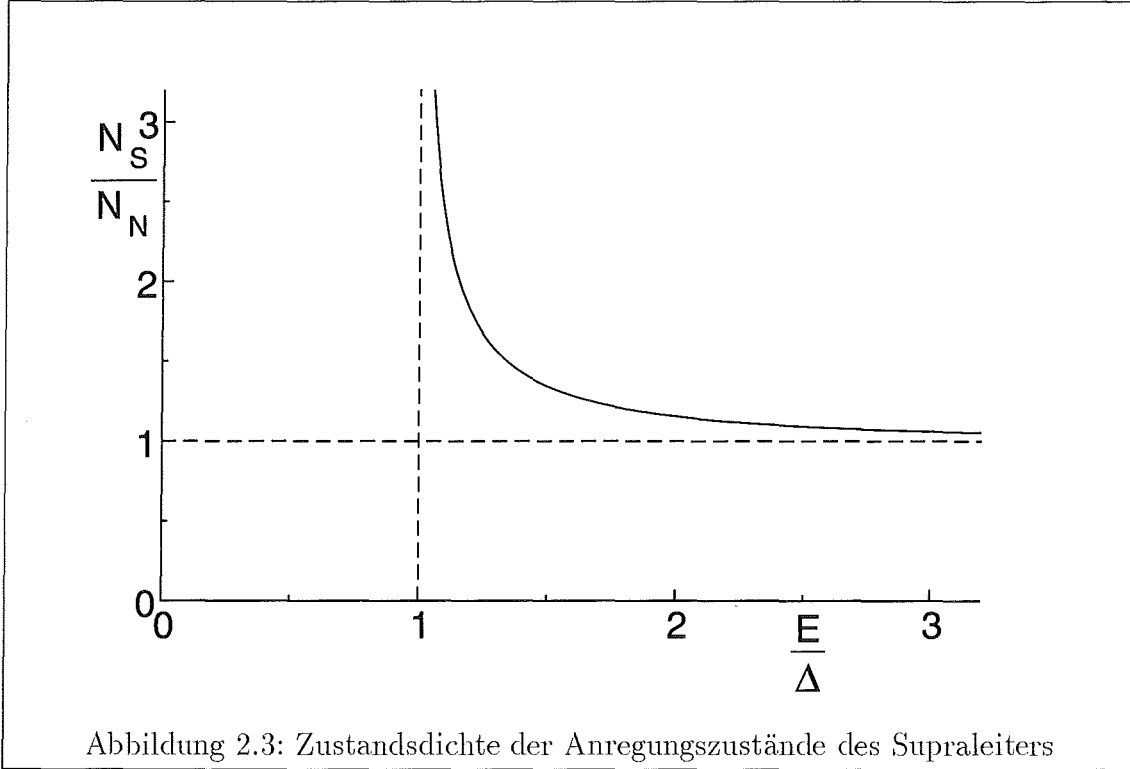


Abbildung 2.3: Zustandsdichte der Anregungszustände des Supraleiters

Hierbei wurde wieder der ungestörte 1-Teilchen Hamiltonoperator H_0 im Schrödingerbild eingesetzt und ein zusätzliches effektives Austausch-Wechselwirkungs Potential $U(\underline{x})$ eingeführt, um eine möglichst vollständige Beschreibung des Supraleiters zu bekommen. Will man nun eine Bewegungsgleichung für die Elektronen in diesem System finden, so kann man wieder ausnützen, daß $\dot{\Psi}_\sigma(\underline{x})$ durch den Kommutator $-i\hbar [\mathcal{H}, \Psi_\sigma(\underline{x})]$ gegeben ist

$$-i\hbar\partial_t\Psi_\uparrow(\underline{x}) = -(H_0(\underline{x}) + U(\underline{x}))\Psi_\uparrow(\underline{x}) - \Delta(\underline{x})\Psi_\downarrow^+(\underline{x})$$

$$-i\hbar\partial_t\Psi_\downarrow^+(\underline{x}) = -(H_0(\underline{x}) + U(\underline{x}))\Psi_\downarrow^+(\underline{x}) + \Delta^*(\underline{x})\Psi_\uparrow(\underline{x})$$

Setzt man nun für die in $\Psi_\sigma(\underline{x})$ auftretenden $a_{\underline{k},\sigma}$ bzw. $a_{\underline{k},\sigma}^+$ nach (2.17) ein und macht einen Koeffizientenvergleich für die γ auf beiden Seiten, so erhält man die *Bogoliubov-de Gennes* (BdG)-Gleichungen

$$-i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} u_{\underline{k}}(\underline{x}, t) \\ v_{\underline{k}}(\underline{x}, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (H_0 + U(\underline{x})) & \Delta(\underline{x}) \\ \Delta^*(\underline{x}) & -(H_0 + U(\underline{x})) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\underline{k}}(\underline{x}, t) \\ v_{\underline{k}}(\underline{x}, t) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Im Fall $\Delta \equiv 0$ entkoppeln die beiden Gleichungen und man sieht, daß $u_{\underline{k}}(\underline{x}, t)$ bzw. $v_{\underline{k}}(\underline{x}, t)$ die Bewegung von Elektronen bzw. Löchern im normalen Metall beschrei-

ben. Im Supraleiter liegt also eine Kopplung zwischen elektron- und lochartigen Anregungen vor. Das Kopplungspotential Δ , auch *Paarpotential* genannt, ist eine charakteristische Größe für jeden Supraleiter. Wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben, muß $\Delta_{\underline{k}}$ selbstkonsistent zusammen mit den $u_{\underline{k}}(\underline{x}, t)$ und $v_{\underline{k}}(\underline{x}, t)$ bestimmt werden über die Gleichung

$$\Delta(\underline{x}) = \sum_{\underline{k}} V_{\underline{k}, \underline{k}'} u_{\underline{k}}^*(\underline{x}) v_{\underline{k}}(\underline{x}) \quad (2.21)$$

Will man einen Strom durch den Supraleiter betrachten, so geht man von der Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$j(\underline{x}) = \frac{\hbar}{2mi} [\Psi^*(\underline{x}) \nabla \Psi(\underline{x}) - (\nabla \Psi^*(\underline{x})) \Psi(\underline{x})]$$

aus, wobei hier natürlich die Ψ wieder durch die Feldoperatoren zu ersetzen sind. Setzt man hierfür wieder die Entwicklung in den γ 's ein, so erhält man für die Stromdichte

$$j(\underline{x}) = \frac{\hbar e}{mi} \sum_{\underline{k}} \{ u_{\underline{k}}^* \nabla u_{\underline{k}} + v_{\underline{k}}^* \nabla v_{\underline{k}} + k \cdot k. \} \quad (2.22)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (2.20) und (2.21) können viele interessante Fragestellungen untersucht werden, insbesondere räumlich inhomogene Δ wie z.B. eine Supraleiter/Normalleiter-Grenzfläche, worauf später in Abschnitt (2.2) intensiv eingegangen wird. Die BdG-Gleichungen bilden die wichtigste Grundlage zur Behandlung ballistischer Effekte.

2.1.4 Die Gor'kov Gleichungen

Die BdG-Gleichungen erlauben eine intuitive Interpretation als Kopplung zwischen elektron- und lochartigen Anregungen in einem Supraleiter. Um damit aber einen realen Supraleiter beschreiben zu können, der wie alle Metalle auch Störstellen besitzt, müßte man alle Störstellen-Konfigurationen durchspielen und nachher einen entsprechenden Mittelwert der interessanten Größen berechnen. Daß dies in der Praxis völlig unakzeptabel ist, ist klar. Einen Ausweg liefert hier eine Technik, die von Abrikosov, Gor'kov und Dzyaloshinskii [1] entwickelt wurde. Sie erlaubt, eine generell Störstellen-gemittelte Greenfunktion zu berechnen, mit deren Hilfe dann die Erwartungswerte gebildet werden können. Dazu benötigt man jedoch zunächst exakte Gleichungen für die Greenfunktionen des Systems. Für die Supraleitung wurden diese sehr allgemeinen Gleichungen von Gor'kov gewonnen [1].

Die Elektron-Greenfunktion $G_{\sigma,\sigma'}(\underline{x}, \underline{x}')$ eines Systems in 2.Quantisierung ist definiert als

$$G_{\sigma,\sigma'}(\underline{x}, \underline{x}') = -i \left\langle \mathcal{T}(\Psi_{\sigma}(\underline{x}) \Psi_{\sigma'}^{\dagger}(\underline{x}')) \right\rangle_{\Phi}$$

Dabei erzeugt $\Psi_{\sigma}^{\dagger}(\underline{x})$ ein Elektron mit Spin σ am Ort $\underline{x}$, wobei $\underline{x}$ sowohl für Raum- als auch Zeitkoordinate steht. Anschaulich beschreibt die Greenfunktion also die Ausbreitung eines Elektron vom Ort $\underline{x}$ nach $\underline{x}'$. Daher wird $G_{\sigma,\sigma'}(\underline{x}, \underline{x}')$ auch Propagator genannt. Der Dysonsche Zeitordnungsoperator $\mathcal{T}$ ist so definiert, daß er dafür sorgt, daß die früheren Zeiten immer rechts stehen, d.h. die Zeitargumente der Operatoren von rechts nach links steigen. Tun sie das nicht, so werden die Operatoren vertauscht, wobei zusätzlich ein Vorzeichenwechsel stattfindet, da es sich bei den Ψ um Fermi-Operatoren handelt. Neben der Greenfunktion $G_{\sigma,\sigma'}(\underline{x}, \underline{x}')$ sind auch ihre Fouriertransformierten bezüglich t und x von sehr großer Bedeutung. Wie eine leichte Rechnung zeigt sind die Pole der zeitlichen Fouriertransformierten genau die Anregungsenergien des Systems. Die interessanten Erwartungswerte physikalischer Größen erhält man wie gewöhnlich über Mittelwertbildung mit der Greenfunktion im Ortsraum.

Wir hatten im vorigen Abschnitt bei der Herleitung der BdG-Gleichungen die Bewegungsgleichungen für die Ψ -Operatoren eines Supraleiters bereits berechnet. Setzt man dies nun für $G_{\sigma,\sigma'}(\underline{x}, \underline{x}')$ ein und nimmt ferner ein homogenes System an, so findet man die Beziehungen

$$\{i\hbar\partial_t + (H_0 + U)(\underline{x})\} G_{\sigma\sigma'}(\underline{x} - \underline{x}') + \Delta(\underline{x}) F_{\sigma\sigma'}^+(\underline{x} - \underline{x}') = \delta(\underline{x} - \underline{x}') \quad (2.23)$$

und

$$\{i\hbar\partial_t - (H_0 + U + 2\mu)(\underline{x})\} F_{\sigma\sigma'}^+(\underline{x} - \underline{x}') + \Delta^*(\underline{x}) G_{\sigma\sigma'}(\underline{x} - \underline{x}') = 0 \quad (2.24)$$

mit

$$F_{\sigma\sigma'}^+(\underline{x} - \underline{x}') = e^{-i2\mu t} \left\langle N + 2 \left| \mathcal{T}(\Psi_{\sigma}^{\dagger}(\underline{x}) \Psi_{\sigma'}^{\dagger}(\underline{x}')) \right| N \right\rangle$$

Der zusätzliche Term 2μ in (2.24) korrigiert die Erhöhung der Teilchenzahl um 2 durch $F_{\sigma\sigma'}^+(\underline{x} - \underline{x}')$. Diese Funktion wird aufgrund ihrer formalen Ähnlichkeit mit einer Greenfunktion auch als *anormale Greenfunktion* bezeichnet und steht in engem Zusammenhang mit der weiter oben eingeführten Paardichte.

Führt man nun die Fouriertransformation bezüglich Zeit und Ort aus, so erhält man

$$(\hbar\omega - E_{\underline{k}}) G(\underline{k}) + \Delta_{\underline{k}} F^+(\underline{k}) = 1 \quad (2.25)$$

$$(\hbar\omega + E_{\underline{k}} - 2\mu) F^+(\underline{k}) + \Delta_{\underline{k}}^* G(\underline{k}) = 0 \quad (2.26)$$

$E_{\underline{k}}$ sind die Einteilchenenergien im normalleitenden Zustand. Mit $\xi = E_{\underline{k}} - \mu$ kann der Ausdruck symmetrisiert werden

$$(\hbar\omega - \xi)G(\underline{k}) + \Delta_{\underline{k}}F^+(\underline{k}) = 1 \quad (2.27)$$

$$(\hbar\omega + \xi)F^+(\underline{k}) + \Delta_{\underline{k}}^*G(\underline{k}) = 0 \quad (2.28)$$

Diese Gleichungen sind leicht zu lösen und man findet

$$G(\underline{k}) = \frac{\hbar\omega + \xi}{\hbar^2\omega^2 - \xi^2 - \Delta^2} = \frac{u_{\underline{k}}^2}{\hbar\omega + \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} + \frac{v_{\underline{k}}^2}{\hbar\omega - \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} \quad (2.29)$$

und

$$F^+(\underline{k}) = \frac{\Delta_{\underline{k}}^*}{\hbar^2\omega^2 - \xi^2 - \Delta^2} \quad (2.30)$$

mit $u_{\underline{k}}^2$ und $v_{\underline{k}}^2$ gemäß (2.12,2.13). Wir haben somit 2 Elemente aus früheren Betrachtungen sofort ermittelt:

1. die Besetzungswahrscheinlichkeit für eine γ -Anregung $v_{\underline{k}}^2$.
2. die Anregungsenergien $\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$

Dies zeigt wie praktisch die Theorie Greenscher Funktionen eingesetzt werden kann. Die Selbstkonsistenz-Gleichung für Δ lautet im Formalismus der Gor'kov-Gleichungen

$$\Delta = -i\lambda F(0+) \quad (2.31)$$

wobei

$$F(0+) = \lim_{x \rightarrow x', t \rightarrow t' + 0} F_{\sigma\sigma'}(\underline{x} - \underline{x}')$$

und λ der sogenannte *Gor'kov Kopplungsparameter* ist. Für den Suprastrom j_s findet man analog zur Beziehung für die BdG-Gleichungen die Definition

$$j_s(\underline{x}) = \frac{\hbar e}{2mi} \left(\nabla_{\underline{r}'} - \nabla_{\underline{r}} \right)_{\underline{r}' \rightarrow \underline{r}} G(\underline{x}, \underline{x}') \quad (2.32)$$

Die Berechnung des Stroms erfordert jedoch einige Näherungen, die eines ganzen weiteren Kapitels bedürften und sollen daher hier nicht behandelt werden.

An dieser Stelle bietet es sich an, darauf einzugehen, wie das ganze bei Temperaturen $T > 0K$ berechnet werden kann [1]. Für die Fouriertransformierten Greenfunktionen $\mathcal{G}(\omega)$ geschieht dies durch analytische Fortsetzung $\omega \rightarrow i\omega$ mit $\omega > 0$. Dabei geht dann gleichzeitig

$$\frac{\hbar}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \longrightarrow k_B T \sum_{\omega_n}$$

über, wobei $\omega_n = (2n + 1)\pi k_B T / \hbar$ ist (sogenannte *Matsubara Frequenzen* [35]). Benutzt man dies in der Selbstkonsistenzgleichung für Δ , so erhält man als Gleichung für den Kopplungsparameter λ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{(2\pi)^3} k_B T \sum_n \int d^3k \frac{1}{\hbar^2 \omega_n^2 - \xi^2 - \Delta^2} \\ &\approx \frac{m \hbar k_F}{(2\pi)^2} \int_0^\infty d\xi \frac{\tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Hierbei wurde die funktionentheoretische Beziehung

$$2k_B T \sum_\omega \frac{1}{\xi - i\hbar\omega} = \tanh \frac{\xi}{2k_B T}$$

verwendet. Aus der Bedingung, daß bei der kritischen Temperatur T_c des Phasenübergangs vom supraleitenden in den normalleitenden Zustand der Ordnungsparameter Δ verschwindet, läßt sich T_c über diese Gleichung ermitteln. Führt man jedoch zuerst das Integral aus, so bekommt man die Bestimmungsgleichung für λ , wie sie in den folgenden Abschnitten noch auftritt:

$$\frac{1}{\lambda} = 2\pi N(0) k_B T \sum_n \frac{1}{\sqrt{\hbar^2 \omega_n^2 + \Delta^2}}$$

Die Summe ist nicht konvergent und muß daher bei einer bestimmten Frequenz ω_0 abgeschnitten werden, z.B. bei der Debye-Frequenz.

Für die folgenden Betrachtungen muß noch der Begriff der *supraleitenden Kohärenzlänge* ξ_S eingeführt werden, der neben der schon im Abschnitt 2.1.1 erwähnten magnetischen Abschirmlänge λ_L die 2. charakteristische Längenskala für einen Supraleiter darstellt. Anschaulich ist sie die Länge, über die sich die Cooperpaardichte ändert, eine Kohärenzlänge der attraktiven Wechselwirkung. Hierzu betrachten wir zunächst das ungestörte Problem also $\Delta \equiv 0$. Im Folgenden bezeichnet $\underline{x}$ nur die Raumkoordinaten. Die Gleichung für die zugehörige Greenfunktion $G_\omega^0(\underline{x} - \underline{x}')$ lautet

$$\left\{ i\hbar\omega + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\underline{x}}^2 + \mu \right\} G_\omega^0(\underline{x} - \underline{x}') = \delta(\underline{x} - \underline{x}') \quad (2.34)$$

Damit erhält man aus der 2. Gor'kov Gleichung (2.24)

$$\mathcal{F}_\omega^+(\underline{x} - \underline{x}') = \int d^3y G_{-\omega}^0(\underline{y} - \underline{x}') \Delta^*(\underline{y}) G_\omega(\underline{x}' - \underline{y})$$

Will man hier nur Effekte in 1. Ordnung in Δ betrachten, so kann man hier $G_\omega \approx G_\omega^0$ annehmen. Für Δ findet man damit

$$\begin{aligned}\Delta^*(\underline{x}) &= |\lambda| \lim_{\underline{x}' \rightarrow \underline{x}} k_B T \sum_{\omega} \mathcal{F}_\omega^+(\underline{x} - \underline{x}') \\ &= \int d^3 y \underbrace{|\lambda| k_B T \sum_{\omega} G_{-\omega}^0(\underline{y} - \underline{x}') G_\omega^0(\underline{x} - \underline{y})}_{:= K_0(\underline{x}, \underline{x}')} \Delta^*(\underline{y})\end{aligned}$$

Der Integralkern $K_0(\underline{x}, \underline{x}')$ bestimmt also in 1. Ordnung die räumliche Änderung von Δ . Zur Berechnung von $G_\omega^0(\underline{x} - \underline{x}')$ führt man zunächst noch die Fouriertransformation von (2.34) bezüglich $\underline{x}$ durch und erhält so

$$G_\omega^0(\underline{k}) = \frac{1}{i\hbar\omega - \xi}$$

mit der üblichen Definition von ξ . Damit bekommt man für $K_0(\underline{x}, \underline{x}')$

$$K_0(\underline{x}, \underline{x}') = \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3 k d^3 k' |\lambda| k_B T \sum_{\omega} \frac{1}{\xi - i\hbar\omega} \frac{1}{\xi' + i\hbar\omega} e^{i(\underline{k} - \underline{k}') \cdot (\underline{y} - \underline{x})}$$

Die Berechnung von $K_0(\underline{x}, \underline{x}') = K_0(R)$ mit $R = |\underline{x} - \underline{x}'|$ ist relativ einfach, wenn man annimmt, daß $\xi \ll \mu$ gilt. Nähert man dann

$$k \approx k_F + \frac{\xi}{\hbar v_F}$$

so erhält man schließlich

$$K_0(R) = \frac{k_B T}{\hbar^4} \frac{m^2}{(2\pi R)^2} \sinh^{-1} \left(\underbrace{\frac{2\pi k_B T}{\hbar v_F}}_{:= \xi_s^{-1}} R \right) \quad (2.35)$$

Nimmt man hier noch $T = T_c$ an, ist ξ_s die supraleitende Kohärenzlänge eines Supraleiters.

Die bisher gemachten Betrachtungen gehen von einem idealen Metall ohne Streuzentren aus. Um den für das Experiment wichtigen Fall eines verunreinigten Metalls mit einzuschließen, muß also auch die Störstellen-Streuung einbezogen werden. Dazu gehen wir zunächst von den zeitlich fouriertransformierten Gleichungen für die Greenfunktionen $\mathcal{G}_\omega(\underline{x})$ bei $T > 0\text{K}$ aus:

$$\begin{aligned}\left[i\hbar\omega + \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \mu - \sum_{\underline{x}_a} V(\underline{x} - \underline{x}_a) \right] \mathcal{G}_\omega(\underline{x}, \underline{x}') + \Delta(\underline{x}) \mathcal{F}_\omega^+(\underline{x}, \underline{x}') &= \delta(\underline{x} - \underline{x}') \\ \left[-i\hbar\omega + \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \mu - \sum_{\underline{x}_a} V(\underline{x} - \underline{x}_a) \right] \mathcal{F}_\omega^+(\underline{x}, \underline{x}') - \Delta^*(\underline{x}) \mathcal{G}_\omega(\underline{x}, \underline{x}') &= 0\end{aligned}$$

Nimmt man ferner an, daß die Störstellenpositionen $\underline{x}_a$ gaußverteilt sind, so kann man beim Übergang zur Impuls-Fouriertransformierten Gleichung an Stelle des fouriertransformierten Störstellenpotentials auch gleich ein gemitteltes Potential angeben, daß hier mit $\overline{\mathcal{G}}_\omega(\underline{k})$ bezeichnet werden soll. Gleichzeitig wird damit aber auch das Paarpotential Δ geändert um $\overline{\mathcal{F}}_\omega^+(\underline{k})$. Damit bekommt man

$$\begin{aligned} [i\hbar\omega - \xi - \overline{\mathcal{G}}_\omega(\underline{k})] \mathcal{G}_\omega(\underline{k}) + [\Delta(\underline{k}) + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+(\underline{k})] \mathcal{F}_\omega^+(\underline{k}) &= 1 \\ [i\hbar\omega + \xi + \overline{\mathcal{G}}_{-\omega}(\underline{k})] \mathcal{F}_\omega^+(\underline{k}) + [\Delta(\underline{k}) + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+(\underline{k})] \mathcal{G}_\omega(\underline{k}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

wobei für die im Impulsraum gemittelten Störstellenpotentiale

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{G}}_\omega(\underline{k}) &= \frac{n_i}{(2\pi)^3} \int d^3k' |V(\underline{k} - \underline{k}')| \mathcal{G}_\omega(\underline{k}') \\ \overline{\mathcal{F}}_\omega^+(\underline{k}) &= \frac{n_i}{(2\pi)^3} \int d^3k' |V(\underline{k} - \underline{k}')| \mathcal{F}_\omega^+(\underline{k}') \end{aligned} \quad (2.37)$$

gilt. n_i ist dabei die Störstellendichte. Hierbei wurde gleichzeitig auch die Born'sche Näherung benutzt. Die Greenfunktionen tragen jeweils die Besetzungswahrscheinlichkeit für den entsprechenden Zustand bei. Die Lösung dieser Gleichung lautet in Analogie zum oben betrachteten Fall

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\underline{k}) &= -\frac{i\hbar\omega - \overline{\mathcal{G}}_\omega + \xi}{(i\hbar\omega - \overline{\mathcal{G}}_\omega)^2 + \xi^2 + (\Delta + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+)^2} \\ \mathcal{F}^+(\underline{k}) &= \frac{\Delta + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+}{(i\hbar\omega - \overline{\mathcal{G}}_\omega)^2 + \xi^2 + (\Delta + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+)^2} \end{aligned}$$

Definiert man nun $\Delta + \overline{\mathcal{F}}_\omega^+ := \eta_\omega \Delta$ und $i\hbar\omega - \overline{\mathcal{G}}_\omega := i\hbar\omega \eta_\omega$ und setzt dies dann für $\overline{\mathcal{F}}_\omega^+$ ein, so erhält man als Bestimmungsgleichung für η_ω

$$\eta_\omega = 1 + \frac{\eta_\omega}{(2\pi)^3} \int d^3k' n_i |V(\underline{k} - \underline{k}')|^2 \frac{\eta_\omega \Delta}{\xi^2 + (\omega^2 + \Delta^2) \eta_\omega^2}$$

mit der Lösung

$$\eta_\omega = 1 + \frac{1}{2\tau \sqrt{\omega^2 + \Delta^2}} \quad (2.38)$$

Dabei ist

$$\tau^{-1} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{2\pi}{\hbar} N(0) \int d\cos\theta n_i |V(\underline{k} - \underline{k}')|^2$$

die Streurrate, die durch die Störstellen verursacht wird. Der Übergang von ungestörten Problemen zu Systemen mit Streuung vollzieht sich also einfach durch die Ersetzung :

$$\{\omega, \Delta\} \rightarrow \{\omega \eta_\omega, \Delta \eta_\omega\}$$

Dies bedeutet für die Greenfunktionen im Realraum eine Multiplikation mit einem Exponentialterm $\exp(-|\underline{x} - \underline{x}'|/2l)$, wobei $l = v_F \tau$ die mittlere freie Weglänge ist. Da dieser Term für $\underline{x}' \rightarrow \underline{x}$ gegen 1 geht, bleibt insbesondere Δ ungeändert.

Die Eilenberger-Gleichungen

Die Greenfunktionen der Gor'kov Theorie sind sehr allgemein und daher leider auch schwer zu berechnen. G. Eilenberger hatte die Idee, Gleichungen für Greenfunktionen mit weniger Informationsgehalt zu ermitteln [14], die dafür aber leichter berechenbar sind. Dazu griff er auf die störstellengemittelten Greenfunktionen zurück und erhielt Gleichungen für neue Greenfunktionen, die den über die Energie des Ausgangszustands gemittelten Gor'kov Greenfunktionen entsprechen.

$$g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) = i \oint \frac{d\zeta}{2\pi} G(\omega, \zeta, \underline{k}_F, \underline{r}) \quad (2.39)$$

$$f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) = -i \oint \frac{d\zeta}{2\pi} F(\omega, \zeta, \underline{k}_F, \underline{r}) \quad (2.40)$$

Dabei ist $\underline{k}_F$ der Vektor in Richtung $\underline{k}$ vom Betrage k_F . Die Rechnungen sollen hier nicht vorgeführt werden, daher soll hier nur das Ergebnis zitiert werden:

$$\begin{aligned} \{2\hbar\omega + \hbar v(\underline{k}_F) \nabla\} f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) &= 2\Delta(\underline{r})g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) + \\ \frac{\hbar}{\tau} \{g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \langle f(\omega, \underline{q}_F, \underline{r}) \rangle &- f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \langle g(\omega, \underline{q}_F, \underline{r}) \rangle\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

und

$$\begin{aligned} \{2\hbar\omega - \hbar v(\underline{k}_F) \nabla\} f^+(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) &= 2\Delta^*(\underline{r})g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) + \\ \frac{\hbar}{\tau} \{g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \langle f^+(\omega, \underline{q}_F, \underline{r}) \rangle &- f^+(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \langle g(\omega, \underline{q}_F, \underline{r}) \rangle\} \end{aligned} \quad (2.42)$$

wobei noch $g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) = \sqrt{1 - f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r})}$ gilt. Für die Selbstkonsistenzgleichung für Δ erhält man

$$\Delta(\underline{r}) \ln \left(\frac{T}{T_c} \right) + 2\pi k_B T \sum_n \left\{ \frac{\Delta(\underline{r})}{\hbar\omega_n} - \langle f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \rangle \right\} = 0 \quad (2.43)$$

Hierbei bedeutet $\langle \rangle$ die Mittelung über die Fermifläche.

Die Eilenberger-Gleichungen haben die Form von gewöhnlichen Transportgleichungen, die bezüglich der Zeit Laplace-transformiert sind. Dabei entspricht der ∇ -Ausdruck in (2.41) bzw. (2.42) dem Drift-Term und der $\{\}$ -Ausdruck dem Streu-Term im Relaxationszeitansatz. Der wichtige Unterschied liegt darin, daß F eine komplexe Größe ist und daher Interferenzen erzeugen kann. Man kann diese Gleichungen

insofern interpretieren, daß sie den Transport von Cooperpaaren beschreiben, wobei die anormalen Greenfunktion wieder mit der Cooperpaardichte in Zusammenhang gebracht werden.

Die Gleichung für den Suprastrom findet man auch leicht ausgehend von (2.32) durch Übergang zur räumlich und zeitlich Fourier-transformierten Greenfunktion als

$$\underline{j}_s(\underline{r}) = -i2eN(0)2\pi k_B T \sum_n \langle v_F g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) \rangle \quad (2.44)$$

Die Usadel-Gleichungen

Eine weitergehende Vereinfachung der Gor'kov Gleichungen (2.23,2.24) erreichte K. Usadel [58] durch die Annahme, daß die Kohärenzlänge ξ_S größer ist als die elastische mittlere freie Weglänge l_e . Dies führt dazu, daß die Eilenberger-Funktionen f und g isotrop bezüglich $\underline{k}_F$ werden. Geht man mit dem Ansatz

$$f(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) = F(\omega, \underline{r}) + \hat{\underline{k}}_F \cdot \underline{F}(\omega, \underline{r}) \quad (2.45)$$

$$g(\omega, \underline{k}_F, \underline{r}) = G(\omega, \underline{r}) + \hat{\underline{k}}_F \cdot \underline{G}(\omega, \underline{r}) \quad (2.46)$$

wobei $\hat{\underline{k}}_F = \underline{k}_F/|\underline{k}_F|$ ist und weiterhin

$$G(\omega, \underline{r}) = \sqrt{1 - |F(\omega, \underline{r})|^2} \quad (2.47)$$

und

$$\underline{G}(\omega, \underline{r}) = \frac{1}{2} \frac{F(\omega, \underline{r}) \underline{F}^+(\omega, \underline{r}) - F^+(\omega, \underline{r}) \underline{F}(\omega, \underline{r})}{G(\omega, \underline{r})} \quad (2.48)$$

gelten soll, in die Eilenberger-Gleichungen (2.41,2.42) und führt 1. eine Winkelmittlung und 2. eine Multiplikation mit $\hat{\underline{k}}_F$ und anschließender Integration über $\hat{\underline{k}}_F$ durch, so erhält man

$$2\hbar\omega F(\omega, \underline{r}) - \frac{1}{3} \frac{\hbar^2}{m} \underline{k}_F \partial_{\underline{r}} F(\omega, \underline{r}) = 2\Delta G(\omega, \underline{r})$$

und

$$2\hbar\omega \underline{F}(\omega, \underline{r}) + \frac{\hbar^2}{m} |\underline{k}_F| \partial_{\underline{r}} \underline{F}(\omega, \underline{r}) = 2\Delta \underline{G}(\omega, \underline{r}) + \frac{\hbar}{\tau_{tr}} [\underline{G}(\omega, \underline{r}) F(\omega, \underline{r}) - \underline{F}(\omega, \underline{r}) G(\omega, \underline{r})]$$

mit der Transport-Streuzeit τ_{tr} . Mit Hilfe der Gleichungen (2.47,2.48) können dann die Ströme $\underline{F}(\omega, \underline{r})$ und $\underline{G}(\omega, \underline{r})$ eliminiert werden und man erhält die *Usadel-Gleichung*

$$2\hbar\omega F(\omega, \underline{r}) - \hbar \mathcal{D} \partial_{\underline{r}} \left[G(\omega, \underline{r}) \partial_{\underline{r}} F(\omega, \underline{r}) + \frac{1}{2} \frac{F(\omega, \underline{r})}{G(\omega, \underline{r})} \partial_{\underline{r}} |F(\omega, \underline{r})|^2 \right] = 2\Delta(\underline{r}) G(\omega, \underline{r}) \quad (2.49)$$

mit der Diffusionskonstanten $\mathcal{D} = \frac{1}{3}\tau_{\text{tr}}v^2$. Die Usadel-Gleichung hat, entsprechend den Eilenberger-Gleichungen, die Form einer Laplace-transformierten Diffusionsgleichung, die die zeitliche Änderung der lokalen Cooperpaardicht ($\hbar\omega$ -Term) mit den Diffusionsströmen (∇ -Term) in Verbindung bringt. Für die Selbstkonsistenzgleichung (2.43) findet man

$$\Delta(\underline{r}) \ln \frac{T}{T_c} + 2\pi k_B T \sum_{\omega} \left[\frac{\Delta(\underline{r})}{\hbar\omega} - F(\omega, \underline{r}) \right] = 0 \quad (2.50)$$

Definiert man noch die Usadel-Funktion $\Phi = \hbar\omega F/G$, so kann man die Usadel-Gleichungen auch in der gebräuchlicheren Form

$$\Phi = \Delta + \xi_s^2 \frac{\pi T_c}{\omega G_s} \left[G_s^2 \Phi' \right]' \quad (2.51)$$

schreiben, wobei noch $G_s = \hbar\omega / \sqrt{\hbar^2\omega^2 + \Phi^2}$ gesetzt wurde. Die Selbstkonsistenzgleichung lautet nun

$$\Delta \ln \left(\frac{T}{T_c} \right) + \sum_{\omega} \frac{\Delta - \Phi G_s}{\omega} = 0 \quad (2.52)$$

Die Gleichung für den Suprastrom findet man gemäß (2.44) als

$$\begin{aligned} j_s(\underline{r}) &= i e N(0) \mathcal{D} (2\pi k_B T) \sum_n \left[F^*(\omega, \underline{r}) \partial_{\underline{r}} F(\omega, \underline{r}) - F(\omega, \underline{r}) (\partial_{\underline{r}} F(\omega, \underline{r}))^* \right] \\ &= \frac{\sigma_N}{e} 2\pi k_B T \sum_n \Im m \left\{ \frac{G_s^2 \Phi^* \Phi'}{\hbar^2 \omega^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.53)$$

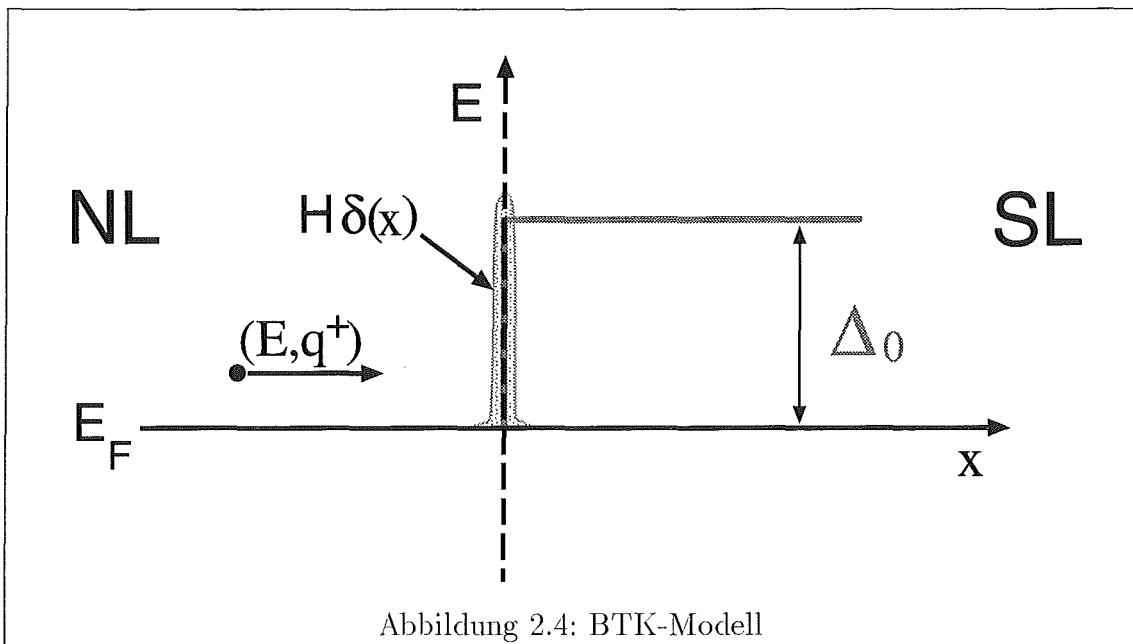
Hierbei wurde bereits die Einstein-Beziehung zwischen der Diffusionskonstanten $\mathcal{D}$ und der Beweglichkeit μ ausgenutzt, um die besser bestimmbare normale Leitfähigkeit σ_N einzuführen.

2.2 Supraleiter/Normalleiter-Grenzflächen

Im Folgenden werden Modelle zur Beschreibung des elektrischen Transports durch Supraleiter/Normalleiter-Grenzflächen vorgestellt. Das als erstes besprochene basiert auf den BdG-Gleichungen, ist physikalisch am klarsten und liefert direkte Einsicht in die relevanten Prozesse, macht dafür aber Annahmen, die für die meisten im Experiment realisierten Situationen nicht zutreffen. Zur quantitativen Erklärung der Messungen muß daher auf erweiterte Modelle zurückgegriffen werden, die von den Gor'kov- bzw. Eilenberger-Gleichungen ausgehen und diese auf Nichtgleichgewichts-Vorgänge und um Randbedingungen erweitern.

2.2.1 Das BTK-Modell

Eines der wichtigsten Modelle zur Untersuchung von Supraleiter/Normalleiter Grenzflächen stammt von Blonder, Tinkham und Klapwijk(BTK)[9]. Hierbei wird der Fall betrachtet, ein Elektron mit dem Impuls q^+ falle aus einem Normalleiter auf einen Supraleiter, wobei sich an der Grenzfläche noch eine Barriere befinden soll (siehe Zeichnung 2.4). Die wesentliche Idee zur Behandlung dieses Problems lag in der



Benutzung der BdG-Gleichungen (2.20), die bis zu diesem Zeitpunkt nur wenig zur Behandlung solcher Probleme herangezogen wurden. Dieses Modell macht die folgenden Annahmen :

1. $\Delta(x) \equiv 0$ im Normalleiter (NL) und $\Delta(x) \equiv \Delta_0$ im Supraleiter (SL)
2. die Barriere wird der Einfachheit halber als ein δ -Potential angenommen

$$H\delta(x) = \hbar v_F \sqrt{\frac{1-D}{D}} \delta(x)$$

wobei D hier die Transparenz der Barriere ist. Im BTK-Modell wird sie in Zusammenhang mit dem Barrierenparameter Z gebraucht, für den

$$D = \frac{1}{1 + Z^2}$$

gilt. Ein solches Barrierenpotential ist z.B. durch einen Unterschied im chemischen Potential vom NL und SL gegeben. Hierfür lautet D

$$D = \frac{4\mu_s\mu_n}{(\mu_s + \mu_n)^2}$$

3. Ein Spannungsabfall findet nicht in den SL- oder NL-Bänken statt, sondern nur an der Barriere. Das heißt, daß sich die einfallenden Elektronen sowohl vom SL als auch vom NL durch die übliche Fermiverteilung beschreiben lassen.

Aufgrund der Struktur der BdG-Gleichungen, kann man sehr leicht die Anschlußbedingungen für die Wellenfunktionen an der Grenzfläche angeben:

1. $\Psi_s(0) = \Psi_n(0)$, was der Stetigkeit der Wellenfunktion entspricht, und
2. $\Psi'_s(0) - \Psi'_n(0) = \frac{2m}{\hbar} H \Psi(0)$, wodurch die Änderung des Flusses durch die Barriere ausgedrückt wird.

Machen wir nun für das Modell folgenden Ansatz: Ein Elektron komme von rechts aus dem NL, also mit positiver Gruppengeschwindigkeit, und treffe dann auf die Barriere und den Supraleiter. Im Supraleiter sollen nur Teilchen mit positiver Gruppengeschwindigkeit erzeugt werden, das heißt die transmittierte Welle hat die Form:

$$\Psi_{\text{trans}}(x) = c \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} e^{ik^+ x} + d \begin{pmatrix} v_0 \\ u_0 \end{pmatrix} e^{-ik^- x}$$

wobei u_0 und v_0 wieder (2.12, 2.13) entsprechen und $k^\pm = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\mu_s \pm \sqrt{E^2 - \Delta^2}}$ gilt. E ist hierbei die Energie des einfallenden Elektrons relativ zur Fermienergie. Man sieht hier auch sofort, daß für $E < \Delta$ $k^\pm$ komplex wird, die Anregungen also

exponentiell in den SL abklingen, was die Existenz der Energielücke verdeutlicht. Auf der NL Seite haben wir neben dem einfallenden Elektron der Energie E und dem Impuls $q^+ = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\mu_n + E}$

$$\Psi_{\text{inc}}(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq^+x}$$

auch noch ein an der Barriere reflektiertes Elektron

$$\Psi_{\text{ref}}(x) = b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq^+x}$$

zu erwarten. Da die BdG-Gleichungen im SL jedoch dieses Elektron mit einer lochar-tigen Anregung verbinden können, müssen wir auch eine solche im NL zulassen, um eine allgemeingültige Lösung unseres Modells zu erhalten

$$\Psi_{\text{ref}}(x) = b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq^+x} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq^-x}$$

wobei $q^- = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \sqrt{\mu_n - E}$ gilt. Wie man leicht nachrechnet, haben beide Teile eine negative Gruppengeschwindigkeit.

Setzt man dies alles nun in die Anschlußbedingungen ein und nimmt ferner an, daß ungefähr $k^+ = k^- = q^+ = q^- = k_F$ gilt, erhält man

$$a = \frac{u_0 v_0}{\gamma} \quad (2.54)$$

$$b = -\frac{(u_0^2 - v_0^2)(Z^2 + iZ)}{\gamma} \quad (2.55)$$

$$c = \frac{u_0(1 - iZ)}{\gamma} \quad (2.56)$$

$$d = \frac{iv_0 Z}{\gamma} \quad (2.57)$$

wobei $\gamma = u_0^2 + (u_0^2 + v_0^2)Z^2$ ist. Berechnet man nun die Wahrscheinlichkeitsströme $\underline{I}_P = \frac{\hbar}{m}(\Im(u^* \nabla u) - \Im(v^* \nabla v))$ für die einzelnen Komponenten, so erhält man die

durch Normierung auf v_F die folgenden Wahrscheinlichkeitsströme

	A	B	C	D	
$\Delta \equiv 0$	0	$\frac{Z^2}{1+Z^2}$	$\frac{1}{1+Z^2}$	0	
$E < \Delta$	$\frac{\Delta^2}{E^2 + (\Delta^2 - E^2)(1+2Z^2)^2}$	$1 - A$	0	0	(2.58)
$E > \Delta$	$\frac{u_0^2 v_0^2}{\gamma^2}$	$\frac{(u_0^2 - v_0^2)^2 Z^2 (1+Z^2)}{\gamma^2}$	$\frac{u_0^2 (u_0^2 - v_0^2) (1+Z^2)}{\gamma^2}$	$\frac{v_0^2 (u_0^2 - v_0^2) Z^2}{\gamma^2}$	

oder mit $\eta = v_0/u_0$

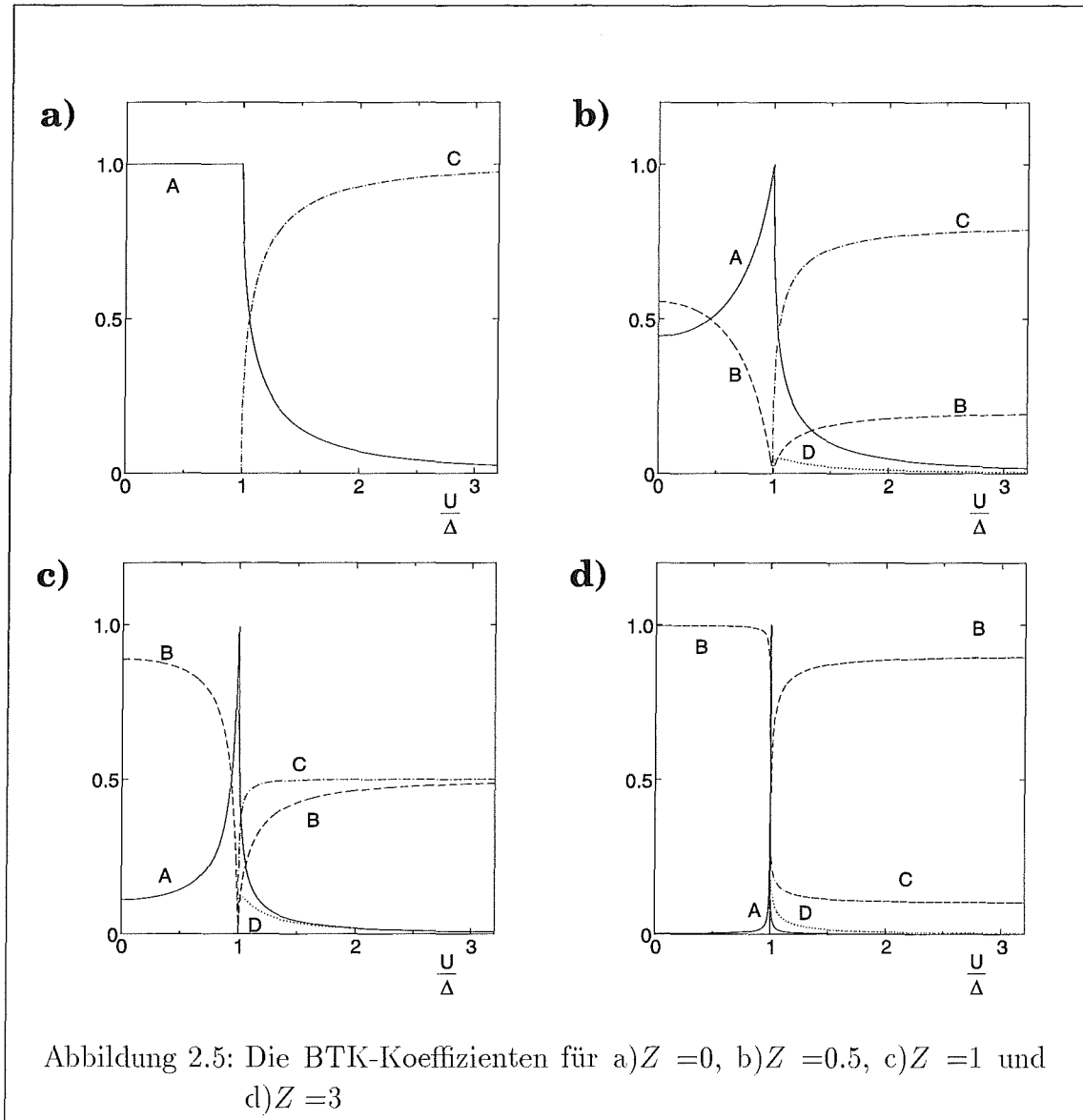
$$A = \frac{|\eta|^2}{[1 + Z^2(1 + |\eta|^2)]^2} \quad (2.59)$$

$$B = \frac{Z^2(1 + Z^2)(1 - |\eta|^2)}{[1 + Z^2(1 + |\eta|^2)]^2} \quad (2.60)$$

$$T = C + D = \frac{(1 + Z^2)(1 - |\eta|^2)}{[1 + Z^2(1 + |\eta|^2)]^2} \quad (2.61)$$

Abbildung 2.5 zeigt den typischen Verlauf dieser Wahrscheinlichkeiten für einige Barrierenstärken. Zu beachten ist vor allem der Peak von A bei Δ , der die singuläre Zustandsdichte des Supraleiters widerspiegelt. Die Tatsache, daß bei kleinen Z sehr viele Elektronen in den SL eindringen und gleichzeitig sehr viele lochartige Zustände reflektiert werden, wird als *Andreev*-Reflektion bezeichnet. Die physikalische Erklärung ist relativ simpel. Da unterhalb der Energielücke nur Paarzustände im SL vorhanden sind, wird aus dem auftreffenden Elektron ein Paar erzeugt, daß dem Kondensat hinzugefügt wird, und gleichzeitig wird im NL ein 'Loch' gebildet, daß die fehlende Ladung, Impuls und Energie kompensiert. Es handelt sich hierbei um Lochanregungen im Leitungsband des NL, die nicht mit Löchern in einem vollbesetzten Valenzband eines Halbleiters (HL) zu verwechseln sind. Die Andreev-reflektierten Löcher sind *Nichtgleichgewichts-Zustände*, die nur solange vorhanden sind, wie ein Strom von Elektronen fließt. Außerdem haben diese 'Löcher' eine negative effektive Masse, eine Tatsache, die die Idee zu einem der späteren Bauelemente legte.

Mit der weiter oben gemachten Annahme, daß der Spannungsabfall nur an der Barriere stattfindet, läßt sich nun leicht eine Gleichung für eine Strom-Spannungskennlinie angeben. Ein Elektron, das aus dem NL auf die Barriere trifft besitzt die Verteilung $f_0(E - eU)$, zum Prozeß A gehört die Verteilung $(1 - f_0(E - eU))$, zu B wieder $f_0(E - eU)$ und zu C und D findet man $f_0(E)$. Nutzt man nun noch aus, daß



aus Gründen der Wahrscheinlichkeitserhaltung $A + B + C + D = 1$ gelten muß, so findet man schließlich

$$\begin{aligned}
 I_{\text{NS}} &= 2N(0)ev_F\mathcal{A} \int_{-\infty}^{\infty} dE [f_0(E - eU) - f_0(E)][1 + A(E) - B(E)] \\
 &= \frac{1+Z^2}{R_N} \int_{-\infty}^{\infty} dE [f_0(E - eU) - f_0(E)][1 + A(E) - B(E)]
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

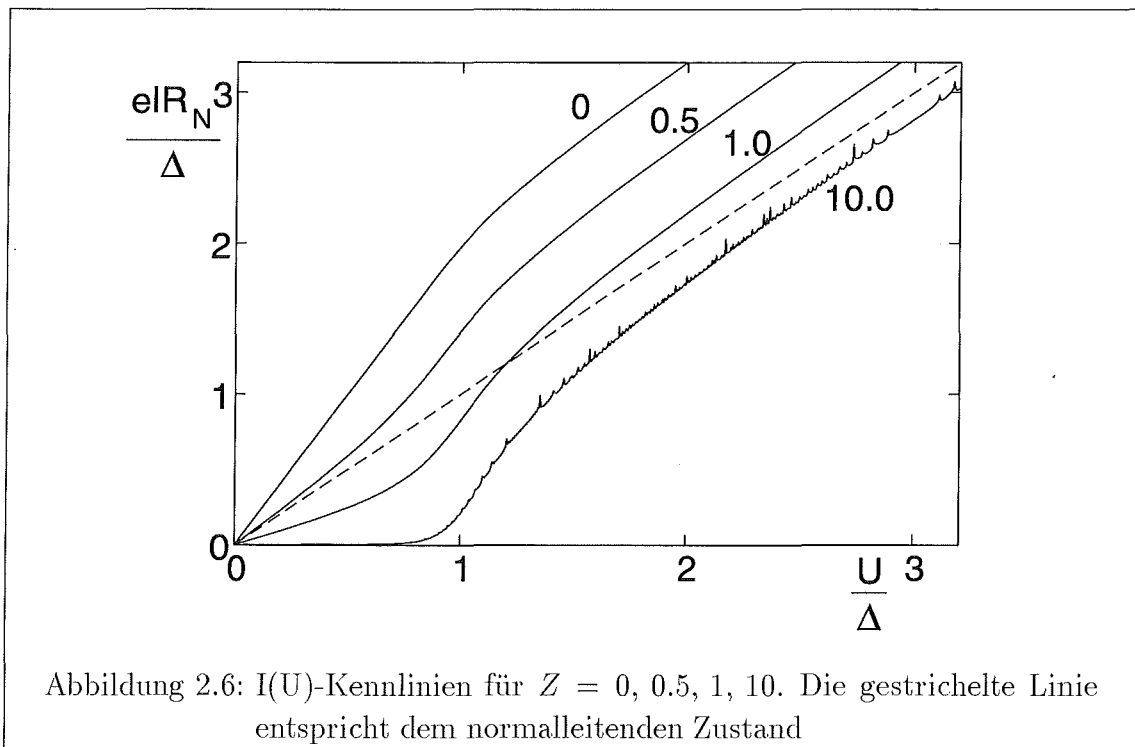


Abbildung 2.6: $I(U)$ -Kennlinien für $Z = 0, 0.5, 1, 10$. Die gestrichelte Linie entspricht dem normalleitenden Zustand

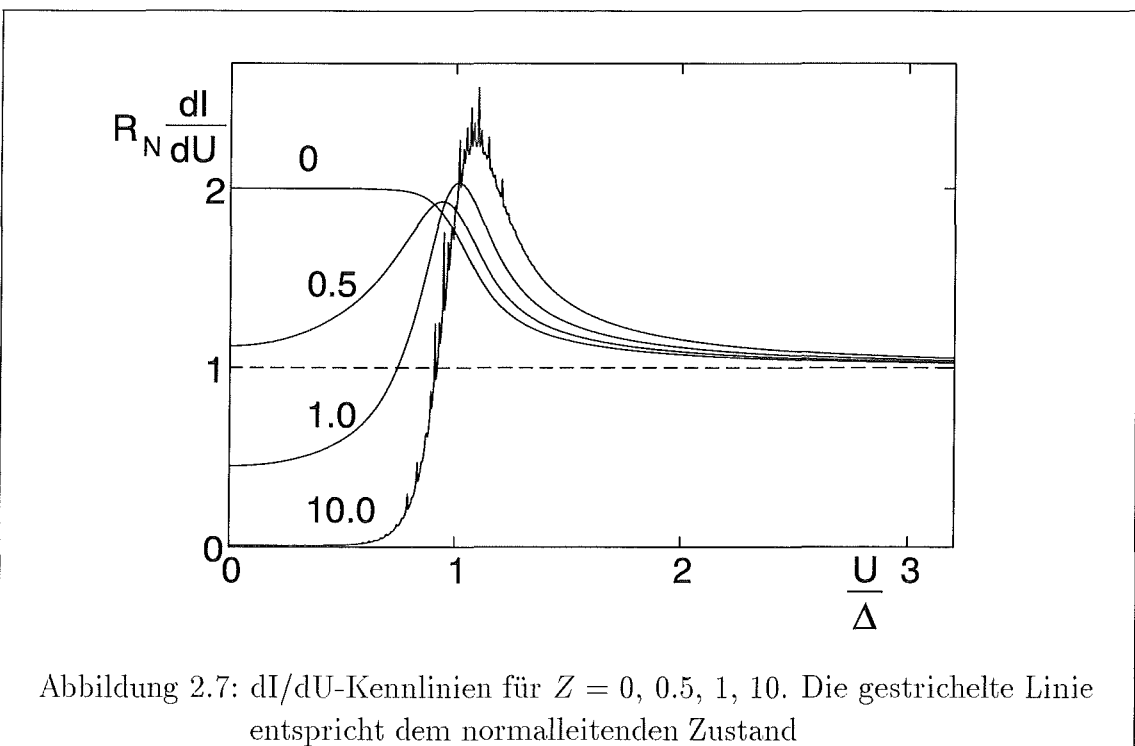


Abbildung 2.7: dI/dU -Kennlinien für $Z = 0, 0.5, 1, 10$. Die gestrichelte Linie entspricht dem normalleitenden Zustand

mit $R_N = (1 + Z^2)[2N(0)e^2v_F\mathcal{A}]^{-1}$ als dem normalleitenden Widerstand oder für den differentiellen Leitwert

$$\frac{dI}{dU} = \frac{1 + Z^2}{R_N} \frac{e}{2k_B T} \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(\cosh\left(\frac{E - eU}{k_B T}\right) + 1 \right)^{-1} (1 + A(E) - B(E)) \quad (2.63)$$

Dabei ist $\mathcal{A}$ die Querschnittsfläche des Kontakts, und $N(0)$ ist die Zustandsdichte pro Spin an der Fermikante. Wenn man nun in Formel (2.63) den Grenzwert $T \rightarrow 0\text{K}$ betrachtet, so geht der cosh-Term in eine δ -Funktion über, d.h. bei $T = 0\text{K}$ mißt man mit der differentiellen Leitfähigkeit des Kontakts direkt die Strom-Transmissivität des Kontakts. Die Abbildungen 2.6 und 2.7 zeigen den Verlauf der normalen und differentiellen $I(U)$ Kennlinien für einige charakteristische Werte von Z . Man sieht, daß für $Z = 10$ die Kennlinie einer Tunnelkennlinie entspricht.

Man kann an den Kurven des normierten differentiellen Leitwerts erkennen, daß der Z -Parameter wesentlich den Wert bei $U = 0\text{V}$ bestimmt. Man kann daher im BTK-Modell den Wert des Widerstands bzw. des Leitwerts als Maß für den Z -Parameter gebrauchen, ihn sogar daraus bestimmen. Ein weiterer interessanter Effekt ist die Verschiebung des Maximums der differentiellen Kurven zu höheren Spannungen mit wachsendem Z . Interpretiert man die Lage dieses Peaks im Sinne der Singularität der Zustandsdichte als Lage der Lücken-Energie, so scheint diese für kleiner werdendes Z , also eine wachsende Transmissivität der Grenzfläche, zu kleineren Energien zu schieben, obwohl sie im Modell als konstant angenommen wurde.

Betrachtet man jetzt noch das Verhalten des Transports bei $U = 0\text{V}$ und bei sehr großen Spannungen $eU \gg \Delta$, so findet beim ersten der Transfer praktisch nur durch Andreev-Reflektion statt, beim zweiten ist es Ein-Elektronen-Tunneln. Die Wahrscheinlichkeit für den ersten Prozeß geht mit $(1 + Z^2)^{-2}$ für den zweiten mit $(1 + Z^2)^{-1}$. Man sollte also einen ungefähr quadratischen Zusammenhang zwischen $R_0 = R(U = 0\text{V})$ und R_N finden.

2.2.2 Das Zaitsev Modell

Alle im Abschnitt 2.1 aufgeführten Modelle dienen der Beschreibung eines Supraleiters im Gleichgewicht, in dem also nur ein Cooperpaar-See vorhanden ist und in dem höchstens ein Suprastrom $\underline{j}_S$ fließt. Will man nun jedoch auch Prozesse betrachten, bei denen Nichtgleichgewichts-Ladungsträger in den Supraleiter injiziert bzw. darin erzeugt werden, müssen die Modelle erweitert werden. Man erhält so auch Aussagen über Systeme, die das BTK-Modell nicht beschreiben kann, insbesondere was den Verlauf des Paarpotentials Δ betrifft.

Im Falle der Gor'kov Gleichungen geschieht dies im sogenannten Keldysh-Formalismus, der im wesentlichen eine Verknüpfung zwischen den retardierten und avancierten Greenfunktionen, G^r und G^a , über die Verteilungsfunktion f liefert, die den Nichtgleichgewichts-Fall beschreibt [27]. Im Folgenden ist G eine Matrix aus den Greenfunktionen $\hat{G}$ und $\hat{F}$ der Gor'kov Theorie

$$G = \begin{pmatrix} \hat{G} & \hat{F} \\ -\hat{F} & \hat{G} \end{pmatrix}$$

Das Modell, das von Zaitsev behandelt wird [63], beschreibt eine Supraleiter-grenzfläche bei $z = 0$, an der sich in einen Bereich von $\pm\delta$ um $z = 0$ eine Barriere befindet und sich die Greenfunktionen der beiden Metall anpassen müssen. Durch diese Grenzfläche wird der elektrische Transport betrachtet. Sie ist senkrecht zur z -Achse gelegt, in der x - y -Ebene sollen keine Grenzen vorkommen. Dadurch separiert das System in eine z -Komponente und eine zur x - y -Ebene parallele. In der x - y -Ebene werden statt der Koordinaten $\underline{R}$ und $\underline{R}'$ die Koordinaten $\underline{\rho} = (\underline{R} - \underline{R}')/2$ und $\underline{\rho}_c = (\underline{R} + \underline{R}')/2$ eingeführt und sofort bezüglich $\underline{\rho}$ Fourier-transformiert. Dies führt dann auf eine Gleichung für $G(z, z') := G(z, z', \underline{\rho}_c, \underline{\rho}_\parallel; t, t')$

$$\left(i\hbar\partial_t + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + i\hbar\frac{v_\parallel}{2}\frac{\partial}{\partial \underline{\rho}_c} + \frac{\hbar^2 k_\parallel^2}{2m} - U + \mu + \Delta - \Sigma \right) G(z, z') = \delta(z - z')\delta(t - t') \quad (2.64)$$

Hierbei ist Σ eine Selbstenergie und beschreibt die auftretenden Streuprozesse in den beiden Materialien. Als nächstes wird die schnelle Oszillation in z -Richtung in den beiden Materialien $j = 1, 2$ außerhalb des Barrierenbereichs absepariert

$$\begin{aligned} G &= G_{11} \exp[ik_{z_j}(z - z')] + G_{22} \exp[-ik_{z_j}(z - z')] + \\ &G_{12} \exp[ik_{z_j}(z + z')] + G_{21} \exp[-ik_{z_j}(z + z')] \end{aligned}$$

Die Wellenzahl k_{z_j} ergibt sich aus $k_{z_j} = (k_{F_j}^2 - k_\parallel^2)^{\frac{1}{2}}$. Für die neuen Greenfunktionen G_{kn} findet man dann für $z \neq z'$

$$\left(i\hbar\partial_t - (-1)^k i\hbar v_{z_j} \frac{\partial}{\partial z} + i\hbar \frac{v_\parallel}{2} \frac{\partial}{\partial \underline{\rho}_c} - U + \Delta - \Sigma \right) G_{kn}(z, z') = 0 \quad (2.65)$$

bzw. die dazu konjugierte Gleichung

$$G_{kn}(z, z') \left(-i\hbar\partial_{t'} + (-1)^n i\hbar v_{z_j} \frac{\partial}{\partial z'} - i\hbar \frac{v_\parallel}{2} \frac{\partial}{\partial \underline{\rho}_c} - U + \Delta - \Sigma \right) = 0 \quad (2.66)$$

Man kann die Greenfunktionen für $k_{z_j} > 0$ und $k_{z_j} < 0$ zusammenfassen und zwei neue Funktionen g und $\mathcal{G}$ definieren mit

$$g(z, z', k_{z_j}) = \begin{cases} 2i|v_{z_j}|G_{11}(z, z') - \text{sgn}(z - z') & k_{z_j} > 0 \\ 2i|v_{z_j}|G_{22}(z, z') + \text{sgn}(z - z') & k_{z_j} < 0 \end{cases}$$

und

$$\mathcal{G}(z, z', k_{z_j}) = 2i|v_{z_j}| \begin{cases} G_{12}(z, z') & k_{z_j} > 0 \\ G_{21}(z, z') & k_{z_j} < 0 \end{cases}$$

Für $z = z'$ gewinnt man damit aus den Gleichungen (2.65) und (2.66) durch Addition bzw. Subtraktion die *Zaitsev-Gleichungen* für die Funktionen $g(\underline{R}, \underline{k}_{z_j}) = g(z, z, \underline{\rho}, k_{z_j}, \underline{k}_{\parallel})$ und $\mathcal{G}(\underline{R}, \underline{k}_{z_j}) = \mathcal{G}(z, z, \underline{\rho}, k_{z_j}, \underline{k}_{\parallel})$

$$\hbar v_{F_j} \frac{\partial}{\partial \underline{R}} g + [K, g]_- = 0 \quad (2.67)$$

$$\hbar v_{z_j} \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{G} + [K, \mathcal{G}]_+ = 0 \quad (2.68)$$

wobei

$$K(t, t') = [\hbar \partial_t - i\Delta(t) + iU(t)] \delta(t - t') + i\Sigma(t, t') \quad (2.69)$$

ist.

Diesen Gleichungen fehlen jetzt aber noch die Anschlußbedingungen für den Barrierenbereich $|z| < \delta$. Dazu betrachtet man den zu (2.64) gehörenden Hamiltonoperator für $z \ll \min(l_j)$, wobei man die Zeitabhängigkeiten vernachlässigt:

$$H(z) = \frac{\hbar^2}{2m} \partial_z^2 - U(z) + \mu - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m}$$

mit den Lösungen

$$\Psi_1(z) = \begin{cases} e^{ik_{z1}z} + r e^{-ik_{z1}z} & z < -\delta \\ d e^{ik_{z2}z} & z > \delta \end{cases}$$

und

$$\Psi_2(z) = \begin{cases} e^{-ik_{z2}z} + \tilde{r} e^{ik_{z2}z} & z > \delta \\ \tilde{d} e^{-ik_{z1}z} & z < -\delta \end{cases}$$

Aus der z -Unabhängigkeit des Wahrscheinlichkeitsstroms erhält man daraus die Beziehungen

$$\tilde{d} = d \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \quad \tilde{r} = -r \frac{d}{d^*}$$

und für den Reflektions- bzw. Transmissionskoeffizienten R bzw. D

$$D = |d|^2 \frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} = \tilde{D} = |\tilde{d}|^2 \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}}$$

und

$$R = |r|^2 = 1 - D = \tilde{R} = |\tilde{r}|^2$$

Vergleicht man nun diese Lösungen mit dem Separationsansatz für G , so erhält man die Anschlußbedingungen. Definiert man zuvor noch die in k_{z_j} (anti-)symmetrischen Greenfunktionen

$$g_{s(a)} = \frac{1}{2}[g(k_{z_j}) \pm g(-k_{z_j})]$$

und

$$\mathcal{G}_{s(a)} = \frac{1}{2}[\mathcal{G}(k_{z_j}) \pm \mathcal{G}(-k_{z_j})]$$

so lauten die gesuchten Anschlußbedingungen für $z = 0$

$$\begin{aligned} g_a(-0) &= g_a(+0) := g_a(0) \\ \mathcal{G}_a(-0) &= \mathcal{G}_a(+0) := \mathcal{G}_a(0) \\ g_s(+0) - g_s(-0) &= -\sqrt{R}[\mathcal{G}_s(+0) + \mathcal{G}_s(-0)] \\ \sqrt{R}[g_s(+0) + g_s(-0)] &= \mathcal{G}_s(-0) - \mathcal{G}_s(+0) \end{aligned} \tag{2.70}$$

Nimmt man an, daß die Funktionen $\mathcal{G}$ klein gegen die g sind, was im allgemeinen der Fall ist, weil sie Interferenzen zwischen einlaufenden und reflektierten Elektronen beschreiben, so kann man diese noch zusammenfassen zu

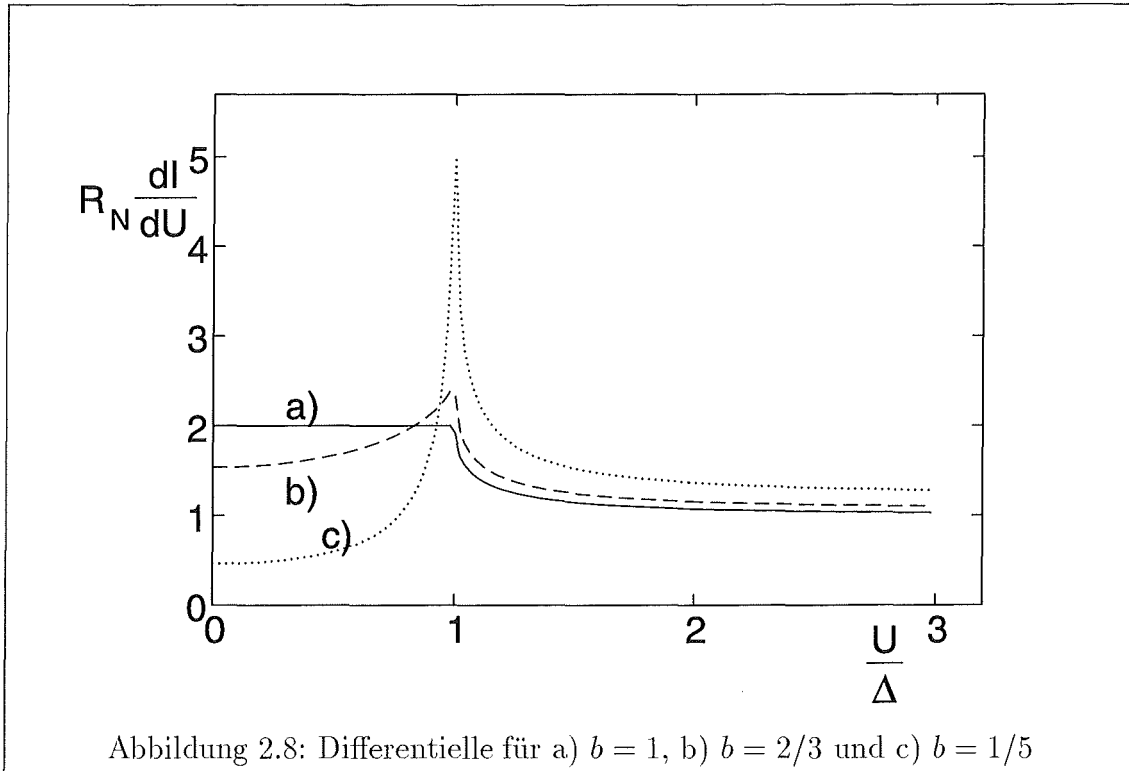
$$g_a(0) [R(g_s^+(0))^2 + (g_s^-(0))^2] = Dg_s^-(0)g_s^+(0) \tag{2.71}$$

wobei noch

$$g_s^\pm := \frac{1}{2}[g_s(+0) \pm g_s(-0)]$$

eingeführt wurde.

Diese Gleichungen liefern nun wichtige Einblicke in die Prozesse an einer Supraleiter-Grenzfläche. Dazu betrachtet man am besten die Größen Stromdichte j_s und Paarpotential Δ . Nimmt man die Definition des Stroms in einem Supraleiter gemäß (2.32), so wird er im Wesentlichen in der hier gebrauchten Nomenklatur durch g_a bestimmt, das eine Bilanz zwischen den beiden Transportrichtungen darstellt. Das Paarpotential Δ ist hingegen durch die totale Zustandsdichte der Cooperpaare gegeben, was hier dem g_s entspricht. Die Anschlußbedingungen (2.70) sagen dann aus, daß der Strom durch die Grenzfläche stetig ist. Aus (2.71) folgt überdies, das



der Strom zu D proportional ist. Für $R = 0$ folgt aus (2.71), daß $g_s^-(0) = 0$ sein muß, das heißt die Größe g_s ist kontinuierlich an der Grenzfläche und damit auch die Änderung von Δ . Für $R \neq 0$ muß jedoch in Δ bei $z = 0$ ein Sprung auftreten. Dieser ist eine charakteristische Eigenschaft der Barriere. Ein paar in diesem Modell gerechnete Kennlinien für den Fall, daß an der SL/NL-Grenzfläche keine Barriere vorliegt und sich nur die chemischen Potentiale unterscheiden, zeigt Abbildung 2.8. Der Parameter $b = \mu_1/\mu_2$ hat hierbei die Werte 1, $2/3$ und $1/5$, was den Z -Werten 0, 0.2 und 0.89 entspricht.

2.2.3 Das Kuprinov-Lukichev Modell

Das Kuprianov-Lukichev Modell geht grundlegend von einem Supraleiter im dirty-limit aus, der sich daher mit Hilfe der Usadel-Gleichungen beschreiben läßt [32]. Es sind jedoch auch hier wieder Anschlußbedingungen für die Usadel-Funktionen Φ (2.51) zu finden, die dann den Transport durch eine Grenzfläche mit einer Barriere beschreiben.

Dazu gehen sie von den Eilenberger-Gleichungen aus, die sie schon direkt in eine Form gebracht haben, die dem Zaitsev-Modell angepaßt ist, indem auch hier die

(anti-)symmetrischen Funktionen $g_{s(a)}$ eingeführt werden. Unter Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit und Δ wird damit aus den Eilenberger-Gleichungen:

$$\begin{aligned} 2l_i \nabla g_a &= g_s \langle g_s \rangle - \langle g_s \rangle g_s \\ 2l_i \nabla g_s &= g_a \langle g_s \rangle - \langle g_s \rangle g_a \end{aligned} \quad (2.72)$$

Tief im Volumen der beiden Metalle müssen die g_s mit den isotropen Usadel-Funktionen G zusammenfallen.

$$\begin{aligned} g_s &= \langle g_s \rangle = G \\ g_a &= lG \nabla G \end{aligned} \quad (2.73)$$

l ist dabei die mittlere freie Weglänge der jeweiligen Materialien. Integriert man die 1. der beiden modifizierten Eilenberger-Gleichungen (2.72) über den vollen Raumwinkel, so ist die rechte Seite Null, d.h

$$\langle \frac{k_{zi}}{k_i} g_a \rangle = C_i = \text{const}$$

und wegen (2.73) findet man für C_i

$$C_i = \frac{1}{3} l_i G \frac{\partial G}{\partial z} \quad (2.74)$$

Andererseits findet man aus den Zaitsev-Anschlußbedingungen, die auch für die Eilenberger-Funktionen gelten, daß hier

$$k_1^2 C_1 = k_2^2 C_2$$

gelten muß. Daraus folgt die 1. Anschlußbedingung für die Usadel-Funktionen

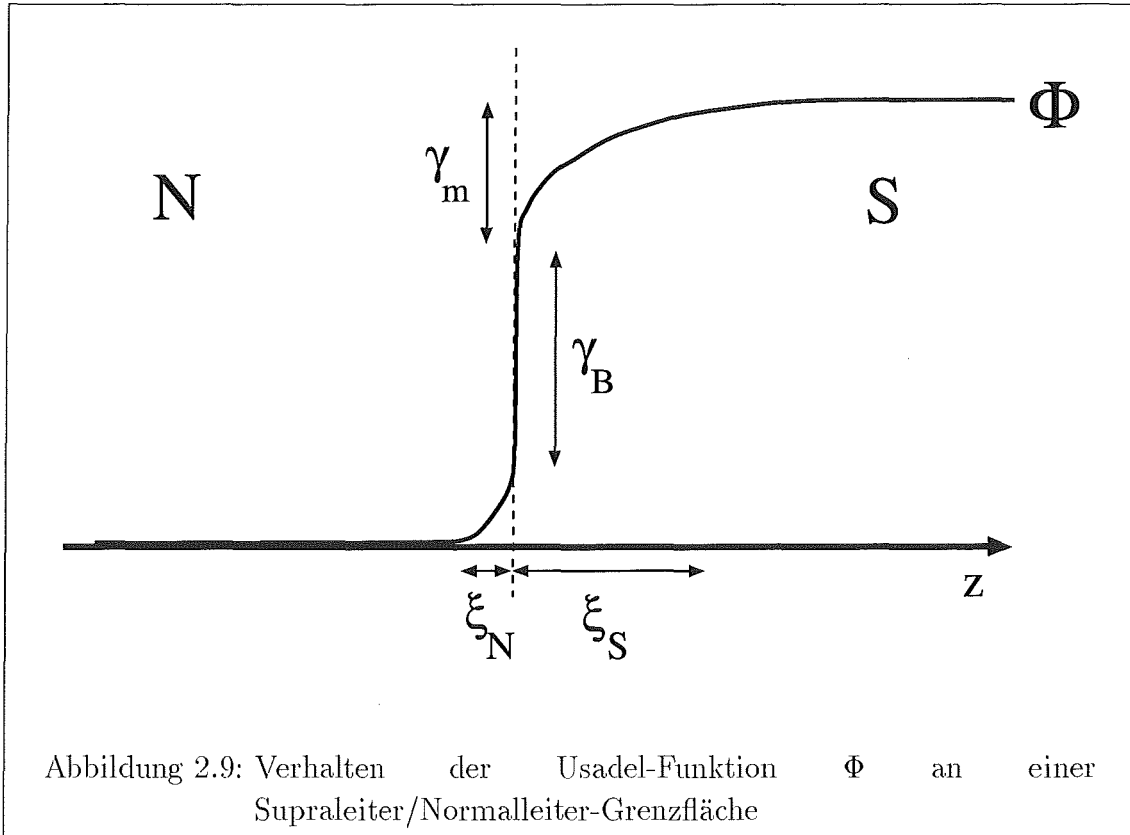
$$k_1^2 l_1 G_1 \frac{\partial G_1}{\partial z} = k_2^2 l_2 G_2 \frac{\partial G_2}{\partial z} \quad (2.75)$$

die die Stetigkeit des Stroms für beliebige Werte von D sicherstellt. Mit den Näherungen $g_a \ll g_s^+$ und $Dg_s^- \ll g_s^+$ sowie $R \gg D(g_s^-)^2$, die wie sich zeigen läßt im dirty-limit immer erfüllt sind, findet man aus den Zaitsev-Anschlußbedingungen

$$l_2 G_2 \frac{\partial G_2}{\partial z} = \frac{3}{4} \left\langle \frac{k_{z2}/k_2 D}{R} \right\rangle (G_2 G_1 - G_1 G_2)$$

Für die Usadel-Funktionen $\Phi_{1,2}$ erhält man somit die folgenden Randbedingungen

$$\xi_1 G_1^2 \Phi_1' = \gamma_m \xi_2 G_2^2 \Phi_2' \quad (2.76)$$



und

$$\xi_2 \gamma_B G_2 \Phi'_s = G_1 (\Phi_1 - \Phi_2) \quad (2.77)$$

wobei

$$\gamma_m = \frac{\sigma_2 \xi_1}{\sigma_1 \xi_2} \quad (2.78)$$

und

$$\gamma_B = \frac{2}{3} \frac{l_2}{\xi_2} \left\langle \frac{k_{z2}/k_2 D}{R} \right\rangle^{-1} \quad (2.79)$$

als Parameter eingeführt wurde mit den Kohärenzlängen $\xi_{1,2}$ und den Leitfähigkeiten $\sigma_{1,2}$. γ_B ist ein Maß für die Transmissivität der Grenzfläche und ist proportional zu Z^2 . Es bestimmt die Höhe des Sprungs in Φ und damit auch im Paarpotential. γ_m beschreibt die Änderung von Φ an der Grenzfläche und damit die Stärke des Proximity-Effekts. Je größer der Unterschied in den Leitfähigkeiten, desto stärker die Änderung von Φ zur Grenzfläche hin (siehe Abbildung 2.9).

2.2.4 Das Volkov Modell

Volkov geht in seinem Modell [61, 60, 62] wieder von Gleichungen für die vollen Greenfunktionen aus, die in der Form denen von Zaitsev ähneln und benutzt die von Kuprinov und Lukichev gefundenen Randbedingungen für das dirty-Limit. Der wesentliche Unterschied zum Zaitsev-Modell besteht allerdings darin, daß hier kein S/N-Kontakt mit einer Barriere betrachtet wird, sondern ein S/N/N'-System mit zwei möglichen Barrieren und einer normalleitenden Zwischenschicht N der Dicke d . Betrachtet man nun speziell die *Keldysh*-Greenfunktion $G = G^R f - f G^A$, wobei

$$G^{R(A)} = \begin{pmatrix} g^{R(A)} & f^{R(A)} \\ -f^{R(A)} & -g^{R(A)} \end{pmatrix}$$

ist und mit $g^{R(A)}$ bzw. $f^{R(A)}$ die normalen bzw. annormalen Greenfunktionen bezeichnet werden und f die Verteilungsfunktion ist, so findet man aus den Zaitsev-Gleichungen eine Bestimmungsgleichung für Verteilungsfunktion

$$M_t \partial_z f = 0$$

mit $M_t = \nu^2 + \eta^2$, $\nu = \Re g^R$ und $\eta = \Im m f^R$. Dies kann man sofort integrieren und erhält

$$f = J \int_0^z \frac{dz'}{M_t} + c \quad (2.80)$$

mit noch zu definierenden Konstanten J und c . Diese erhält man aus den Randbedingungen von Kuprianov und Lukichev [32]

$$2r_j d(G \partial_z G)(z_j) = (-1)^j [G(z_j), \hat{G}_j]$$

wobei $j = 1, 2$ die Grenzfläche bezeichnet und r_j der auf den Widerstand R_N der N-Schicht normierte Barrierenwiderstand R_j ist, der mit der Transparenz D_j über

$$R_j = \left\langle \frac{\frac{k_F z}{k_F} D_j}{1 - D_j} \right\rangle$$

zusammenhängt. $\hat{G}_j$ soll die Gleichgewichts Greenfunktion an den Grenzflächen bezeichnen. Einsetzen des Ansatzes für die Keldysh-Greenfunktion mit (2.80) liefert:

$$dr_1 J = M_1 f(0+) \quad \text{und} \quad dr_2 J = M_2 [F - f(d-0)]$$

mit

$$M_1 = (\nu \nu_s + \eta \eta_s)(0+) \quad \text{und} \quad M_2 = \nu(d-0)$$

sowie

$$F(E) = \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\frac{E + eV}{2k_B T} \right) - \tanh \left(\frac{E - eV}{2k_B T} \right) \right]$$

Die Funktionen ν_s und η_s entsprechen den ν und η im Supraleiter. Nimmt man nun den Ansatz für f und diese Randbedingungen zusammen, so erhält man für J

$$J(E) = \frac{F(E)}{\frac{r_1}{M_1} + \frac{r_2}{M_2} + m}$$

mit

$$m = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{dz'}{M_t}$$

und schließlich für den Strom

$$I = \frac{1}{R} \int_0^\infty dE T(E) \cdot F(E) \quad (2.81)$$

mit dem normalleitenden Widerstand R der S-N-N' Struktur und dem Transmissions-Koeffizienten

$$T(E) = \frac{1 + r_1 + r_2}{\frac{r_1}{M_1} + \frac{r_2}{M_2} + m} \quad (2.82)$$

Wenn man keinen starken Proximity-Effekt annimmt (d.h. $\gamma_m \approx 1$), so kann man die retardierten Greenfunktionen im Supraleiter in der Gleichgewichtsform benutzen, was dann

$$\nu_s = \frac{|E| \theta(|E| - \Delta)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}$$

und

$$\eta_s = \frac{-\theta(\Delta - |E|)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}$$

liefert. Man braucht dann nur noch die g^R und f^R in der N-Schicht zu berechnen. Im dirty-limit kann dies auch nach dem Kuprianov-Lukichev Modell geschehen, was die Berechnungen stark vereinfacht. Der wesentliche Vorteil gegenüber einer reinen Proximity-Effekt Betrachtung liegt in der normalleitenden Zwischenschicht, an der hier ebenfalls Spannung abfallen kann.

Kapitel 3

Präparation und Messungen

Am Anfang standen zunächst zwei wesentliche Fragen: 1. Welches Halbleitermaterial und 2. welcher Supraleiter sind für Supraleiter/Halbleiter-Hybride geeignet. Die Antwort auf diese Fragen hängt im wesentlichen von den gewünschten physikalischen Eigenschaften des zu präparierenden Kontakts ab. Prinzipiell sind hierbei zwei Grenzfälle denkbar:

1. Kontakte mit sehr guter Transparenz, also einer sehr großen Transmissivität D und somit einem $Z \ll 1$, was einem ohmschen Kontakt entspricht oder
2. Kontakte mit äußerst geringer Transparenz, also $Z \gg 1$, womit dann ein Tunnelkontakt realisiert wäre.

Da, wie aus Abschnitt 2.2.1 ersichtlich, die totale Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflektion umso größer ist, je kleiner Z ist, war mein Ziel die Herstellung möglichst gut transmissiver Supraleiter/Halbleiter-Kontakte.

3.1 Herstellung von Supraleiter/Halbleiter-Kontakten

Da Experimente mit ballistischen Elektronen durchgeführt werden sollten, mußten 2-dimensionale Elektronengase (2DEG) verwendet werden. Ausgehend von den bestehenden Möglichkeiten in unserem Institut, kamen zwei Systeme in Betracht: 1. AlGaAs/GaAs- oder 2. InGaAs/InP-Heterostrukturen. Diese beiden Materialsysteme haben dabei nahezu entgegengesetzte Kontakteigenschaften.

Kontakt	AlGaAs/GaAs	InGaAs/InP
ohmsch	durch gut abgestimmtes Tempern	schon durch einfaches Aufbringen
Schottky	durch einfaches Aufbringen auf die Deckschicht	nur durch zusätzliche Barrierenschichten

Damit ist man vor die Wahl gestellt: Entweder man legiert einen Supraleiter in das AlGaAs/GaAs-System ein und erhält damit keine wohldefinierten Grenzflächen, hat dafür aber das optimale System für Experimente mit ballistischen Elektronen [46, 36], oder man bekommt leicht gute ohmsche Kontakte, muß dafür aber die Schottky Kontakte noch verbessern.

Die andere entscheidende Frage war die, nach dem zu verwendenden Supraleiter. Da aus technologischen Gründen nur metallische Tieftemperatur-Supraleiter in Frage kommen, die ebenfalls eine große Energielücke haben und diese möglichst bei Temperaturen zwischen 1 und 4K schon voll erreichen sollten (was dann $T_c/2$ entspricht), kamen hauptsächlich Niob oder Blei-Legierungen, z.B. Pb/In, in Frage. Auch hier mußte wieder abgewägt werden

Kontakt	Niob	Blei-Indium
legierbar	nein	ja
langzeitstabil	ja	nein

Test mit Pb/In-Legierungen zeigten jedoch, daß dieses Material sehr weich ist und im Gegensatz zum Niob zum Durchoxidieren neigt. Ein Übergang zu einer Pb/In/Au-Legierung könnte jedoch hier eine Verbesserung bringen. Die Wahl fiel also auf das Niob, da seine technologischen Eigenschaften sehr gut bekannt sind. Da Niob aufgrund seiner hohen Schmelztemperatur vor allem nicht legiert werden kann, schied somit auch die AlGaAs/GaAs-Heterostruktur für unsere Experimente aus.

Die von mir im folgenden verwendeten InGaAs/InP-2DEG hatten die in Abb 3.1 dargestellte Struktur. Das 2DEG befindet sich dabei im 77%-igen InGaAs-Kanal an der Grenzfläche zum InP.

Wenn man von Spannungseffekten absieht, hat der InGaAs Kanal mit 77% In-Anteil eine Oberflächenbarriere von ca. 10meV (siehe Abb.3.2), was eine geringe Schottky-Barriere bedeutet und einem guten Kontakt zuträglich ist. Wie man

$\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$	Cap
$\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}$	Kanal
InP	Spacer
InP	Dotierung 4×10^{17}
InP	Buffer
InP	Substrat s.i.

Abbildung 3.1: Aufbau der primären InGaAs/InP-Heterostruktur

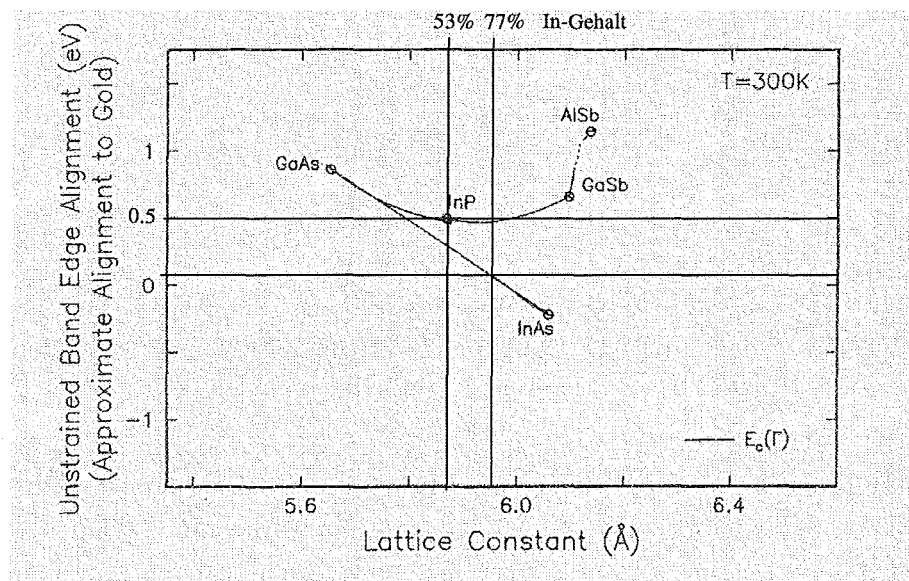


Abbildung 3.2: Band-Offsets von III/V-Halbleitern gegen Gold aus [57]

auch sieht, wäre InAs als Kanalmaterial am besten geeignet, weil sich hierbei sogar eine Anreicherungszone bilden würde. Aufgrund seiner Gitterkonstante, läßt es

sich jedoch nicht ohne weiteres als eine Schicht auf InP aufwachsen, sondern würde sich vielmehr zu Tropfen auf der Oberfläche zusammenziehen¹. Die Herstellung von kristallinen InAs-Filmen mit der MBE-Technik ist jedoch möglich [56]. Die einzigen zum InAs-kompatiblen Halbleiter sind GaSb und AlSb, wobei AlSb auch ein sehr gutes Barrierenmaterial wäre. Diese Materialien standen zum jetzigen Zeitpunkt aber nicht zur Verfügung. Daher bleibt der Kanal mit 77%-In die beste Alternative zur Herstellung von Supraleiter/Halbleiter-Kontakten [21].

3.1.1 Präparation

Die fundamentale Idee zur Herstellung des SL-Kontakts war, den aktiven Leitungskanal des 2DEG durch eine Ätzung freizulegen und dann direkt von der Seite den Supraleiter aufzubringen, wodurch eine sehr gute Definition der Kontakt-Geometrie erreicht ist.

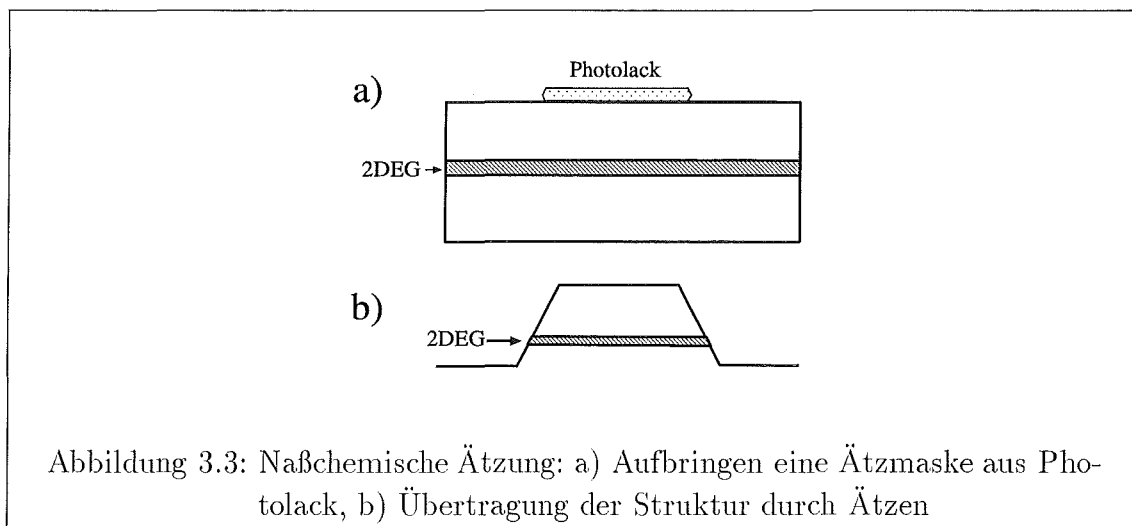


Abbildung 3.3: Naßchemische Ätzung: a) Aufbringen eine Ätzmaske aus Photolack, b) Übertragung der Struktur durch Ätzen

Zur Ätzung der InGaAs/InP-Heterostruktur können sowohl naßchemische Verfahren als auch reaktives Ionen-Ätzen (RIE) verwendet werden. Zu den Parametern der von mir benutzten Ätzverfahren verweise ich auf den Anhang A. Einer der wesentlichen Unterschiede der beiden Ätzen liegt in der Geometrie der von ihnen erzeugten Flanken. Während naßchemische Ätzen in Abhängigkeit von der Kristallrichtung hauptsächlich normale oder invertierte Mesen erzeugen, liefert das Trockenätzen aufgrund der Anisotropie fast senkrechte Kanten. Der Ablauf der Präparation ist für beide Ätzverfahren in den Abbildungen 3.3 und 3.4 dargestellt.

¹Stranksy-Krastanov Wachstum

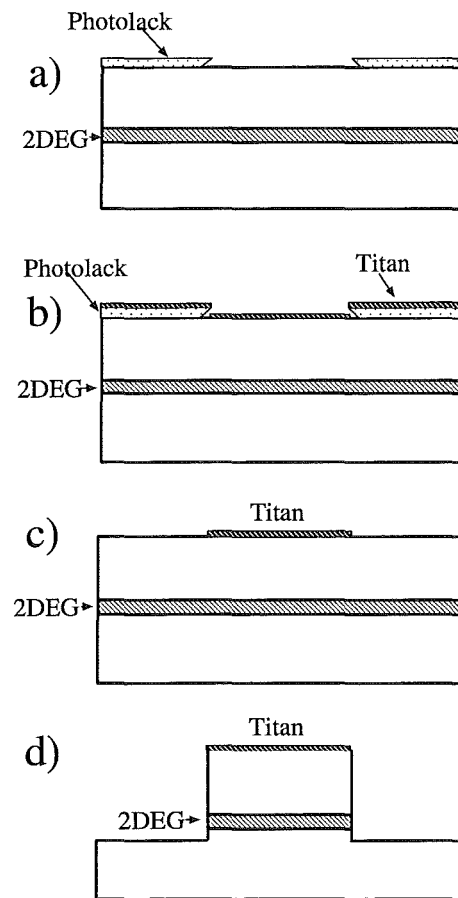


Abbildung 3.4: Trockenchemisches Ätzen: a) Aufbringen der Maske aus Photolack, b) Aufdampfen von Titan, das später als Ätzmaske dienen soll, da der Photolack nicht dafür geeignet ist, c) Lift off des Titans zur Übertragung der Maske, d) Ätzen der Struktur und Entfernen des Titans mit 10%-iger HF-Lösung

Das Aufbringen des Supraleiters kann danach auf zwei Arten geschehen:

1. Durch Plasma-Zerstäubung.

Hierbei wird mit Hilfe eines dc-Argon-Plasmas ein Niob-Target abgetragen. Durch die recht gute Isotropie des Plasmas wird das Niob dabei gleichmäßig auf der Oberfläche der Probe verteilt, die sich dem Niob-Target gegenüber befindet. Die Isotropie bedingt auch, daß die Ätzflanken der Probe ebenfalls

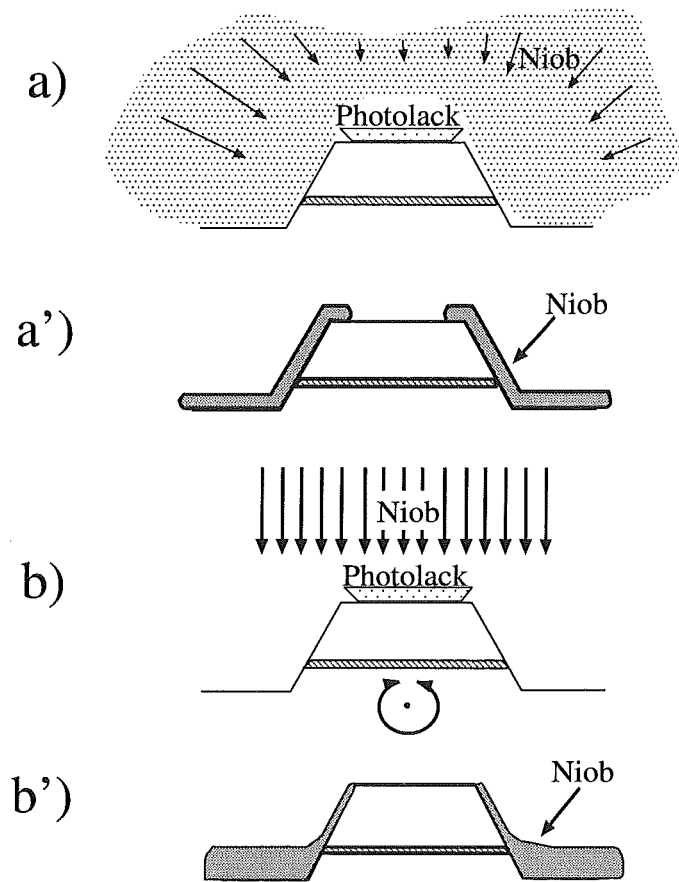


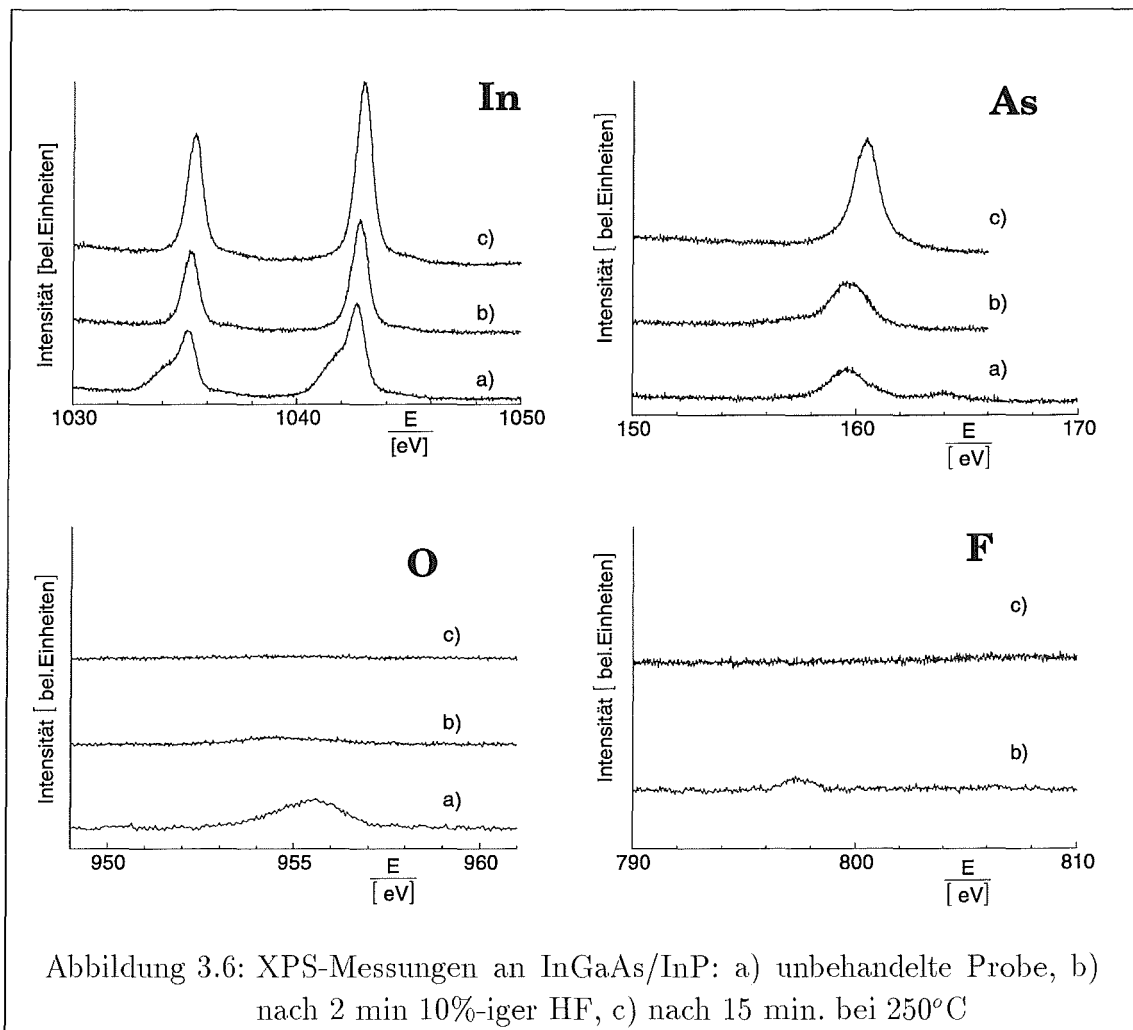
Abbildung 3.5: Aufbringen von Niob: a) Plasma-Zerstäubung und a') zugehörige Flanken, b) Elektronenstrahlverdampfung mit Flankenform b')

bedeckt werden, selbst wenn sie senkrecht zum Target liegen (Abb. 3.5a)). Damit wird die Herstellung eines SL-Kontakts auch dann möglich, wenn die Flanken nicht parallel zum Niob-Target gebracht werden können, was bei der von mir zunächst benutzen Anlage der Fall war.

2. Durch Elektronenstrahl-Verdampfung des Niobs.

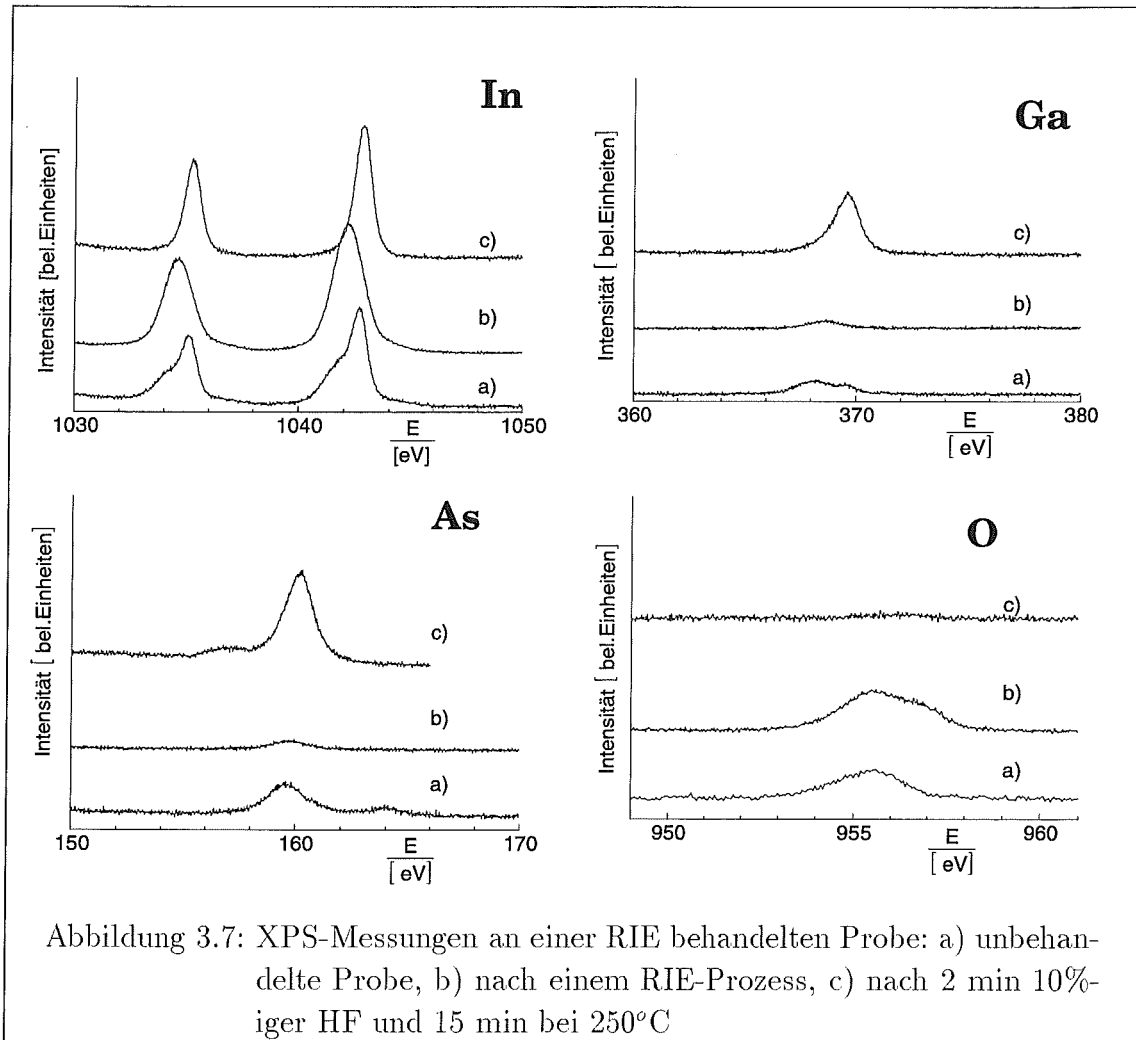
Da Niob bei Temperaturen, die mit Widerstandsheizungen erreichbar sind, einen viel zu geringen Dampfdruck besitzt, um eine meßbare Abscheidung zu erreichen, wird es mit Hilfe einer Elektronenstrahl-Heizung im UHV verdampft. Auf Grund der Thermodynamik des Vorgangs und durch Blenden ist

der dabei erzeugte Niob Gasstrahl sehr gut gerichtet, was die Verwendung von Schattenmasken ermöglicht. Gleichzeitig muß nun aber die Ätzflanke zum Strahl gedreht werden, um eine Kontaktierung zu erhalten. Sind zwei verschiedene Flanken zu bedampfen, so muß die Probe während des Vorgangs entsprechend geschwenkt werden. (Abb. 3.5 b))



Im Abschnitt 2.2.1 wurde das Modell von Blonder, Tinkham und Klapwijk für einen Supraleiter/Normalleiter-Kontakt behandelt. Dabei war zu erkennen, daß die Andreev-Reflektionswahrscheinlichkeit sich quadratisch mit der Transmissionswahrscheinlichkeit ändert, da sowohl das primäre Elektron als auch das sekundäre Loch jeweils die Barriere durchdringen müssen. Für eine hohe Andreev-Reflektionsrate ist

daher die Grenzfläche von entscheidender Bedeutung. Aus diesem Grunde wurden ausgiebige Untersuchungen über deren Präparation angestellt.



Als erster Schritt, der die Eigenschaften der Grenzfläche betrifft, war hier der Ätzschritt zu analysieren. Da später aus Gründen der besseren Kontrollierbarkeit hauptsächlich das reaktive Ionen-Ätzen zum Einsatz kommen sollte, wurde hier als Charakterisierungsverfahren die Röntgen-Photoemission (XPS) herangezogen. Dabei werden durch Anregung mit Röntgenstrahlung Elektronen aus den inneren Schalen freigesetzt, die dann mit einem Elektron-Spektrometer analysiert und detektiert werden. Aufgrund ihrer Sensitivität auf Core-Levels, erlaubt sie Aussagen über die Art der oberflächennahen Atome, deren Wertigkeit und relative Häufigkeit. Zunächst wurde eine völlig unbehandelte Probe des Halbleitermaterials untersucht, die nur der

normalen Raumluft längere Zeit ausgesetzt war. Anschließend wurde die Probe für zwei Minuten mit einer 10%-igen HF-Lösung behandelt und zusätzlich noch für 15 Minuten bei 250°C² im Vakuum getempert. Das Ergebnis der XPS-Messungen ist in den Abbildungen 3.6 dargestellt. Man sieht, daß sich der Halbleiter nach einiger Zeit an der Luft mit einem Oxid bedeckt hat (Abb.3.6 a)). Nach einer zwei Minuten langen Behandlung der Oberfläche mit einer 10%-igen HF Lösung ist der Sauerstoff jedoch fast vollständig von der Oberfläche entfernt (Abb.3.6 b)). Dafür haften nun Fluorid-Ionen an der Oberfläche, die sich aber durch 15 Minuten langes Erwärmen auf 250°C im Vakuum entfernen lassen (Abb.3.6 c)). Bei den Oxiden auf der Oberfläche des InGaAs handelt es sich wahrscheinlich vor allem um In-Oxide, die je nach Stöchiometrie auch leitenden Charakter haben können [3]. Daher ist es auch möglich einen ohmschen Kontakt zwischen dem Niob und der Heterostruktur zu erhalten, selbst wenn die Oxide nicht entfernt wurden. Die Leitfähigkeit der In-Oxide ist jedoch sehr gering, insbesondere durch die sehr schlechte Morphologie. Man erhält also dabei

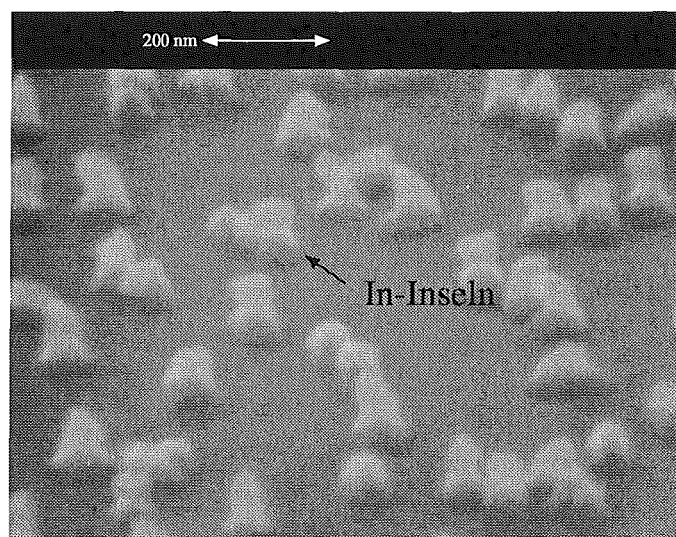


Abbildung 3.8: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer InGaAs-Oberfläche nach intensivem Sputtern mit Argon-Ionen gleicher Energie wie bei CH₄/H₂ Gemisch

eine Art zusätzliche leitende Zwischenschicht N', die die Eigenschaften des Kontakts drastisch ändern kann. Es ist also angeraten, diese Oxidschicht zu entfernen. In Ab-

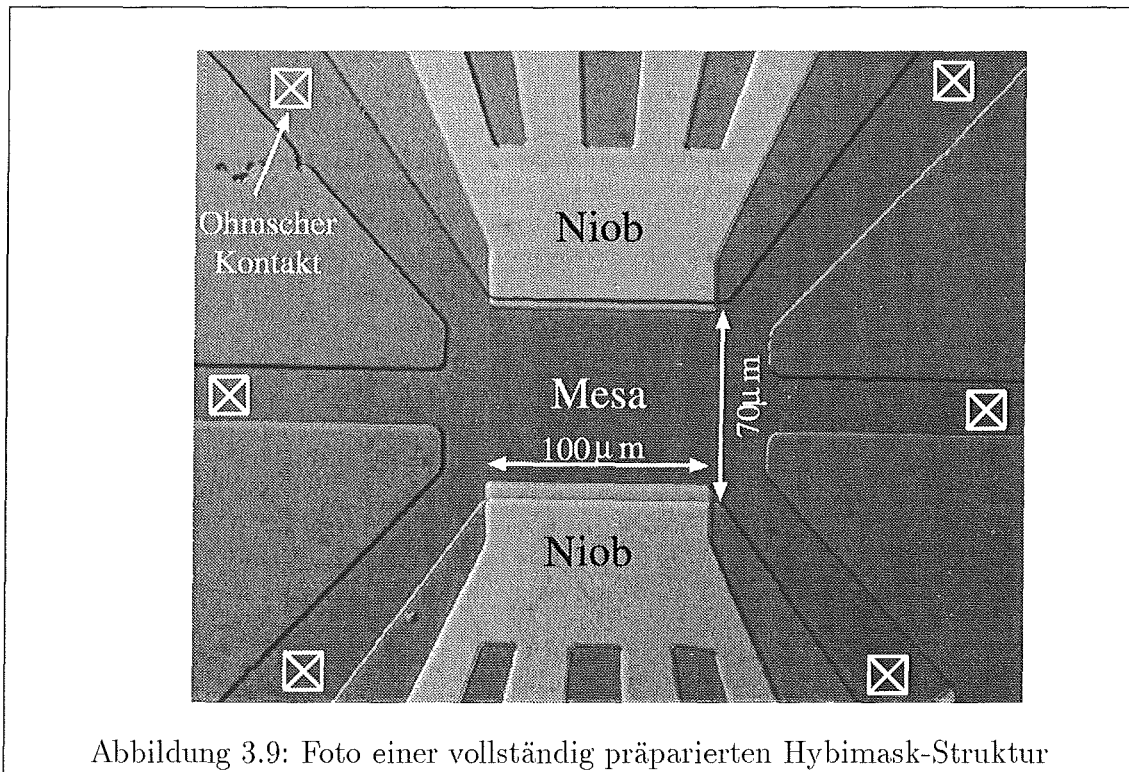
²bei Temperaturen größer 350°C beginnen sich die Verbindungshalbleiter zu zersetzen

bildung 3.7 ist der Einfluß eines RIE-Prozesses auf die Oberfläche dargestellt. Zum Vergleich ist hier wieder die unbehandelte Probe mit dargestellt (Abb. 3.7 a)). Da der RIE-Prozess mit einem O_2 -Plasma Schritt endet (siehe Anhang A), wird die Oxidation des Halbleitermaterials extrem verstärkt. Man sieht jedoch an der relativen Häufigkeit von In, Ga und As in Kurve 3.7 b) im Vergleich zu a), daß scheinbar gleichzeitig ein starker Verlust an Ga und As stattgefunden hat. Dieses Phänomen läßt sich dadurch erklären, daß der Sputterprozeß, der neben dem chemischen Ätzprozeß auch stattfindet, die V-er Komponenten des Halbleiters wesentlich effektiver herauslöst, als die III-er Komponenten. Gleichzeitig neigt das In dabei zur Tropfenbildung auf der Oberfläche (siehe Foto 3.8), was die Entfernung des In durch die chemische Ätzkomponente erschwert. Insgesamt erhält man so eine In-angereicherte Oberfläche. Dieser Effekt ist beim InP noch viel größer, da P noch leichter abdampft. Dies führt zu bekannten Problemen bei der Rückdünnung von In-haltigen Schichten zur Probenherstellung für die Transmissions-Elektronenmikroskopie. Dort wird aus diesem Grunde mit Iod-Ionen geätzt, die das In besser abtragen, als das hier verwendete CH_4/H_2 -Gemisch. Ein reiner Halogen-Ätzprozeß war in unsere RIE-Anlage jedoch nicht möglich. Aber auch hier wird durch die Behandlung mit 10%-iger HF-Lösung mit anschließendem Tempern bei $250^\circ C$ die Oxid-Schicht entfernt (Abb. 3.7 c)). Da sich aber auch das richtige Verhältnis von In zu Ga und As wieder einstellt, ist damit eine brauchbare Nachbehandlung gefunden. Wahrscheinlich sind durch die HF-Behandlung die In-Oxide in In-F Verbindungen überführt worden, die leichter flüchtig sind und daher durch das Abheizen im Vakuum entfernt werden konnten.

Was die rein naßchemische Ätzung von InGaAs/InP-Heterostrukturen anbelangt, so sei hier auf die Arbeit von Jörg Kaufmann [25] verwiesen, der sich dieser Problematik sehr ausführlich gewidmet hat. Da die meisten nicht selektiven Ätzen Halogenwasserstoff-Säuren enthalten, ist nicht auszuschließen, daß sich an der Oberfläche In- bzw. Ga-Halogenide bilden. Diese sind praktisch unlöslich in Wasser und nur mit erhitzten organischen Lösungsmitteln abtragbar. Eine solche Schicht ist für die Herstellung eines guten Supraleiterkontakts mit Sicherheit schädlich.

3.1.2 Präparation der Proben

Die zum Test der Kontakte verwendete Probengeometrie ist auf dem Foto in Abb. 3.9 dargestellt. Der seitlich aufgebrachte Niob-Film hatte immer eine Dicke von ca. 100nm, da sich diese Schichtdicke immer noch gut reproduzieren läßt und keine Korngrenzen entstehen. Außerdem ist sie dick genug, um das Niob als Volumen-Supraleiter ansehen zu können. Der Niob Kontakt besitzt selber wiederum 4 Meß-



kontakte, die zur Überprüfung der Supraleitfähigkeit des Films dienen. Die ohmschen Kontakte im 2DEG wurden durch Aufdampfen von Ni/AuGe/Ni (5nm/90nm/25nm) und anschließendem Tempern in einem schnellen thermischen RTA³-Prozeß bei 350°C einlegiert. Die 1x1mm² großen Proben wurden dann vereinzelt und in keramischen Chip-Carriern mit 0.25μm Al-Draht kontaktiert.

3.1.3 Meßaufbau

Zur Charakterisierung der verschiedenen präparierten Supraleiter/Halbleiter-Kontakte sollten differentielle Leitwertkurven aufgenommen werden, um diese mit den in den Abschnitten 2.2.1–2.2.4 dargestellten Modellen zu vergleichen. Der prinzipielle Meßaufbau für eine differentielle 4-Punkt Widerstandsmessung ist in Abb.3.11 dargestellt. Da der Lock-In-Verstärker nur die 1.Harmonische des Meßsignals detektiert, mißt man effektiv bei einem eingespeisten AC+DC Signal die Ableitung des Meßsi-

³Rapid Thermal Annealing

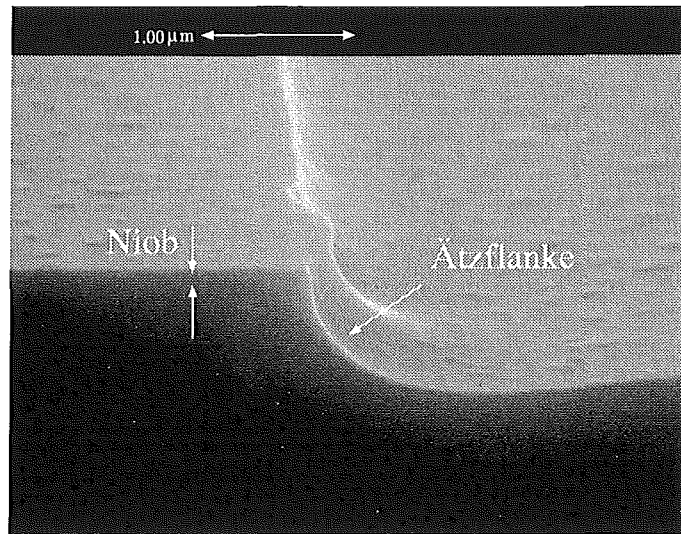


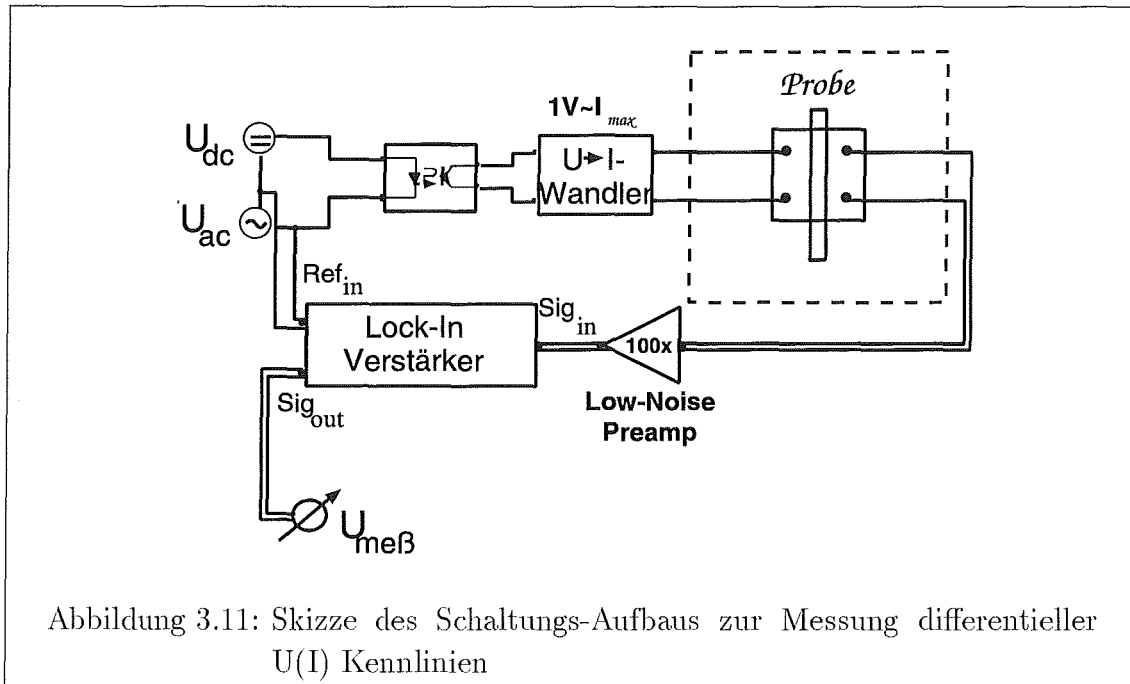
Abbildung 3.10: Foto einer naßchemisch geätzten Flanke mit auf einem durch Plasma-Zerstäubung aufgetragenen Film

gnals, nach dem AC-Anteil des Eingangssignals:

$$\begin{aligned}
 U(I) = U(I_{ac} + I_{dc}) &= U(U_{ac}^0 \cos(\omega t) + U_{dc}^0) = U(U_{dc}^0) + \left. \frac{dU}{dI} \right|_{U_{dc}^0} U_{ac}^0 \cos(\omega t) + \\
 &\quad \frac{1}{4} \left. \frac{d^2 U}{dI^2} \right|_{U_{dc}^0} (U_{ac}^0)^2 (1 + \cos(2\omega t)) + \dots
 \end{aligned}$$

Mit dem Lock-In-Verstärker ist es also möglich $\left. \frac{dU}{dI} \right|_{U_{dc}^0}$ direkt zu messen, also den differentiellen Widerstand, als Funktion des Gleichspannungs-Anteils im Eingangssignal. Mit Hilfe eines Computers wurde zur Messung eine Gleichspannungs-Rampe U_{dc} mit einer HP-Stromquelle erzeugt, diese zum Wechselspannungs-Referenz-Signal des Lock-In-Verstärkers U_{ac} addiert und über einen Isolationsverstärker galvanisch entkoppelt einem Spannungs-Strom-Wandler zugeführt. Das mit diesem Strom von der Probe erzeugte Spannungs-Signal wurde mit einem rauscharmen Vorverstärker 100-fach verstärkt und dem Lock-In zugeführt. Das Ausgangs-Signal des Lock-Ins wurde über ein Keithley-196 Multimeter vom Computer ausgelesen. Aus den so erhaltenen $dU/dI(I)$ Kurven kann durch Integration wieder eine $U(I)$ Kennlinie berechnet werden.

Für die Messung bei tiefen Temperaturen standen drei verschiedene Kryostaten



zur Verfügung: 1. Ein He^4 Verdampfer-Kryostat, 2. ein He^3 Verdampfer-Kryostat und 3. Ein He^3/He^4 -Mischkryostat. Die Funktionsweise der beiden Verdampfer-Kryostaten ist recht einfach und beruht auf der Verdampfungswärme von He^4 bzw. He^3 mit der Temperaturen von maximal 1.2K bzw. 300mK erreicht werden können. Der Mischkryostat kann Temperaturen bis 30mK erzeugen.

Der He^4 Verdampfer-Kryostat

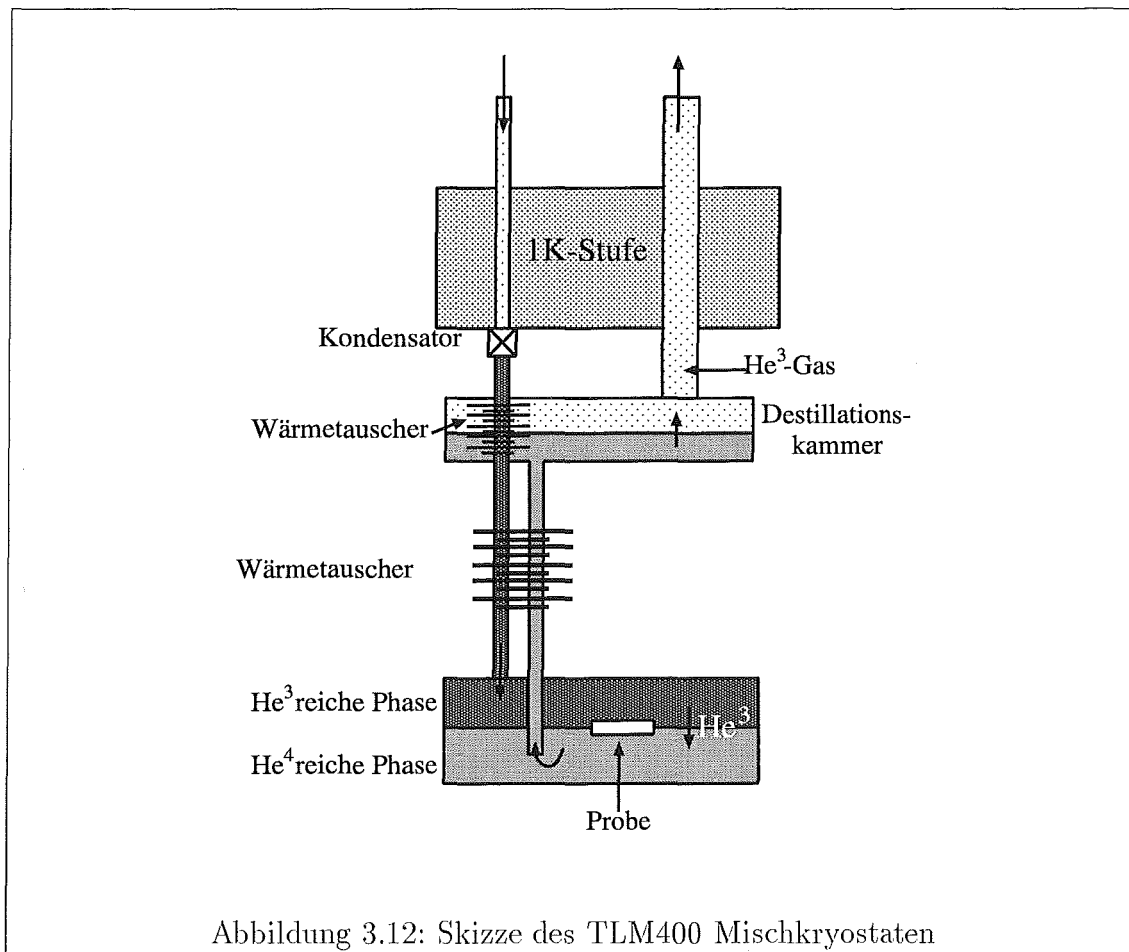
Bei dem hier verwendeten Verdampfer-Kryostat der Firma Leybold handelt es sich um einen 3-Kammer Kryostaten, bestehend aus der Probenkammer, in der die Probe am Boden in gutem thermischen Kontakt zur Kaltfläche gebracht wird, der Helium-Kammer, in der das flüssige He^4 durch eine Kappilare auf die am unteren Ende der Probenkammer befindliche Kaltfläche gesprüht wird, und einer umgebenden Isolationskammer, die evakuiert ist. Das He^4 wird einer Kanne über einen Heber entnommen und von der Pumpe der Rückgewinnung zugeführt. Durch eine ebenfalls an der Kaltfläche angebrachte Widerstandsheizung und eine Durchflußsteuerung können mit diesem System Messungen im gesamten Temperaturbereich von 4.2K bis 300K durchgeführt werden.

Der He^3 Verdampfer-Kryostat

Die bei der Verdampfung von He^3 aufgenommene Wärme ist wesentlich größer als beim He^4 . Der Dampfdruck von He^3 ist bei 0.5K fast 10000-mal größer als der von He^4 und erlaubt daher durch Abpumpen von He^3 , Temperaturen bis zu 0.3K zu erreichen. Das He^3 befindet sich in einem geschlossenen System bestehend aus Probenkammer, Sorbtionspumpe und Vorratsbehälter. Zur Abkühlung wird die Sorbtionspumpe auf 35K erwärmt, wodurch der Absorber das He^3 wieder abgibt. Das gasförmige He^3 wird dann an einer an der Probenkammer befindlichen 1.2K Stufe kondensiert und tropft auf den Boden der Probenkammer, wo sich auch die Probe befindet. Durch Abkühlen der Sorbtionspumpe auf 4.2K beginnt der Absorber, gasförmiges He^3 aufzunehmen und damit das He^3 vom Boden der Probenkammer zu Verdampfen. Durch gute Isolation der Probenkammer läßt sich die Basistemperatur von 0.3K über einige Stunde halten. Eine am Probenhalter befindliche Widerstands-Heizung ermöglicht Messungen bis ca. 10K. Die Regelung erfordert jedoch eine gleichzeitige permanente Kühlung, die entweder durch langsames Verdampfen des He^3 's erreicht werden kann, oder durch ein leichtes permanentes Kühlen der 1.2K-Stufe, an der das "heiße" He^3 wieder Energie abgeben kann.

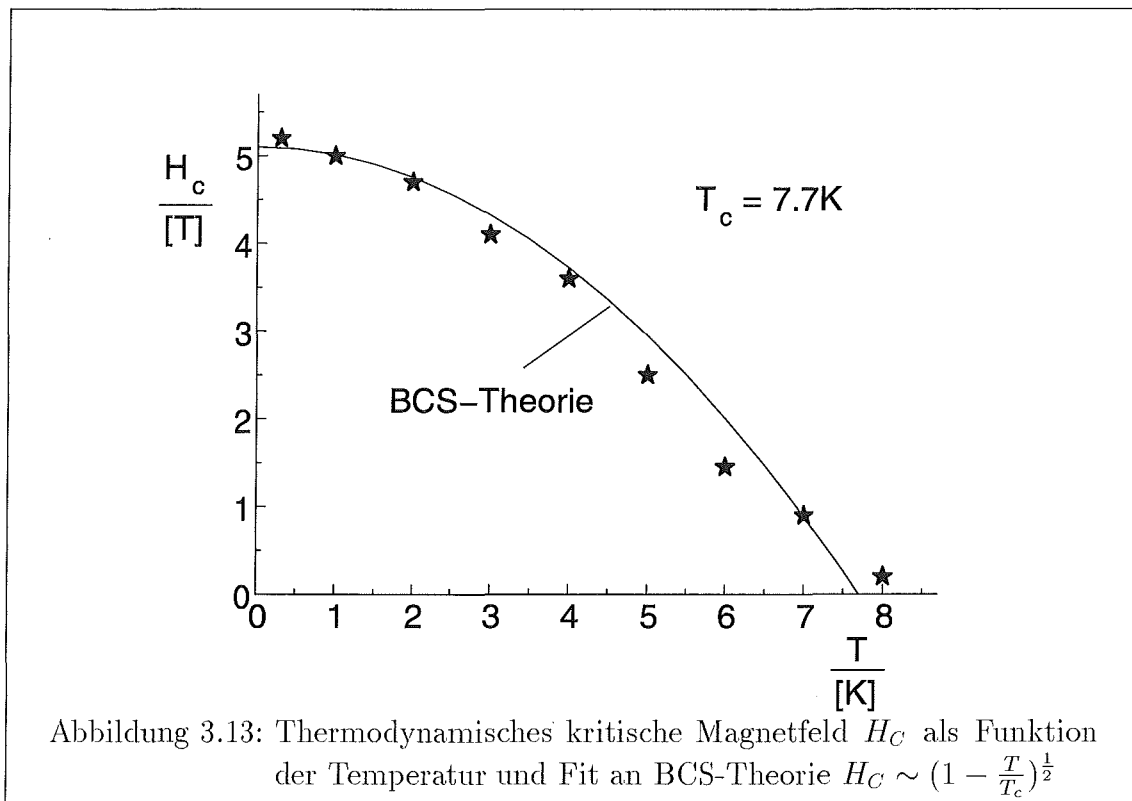
Der He^3/He^4 -Mischkryostat

Beim He^3/He^4 -Mischkryostaten wird ausgenutzt, das bei einem bestimmten Mischungsverhältnis sich unterhalb 0.9K zwei Phasen ausbilden: eine He^3 reiche und eine He^4 reiche. Die 1. besteht praktisch nur aus He^3 , die 2. hat immer einen Anteil von 6% He^3 , der sich im suprafluiden He^4 wie ein freies Gas bewegen kann. Dabei ist die He^3 reiche Phase leichter als die andere. Entfernt man nun aus der unteren Phase He^3 , was aufgrund des fast 10000-fach höheren Dampfdrucks gegenüber dem He^4 durch Abpumpen geschieht, so geht durch osmotischen Druck He^3 aus der angereicherten in die ärmere Phase über. Dieser Prozeß entzieht der Umgebung Wärme, wodurch sich die Phasengrenzfläche, an der sich auch die Probe befindet, auf 30mK abkühlen läßt (Abb. 3.12). Das verdampfte He^3 wird wieder an einer 1K-Stufe mit Hilfe eines Flußwiderstands verflüssigt und durch mehrere Wärmetauscher schon auf die Temperatur der Mischkammer vorgekühlt. Mit diesem Kryostaten ist also ein kontinuierlicher Betrieb möglich. Es waren Messungen bei 1.2K bzw. ca. 50mK durchführbar.



3.1.4 Messungen

Es wurden mit den hier besprochenen Strukturen mehrere Präparationswege für die Herstellung des Seitkontaktes erprobt. Sie dienen als Tests für die Charakterisierung der wesentlichen Parameter, die später Einfluß auf die Eigenschaften des Supraleiter/Halbleiter-Kontakts haben. Das Niob wurde jedoch auf all diesen Strukturen mit einer Plasmazertäubungsanlage aufgebracht, die außer der Möglichkeit einer Probenbehandlung durch ein rf-Argon Plasma keine weitere Parametervariation wie, z.B. Probenneigung und Probentemperatur, erlaubte. Desweiteren war der Druck in der Kammer höchstens im 10^{-7} mbar Bereich vor und nach dem Einschleusen der Probe. Erst kurz vor Ende meiner Arbeit kam hierzu eine weitere Aufdampf-Anlage, die ich nicht mehr separat mit Hilfe der hier besprochenen Strukturen getestet habe. Am Niob selber wurde durch temperaturabhängige Messung des thermodynamischen kritischen Magnetfeldes H_C die kritische Temperatur T_c

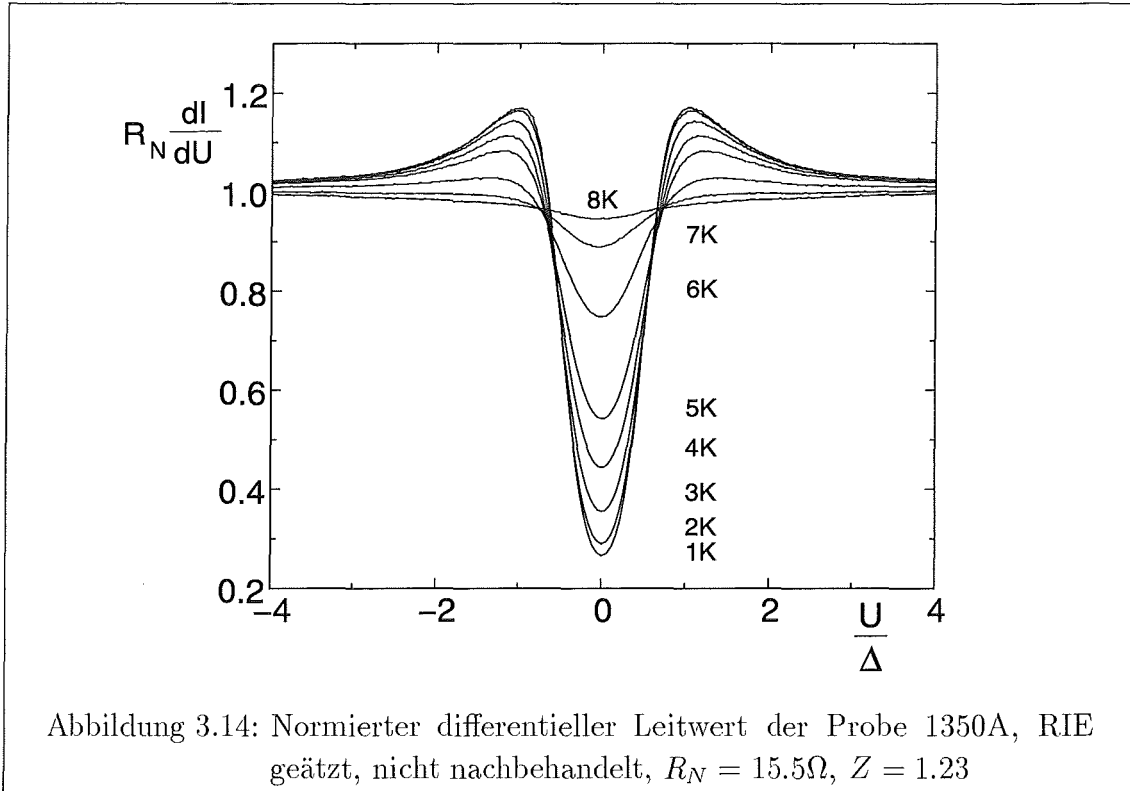


von 7.7K, die aus Widerstandsmessungen gewonnen wurde, bestätigt. Das maximale kritische Feld beträgt 5.1T (siehe Abb. 3.13). Das aus der kritischen Temperatur T_C nach der BCS-Theorie bestimmte Δ_0 ergab sich zu 1.3meV. Dieser Wert wird im Folgenden immer für Δ angenommen.

Die betrachteten Proben wurden naß oder trocken-chemische geätzt und dann vor dem Aufbringen des Niobs auf verschiedene Weisen vorbehandelt:

- Ein kurzes Bad in 10%-iger HF-Lösung, mit und ohne Wässerung mit DI-Wasser
- Behandlung mit einem Ar-Plasma in der Aufdampfkammer. Dabei konnte die eingekoppelte rf-Leistung des Plasmas variiert werden.

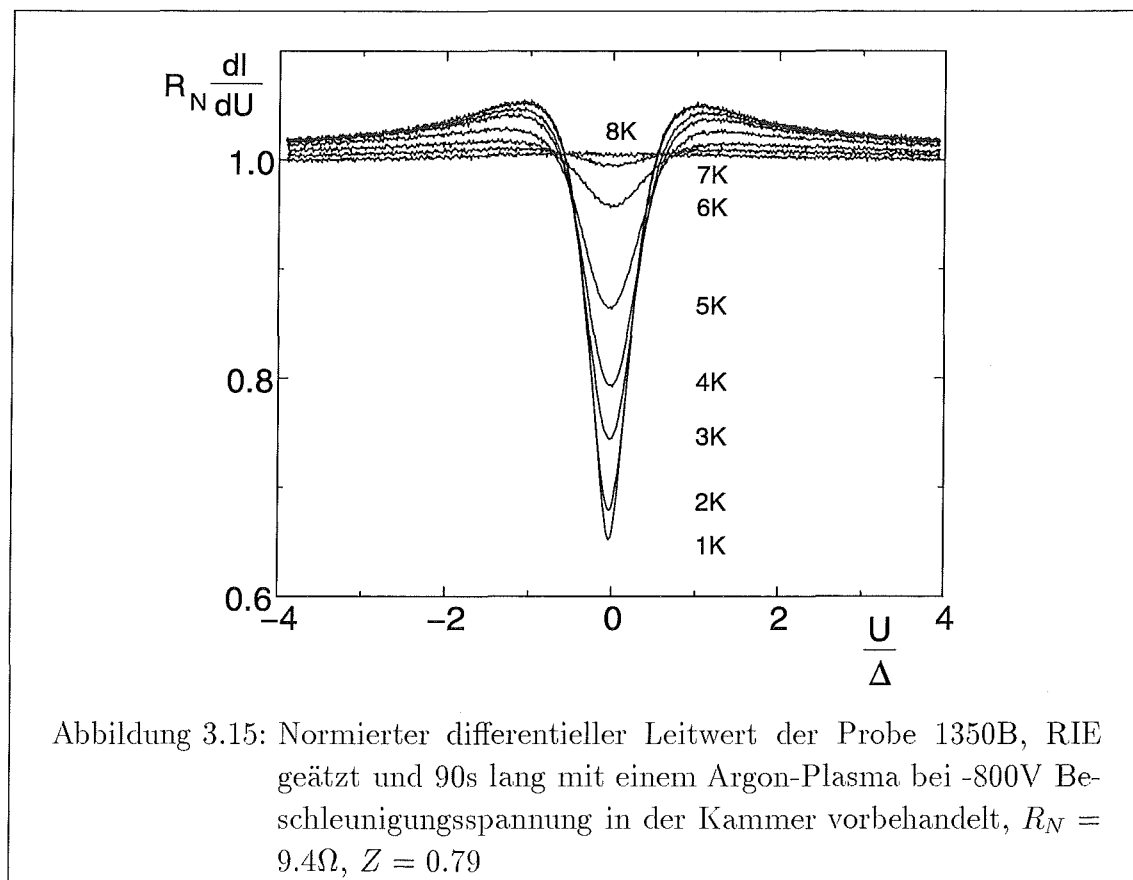
Die Abbildung 3.14 zeigt den normierten differentiellen Leitwert der Probe 1350A als Funktion der angelegten Spannung bei variiertem Proben temperatur. Die Probe wurde trocken-chemisch geätzt und vor dem Aufbringen des Niobs nicht weiter behandelt. Den normalleitenden Widerstand R_N , auf den hier normiert wurde, erhielt man durch Messung des differentiellen Widerstands weit außerhalb des Lücken-Energie Δ , etwa beim 10-fachen Wert. Er ergab sich zu 15.5Ω . Wie man sieht streben



die Kurven R_N binnen weniger Δ entgegen. Paßt man nun hier den Widerstand bei $U = 0V$ dem BTK-Modell an, so erhält man einen Z -Wert von 1.23. Deutlich erkennt man auch die Leitwertserhöhung bei $U = \Delta/e$, die eine deutliche Signatur für die hohe Zustandsdichte im Supraleiter ist. Daß der Z -Wert hier größer 1 ist, liegt wahrscheinlich in der dicken Oxid-Schicht begründet, die bei dieser Probe durch den RIE-Prozeß entstand, aber vor Aufbringen des Niobs nicht entfernt wurde.

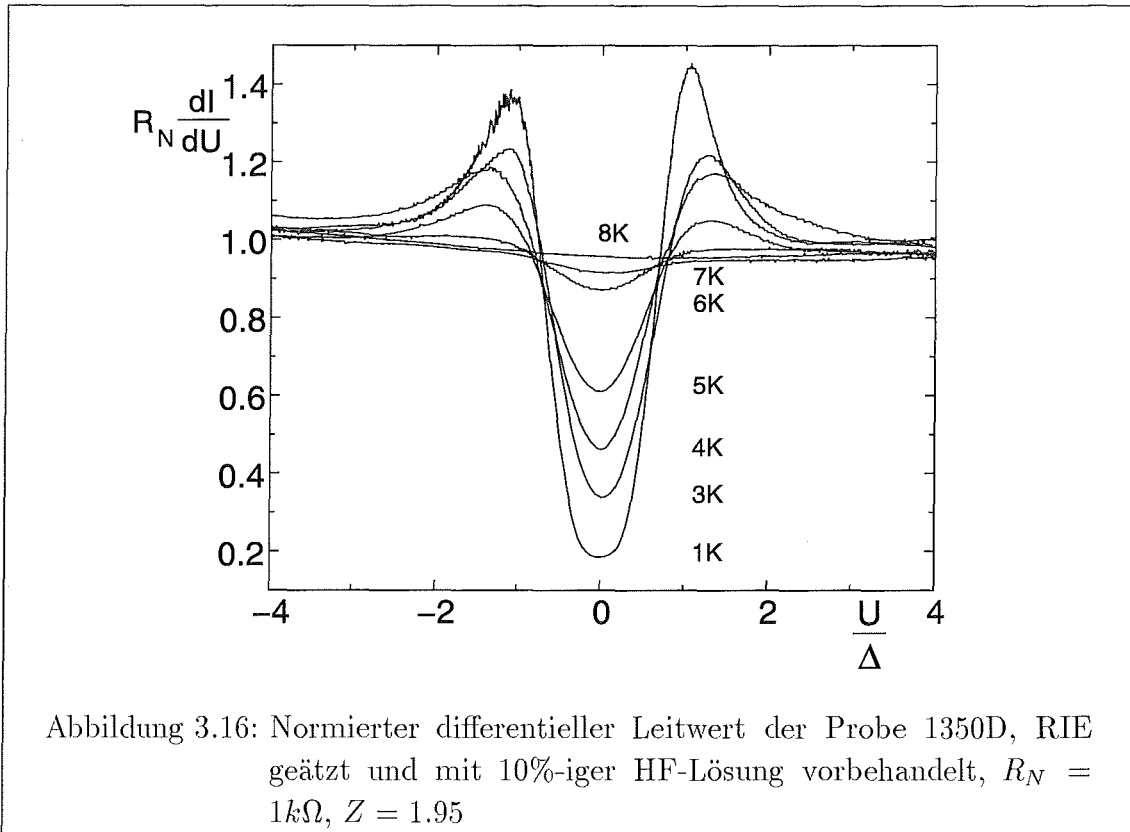
Probe 1350B in Abbildung 3.15 wurde wie Probe 1350A mit RIE geätzt, vor dem Aufbringen des Niob aber in der Kammer 90 Sekunden lang mit einem rf-Argon-Plasma behandelt, mit einer Beschleunigungsspannung von ca. -800V. Der normalleitende Widerstand R_N ergab sich zu 9.4Ω , der Z -Parameter durch Anpassen des $U = 0V$ Werts zu 0.79, beides deutlich besser als bei der unbehandelten Probe. Interessant ist bei dieser Probe noch, daß sich das Maximum des Leitwerts zu kleineren Spannungen verschoben hat. Man kann also auch annehmen, daß das effektive Δ an der Grenzfläche kleiner geworden ist, als im Volumen. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf das Vorhandensein eines Proximity-Effekts (siehe Abschnitt 2.2.2, 2.2.3 und 2.2.4).

Die nächste Probe (1350D) wurde ebenfalls RIE-geätzt und vor dem Aufbringen



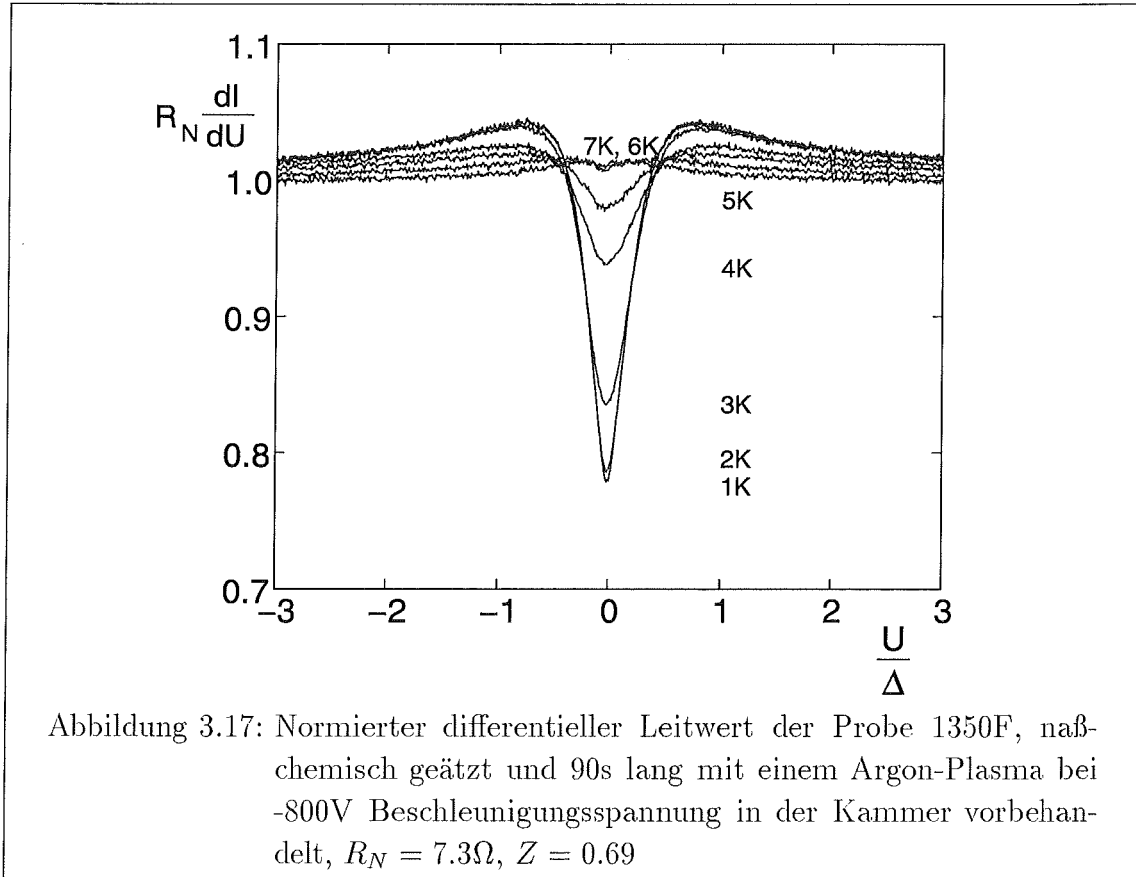
des Niobs zwei Minuten mit 10%-iger HF-Lösung vorbehandelt. Dieses Verfahren stellt eine weitreichende Entfernung eines Oberflächenoxids auf dem Halbleiter sicher (Abb. 3.6 und 3.7). Da aber die Probe in der Kammer nicht geheizt werden konnte, befinden sich beim Aufbringen des Niob noch immer Fluoridionen an der Oberfläche, die mit dem Niob reagieren können. Der wie oben bestimmte Z -Wert beträgt 1.95 und R_N ca. $1k\Omega$. Beide Werte sind wesentlich schlechter als die beiden zuvor gefundenen. Dies mag unter anderem daran liegen, daß Indium-Fluor Verbindungen im Gegensatz zu In-Oxiden eine nur sehr geringe Leitfähigkeit besitzen. Die Lage des Leitwertmaximums ist auch gegenüber dem Volumenwert für Δ hier nicht verschoben.

Die Ergebnisse einer naßchemisch geätzten Probe zeigt Abb. 3.17. Hier wurde vor dem Aufstäuben des Niobs wieder eine 90 Sekunden lange Reinigung durch ein rf-Argon-Plasma mit -800V Beschleunigungsspannung durchgeführt. Die aus den Messungen ermittelten Werte für Z und R_N liegen bei 0.69 und 7.3Ω , was eine sehr hohe Transmissivität des Kontaktes andeutet. Die damit zu erwartende hohe

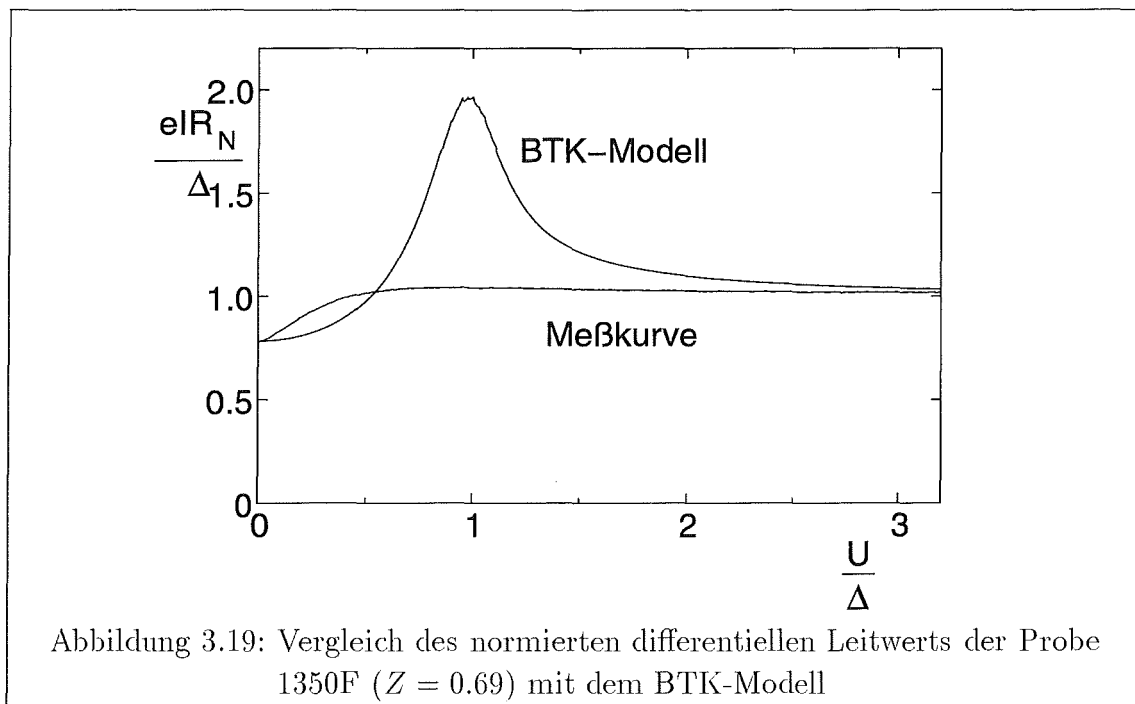
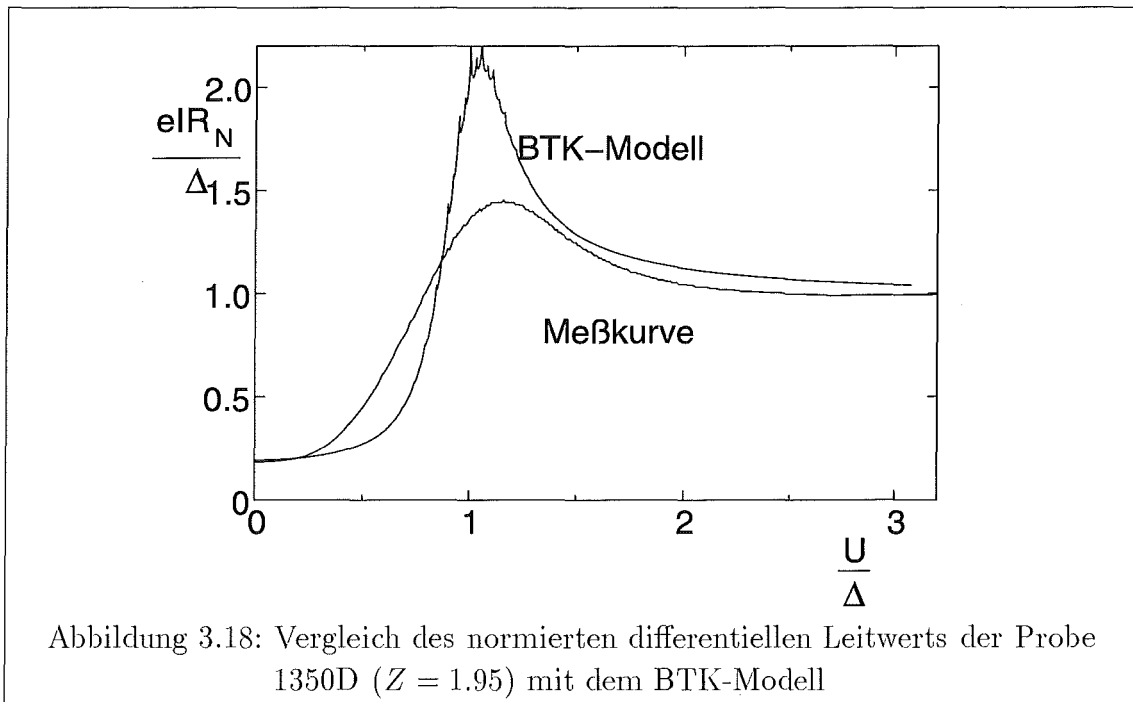


Andreev-Reflektions-wahrscheinlichkeit zeigt sich auch im hohen Leitwert bei $U = 0V$. Auch ist das Maximum des Leitwerts deutlich zu Werten kleiner Δ gerückt, was durch einen hier stärkeren Proximity-Effekt zu erklären ist.

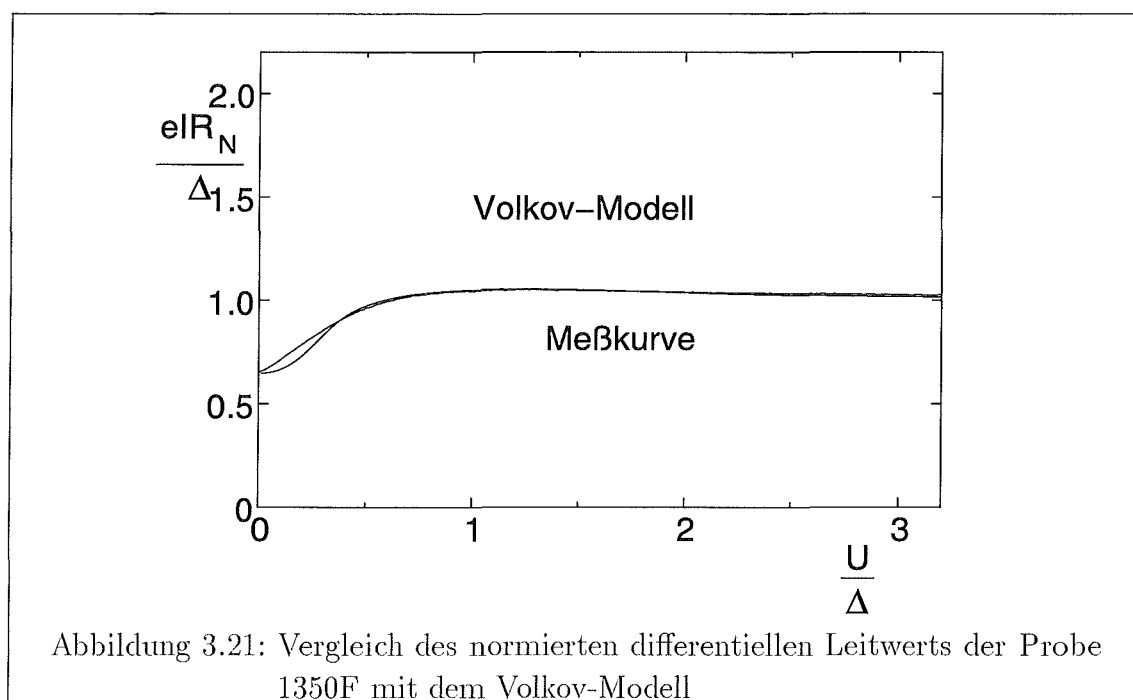
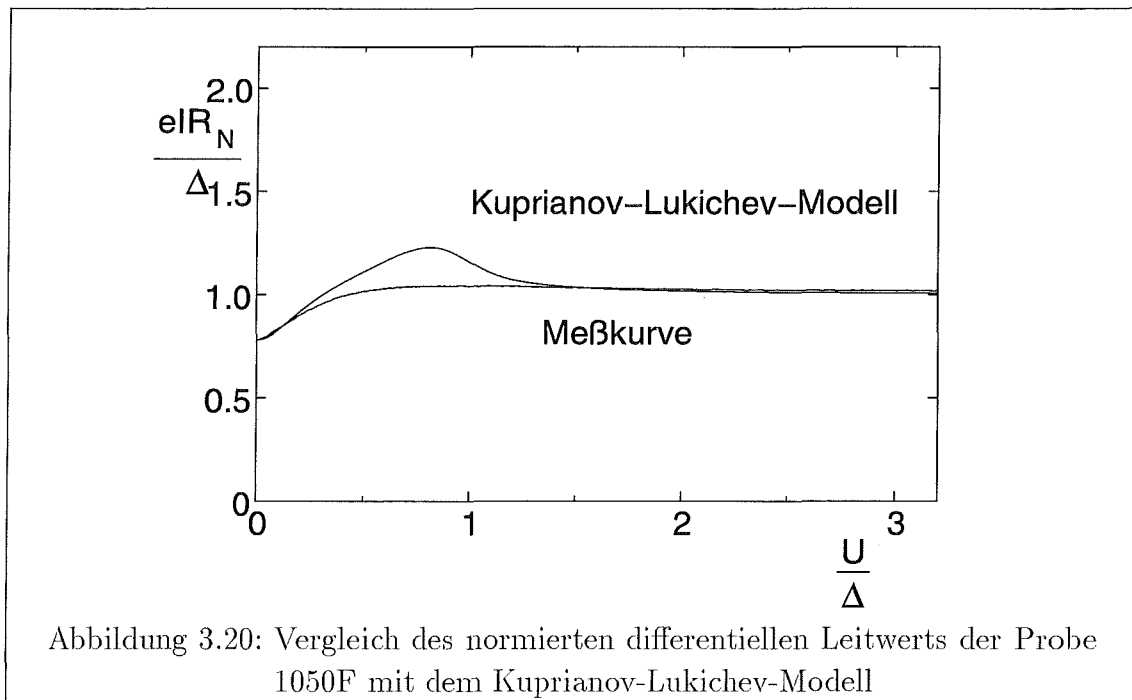
Vergleicht man sämtliche der gemessenen Kurven mit berechneten Kurven für das BTK-Modell, so läßt sich aufgrund des einzigen Parameters Z praktisch keine Übereinstimmung erreichen. Die bestmögliche Annäherung wird bei den Proben gefunden, die einen sehr hohen Z -Wert haben (Probe 1350D) und fast Tunnelcharakter besitzen (siehe Abbildung 3.18). Ein Beispiel für einen schlechten Fit ist in Abbildung 3.19 gegeben (Probe 1350F). Da unsere Proben in mehrerer Hinsicht stark von den im BTK-Modell gemachten Annahmen abweichen, muß zunächst einmal angenommen werden, daß das Paarpotential Δ nicht wie eine Stufenfunktion läuft, sondern immer einen Verlauf wie Abb.2.9 an der Grenzfläche nimmt. Der Betrag von Δ an der Grenzfläche, wird dabei, wie im Abschnitt 2.2.3 gezeigt, sowohl von den Leitfähigkeiten $\sigma_{1,2}$ des Niobs und des 2DEGs als auch von der Transmissivität D der Barriere bestimmt. Eine bessere Übereinstimmung mit der Meßkurve läßt sich durch Hinzunahme dieses Proximity-Effekts an der Grenzfläche erreichen (sie-



he Abb. 3.20). Hierbei wurde $\gamma_m = 1$ und $\gamma_B = 0.85$ angenommen, was $Z = 0.93$ entspricht. Die so berechnete Kurve hat aber immer noch eine deutlich andere Charakteristik als die Meßkurve. Vor allem ist immer noch ein Peak um Δ zu erkennen, der in der Meßkurve fehlt. Wie von Neurohr *et al.* [37] gezeigt wurde, läßt sich das Verhalten wesentlich besser verstehen, wenn man wie im Volkov-Modell eine zusätzliche normalleitende Zwischenschicht annimmt, in der im Gegensatz zur Annahme des BTK-Modells, ebenfalls ein Spannungsabfall stattfindet. Diese Zwischenschicht kann entweder mit der durch die Argon-Ionen geschädigten Region der Halbleitoberfläche oder einer oxidierten ersten Niob-Schicht identifiziert werden. Eine sehr gute Übereinstimmung des Modells mit der Messung ist erreichbar, wenn in dieser zusätzlichen Schicht inelastische Streuprozesse vorkommen, die zu einem Spannungsabfall dort führen. Da die insgesamt neu hinzugekommenen Parameter γ_{Bi} , γ_{mi} und τ_{inel} ebenfalls den Leitwert bei $U = 0V$ beeinflussen, aus dem die angegebenen Z -Werte bestimmt wurden, sind diese im neuen Modell, wo sie über γ_B eingehen, nicht mehr richtig und zwar immer zu klein. Ein Fit mit dem neuen Modell zeigt die Abb.



3.21. Die Parameter, die in dieser Simulation für die Zwischenschicht verwendet wurden, waren $\gamma_B = 5.29$ (entspricht $Z = 2.3$), $\gamma_m = 0.15$ und $\tau_{\text{inel}} = 0.12\text{ps}$, bei



einer angenommenen Dicke von $d = 7\xi_N$.

Ergebnisse

Es wurden verschiedene Präparationsverfahren für einen direkten seitlichen Supraleiter-Kontakt zum 2DEG untersucht. Für das Erreichen einer guten Grenzflächen-Transmissivität ist entweder eine in-situ Vorbehandlung der Halbleiteroberfläche mit einem Argon-Plasma notwendig oder bei Verwendung des RIE-Prozesses zur Herstellung der Halbleiterkante eine Behandlung mit Flußsäure direkt vor dem Einbau in die Aufdampfkammer. Hierbei muß allerdings ein Abheizen vor dem eigentlichen Aufdampfen erfolgen, was in der für die hier verwendeten Proben genutzten Anlage leider nicht möglich war. Die Proben mit der besten hier erreichten Transmissivität waren sämtlich mit einem Argon-Plasma behandelt worden. Wie Neurohr *et al.* [37] gezeigt haben, läßt sich der Verlauf der differentiellen Widerstandskurven aber nur verstehen, wenn man eine zerstörte Zwischenschicht zwischen Supraleiter und 2DEG annimmt. Diese kann mit der durch den Argon-Ionen Beschuß stark geschädigten oberen Halbleiterschicht identifiziert werden. Für eine deutliche Verbesserung der Proben im Hinblick auf Andreev-Reflektion und somit auf den Leitwert bei $U = 0V$, muß also möglichst auf das Argon-Plasma, bzw. den Argon-Ionen-Beschuß verzichtet und eine chemische Reinigung der Probe vor dem Aufdampfen des Niobs gefunden werden. Dabei ist für RIE-geätzte Proben eine Behandlung mit Flußsäure und anschließendes Abheizen von Adsorbaten in der Kammer der aussichtsreichste Kandidat. Die hier präparierten Proben werden durch das im Theorie-Kapitel vorgestellte Volkov-Modell, mit den darin enthaltenen Eigenschaften Proximity-Effekt und Spannungsabfall über einer normalleitenden Zwischenschicht, am besten erklärt.

3.2 Punktkontakte auf InGaAs/InP

Die Andreev-Reflektion ist einer der interessantesten Prozesse, die beim Transport an Supraleiter/Normalleiter-Grenzflächen auftreten können. Wie man sich leicht anhand des BTK-Modells überzeugt, haben die Löcher, die hierbei im Normalleiter erzeugt werden zwei sehr wichtige Eigenschaften:

1. Sie werden *retro-reflektiert*, das heißt sie gehen den zeitumgekehrten Pfad des einfallenden Elektrons zurück. Dies gilt natürlich nur dann, wenn die Elektronen exakt mit der Fermienergie auftreffen. Haben sie eine größere Energie, so liegen die Andreev-reflektierten Löcher entsprechend unter der Fermikante und nur die Richtung, nicht aber der Betrag des Wellenvektors ist mit dem des einfallenden Elektrons identisch. Damit ist die Zeitumkehrung zum Elektron nicht mehr exakt und der Pfad ändert sich schon durch einen elastischen Streuprozess. Betrachtet man nun jedoch ein 2DEG als Normalleiter, so kann man aufgrund der sehr hohen freien Weglängen erwarten, daß das Loch tatsächlich wieder den Ausgangspunkt des Elektrons erreicht, wenn der Weg kleiner bleibt, als die ballistische freie Weglänge von ca. $1\mu\text{m}$.
2. Sie haben eine *negative effektive Masse*, was sie als Nichtgleichgewichts-Ladungsträger kennzeichnet. Ursache hierfür ist, daß diese lochartigen Zustände im Leitungsband erzeugt werden. Dies eröffnet die Möglichkeit, die Andreev-reflektierten Löcher von den normal-reflektierten Elektronen zu trennen.

Die in den Arbeiten [46, 36] dargestellten Möglichkeiten der Erzeugung und Detektion ballistischer Elektronen in 2DEGs bieten eine sehr interessante Möglichkeit, direkt Experimente mit den Andreev-reflektierten Löchern zu machen. All diese Experimente beruhen auf der Möglichkeit, den Transport im 2DEG lokal einzuengen mit Hilfe eines sogenannten Punktkontakts. In der Literatur gibt es eine ganze Anzahl von Arbeiten über die Kombination von Supraleiter/Halbleiter-Strukturen in Kombination mit einem Punktkontakt im Halbleiter [7, 8, 6, 59]. Die meisten davon beschäftigen sich mit einem Punktkontakt zwischen zwei Supraleitern, dem sogenannten *supraleitenden Punktkontakt*, der inzwischen von Takayanagi [47] realisiert wurde. Mich interessierten aber mehr die ballistischen Effekte, die man mit Hilfe eines Punktkontaktes gegenüber einer Supraleiter/Halbleiter-Grenzfläche beobachten kann. Wie weiter oben schon erwähnt, müßte ein Andreev-reflektiertes Loch, das von einem aus einem Punktkontakt emittierten Elektron erzeugt wurde, wieder durch den Punktkontakt zurückkommen, wenn es auf dem Weg keinen Stoß erleidet oder das primäre Elektron exakt Fermienergie hatte. Dieser zusätzliche Ladungsträger

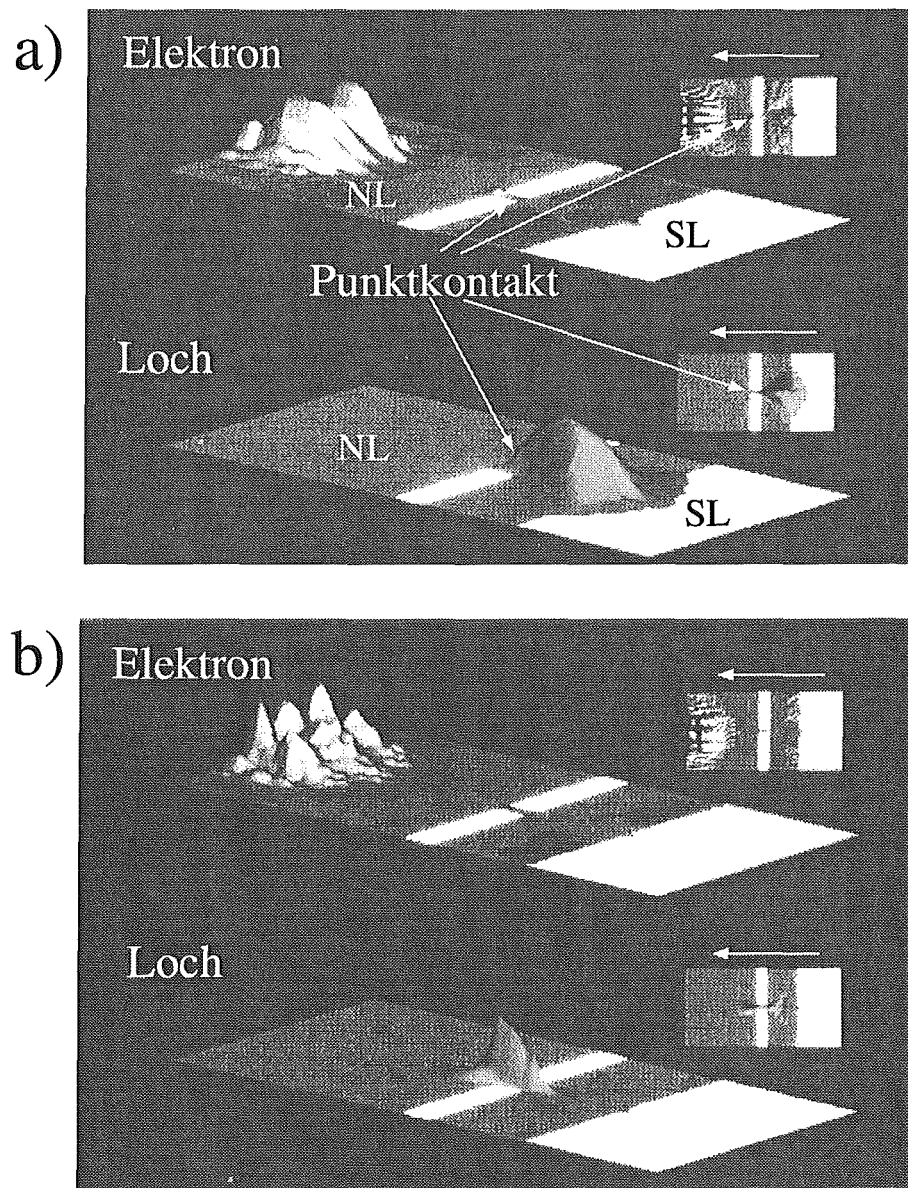


Abbildung 3.22: Simulation der Bewegung eines normal-reflektierten Elektrons und eines Andreev-reflektierten Loches mit $t_a) < t_b)$

muß dann, wie das BTK-Modell gezeigt hat, auch zu einer Widerstandserniedrigung des Punktkontakt-Widerstands führen genauso, wie ein dorthin normal-reflektiertes Elektron ihn erhöht. Eine Computersimulation dieses Vorgangs wurde von de Raedt

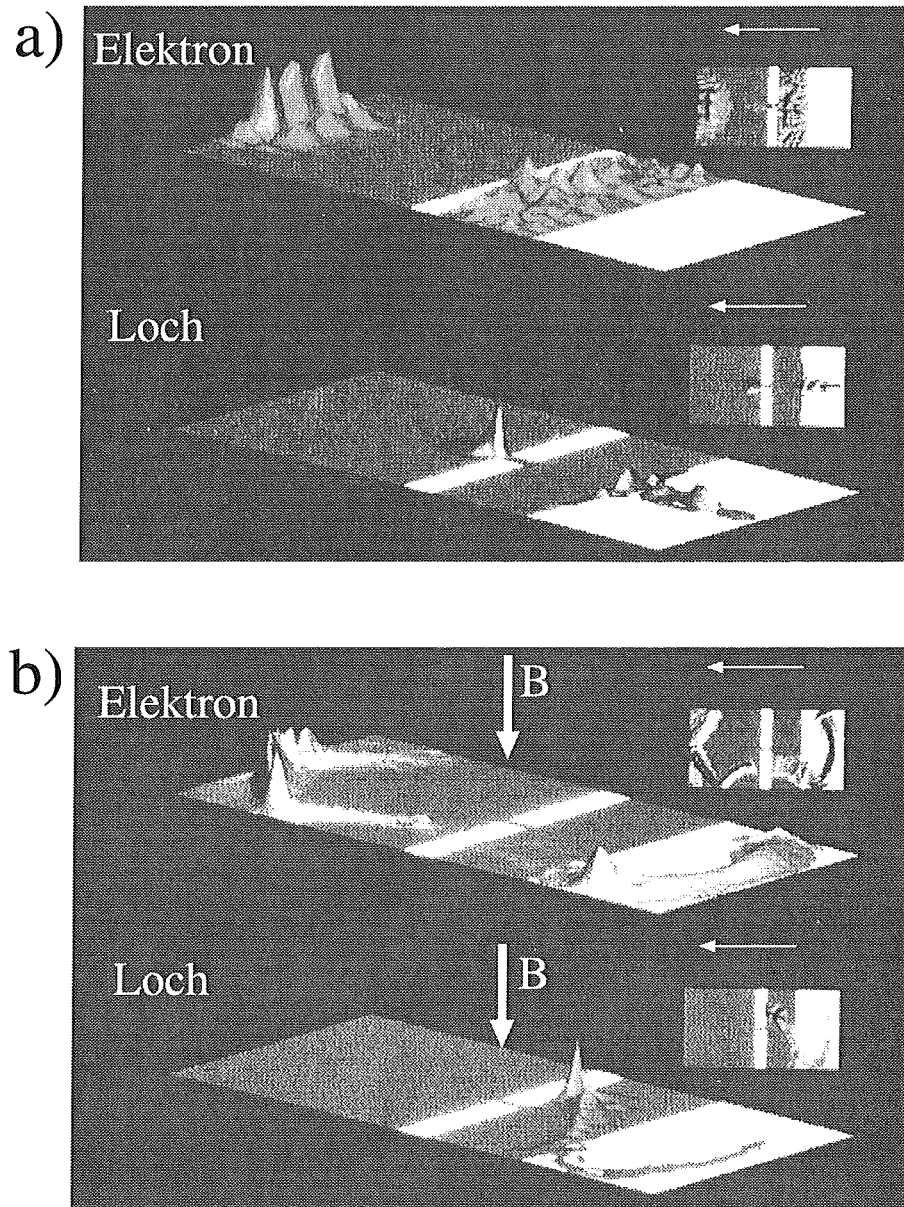
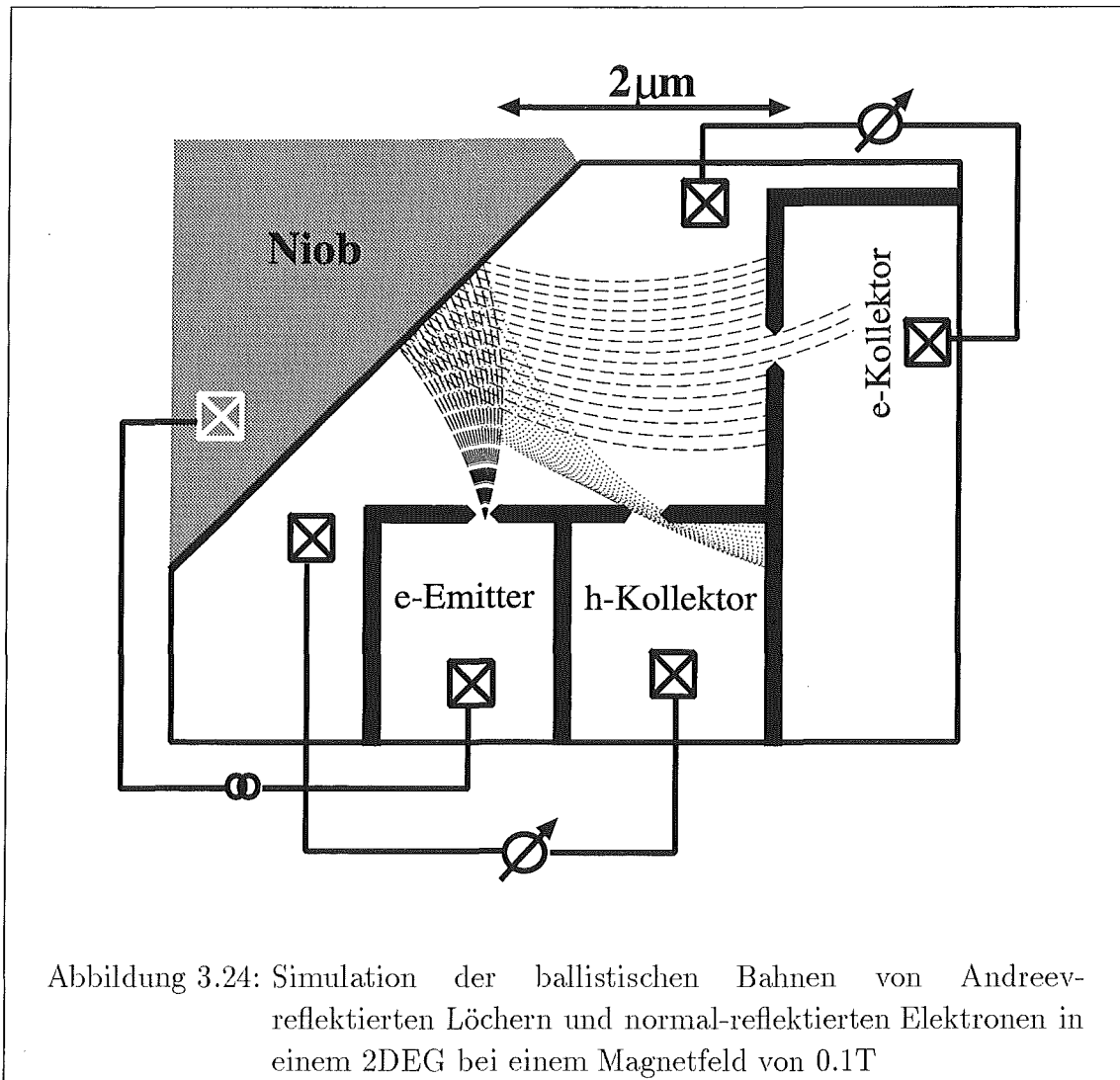


Abbildung 3.23: Simulation der Bewegung eines normal-reflektierten Elektrons und eine Andreev-reflektierten mit zusätzlicher Barriere an der SL/HL Grenzfläche, a) $B = 0T$, b) $B = 0.2T$

[12] vorgestellt. Er läßt dazu ein Startelektron als Gaußglocke durch den Punktkontakt auf den Supraleiter treffen. In Abbildung 3.22 a) ist eine Momentaufnahme von Elektron- und Lochwelle nach der Reflektion an der Grenzfläche gezeigt für den Fall, daß sich nur die Fermienergien der beiden Materialien unterscheiden. Man sieht, daß sich die Lochwelle wieder exakt zu einer Gaußglocke formt, also wirklich den zeitinvertierten Pfad des Primärelektrons geht, wohingegen das normal-reflektierte Elektron seine Verteilung geändert hat, da es mit dem am Punktkontakt reflektierten Anteil überlagert wird. Ein Teil der Elektronwelle ist auch zwischen dem Supraleiter und dem Punktkontakt lokalisiert. Abbildung 3.22 b) zeigt die gleiche Situation zu einem noch späteren Zeitpunkt. Der zwischen Punktkontakt und Supraleiter lokalisierte Anteil der Elektronwelle hat inzwischen abgenommen. Wenn nun zusätzlich zum Fermiwellenlängen-Unterschied noch eine echte Barriere an der Grenzfläche auftritt, so wird das Elektron noch stärker zwischen der Supraleiter-Grenzfläche und dem Punktkontakt lokalisiert (Abb. 3.23 a)) und die Intensität der Lochwelle nimmt ab. Abbildung 3.23 b) zeigt die gleiche Situation bei einem transversalen Magnetfeld. Wie zu erwarten ist die Krümmung der Elektron- und Lochbahn zwar gleich, aber die Startrichtungen sind unterschiedlich, was zu einer Auftrennung der Bahnen führt. Die Brechung der Zeitinvarianz durch das Magnetfeld bewirkt auch, daß nun auch das Andreev-reflektierte Loch nicht mehr zum Punktkontakt zurückkehrt. Da im Supraleiter das Magnetfeld Null ist, laufen die elektron- und lochartigen Quasiteilchen aber wieder den gleichen Weg.

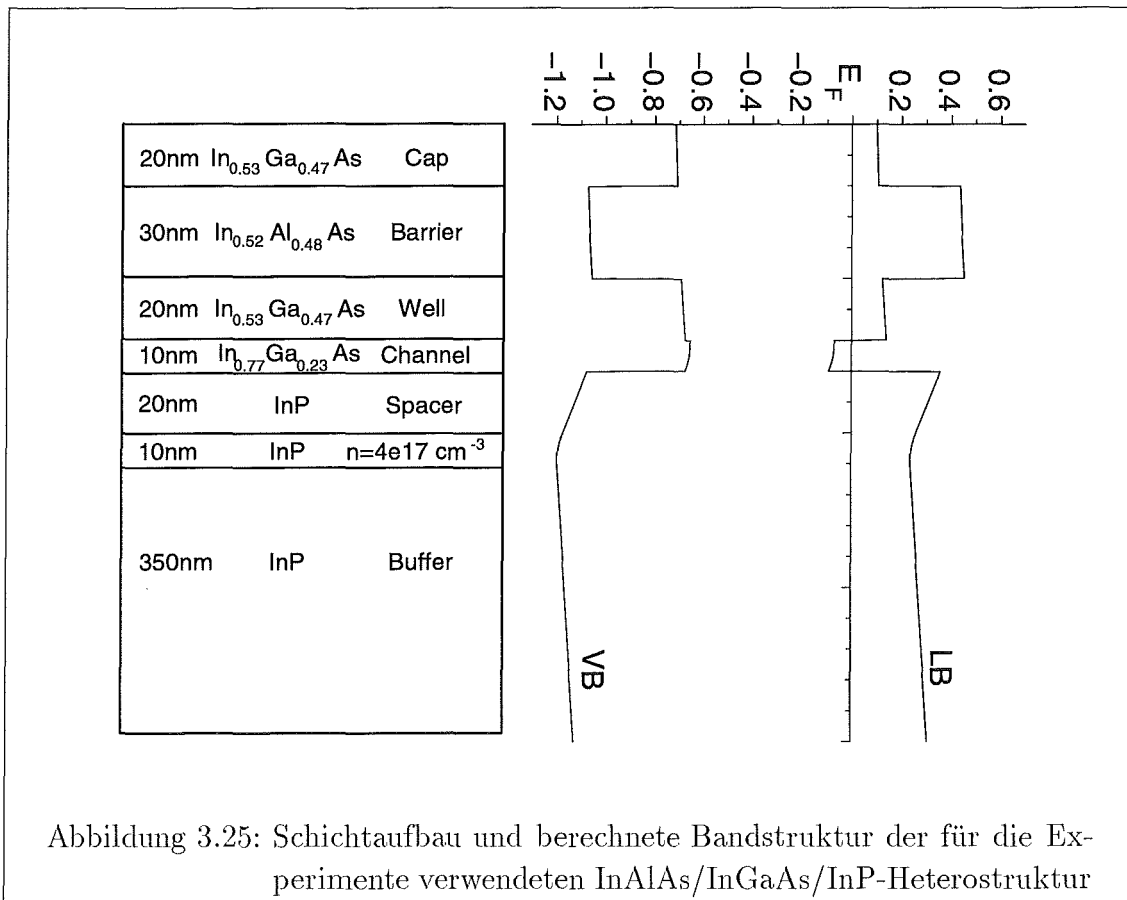
Diese unterschiedliche Bewegung von Andreev-reflektiertem Loch und normal-reflektiertem Elektron brachte mich auf die Idee in Anlehnung an die Fokussierungs-Experimente von Schäpers und Müller [46, 36], ein *Andreev-Spektrometer* zu bauen, mit dessen Hilfe die reflektierten Elektronen und Löcher getrennt und auf ihre Energie hin analysiert werden können. Um eine geeignete Geometrie dafür finden zu können, griff ich auf ein Programm von Th. Schäpers zurück, mit dem er das Verhalten von ballistischen Elektronen, die an einem elektrostatischen Spiegel spekulär reflektiert wurden, in Abhängigkeit eines transversalen Magnetfeldes untersucht hat. Dieses Programm wurde für beliebige Punktkontakt Anordnungen und um Andreev-Reflektion erweitert. Abbildung 3.24 zeigt eine solche Simulation, wobei die Beträge der Elektronen und Löcher als identisch angenommen wurden. Die Energie der emittierten Elektronen war gleich der Fermienergie. In der Graphik ist auch die geplante Meßanordnung mit dargestellt. Man sieht, daß wie auch bei den Simulationen von Th. Schäpers schon gezeigt, die Elektronen bei kleinen Magnetfeldern defokussiert werden. Die Andreev-reflektierten Löcher werden hingegen wieder gebündelt. Dies hängt mit der Zeitumkehr-Invarianz des ursprünglichen Prozesses zusammen. Durch



das Magnetfeld wird diese Symmetrie zwar gebrochen (die Fokussierung ist nicht perfekt), nicht aber vollständig unterdrückt.

3.2.1 Präparation von Punktkontakten auf InGaAs/InP

Ein mögliches Verfahren zur Herstellung einer solchen Einschnürung des 2DEG ist zum Beispiel das Ätzen einer solchen. Die Breite der Öffnung ist dabei aber durch die Lithographie und den Ätzprozeß festgelegt und kann nicht mehr verändert werden. Aus diesem Grunde wurde hier der Ansatz der Definition durch Gates verfolgt. Da wie weiter oben schon beschrieben, die hier verwendeten Heterostrukturen keine



ausreichende Oberflächenbarriere besitzen, kann hier nicht wie beim AlGaAs/GaAs-System ein Schottky-Gate durch einfaches Aufbringen eines Metalls auf die Oberfläche erhalten werden. Zunächst wurde die Benutzung einer Isolierschicht aus SiO₂ in Erwägung gezogen, da hiermit schon brauchbare Gate-Steuerungen auf diesem System erreicht wurden. Das Problem hierbei ist aber, daß alle die Prozesse, mit denen SiO₂ strukturiert werden kann, naßchemisch mit einer Ammoniumfluorid-Lösung (AF91) oder Flußsäure oder trockenchemisch mit einem SF₆-Plasma, auch Niob stark angreifen. Dadurch sind die präparativen Möglichkeiten sehr stark eingeschränkt. Die so hergestellten Gates zeigten eine sehr schlechte Reproduzierbarkeit [15, 54]. Dies lag sehr wahrscheinlich an der geringen Filmdicke von ca. 30nm. Das Verfahren, mit dem die SiO₂ Schichten auf die 2DEG aufgebracht wurden ist ein plasmaunterstütztes chemisches Depositionsverfahren, bei dem in einem Plasma eine gasförmige Siliziumverbindung (z.B. Silan) zerlegt wird und sofort mit dem ebenfalls dem Plasma zugesetzten Sauerstoff reagiert. Die Herstellung solch dünner Filme er-

fordert hohe Verdünnungen der reagierenden Gase und ist schwer zu kontrollieren, was zu ‘Löchern’ im Film führen kann. Ein weiteres Problem stellt der Plasma-Prozeß an sich dar, der eine sehr hohe Defekt-Zustandsdichte an der Halbleiteroberfläche bewirkt. Legt man an eine solche Schicht über ein darauf angebrachtes Metallgate eine Spannung an, so laden sich diese Zustände auf und führen zu einer Abschirmung des Potentials, das heißt, die Gates verlieren nach kurzer Zeit ihre Steuerwirkung.

Die bleibende Möglichkeit bestand in einer Änderung der Schichtstruktur im Hinblick auf eine zusätzliche Deckschicht, die gitterangepaßt aufwuchsbar ist und eine höhere Schottkybarriere bewirkt. Hier kamen InP und InAlAs als Materialien in betracht (siehe Abb. 3.2). InAlAs besitzt eine höhere Barriere als InP, welches daher noch p-dotiert werden muß, um eine zusätzliche Verbreiterung der Barriere zu erreichen [30]. Diese p-Dotierung darf jedoch nicht zu groß sein, da sie sonst auch das Potential im 2-dimensionalen Kanal verbiegt und somit zu einer Entleerung dessen führt. Das InAlAs ist von der Barrierenhöhe her der bessere Kandidat, aber wie alle Al-haltigen Verbindungshalbleiter neigt es sehr stark zur Oxidation, wodurch die Schicht zerstört werden kann. Um dies zu verhindern wird zusätzlich zu dieser Barriere noch eine Deckschicht aus InGaAs aufgebracht. Der gewählte Schichtaufbau zusammen mit einer berechneten Bandstruktur ist in Abbildung 3.25 dargestellt.

Da die InGaAs-Deckschicht zwar nominell undotiert ist, durch Verunreinigungen jedoch dennoch hohe Leitfähigkeiten besitzt und ihre Schottkybarriere viel zu klein ist, muß sie direkt vor dem Aufbringen der Gate-Metallisierung entfernt werden. Da die meisten Ätzen, die InGaAs entfernen, auch InAlAs angreifen, wurde eine Ätzlösung verwendet, die eine möglichst hohe Selektivität besitzt. Zu Verwendung kam hier eine Mischung aus Citronensäure und H_2O_2 im Verhältniss 1:1, die einen Unterschied von etwa 1:10 in der Ätzrate von InAlAs zu InGaAs besitzt [55]. Da die Mischung aber sehr viskos ist und eine schlechte Benetzung zeigt, wurden die Proben zusätzlich vor dieser Behandlung 3 Sekunden lang einem rf-Sauerstoff-Plasma von 200W bei ca. -560V Beschleunigungsspannung ausgesetzt, um eventuelle Lackschleier zu entfernen. Der Ablauf der Gate-Präparation ist in Abbildung 3.26 graphisch dargestellt. Nach dem Einlegieren der Ohmschen Kontakte wird als nächstes die Lackmaske für die Gate-Metallisierung aufgebracht. Die Gate-Zuleitungen sind am Rande der Mesa unterbrochen (a)). Kurz vor dem Aufdampfen der Gate-Metalle wird nach einer Behandlung mit dem oben beschriebenen Sauerstoff-Plasma zur Entfernung von Lackschleiern die InGaAs-Deckschicht mit der oben erwähnten Ätzlösung dort entfernt (b)), wobei ein leichter Unterschnitt erreicht werden muß. Bei dem hier vorliegenden Schichtdickenverhältniss von InGaAs zu InAlAs, reichte eine Ätzdauer von einer Minute aus. Nach einer Spülung der Probe in DI-Wasser wurden

die Proben sofort in die Aufdampfkammer eingebaut und mit einer Schicht aus Cr/Au/Ti (5nm/80nm/30nm) bedeckt. Nach einer weiteren optischen Lithographie der Mesa-Struktur, die ebenfalls als Titan-Maske präpariert wurde (c)), erfolgt nun das Reaktive-Ionenätzen nach dem vorher schon beschriebenen Verfahren. Im daran anschließenden Bad in 10%-iger HF-Lösung, wird sowohl das Titan, als auch die eventuell entstandenen In-Oxide entfernt. Da sich aber nach einigen Tests zeigte, daß dennoch keine gute Isolierung der Gates gegen den aktiven 2D-Kanal erreicht werden konnte, wurde vor der Entfernung des Titans noch ein zwei Sekunden Dip in einer naßchemischen Ätze aus HCL/CH₃COOH/H₂O₂/H₂O (10:3:1:2)[2] durchgeführt, der nicht nur Oxide, sondern auch den Halbleiter selbst ätzt. Hiermit konnte die Isolation der Gate-Kontakte verbessert werden. Die Unterbrechung in den Gate-Zuleitungen wurde mit einem Polyimid aufgefüllt, welches eine sehr gute elektrische Isolation ermöglicht und gleichzeitig gegen alle gängigen Ätzen und Lösungsmittel resistent ist (d)). Durch eine Überbrückungs-Metallisierung aus Cr/Au (5nm/120nm) wurden die Gate-Teile nun wieder verbunden (e)). Ein bis hier fertiggestellte Probe ist in Abbildung 3.27 gezeigt.

Auf der Mesa-Struktur können nun die Punktkontakte als Schottky-Gates aufgebracht werden. Zunächst wurden Punktkontakte gegenüber des Supraleiterkontakts angebracht, in einer Geometrie, die der Simulation von de Raedt entspricht. Die Zuleitungen reichten für zwei hintereinanderliegende solcher Punktkontakte aus. Die Punktkontakte wurden mit Elektronenstrahl-Lithographie definiert, wobei die Positionierung relativ zur Mesa-Kante, an der später der Supraleiterkontakt hergestellt wird, mit Hilfe von Justiermarken auf der Mesa-Struktur erfolgte. Auch hierbei muß vor dem Aufdampfen der Metallisierung die InGaAs-Deckschicht wieder mit der Citronensäure / H₂O₂-Ätze entfernt werden, wiederum mit dem vorgeschalteten Sauerstoff-Plasma zur Entfernung von Lackschleiern. Eine elektronenmikroskopische Aufnahme einer solchen Punktkontakt-Geometrie mit bereits fertiggestelltem Niob-Kontakt zeigt Abbildung 3.28.

Die Niob-Kontakte für die folgenden Proben wurden in einer anderen UHV-Kammer hergestellt. Hierbei wurde anstatt des rf-Argon-Plasmas eine Penning-Quelle benutzt, um die Probe, die sich im Abstand von ca. 30cm von der Mündung befand, mit Argon-Ionen zu beschießen, die mit 300V beschleunigt wurden. Die erreichbaren Ionenströme lagen bei ca. 1pA, so daß die Ätzdauer auf ca. drei Stunden heraufgesetzt werden mußte, damit eine gute Abtragung erreicht werden konnte. Da es sich hierbei um einen gerichteten Ionenstrahl handelt, mußte die Probe geschwenkt werden, um die zu reinigende Fläche dem Strahl zuzuwenden. Der Kammerdruck vor Beginn des Argon-Ionen Beschusses lag bei ca. 10⁻⁹mbar. Das Niob wurde mit

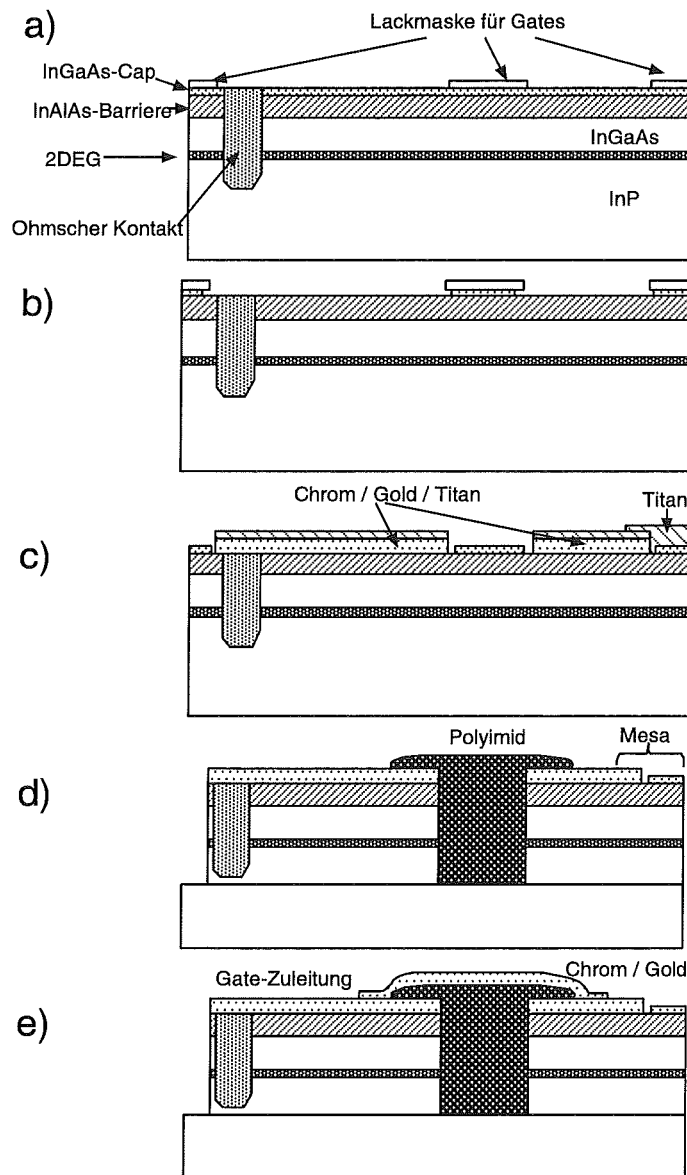


Abbildung 3.26: Gate-Präparation der InAlAs/InGaAs/InP-Heterostruktur

einer Elektronenstrahl-Heizung verdampft und die Abscheidung über eine Quarzwaage und ein INFICON-Steuergerät kontrolliert. Die gewünschte Aufdampftrate lag bei 4nm/sek. Die Probe wurde während des Aufdampfens mit der zu bedampfen- den Kante dem Niob-Gasstrahl zugewendet. Auch hier wurde wieder eine 100nm

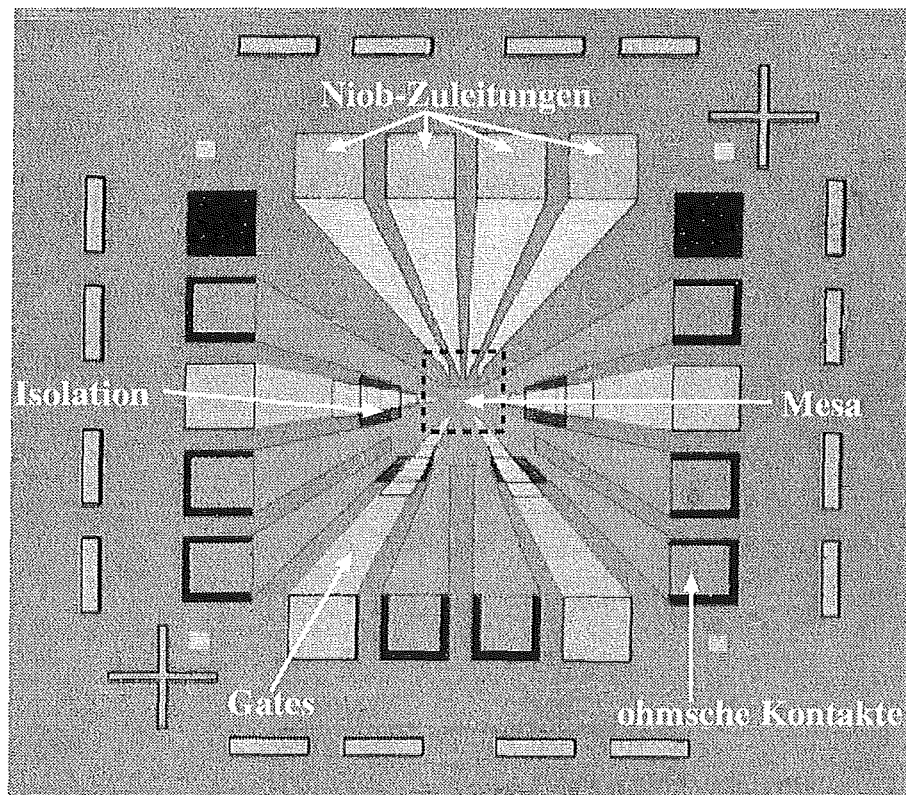


Abbildung 3.27: Photo einer vollständig präparierten Punktkontaktstruktur. Im umrahmten Bereich werden die Punktkontakte elektronenstrahl-lithographisch strukturiert.

dicke Niob-Schicht aufgebracht. Der Druck vor und während des Aufdampfens lag im Bereich von 10^{-10} mbar.

3.2.2 Messungen an Punktkontakten

Die Ausbeute an Strukturen, bei denen die präparierten Schottky-Gates Sperrströme kleiner als $1\mu\text{A}$ zeigten, war leider sehr klein. Viele Gates brachen schon bei sehr kleinen Spannungen durch, andere schienen trotz der vielen Schritte zur Isolation Kurzschlüsse zu haben, was am wahrscheinlichsten durch eine unzureichende Entfernung der InGaAs-Deckschicht hervorgerufen wird. Besonders der Unterschnitt, der erreicht werden muß, um die Gates voneinander zu isolieren, wird oft nicht überall

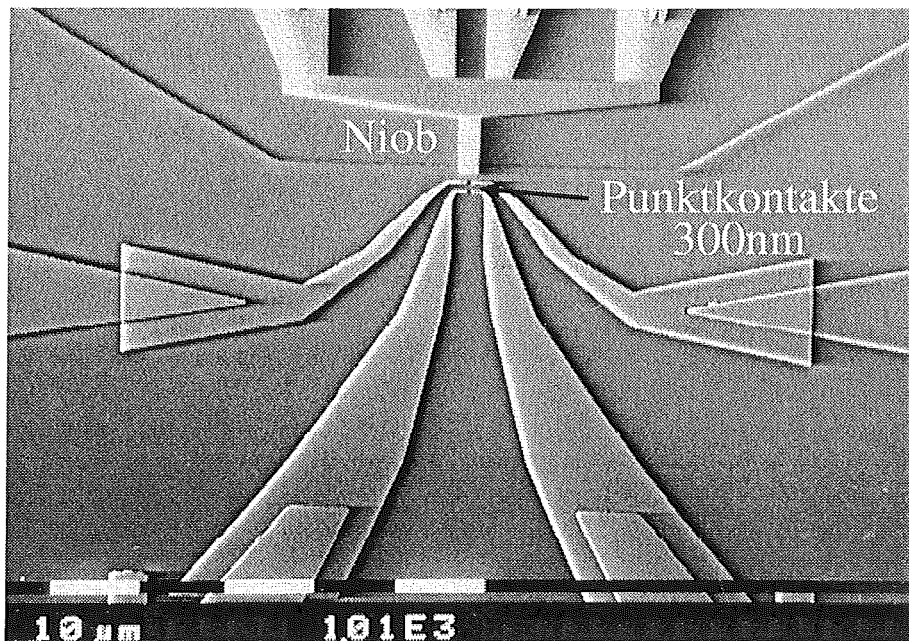


Abbildung 3.28: Elektronenmikroskopische Aufnahme der Punktkontakte auf einer Mesa. Die Gate- und Niob-Zuleitungen sind zu sehen

gleichmäßig erreicht. Die funktionierenden Gates zeigten dafür aber auch eine sehr gute Steuerwirkung. Alle hier aufgeführten Messungen erfolgten im He^3 -Kryostaten bei 0.3K, solange nichts anderes angemerkt wird. Die Punktkontakt Kennlinien-Messung wurde mit einem Strom von 10nA durchgeführt und zeigt auch Quantisierungsstufen (Abb. 3.29), wie sie bei Punktkontakten auf dem AlGaAs/GaAs-System seit langem bekannt sind. Allerdings ist bei den von mir gemessenen Punktkontakten keine Langzeitstabilität vorhanden. Zwei aufeinanderfolgende Messungen des gleichen Punktkontaktes zeigten schon ein verschiedenes Muster (siehe Abb. 3.29). Insbesondere die Stufen veränderten sich, tauchten auf und verschwanden wieder. Daher konnte ich für meine Messungen keine Quantisierungs-Effekte ausnutzen, um z.B. den Widerstand des Punktkontaktes zu definieren. Um zu zeigen, daß mit den hier präparierten Punktkontakten dennoch ballistische Elektronen erzeugt und detektiert werden können, wurde zwischen den beiden $1\mu\text{m}$ auseinanderliegenden Punktkontakten (Abb. 3.28) eine Kollimations-Messung vorgenommen. Dabei werden Elektronen aus einem Punktkontakt emittiert und mit dem anderen detektiert [46]. Ein Schema der Messung zeigt die Graphik 3.30. Mit Hilfe einer Konstantstromquelle werden

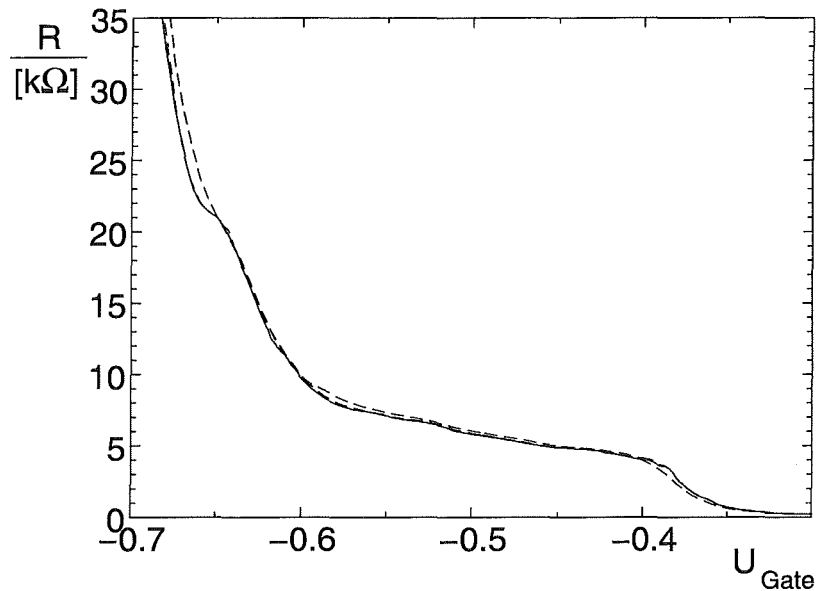


Abbildung 3.29: Punktkontakt-Charakteristik eines wie oben beschrieben präparierten Punktkontakts. Quantisierungsstufen lassen sich ebenfalls erkennen. Die gestrichelte Messung erfolgte direkt im Anschluß

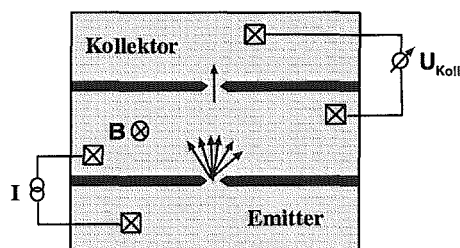


Abbildung 3.30: Schema einer Kollimations-Messung zur Erzeugung und Detektion von ballistischen Elektronen

aus einem Punktkontakt, dem sogenannten *Emitter*, Elektronen ballistisch emittiert. Einige gelangen ohne Streuung durch den gegenüberliegenden Punktkontakt, den sogenannten *Kollektor*, hindurch, und führen dort zu einer Aufladung des Gebietes hinter dem Punktkontakt gegenüber dem davorliegenden. Diese Spannungserhöhung

wird gemessen. Aus ihr kann über die Bestimmung des Punktkontaktwiderstandes dann auch der ballistisch auftreffende Elektronenstrom berechnet werden.

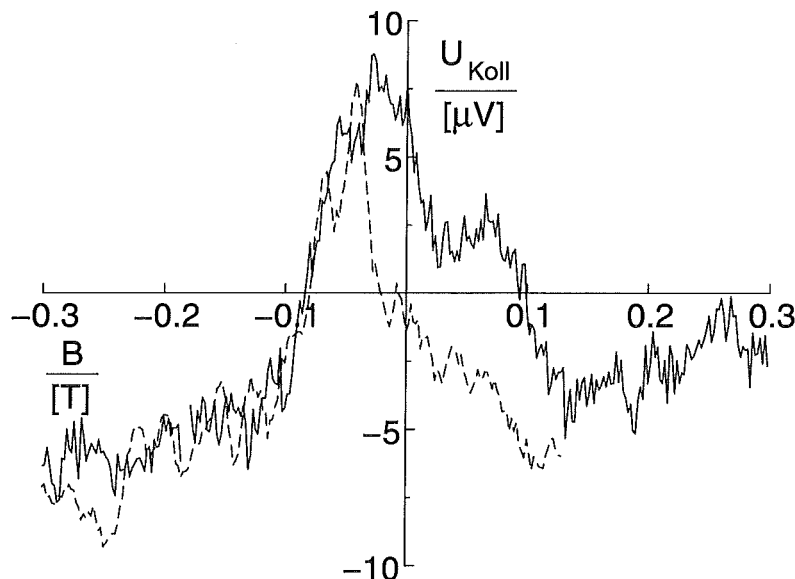


Abbildung 3.31: Kollimations-Messung zwischen den beiden $1\mu\text{m}$ auseinanderliegenden Punktkontakten. Aufgetragen ist die Kollektor-Spannung als Funktion des transversalen Magnetfeldes. Bei der gestrichelten Kurve ist der Emitter verengt gegenüber der durchgezogenen Kurve

Bei der Kollimations-Messung wird nun durch ein transversales Magnetfeld B die Bahn der ballistischen Elektronen gekrümmt und sie treffen irgendwann den Kollektor nicht mehr. Die Spannung am Kollektor müßte also mit wachsendem B -Feld abnehmen, wenn es sich wirklich um einen ballistischen Elektronenstrahl handelt, der von Emitter ausgesandt wird. Abbildung 3.31 zeigt eine solche Messung. Der Emitterwiderstand betrug bei der ersten Messung $3.8\text{k}\Omega$ (durchgezogene Linie) und der Kollektorwiderstand war auf $2.7\text{k}\Omega$ eingestellt. Der Meßstrom betrug 10nA . Man sieht deutlich, wie sich die Aufladung des Kollektors mit dem B -Feld ändert. Bei der gestrichelten Kurve wurde die Öffnung des Emitters verkleinert. Der Emitterwiderstand war nun $4.8\text{k}\Omega$ (gestrichelte Linie). Der emittierte Strahl müßte also auch eine Verengung zeigen, was auch tatsächlich zutrifft. Ebenfalls ist zu erkennen, daß das Maximum der Aufladung nicht bei $B = 0\text{T}$ liegt. Der Emitter strahlt

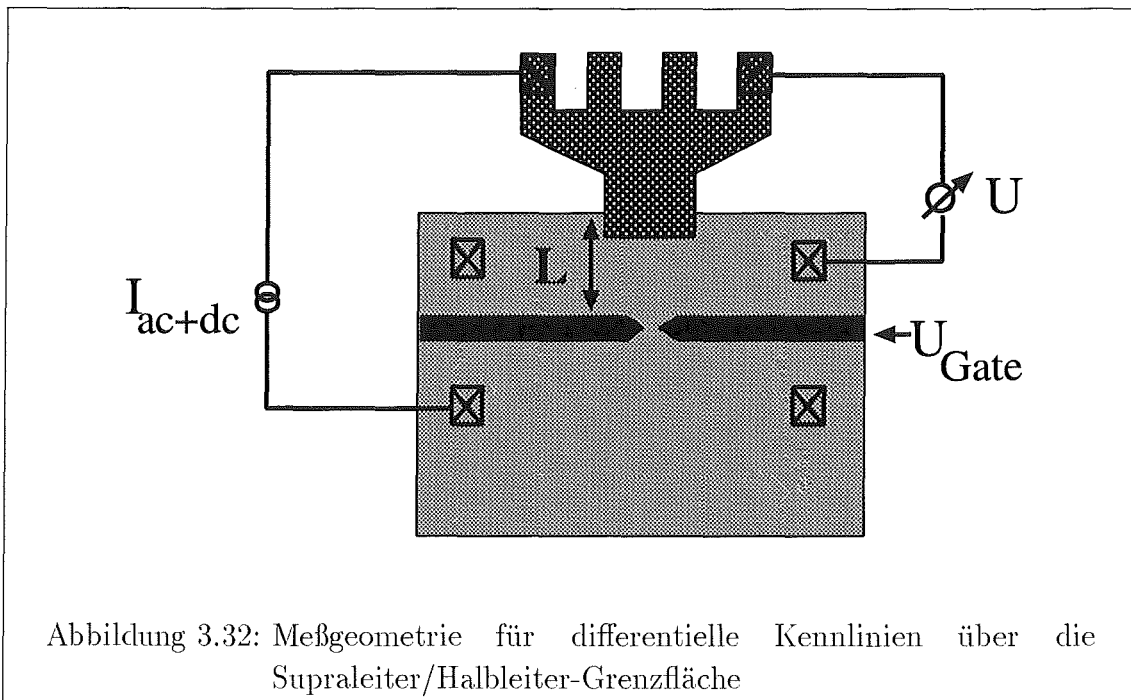
also nicht um 0° ab sondern leicht zu negativen Winkeln geneigt. Über den Zyklotronradius $r_c = \frac{eB}{m^*v_F}$ und den Abstand L von Emitter und Kollektor läßt sich mit der Beziehung

$$\phi = \arcsin\left(\frac{L}{2r_c}\right)$$

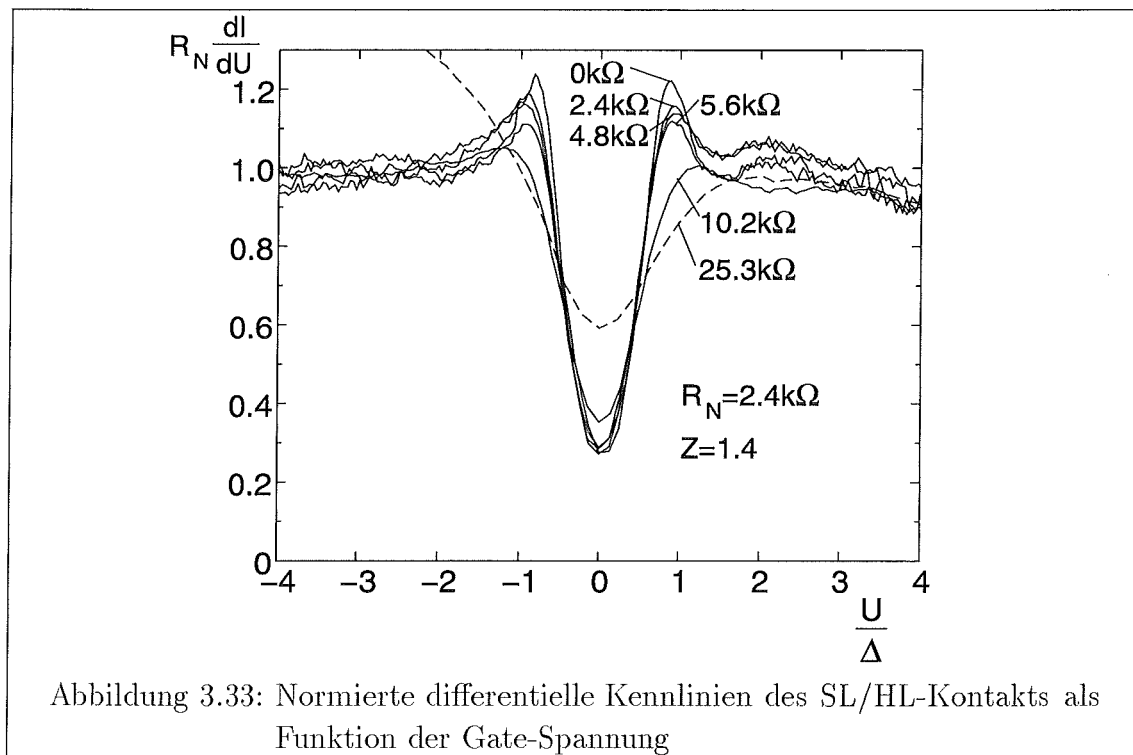
der mittlere Emissionswinkel und die Emissionsverteilung ermitteln. Die Breite änderte sich von $\pm 30^\circ$ auf $\pm 15^\circ$. Gleichzeitig wanderte der Schwerpunkt des Strahls von -6° auf -15° .

3.2.3 Punktkontakte und SL/NL-Kontakte

Leider waren bei vielen Proben, bei denen die Punktkontakte funktionierten, die Supraleiter/Halbleiter-Grenzflächen sehr stark geschädigt. Eine mögliche Ursache kann hier die naßchemische Nachätzung nach dem RIE-Prozeß sein, bei der auch HCl verwendet wurde. Wie weiter oben schon aufgeführt, können sich eventuell bildende In-Halogenide eine zusätzliche Barriere bewirken. Dennoch hatten einige Proben genügend hohe Grenzflächen Transmissivitäten. Hier verwendet wurde eine Probe mit $R_N = 2.4k\Omega$ und $Z = 1.4$.

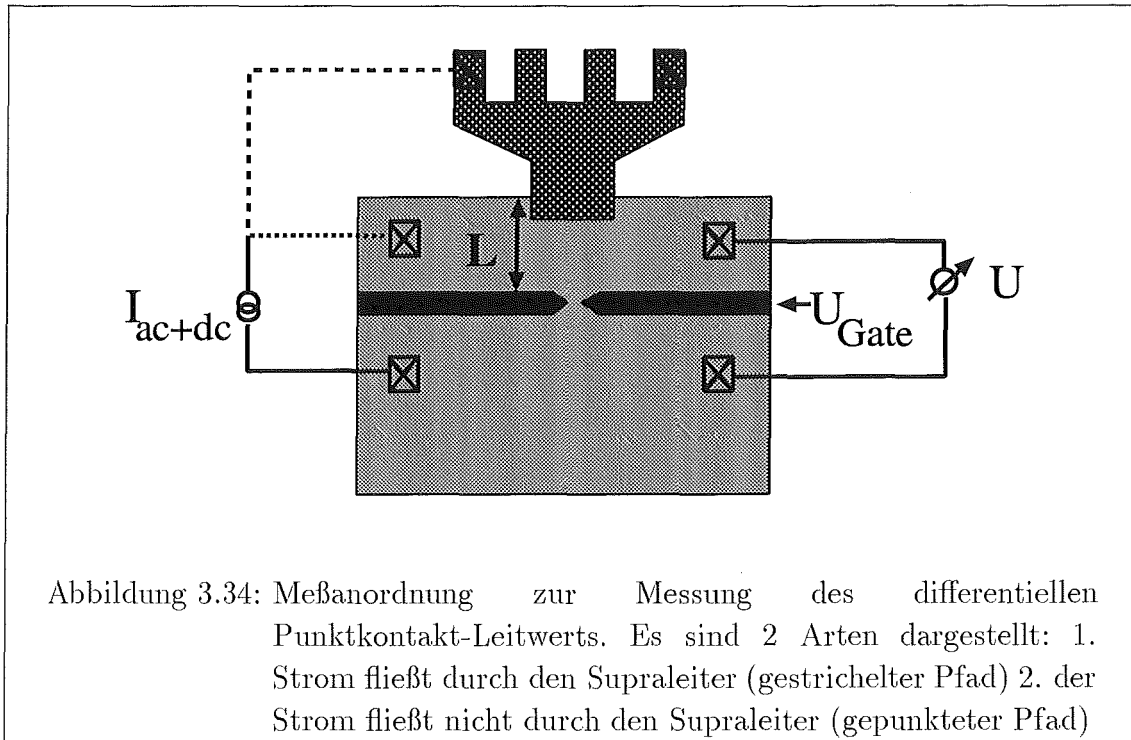


Zunächst wurden differentielle Kennlinien des Supraleiter/Halbleiter-Kontakts aufgenommen. Die Meßgeometrie ist in Abbildung 3.32 dargestellt. Der Abstand L



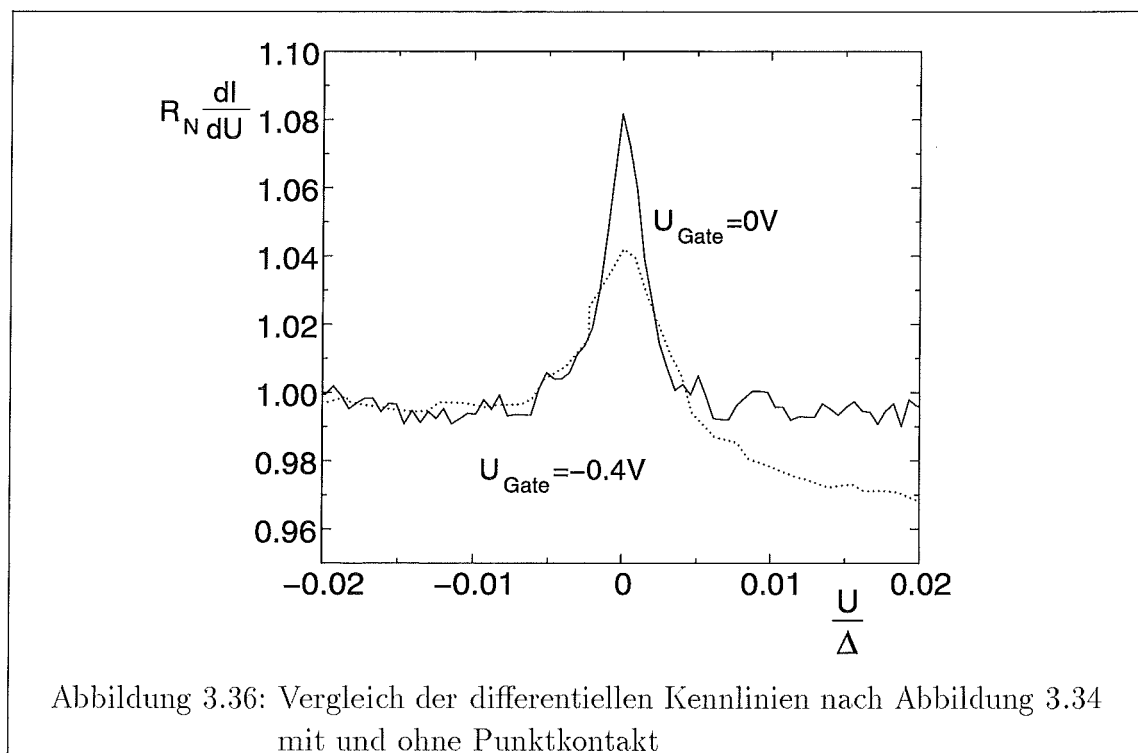
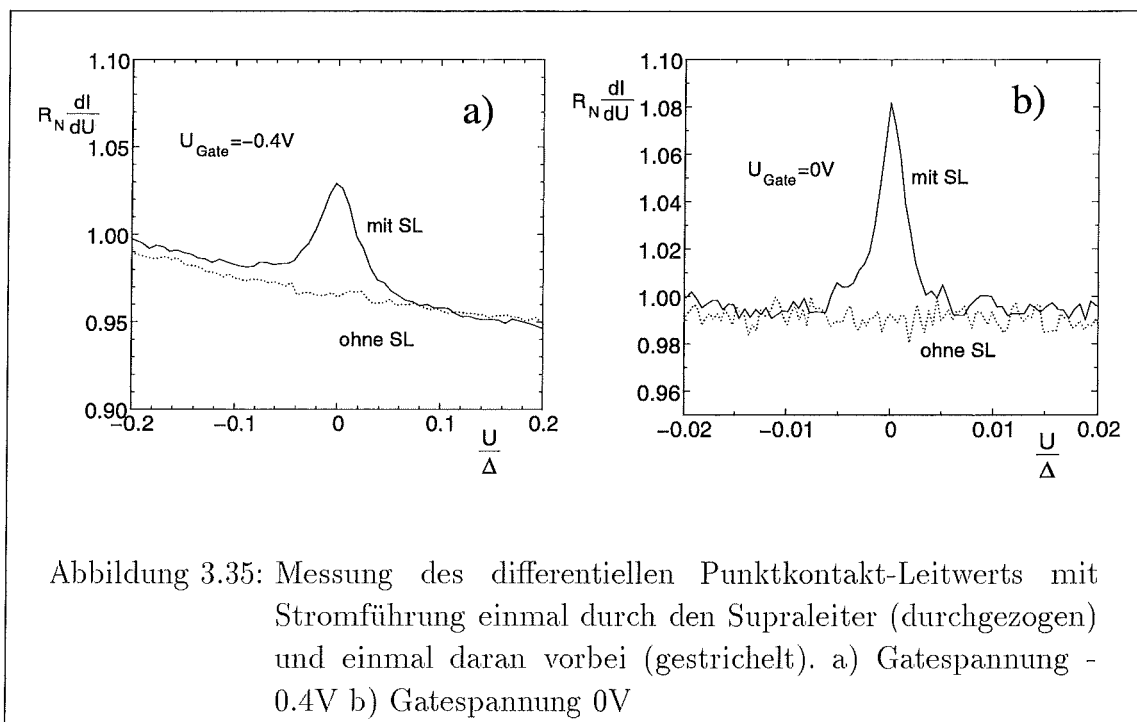
des Punktkontaktes vom Supraleiter/Halbleiter-Kontakt betrug hier $3\mu\text{m}$. Die Messungen wurden mit variabler Gate-Spannung des Punktkontaktes durchgeführt. Die Barriere im Inneren des Punktkontaktes wird dabei immer höher. Das bewirkt, daß die Energie der Elektronen relativ zur Fermienergie immer größer wird, die Elektronen werden 'heiß'. Gleichzeitig nimmt auch der Widerstand des Punktkontaktes zu, so daß ein immer größerer Teil der Spannung am Punktkontakt und nicht mehr an der SL/HL-Grenzfläche abfällt. Durch die Normierung der Widerstandskurven auf 'normalleitende'-Werte, also die Widerstände weit außerhalb der Gap-Energie, läßt sich jedoch der Effekt in der Höhe der Peaks kompensieren. Da der Meßstrom I und nicht die Spannung U vorgegeben wurde, uns aber die Spannung interessiert, mußten die differentiellen Kurven integriert werden, um somit eine Umrechnung von Strom in Spannung zu ermöglichen. Eventuelle Offsets sind durch eine ungenaue Integration zu erklären. Das Ergebnis der Messungen ist in Abbildung 3.33 dargestellt. Wie man sieht, liegen die Maxima der Leitwerte wieder ziemlich genau bei der Gap-Energie des Niob. Bei noch höheren Gate-Spannungen, ist die Barriere im Punktkontakt sogar so hoch, daß die Elektronen sie nur noch durchtunneln können, was sich auch sofort in der starken Asymmetrie der Kennlinien zeigt (gestrichelte Kennlinie). Die mit dem Punktkontaktwiderstand immer stärker werdende Verschmierung der Kenn-

linie liegt am wachsenden Hub des AC-Spannungsanteils des Signals, über den im Lock-In gemittelt wird.



Als nächstes wurde der differentielle Leitwert des Punktkontakts untersucht. Dazu wurden zwei verschiedene Meßanordnungen verwendet, die beide der Graphik 3.34 dargestellt sind. Bei der einen wird der Strom nur durch den Punktkontakt gezogen, bei der anderen auch durch den Supraleiter.

Bei den ersten beiden Messung wurde an den Punktkontakt eine Spannung von -0.4V gegenüber dem 2DEG angelegt, was einem Widerstand von $1.2\text{k}\Omega$ entspricht. Der Abstand L war wieder $3\mu\text{m}$. Abbildung 3.35 a) zeigt die Kurven für die Messung über den Supraleiter (durchgezogen) und ohne Supraleiter (gestrichelt). Ohne Supraleiter ist der Leitwert praktisch konstant. Mit Supraleiter jedoch zeigt sich eine Leitwertserhöhung von ca 5% in einem Bereich von $\pm 0.05\Delta$. Diese Erhöhung läßt sich mit Hilfe der Andreev-Reflektion erklären, da die Andreev-reflektierten Löcher im gleichen Sinne, wie die emittierten Elektronen zum Leitwert beitragen, ihn somit erhöhen. Im Bild des Proximity-Effekts aus dem Zaitsev- oder Kuprianov-Lukichev-Modells kann das Ganze als Erhöhung der Zustandsdichte im Normalleiter interpretiert werden, wobei der Energiebereich um die Fermikante, in dem diese Erhöhung stattfindet, ca. 5% der Gap-Energie des Niob ausmacht. In größerer Nähe



zum Supraleiter sollte dieser Bereich sogar noch breiter sein, was hier leider nicht nachgeprüft werden konnte.

Schaltet man nun jedoch den Punktkontakt aus, geht also von einer ballistischen zu einer diffusiven Messung über, so findet man ebenfalls eine Steigerung des differentiellen Leitwertes, diesmal um ca. 8.5% (Abbildung 3.35 b)). Dafür ist aber der Energiebereich ca. um einen Faktor 10 kleiner. Beide Effekte sind durch den Punktkontakt zu erklären. Da der Punktkontakt nur die spekulär Andreev-reflektierten Löcher detektieren kann (nur diese starten ihren Rückweg mit der zeitinvertierten Geschwindigkeit des Primärelektrons), gehen für ihn alle diffus reflektierten Löcher verloren. Da wir aber bei den Supraleiterkontakten, die mit Argon-Ionen-Beschuß vorbehandelt wurden, eine zerstörte Zwischenschicht annehmen mußten, ist dies hier sogar sehr wahrscheinlich. Bei der diffusiven Messung werden aber alle Andreev-reflektierten Löcher detektiert, also auch die diffus gestreuten. Aus dem Verhältnis der Leitwertsteigerungen läßt sich somit auch der Aufschluß über den spekulären Anteil der Reflektion machen, der hier bei ca. 60% läge. Die Verbreiterung des Energiebereichs ist ein Effekt, der durch den ebenfalls vorhandenen Spannungsabfall am Punktkontakt hervorgerufen wird. Korregiert man die Spannungsskala daraufhin, indem man vor der Integration den Punktkontaktwiderstand abzieht, so stimmen die Energiebereiche wieder sehr gut überein. Das Resultat ist in Abbildung 3.36 graphisch dargestellt.

Messungen mit Magnetfeld

Wenn das Signal, was bei der Messung mit eingeschaltetem Punktkontakt empfangen wurde, wirklich von ballistischen Teilchen stammt, so muß es durch ein zusätzliches transversales Magnetfeld abgeschwächt werden bzw. vollständig verschwinden, da die Andreev-reflektierten Löcher den Punktkontakt nicht mehr erreichen. Eine Messung hierzu zeigt die Graphik 3.37 a). Wie man sieht, wird das Signal tatsächlich durch das Magnetfeld abgeschwächt. Die Reaktion ist allerdings recht schwach, was sich aber durch die weite Emission (siehe Kollimations-Messungen) und die sehr diffuse Reflektion erklären läßt. Dadurch erfüllen immer wieder andere Löcher die Detektionsbedingung am Punktkontakt. Die x-Achse ist hier wieder mit der nicht auf den Punktkontaktwiderstand korrigierten Skala versehen, die die Energien am Supraleiterkontakt um einen Faktor zehn überschätzt. Die äquivalente Messung wurde auch ohne eingeschalteten Punktkontakt mit dem entsprechenden Ergebnis durchgeführt. Das Resultat ist in Abbildung 3.37 b) gezeichnet. Um zu bestimmen, bei welchem Magnetfeld die Leitwerts-Erhöhung verschwindet, wurde eine Serie von Kennlinien

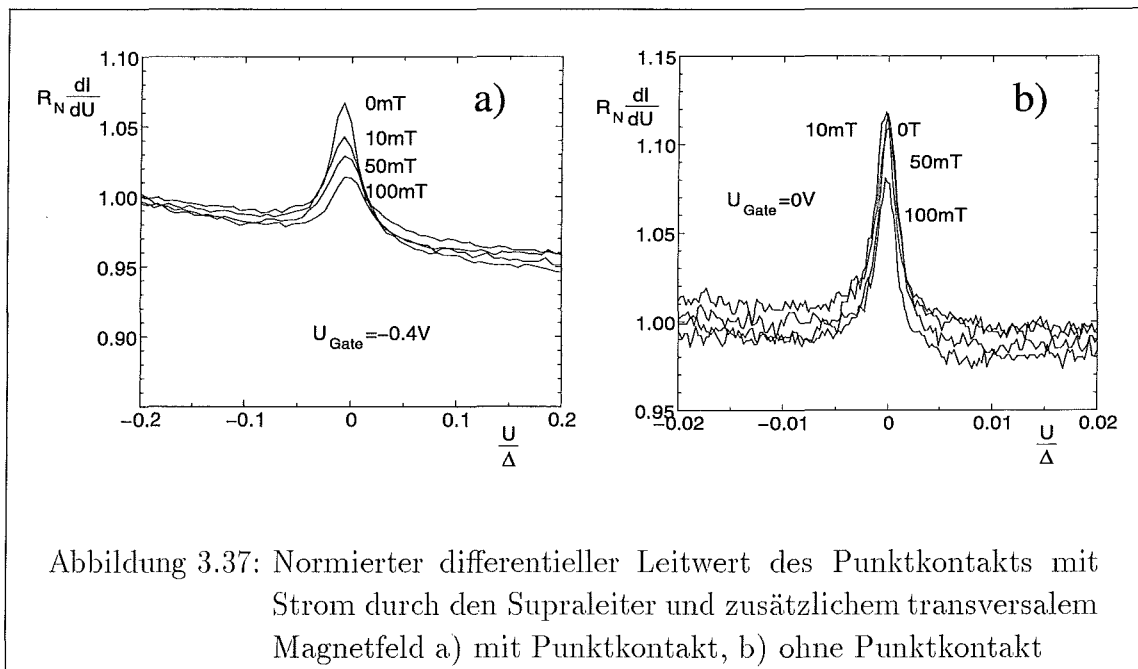


Abbildung 3.37: Normierter differentieller Leitwert des Punktkontakts mit Strom durch den Supraleiter und zusätzlichem transversalem Magnetfeld a) mit Punktkontakt, b) ohne Punktkontakt

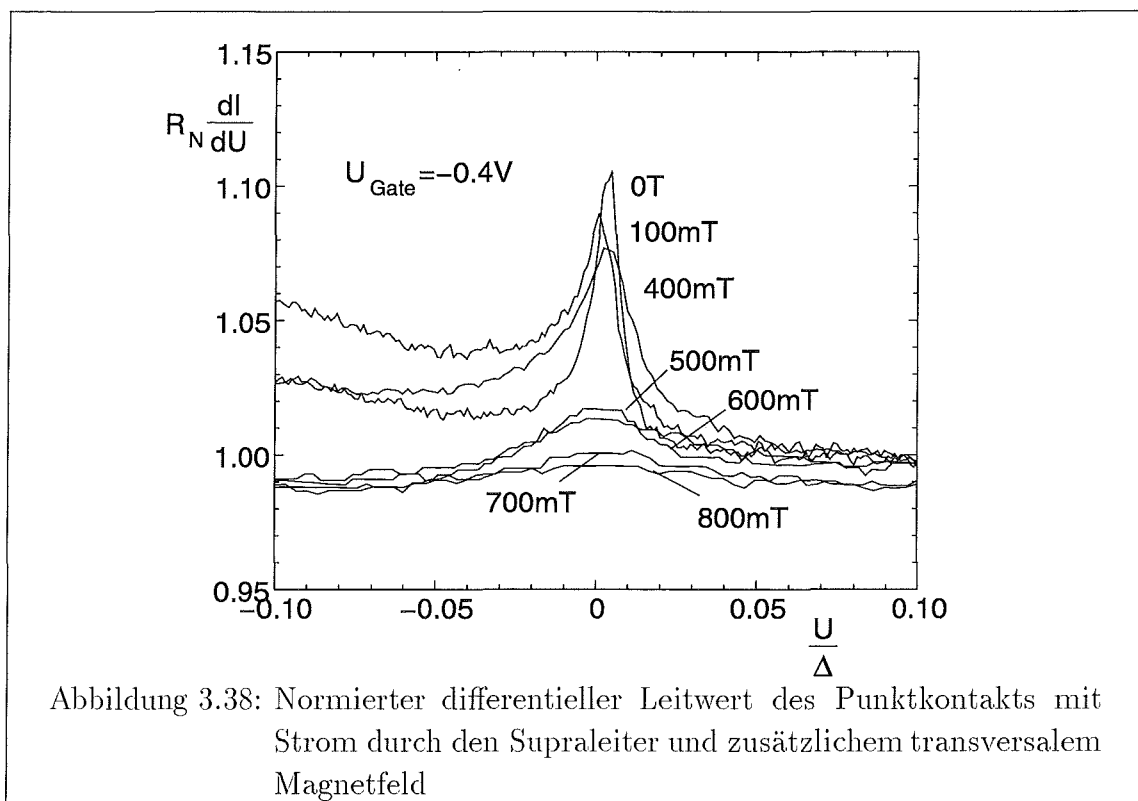
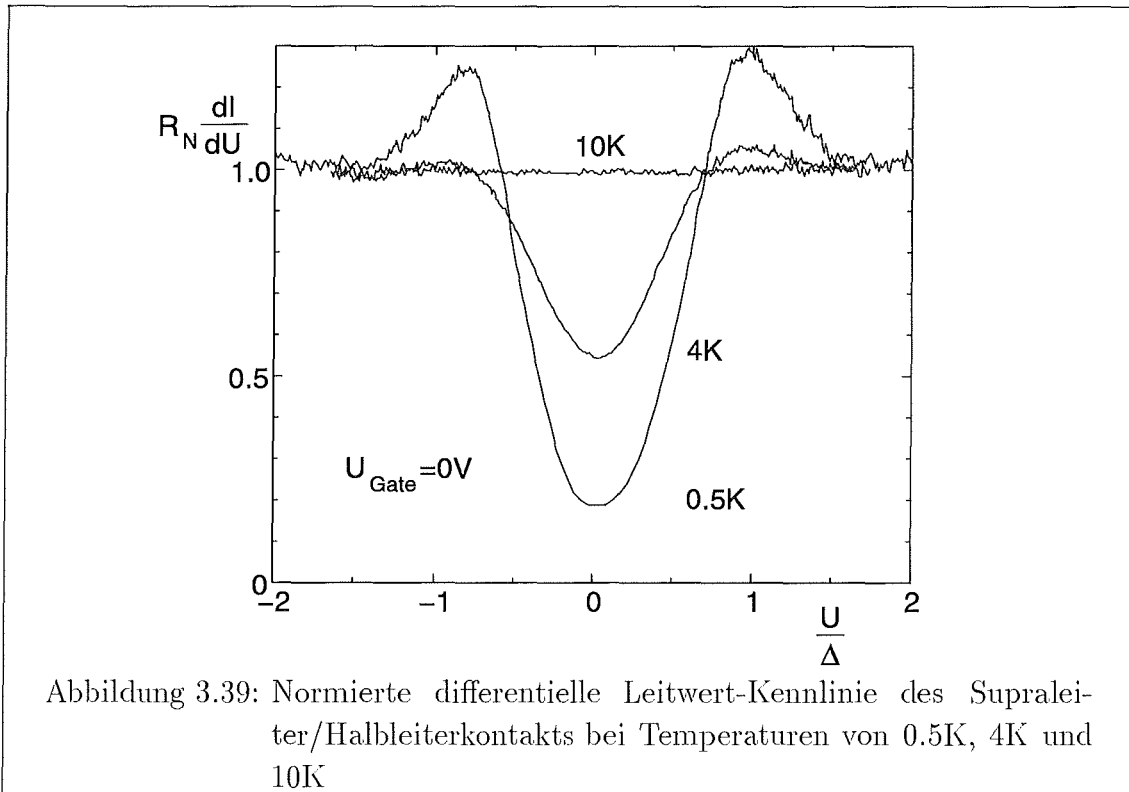


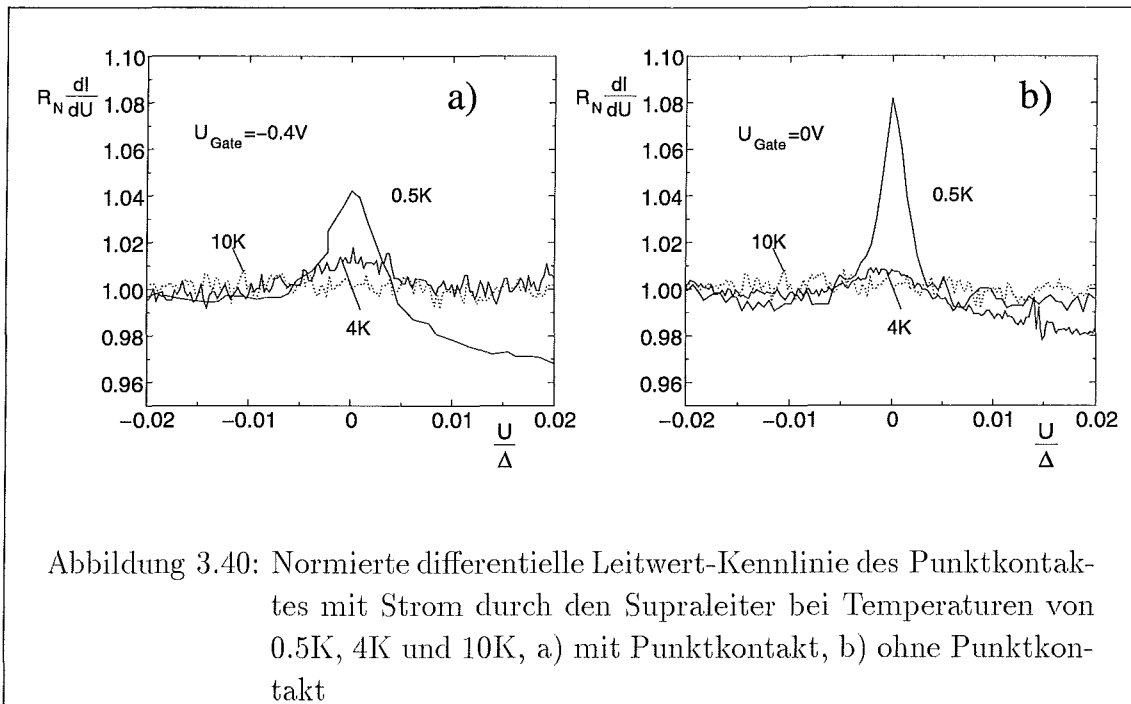
Abbildung 3.38: Normierter differentieller Leitwert des Punktkontakts mit Strom durch den Supraleiter und zusätzlichem transversalem Magnetfeld

bei steigenden Magnetfeldern gefahren. Die Messungen zeigen eine kontinuierliche Abnahme der Leitwert-Erhöhung bis ca. 800mT. Danach verläuft die differentielle Leitwert-Kurve flach (Abbildung 3.38). Würde man ein rein ballistisches Singnal detektieren, so hätte schon bei weniger als 100mT der Peak vollständig verschwinden müssen (siehe Kollimations-Messungen). Das Feld von 800mT ist wesentlich kleiner als das kritische Feld für das hier benutzte Niob. Das Ergebnis ist daher verträglich mit der Interpretation der Leitwert-Erhöhung durch Andreev-Reflektion. Daß das ballistische Signal bei diesen Feldern aber noch sichtbar ist, ist ein starkes Indiz für den diffusiven Charakter der Andreev-Reflektion an der Supraleiter/Halbleiter-Grenzfläche.

Temperaturabhängige Messungen



Abschließend wurden die differentiellen Leitwertkurven des Supraleiter/Halbleiter-Kontakts und des Punktkontakts bei Strom durch den Supraleiter bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen. Außer bei 0.5K, wo sämtliche der obigen Messungen durchgeführt wurden, wurden die gleichen Kurven noch einmal bei 4K, was ungefähr $T_c/2$ entspricht, und bei 10K, was definitiv über T_c liegt, aufgenommen. Die



Supraleiter/Halbleiter-Kennlinie zeigt eine Abnahme der Zustandsdichte bei Δ bei 4K, was zu erwarten war (siehe Abbildung 3.39). Bei 10K ist jegliche Struktur verschwunden, wie es auch sein sollte.

Die entsprechenden Messungen am Punktkontakt wurden wieder mit und ohne eingeschaltetem Punktkontakt vorgenommen. Das Ergebnis ist wie erwartet. Die Leitwert-Erhöhung nimmt in beiden Fällen bei 4K stark ab, was wiederum ein Zeichen für die geringere induzierte Zustandsdichte im Halbleiter ist (Abbildungen 3.40 a) und b)). In beiden Fällen ist auch bei 10K jegliche Struktur verschwunden, was ein endgültiger Beweis dafür ist, daß die Leitwert-Erhöhung durch den Supraleiter induziert ist.

Ergebnisse

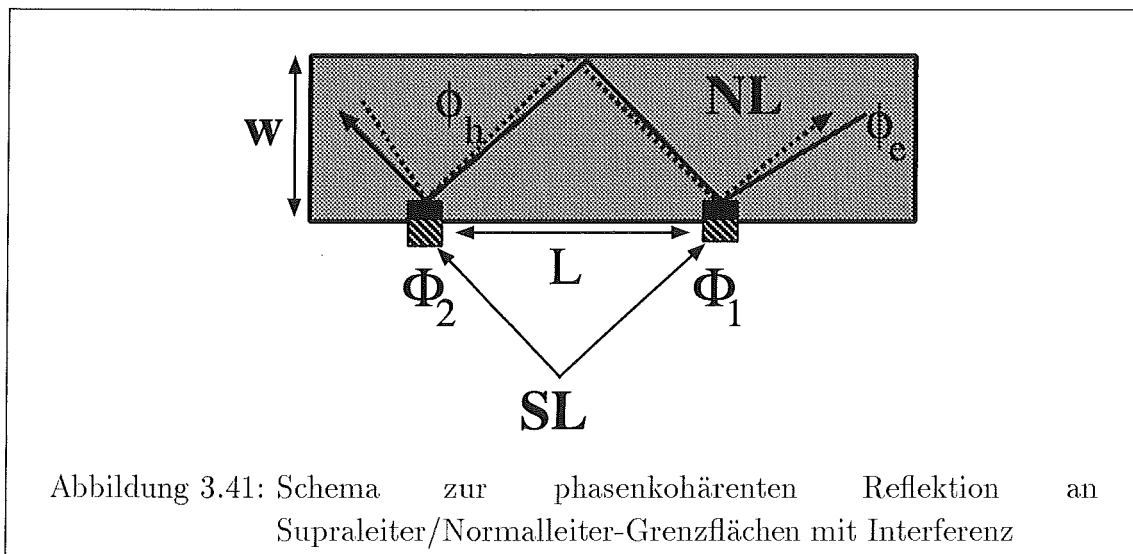
Es konnten erfolgreich quantisierte Punktkontakte mit Hilfe von Schottky-Gates auf einer InAlAs/InGaAs/InP-Heterostruktur hergestellt werden. Die aus Technologischen Gründen erforderliche InGaAs-Deckschicht führt allerdings zu Problemen bei der Isolation der Gates. Ferner ist eine ebenfalls zur Isolation notwendige chemische Nachätzung schädlich für die Supraleiter/Halbleiter-Grenzfläche, da sie dort In-Halogenide entstehen läßt, die die Transparenz der Grenzfläche deutlich herabsetzen (hier $Z = 1.56$). Durch den Supraleiter wird im Halbleiter eine Leitwert-Erhöhung

induziert, die sich durch Andreev-Reflektion bzw. den Proximity-Effekt erklären lässt. Mit Hilfe der Punktkontakte konnte ferner gezeigt werden, daß ein großer Teil der Andreev-reflektierten Löcher nicht spekulär sondern diffus vom Supraleiter/Halbleiter-Kontakt gestreut wird. Dies befindet sich im Einklang mit den schon vorher gemachten Erfahrungen, daß die Argon-Ionen Behandlung der Grenzfläche vor dem Aufbringen des Niob zu einem diffusiven Bereich im 2DEG führt.

3.3 Ein NS-Squid

Ein sehr interessanter Effekt bei der Andreev-Reflektion von Elektronen in Löcher an einer Supraleiter/Normalleiter-Grenzfläche ist, daß es eine feste Phasenbeziehung zwischen dem einlaufenden Elektron und dem reflektierten Loch gibt. Dies legte die Idee zu einem darauf beruhenden Magnetfeld-Sensor in Analogie zum SQUID nahe.

3.3.1 Modell für einen NS-Squid

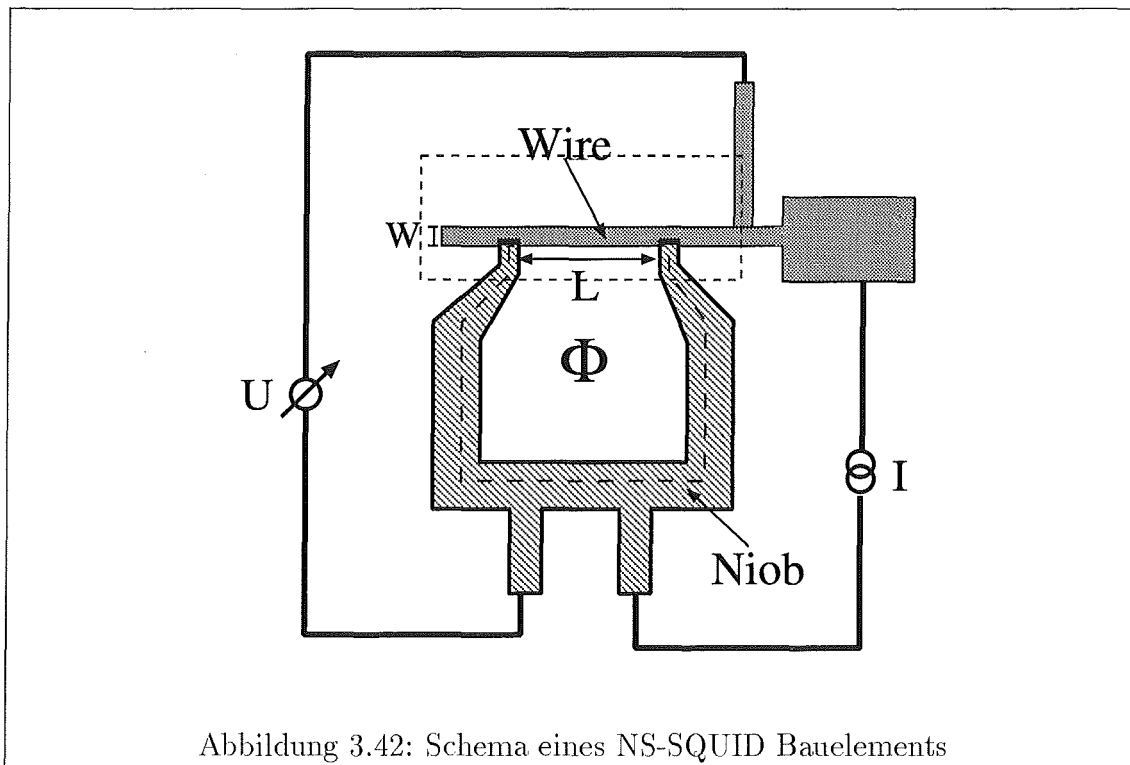


Bei der Andreev-Reflektion eines Elektrons e in ein Loch h gilt folgende Beziehung für die Phasen der Wellenfunktionen:

$$\phi_h = \Phi - \phi_e$$

wobei Φ die Phase des Supraleiters ist. Hat man nun ein Elektron mit der Phase ϕ_e , das auf einen Supraleiter mit der Phase Φ_1 trifft, so hat das Andreev-reflektierte Loch die Phase $\phi_h = \Phi_1 - \phi_e$. Dies trifft nun auf einen Supraleiter mit der Phase Φ_2 (Abbildung 3.41). Das von hier Andreev-reflektierte Elektron läuft den gleichen Pfad wieder zurück. Es kommt zu einer Überlagerung der Wellen zwischen den beiden Reflektionen. Die Interferenz ist genau dann konstruktiv, wenn die Phasendifferenz $\Phi_2 - \Phi_1 = n \cdot 2\pi$ ist. Da bei jeder Andreev-Reflektion zwei Ladungsträger in den Supraleiter injiziert werden, bedeutet dies ebenfalls, daß dabei ein Strom fließt. Bei destruktiver Interferenz fände die Andreev-Reflektion nicht mehr statt, der Stromfluß wäre geringer. Nimmt man nun eine offene Supraleiterschleife, die die Fläche A

umfaßt, und setzt sie einem Magnetfeld der Stärke B aus, so liegt an den Enden der Schleife eine Phasendifferenz von $\Phi = B \cdot A$ vor. Durch Variation des Magnetfeldes wäre man somit in der Lage, die Phasendifferenz durchzustimmen und zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz hin und her zu fahren und somit auf den Strom zu beeinflussen. Man hat also einen NS-SQUID.



Eine mögliche experimentelle Anordnung für eine solche Struktur ist in Abbildung 3.42 gezeigt. Pothier et.al. [45] haben ein solches Konzept mit einem normalleitenden Draht aus Kupfer und einer Supraleiterschleife aus Aluminium vorgeschlagen und gebaut. Sie untersuchten auch den Einfluß der Parameter L und w (siehe Abbildung 3.42) auf die Meßergebnisse. Die Weite w des Drahtes darf nicht zu groß sein, um noch genügend Reflektion zu bekommen, und ebenso die Länge L , da bei Überschreitung der Phasenkohärenzlänge dieser Interferenzeffekt verwaschen würde. Die von ihnen gemachten magnetfeldabhängigen Messungen zeigen in eindrucksvoller Weise das Funktionieren des NS-SQUID. Sie maßen exakte Oszillationen des Stroms durch die Struktur mit dem Fluß durch die Ringfläche mit den Flußquanten.

Die Idee, einen solchen NS-SQUID mit einem Halbleiter-Draht zu realisieren, lag nahe. Zum einen kann auf Grund der größeren ballistischen freien Weglänge erwartet werden, daß der Interferenzanteil am Stromsignal größer ist als bei einem

metallischen Draht, zum anderen weil der damit auch zu erwartende Spannungshub deutlich größer wäre. Eine Durchstimmbarkeit des NS-SQUID durch ein Gate über dem Draht, mit dem ebenfalls die Phase der Elektronen bzw. Löcher geschoben werden kann, wäre hier ebenfalls zu erwähnen.

3.3.2 Präparation der Struktur

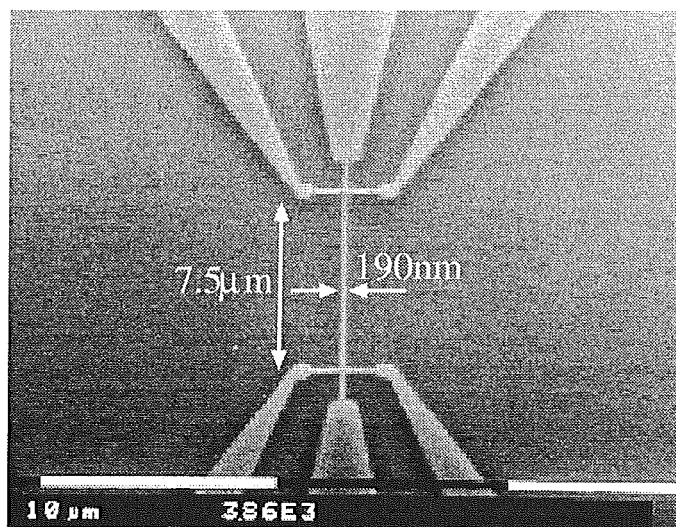


Abbildung 3.43: Elektronenmikroskopische Aufnahme eines Drahtes

Die Technologie zur Herstellung von Quanten-Drähten aus 2DEG ist in unserer Arbeitsgruppe seit langem gut eingeführt. Dazu werden zunächst die ohmschen Kontakte einlegiert, die gleichzeitig als Zuleitungen sowohl für den Supraleiter als auch den Draht dienen. Dann wird mit Elektronenstrahl-Lithographie eine Draht-Struktur auf den Halbleiter geschrieben und dies mit Hilfe der Lift-off Technik in eine Titan-Maske übertragen. Die ohmschen-Kontakte und das Titan dienen nun als Ätzmaske für den oben erwähnten RIE-Prozeß. Hiernach erfolgt wieder der zwei Minuten lange Dip in 10%-iger HF-Lösung zur Entfernung des Titans und der In-Oxide. Einen solch fertigen Draht zeigt die Abbildung 3.43.

Auf diesen Draht wurde nun wieder elektronenstrahl-lithographisch ein SQUID-Ring geschrieben und dieser nach der üblichen Argon-Ionen Behandlung mit Niob bedampft. Das Endresultat ist in Abbildung 3.44 festgehalten.

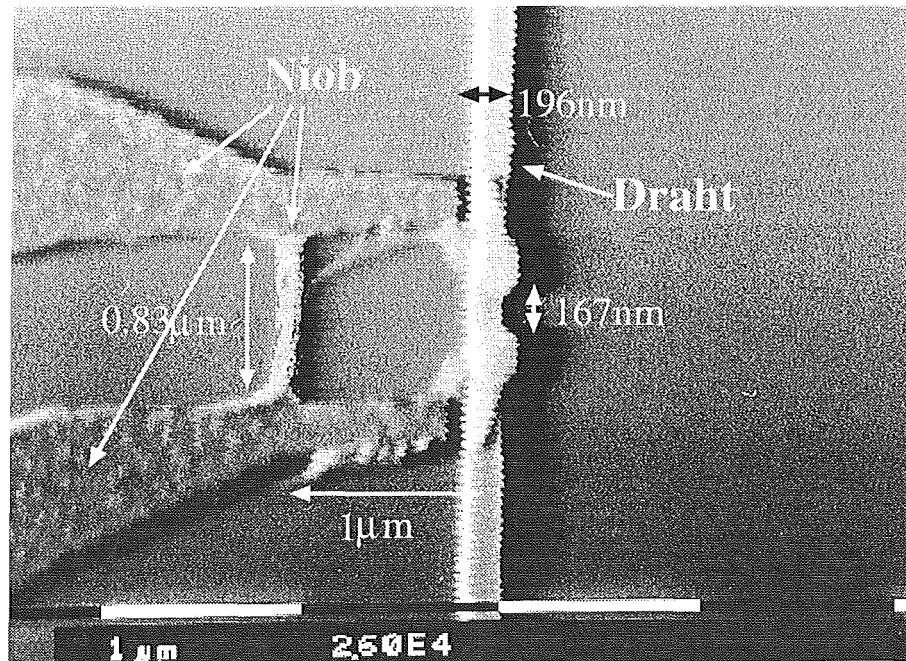


Abbildung 3.44: Vergrößerung der Supraleiterleiterschleife auf dem Draht mit Abmessungen

3.3.3 Messungen

Zunächst wurden differentielle Kennlinien des Drahtes alleine gemessen. Der Strom wurde dabei längs des Drahtes geführt und dazu parallel die Spannung abgegriffen. Die Kennlinien zeigen starke Nichliniaritäten, deren Ursprung nicht klar ist (siehe Abbildung 3.45). Die Kurven wurden bei 0.5, 4 und 10K aufgenommen. Bei all diesen Temperaturen bleiben zwei Charakteristiken bestehen: 1. der Leitwertanstieg zwischen $U = \pm 20 \mu\text{V}$ und 2. der Leitwertseinbruch um $U = 0\text{V}$. Da dies auch bei 10K zu sehen ist, ist ausgeschlossen, daß dies mit dem supraleitenden Ring etwas zu tun hat. Aus diesem Grunde scheiden auch schwache Lokalisierung oder Anti-Lokalisierung aus. Bedenkt man jedoch, daß der Draht nur ca. 190nm breit ist und der Bereich, in dem die beiden Supraleiterkontakte liegen durch den Argon-Ionen Beschuß stark geschädigt ist, kann es sich bei diesen Effekten um diverse Streueffekte handeln, die bei den entsprechenden Teilchenenergien einsetzen bzw. verschwinden [11]. Dieser nichtlineare Untergrund des Drahtes alleine macht jedoch eine vollständige Auswertung von Messungen mit dem Niob-Ring fast unmöglich.

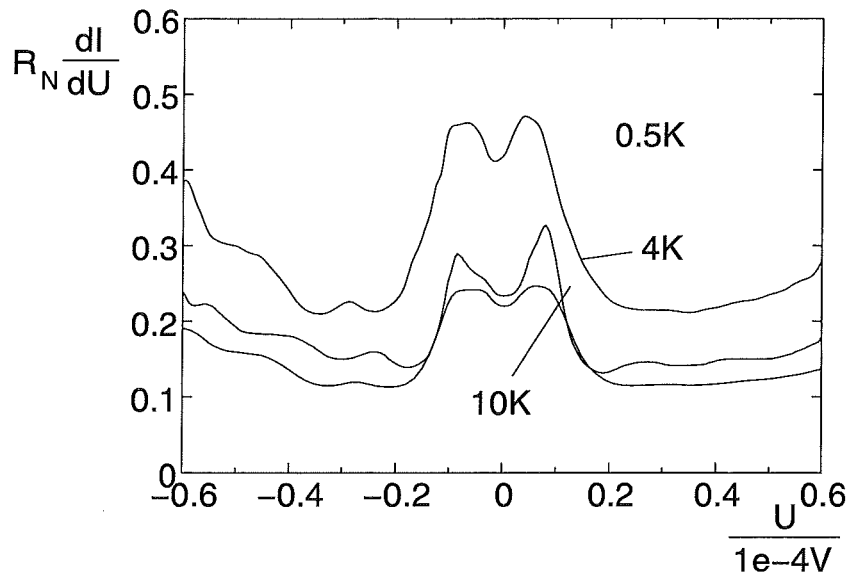


Abbildung 3.45: Differentieller Leitwert des Drahtes bei Stromführung in der Längsrichtung

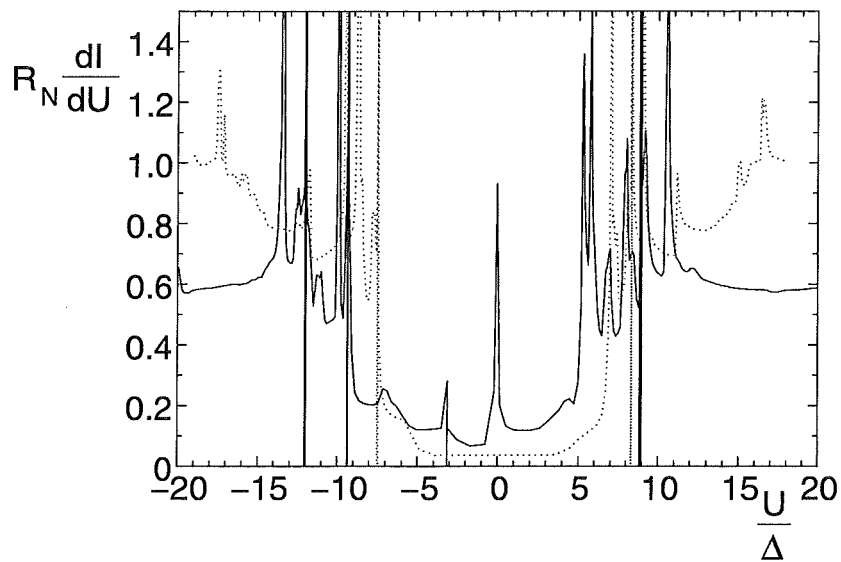


Abbildung 3.46: Differentieller Leitwert bei Stromführung durch den Supraleiterring in den Draht bei 0.5K (durchgezogene Linie) und 10K (gepunktete Linie)

Hier sollte auch ein naßchemisches Reinigen der Kontaktstellen zum Einsatz kommen, um diesen Untergrund zu glätten.

Das Bild, daß sich beim Messen der differentiellen Leitwertkurven über den Supraleiter bot, war noch komplizierter. Abbildung 3.46 zeigt eine solche Kurve bei 0.5 und 10K. Auffallend sind besonders die vielen Peaks, die sich auch in den Draht-Kennlinien wiederfinden ließen. Der Peak bei $U = 0V$ könnte durch den Supraleiter bedingt sein, da er bei 10K verschwindet, im Gegensatz zu den Peaks bei höheren Energien.

Ergebnisse

Die Idee der Herstellung eines NS-SQUID mit einem Halbleiter-Draht als normal-leitendem Segment konnte leider nicht erfolgreich getestet werden. Es zeigten sich charakteristische Nichtlinearitäten im differentiellen Leitwert des Drahtes, die wahrscheinlich mit der teilweisen Zerstörung des Drahtes durch den Argon-Ionen-Beschuß zusammenhängen. Die differentiellen Leitwertkurven über den Supraleiterkontakt zeigen eine Leitwertserhöhung bei $U = 0V$, die bei 10K verschwindet und durch den Supraleiter verursacht werden könnte. Durch eine Verbesserung der Draht-Charakteristik, insbesondere der Verzicht auf eine Reinigung der Supraleiterkontaktfläche durch Argon-Ionen, könnte die störenden Effekte vielleicht soweit beseitigt werden, daß eine magnetfeldabhängige Messung des Leitwerts analysierbare Daten liefert.

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

1. In dieser Arbeit wurden Supraleiter/2DEG-Kontakte hergestellt und untersucht. Dabei stellte sich heraus, daß für die Qualität des Kontaktes nicht nur die beteiligten Materialien für den Halbleiter und den Supraleiter, sondern auch deren präparative Vorgeschichte eine wichtige Rolle spielen. Es wurden theoretische Modelle für die elektrischen Grenzflächenprozesse vorgestellt, die einen Parameter als besonders wesentlich herausstellen: die Grenzflächen-Transmissivität D . Eben diese wird auch wesentlich durch die Präparation des Halbleiters und des Supraleiters bestimmt. Ist das Ziel eine hohe Transmissivität, so muß ein Halbleiter mit möglichst geringer Oberflächen-Barriere verwendet werden, wenn der Supraleiter nicht einlegiert werden soll. Dieser Punkt spricht für die Verwendung eines InGaAs/InP-2DEGs mit einem aktiven Kanal mit möglichst hohem Indium-Anteil im InGaAs, hier speziell $\text{In}_{0.77}\text{Ga}_{0.23}\text{As}$, weil in dieser Struktur die Oberflächenbarriere besonders klein ist. Auf Seiten des Supraleiters ist neben der mechanischen Stabilität des Kontaktes bei Abkühlen und wieder Erwärmen ein möglichst großes T_C und damit auch großes Δ erforderlich. Das hier verwendete Niob erfüllt beide diese Voraussetzungen sehr gut und ist technologisch gut erprobt. Probleme die Grenzflächen-Transmissivität betreffend erwachsen aus der Präparation des Kontaktes. Die Herstellung der Halbleitergrenzfläche kann naß- oder trocken-chemisch erfolgen, wobei das RIE-Verfahren die bessere Reproduzierbarkeit liefert. Bei allen diesen Ätzprozessen wird die Oberfläche sowohl chemisch als auch physikalisch verändert bzw. zerstört. Hierbei stellen sich die In-haltigen Verbindungshalbleiter als ungünstig heraus, da sie sehr leicht durch physikalische Ätzverfahren zerstört werden und dabei zur Anreicherung und Tropfenbildung von Indium an der Oberfläche neigen. Das Niob stellt durch seine hohe

chemische Reaktivität bei der Herstellung der Kontakte ebenfalls ein Problem dar, da es sich beim Aufdampfen sofort mit Restgasen wie Sauerstoff verbindet, und dann als Oxid die ersten Schichten des Kontakts bildet. Es hat sich im Laufe der Arbeit herausgestellt, daß man den Übergang zwischen Niob und InGaAs nicht als eine scharfe Grenzfläche beschreiben kann. Vielmehr sehen die Ladungsträger eine sich ändernde Energielücke des Supraleiters und zusätzlich ist der Übergang verbreitert auf einen ca. 50nm breiten Bereich mit erhöhtem elektrischen Widerstand. Ein Vergleich von theoretischen Modellen mit elektrischen Messungen an den hier hergestellten SN-Kontakten hat gezeigt, daß das Volkov-Modell, welches diese resistive Zwischenschicht zwischen dem Supraleiter und dem Normalleiter annimmt (mit der zerstörten Halbleiterschicht oder dem Nioboxid zu identifizieren), die beste Beschreibung der Meßdaten liefert. Will man hoch transmissive Supraleiter/Halbleiter-Kontakte herstellen, muß man geeignete Verfahren finden, um diese Zwischenschicht zu minimieren, d.h. man muß die ursprüngliche Oberfläche möglichst gut wiederherstellen und eine chemische Verunreinigung des Niob vermeiden.

2. Die Untersuchungen der Supraleiter/Halbleiter-Grenzfläche mit ballistischen Elektronen untermauert die obigen Vorstellungen. Die bisherige Behandlung der Kontaktfläche mit Argon-Ionen im UHV beseitigt zwar die chemische Änderung der Oberfläche recht gut, führt aber auch zu einer diffusiv leitenden Zwischenschicht, die den elektrischen Transport durch die Grenzfläche deutlich verschlechtert. Ein ballistisch auftreffenden Elektronenstrahl wird von der Grenzfläche zu über 60% diffus reflektiert, während eine spekulare Reflektionrate von 100% angestrebt wird. Hier muß ein geeigneter naßchemischer Prozeß als Ersatz gefunden werden. Ein Bad in 10%-iger Flußsäure mit anschließendem Abheizen im UHV erscheint nach vorliegenden Tests als gangbarer Weg.

Neben dieser resistiven Zwischenschicht zeigt der ballistische Transport aber auch die Existenz einer erhöhten elektrischen Leitfähigkeit im Normalleiter über den Prozeß der Andreev-Reflektion. Dabei wird ein auf den Supraleiter auftreffendes Elektron als Loch in den Normalleiter reflektiert, was zu einer Erhöhung des Leitwerts im Normalleiter führt. Dieser Effekt könnte für Bauelemente interessante Anwendungen haben. Dazu muß der Energiebereich der Primärelektronen kleiner sein als die Energielücke Δ des Supraleiters, hier 1.3meV. Der tatsächlich festgestellte Energiebereich der Leitwertserhöhung liegt jedoch im Mikrovolt-Bereich, was sich durch den supraleitenden Proximity-Effekt erklären läßt. Auch hier könnte eine Verbesserung der

Grenzfläche im Hinblick auf die physikalische Zerstörung eine Verstärkung dieses Effekts bewirken.

3. Als letztes wurde ein NS-SQUID vorgestellt, bestehend aus einer Niob-Schleife mit einem Halbleiter-Draht als Weak-Link. Ein solches Bauelement sollte Oszillationen des hindurchfließenden Stroms mit dem die Ringfläche durchtretenden Magnetfeldflusses zeigen, die genau wie beim SQUID mit der Anzahl der entsprechenden Flußquanten identifizierbar sind. Ferner sollte durch ein zusätzliches Gate über dem Draht die Phase der Elektronen verschiebbar sein, womit die Möglichkeit eines durchstimmbaren SQUIDs gegeben wäre. Leider ließ sich das nicht experimentell verwirklichen, da die Leitwert-Charakteristik des Drahtes alleine schon zuviel Struktur aufwies, um die supraleiter-indizierten Effekte davon trennen zu können. Ein Verzicht auf den Argon-Ionen-Beschuß vor dem Aufbringen des Niob könnte hier ebenfalls eine deutliche Verbesserung bringen, denn der damit hergestellte diffusive Oberflächenkanal erstreckt sich bei den hier benutzten dünnen Drähten (200nm) über einen wesentlichen Teil der aktiv leitenden Schicht, wodurch die ballistischen und Interferenz-Effekte zerstört werden.
4. Insgesamt ist das InGaAs/InP-System zur Herstellung von Supraleiter/Halbleiter-Kontakten gut geeignet. Die Qualität der Kontakte muß jedoch durch die Entwicklung eines naßchemischen Verfahrens zur Beseitigung der bei der Herstellung entstandenen chemischen und physikalischen Schädigungen der Oberfläche verbessert werden.
5. Ich möchte hier noch auf sehr interessante Weiterführungen der Arbeit hinweisen, die mit den hier benutzten Methoden ebenfalls herstellbar sind. Dabei sind zum einen Strukturen zu nennen, bei denen zwei Supraleiterkontakte am Halbleiter in sehr engem Abstand angebracht werden, sogenannte SNS-Kontakte. Die Möglichkeit einen Suprastrom durch die komplette Struktur zu ziehen und diesen mit Hilfe eines Punktkontaktes zu steuern sei hierbei besonders herausgestellt. Ein anderes physikalisch sehr interessantes Experiment, mit dessen Hilfe ein weiterer Elektron-Loch-Umwandlungsprozeß nachgewiesen und untersucht werden könnte, sei hier noch kurz dargestellt. Basierend auf der oben beschriebenen Punktkontakt-Struktur (Abb. 3.28) wird an der Grenzfläche ein Schichtsystem aus Niob/Isolator/Niob aufgebracht, wobei der Isolator ausreichend dick ist, um eine Kopplung der beiden Niob-Schichten zu vermeiden. Durch diese beiden Filme wird nun ein jeweils umgekehrter Strom parallel zur

Grenzfläche geführt, um entstehende Magnetfelder zu kompensieren. Kümmel et al. [22, 17] haben gezeigt, daß ein auf eine solche Grenzfläche treffendes Elektron ebenfalls als Loch reflektiert, aber nicht retro-reflektiert wird. Würde man nun diese Grenzfläche zum stromdurchflossenen Supraleiter mit ballistischen Elektronen beschießen, so erhielte man ebenfalls wieder eine Leitwerterhöhung im Normalleiter. Mit einer entsprechend angepaßten Spektrometer-Geometrie könnten dann die erzeugten Löcher, die einen Teil des Impluses des Suprastroms bei der Reflektion aufnehmen, analysiert werden.

Anhang A

Daten

- **Naßchemische Ätzlösung**

Eine Mischung von 1N $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7/\text{H}_3\text{PO}_4/\text{HBr}$ im Verhältnis 1/2/2. Zum Auflösen des Kaliumdichromats ist es günstig, das Wasser vorher zu erwärmen. Vor der Zugabe von Phosphor- und Bromwasserstoffsäure sollte die Lösung aber jeweils wieder auf ca. 20-25°C abgekühlt sein, da sich sonst Chromoxide ausfällen können. Diese Ätze besitzt für InGaAs und InP die gleiche Ätzrate von 1 $\mu\text{m}/\text{min}$.

- **RIE-Ätzprozeß**

Bei dem hier verwendeten RIE-System der Firma Plasma Technologies wird eine Turbo-Molekularpumpe zur Evakuierung der Prozeßkammer verwendet. Da diese Wasserstoff sehr schlecht pumpt, kann der Prozeßdruck beim eigentlichen Ätzschritt nur direkt über die Gasflüsse gesteuert werden. Alle Prozeßschritte wurden mit 200W Mikrowellenleistung gefahren und der Kammerdruck so eingestellt, daß sich eine Beschleunigungsspannung von ca. -550V einstellt. Die eigentlichen Prozesse sind:

1. 20 Sekunden O_2 -Plasma zur Entfernung von Lackschleiern, die den folgenden Ätzschritt stören.
2. CH_4/H_2 -Plasma zum Ätzen des Halbleiters. Die Ätzraten betragen für

InGaAs	11nm/min.
InP	25nm/min.
InAlAs	1.5nm/min.

3. 3-7 Minuten O_2 -Plasma zur Entfernung der bei CH_4/H_2 Prozeß entstandenen Polymere.

- **Optische Lithographie**

Bei der optischen Lithographie wurde der AZ-Lack 5206 verwendet, der nach dem Aufschleudern bei 6000U/min. eine Dicke von ca. 700nm besaß. Die Belichtung erfolgte mit einem Mask-Aligner der Firma Süß von Elektronenlithographisch hergestellten Chrom-Masken, bei einer Belichtungsdauer von 3.5 Sekunden für einen Umkehrprozeß und 6 Sekunden beim Normalprozeß. Beim Umkehrprozeß sind hiernach noch ein 90 sekündiges Backen des Lacks bei 110°C und eine 20 Sekunden lange Flutbelichtung notwendig. Zur Entwicklung des Lackes wurde AZ MIF Entwickler in 1:1.5 Verdünnung verwendet mit einer Entwicklungszeit von 35-40 Sekunden.

- **Elektronenstrahl Lithographie**

Um einen besseren Litf-Off zu ermöglichen, wurde immer ein 2-Schicht-Lacksystem aus PMMA 200k und PMMA 497k verwendet. Da der 200k Lack schneller belichtet wird, führt dies zu einem Unterschnitt, der dem Acteon später ein besseres Unterkriechen des Metallfilms ermöglicht. Geschrieben wurden die Strukturen entweder mit einem kleinen Philips Elektronenmikroskop mit einer ELPHY-Direktschreib-Steuerung der Firma Raith, oder mit einem professionellen Philips Elektronenstrahlschreiber EBPG4HR. Die verwendeten Dosen lagen beim ersten bei ca. $120\mu C/cm^2$, beim zweiten wurden $550\mu C/cm^2$ verwendet. Die Entwicklung erfolgte mit einem E-Beam Develloper in ca. 10-15 Sekunden.

Literaturverzeichnis

- [1] Abrikosov, A., L. Gor'kov and I. Dzyaloshinski. *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*. Mineola, New York, 1985.
- [2] Adachi, S., Y. Noguchi and H. Kawaguchi. *J. Electrochem. Soc.*, **129**(5), 1053–1062, 1982.
- [3] Baker, J. and J. Magerlein. Tunnel barriers on Pb-In-Au alloy films. *J. Appl. Phys.*, **54**(5), 2556–2568, 1983.
- [4] Bakker, S., E. V. der Drift, T. Klapwijk, H. Jaeger and S. Radelaar. Observation of carrier-concentration-dependent reflectionless tunneling in a superconductor–two-dimensional-electron-gas–superconductor structure. *Phys. Rev. B*, **49**(18), 13275–13278, 1994.
- [5] Bardeen, J., L. Cooper and J. Schrieffer. *Phys. Rev.*, **108**, 1175, 1957.
- [6] Beenakker, C. Quantum transport in semiconductor-superconductor microjunctions. *Phys. Rev. B*, **46**(19), 12841–12844, 1992.
- [7] Beenakker, C. and H. V. Houten. Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length. *Phys. Rev. Lett.*, **66**(23), 3056–3059, 1991.
- [8] Beenakker, C. and H. V. Houten. *Nanostructure and Mesoscopic Systems*, chapter The superconducting quantum point contact, pp. 481–497. Academic Press, 1992.
- [9] Blonder, G., M. Tinkham and T. Klapwijk. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microstripes: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion. *Phys. Rev. B*, **25**(7), 4515–4532, 1982.

- [10] de Gennes, P. Boundary effects in superconductors. *Rev.Mod.Phys.*, **36**, 225–237, 1964.
- [11] de Jong, M. and L. Molenkamp. Hydrodynamic electron flow in high-mobility wires. *Phys.Rev.B*, **51**(19), 13389–13402, 1995.
- [12] de Raedt, H. Computer animation of quantum phenomena in mesoscopic systems. In R. Gruber and M. Tomassini, editors, *Proceedings of the 6th Joint EPS-APS International Conference on Physics Computing*, pp. 667–674, Lugano, August 1994. European Physical Society.
- [13] Dimoulas, A., J. Heida, B. van Wees, T. Klapwijk, W. van de Graaf and G. Borghs. Phase-dependent resistance in a superconductor–two-dimensional-electron-gas quasiparticle interferometer. *Phys.Rev.Lett.*, **74**(4), 602–605, 1995.
- [14] Eilenberger, G. Transformation of gorkov’s equation for type II superconductors into transport-like equations. *Z.Phys.*, **214**, 195–213, 1968.
- [15] Engels, G. *Herstellung und Charakterisierung von Schottky-Kontakten auf InGaAs/InP-Heterostrukturen für ballistische Split-Gate Anordnungen*. Diplomarbeit, RWTH-Aachen, 1992.
- [16] Gao, J., J. Heida, B. van Wees, T. Klapwijk, G. Borghs and C. Foxon. Superconductors coupled with a two-dimensional electron gas in GaAs/AlGaAs and InAs/AlGaSb heterostructures. *Surf.Sci.*, **305**, 470–475, 1994.
- [17] Götzelmann, B., S. Hofmann and R. Kümmel. Supercurrent force on andreev-reflected quasiparticles and excess currents. *Phys.Rev.B*, **52**(6), R3848–R3851, 1995.
- [18] Gunsenheimer, U., U. Schüssler and R. Kümmel. Symmetry breaking, off-diagonal scattering and josephson currents in mesoscopic weak links. *Phys.Rev.B*, **49**(9), 6111–6125, 1994.
- [19] Gunsenheimer, U., U. Schüssler and R. Kümmel. Symmetry breaking, off-diagonal scattering, and josephson currents in mesoscopic weak links. *Phys.Rev.B*, **49**(9), 6111–6125, 1994.
- [20] Haken, H. *Quantenfeldtheorie des Festkörpers*. Teubner, Stuttgart, 1993.

- [21] Hardtdegen, H., R. Meyer, M. Hollfelder, T. Schäpers, J. Appenzeller, H. Løken-Larsen, T. Klocke, C. Dieker, B. Leneger and H. Lüth. Optimization of modulation-doped $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}/\text{InP}$ heterostructures towards extremely high mobilities. *J.Appl.Phys.*, **73**(9), 4489–4493, 1993.
- [22] Hofmann, S. and R. Kümmel. Off-diagonal pair potential forces and vortex dynamics in high- κ superconductors. *Phys.Rev.Lett.*, **70**(9), 1319–1322, 1993.
- [23] Ibach, H. and H. Lüth. *Festkörperphysik: Eine Einführung in die Grundlagen*. Springer, New York, 1988.
- [24] Josephson, B. *Phys.Lett.*, **1**, 251, 1962.
- [25] Kaufmann, J. Doktorarbeit, RWTH-Aachen, 1996.
- [26] Kawakami, T. and H. Takayanagi. Single-crystal n-InAs coupled josephson junction. *Appl.Phys.Lett.*, **46**(1), 92–94, 1985.
- [27] Keldysh, L. Diagram technique for nonequilibrium processes. *Sov.Phys.JETP*, **20**, 1018–1026, 1965.
- [28] Klapwijk, T. Mesoscopic superconductor–semiconductor heterostructures. *Physica B*, **197**, 481–499, 1994.
- [29] Klapwijk, T., W. V. Huffelen and D. Heslinga. Semiconductor-coupled josephson junctions. *IEEE Trans.Appl.Supercond.*, **3**(1), 2873–2880, 1993.
- [30] Kordos, P., M. Marso, R. Meyer and H. Lüth. Schottky barrier height enhancement on n-InGaAs. *J.Appl.Phys.*, **72**(6), 2347–2355, 1992.
- [31] Kroemer, H., C. Nguyen and E. Hu. Electronic interactions at superconductor–semiconductor interfaces. *Sol.Stat.Elec.*, **37**(4–6), 1021–1025, 1994.
- [32] Kuprianov, M. and V. Lukichev. Influence of boundary transparency on the critical current of “dirty” SS’S structures. *Sov.Phys.JETP*, **67**(6), 1163–1168, 1988.
- [33] Magnée, P., N. V. der Post, P. Kooistra, B. V. Wees and T. Klapwijk. Enhanced conductance near zero voltage bias in mesoscopic superconductor–semiconductor junctions. (to be published in *Phys.Rev.B*).
- [34] Mahan, G. *Many-Particle Physics*. New York, 1981.

- [35] Matsubara, T. *Prog.Theor.Phys.*, **14**, 351, 1955.
- [36] Müller, F. *Untersuchung von Streuprozessen in zweidimensionalen Elektronengasen mittels ballistischer Elektronen*. Doktorarbeit, RWTH-Aachen, 1993.
- [37] Neurohr, K., A. Golubov, T. Klocke, J. Kaufmann, T. Schäpers, J. Appenzeller, D. Uhlisch, A. Ustinov, M. Hollfelder, H. Lüth and A. Braginski. Proximity effect at a lateral Nb/2DEG-boundary of a InP/InGaAs-heterostructure. *eingereicht bei Phys.Rev.B*, 1996.
- [38] Nguyen, C., H. Kroemer and E. Hu. Anomalous andreev conductance in InAs-AlSb quantum well structures with Nb electrodes. *Phys.Rev.Lett.*, **69**(19), 2847–2850, 1992.
- [39] Nguyen, C., H. Kroemer and E. Hu. Contact resistance of superconductor–semiconductor interfaces: The case of Nb–InAs/AlSb quantum well structures. *Appl.Phys.Lett.*, 1994.
- [40] Nguyen, C., J. Werking, H. Kroemer and E. Hu. InAs-AlSb quantum well as superconducting weak link with high critical current density. *Appl.Phys.Lett.*, **57**(1), 87–89, 1990.
- [41] Nitta, J., T. Akazaki and H. Takayanagi. Transport properties of an InAs-inserted-channel $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ heterostructure coupled superconducting junction. *Phys.Rev.B*, **46**(21), 14286–14289, 1992.
- [42] Nitta, J., T. Akazaki and H. Takayanagi. Anomaous magnetic field dependence of differential resistance in a superconducting Nb–InAs–Nb junction. *Physica B*, **194–196**, 1757–1758, 1994.
- [43] Nitta, J., T. Akazaki and H. Takayanagi. Magnetic-field dependence of andreev reflection in a clean Nb–InAs–Nb junction. *Phys.Rev.B*, **49**(5), 3659–3662, 1994.
- [44] Nitta, J., H. Nakano, T. Akazaki and H. Takayanagi. Sub-energygap structures in Nb/InAs/Nb junctions. In *SQUID'91*, 1991.
- [45] Pothier, H., S. Guéron, D. Esteve and M. Devoret. Giant andreev conductance induced by weak localization. wird veröffentlicht, 1996
- [46] Schäpers, T. *Ablenkung ballistischer Elektronen in AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen mittels elektrischer und magnetischer Felder*. Doktorarbeit, RWTH-Aachen, 1993.

- [47] Takayanagi, H. Andreev reflection and quantum transport in an S-N-S junction - superconducting quantum point contact. In *3rd International Symposium on New Phenomena in Mesoscopic Structure, 1995, Maui*, 1995.
- [48] Takayanagi, H., T. Akazaki and J. Nitta. Superconducting structures on narrow-gap semiconductors. *Semi.Sci.Tech.*, **8**, 431–434, 1993.
- [49] Takayanagi, H., T. Akazaki and J. Nitta. Interference effects on the critical current in a clean-limit superconductor–normal-metal–superconductor junction. *Phys.Rev.B*, **51**(2), 1374–1377, 1995.
- [50] Takayanagi, H., T. Akazaki, J. Nitta and T. Enoki. Superconducting three-terminal devices using an inas-based two-dimensional electron gas. *Jap.J.Appl.Phys.*, **34**, 1391–1395, 1995.
- [51] Takayanagi, H., J. Bindslev-Hansen and J. Nitta. Mesoscopic fluctuations in the critical current in inas-coupled josephson junctions. (to be published in *physica B*).
- [52] Takayanagi, H., J. Hansen and J. Nitta. Localization effects on the critical current of a superconductor–normal-metal–superconductor junction. *Phys.Rev.Lett.*, **74**(1), 162–165, 1995.
- [53] Takayanagi, H. and T. Kawakami. Superconducting proximity effect in the native inversion layer on InAs. *Phys.Rev.Lett.*, **54**(22), 2449–2452, 1985.
- [54] Tietze, M. *Herstellung und Charakterisierung von Punktkontakten in verspannten InGaAs/InP-Heterostrukturen*. Diplomarbeit, RWTH-Aachen, 1995.
- [55] Tong, M., K. Nummila, A. Ketterson, I. Adesida, C. Caneau and R. Bhat. InAl-As/InGaAs/InP modfet's with uniform threshold voltage obtained by selective wet gate recess. *IEEE Elektron.Dev.Lett.*, **13**(10), 525–527, 1992.
- [56] Tournie, E., O. Brandt and K. Ploog. Photoluminescence of virtual-surfactant grown InAs/AlInAs single quantum wells. *Appl.Phys.Lett.*, **60**(23), 2877–2879, 1992.
- [57] Trwari, S. and D. Frank. Empirical fit to band discontinuities and barrier heights in III-V alloy systems. *Appl.Phys.Lett.*, **60**(5), 630–632, 1992.
- [58] Usadel, K. Generalized diffusion equation for superconducting alloys. *Phys.Rev.Lett.*, **25**(8), 507–509, 1970.

- [59] van Houten, H. and C. Beenakker. Andreev reflection and the josephson effect in a quantum point contact. *Physica B*, **175**, 187–197, 1991.
- [60] Volkov, A. Theory of the current-voltage characteristics in superconductor-semiconductor junctions. *Phys.Lett.A*, **174**, 144–150, 1993.
- [61] Volkov, A. and T. Klapwijk. Microscopic theory of superconducting contacts with insulating barriers. *Phys.Lett.A*, **168**, 217–224, 1992.
- [62] Volkov, A., A. Zaitsev and T. Klapwijk. Proximity effect under nonequilibrium conditions in a double-barrier superconducting junction. *Physica C*, **210**, 21–34, 1993.
- [63] Zaitsev, A. Quasiclassical equations of the theory of superconductivity for contiguous metals and the properties of constricted microcontacts. *Sov.Phys.JETP*, **59**(5), 1015–1024, 1984.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich herzlich bedanken bei:

Herrn Prof. Dr. H. Lüth für die Möglichkeit diese Arbeit am Institut für Schicht- und Ionentechnik der KFA Jülich anfertigen zu können,

Herrn Dr. Th. Schäpers für die sehr gute Betreuung dieser Arbeit,

Herren Dipl. Phys. J. Kaufmann und G. Engels sowie Herrn Dr. J. Appenzeller für die vielen wichtigen Diskussionen rund um die Physik und die Präparation von Supraleiter / Halbleiter-Kontakten,

Herrn Dipl.Phys. K. Neurohr für die Hilfe bei den Test zur Herstellung der Supraleiter / Halbleiter-Kontakte und seinen Diskussionen um den Transport durch solche Grenzflächen,

Herren Dr. A. Golubov und Dr. A. Ustinov für die vielen interessanten Diskussionen um die Theorie der SN-Kontakte,

dem MOVPE-Team, insbesondere Herrn Dipl.Phys. M. Hollfelder, für die gute Beratung und die Herstellung der hervorragenden InGaAs/InP-Schichten,

Herrn G. Müllejjans für seine kräftige Unterstützung bei den Messungen im Magnetlabor,

dem Reinraum-Team, besonders Herren Dipl.Ing. F.J. Schroeteler und A. Steffen für die vielen Hilfestellungen rund um den Reinraum, sowie Herrn J. Zillikens und Frau A. Pracht für die vielen Metallisierungen,

Herren Dr. H. Kohlstedt und Dr. G. Crecelius für die Betreuung an den jeweiligen Supraleiter-Aufdampfanlagen,

Herrn Dr. A. van der Haart für die direkte Elektronenstrahl-Lithographie sowie Frau M. Nonn für die Herstellung der optischen Masken,

Herrn H.P. Bochem für einen Teil der REM-Aufnahmen,

sowie all den anderen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern im ISI, die zum hervorragenden Arbeitsklima im Institut beitragen.

Jül-3288
Oktober 1996
ISSN 0944-2952